Решение заданий для 8 класса

1. В супермаркете проводится акция: за покупку товаров на сумму не меньшую 2000 руб., но не большую 3000 руб., покупатель платит на 10% меньше, а при покупке товара на сумму, большую 3000 руб. — на 15% меньше суммы, превышающей 3000 руб. Покупатель за имеющиеся у него деньги может приобрести без учёта скидки товара самое большее на 3300 руб. Сколько денег было у покупателя?

А. 2800 руб. **Б.** 2855 руб. **В.** 2900 руб. **Г.** 2955 руб.

 За приобретение товара стоимостью 3000 руб. покупатель платит 3000·0,9 = 2700 руб. За приобретение товара на сумму 3300 – 3000 = 300 руб. покупатель платит ещё 300·0,85 = 255 руб. Следовательно, у покупателя было 2700 + 255 = 2955 руб.

Ответ. Г. 2955 руб.

2. Сколько существует клеток шахматной доски, в которые можно попасть из одной угловой клетки за четыре хода шахматного коня (он ходит буквой Г, см. рис.), но за меньшее количество ходов попасть нельзя?

А. 17. **Б.** 21. **В.** 25. **Г.** 35.

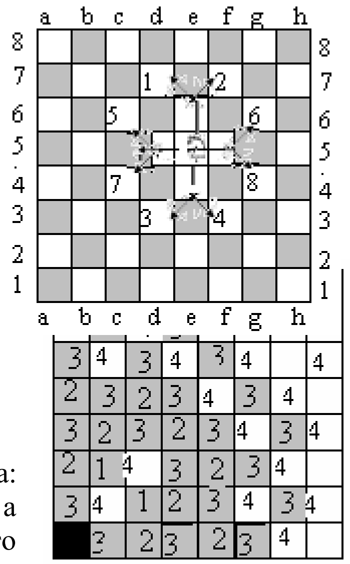


Рис. 1

 На рис. 1 серым цветом закрашены клетки, в которые можно попасть из закрашенной чёрной клетки за 1 или 2, или 3 хода (на них проставлены соответственно числа 1, или 2, или 3) и это количество ходов наименьшее, за которое можно попасть в клетку. А цифрой 4 отмечены клетки, в которые можно попасть за четыре хода, но за меньшее количество ходов попасть нельзя. Всего 21 клетка.

Ответ. Б. 21

3. Два пассажира, имея секундомеры, решили определить скорость поезда: один по стуку колёс на стыках рельсов (известно, что длина рельса 10 м), а другой — по числу телеграфных столбов, мелькавших в окне, зная, что расстояние между столбами равно 50 м. Первый пассажир при первом стуке колёс пустил в ход секундомер и на 156 стуке его остановил. Оказалось, что прошло три минуты. Второй пассажир пустил в ход свой секундомер при появлении в окне первого столба и остановил секундомер при появлении 32 столба. Его наблюдения тоже длились три минуты. Первый пассажир рассчитал, что скорость поезда 31,2 км/ч, второй — 32 км/ч. Какова истинная скорость поезда?

А. 31 км/ч. **Б.** 31,2 км/ч. **В.** 31,5 км/ч. **Г.** 32 км/ч.

 Ошиблись оба. Между первым и 156 стуками колёс поезд проехал 155·10 = 1550 м, скорость поезда равна 1550 м : 3 мин. = 1550 м : 0,05 ч = 31 км/ч.

Аналогично, между первым и 32 столбами поезд проехал 31·50 = 1550 м, скорость поезда равна 1550 м : 3 мин. = 1550 м : 0,05 ч = 31 км/ч.

Ответ. А. 31 км/ч.

4. В школьной математической олимпиаде приняли участие 3 девочки из разных классов — Даша, Маша и Нина— и 3 мальчика — Боря, Коля и Саша по одному из тех же классов, что и девочки. Боря решил 5 задач, Коля — 3, Саша — 2. Даша решила вдвое больше задач, чем ее одноклассник, Маша — втрое больше своего одноклассника, а Нина — вчетверо. Всего было решено 39 задач. Кто из девочек — одноклассница Коли?

А. Даша. **Б.** Маша. **В.** Нина. **Г.** Определить невозможно.

