Решение заданий конкурса «Золотой ключик 2019»

для учащихся 4 – 5 классов

Ответы к заданиям с выбором ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
В	В	Б	Б	Г	А	Г	А	В	Б	В	А	Б	Б	В

1. Из еженедельника «Неделя» выпал лист, на котором есть страницы с номерами 14 и 23. Сколько страниц в этом еженедельнике?

А. 32. **Б.** 34. **В.** 36. **Г.** 40.

 Из условия следует, что в еженедельнике есть листы, на которых есть страницы с номерами 12 и 25, 10 и 27, 8 и 29 и т. д. На первом листе есть страницы с номерами 2 и 35. Следовательно, всего страниц 36.

Ответ. В. 36.

2. Коробку размерами 35 см×45 см×55 см заполняют полностью одинаковыми кубиками. Какое наименьшее количество кубиков для этого понадобится?

А. 633. **Б.** 663. **В.** 693. **Г.** 713.

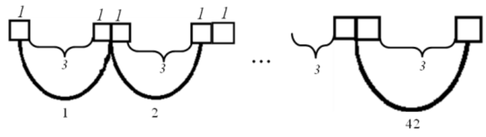
 Так как обе стороны прямоугольника размером 35 см×45 см можно разбить на равные отрезки длиной 5 см, а 35:5 = 7, 45:5 = 9, то этот прямоугольник можно разбить на 7·9 = 63 квадрата со стороной 5 см. Это наименьшее количество равных квадратов, на которые можно разбить прямоугольник размером 35 см×45 см, так как нет числа, большего 5, на которое делились бы числа 35 и 45.

Так как 55:5 = 11, то коробку размерами 35 см×45 см×55 см можно полностью заполнить кубиками размерами 5 см×5 см×5 см. Для этого понадобится 63·11 = 693 кубика. И это количество искомое.

Ответ. В. 693.

3. Цепочка состоит из 42 одинаковых колечек, наружный диаметр которых равен 6 мм, а внутренний — 4 мм. Какова длина растянутой цепочки?

А. 20 см. **Б.** 21 см. **В.** 22 см. **Г.** 23 см.



 На рисунке изображён разрез растянутой цепочки. Расстояние между 1-м и 3-м квадратиками, изображающими разрез 1-го колечка, равен по условию 4 мм. Толщина колечка равна 1 мм. Следовательно, расстояние между 1-м и 2-м квадратиками равно 3мм, длина стороны квадратика 1 мм, а длина каждой занумерованной фигуры равна 3 + 1 + 1 = 5 мм. Из рисунка следует, что искомая длина равна 5·42 = 210 мм =21см.

Ответ. Б. 21 см.

4. Нужно 124 яйца разложить в лотки по 8 и 10 яиц. Какое наименьшее количество лотков для этого потребуется?

А. 12. **Б.** 13. **В.** 14. **Г.** 15.

 Чтобы найти искомое количество лотков, рассмотрим все возможные варианты. Так как во всех лотках по 10 яиц количество яиц кратно 10, то количество яиц во всех лотках по 8 яиц должно оканчиваться цифрой 4. Следовательно, оно может равняться 24 = 8·3, 64 = 8·8, 104 = 8·13. Поэтому лотков по 8 яиц может быть или 3, или 8, или 13, а по 10 яиц — соответственно или 10, или 6, или 2, а общее количество лотков — или 13, или 14, или 15. Наименьшее из них 13.

Ответ. Б. 13.

5.В 20-этажном доме испорчен лифт: он может либо поднять на 13 этажей вверх, либо опустить на 8 этажей вниз. За сколько подъёмов и за сколько спусков можно подняться с 7-го этажа на 11-й?

А. За 4 подъёма и 5 спусков. **Б.** За 5 подъёмов и 5 спусков.

В. За 5 подъёмов и 6 спусков. **Г.** За 4 подъёма и 6 спусков.

 С 7-го этажа неисправным лифтом можно только подняться на 13 этажей вверх, то есть попасть на 20-й этаж. Отсюда можно только опуститься на 8 этажей, то есть попасть на 12-й этаж, с которого можно попасть только на 4-й этаж. С этого этажа можно подняться только на 17-й этаж, далее только на 9-й, затем на 1-й, на 14-й, на 6-й, на 19-й, с которого этим лифтом можно попасть на 11-й этаж.

Ответ. Г. За 4 подъёма и 6 спусков..

