Решение заданий конкурса «Золотой ключик 2019»

для учащихся 8 - 9классов

Ответы к заданиям с выбором ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Б	В	В	В	Б	В	Б	Б	Г	Г	Г	А	Б	А	Г

1. Вчера количество учащихся, присутствующих в классе, было в 9 раз больше числа отсутствующих. Сегодня не пришли ещё 2 человека, и оказалось, что отсутствует 20% от числа учеников в классе. Сколько учеников в классе?

А. 15. **Б.** 20. **В.** 25. **Г.** 30.

 Обозначим через x количество учеников в классе, а через p — количество учеников, присутствовавших вчера. По условию, $p = 9(x - p)$ или $p = 0{,}9x$. Сегодня отсутствует $x - p + 2$ или $0{,}1x + 2$ учеников и, по условию, $0{,}1x + 2 = 0{,}2x$ или $x = 20$. В классе 20 учеников.

Ответ. Б. 20.

2. За игрой двух школьных команд «Львы» и «Медведи» наблюдали мальчики и девочки. Все болельщики за команду «Львы» — девочки. 80% всех болельщиков за команду «Медведи» — мальчики. Какой процент зрителей болел за команду «Львы», если девочек среди зрителей было 68%?

А. 54%. **Б.** 58%. **В.** 60%. **Г.** 64%.

 Обозначим искомый процент через x. Тогда $100 - x$ — процент болельщиков за команду «Медведи». По условию, $0{,}8(100 - x)$ — процент мальчиков, болевших за «Медведей». Он равен $100 - 68 = 32$, так как за «Львов» болели только девочки. Имеем уравнение

$$0{,}8(100 - x) = 32 \text{ или } 0{,}8x = 48,\ x = 60.$$

Следовательно, искомый процент равен 60.

Ответ. В. 60%.

3. Пирог прямоугольной формы разрезали 15-ю прямолинейными разрезами на прямоугольные кусочки. Какое из приведенных в ответах чисел не могло быть количеством полученных при указанном разрезании кусочков пирога?

А. 70. **Б.** 60. **В.** 50. **Г.** 30.

 Обозначим через k количество прямолинейных разрезов пирога, параллельных одному из его краёв. Тогда $15 - k$ — количество таких разрезов, параллельных смежному краю. В результате получится $(k + 1)(16 - k)$ кусочков. Чтобы найти все допустимые значения количества кусочков, достаточно вычислить значения этого выражения при $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$:

$1\cdot16 = 16$, $2\cdot15 = 30$, $3\cdot14 = 42$, $4\cdot13 = 52$, $5\cdot12 = 60$; $6\cdot11 = 66$, $7\cdot10 = 70$, $8\cdot9 = 72$. Следовательно, искомым является число 50.

Ответ. В. 50

4. Среди девяти пирожков с разной начинкой есть пирожки с мясом. Сколько их, если среди каждых четырёх пирожков, по крайней мере, два с одинаковой начинкой, а среди каждых пяти не более трёх с одинаковой начинкой?

А. 1. **Б.** 2. **В.** 3. **Г.** Определить невозможно.

 Так как среди любых четырёх пирожков, по крайней мере, два с одинаковой начинкой, то видов начинок не может быть больше трёх. Если бы их было больше трех, то нашлось бы четыре пирожка с разной начинкой. Это противоречит условию. Начинок не может быть меньше трех, так как среди каждых пяти не более трёх с одинаковой начинкой.

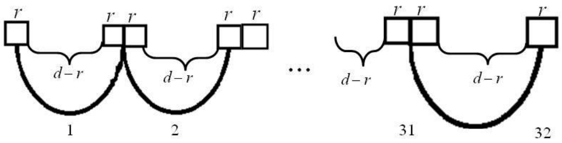
Не может быть больше трёх пирожков с одинаковой начинкой, так как в противном случае найдётся пять пирожков, среди которых есть четыре с одинаковой начинкой. Следовательно, видов начинок три, и с каждым видом начинок по три пирожка.

Ответ. В. 3.

5. Длина растянутой цепочки, состоящей из 32 одинаковых колечек, равна 24 см. Сколько колечек в цепочке из таких же колечек, наибольшая длина которой равна 45 см?

