Решение заданий конкурса «Золотой ключик 2019» для учащихся 6 – 7 классов

Ответы к заданиям с выбором ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
В	Б	Б	В	Б	В	Б	Г	А	А	Г	Г	Б	А	В

1. За игрой двух школьных команд «Синичка» и «Ласточка» наблюдали мальчики и девочки. Все болельщики за команду «Синичка» — мальчики. 80% всех болельщиков за команду «Ласточка» — девочки. Кого было среди болельщиков больше — мальчиков или девочек — и на сколько, если за команду «Синичка» болело 24 зрителя, а всего за игрой наблюдало 59 учащихся?

А. Мальчиков, на 1. **Б.** Мальчиков, на 2.

В. Мальчиков, на 3. **Г.** Девочек, на 1.

 Так как за команду «Ласточка» болело 59 – 24 = 35 человек, то из условия следует, что среди зрителей мальчиков было $24 + 35\cdot(1 - 0{,}8) = 31$, а девочек — 59 – 31 = 28. Следовательно, среди болельщиков мальчиков было больше на 31 – 28 = 3, чем девочек.

Ответ. В. Мальчиков, на 3.

2. Одни часы спешат на 1 минуту в час, а другие — отстают на 2 минуты в час. Через сколько суток после того, как они показывали одно и то же время, впервые и те, и другие часы будут показывать одинаковое время?

А. Через 8 суток. **Б.** Через 10 суток.

В. Через 15 суток. **Г.** Через 20 суток.

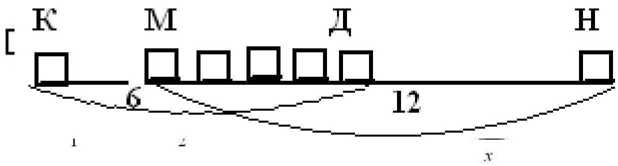
 За один час разность показаний часов равна 1 – (–2) = 3 минутам. Тогда через 20 часов эта разность будет равна $3\cdot20 = 60$ мин = 1 ч. Чтобы часы показали одно и то же время, эта разность должна равняться 12 часам. Следовательно, через $12\cdot20 = 240$ часов или через 240:24 = 10 суток часы впервые снова покажут одно и то же время.

Ответ. Б. Через 10 суток.

3. Цепочка состоит из одинаковых колечек, наружный диаметр которых 6 мм, а внутренний — 4 мм. Сколько колечек в цепочке, если её наибольшая длина равна 26 см?

А. 50. **Б.** 52. **В.** 60. **Г.** 62.

 На рисунке изображён разрез растянутой цепочки. Расстояние между 1-м и 3-м квадратиками, изображающими разрез 1-го колечка, равно по условию 4 мм. Толщина колечка равна 1 мм. Следовательно, расстояние между квадратиками равно 3 мм, длина стороны квадратика — 1мм, а длина каждой занумерованной фигуры равна 3 + 1 + 1 = 5 мм или 0,5 см. Из рисунка следует равенство $0{,}5x = 26$, где x — количество колечек. Следовательно, $x = 52$, то есть искомое количество равно 52.



Ответ. Б. 52.

4. Маша и Даша живут на одной улице в посёлке, номера их домов чётные. Маша живёт в 13-м доме от начала улицы, а Даша — в 7-м от конца. Между их домами три дома. Каков номер последнего дома на их стороне, если домов с номером, большим 36, нет на этой улице?

А. 34. **Б.** 32. **В.** 30. **Г.** 28.

 Если бы номер дома Даши (Д) был больше, чем номер дома Маши (М), то домов было бы больше 20 и были бы номера, большие 36. Следовательно, номер дома Даши меньше номера дома Маши, то есть она живёт ближе к началу (Н) улицы, чем Маша (см. рис.).

Из условия следует, что Маша живёт в третьем доме от конца (К) улицы. Номер её дома 26. Следовательно, искомый номер — 30.

Ответ. В. 30.

5. Каждому покупателю, осуществляещему покупку в некотором магазине в период с 8^{00} до 11^{00}, предоставляется скидка 5%. Покупатель, совершивший покупку в этом магазине в указанный период времени, заплатил за приобретенный товар 2983 руб. Сколько рублей составила скидка?

А. 149 руб. **Б.** 157 руб. **В.** 167 руб. **Г.** 175 руб..

 Сумма 2983 руб. составляет 100 – 5 = 95% от стоимости приобретенного товара. Поэтому стоимость приобретенного товара составляет 2983: 0,95 = 3140 руб. Таким образом, скидка составила 3140 – 2983 = 157 руб.

