Решения заданий для учащихся 7 класса

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Б	Г	Б	В	В	Г	Г	А	Б	А	Такого игрока нет.	8	$\frac{1}{2}$	Не найдется

1. Для заполнения бочки водой 6-литровыми ведёрками нужно на 14 ведёрок воды больше, чем это можно сделать 10-литровым ведром. Сколько воды вмещает бочка?

А. 180 л. **Б.** 210 л. **В.** 240 л. **Г.** 270 л.

Решение. Обозначим через x количество 10-литровых вёдер воды, которые требуются для заполнения бочки. Тогда 6-литровых ведёрок нужно для этих целей $x + 14$. Из условия следует равенство $10x = 6(x + 14)$, или $4x = 84$, $x = 21$. Следовательно, бочка вмещает $10\cdot21 = 210$ л воды.

Ответ. Б. 210 л.

2. В студенческом общежитии Петя посчитал сумму номеров 7 комнат, занумерованных последовательными натуральными числами, и получил число 98. Каков номер 4-й комнаты?

А. 11. **Б.** 12. **В.** 13. **Г.** 14.

Решение. Пусть номер первой из указанных комнат равен x. Тогда сумма номеров 7 комнат равна $x + (x + 1) + (x + 2) + \ldots + (x + 6) = 7x + 1 + \ldots + 6 = 7x + 21$. По условию, $7x + 21 = 98$, или $7x = 77$, $x = 11$. Тогда номер четвёртой комнаты $11 + 3 = 14$.

Ответ. Г. 14.

3. Если Петя отдаст Маше 8 рублей, то у них будет денег поровну. А если Маша отдаст Пете 8 рублей, то у Пети будет денег в два раза больше, чем у Маши. Сколько всего денег у ребят?

А. 106 рублей. **Б.** 96 рублей. **В**. 72 рубля. **Г.** 48 рублей.

Решение. Обозначим через x руб сумму денег у Пети. Поскольку Петя, отдав Маше 8 рублей, сравняет их суммы денег, то у Пети денег больше, чем у Маши, на 8 + 8 = 16 руб. Поэтому у Маши $(x – 16)$ руб. Из условия следует равенство $x + 8 = 2(x – 16 – 8)$ или $x = 56$. Следовательно, у Пети 56 рублей, а у Маши 40 рублей. Всего у ребят 96 рублей.

Ответ. Б. 96 рублей.

4. В магазине X цена на некоторое мобильное приложение снизилась на 60%, а в магазине Y на это приложение такой же стоимости цена снизилась в 2,5 раза. Где ниже цена этого приложения после переоценки?

А. В магазине X. **Б.** В магазине Y.

В. Одинаковы. **Г.** Данных недостаточно для принятия решения.

Решение. Обозначим через a руб. стоимость мобильного приложения до снижения цены. Тогда в магазине X оно после снижения стала стоить $0{,}4a$ руб., а в магазине Y — $a: 2{,}5 = a : 5/2 = 0{,}4a$ руб. Следовательно, цены в магазинах X и Y снова одинаковые.

Ответ. В. Одинакова.

5. Планируется, что в финальной части турнира чемпионата мира по футболу 2022 года будут участвовать 32 команды, разделённые на 8 групп, в каждой группе четыре команды. Каждая команда в групповой части турнира будет играть с каждой по одному матчу. В плей-офф (организация соревнования при которой участник выбывает из турнира после первого же проигрыша выходят от каждой группы две команды, занявшие первые два места. Далее будут проводиться игры одной восьмой финала, четвертьфинала, полуфинала, игра за 3-е место и финальный матч. Сравните количество игр n, сыгранных в финальной части турнира командой — победительницей турнира с количеством игр m, сыгранных командой, занявшей в турнире 4-е место.

А. $n < m$. **Б.** $n > m$. **В.** $n = m$. **Г.** Сравнить невозможно.

Решение. Так как каждая команда в групповой части турнира будет играть с каждой по одному матчу, то каждая команда в этой части турнира проведёт по 3 матча. Команда-победительница будет играть в одной восьмой финала, четвертьфинале, полуфинале и финальном матче. Команда, занявшая 4-е место, будет играть в одной восьмой финала, четвертьфинале, полуфинале и матче за 3-е место. Следовательно, каждая из этих команд проведёт по $3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7$ игр.

Ответ. В. $n = m$.

6. Четыре человека A, B, C, D обвиняются в грабеже. Известно, что

1) Если A виновен, то B также виновен;
2) Если B виновен, то либо C виновен, либо A не виновен;
3) Если D не виновен, то A виновен и C не виновен;
4) Если D виновен, то A также виновен.
Сколько человек из этих четырех виновны?

