«Золотой сундучок 2019»

Ответы к заданиям для учащихся 5 класса

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
В	Б	А	В	Д	В	Б	Г	А	Д	За 120 дней.	4 и 16	Может	Можно.

Решения заданий для учащихся 5 класса

1. Чтобы наполнить водой 10-литровое ведро, понадобилось влить в ведро на 5 чашек, наполненных водой, больше, чем, поллитровых банок. Какова вместимость чашки? (1л =1 000 мл).

А. 250 мл. **Б.** 300 мл. **В.** 400 мл. **Г.** 450 мл.

Решение. Наполнить 10-литровое (10 000 мл) ведро водой можно 20-ю поллитровыми (500 мл) банками, так как 10 000:500 = 20.

Из условия следует. что 10-литровое ведро водой можно заполнить 20 + 5 = 25 чашками. Следовательно, вместимость чашки равна 10 000:25 = 400 мл.

Ответ. В. 400 мл.

2. На сайте «Антиплагиат» можно за одну загрузку проверить текст, содержащий не более 10 000 знаков. Какое наибольшее количество полных страниц текста можно проверить за 5 загрузок, если на каждой странице 35 строк, а в каждой строке 60 знаков?

А. 15. **Б.** 20. **В.** 25. **Г.** 30.

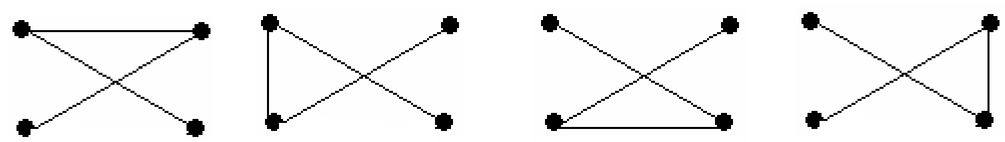
Решение. На каждой странице 35·60 = 2100 знаков. Так как 10000 – 4·2100 = 1600,то за одну загрузку можно проверить 4 страницы, но не более 4-х страниц. Действительно, на одной странице 35·60 = 2400 знаков. Количество страниц, которое можно проверить за 1 загрузку, равно неполному частному от деления числа 10 000 на 2 400, то есть 4. Следовательно, за 5 загрузок можно проверить 20 страниц. Но не более, так как остаток от этого деления равен 10 000 – 2400·4 = 400, а 400·5 = 2000, что меньше 2400.

Ответ. Б. 20.

3. Сколькими способами через четыре точки, изображённые на рисунке, можно провести три отрезка так, чтобы получился треугольник?

А. 4-мя. **Б.** 5-ю. **В.** 6-ю. **Г.** 8-ю.

Решение. По условию, искомые три отрезка должны проходить через все 4 точки и образовывать треугольник. Поэтому два из этих отрезков обязательно должны соединять точки, расположенные через одну. Тогда для третьего отрезка есть 4 возможности (см. рис.). Следовательно, искомых способов 4.



Ответ. А. 4-мя.

4. Планируется, что в финальной части турнира чемпионата мира по футболу 2022 года будет участвовать 32 команды, разделённые на 8 групп, в каждой группе четыре команды. Каждая команда в групповой части турнира будет играть с каждой по одному матчу. В плей-офф (организация соревнования, при которой участник выбывает из турнира после первого же проигрыша) выходят от каждой группы две команды, занявшие первые два места. Далее будут проводиться игры одной восьмой финала, четвертьфинала, полуфинала, игра за 3-е место и финальный матч. Сколько игр в финальной части турнира проведёт команда — победительницы турнира?

А. 5. **Б.** 6. **В.** 7. **Г.** 8.

Решение. Так как каждая команда в групповой части турнира будет играть с каждой по одному матчу, то каждая команда в этой части турнира проведёт по 3 матча. Команда-победительница будет игрпть в одной восьмой финала, четвертьфинале, полуфинале и финальном матче. Следовательно, общее количество игр этой команды равно 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7.

Ответ. В. 7.

5. На листе бумаги провели несколько горизонтальных прямых и несколько вертикальных, при этом образовалось 9 прямоугольников, не содержащих внутри точек пересечения прямых. Сколько проведено горизонтальных и сколько вертикальных прямых?