Ответ. Б. 157 руб.

6. Некоторый товар поступил в продажу по цене 900 руб. В соответствии с принятыми в магазине правилами, цена товара в течение месяца остаётся неизменной, а в первый день каждого следующего месяца снижается на 20% от текущей цены. По какой цене будет продаваться этот товар в течение третьего месяца?

А. 360 руб. **Б.** 540 руб. **В.** 576 руб. **Г.** 720 руб.

 В течение второго месяца товар будет продаваться по цене 900 – 900·0,2 = 720 руб. В течение третьего месяца — 720 – 720·0,2 = 576 руб.

Ответ. В. 576 руб.

7. В коробке 100 шариков пяти цветов. Какое наименьшее количество шариков нужно достать, не глядя, чтобы среди них было не менее 7 шариков одного цвета?

А. 30. **Б.** 31. **В.** 35. **Г.** 36.

 Если вытащить 31 шарик, то среди них обязательно найдётся 7 шариков одного цвета. В противном случае шариков не более 6·5 = 30. Это количество является наименьшим, так как, вытащив по 6 шариков каждого цвета, всего 30 шариков, мы не выполним требования задания.

Ответ. Б. 31.

8. В течение календарного года зарплата каждый месяц повышалась на одно и то же количество зедов (зед — условная денежная единица). За март, апрель и май зарплата в сумме составила 9450 зедов, а за декабрь — 3550 зедов. Найдите суммарную зарплату за летние месяцы: июнь, июль и август.

А. 9 850 зедов. **Б.** 9 900 зедов. **В.** 9 950 зедов **Г.** 10 050 зедов.

 Обозначим через x зедов размер мартовской зарплаты, а через a зедов — размер ежемесячного повышения зарплаты. Тогда в апреле она составит (x +

a) зедов, в мае — (x + 2a) зедов. Из условия имеем уравнение $x + (x + a) + (x + 2a) = 9450$ или $3x + 3a = 9450$, или $x + a = 3150$, или $x = 3150 – a$.

Размер декабрьской зарплаты составляет (x + 9a) зедов или $3150 – a + 9a = 3150 + 8a$, что по условию равно 3550. Отсюда $a = 50$, поэтому $x = 3100$.

Так как размеры зарплаты в июне, июле и августе соответственно равны (x + 4a) зедов, (x + 5a) зедов, (x + 6a) зедов, то суммарная зарплата за эти месяцы составила $(x + 4a) + (x + 5a) + (x + 6a)$ зедов или $(3x + 15a) = 3(x + 5a)$ зедов. Подставив найденные значения x и a, получим, что суммарная зарплата за летние месяцы равна $3(3100 + 5\cdot50) = 10\,050$ зедов.

Ответ. Г. 10 050 зедов.

9. В шахматной партии за выигрыш игрок получает 1 очко, за ничью — полочка, за проигрыш — 0 очков. Известно, что 20% участников шахматного турнира после его окончания имеют 0 очков. Сколько партий было сыграно в турнире, если каждый сыграл с каждым из остальных по одному разу?

А. 10. **Б.** 20. **В.** 45. **Г.** 90.

 Из условия следует, что 0 очков имеет 1 человек, так как в каждой игре разыгрывается 1 очко, и если бы таких участников было более одного, то у всех у них не могло быть 0 очков. Следовательно, в турнире участвовало $\frac{1}{20}\cdot 100 = 5$ человек, и они сыграли $\frac{5\cdot 4}{2} = 10$ партий, так как каждый из 5 игроков сыграл с 4-я игроками, и в произведении 5·4 каждая игра учитывалась дважды.

Ответ. А. 10.

10. Десять команд сыграли друг с другом по одной игре. За выигрыш в игре команда получает 2 очка, за проигрыш — 0 очков. Ничьих не было. У всех команд разное количество очков. Какое количество очков набрали вместе команды, занявшие 1-е, 2-е и 3-е места?

А. 48. **Б.** 46. **В.** 44. **Г.** 42.

□ Десять команд сыграли $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ игр. В каждой игре разыгрывалось 2 очка. Следовательно, в сумме команды набрали 45·2 = 90 очков. Каждая команда могла набрать не более 9·2 = 18 очков. Так как количество чётных натуральных чисел, меньших 18, равно 8, то из условия следует, что команды набрали 0, 2, 4, …, 16, 18 очков. Следовательно, призёры набрали 14 + 16 + 18 = 48 очков.

Ответ. А. 48.

