

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ**

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет математики и информационных технологий

УТВЕРЖДЕНО:

на заседании Ученого совета
факультета математики и
информационных технологий,
протокол № 6
от «14» февраля 2019 г.

Председатель Ученого совета



И.А. Моисеенко

ПРОГРАММА

профильного экзамена по специальности
для абитуриентов, поступающих на обучение
по образовательной программе

МАГИСТРАТУРЫ

на направление подготовки:

01.04.01 Математика

Содержание программы

| | |
|--|---|
| 1. Вступление | 3 |
| 2. Порядок проведения..... | 3 |
| 3. Перечень вопросов для подготовки к сдаче вступительного испытания..... | 3 |
| 4. Структура экзаменационного билета | 4 |
| 5. Критерии оценивания письменных ответов на вступительном испытании | 5 |
| Образец экзаменационного билета..... | 7 |
| Образец бланка ответов | 8 |
| 6. Список рекомендованной литературы | 9 |

**Порядок проведения и критерии оценивания
профильного экзамена по специальности для абитуриентов,
поступающих на обучение по образовательной программе магистратуры
на направление подготовки 01.04.01 Математика**

1. Главной целью профильного экзамена по специальности является определение практической и теоретической подготовленности бакалавра и проводятся с целью определения соответствия знаний, умений и навыков абитуриентов требованиям обучения по образовательной программе магистратуры по направлению подготовки 01.04.01 – Математика.

К вступительным испытаниям допускаются лица, имеющие диплом бакалавра или специалиста.

Программа профильного экзамена по специальности составлена на основе базовых положений следующих учебных дисциплин: математический и комплексный анализ, алгебра (линейная алгебра), дифференциальные уравнения.

Программа содержит понятия, теоремы, факты, которые должен знать абитуриент для выполнения практических заданий, типы задач, список литературы.

2. Порядок проведения. Вступительные испытания по специальности проводятся в один этап в форме письменного экзамена, по билетам. Экзаменационные задания должны быть выполнены в течение 150 минут. На экзамен допускаются абитуриенты при наличии листа результатов вступительных испытаний (экзаменационного) и документа с фотографией, удостоверяющего личность (паспорта). При себе необходимо иметь шариковую ручку с пастой синего цвета.

Во время проведения экзамена абитуриентам запрещается свободно перемещаться по аудитории, общаться друг с другом, пользоваться справочными материалами, телефонами, смартфонами, калькуляторами, линейками, транспортирами, циркулями, карандашами, другими посторонними предметами.

Ответ абитуриента рассматривается экзаменационной комиссией и оценивается на закрытом заседании по сто балльной шкале.

3. Перечень вопросов для подготовки к сдаче вступительного испытания.

Математический и комплексный анализ

1. Элементарные функции, их свойства и графики.
2. Предел и непрерывность функции, точные грани.
3. Дифференцирование функций одного и нескольких переменных.
4. Методы вычисления определенного интеграла.
5. Экстремум, условный экстремум, нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на множестве.
6. Кратные интегралы, замена переменных.
7. Применение интегралов для вычисления площадей плоских фигур, объемов тел.
8. Функциональные и степенные ряды (абсолютная и неабсолютная сходимость, формула Коши-Адамара, непрерывность и дифференцируемость степенного ряда).
9. Действия с комплексными числами, действительная и мнимая часть, решение уравнений, изображение множеств на комплексной плоскости.
10. Моногенность и голоморфность функции комплексного переменного.
11. Ряды Тейлора и Лорана, вычеты.
12. Интегрирование функции комплексного переменного (интегральная теорема Коши, применение вычетов).

Алгебра

13. Матрицы и операции с ними. Определители матриц: определения, основные свойства и способы вычисления. Ранг матрицы. Обратная матрица.
14. Многочлены и их корни, кратность корня.
15. Системы линейных уравнений, матричные уравнений и методы их решения. Совместность системы линейных уравнений.
16. Линейное пространство, подпространство. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов, размерность и базис.
17. Эвклидовы пространства. Скалярное произведение векторов.
18. Билинейные и квадратичные формы. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду.
19. Линейный оператор и его матрица. Ядро и образ. Собственные числа и собственные векторы. Ортогональный базис. Ортогональная проекция.

