

Задания для учащихся 4 – 5 классов

1 часть

1. После ремонта часы Оксаны шли правильно, но рассеянный мастер установил в часах две стрелки одинаковой длины. Сколько раз в течение суток Оксана могла видеть на своих часах приведенную картинку?



А. 2. Б. 4. В. 6. Г. 8.

Приведенная картинка может означать следующие моменты времени: 1 ч 10 мин, 2 ч 5 мин, 13 ч 10 мин, 14 ч 5 мин.

Ответ. Б. 4.

2. В кувшине впятеро больше воды, чем в чайнике, а в чайнике на 8 стаканов воды меньше, чем в кувшине. Сколько стаканов воды в кувшине?

А. 2. Б. 4. В. 6. Г. 10.

Количество стаканов воды в чайнике примем за 1 часть, тогда количество воды в кувшине составит 5 частей. В кувшине, по условию, на 8 стаканов воды больше, чем в чайнике. Это составляет $5 - 1 = 4$ части. Следовательно, на 1 часть приходится $8:4 = 2$ стакана воды. Итак, в чайнике 2 стакана воды, а в кувшине $2 + 8 = 10$ стаканов воды.

Ответ. Г. 10 стаканов.

3. Сколько девочек стоит в кругу, если в нём 10 мальчиков и рядом с каждым мальчиком стоят мальчик и девочка?

А. 5. Б. Не менее 6. В. Не менее 4-х. Г. Более 4-х.

Очевидно, что в кругу может стоять 5 девочек: 5 пар мальчиков, по обе стороны от них стоит по девочке (см. рис. 1). Меньше 5 девочек не может быть, так как каждой паре мальчиков, стоящих рядом, соответствует, по крайней мере, одна девочка. Но девочек может быть и больше 5: рядом могут стоять несколько девочек, условия задания по-прежнему будут выполняться (см. рис. 2). Таким образом, в кругу стоит более 4-х девочек.

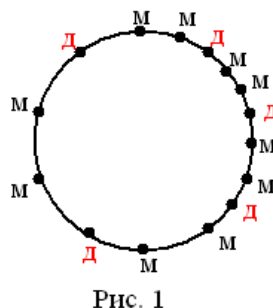


Рис. 1

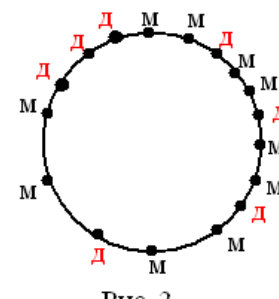


Рис. 2

Ответ. Г. Более 4-х.

4. По окончании хоккейного турнира две команды-победительницы набрали одинаковое количество очков. Для установления одного победителя было решено, чтобы эти команды провели между собой несколько игр до тех пор, пока одна из команд не одержит 4 победы. Ничьих в этих играх нет. Какое наибольшее количество игр может оказаться необходимым для определения победителя?

А. 6. Б. 7. В. 8. Г. 9.

Для установления победителя может понадобиться или 4 игры (если все игры выиграет одна из команд), или 5 игр (одна из команд выиграет 4 игры, а вторая одну), или 6 игр (одна из команд выиграет 4 игры, а вторая две), или 7 игр (одна из команд выиграет 4 игры, а вторая три). Наибольшее количество равно 7.

Ответ. Б. 7.

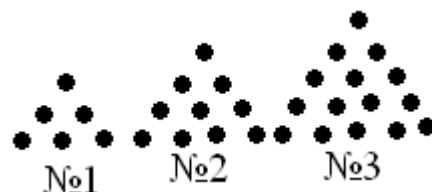
5. На школьной викторине участникам предложили 20 вопросов. За правильный ответ учащийся получал 12 очков, а за неправильный с него списывали 10 очков. Сколько правильных ответов дал учащийся, ответивший на все вопросы и набравший 86 очков?

А. 13. Б. 11. В. 9. Г. 7.

□ Если бы учащийся ответил на все вопросы правильно, то он набрал бы $12 \cdot 20 = 240$ очков. Но он набрал на $240 - 86 = 154$ очка меньше за счёт неправильных ответов. За каждый неправильный ответ учащийся терял $12 + 10 = 22$ очка. Следовательно, ученик неправильно ответил на $154 : 22 = 7$ вопросов, а правильно — на $20 - 7 = 13$ вопросов.

Ответ. А. 13.