11. Средний возраст девочек в классе равен 11,1 года, мальчиков — 11,5, а всех учащихся класса — 11,2 года. Какое из приведенных в ответах чисел может быть количеством учащихся в классе?

А. 30. **Б.** 27. **В.** 26. **Г.** 24.

□ Обозначим количество девочек в классе через d, а мальчиков — через m. Из условия следует равенство $11{,}1d + 11{,}5m = 11{,}2(d + m)$ или $0{,}1d = 0{,}3m$. Следовательно, $d = 3m$, и количество учащихся в классе $d + m = 4m$ кратно 4. Из приведенных в ответах чисел только число 24 удовлетворяет этому условию.

Если в классе учащихся 24, то девочек в нем 18 , а мальчиков 6, так как девочек в три раза больше чем мальчиков. Средний возраст учащихся класса равен 11,2. Действительно, $\frac{18 \cdot 11{,}1 + 6 \cdot 11{,}5}{24} = \frac{6(33{,}3 + 11{,}5)}{24} = \frac{44{,}8}{4} = 11{,}2.$

Следовательно, число 24 может быть количеством учащихся в классе.

Ответ. Г. 24.

12. Среди 8 монет есть десятирублёвые. Сколько среди них десятирублёвых монет, если среди любых пяти монет, по крайней мере, три монеты одинакового достоинства, но нет пяти монет одинакового достоинства?

А. 1. **Б.** 2. **В.** 3. **Г.** 4.

□ Из условия следует, что среди восьми монет все недесятирублёвые монеты одинакового достоинства. Если бы, кроме десятирублёвых монет, были две монеты разных достоинств, то можно было бы выбрать три монеты разного достоинства. Среди оставшихся 5 монет по условию есть две монеты разного достоинства. Добавив их к трем ранее выбранным, получим пять монет, среди которых нет трёх монет одинакового достоинства. Это противоречит условию. Следовательно, имеется восемь монет двух достоинств.

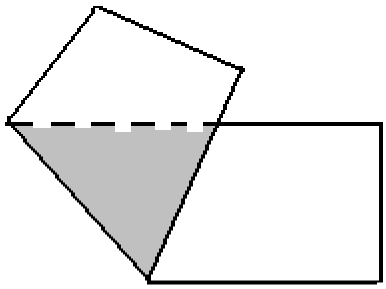
Так как нет пяти монет одинакового достоинства, то количество монет одинакового достоинства равно 4. Следовательно, искомое количество равно 4.

Ответ. Г. 4.

13. Прямоугольный лист бумаги размерами 19 см×31 см согнули вдоль некоторой прямой, пересекающей противоположные края листа. Площадь полученной фигуры может быть равна …

А. 294 см^2. **Б.** 496 см^2. **В.** 590 см^2. **Г.** 602 см^2.

 Площадь листа бумаги равна 19·31 = 589 см^2, а половины листа — 294,5 см^2. На рисунке изображена фигура, полученная при сгибании прямоугольного листа вдоль некоторой прямой, пересекающей противоположные края листа.

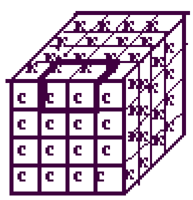


Площадь этой фигуры меньше площади всего листа, так как закрашенная фигура на рисунке состоит из двух слоёв. Эта площадь не меньше половины площади листа, так как площадь закрашенной фигуры на рисунке меньше половины площади листа. Следовательно, значения 294 см^2, 590 см^2, 602 см^2 не могут равняться площади указанной фигуры. Значение 496 см^2 может равняться площади этой фигуры, если, например, в результате сгибания получим прямоугольник 16 см×31 см.

Ответ. Б. 496 см^2.

14. Грани куба размерами 4 см×4 см ×4 см красные и синие, причём у любой пары противоположных граней цвета разные. Куб разрезали на кубики с ребром 1 см. Сколько среди них будет кубиков, у которых ровно по одной красной грани и по одной синей?

А. 8. **Б.** 16. **В.** 24. **Г.** 32.



 Из рисунка видно, что любые два кубика, у которых ровно одна грань красная и ровно одна грань синяя, имеют общими ребрами части тех рёбер куба, которые соединяют грани разных цветов. Таких рёбер у куба, окрашенного в соответствии с условием, 4.

Следовательно, искомое количество равно 8.

Ответ. А. 8.

15. Вокруг круглого стола расставлены стулья. На них сели 16 человек так, что каждый является соседом другого, то есть для каждого есть человек, сидящий с ним на рядом стоящем стуле. Какое наибольшее количество стульев могло оставаться свободными, если пришедшие последними два друга не смогли сесть рядом?