Дифференциальные уравнения

20. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Построение частного решения. Задача Коши.
21. Элементарные методы интегрирования уравнений первого порядка.
22. Решение задачи Штурма-Лиувилля.
23. Краевая задача. Функция Грина.

4. Структура экзаменационного билета. Каждый экзаменационный билет содержит пять тестовых задач открытого типа: две по математическому анализу, одна по дифференциальным уравнениям, одна по алгебре, одна по комплексному анализу. Образец билета, изображающий его форму, изображен на рис. 1. При этом типы задач, входящих в билет, могут отличаться от приведенных на рис. 1 в различных пакетах экзаменационных заданий.

Каждый билет может содержать задачи таких типов.

1. Исследование функции одной или нескольких переменных на экстремум.
2. Нахождение точных граней функции одной или нескольких переменных на множестве.
3. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел.
4. Исследование сходимости функционального ряда, функции, заданной в виде степенного ряда, на непрерывность и дифференцируемость.
5. Исследование функции комплексного переменного на моногенность и голоморфность, восстановление голоморфной функции по её действительной или мнимой части и значению в точке.
6. Вычисление контурных интегралов от функций комплексного переменного.
7. Решение дифференциальных уравнений и задач Коши.
8. Действия с матрицами (вычисление определителя, обратной матрицы) и их применение, решение систем линейных уравнений.
9. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа, арифметические действия с комплексными числами, извлечение корней.
Применение схемы Горнера: распознавание корня многочлена, отыскание кратности корня многочлена.
10. Распознавание подпространства, базиса, линейного оператора.
11. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому, отыскание матрицы перехода от одного базиса к другому.
12. Процесс ортогонализации системы векторов в евклидовом пространстве.

13. Приведение вещественных квадратичных форм к каноническому виду.

14. Отыскание собственных значений, собственных векторов, матрицы линейного оператора.

5. Критерии оценивания письменных ответов на вступительном испытании. Каждое задание оценивается исходя из максимальных 20 баллов по следующим критериям.

А) Задание оценивается в 20 баллов, если его решение удовлетворяет каждому из следующих условий:

1. Ход решения правильный, все этапы решения последовательны.
2. Решение содержит все необходимые обоснования, пояснения, ссылки на используемые утверждения.
3. В решении правильно и точно выполнены все арифметические и алгебраические действия и упрощения.
4. Решение задачи завершается словом «Ответ», после которого приведен правильный и полный ответ, который полностью соответствует поставленному в задаче вопросу.

Б) Задание оценивается в 0 баллов, если его решение отсутствует или это решение удовлетворяет по крайней мере одному из следующих условий:

- Решена задача с другим условием.
- Приведён ответ, но отсутствует решение.
- Решение не содержит продвижений в направлении получения правильного ответа.
- Решение задачи основано на неверных предположениях.
- На начальном этапе решения допущена ошибка, которая обусловила изменение степени сложности или хода правильного решения исходной задачи.
- В приведенном решении содержится значительное количество ошибок.
- Решение разбросано в разных местах экзаменационной работы без соответствующих сопроводительных комментариев абитуриента.

В) Задание оценивается в 13 баллов, если его решение не может быть охарактеризовано ни одним из положений пункта **Б)** и почти полностью удовлетворяет требованиям пункта **А)**. Допустимые нормы отклонения с пунктами **А)** декларируются каждым из следующих подпунктов:

- Решение не завершается специально выделенным ответом.
- Ответ не точный или не соответствует поставленному в задаче вопросу.
- В решении пропущены одно-два обоснования или допущены одна-две ошибки вычислительного характера, что не повлияло на изменение хода правильного решения задачи.

Г) Задание оценивается в 7 баллов, если его решение не может быть охарактеризовано ни одним из положений пункта **Б)** и лишь частично удовлетворяет требованиям пункта **А)**, при этом степень расхождения с требованиями пункта **А)** не укладывается в допустимые нормы, задекларированные пунктом **В)**. Решение, оцененное в 7 баллов, обычно характеризуется следующими условиями:

- Нарушена логика решения, хотя некоторые важные логические заключения или вычисления сделаны правильно.
- Получен верный ответ, но отсутствуют важные логические связи.
- Приведенное решение содержит 3-4 арифметические ошибки, которые не повлияли на правильный ход решения задачи.