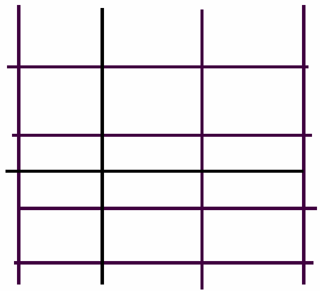
А. 1. **Б.** 2. **В.** 3. **Г.** 4.

Решение. Возможны 2 случая: D виновен и D не виновен. Если D виновен, то из 4) вытекает, что A виновен. Но тогда из 1) следует, что B виновен, а из 2) — C виновен, то есть виновны все четверо.
Если же D не виновен, то из 3) следует, что A виновен и C не виновен. Но тогда из 1) вытекает, что B виновен, а из 2) следует, что либо C виновен, либо A не виновен. Обе возможности противоречат предыдущим выводам, поэтому этот случай невозможен. Следовательно, виновны все четверо.

Ответ. Г. 4.

7. На плоскости даны m горизонтальных прямых и n вертикальных. Сколько прямоугольников, не содержащих внутри точек пересечения прямых, они образуют?

А. mn. **Б.** $(m-1)n$. **В.** $m(n-1)$. **Г.** $(m-1)(n-1)$.



Решение. При пересечении m горизонтальных прямых с n вертикальными образуется $(m-1)$ «строк» и «$(n-1)$» столбцов, всего $(m-1)(n-1)$ пар, состоящих из строки и столбца. Каждая такая пара образует прямоугольник, не содержащий внутри точек пересечения прямых. Таким образом, будет образовано $(m-1)(n-1)$ таких прямоугольников. На рисунке представлен пример, в котором $m = 5$, $n = 4$. Получилось $(5-1)(4-1) = 12$ таких прямоугольников.

Ответ. Г. $(m-1)(n-1)$.

8. Пете на день рождения подарили большую прямоугольную коробку с кубиками. Он начал из этих кубиков строить башню. Вначале он снял из коробки верхний слой — 77 кубиков, затем боковой слой — 55 кубиков, и, наконец, передний слой. Сколько кубиков осталось в коробке?

А. 300. **Б.** 350. **В.** 360. **Г.** Ответ отличен от приведенных.

Решение. У коробки есть три измерения: высота, ширина и длина. Чтобы узнать, сколько кубиков в верхнем слое, нужно ширину умножить на длину, в боковом — высоту на ширину. После того, как был снят верхний слой, высота части коробки, занятой кубиками, уменьшилась на длину одного ребра кубика, а ширина осталась прежней. То есть, числа 77 и 55 должны делиться на число, равное ширине исходной коробки. У этих чисел общие множители только 1 и 11.

Если ширина коробки равна длине одного ребра кубика, то после снятия переднего слоя ничего не останется. Но это противоречит условию.

Если считать, что ширина коробки равна сумме длин 11 рёбер кубика, то её длина будет равна сумме длин 77:11 = 7 рёбер кубика, а высота части коробки, занятой кубиками, после того, как верхний слой будет снят, — равна сумме длин 55:11 = 5 рёбер кубика. После того, как будет снят боковой слой, ширина уменьшится на длину одного ребра кубика (и станет равной сумме длин 7 – 1 = 6 рёбер кубика), а после того, как Петя снимет передний слой, длина уменьшится на длину одного ребра кубика и станет равной сумме длин 11 – 1 = 10 рёбер кубика. Таким образом, высота части коробки, занятой кубиками, равна сумме длин 5 рёбер кубика, ширина — 6, длина — 10 рёбер кубика. Следовательно, в коробке осталось $5\cdot6\cdot10 = 300$ кубиков.

Ответ. А. 300.

9. В Швамбрании длительность года такая же, как у нас, но при подсчёте возраста её жителей не учитывают субботы и воскресенья. 35-летний Пётр Васильевич поехал на заработки в Швамбранию. Каков его возраст в этой стране?

А. 28. **Б.** 25. **В.** 30. **Г.** 42.

Решение. Будем определять длительность года количеством недель в нём. Так как в Швамбрании длительность года такая же, как у нас, то она состоит количества недель. Поскольку в Швамбрании при подсчёте возраста её жителей не учитывают субботы воскресенья, то есть при этом подсчёте неделя там состоит из 5 дней, то эта неделя составляет $\frac{5}{7}$ от длительности недели у нас. Следовательно, возраст Петра Васильевича в Швамбрании составляет $\frac{5}{7}$ от его настоящего возраста или $\frac{5}{7}\cdot 35 = 25$ годам.

Ответ. Б. 25.

10. Вини-Пух и Малыш отправились одновременно из своих домов по одной и той же дороге, соединяющей их дома, навстречу друг другу. Вини-Пух преодолевает расстояние между их домами за 3 ч, а Малыш — за 4 ч. Их встреча не состоялась, если они были в пути ……

А. 1 ч 30 мин. **Б.** 1 ч 45 мин. **В.** 2 ч. **Г.** 2 ч 30 мин.