А. 10. **Б.** 9. **В.** 8. **Г.** 7.

 Занумеруем севших 16 человек по порядку числами 1, 2, 3, …, 16 так, что 1-й и 2-й сидят так, как показано на рис. 1. Будем стараться оставлять как можно больше свободных стульев, не нарушая условия. Следовательно, после 2-го можно оставить стул свободным. Но двух и более свободных рядом стоя-стоящих стульев не должно быть, так как в противном случае пришедшие последними два друга смогли бы сесть рядом. Поэтому на четвёртом стуле сидит 3-й или 4-й (см. рис. 2).

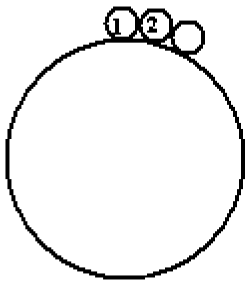


Рис. 1

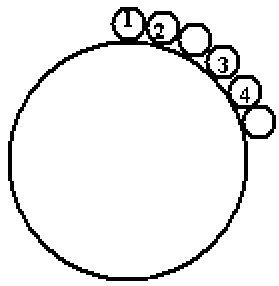


Рис. 2

Продолжая эти рассуждения, придём к выводу, что сидящих можно разбить на 8 пар и между каждыми двумя парами можно поставить свободный стул. Следовательно, свободных стульев 8, и это наибольшее количество стульев, которые могли остаться свободными.

Ответ. В. 8.

Вторая часть

1. Двенадцать лет тому назад сын был младше своего отца в 3 раза, а теперь отец старше его только в 2 раза. Сколько лет сыну в настоящее время?

□ Пусть сыну в настоящее время x лет, тогда отцу в настоящее время $2x$ лет. Двенадцать лет тому назад сыну было (x – 12) лет, а отцу — ($2x$ – 12) лет. Имеем уравнение: $2x - 12 = 3(x - 12)$. Отсюда $x = 24$.

Ответ. 24 года.

2. Петя, катаясь на карусели с одноместными креслами, рассуждал: «Если к одной четверти всех ребят, которые едут впереди меня, прибавить четыре пятых тех, кто едет позади, получится точное число детей, которые катаются сейчас на карусели». Сколько всего человек катается сейчас на этой карусели?

□ Обозначим число детей, катающихся на карусели, через a. Заметим, что и впереди Пети, и сзади него на карусели находятся все катающихся на них, кроме самого Пети, то есть (a – 1) человек. Из условия имеем уравнение:

$\frac{1}{4}(a-1)+\frac{4}{5}(a-1)=a$ или $\frac{1}{20}a=\frac{21}{20}$. Отсюда $a = 21$.

Ответ. 21.

3. Автор и редактор вносят исправления в рукопись. При каждом прочтении автор увеличивает объём рукописи на 10 страниц, а редактор каждый раз сокращает её на 20%. Каким был первоначальный объём рукописи, если после того как её один раз прочитал автор, а потом дважды прочитал редактор, её объём составил 800 страниц?

□ Обозначим через x страниц первоначальный объём рукописи. После того как её прочитал автор, её объём составил (x + 10) страниц. После первого прочтения рукописи редактором, её объём составил 100 – 20 = 80% от (x + 10) страниц, то есть $(x + 10)\cdot 0{,}8$. После второго прочтения рукописи редактором, её объём составил 80% от $(x + 10)\cdot 0{,}8$ страниц, то есть $(x + 10)\cdot 0{,}8\cdot 0{,}8$ страниц. По условию, это равно 800. Имеем уравнение $(x + 10)\cdot 0{,}8\cdot 0{,}8 = 800$, или $(x + 10)\cdot 0{,}8$

= 800:0,8, или $(x + 10)\cdot 0,8 = 1000$, или $x + 10 = 1000:0,8$, или $x + 10 = 1250$. Отсюда $x = 1240$.

Ответ. 1240 страниц.

4. В двух седьмых классах 62 ученика, 32 девочки и 30 мальчиков. В 7-А классе 33 ученика, а в 7-Б — 29. Кого больше: мальчиков в 7-А или девочек в 7-Б и на сколько?

 Обозначим количество мальчиков в 7-А классе через m, а количество девочек в 7-Б через d. Тогда девочек в 7-А классе $33 - m$. Так как всего девочек в двух классах 32, а в 7-Б — d, то имеем равенство $d + 33 - m = 32$ или $m - d = 1$. Следовательно, мальчиков в 7-А классе больше, чем девочек в 7-Б классе на одного человека.