А. 3; 3. **Б.** 4; 3. **В.** 3; 4. **Г.** 4; 4.

Решение. На рисунках 1 – 4, соответствующих ответам А – Г, проиллюстрированы все случаи, приведенные в ответах. На рис. 1 четыре прямоугольника, не содержащие внутри точек пересечения прямых, на рис. 2 и 3 — шесть, на рис. 4 — девять. Следовательно, проведено 4 горизонтальные прямые и 4 вертикальные.

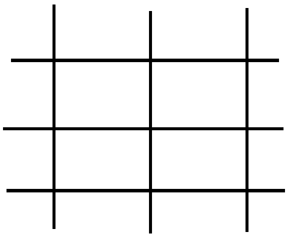


Рис. 1

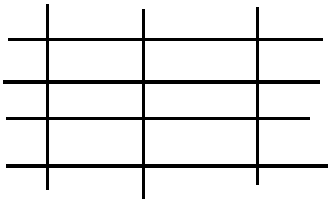


Рис. 2

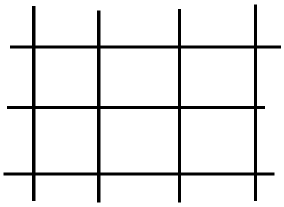


Рис. 3

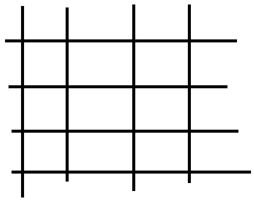


Рис. 4

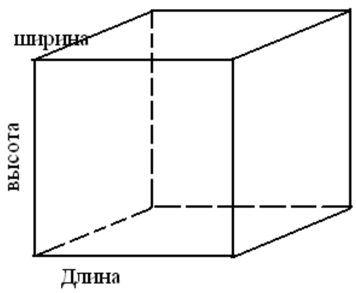
Анализируя рисунки, можно сделать вывод, что количество прямоугольников, не содержащих внутри точек пересечения прямых равно произведению уменьшенных на единицу количеств горизонтальных и вертикальных прямых: 4 = (3 – 1)(3 – 1), 6 = (3 – 1)(3 – 1), 9 = (4 – 1)(4 – 1). Отсюда следует, что количества горизонтальных и вертикальных прямых равно увеличенным на единицу двум множителям, на которые разлагается указанное количество прямоугольников (каждое — одному множителю). Так как 9 = 3·3 = 1·9 = 9·1, то искомые количества линий равны 3 + 1= 4 и 3 + 1 = 4, или 2 и 10, или 10 и 2. Правильный ответ не приведен.

Ответ. Д. 4; 4.или 2; 10 или 10;2.

6. Пете на день рождения подарили большую прямоугольную коробку, плотно упакованную кубиками. Длина коробки равна сумме длин 6 рёбер кубика, ширина — сумме длин 5 рёбер кубика, высота — сумме длин 4 рёбер кубика (см. рис.). Он начал из этих кубиков строить башню. Вначале он снял из коробки верхний слой кубиков, затем боковой слой, и, наконец, передний слой. Сколько кубиков осталось в коробке?

А. Определить невозможно. **Б.** 90. **В.** 60. **Г.** 45.

Решение. Количество кубиков в верхнем слое равно произведению ширины на длину, то есть 5·6 = 30. После снятия верхнего слоя высота кубиков в коробке уменьшилась на длину одного ребра и стала равной сумме длин 3 рёбер кубика, ширина и длина не изменились. Количество кубиков в боковом слое равно произведению высоты на ширину, то есть 3·5 = 15 кубикам. После снятия бокового слоя длина кубиков в коробке уменьшилась на длину одного ребра и стала равной сумме длин 5 рёбер кубика, ширина и высота не изменились. Количество кубиков в переднем слое равно произведению высоты на длину, то есть 3·5 = 15.



Таким образом, всего Петя снял 30 + 15 + 15 = 60 кубиков. Общее количество кубиков в коробке равно 6·5·4 = 120. Следовательно, в коробке осталось 120 – 60 = 60 кубиков.