6. На рисунке изображены три первые фигуры последовательности фигур, составленных из точек. Каждая следующая фигура этой последовательности получается из предыдущей, как 2-я из 1-й, 3-я из 2-й. Сколько точек содержит фигура №10?



А. 55. Б. 66. В. 78. Г. 91.

□ Каждая следующая фигура получается из предыдущей добавлением ряда точек, в котором на одну точку больше, чем в нижнем ряду предыдущей фигуры. В следующей таблице представим количество точек в первых десяти фигурах последовательности.

№ фигуры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кол-во точек	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78

Ответ. В. 78.

7. В театре билеты продаются по цене 300 руб. и 400 руб. Всего в театре 12 рядов по 25 мест в каждом ряду. Общая стоимость всех билетов равна 100000 руб. Сколько билетов продается по 400 руб.?

А. 50. Б. 100. В. 150. Г. 200.

□ В театре $25 \cdot 12 = 300$ мест. Если бы все билеты стоили по 300 руб., то общая их стоимость составила бы $300 \cdot 300 = 90\ 000$ руб. Но на самом деле общая стоимость билетов составляет 100 000 руб., то есть на $100\ 000 - 90\ 000 = 10\ 000$ руб. больше за счёт билетов по 400 руб., которые на 100 руб. дороже более дешёвых. Следовательно, количество билетов по 400 руб. равно $10\ 000 : 100 = 100$.

Ответ. Б. 100.

8. В корзине имеется большое количество яблок каждого из трех сортов. Какое наименьшее количество яблок нужно вынуть из корзины, не заглядывая в нее, чтобы среди них обязательно оказалось хотя бы 3 яблока одного сорта?

А. 9. Б. 8. В. 7. Г. 6.

□ Если вынуть 6 яблок, то среди них может оказаться по 2 яблока каждого сорта. Если же добавить ещё 1 яблоко, то обязательно окажется по крайней мере 3 яблока одного сорта.

Ответ. В. 7.

9. В первенстве школьных команд района по футболу участвовало 10 команд. Каждая команда играет с каждой один матч. Команда «Вымпел» набрала 25 очков, а команда «Звезда» — 24. Известно, что за победу присуждается 3 очка, за ничью — 1 очко, а за поражение — 0 очков. Каков результат матча «Вымпел» — «Звезда»?

А. Победил «Вымпел». **Б.** Ничья. **В.** Победила «Звезда». **Г.** Определить невозможно.

□ Каждая команда провела 9 матчей, максимальное количество очков, которое могла набрать каждая команда, равно $3 \cdot 9 = 27$. Команда «Вымпел» набрала на $27 - 25 = 2$ очка меньше, следовательно, она потеряла 2 очка, то есть свела 1 матч вничью, поражений у неё нет. Команда «Звезда» потеряла $27 - 24 = 3$ очка, то есть проиграла 1 матч, ничьих у неё нет. Таким образом, в матче «Вымпел» — «Звезда» — победил «Вымпел».

Ответ. А. Победил «Вымпел».

10. У продавца имеется 5 гирь массой 1, 2, 3, 4, 5 кг. Известно, что все покупатели, стоящие в очереди к продавцу, купили разное целое количество килограммов товара. Какое наибольшее количество покупателей могло стоять в очереди?

А. 8. **Б.** 10. **В.** 15. **Г.** 16.

□ Так как сумма масс всех гирь равна $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ кг, то в очереди могло стоять самое большее 15 покупателей. Действительно, с помощью имеющихся гирь можно взвесить любое целое количество килограммов товара от 1 кг до 15 кг: $6 = 5 + 1$, $7 = 5 + 2$, $8 = 5 + 3$, $9 = 5 + 4$, $10 = 5 + 4 + 1$, $11 = 5 + 4 + 2$, $12 = 5 + 4 + 3$, $13 = 5 + 4 + 3 + 1$, $14 = 5 + 4 + 3 + 2$, $15 = 5 + 4 + 3 + 2 + 1$.

Ответ. В. 15.

11. Три яблока дороже пяти груш. Сколько из приведенных утверждений наверняка верны, если все яблоки стоят одинаково и все груши стоят одинаково?

1. Пять яблок дороже семи груш.
2. Семь яблок дороже тринадцати груш.
3. Четыре груши дешевле двух яблок.
4. Девять груш дешевле шести яблок.