Решение. Расстояние между домами примем за 1. За 1 ч Вини-Пух преодолевает $\frac{1}{3}$ этого расстояния, а Малыш — $\frac{1}{4}$. Так как они движутся навстречу друг другу, то за 1 ч они преодолеют $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{4}$ = $\frac{7}{12}$ всего расстояния. Встреча не состоится, если в пути они будут находиться менее 1: $\frac{7}{12}$ = $\frac{12}{7}$ ч или менее $1\frac{5}{7}$ ч ≈ 1 ч 42 мин. Этому условию удовлетворяет только ответ **А.**

Ответ. А. 1 ч 30 мин.

11.За круглым столом сидят 7 игроков с номерами от 1 до 7. Каждый из них первоначально имеет по одному значку. Первый игрок передает значок второму, после чего второй передает два значка третьему. Затем третий игрок передает значок четвертому, а четвертый два значка пятому и т.д. Игроки поочередно передают значок или два значка следующему игроку, у которого еще есть значки; игрок, лишившийся значков, выбывает из игры и покидает стол. У игрока с каким номером окажутся все значки, то есть игрок с каким номером станет победителем?

Решение. После первого круга, т.е. в тот момент, когда игрок №7 уже отдал свои значки, а следующий по кругу игрок еще не получил, из игры выбывают первый игрок и все игроки с четными номерами, а у оставшихся (№3, №5 и №7) будет по два значка.

После второго круга у них будет соответственно 1 значок, 3 значка и 1 значок. После третьего — по 2 значка у каждого, далее — соответственно 1 значок, 3 значка и 1 значок, то есть повторение уже имевшей место ситуации. И т. д. Игра никогда не закончится. **Ответ.** Такого игрока нет.

12. В классе 36 учеников. Каждую неделю они участвуют в соревновании, для проведения которого их учитель разделяет на 6 команд по 6 учеников в каждой. Если это возможно, учитель разбивает учеников на команды таким способом, чтобы любые двое, однажды игравшие в одной команде, были бы в разных командах во все последующее время. Укажите наименьшее количество недель, в которые какие-то двое учащихся, по крайней мере, дважды обязательно будут в одной команде.

Решение. Обозначим одного из учеников через *а*. В каждой команде с ним должно быть 5 одноклассников из 36 – 1 = 35.Чтобы любые двое, однажды игравшие в одной команде, были бы в разных командах в последующих играх, каждая указанная «пятёрка» игроков должна состоять из различных учащихся. Таких «пятёрок» 35:5 = 7. Можно непосредственно убедиться в том, что при этом все шесть команд можно сформировать так, чтобы выполнялось указанное требование. Следовательно, наименьшее количество недель, в которые какие-то двое учащихся, по крайней мере, дважды обязательно будут в одной команде, равно 8.

Ответ. 8.

13. Имеется два правильных игральных кубика На одном из них на трёх гранях изображена 1 точка, на трёх — 3 точки, на другом — на 2-х гранях 2 точки, на остальных — 4 точки. Какова вероятность, что при одновременном подбрасывании двух кубиков на верхних гранях будет изображено всего 5 точек?

Решение. Опыт состоит в одновременном подбрасывании двух игральных кубиков. В результате его проведения может произойти $6 \cdot 6 = 36$ равновозможных исходов. Пять точек на верхних гранях будет изображено при выпадании пар (1; 4) или (3; 2). Первая пара выпадает при $3 \cdot 4 = 12$ исходах, вторая — при $3 \cdot 2 = 6$ исходах, то есть пять точек выпадает при $12 + 6 = 18$ исходах. Искомая вероятность равна $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

Ответ. $\frac{1}{2}$.

14. У 10 девочек было по 10 конфет. Каждая девочка подарила несколько конфет другим (конфеты, полученные в подарок, девочки оставляют себе). В результате у всех девочек оказалось разное количество конфет. Найдется ли такая девочка, которая подарила конфет не меньше, чем у нее их оказалось в конце?

Решение. Предположим, что каждая девочка подарила конфет меньше, чем у нее оказалось в конце. Поскольку конфеты, полученные в подарок, девочки оставляют себе, то у каждой девочки оказалось в конце не менее 6 конфет: в противном случае они получат не меньше, чем у них окажется в конце. Так как у всех девочек в конце было разное число конфет, то суммарное количество конфет, которое было в конце у всех девочек, не меньше чем $6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 105$. Этого не может быть, потому что вначале у девочек было в сумме $10 \cdot 10 = 100$ конфет. Полученное противоречие доказывает, что не найдется такая девочка, которая подарила конфет не меньше, чем у нее их оказалось в конце.

Ответ. Не найдется