А. 70. **Б.** 60. **В.** 50. **Г.** 30.

 Обозначим через r «толщину» колечка, а через d — внутренний диаметр колечка. На рисунке изображён



разрез растянутой цепочки, состоящей из 32 колечек. Расстояние между 1-м и 3-м квадратиками, изображающими разрез 1-го колечка, равен по условию d мм. Следовательно, расстояние между1-м и 2-м квадратиками равно $(d - r)$ мм, а длины занумерованных фигур равны $(d + r)$ мм.

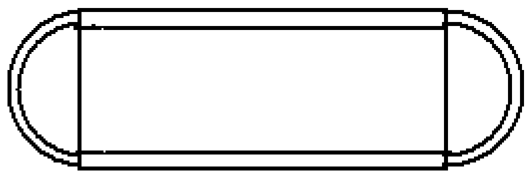
Из условия следует равенство $32(d + r) = 24$, $d + r = 0{,}75$ см. Если длина растянутой цепочки 45 см, и в ней x колечек, то справедливо равенство $x \cdot 0{,}75 = 45$, $x = 60$. Следовательно, искомое количество равно 60.

Ответ. Б. 60.

6. Вокруг поля стадиона, имеющего форму фигуры, состоящей из прямоугольника 100 м×40 м и двух полукругов радиуса 20 м, проложили беговую дорожку шириной 2 м. Сколько примерно тонн гравия (с точностью до 1 т) нужно, чтобы покрыть дорожку равномерным слоем гравия, если на каждый квадратный метр уложить 30 кг гравия?

А. ≈2 т. **Б.** ≈4 т. **В.** ≈20 т. **Г.** ≈40 т.

 Беговая дорожка имеет форму фигуры, состоящей из двух прямоугольников 100 м×2 м и двух равных полуколец шириной 2 м (см. рис.).



Площадь двух полуколец равна площади кольца — фигуры, ограниченной двумя окружностями, радиусы которых 20 м и 22 м. Следовательно, площадь дорожки равна $2 \cdot (100 \cdot 2) + \pi(22^2 - 20^2) = 400 + 84\pi \approx 664$ м^2. Тогда искомая масса примерно равна $664 \cdot 30 = 19920$ (кг) ≈ 20 т.

Ответ. В. ≈20 т.

7. На столе лежат две стопки еженедельников: «Итоги» (48 страниц) и «Неделя» (52 страницы). Каких еженедельников больше и на сколько, если всего в них 504 страницы?

А. Еженедельников «Итоги», на 2. **Б.** Еженедельников «Неделя», на 2. **В.** Еженедельников «Итоги», на 1. **Г.** Еженедельников «Неделя», на 1.

 Обозначим количество еженедельников «Итоги» через x, а количество еженедельников «Неделя» — через y. Из условия имеем равенство $48x + 52y = 504$ или $12x + 13y = 126$.

Так как значения $12x$ чётные и число 126 чётно, то $13y$ также принимает чётные значения. Поэтому y может принимать значения 2, 4, 6, 8 и только эти значения. Тогда $12x$ может равняться:

$126 - 2\cdot13 = 100$, $126 - 4\cdot13 = 74$, $126 - 6\cdot13 = 48$, $126 - 8\cdot13 = 22$.

Так как из полученных чисел только 48 делится на 12, то $x = 48:12 = 4$, $y = 6$. Следовательно, еженедельников «Неделя» больше, чем еженедельников «Итоги», на 2.

Ответ. Б. Еженедельников «Неделя», на 2.

8. Вася, катаясь на карусели с двухместными креслами, рассуждал: «Если к одной четверти всех ребят, которые едут впереди нас, прибавить четыре пятых тех, кто едет позади, получится точное число детей, которые катаются сейчас на карусели». На карусели все места заняты. Сколько всего кресел на этой карусели?

А. 20. **Б.** 21. **В.** 22. **Г.** 24.

 Обозначим число детей, катающихся на карусели, через a. Заметим, что и впереди кресла Васи, и сзади него на карусели находятся все катающихся на них, кроме самого Васи и его соседа, то есть $(a - 2)$ человек. Из условия имеем уравнение: $\frac{1}{4}(a-2)+\frac{4}{5}(a-2)=a$ или $\frac{1}{20}a=\frac{42}{20}$. Отсюда $a = 42$. Следовательно, кресел 21.