А. Ни одно. **Б.** Все. **В.** Одно. **Г.** Два.

□ Верными являются утверждения 1 и 4. Докажем это. Так как три яблока дороже пяти груш, то яблоко дороже груши, а 2 яблока дороже 2-х груш. Прибавляя к стоимости 3-х яблок стоимость 2-х яблок, а к стоимости 5 груш стоимость 2-х груш, получим, что пять яблок дороже семи груш. Утверждение 1 верно

Так как три яблока дороже пяти груш, то шесть яблок дороже 10 груш, а значит дороже и 9 груш. Утверждение 4 верно.

Докажем, что утверждения 2 и 3 неверны. Для этого достаточно привести пример, для которого условия выполняются, а заключение не выполняется.

Пусть яблоко стоит 2 зеда, а груша — 1 зед 10 тенов (зед — условная денежная единица, тен — сотая часть зеда). Тогда 3 яблока стоят 6 зедов, а 5 груш — 5 зедов 50 тенов, то есть три яблока дороже пяти груш. Условие выполняется. Но 7 яблок стоят 14 зедов, а 13 груш — 14 зедов 30 тенов, то есть семь яблок дешевле тринадцати груш. Утверждение 2 неверно.

В рассматриваемом примере 2 яблока стоят 4 зеда, а 4 груши — 4 зеда 40 тенов, то есть четыре груши дороже двух яблок. Утверждение 3 неверно.

Следовательно, из приведенных утверждений верных два.

Ответ. Г. Два.

12. Антон и Даша живут в одном доме и учатся в одной школе. Антон идёт до школы 28 минут, а Даша — 20 минут. Через сколько минут после выхода Антона в школу вышла Даша, если она обогнала Антона, когда ему оставалось пройти четвертую часть пути, и каждый из них проходил за равные промежутки времени равные расстояния?

А. Через 8 минут. **Б.** Через 7 минут. **В.** Через 6 минут. **Г.** Через 5 минут.

□ Так как весь путь Антон проходит за 28 минут, то на четвертую часть пути ему потребуется $28:4 = 7$ минут. Поэтому Антон был в пути $28 - 7 = 21$ минут, когда его обогнала Даша. Даше же на четверть пути требуется $20:4 = 5$ минут. Поэтому в момент обгона Даша была в пути $20 - 5 = 15$ минут. Следовательно, Даша вышла через $21 - 15 = 6$ минут после выхода Антона.

Ответ. В. Через 6 минут.

13. Квадратный листок сложили пополам, потом ещё раз пополам. Полученный квадрат разрезали ножницами прямолинейным разрезом. Какое наибольшее количество кусочков бумаги могло при этом получиться?

А. 4. **Б.** 5. **В.** 6. **Г.** 7.

□ Полученный квадрат состоит из 4-х слоёв бумаги. Если разрез не проходит через линии сгиба, то будет 5 кусочков бумаги: от каждого слоя по одному кусочку и ещё один. Если же разрез будет проходить через линию сгиба, то количество кусочков только уменьшится за счёт соединения кусков из разных слоёв на линии сгиба.

Ответ. Б. 5.

14. В некотором приборе ровно одна из 5-и батареек, но неизвестно какая, вышла из строя. Чтобы заменить одну батарейку на другую требуется 10 секунд. За какое наименьшее время можно гарантированно заменить вышедшую из строя батарейку на исправную, если имеется одна новая батарейка и после замены неисправной батарейки прибор сразу начинает работать?

А. За 40 секунд. **Б.** За 50 секунд. **В.** За 60 секунд. **Г.** За 90 секунд.

□ Для обеспечения гарантированности нужно рассмотреть наихудший вариант: неисправная батарейка оказалась пятой при замене батареек. На каждую из 4-х предыдущих замен требуется 10 секунд, так как если прибор не начал работать, то это означает, что вытасченная батарейка исправна и её можно использовать в следующей попытке. Следовательно, необходимо $10 \cdot 5 = 50$ секунд, чтобы гарантированно заменить вышедшую из строя батарейку.

Ответ. Б. За 50 секунд.

15. В гараже стоят 750 автомобилей. Грузовые автомобили имеют по 6 колес, а легковые по 4 колеса. Каких автомобилей в гараже больше и на сколько, если колес всего 3024?

А. Легковых на 726. **Б.** Грузовых на 498.

В. Легковых на 702. **Г.** Грузовых 522.