6. В волейбольном турнире каждая команда сыграла с каждой по одному разу, причём четверть команд ни разу не выиграла. Сколько команд участвовало в турнире? В волейболе нет ничьих.

А. 4. **Б.** 8. **В.** 12. **Г.** 16.

□ Только одна команда может проиграть все встречи. Действительно, если есть две команды, которые проиграли все партии, то во встрече между этими командами нет победителя, но в волейбольных играх нет ничьих. Следовательно, одна команда составляет четверть числа всех команд, участвующих в турнире, всего в турнире участвовало 4 команды.

Ответ. А. 4.

7. В течение календарного года зарплата каждый месяц повышалась на одно и то же количество зедов (зед — условная денежная единица). В феврале она составила 6750 зедов. Найдите суммарную зарплату за три месяца: январь, февраль и март.

А. 19 950 зедов. **Б.** 20 100 зедов. **В.** 20 200 зедов. **Г.** 20 250 зедов.

□ Размер зарплаты в феврале равен сумме январской зарплаты и ежемесячного её повышения. Размер зарплаты в марте равен сумме январской зарплаты и удвоенного ежемесячного её повышения. Тогда суммарная зарплата за 3 месяца первого квартала равна сумме утроенной январской зарплаты и утроенного ежемесячного повышения, то есть она превышает февральскую зарплату в 3 раза и равна $6750 \cdot 3 = 20\,250$ зедов.

Ответ. Г. 20 250 зедов.

8. Имеется много одинаковых кубиков, окрашенных разными цветами. Какое наименьшее количество цветов должно быть, чтобы из этих кубиков можно было составить куб, состоящий из 27 кубиков так, чтобы у прикладываемых граней совпадали вершины, и эти грани были разных цветов?

А. 2.   **Б.** 3.   **В.** 4.   **Г.** 5.

 Если имеются квадратики двух цветов, например, красные и синие, то из них можно составить квадрат из 9 таких квадратиков так, что у прикладываемых сторон разные цвета (см. рис. 1).

Если сначала положить 9 кубиков так, как показано на рис. 1, а на них поставить кубики, как показано на рис. 2, а затем поставить третий слой кубиков так, как на рис. 1, то получим куб, удовлетворяющий условию. Следовательно, искомое число равно 2.

с	к	с
к	с	к
с	к	с

Рис. 1

к	с	к
с	к	с
к	с	к

Рис. 2

Ответ. А. 2.

9. Антону, Борису и Валерию поручили набрать на компьютере по 100 страниц текста. Работу начали одновременно. Антон закончил свою работу первым. Когда Антон выполнил четверть своей работы, Борис и Валерий вместе набрали 45 страниц. Известно, что скорость набора каждого постоянна на протяжении всей работы. Сколько страниц осталось набрать Борису и Валерию вместе, когда Антон выполнил свою работу полностью?

А. 30.   **Б.** 25.   **В.** 20.   **Г.** 15.

 Так как скорости набора у всех ребят постоянны на протяжении всей работы, то, когда Антон закончил свою работу, Борис и Валерий вместе набрали $4 \cdot 45 = 180$ страниц из $100 + 100 = 200$ страниц, которые они вместе должны набрать. Следовательно, вместе им останется набрать $200 - 180 = 20$ страниц.

Ответ. В. 20.

10.Ваня и Петя участвовали в забеге на 1500 метров. Ваня начал забег очень резво. Первую половину пути он бежал в два раза быстрее Пети. Но затем он очень устал и вторую половину дистанции он бежал вдвое медленнее Пети. А Петя всё время бежал с постоянной скоростью и пробежал всю дистанцию за 12 минут. Сколько времени понадобилось Ване, чтобы преодолеть всю дистанцию?

А. 18 мин.   **Б.** 15 мин.   **В.** 14 мин.   **Г.** 12 мин.

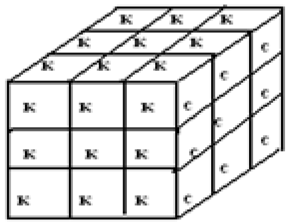
 Петя на всю дистанцию затратил 12 минут. Так как он бежал с постоянной скоростью, то половину дистанции он пробежал за 12:2 = 6 минут. Ваня первую половину дистанции бежал со скоростью, вдвое превышающей скорость Пети. Следовательно, он пробежал первую половину дистанции за 6:2 = 3 минуты. Вторую половину дистанции Петя пробежал за 6 минут, а Ваня, бежавший вдвое медленнее Пети, — за 6·2 = 12 минут. Таким образом, на всю дистанцию Ваня затратил 3 + 12 = 15 минут.