Ответ. Б. 21.

9. Массы пяти чемоданов выражаются различными целыми числами килограммов. Общая масса всех чемоданов 122 кг. Каким может быть наименьшая масса самого тяжёлого чемодана?

А. 24 кг. **Б.** 25 кг. **В.** 26 кг. **Г.** 27 кг.

Обозначим массы чемоданов по их возрастанию через x_1, x_2, x_3, x_4, x_5: $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$. По условию, $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 122$. Так как $x_4 \le x_5 - 1$, $x_3 \le x_5 - 2$, $x_2 \le x_5 - 3$, $x_1 \le x_5 - 4$, то справедливо неравенство

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \le 5x_5 - 10.$$

Из него следует, что $122 + 10 \le 5x_5$, $27 \le x_5$.

Наименьшее значение x_5 равно 27 кг, тогда $x_4 \le 26$, $x_3 \le 25$, $x_2 \le 24$, $x_1 = 122 - (x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \ge 122 - (24 + 25 + 26 + 27) = 20$.

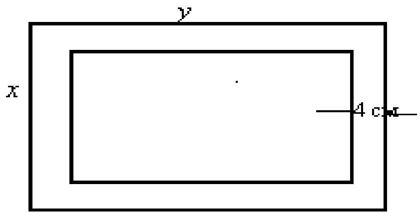
Если $x_1 = 20$, $x_2 = 24$, $x_3 = 25$, $x_4 = 26$, $x_5 = 27$, то $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 20 + 24 + 25 + 26 + 27 = 122$. Следовательно, искомая масса равна 27 кг.

Ответ. Г. 27 кг.

10. Внешний периметр рамы прямоугольной формы для рисовального холста равен 200 см, а ширина ее сторон — 4 см. Какое из приведенных в ответах значений может быть площадью холста, помещённого в эту раму?

А. 3000 см^2. **Б.** 2416 см^2. **В.** 1832 см^2. **Г.** 1620 см^2.

Обозначим размеры рамы через x см и y см (см. рис.). По условию, $2x + 2y = 200$, отсюда $y = 100 - x$. Тогда периметр холста, помещённого в раму, равен $200 - 4 \cdot 8 = 168$ см, а его размеры $(x - 8)$ см и $(y - 8)$ см. Площадь холста равна



$$(x - 8)(y - 8) = (x - 8)(92 - x) = -x^2 + 100x - 736 = -(x - 50)^2 + 1764.$$

Следовательно, она не может быть больше 1764 см^2. Из значений, приведенных в ответах, только 1620 не больше 1764.

Число 1620 может быть значением площади холста, так как если $-(x - 50)^2 + 1764 = 1620$ или $(x - 50)^2 = 144$, то $x = 50 \pm 12$, $x_1 = 62$, $x_2 = 38$. Следовательно, если рама имеет размеры 62×38, то площадь холста в ней равна 1620 см^2.

Ответ. Г. 1620 см^2.

11. За круглым столом сидят 24 человека: мальчики и девочки. Какое наибольшее количество мальчиков может сидеть за столом, если известно, что между любыми двумя мальчиками не сидит ровно два человека?

А. 15. **Б.** 14. **В.** 13. **Г.** 12.

□ Будем рассаживать детей за столом, стараясь посадить как можно больше мальчиков так, чтобы выполнялось условие: между любыми двумя мальчиками не сидит ровно два человека.