□ Предположим, что все автомобили легковые. Тогда общее количество колёс равнялось бы $750 \cdot 4 = 3000$. На самом деле, колёс на $3024 - 3000 = 24$ больше. Это

происходит потому, что часть машин — грузовые, у которых на $6 - 4 = 2$ колеса больше, чем у легковых автомобилей. Следовательно, количество грузовых автомобилей равно $24:2 = 12$. Количество легковых равно $750 - 12 = 738$. Их на $738 - 12 = 726$ больше, чем грузовых.

Ответ. А. Легковых на 726.

2 часть

1. В трёх коробочках находится соль, сахар и лимонная кислота. Надпись («соль», «сахар», «лимонная кислота») на каждой коробке не соответствует её содержимому. Можно ли, открыв одну из коробочек и попробовав её содержимое, определить, что лежит в каждой из коробочек?

Открываем, например, коробочке с надписью «сахар». Если в ней лежит соль, то в коробочке с надписью «соль» лежит лимонная кислота, в коробочке с надписью «лимонная кислота» лежит сахар. В противном случае надпись на коробочке с лимонной кислотой соответствует содержимому.

Если же в открытой коробочке лежит лимонная кислота, то в коробочке с надписью «лимонная кислота» лежит соль.

Ответ. Можно.

2. Из 12 котят 8 рыжих и 7 пушистых. Каждый из них либо рыжий, либо пушистый, либо и рыжий, и пушистый. Какое количество котят являются и рыжими и пушистыми одновременно?

При нахождении общего количества котят, складывая количества рыжих и пушистых котят, то есть числа 8 и 7, мы дважды учтём котят, которые являются и рыжими и пушистыми одновременно. Следовательно, $8 + 7 - 12 = 15 - 12 = 3$, искомого количеству

Ответ. Три.

3. 100 учащихся построены в шеренгу по росту. Можно ли, меняя местами двух учащихся, стоящих через одного, построить их в обратном порядке?

Так как учащиеся меняются местами через одного, то ученик, стоящий на месте с чётным номером, всегда будет стоять на месте с чётным номером, то же самое для учеников, стоящих на местах с нечётными номерами. Поэтому ученик с номером 100 не может оказаться на 1-м месте.

Ответ. Нельзя.

4. Все учащиеся 5-го класса занимаются одним из трёх видов спорта: гимнастикой, теннисом или плаванием. Известно, что 6 мальчиков — гимнасты, 5 девочек — теннисистки, 12 мальчиков — теннисисты или пловцы, 9 девочек занимаются гимнастикой или теннисом, 13 учащихся — теннисисты, 10 — пловцы. Сколько учащихся в классе?

Так как 6 мальчиков — гимнасты, а 12 мальчиков — теннисисты или пловцы, то в классе $6 + 12 = 18$ мальчиков.

Поскольку 5 девочек — теннисистки, а всего 13 учащихся — теннисисты, то $13 - 5 = 8$ мальчиков занимаются теннисом.

В классе $12 - 8 = 4$ мальчика занимаются плаванием, ибо 8 мальчиков занимаются теннисом, а 12 мальчиков — теннисисты или пловцы.

Так как 4 мальчика занимается плаванием, а всего плаванием занимается 10 учащихся, то $10 - 4 = 6$ девочек занимается плаванием.

Поскольку 6 девочек занимается плаванием, а 9 девочек занимаются гимнастикой или теннисом, то в классе $6 + 9 = 15$ девочек.

Следовательно, всего в классе $18 + 15 = 33$ учащихся, ибо в классе 18 мальчиков и 15 девочек.

Ответ. 33.

5. Может ли год содержать месяц:

- 1) с пятью воскресеньями и пятью пятницами;
- 2) с пятью воскресеньями и пятью средами?

□ 1) Если месяц содержит 31 день и начинается с пятницы, то пятниц будет 5 и последняя пятница будет 29-го числа. А пятое воскресенье будет 31-го числа.

В 2016-м году январь начался с пятницы, и в этом году в январе было 5 воскресений и 5 пятниц.

2) Предположим, что месяц, содержащий 31 день, начинается с воскресенья. Тогда в этом месяце 5 воскресений, и последнее воскресенье 29-го числа. А сред только 4, так как 31-го — вторник.

Аналогичный вывод получим, если месяц начинается со среды: сред будет 5, а воскресений — 4.

Ответ. 1) Да; 2) нет.