 Обозначим количество задач, решённых одноклассниками Даши, Маши и Нины, соответственно через $x_д$, $x_м$, $x_н$. Тогда Даша вместе с одноклассником решили $3x_д$ задач, Маша и ее одноклассник — $4x_м$ задач, Нина и одноклассник $5x_н$ задач. Из условия следует равенство $3x_д + 4x_м + 5x_н = 39$. Так как $x_д + x_м + x_н = 10$, то $x_м + 2x_н = 9$. Из пар чисел, составленных из чисел 2, 3, 5, полученному уравнению удовлетворяет только пара (2, 5), то есть $x_м = 5$, $x_н = 2$. А $x_д = 3$. Следовательно, одноклассница Коли — Даша.

Ответ. А. Даша.

5. В классе мальчики составляли треть. После того, как в начале учебного года в классе появилось 5 новых учащихся, доля мальчиков уменьшилась. Какое наименьшее количество девочек могло быть среди новых учащихся?

А. 5. **Б.** 4. **В.** 3. **Г.** 2.

 Обозначим количество учащихся в классе через x. Пусть среди 5 новичков было m мальчиков. Доля мальчиков среди учеников класса составила $\dfrac{\frac{1}{3}x+m}{x+5}$. По условию, она меньше $\dfrac{1}{3}$. Таким образом, $\dfrac{1}{3}x+m<\dfrac{1}{3}(x+5)$ или $3m < 5$, то есть $m \le 1$, так как m — целое. Наименьшее количество девочек среди новичков будет при наибольшем количестве мальчиков среди них. Следовательно, среди новичков был 1 мальчик и 4 девочки.

Ответ. Б. 4.

6. Исследователь решил самостоятельно сделать компьютерный набор рукописи. Планируя работу, он размышлял: «Если я, начиная с сегодняшнего дня, буду набирать по 15 страниц в день, то закончу работу в воскресенье, а если по 25, то — в пятницу». В какой день недели проходили эти размышления?

А. В понедельник. **Б.** Во вторник. **В.** В среду. **Г.** В четверг.

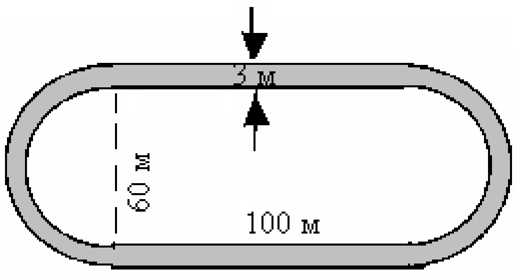
 Обозначим через n количество страниц рукописи, через k — количество полных недель, на которое он больше затратит, если будет набирать 15 страниц в день, а не 25, $k \ge 0$. По условию, $\dfrac{n}{15}-\dfrac{n}{25}=7k+2$ или $2n = 75 \cdot 7k + 150$. Из последнего равенства следует, что число k чётно. Пусть $k = 2p$. Тогда $n = 75 \cdot 7p + 75$, а $\dfrac{n}{15}=7\cdot 5p+5$, то есть на выполнение задания потребуется $5p$ недель и ещё 5 дней. Так как исследователь планировал закончить работу воскресенье, то начать он должен её в среду.

Ответ. В. В среду.

7. Спортивная площадка состоит из прямоугольного поля размерами 100 м×60 м и двух площадок, имеющих форму полукруга диаметром 60 м, примыкающих к прямоугольному полю с меньших его сторон. Спортивная площадка окружена беговой дорожкой шириной 3 м. На сколько примерно метров больше пробежит за 1 круг спортсмен, бегущий по дорожке возле ее внешней кромки, чем спортсмен, бегущий по дорожке возле ее внутренней кромки? Выберите наиболее точное значение.

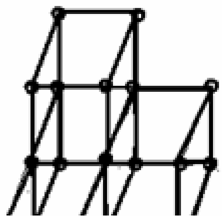
А. На 14 м. **Б.** На 16 м. **В.** На 18 м. **Г.** На 20 м.

 На рисунке изображена спортивная площадка и беговая дорожка, её окружающая. Путь бегущего по дорожке возле ее внешней кромки состоит из двух отрезков, каждый длиной 100 м, и двух полуокружностей радиусом 32,9 м (на 10 см спортсмен отстоит от кромки дорожки). Путь бегущего по дорожке возле ее внутренней кромки состоит из двух отрезков, каждый длиной 100 м, и двух полуокружностей радиусом 30,1 м. Следовательно, разность их длин равна разности длин окружностей радиусами 32,9 м и 30,1 м, то есть $5{,}6\pi \approx 18$ м.



Ответ. В. На 18 м.

8. В детском конструкторе имеется много металлических стержней одинаковой длины и соединительных шариков из которых можно собирать каркасные кубики и конструкции из таких кубиков так, что один стержень может служить ребром нескольких кубиков, а шарик – вершиной нескольких кубиков (см. рис.). Сколько понадобится шариков и стержней, чтобы собрать куб, состоящий из 8 каркасных кубиков?