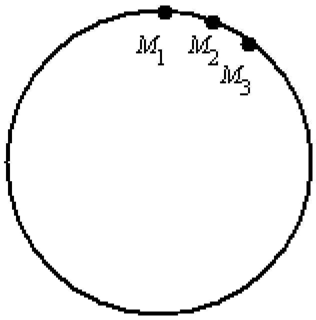


Рис. 1

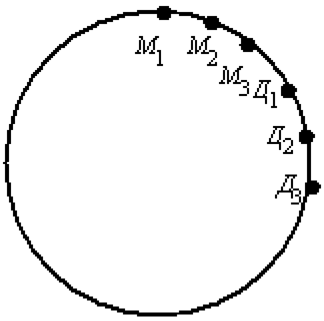


Рис. 2

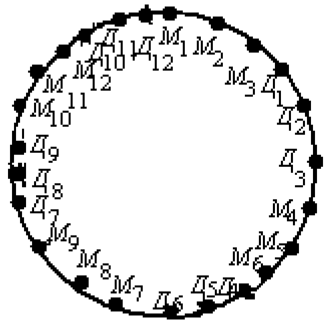


Рис. 3

Пусть M_1, M_2, M_3 — три мальчика, сидящие рядом (рис. 1). Так как 4 мальчика не могут сидеть подряд, то дальше сидят девочки $Д_1$, $Д_2$, $Д_3$,…, и их должно быть не менее трёх, чтобы не нарушить указанное условие (рис. 2). А дальше можно сажать мальчиков, но не более трёх. Продолжая эти рассуждения, приходим к выводу, что наибольшее количество мальчиков будет сидеть за столом при выполнении указанного условия, если соблюдается закономерность, изображённая на рис. 3. Из этого рисунка следует, что искомое количество равно 12.

Ответ. Г. 12.

12. Английский язык в классе изучает $\frac{3}{5}$ всех мальчиков и $\frac{3}{7}$ всех девочек. Остальные изучают немецкий язык. Кого в классе больше: мальчиков или девочек, и на сколько, если в классе меньше 36, но больше 25 учеников, и изучающих английский язык на 2 ученика больше, чем немецкий?

А. Мальчиков, на 6. **Б.** Девочек, на 6.

В. Девочек, на 4. **Г.** Определить невозможно.

□ Из условия следует, что количество мальчиков кратно 5, а количество девочек — кратно 7. Обозначим количество мальчиков через $5p$, а количество девочек — через $7q$, где p и q — натуральные числа. Тогда английский язык изучают $3p$ мальчиков и $3q$ девочек, а немецкий — соответственно $2p$ мальчиков и $4q$ девочек. По условию,$3p + 3q - (2p + 4q) = 2$ или $p = q + 2$.

Тогда в классе учеников $5p + 7q = 5(q + 2) + 7q = 10 + 12q$. Так как $25 < 10 + 12q < 36$, то $q = 2$. Следовательно, в классе $7 \cdot 2 = 14$ девочек и $5 \cdot 4 = 20$ мальчиков. Таким образом, мальчиков больше, чем девочек, на 6.

Ответ. А. Мальчиков, на 6.

13. Шахматист, занявший 1-е место в турнире, в котором каждый игрок сыграл с каждым из остальных по одному разу, набрал 3,5 очка, занявший 2-е место, — 3 очка, 3-е место — 2 очка. Сколько очков набрали все остальные шахматисты вместе? (За победу в партии игрок получает одно очко, за ничью — полочка, за поражение — 0 очков).

А. 1. **Б.** 1,5. **В.** 6,5. **Г.** Определить невозможно.

 Призёры набрали 3,5 + 3 + 2 = 8,5 очков. Следовательно, игр было больше 8. Тогда игроков было больше 4, так как в противном случае игр было бы не больше $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$.

Если бы игроков было бы 6, то игр было бы $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$, и все участники турнира набрали бы 15 очков. Тогда три шахматиста, не являющиеся призёрами, набрали бы 15 – 8,5 = 6,5 очков и, по крайней мере, один из них набрал бы более 2 очков, что противоречит условию.

Если бы игроков было бы 7, то игр было бы $\frac{7 \cdot 6}{2} = 21$, и все участники турнира набрали бы 21 очко. Тогда четыре шахматиста, не являющиеся призёрами, набрали бы 21 – 8,5 = 12,5 очков и снова получили противоречие. Можно показать, что противоречие сохраняется при увеличении количества игроков. Следовательно, игроков меньше 6, но больше 4, то есть 5. Действительно, если игроков 5, то шахматисты, занявшие два последних места, набрали бы $\frac{5 \cdot 4}{2} - 8{,}5 = 1{,}5$ очка, и нетрудно составить таблицу результатов, соответствующую этим данным.

Ответ. Б. 1,5.