Ответ. Б. 15 мин.

11. Одну грань куба размерами 3 см×3 см ×3 см покрасили синим цветом, а остальные красным. Куб разрезали на кубики с ребром 1 см. Сколько среди них будет кубиков, у которых, по крайней мере, две грани разных цветов — красного и синего?

А. 4. **Б.**5. **В.**8. **Г.**9.

 Из рисунка видно, что все кубики, у которых одна грань синяя, кроме одного, расположенного в центре грани окрашенной в синий цвет, удовлетворяют условию — у них есть, по крайней мере, одна красная грань. Следовательно, искомое количество кубиков равно 8.



Ответ. В. 8.

12.В спортивном детском лагере дети играли в настольный теннис. Известно, что состоялось 8 партий девочек друг с другом и 18 партий мальчиков друг с другом. Кроме того известно, что каждый ребёнок сыграл с девочками на одну партию меньше, чем с мальчиками. Сколько детей играли в настольный теннис?

А. 20. **Б.** 18. **В.** 16. **Г.** 15.

 Так как каждый ребёнок сыграл с девочками на одну партию меньше, чем с мальчиками, то искомое количество детей численно равно разности количества партий, сыгранных с мальчиками, и количества партий, сыгранных с девочками. Пусть сыграно *a* партий девочек с мальчиками (столько же партий сыграли мальчики с девочками). С мальчиками сыграно 18·2 + *a* = (36 + *a*) партий, а с девочками — $8 \cdot 2 + a = (16 + a)$ партий. Следовательно, количество детей равно $(36 + a) - (16 + a) = 20$.

Ответ. А. 20.

13. На каком этаже в 10-м подъезде девятиэтажного дома может находиться квартира №340?

А. На 3-м. **Б.** На 4-м. **В.** На 5-м. **Г.** Определить невозможно.

 Нам неизвестно, сколько квартир находится на каждом этаже. Всевозможные варианты о количестве квартир на каждом этаже сведём к трём случаям: 1) не более 3 квартир; 2) 4 квартиры; 3) не менее 5 квартир.

Если на каждом этаже не более 3 квартир, то в 10 подъездах всего квартир не более $10 \cdot 9 \cdot 3 = 270$, то есть в 10-м подъезде не может находиться квартира №340.

Если на каждом этаже не менее 5 квартир, то в 9 подъездах всего квартир не менее $9 \cdot 9 \cdot 5 = 405$, то есть в 10-м подъезде не может находиться квартира №340.

Следовательно, на каждом этаже 4 квартиры. Всего в 9 подъездах ровно $9 \cdot 9 \cdot 4 = 324$ квартиры. В 10-м подъезде квартиры на 1-м этаже имеют номера 325 – 328, на втором — 329 – 332, на 3-м — 333 – 336, на 4-м — 337 – 340. Таким образом, квартира №340 находится на 4-м этаже.

Ответ. Б. На 4-м.

14. В пакете конфеты: шоколадные и карамели. Среди любых взятых из пакета 6 конфет не менее двух карамелей. А среди любых 10 конфет, взятых из пакета, не менее трёх шоколадных. Какое наибольшее количество конфет может быть в пакете?

А. 10. **Б.** 11. **В.** 12. **Г.** 16.

 Из условия следует, что шоколадных конфет не может быть больше 4. Если бы их было больше 4, то взяв 5 шоколадных конфет и одну карамель, получили бы 6 конфет, среди которых карамелей меньше двух. Аналогичными рассуждениями убеждаемся, что карамелей не может быть больше 7. Если в пакете 4 шоколадных и 7 карамелей, то условие задачи выполнено. Следовательно, искомое количество равно 4 + 7 = 11.

Ответ. Б. 11.

15. За круглым столом сидят 12 мальчиков и девочек. Какое наибольшее количество мальчиков может сидеть за столом, если известно, что между любыми двумя мальчиками не сидит ровно один человек?

А. 4. **Б.** 5. **В.** 6. **Г.** 8.

Будем рассаживать детей за столом, стараясь посадить как можно больше мальчиков так, чтобы выполнялось условие: между любыми двумя мальчиками не должен сидеть ровно один человек.