6. Четыре мальчика и четыре девочки решили разделить на две команды по четыре человека в каждой. Они встали в круг и начали считаться против часовой стрелки до тех пор, пока не будет сформирована первая команда. Каждый третий из ребят выходил из круга и шёл в первую команду. С кого начали считать: с мальчика или с девочки, если в результате оказалось, что первая команда состоит:

- 1) только из девочек;
- 2) только из мальчиков;
- 3) из двух девочек и двух мальчиков?

□ 1) На рисунке изображён результат счёта: буквами d_1, d_2, d_3, d_4 обозначены девочки в порядке их выбора в первую команду. Следовательно, счёт начали с девочки.

2) Рассуждая аналогично предыдущему, приходим к выводу, что счёт начали с мальчика.

3) Анализ предыдущих случаев показывает, что ответ зависит от того, кого выбрали при выборе третьего члена команды.

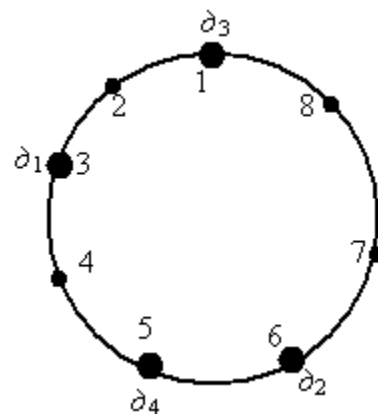
Ответ. 1) С девочки; 2) с мальчика; 3) определить невозможно.

7. Два мальчика играют на гитарах, а один — на балалайке. На чём играет Юра, если Миша с Петей играют на разных инструментах и Петя с Юрой тоже?

□ Так как Петя играет на разных инструментах и с Мишей и с Юрой, то Юра и Миша играют на одинаковых инструментах. И этим инструментом может быть только гитара, так как балалайка одна. Юра играет на гитаре.

Ответ. На гитаре.

8. Количество осадков в марте превысило в полтора раза количество осадков в феврале. В апреле выпало втрое меньше осадков, чем их было в феврале. Сравните ко-



личество осадков, которые выпали за три указанных месяца, с утроенным количеством осадков, выпавших в феврале.

□ Примем количество осадков, выпавших в апреле, за 2 части. Так как в феврале выпало втрое больше осадков, чем в апреле, то количество осадков, выпавших в феврале составит 6 частей. Поскольку количество осадков в марте превысило в полтора раза количество осадков в феврале, то количество осадков в марте составит $6 \text{ частей} + 3 \text{ части} = 9 \text{ частей}$. За три рассматриваемых месяца количество осадков составило $6 + 9 + 2 = 17 \text{ частей}$. А утроенное количество осадков, выпавших в феврале, составляет 18 частей. Следовательно, количество осадков, которые выпали за три указанных месяца меньше утроенного количества осадков, выпавших в феврале.

Ответ. За три указанных месяца выпало меньше утроенного количества осадков, выпавших в феврале.

9. За круглым столом сидят 12 мальчиков и девочек. На вопрос «Кто твой сосед справа?» все ответили: «Мальчик». Сколько мальчиков сидит за столом, если все мальчики соврали, а все девочки сказали правду?

□ Из условия следует, что хотя бы один мальчик сидит за столом. Так как он соврал, то справа от него сидит девочка. Справа от этой девочки сидит мальчик, так как девочки говорили правду. Рассуждая далее аналогично, приходим к выводу, что за столом сидит 6 мальчиков.

Ответ. 6 мальчиков.

10. Состоялось собрание учащихся двух выпускных четвёртых классов, на котором присутствовало 56 человек. Обсуждался вопрос, где отметить окончание начальной школы. Было два предложения: в лесу и в кондитерском кафе. После тайного голосования, в котором приняли участие все участники собрания, не было воздержавшихся и не было недействительных бюллетеней (никто не голосовал за оба предложения), председатель объявил, что принято первое предложение с преимуществом в 7 голосов. Витя заявил, что результаты голосования сфальсифицированы. Как он мог придти к этому выводу?

□ Витя мог рассуждать так. Предположим, что за первое предложение проголосовало столько же человек, сколько и за второе. Тогда всего в голосовании приняло бы участие $56 - 7 = 49$ учеников, причём оба предложения набрали бы одинаковое количество голосов. Но 49 не делится на 2. Получили противоречие.