

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

**УТВЕРЖДЕНО:**

на заседании Ученого совета  
факультета математики и  
информационных технологий,  
протокол № 6  
от «20» февраля 2020 г.

Председатель Ученого совета

И.А. Моисеенко



**ПРОГРАММА**  
профильного экзамена  
для абитуриентов, поступающих на обучение  
по образовательной программе

**МАГИСТРАТУРЫ**  
на направление подготовки:

01.04.01 Математика

Донецк, 2020

## **Содержание программы**

1. Введение.....	3
2. Объем требований для поступающих на направление подготовки 01.04.01	
Математика .....	3
3. Порядок проведения и критерии оценивания .....	3
4. Образец экзаменационного билета.....	6
5. Список рекомендованной литературы.....	7

## 1. Введение

Главной целью профильного экзамена является определение практической и теоретической подготовленности бакалавра и проводится с целью определения соответствия знаний, умений и навыков абитуриентов требованиям обучения по образовательной программе магистратуры на направлении подготовки 01.04.01 – Математика (магистерская программа Математика).

К вступительным испытаниям допускаются лица, имеющие диплом бакалавра или специалиста.

Программа профильного экзамена составлена на основе базовых положений следующих учебных дисциплин: математический и комплексный анализ, алгебра (линейная алгебра), дифференциальные уравнения.

Программа содержит понятия, теоремы, факты, которые должен знать абитуриент для выполнения практических заданий, типы задач, список литературы.

## 2. Объем требований для поступающих на направление подготовки 01.04.01 Математика

### Математический и комплексный анализ

Элементарные функции, их свойства и графики. Предел и непрерывность функции, точные грани. Дифференцирование функций одного и нескольких переменных. Методы вычисления определенного интеграла. Экстремум, условный экстремум, нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на множестве. Кратные интегралы, замена переменных. Применение интегралов для вычисления площадей плоских фигур, объемов тел. Функциональные и степенные ряды (абсолютная и неабсолютная сходимость, формула Коши-Адамара, непрерывность и дифференцируемость степенного ряда).

Действия с комплексными числами, действительная и мнимая часть, решение уравнений, изображение множеств на комплексной плоскости. Моногенность и голоморфность функции комплексного переменного. Ряды Тейлора и Лорана, вычеты. Интегрирование функции комплексного переменного (интегральная теорема Коши, применение вычетов).

### Алгебра

Матрицы и операции с ними. Определители матриц: определения, основные свойства и способы вычисления. Ранг матрицы. Обратная матрица. Многочлены и их корни, кратность корня. Системы линейных уравнений, матричные уравнения и методы их решения. Совместность системы линейных уравнений. Линейное пространство, подпространство. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов, размерность и базис. Эвклидовы пространства. Скалярное произведение векторов. Билинейные и квадратичные формы. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Линейный оператор и его матрица. Ядро и образ. Собственные числа и собственные векторы. Ортогональный базис. Ортогональная проекция.

### Дифференциальные уравнения

Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Построение частного решения. Задача Коши. Элементарные методы интегрирования уравнений первого порядка. Решение задачи Штурма-Лиувилля. Краевая задача. Функция Грина.

## 3. Порядок проведения и критерии оценивания

Вступительное испытание проводится в один этап в форме письменного экзамена, по билетам. Экзаменационные задания должны быть выполнены в течение 150 минут. На экзамен

допускаются абитуриенты при наличии листа результатов вступительных испытаний (экзаменационного) и документа с фотографией, удостоверяющего личность (паспорта). При себе необходимо иметь шариковую ручку с пастой синего цвета.

Во время проведения экзамена абитуриентам запрещается свободно перемещаться по аудитории, общаться друг с другом, пользоваться справочными материалами, телефонами, смартфонами, калькуляторами, линейками, транспортирами, циркулями, карандашами, другими посторонними предметами.

Ответ абитуриента рассматривается экзаменационной комиссией и оценивается на закрытом заседании по сто балльной шкале.

Каждый экзаменационный билет содержит пять задач: две по математическому анализу, одна по дифференциальным уравнениям, одна по алгебре, одна по комплексному анализу. Образец билета, изображающий его форму, находится в соответствующем разделе данной программы. При этом типы задач, входящих в билет, могут отличаться от приведенных в различных пакетах экзаменационных заданий.

**Каждый билет может содержать задачи таких типов.**

1. Исследование функции одной или нескольких переменных на экстремум.
2. Нахождение точных граней функции одной или нескольких переменных на множестве.
3. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел.
4. Исследование сходимости функционального ряда, функции, заданной в виде степенного ряда, на непрерывность и дифференцируемость.
5. Исследование функции комплексного переменного на моногенность и голоморфность, восстановление голоморфной функции по её действительной или мнимой части и значению в точке.
6. Вычисление контурных интегралов от функций комплексного переменного.
7. Решение дифференциальных уравнений и задач Коши.
8. Действия с матрицами (вычисление определителя, обратной матрицы) и их применение, решение систем линейных уравнений.
9. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа, арифметические действия с комплексными числами, извлечение корней.
- Применение схемы Горнера: распознавание корня многочлена, отыскание кратности корня многочлена.
10. Распознание подпространства, базиса, линейного оператора.
11. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому, отыскание матрицы перехода от одного базиса к другому.
12. Процесс ортогонализации системы векторов в евклидовом пространстве.
13. Приведение вещественных квадратичных форм к каноническому виду.
14. Отыскание собственных значений, собственных векторов, матрицы линейного оператора.

Каждое задание оценивается исходя из максимальных 20 баллов по следующим критериям.