Ответ. Мальчиков в 7-А, на 1.

5. Имеется игральный кубик, на грани которого нанесены точки так, что сумма количеств точек на противоположных гранях равна 7. К каждой грани этого кубика приклеили игральный кубик так, что количества точек на склеиваемых гранях равны. Чему равна сумма количеств точек на всех видимых гранях образованной фигуры?

 На каждом игральном кубике $3\cdot 7 = 21$ точка. На 6 кубиках — $21\cdot 6 = 126$ точек. Так как на 7 кубиках по 21 точке и на склеиваемых гранях одинаковое количество точек, то из 126 точек не видна 21 точка. Искомая сумма равна $126 - 21 = 105$.

Ответ.105.

6. Мячик бросили вниз с высоты 2-х метров. После каждого удара о землю он подпрыгивает на $\frac{3}{5}$ предыдущей высоты его нахождения. Через сколько ударов о землю он впервые подпрыгнет на высоту не выше 40 см?

 После 1-го удара мячик подпрыгнет на $\frac{3}{5}\cdot 200 = 120$ см, после 2-го — на $\frac{3}{5}\cdot 120 = 72$ см, после 3-го — на $\frac{3}{5}\cdot 72 = 43{,}2$ см, после 4-го удара о землю мячик подпрыгнет не выше 40 см, так как $\frac{3}{5}\cdot 43{,}2 < 40$ см.

Ответ. Через 4.

7. Если на маршруте работают 3 автобуса, то интервал движения — 14 минут. Каким будет интервал движения, если на линии будет 7 автобусов, и они будут выезжать из автостанций через те же промежутки времени?

 Чем больше автобусов, тем меньше интервал движения, причём во сколько раз увеличится количество автобусов, во столько раз уменьшится интервал движения. Количество автобусов возросло в $\frac{7}{3}$ раза, значит, интервал движения уменьшится в $\frac{7}{3}$ раза и составит $14:\frac{7}{3}=6$ минут.

Ответ. 6 мин.

8. Свежие фрукты содержат 72% воды, а сухие — 20% воды. Сколько сухих фруктов получается из 20 кг свежих фруктов?

 Свежие фрукты содержат 100 – 72 = 28% абсолютно сухих фруктов, поэтому в 20 кг свежих фруктов 20·0,28 = 5,6 кг абсолютно сухих фруктов. Так как сухие фрукты содержат 20% воды, то они содержат 100 – 20 = 80% абсолютно сухих фруктов. Следовательно, 5,6 кг абсолютно сухих фруктов — это 80% сухих фруктов, которые можно получить из 20 кг свежих фруктов. Всего из 20 кг свежих фруктов можно получить 5,6:0,8 = 7 кг сухих фруктов.

Ответ. В. 7 кг.

9. Гена, готовясь к итоговой аттестации по математике, ежедневно решал либо 6 задач по алгебре, либо 2 по геометрии и одну по началам анализа. В пятницу, когда у него была тренировка по теннису, он решил часть из намеченных задач, но не все, при этом оказалось, что с начала недели он решил 21 задачу. Сколько и каких задач осталось у Гены в пятницу нерешёнными?

□ Общее количество задач, решаемых Геной ежедневно, согласно условию, делится на 3. Так как он с начала недели решил 21 задачу, а число 21 делится на 3, то нерешённых у него либо не осталось (что противоречит условию), либо осталось 3 задачи (6 не могло остаться, ибо в этом случае не было бы решённых). По этой же причине не могли остаться нерешёнными 2 задачи по геометрии и одна по началам анализа. Остаётся единственная возможность: не решено 3 задачи по алгебре.

Ответ. Три по алгебре.

10. Группа путешественников делит между собой дольки шоколадок. Если они разделят поровну две одинаковые шоколадки, то останется одна лишняя долька. Если они разделят поровну три такие же шоколадки, то останется 13 лишних долек. Сколько путешественников в группе?

□ Обозначим через a количество путешественников в группе, через n — количество долек в шоколадке. Тогда при разделении двух шоколадок путешественники получили $2n - 1$ долек, при разделении трёх шоколадок путешественники получили $3n - 13$ долек. Так как шоколадки делили поровну, то числа $2n - 1$ и $3n - 13$ делятся на a. Следовательно, на a делится и число $3(2n - 1) - 2(3n - 13) = 23$. Отсюда следует, что a может равняться или 1, или 23. Но $a \neq 1$ (речь идёт о группе). Таким образом, $a = 23$.

Ответ. 23.