14. Среди жителей некоторого города 85% разговаривает на русском языке, 80% — на украинском, а 10% — ни на том, ни на другом языке. Сколько процентов жителей города разговаривает и на русском, и на украинском языке.

А. 75%. **Б.** 70%. **В.** 65%. **Г.** 60%.

 Всех жителей города примем за 100%. Пусть x% жителей города разговаривает и на русском, и на украинском языке. Разделим всех жителей на следующие 4 группы, ни в какие две из которых не входит один и тот же житель.

1 группа — те жители, которые разговаривают только на русском языке, они составляют $(85 - x)$% жителей города.

2 группа — те жители, которые разговаривают только на украинском языке, они составляют $(80 - x)$% жителей города.

3 группа — те жители, которые разговаривают и на русском, и на украинском языке, они составляют x % жителей города.

4 группа — те жители, которые не разговаривают ни на русском, ни на украинском языке, они составляют 10% жителей города.

Имеем уравнение: $(85 - x) + (80 - x) + x + 10 = 100$. Отсюда $x = 75$. Следовательно, 75% жителей города разговаривает и на русском, и на украинском языке.

Ответ. А. 75%.

15. Имеется много белых одинаковых кубиков и краски двух цветов: красного и синего. Какое наибольшее количество различных кубиков можно получить, раскрашивая все грани имеющихся кубиков этими красками? (Два окрашенных кубика считаются различными, если один из них нельзя получить из другого, перемещая его в пространстве так, чтобы совпали цвета совмещаемых граней).

А. 7. **Б.** 8. **В.** 9. **Г.** 10.

 Очевидно, что различными являются кубики, у которых одной краской окрашено различное количество граней. Следовательно, различных кубиков не менее 7, так как красных граней может быть 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Два кубика, окрашенные одним и тем же цветом, красным или синим, одинаковы.

Все кубики, у которых одна грань красная, а остальные синие, — одинаковы. Это верно и для кубиков, у которых ровно пять граней красные.

Различных кубиков, у которых ровно две грани красные, два: 1) красные грани смежные; 2) красные грани противоположны. Из этих же соображений получаем, что различных кубиков, у которых ровно четыре грани красные, тоже два.

Различных кубиков, у которых ровно три грани красные, два: 1) три красные грани имеют общую вершину; 2) нет общей вершины для красных граней. Всего различных кубиков $1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 10$.

Ответ. Г. 10.

Вторая часть

1. За последнюю неделю квадратный метр жилья в Москве одновременно и подешевел, и подорожал. В долларах — в среднем подешевел на 1,6%, а в рублях — подорожал на 2,8%. Как изменился примерно за это время курс доллара? Результат получить с точностью до 0,5%.

 Из условия видно, что доллар подорожал. Пусть он подорожал на p%. Если первоначальная цена жилья составляла a долларов, а стоимость доллара — c руб., то, используя трижды формулу для нахождения процента от числа, получим уравнение:

$$a(1 - 0{,}016)c(1 + 0{,}01p) = ac(1 + 0{,}028) \quad \text{или}$$

$$0{,}984(1 + 0{,}01p) = 1{,}028, \ \ 1 + 0{,}01p = 1{,}028:0{,}984 \approx 1{,}045, \ p \approx 4{,}5\%.$$

Ответ. Подорожал примерно на 4,5%.

2. Семизначный номер телефона называется симметричным, если совпадают 7-я и 1-я цифры, 6-я и 2-я, 5-я и 3-я. Чётным называется семизначный номер телефона, состоящий из цифр 2, 4, 6, 8. Каких номеров больше: симметричных или чётных, и на сколько?

 Из приведенных определений следует, что количество симметричных номеров равно количеству четырёхзначных номеров, составленных из четырёх цифр, принимающих значения 0,1,…,8,9, и равно 10^4. Количество чётных номеров равно 4^7, так как каждая цифра семизначного номера принимает значения 2,4,6,8.

Так как $10^4 = 2^4 \cdot 5^4 = 2^4 \cdot 625 < 2^4 \cdot 1024 = 2^{14} = 4^7$, то чётных номеров больше на $2^4(1024 - 625) = 16 \cdot 399 = 6384$.

Ответ. Чётных, на 6384.