Количество баллов за всю работу вычисляется как сумма баллов за все задания.

Максимальное количество баллов, полученных за решение заданий, составляет **100** баллов.

Шкала перевода полученных абитуриентами баллов в пятибалльную систему

| 100-бальная шкала | Пятибалльная шкала |
|--------------------------|---------------------------|
| 0-59 | «2» (неудовлетворительно) |
| 60-74 | «3» (удовлетворительно) |
| 75-89 | «4» (хорошо) |
| 90-100 | «5» (отлично) |

Примечание. Лица, получившие 0–59 баллов (по 100-бальной шкале) считаются получившими оценку «неудовлетворительно».

Все решения и ответы должны вноситься в листы письменной работы (образец изображен на рис. 2). Допускается использование только шариковой ручки с пастой синего цвета. Обязательно фиксируется номер билета на первом листе письменной работы. Никакие лишние пометки на листе письменной работы не допускаются.

УТВЕРЖДЕНО

на заседании Ученого совета факультета
математики и информационных технологий
протокол № 6 от «14» февраля 2019 г.
Председатель Ученого совета

_____ И. А. Моисеенко

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
Факультет математики и информационных технологий

| | |
|---------------------------|-----------------------|
| Профильный экзамен по | <u>СПЕЦИАЛЬНОСТИ</u> |
| Образовательная программа | магистратура |
| Форма обучения | очная/заочная |
| Направление подготовки | 01.04.01 «Математика» |

БИЛЕТ № XX

1. Исследуйте функцию $f(x, y)$ на экстремум (найдите и классифицируйте все её точки экстремумов), если $f(x, y) = e^{2x}(y^2 + x)$.

2. Найдите объём тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 0$, $x^2 + y^2 = x$, $x^2 + y^2 = 2x$.

3. Решите дифференциальное уравнение $y'' - 2y' + 2y = 6e^x \sin x$.

4. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$.

5. Исследуйте функцию w на монотонность, голоморфность (найдите точки, в которых функция монотонна и области, в которых она голоморфна), если $w = \cos(z + 2\bar{z})$.

Председатель Приемной комиссии _____ С. В. Беспалова

Председатель экзаменационной комиссии _____ В. В. Волчков

Год поступления 2019

Рис. 1. Образец экзаменационного билета

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
 Факультет математики и информационных технологий
 Профильный экзамен по специальности
 на направление подготовки 01.04.01 Математика

ШИФР

-----Заполняется экзаменаторами-----

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Оценка: числом | прописью |
|---|---|---|---|---|----------------|----------|
| | | | | | | |

ЛИСТ ОТВЕТОВ

-----Заполняется абитуриентом-----

Впишите номер билета

Бланк ответов на задания открытого типа

Для каждого задания необходимо привести полное развернутое решение, оканчивающееся ответом. Решения заданий могут быть записаны в любом порядке с сохранением нумерации согласно билету. Никакие лишние пометки, дешифрующие работу, на листах ответов не допускаются.

6. Список рекомендованной литературы:

Математический анализ

1. Архипов Г.В., Садовничий В.А., Чубаринов В.Н. Лекции по математическому анализу. М.: Высшая школа, 1999.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Наука, 1979.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Наука. Т.1, 1985; Т.2, 1987; Т.3, 1988.
4. Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу. М.: ФИЗМАТЛИТ. Т.1,2,3 2003.
4. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. М.: Изд-во МФТИ, 2000.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1,2,3. М.: Наука, 1970.

Комплексный анализ

1. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М.: Наука, 1969. 240 с.
2. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 312 с.
3. Евграфов М.А. Сборник задач по теории аналитических функций. М.: Наука, 1972, 411 с.
4. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. М.: Наука, 1978. 416 с.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Наука, 1984. 432 с.
6. Сидоров Ю.Ф., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1989. 480 с.

Алгебра

1. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1974.
2. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: Наука, 1974.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука. 1977.
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.: Наука, 1977.
5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука. 1973.
6. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Наука. 1966.

Дифференциальные уравнения

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.
2. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1959.
3. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000, 176 с.
5. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969.

Разработчик программы

Доцент кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений



П.А. Машаров