**А) Задание оценивается в 20 баллов, если его решение удовлетворяет каждому из следующих условий:**

1. Ход решения правильный, все этапы решения последовательны.
2. Решение содержит все необходимые обоснования, пояснения, ссылки на используемые утверждения.
3. В решении правильно и точно выполнены все арифметические и алгебраические действия и упрощения.
4. Решение задачи завершается словом «Ответ», после которого приведен правильный и полный ответ, который полностью соответствует поставленному в задаче вопросу.

**Б)** Задание оценивается в 0 баллов, если его решение отсутствует или это решение удовлетворяет по крайней мере одному из следующих условий:

- Решена задача с другим условием.
- Приведён ответ, но отсутствует решение.
- Решение не содержит продвижений в направлении получения правильного ответа.
- Решение задачи основано на неверных предположениях.
- На начальном этапе решения допущена ошибка, которая обусловила изменение степени сложности или хода правильного решения исходной задачи.
- В приведенном решении содержится значительное количество ошибок.
- Решение разбросано в разных местах экзаменационной работы без соответствующих сопроводительных комментариев абитуриента.

**В)** Задание оценивается в 13 баллов, если его решение не может быть охарактеризовано ни одним из положений пункта **Б)** и почти полностью удовлетворяет требованиям пункта **А)**. Допустимые нормы отклонения с пунктами **А)** декларируются каждым из следующих подпунктов:

- Решение не завершается специально выделенным ответом.
- Ответ не точный или не соответствует поставленному в задаче вопросу.
- В решении пропущены одно-два обоснования или допущены одна-две ошибки вычислительного характера, что не повлияло на изменение хода правильного решения задачи.

**Г)** Задание оценивается в 7 баллов, если его решение не может быть охарактеризовано ни одним из положений пункта **Б)** и лишь частично удовлетворяет требованиям пункта **А)**, при этом степень расхождения с требованиями пункта **А)** не укладывается в допустимые нормы, задекларированные пунктом **В)**. Решение, оцененное в 7 баллов, обычно характеризуется следующими условиями:

- Нарушена логика решения, хотя некоторые важные логические заключения или вычисления сделаны правильно.
- Получен верный ответ, но отсутствуют важные логические связи.
- Приведенное решение содержит 3-4 арифметические ошибки, которые не повлияли на правильный ход решения задачи.

Количество баллов за всю работу вычисляется как сумма баллов за все задания.

Максимальное количество баллов, полученных за решение заданий, составляет **100** баллов.

#### Шкала перевода полученных абитуриентами баллов в пятибалльную систему

100-балльная шкала	Пятибалльная шкала
0-59	«2» (неудовлетворительно)
60-74	«3» (удовлетворительно)
75-89	«4» (хорошо)
90-100	«5» (отлично)

**Примечание.** Лица, получившие 0–59 баллов (по 100-балльной шкале) считаются получившими оценку «неудовлетворительно».

Все решения и ответы должны вноситься в бланк ответов. Допускается использование только шариковой ручки с пастой синего цвета. Обязательно фиксируется номер билета на первом листе бланка ответов. Никакие лишние пометки на бланке ответов не допускаются.

#### 4. Образец экзаменационного билета

УТВЕРЖДЕНО

на заседании Ученого совета факультета  
математики и информационных технологий  
протокол № 6 от «20» февраля 2020 г.  
Председатель Ученого совета

И. А. Моисеенко

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»  
Факультет математики и информационных технологий

Профильный экзамен

ОП

Форма обучения

Направление подготовки

Магистратура

Очная/заочная

01.04.01 Математика

#### БИЛЕТ № XX

1. Исследуйте функцию  $f(x, y)$  на экстремум (найдите и классифицируйте все её точки экстремумов), если  $f(x, y) = e^{2x}(y^2 + x)$ .
2. Найдите объём тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ,  $z = 0$ ,  $x^2 + y^2 = x$ ,  $x^2 + y^2 = 2x$ .
3. Решите дифференциальное уравнение  $y'' - 2y' + 2y = 6e^x \sin x$ .
4. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$ .
5. Исследуйте функцию  $w$  на моногенность, голоморфность (найдите точки, в которых функция моногенна и области, в которых она голоморфна), если  $w = \cos(z + 2\bar{z})$ .

Председатель Приемной комиссии

С. В. Беспалова

Председатель экзаменационной комиссии

Д. В. Лиманский

Год поступления 2020

## 5. Список рекомендованной литературы

### Математический анализ

1. Архипов Г.В., Садовничий В.А., Чубаринов В.Н. Лекции по математическому анализу. М.: Высшая школа, 1999.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сенцов Б.Х. Математический анализ. М.: Наука, 1979.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Наука. Т.1, 1985; Т.2, 1987; Т.3, 1988.
4. Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу. М.: ФИЗМАТЛИТ. Т.1,2,3 2003.
4. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. М.: Изд-во МФТИ, 2000.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1,2,3. М.: Наука, 1970.

### Комплексный анализ

1. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М.: Наука, 1969. 240 с.
2. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 312 с.
3. Евграфов М.А. Сборник задач по теории аналитических функций. М.: Наука, 1972, 411 с.
4. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. М.: Наука, 1978. 416 с.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Наука, 1984. 432 с.
6. Сидоров Ю.Ф., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1989. 480 с.

### Алгебра

1. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1974.
2. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: Наука, 1974.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука. 1977.
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.: Наука, 1977.
5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука. 1973.
6. Прокуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Наука. 1966.

### Дифференциальные уравнения

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.
2. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1959.
3. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000, 176 с.
5. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969.

Разработчик программы

Доцент кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений

П.А. Машаров