Пусть M_1, M_2 — два мальчика, сидящие рядом (рис. 1). Так как 3 мальчи-

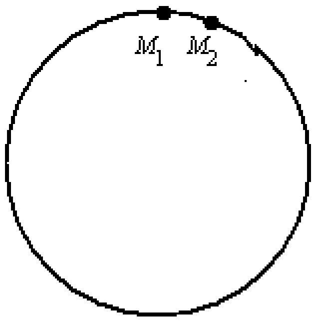


Рис. 1

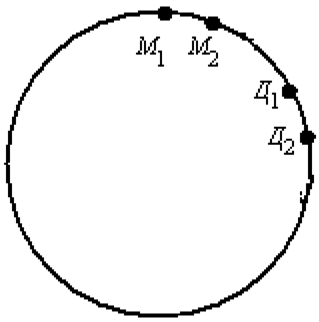


Рис. 2

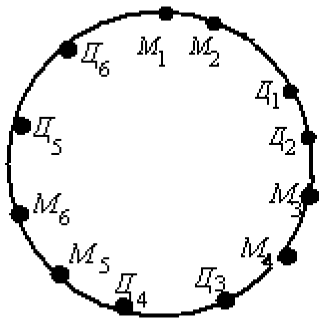


Рис. 3

ка не могут сидеть подряд, то дальше сидят девочки $Д_1$, $Д_2$,…, и их должно быть не менее двух, чтобы не нарушить указанное условие (см. рис. 2). А дальше можно сажать мальчиков, но не более двух. Продолжая эти рассуждения, приходим к выводу, что наибольшее количество мальчиков, которое можно посадить за стол, равно 6 (рис. 3).

Ответ. В. 6.

Вторая часть

1. На дачном участке необходимо выложить перед домом плиткой 20 см × 20 см площадку прямоугольной формы размером 20 м × 10 м. Сколько штук плитки для этого понадобится?

 Вдоль стороны длиной 20 м = 2 000 см укладывается в один ряд 2 000: 20 = 100 плиток. Так как вдоль стороны длиной 10 м укладывается 50 плиток, то таких рядов будет 50. Общее количество плиток равно 100·50 = 5 000.

Ответ. 5000.

2. На улице Цветной в ряд стоят 5 домов: синий, красный, жёлтый, розовый, зелёный. Дома имеют номера 1, 3, 5, 7, 9, при этом синий и жёлтый — не крайние и не средний. Красный дом соседствует только с синим. Синий дом расположен рядом с зелёным. Какого цвета дом № 5?

 Возможны два расположения домов, удовлетворяющие условию:

Цвет	К	С	З	Ж	Р
Номер	1	3	5	7	9

Цвет	Р	Ж	З	С	К
Номер	1	3	5	7	9

В обоих случаях дом № 5 зелёный.

Ответ. Зелёного.

3. Андрей подсчитал, на каком этаже он живёт: если считать снизу, то на 33-м, а если считать сверху, то на 67-м. Сколько этажей в доме Андрея?

 Число 33 равно количеству этажей от первого до того этажа, на котором живет Андрей (включительно). А число 67 равно количеству этажей от того, на котором живет Андрей, до последнего (включительно). Если мы сложим числа 33 и 67, то сумма 100 будет дважды содержать номер того этажа, на котором живет Андрей. Поэтому в доме — 100 – 1 = 99 этажей.

Ответ. 99.

4. Какова площадь поверхности фигуры, полученной приклеиванием к каждой грани кубика с ребром 2 см такого же кубика так, чтобы вершины склеиваемых кубиков совпадали?

 Поверхность указанной в условии фигуры состоит из граней шести кубиков с ребром 2 см. Так как одна грань каждого такого кубика использовалась для склеивания, то осталось 5 граней каждого из шести кубиков. Всего 6·5 = 30 квадратов со стороной 2 см. Площадь каждого такого квадрата равна $2 \cdot 2 = 4$ см^2. Следовательно, искомая площадь равна $4 \cdot 30 = 120$ см^2.

Ответ. 120 см^2.

5. Дедушка, ложась спать, посмотрел на часы. Они стояли. Он их завёл. В 7 часов утра, когда началась программа «Время», дедушкины часы показывали 6 ч 38 мин. Сколько минут стояли дедушкины часы, если в 6 часов вечера они показывали правильное время?

□ Так как в 6 часов вечера часы показывали правильное время, а в 7 часов утра отставали на 7 ч – 6 ч 38мин = 60 мин – 38 мин = 22 мин, то часы стояли 22 минуты.