3. Среди выпускников одиннадцатых классов процент учащихся, получивших золотую медаль, больше 5,9, но меньше 6,1. Сколько учащихся в этих классах, если известно, что их не более 65, но не менее 35?

 Обозначим количество выпускников указанных классов через x. Если k учащихся получили золотые медали, то справедливо двойное неравенство $0{,}059x \le k \le 0{,}061x$ или $\frac{k \cdot 1000}{61} \le x \le \frac{k \cdot 1000}{59}$. При $k \ge 4$ имеет место неравенство $\frac{k \cdot 1000}{61} \ge \frac{4000}{61} \ge 65{,}5$. Следовательно, $k < 4$.

Так как $\frac{1000}{61} > 16{,}38$, $\frac{1000}{59} < 16{,}8$, то одного медалиста не может быть.

Если $k = 3$, то $\frac{3000}{61} > 49{,}1$, $\frac{3000}{59} < 50{,}9$. Следовательно, $x = 50$.

Если $k = 2$, то $\frac{2000}{61} \ge 37$, $\frac{2000}{59} < 33{,}9$. Следовательно, $x = 33$.

Искомое количество равно 50.

Ответ. 50.

4. Группа отдыхающих в санатории заказала экскурсию на автобусе. Её стоимость больше 17 000 руб, но меньше 19 000 руб. Когда два человека отказались от поездки, то каждому из остальных пришлось заплатить на 100 руб больше, чем планировалось. Какова стоимость экскурсии?

 Обозначим первоначальное количество пожелавших поехать на экскурсию через n, а планируемую стоимость поездки для каждого через x руб. Из условия следует равенство $(n-2)(x+100) = nx$ или $x = 50(n-2)$ и двойное неравенство $17\,000 < nx < 19\,000$.

Следовательно, справедливы неравенства

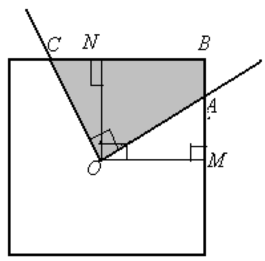
$340 < n(n-2) < 380$ или $341 < n^2 - 2n + 1 = (n-1)^2 < 381$.

Так как существует единственное натуральное число 19, квадрат которого удовлетворяет полученным неравенствам, то $n - 1 = 19$, $n = 20$. Тогда $x = 50 \cdot 18 = 900$, а $xn = 18\,000$.

Ответ. 18 000 руб.

5. На салфетку квадратной формы положили книгу так, что уголок книги находится в центре салфетки. Какова площадь части салфетки размерами 20 см×20 см, закрытой книгой?

 Математической моделью части салфетки, закрытой книгой, является четырёхугольник *OCBA*, закрашенный на рисунке, где *O* — центр квадрата, изображающего салфетку, а угол *AOC* — изображение угла книги. Его площадь равна площади квадрата *OMBN*, так как треугольники *OMA* и *ONC* равны ($OM = ON = 10$ см, $\angle MOA + \frac{\pi}{2} = \angle CON + \frac{\pi}{2}$). Следовательно, искомая площадь равна 100 см^2.



Ответ. 100 см^2.

6. Монетка диметром 2 см катится по сторонам фигуры из фанеры, имеющей форму выпуклого пятиугольника, периметр которого равен 40 см. Какова длина с точностью до сантиметра траектории центра монетки после её прохождения по всем сторонам фигуры?

 Траекторией центра монетки при указанном движении будет линия, состоящая из пяти отрезков, равных сторонам указанного многоугольника и пяти дуг окружности радиуса 1 см (см. рис.1). Центральные углы, соответствующие этим дугам равны $\pi - \alpha_i$, где α_i — углы многоуголь-

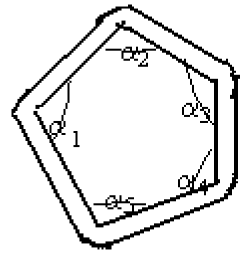


Рис. 1

ника (см. рис. 2). Так как $\alpha_1 + \ldots + \alpha_5 = 3\pi$, то $(\pi - \alpha_1) + \ldots + (\pi - \alpha_5) = 2\pi$. Следовательно, объединение этих дуг, отложенных на окружности радиуса 1, является окружностью. Искомая длина траектории — $40 + 2\pi \approx 46$ см.