Ответ. В. 60.

7. В заключительном туре олимпиады по математике принимало участие 16 семиклассников. Семь учащихся получили более высокие баллы, чем Таня, а пять — более низкие, чем Вадим. Сколько учащихся получили больше баллов, чем Вадим, но меньше, чем Таня?

А. 4. **Б.** Не более 2-х Не менее 2-х. **В.** Не менее 2-х. **Г.** 2.

Решение. Из условия следует, что у Тани более высокий балл, чем у Вадима, и 7 + 5 = 12 учащихся имеют или более высокий балл, чем у Тани, или более низкий балл, чем у Вадима. Следовательно, искомое количество учащихся не более, чем 16 – 12 – 2 = 2. Так как из условия не следует, что у двоих не может быть равного количества баллов с Таней или с Вадимом, то правильным является ответ В: если с одним из них, то искомое значение равно 1, если у одного с Вадимом, а у другого с Таней, то 0.

Ответ. Б. Не более 2-х.

8. Какое наименьшее количество учащихся можно направить из 15 школ района на районную математическую олимпиаду так, чтобы из всех школ было направлено различное количество учащихся? (школа может никого не посылать на олимпиаду).

А. 120. **Б.** 115. **В.** 110. **Г.** 105.

Решение. Наименьшее количество учащихся, удовлетворяющее условиям задания, будет направлено, если из 15 школ будет направлено 0, 1, 2, …, 14 учащихся, то есть всего $0 + 1 + 2 + \ldots + 14 = (1 + 14) + (2 + 13) + (3 + 12) + (4 + 11) + (5 + 10) + (6 + 9) + (7 + 8) = 15\cdot 7 = 105$ учащихся.

Ответ. Г. 105.

9. За круглым столом сидят 6 игроков с номерами от 1 до 6. Каждый из них первоначально имеет по одному значку. Первый игрок передает значок второму, после чего второй передает два значка третьему. Затем третий игрок передает значок четвертому, а четвертый два значка пятому и т.д. Игроки поочередно передают значок или два значка следующему игроку, у которого еще есть значки; игрок, лишившийся значков, выбывает из игры и покидает стол. У игрока с каким номером окажутся все значки, то есть игрок с каким номером станет победителем?

А. №3. **Б.** №4. **В.** №5. **Г.** №6.

Решение. После первого круга, т.е. в тот момент, когда игрок №6 уже отдал свои значки, а следующий по кругу игрок еще не получил, из игры выбывают первый игрок и все игроки с четными номерами, а у оставшихся (№3 и №5) будет по два значка.
После второго круга у них будет соответственно 3 значка и 1 значок. После третьего — 4 значка и 0 значков (№5 уже отдал свои значки, а №3 еще не получил), и, наконец, у игрока №3 окажутся все 6 значков. Он и будет победителем игры. **Ответ. А.** №3.

10. В спортивном лагере 120 человек, причём некоторые из них всегда лгут, а остальные всегда говорят правду. Каждый член спортивного лагеря занимается одним из четырёх видов спорта — плаванием, футболом, баскетболом и гимнастикой. Каждому из них задали четыре вопроса:

1) Занимаетесь ли Вы плаванием?
2) Занимаетесь ли Вы футболом?
3) Занимаетесь ли Вы баскетболом?
4) Занимаетесь ли Вы гимнастикой?

На первый вопрос утвердительно ответили 50 человек, на второй — 40 человек, на третий — 30 человек и на четвёртый — 20 человек. Сколько лжецов в лагере?

А. 30. **Б.** 25. **В.** 20. **Г.** 15

Решение. Лжецы на поставленные вопросы трижды отвечали «да», а остальные говорили «да» только один раз. Всего было сказано «да» $50 + 40 + 30 +20 = 140$ раз. Это число состоит из 120 ответов, сделанных каждым членом спортивного лагеря (и говорящими правду, и лжецами), и ещё из $140 – 120 = 20$ ответов лжецов, каждый из которых ещё $3 – 1 = 2$ раза сказал «да». Следовательно, в лагере $20:2 = 10$ лжецов. Правильный ответ не приведен.

Ответ. Д. 10.