А.27; 54. **Б.** 27; 48. **В.** 36; 54. **Г.** 36; 60.

 Вид сверху на такой кубик изображен на рис. 1. Для указанной на нем конструкции требуется 9 шариков и 12 стержней.

Собранный куб, состоящий из 8 каркасных кубиков, можно составить из трех конструкций, изображенных на рис 1, соединив их стержнями. Всего потребуется

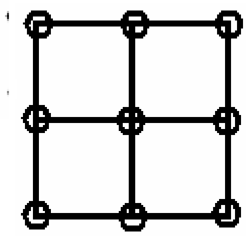


Рис. 1

27 шариков и 36 + 18 = 54 стержней.

Ответ. А. 27; 54.

9. При составлении расписания дополнительных занятий, состоящих из 4-х уроков, в субботу для учащихся 11 класса учителя высказали следующие просьбы:
1) математику поставить 1-м или 4-м уроком;
2) историю не ставить на 1-й урок;
3) физику не ставить ни на 1-м, ни на 4-м уроке;
4)русский язык не ставить на последнем уроке.
Сколько существует вариантов составления расписания, в котором будут учтены все просьбы?
А. 2. **Б.** 4. **В.** 6. **Г.** 8.
 Запишем просьбы в таблицу

Предмет	Математика	История	физика	русский язык
Номера уроков	1, 4	2, 3, 4	2, 3	1, 2, 3

Если на 1-й урок поставить математику, то на 4-й нужно поставить историю, а физику и русский язык историю можно поставить 2-я способами на 2-м и 3-м уроках.

Если на 1-й урок поставить русский язык, то на 4-й нужно поставить математику, а историю и физику можно поставить 2-я способами на 2-м и 3-м уроках.

Всего существует 4 варианта составления расписания, в котором будут учтены все просьбы.

Ответ. Б. 4.

10.Бросаем монету четыре раза. Вова считает, что имеется больше шансов для того, чтобы гербы и решки выпали по два раза. По мнению Андрея, больше шансов есть для того, чтобы одна любая сторона (герб или решка) выпала ровно три раза. Кто из них прав?
А. Вова. **Б.** Андрей. **В.** Шансы равны **Г.** Определить невозможно.
 Обозначим выпадение герба при бросании монеты буквой Г, а решки —буквой Р. Исходы четырёхкратного подбрасывания монеты следующие:
ГГГГ, ГГГР, ГГРГ, ГРГГ, ГГРР, ГРГР, ГРРГ, ГРРР
РГГГ, РГГР, РГРГ, РРГГ, РГРР, РРГР, РРРГ, РРРР
Всего 16 равновозможных исходов. Из них в 6 исходах герб и решка выпадают по 2 раза, а в 8 исходах герб или решка выпали ровно три раза (герб — в 4-х исходах и решка — в 4-х исходах). Следовательно, больше шансов есть для того, чтобы герб или решка выпали ровно три раза. Прав Андрей.

Ответ. Б. Андрей.

11. В некотором банке капитал ежегодно увеличивался на треть суммы, которая была в банке в начале года, уменьшенной 1 млн. зедов (зед — условная денежная единица). Через три года капитал банка удвоился. Сколько денег было в банке сначала?

 Пусть в банке было *а* млн. зедов. Тогда через год в банке стало $a+\frac{1}{3}(a-1)=\frac{4}{3}a-\frac{1}{3}$ (млн. зедов).

Соответственно через 2 года — $\frac{4}{3}a-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}a-\frac{1}{3}-1\right)=\frac{4}{3}a+\frac{4}{9}a-\frac{1}{3}-\frac{4}{9}=\frac{16}{9}a-\frac{7}{9}$ (млн. зедов), через три года — $\frac{16}{9}a-\frac{7}{9}+\frac{1}{3}\left(\frac{16}{9}a-\frac{7}{9}-1\right)=\frac{16}{9}a+\frac{16}{27}a-\frac{7}{9}-\frac{16}{27}=\frac{64}{27}a-\frac{37}{27}$ (млн. зедов). По условию $\frac{64}{27}a-\frac{37}{27}=2a$ или $\frac{10}{27}a=\frac{37}{27}$ Следовательно, сначала было 3,7 (млн. зедов).