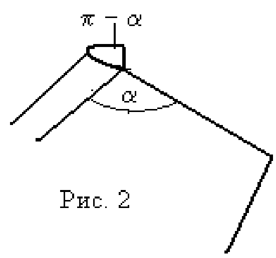


Рис. 2

Ответ. 46 см.

7. Купили розы, тюльпаны и гвоздики, всего 36 цветков. Если все розы заменить гвоздиками, то гвоздик будет вдвое больше, чем тюльпанов. А если все тюльпаны заменить гвоздиками, то гвоздик будет в три раза больше, чем роз. Сколько купили роз, сколько гвоздик и сколько тюльпанов?

 Обозначим количество купленных роз через x, количество гвоздик — через y, а количество тюльпанов — через z. Из условия следует система уравнений: $\begin{cases} x + y + z = 36, \\ x + y = 2z, \\ y + z = 3x. \end{cases}$ Подставив в первое уравнение выражения для $x + y$ и $y + z$ из второго и третьего уравнений, получим уравнения $3z = 36$, $4x = 36$. Следовательно, $x = 9$, $z = 12$, $y = 36 - (9 + 12) = 15$, то есть купили 9 роз, 15 гвоздик и 12 тюльпанов.

Ответ. 9; 15; 12.

8. Масса трёх самых лёгких арбузов составляет 30% от общей массы купленных арбузов. А масса двух самых тяжёлых арбузов — 45%. Сколько купили арбузов?

 Масса трёх самых лёгких арбузов и двух самых тяжёлых составляет 75% от общей массы купленных арбузов. Масса остальных арбузов составляет 25%. Этих, остальных, арбузов не может быть больше двух, так как масса трех самых легких арбузов составляет 30% от общей массы купленных арбузов. Их не может быть и 1, поскольку тогда масса двух самых тяжёлых арбузов должна быть не менее 50% от общей массы купленных арбузов. Следовательно, этих, остальных, арбузов ровно 2, то есть купили 3 + 2 + 2 = 7 арбузов.

Ответ. 7

9. В шахматном турнире 10% участников набрали меньше одного очка каждый (за выигрыш в партии игрок получает 1 очко, за ничью — полочка, за проигрыш — 0 очков). Сколько партий было сыграно в турнире, если каждый сыграл с каждым из остальных по одному разу?

 Из условия следует, что меньше одного очка может иметь не более двух игроков. В противном случае среди таких игроков найдётся игрок, который сыграл вничью с двумя из них, либо выиграл у одного из них.

Если игроков, удовлетворяющих условию, было два, то всего в турнире участвовало 20 игроков, и они сыграли $\frac{20 \cdot 19}{2} = 190$ партий.

Если же игрок, имеющий меньще 1 очка, был один, то всего в турнире участвовало 10 игроков, и было сыграно $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ партий.

Следовательно, было сыграно или 190, или 45 партий.

Ответ. 190 или 45 партий.

10. Автор и редактор вносят исправления в рукопись. При каждом прочтении автор увеличивает объём рукописи на 10 страниц, а редактор каждый раз сокращает её на 20%. Каким был первоначальный объём рукописи, если после прочтения автором, а затем редактором и опять автором и редактором её объём остался прежним?

 Обозначим через x страниц первоначальный объём рукописи. После того как её прочитал автор, её объём составил (x + 10) страниц. После первого прочтения рукописи редактором, её объём составил 100 – 20 = 80% от (x + 10) страниц, то есть $(x + 10)\cdot 0{,}8$ страниц. После второго прочтения рукописи автором, её объём составил $((x + 10)\cdot 0{,}8 + 10)$ страниц, и, наконец, после второго прочтения рукописи редактором её объём составил $((x + 10)\cdot 0{,}8 + 10)\cdot 0{,}8$ страниц. По условию, это равно x. Имеем уравнение $((x + 10)\cdot 0{,}8 + 10)\cdot 0{,}8 = x$ или $x\cdot 0{,}8^2 + 10\cdot 0{,}8(0{,}8 + 1) = x$.

Отсюда $x = \frac{8 \cdot 1{,}8}{1 - 0{,}8^2} = 40$.

Ответ. 40 страниц.