Ответ. 22 мин.

6. Оксана к своему дню рождения испекла очень вкусные тортики. Каждый из гостей съел не менее одного, но не более 8 тортиков. При этом гости съели разное количество тортиков, но ни один из них не съел тортиков вдвое больше другого. Какое наибольшее количество тортиков могло понадобиться для угощения гостей?

□ Для нахождения искомого количества тортиков нужно из суммы $1 + 2 = 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$ исключить слагаемые так, чтобы среди оставшихся не было двух, один из которых вдвое больше другого, и полученная сумма была наибольшей. Поэтому из двух слагаемых, из которых одно вдвое больше другого, нужно исключить одно. Следовательно, если исключить 4, 3, 1,то оставшаяся сумма равна $2 + 5 + 6 + 7 + 8 = 28$. Она наибольшая, в чем можно убедиться, анализируя другие кандидаты на исключение.

Ответ. 28.

7.Оператор Семён может набрать на компьютере 90 страниц за 10 часов, а оператор Тихон — за 15 часов. Как распределить между ними 90 страниц, чтобы они набрали их за кратчайшее время?

□ Семён за 1 час набирает 90:10 = 9 страниц, а Тихон — 90:15 = 6 страниц. Вместе за 1 час они набирают 9 + 6 = 15 страниц.

Для того, чтобы набрать текст за кратчайшее время, операторы должны начать и закончить работу одновременно, то есть никто из них не должен «простаивать», когда другой ещё работает. Работая одновременно, 90 страниц Семён и Тихон наберут за 90:15 = 6 часов. За эти 6 часов Семён набирает 9·6 = 54 страницы, а Тихон — 6·6 = 36 страниц. Следовательно, из 90 страниц 54 должен набрать Семён, а 36 — Тихон.

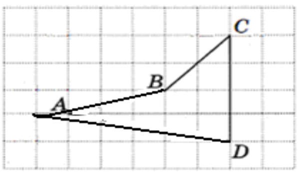
Ответ. Семёну 54 страницы, Тихону 36 страниц.

8. На одной стороне улицы 28 домов. Вы зашли в первый дом с начала улицы, а затем в каждый следующий через два дома от предыдущего. А ваш друг сделал так же, но только начал с последнего дома улицы и заходил в каждый следующий через три дома от предыдущего. Сколько домов из 28, в которых не побывали ни вы, ни ваш друг?

 Занумеруем дома по порядку от начала улицы числами 1, 2, 3, …, 27, 28. Тогда вы зашли в дома с номерами 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28. Всего в 10 домов.

Ваш друг зашёл в дома 28, 24, 20, 16, 12, 8, 4. Всего в 7 домов. При этом в трёх домах с номерами 4, 16, 28 вы побывали оба. Так как всего домов 28, то искомое количество домов равно 28 – (10 + 7 – 3) = 14.

Ответ. 14.



9. На рисунке площадь квадратной клетки равна 1 см^2. Чему равна площадь четырёхугольника $ABCD$?

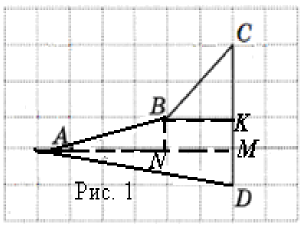


Рис. 1

 Разобьём данную фигуру на части, площади которых легко вычислить (см. рис. 1). Площадь прямоугольника $NBKM$ равна 2 см^2 (прямоугольник состоит из 2-х клеток). Площадь прямоугольного треугольника BCK равна половине площади прямоугольника со сторонами BK и CK, поэтому она равна 2 см^2. Аналогично площадь треугольника ANB равна 2 см^2, а площадь треугольника AMD — 3 см^2. Площадь четырёхугольника $ABCD$ равна 2 + 2 + 2 + 3 = 9 см^2.

Ответ. 9 см^2.

10. От каждой школы на районной математической олимпиаде участвовало не менее 5 учащихся, а всего участников олимпиады было 68. Может ли в этом районе быть 15 школ?

 Предположим, что количество школ в районе равно 15. Поскольку от каждой школы участвовало в олимпиаде не меньше 5 учащихся, то число всех участников районной олимпиады не меньше $5 \cdot 15 = 75$. По условию количество всех участников районной олимпиады равно 68, то есть меньше 75. Получили противоречие. Следовательно, предположение неверно. В районе не может быть 15 школ.

Ответ. Не может.