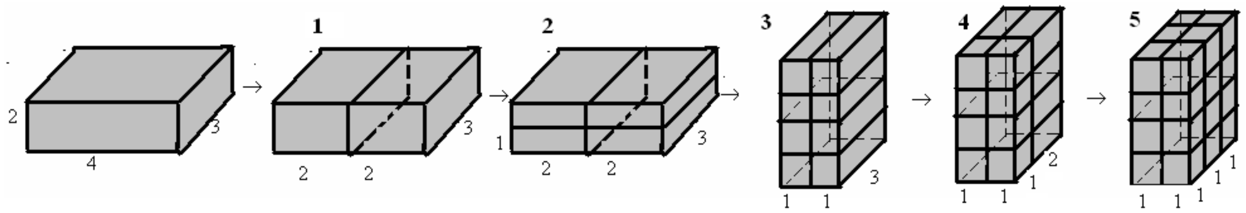
Ответ. 3,7 (млн. зедов).

12.В заключительном туре математической олимпиады приняло участие 16 восьмиклассников. Никакие двое из них не набрали одинакового количества баллов.
1) Мог ли учащийся, занявший первое место, набрать 25 баллов, если вместе все участники набрали 281 балл?
2) Мог ли учащийся, занявший первое место, набрать 25 баллов, если вместе все участники набрали 219 баллов, но каждый набрал более 5 баллов?

3) Сколько было призёров, если известно, что каждый из них набрал не менее 24 баллов, но не более 30 , а вместе они набрали 138 баллов?
 1) Если учащийся, занявший первое месть, набрал 25 баллов, то вместе все участники могли набрать не больше 25 + 24 + 23 + … + 10 = (25 + 10) + (24 + 11) + (23 + 12) + … + (18 + 17) = 35·8 = 280, что меньше 281 балла. Следовательно, не мог.
2) Так как 15 участников набрали вместе не менее, чем 6 + 7 + … + 19 + 20 = (6 + 20) + (7 + 19) + … + (12 + 14) + 13 = 26·7 + 13 = 195 баллов, то вместе с победителем все участники набрали бы не менее 195 + 25 = 220 баллов, что превышает 219 баллов. Следовательно, не мог.
3) Призёров не могло быть более 5, так как тогда бы они набрали не менее 24·6 = 144 баллов. Их не могло быть и менее 5-и, так как тогда бы они набрали не более 30·4 = 120 баллов. Пять призёров могло быть, сумма набранных ими баллов могла равняться 30 + 29 + 28 + 26 + 25 = 138.

Ответ. 1) Не мог; 2) не мог; 3) 5.

13. За какое наименьшее количество плоских разрезов прямоугольный параллелепипед размерами 2 см × 3 см × 4 см можно разрезать на кубики размерами 1 см × 1 см × 1 см, если после очередного разреза полученные части можно перекладывать?
 На приведенных рисунках показано, как это можно сделать за 5 плоских разрезов.



1-й разрез. Разрезали прямоугольный параллелепипед пополам «вертикальным» разрезом.
2-й разрез. Разрезали каждую полученную «половинку» пополам «горизонтальным» разрезом.
3-й разрез. Сложили 4 равных параллелепипеда в «столбик» и разрезали «вертикальным; разрезом каждый из них пополам.
4-й разрез. «Вертикальным» разрезом разделили «столбик» на 2 части, размеры которых указаны на рисунке.
5-й разрез. «Вертикальным» разрезом разделили большую часть пополам.
Получили 24 кубика, каждый размерами 1 см × 1 см × 1 см.
За четыре разреза этого сделать нельзя. Деление ребра длиной 2 см требует 1 разреза, ребра длиной 3 см — 2 разреза Одним разрезом ребро длиной 4 см разрезать невозможно.

Ответ. За 5.

14. В праздничной компании 10 женщин и их мужья. Какое наименьшее количество присутствующих нужно случайно выбрать для участия в конкурсе, чтобы среди них обязательно была супружеская пара?
 Очевидно, что 10 не может быть искомым числом, так как случайно могли выбрать всех женщин или всех мужчин. Докажем, что 11 им является. Для этого нужно показать, что при любом выборе 11 человек из присутствующих среди них будет супружеская пара.

Если выбрано 11 человек, то среди них больше или мужчин, или женщин. Пусть среди выбранных 6 женщин и 5 мужчин. Так как только не более четырех мужчин могут не обеспечить наличие супружеской пары среди выбранных, то среди 5 мужчин обязательно есть муж какой-то из выбранных 6 женщин. Если среди выбранных 7 женщин, то мужчин 4, а не обеспечивают наличие супружеской пары не более трех мужчин. Аналогично рассматриваются другие случаи.

Ответ. 11.