11. Фермер купил три курицы-несушки за 920 зедов (зед — условная денежная единица). Одна курица несла по 3 яйца через каждые 4 дня, вторая — по 2 яйца через каждые 3 дня, а третья — по 1 яйцу через каждые 2 дня. Продавал он все яйца по 20 зедов за 5 штук. За какое время окупятся куры?

Решение. Чтобы окупились куры, нужно продать $920:20\cdot 5 = 230$ яиц (по-моему, это требует объяснения). Наименьшее общее кратное чисел 4, 3 и 2 равно 12. За 12 дней (откуда взялось число 12?) первая курица снесёт $3\cdot 12:4 = 9$ яиц, вторая — $2\cdot 12:3 = 8$ яиц, а третья — $1\cdot 12:2 = 6$ яиц, три курицы $9 + 8 + 6 = 23$ яйца (более естественно: $12:4\cdot 3 = 9$ и т. д.). Следовательно, 230 яиц они снесут за $12\cdot(230:23) = 120$ дней (это тоже, на мой взгляд, требует объяснения).

Ответ. За 120 дней.

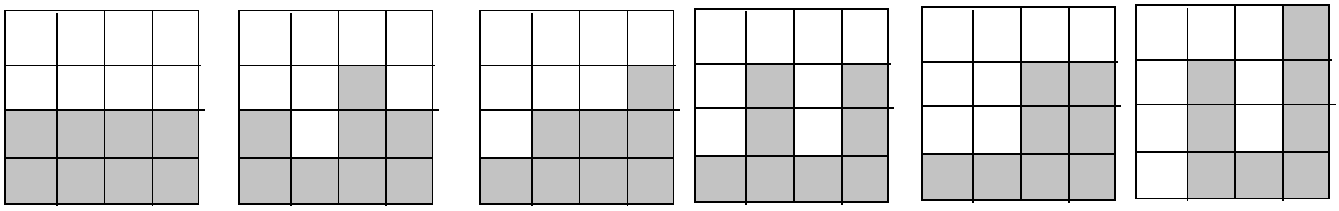
12. В первой коробке в 4 раза меньше карандашей, чем во второй коробке. Когда из второй коробки переложили в первую 5 карандашей и ещё выложили из неё 2 карандаша, то в обеих коробках карандашей стало поровну. Сколько карандашей было в каждой коробке первоначально?

Решение. Количество карандашей в первой коробке примем за 1 часть, тогда количество карандашей во второй коробке составляет 4 части. Во второй коробке на $5 + 5 + 2 = 12$ карандашей больше, чем в первой. Эта разность составляет $4 – 1 = 3$ части. Следовательно, на одну часть приходится $12:3 = 4$ карандаша, то есть в первой коробке 4 карандаша. Тогда во второй — $4\cdot 4 = 16$ карандашей.

Ответ. 4 и 16.

13. Приведите 6 различных способов разрезания квадрата, состоящего из 16 клеток, на две равные части, если разрезы можно делать только по сторонам клеток.

Решение. На рисунках приведено 6 различных способов разрезания квадрата, состоящего из 16 клеток, удовлетворяющие условию.



14. Рыболовы поймали 19 рыбин массой 100 г, 200 г, …, 1900 г. Можно ли весь улов поделить поровну между 10 рыболовами, не разрезая рыб? Если можно, то как? Если нельзя, то почему?

Решение. Масса 19 рыбин равна 100 + 200 + 300 + … + 1700 + 1800 + 1900 = (100 + 1900) + (200 + 1800) + (300 + 1700) + (400 + 1600) + (500 + 1500) + (600 + 1400) + (700 + 1300) + (800 + 1200) + (900 + 1100) + 1000 = 2000·9 + 1000 = 19 000 г. Чтобы поделить весь улов поровну между 10 рыболовами, каждому нужно выдать по 19 000:10 = 1900 г.

Распределение рыб представлено в следующей таблице.

№ рыболова	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Масса рыб, г	1900	1800 + 100	1700 + 200	1600 + 300	1500 + 400	1400 + 500	1300 + 600	1200 + 700	1100 + 800	1000 + 900

Ответ. Можно.