Задания для 6 класса

1. У Пети было много солдатиков, но меньше 150. Сначала он их всех построил в каре (количество рядов равно количеству солдатиков в каждом ряду). Затем он их перестроил в несколько каре 4×4 и одно 5×5. Сколько солдатиков было у Пети?

А. 100. **Б.** 121. **В.** 125. **Г.** 144.

 Обозначим через x количество каре 4×4. Так как в каре 4×4 16 солдатиков, а в каре 5×5 — 25 солдатиков, то общее количество солдатиков у Пети равно $16x + 25$. По условию, искомое значение этого выражения меньше 150 и, кроме того, является квадратом натурального числа. Составим таблицу значений этого выражения.

X	1	2	3	4	5	6	7	8
$16x + 25$	41	57	73	89	105	$121 = 11^2$	137	153

Из этой таблицы следует, что искомое количество солдатиков равно 121.

Ответ. Б. 121.

2. Расстояние от города X до города Y равно 450 км. Водитель проехал треть этого расстояния со скоростью 75 км/ч, пятую часть оставшейся дороги он проехал за час, а остаток дороги — со скоростью 80 км/ч. Если бы водитель ехал всю дорогу с постоянной скоростью, то какой должна была быть эта скорость, чтобы он мог приехать в Y за то же время?

А. 65 км/ч. **Б.** 70 км/ч. **В.** 75 км/ч. **Г.** 80 км/ч.

 Дорога из X в Y состояла из трёх участков: первый — $450 \cdot \frac{1}{3} = 150$ км, второй — $(450 - 150) \cdot \frac{1}{5} = 60$ км, и третий — 300 – 60 = 240 км. Водитель приехал в Y через 6 ч после выезда из X, так как первый участок он проехал за 150:75 = 2 ч, второй участок за 1 час (по условию), а остаток пути — за 240:80 = 3 ч. Чтобы проехать 450 км с постоянной скоростью за 6 часов, следует ехать со скоростью 450:6 = 75 км/ч.

Ответ. В. 75 км/ч.

3. Аня, Таня, Витя и Митя прошли тестирование. Аня набрала больше всех баллов, а Таня меньше всех. Кто набрал больше баллов: мальчики или девочки?

А. Мальчики. **Б.** Девочки. **В.** Одинаково. **Г.** Данных недостаточно для сравнения.

 Данных недостаточно для сравнения, так как возможны все варианты. Они представлены в таблице.

	Аня	Таня	Витя	Митя	Сравнение
1.	20	10	19	18	20 + 10 < 19 + 18
2.	20	17	19	18	20 + 17 = 18 + 19
3.	20	13	16	15	20 = 13 > 16 + 15

Ответ. Г. Данных недостаточно для сравнения.

4. Каждый мальчик на утреннике в детском саду подарил по шоколадке ровно трём девочкам. Каждая девочка получила по 4 шоколадки. Сколько мальчиков в группе, если всего в группе 14 детей?

А. 4. **Б.** 6. **В.** 8. **Г.** 12.

 Обозначим через m количество мальчиков в группе, тогда девочек в группе — $14 - m$. Так как каждый мальчик подарил по шоколадке ровно трём девочкам, то количество шоколадок, полученных девочками, равно $3m$. Поскольку каждая девочка получила по 4 шоколадки, то количество шоколадок, полученных девочками, равно $4(14 - m)$. Имеем уравнение: $4(14 - m) = 3m$ или $7m = 56$, $m = 8$.
Следовательно, в группе 8 мальчиков.

Ответ. В. 8.

5. Купили на равные суммы денег конфеты «Белочка» ценой 20 зедов за килограмм и «Мишка на Севере» ценой 30 зедов за килограмм (зед — условная денежная единица). Купленные сладости перемешали. Во сколько обошлись 100 граммов полученной смеси?

А. 25 зедов. **Б.** 24 зеда. **В.** 2,5 зеда. **Г.** 2,4 зеда.

 Пусть купили x кг конфет «Мишка на Севере», их стоимость равна $30x$ зедов, на такую же сумму купили конфет «Белочка». Поэтому этих конфет купили $30x:20 = 1,5x$ кг. Следовательно, $x + 1,5x = 2,5x$ кг купленных сладостей стоят $30x + 30x = 60x$ зедов. Отсюда следует, что 1 кг смеси обошёлся в $60x:2,5x = 24$ зеда, а 100 г смеси — в $24:10 = 2,4$ зеда.

Ответ. Г. 2,4 зеда.

6. В волейбольном турнире каждая команда встретилась с каждой по одному разу. Оказалось, что ровно 95 % команд одержали хотя бы по одной победе. В волейболе ничьих не бывает. Сколько команд участвовало в турнире?

А. 10. **Б.** 20. **В.** 24. **Г.** 36.

 Если ровно 95 % команд одержали хотя бы по одной победе, то не одержали ни одной победы в турнире 5% команд. Но не одержать ни одной победы могла только одна команда, так как любые две команды играли между собой и ничьих в волейболе не бывает. Следовательно, 5% от количества команд равно 1, в турнире участвовало $\frac{1 \cdot 100}{5} = 20$ команд.

Ответ. Б. 20.

7. За ужином Таня съела столько же пирожных, сколько и её дочка, а Маша в три раза больше, чем её дочка, причём каждый съел целое количество пирожных. Сколько пирожных съела Маша, если ужинало трое и было съедено 14 пирожных?

А. 6. **Б.** 7. **В.** 8. **Г.** 9.

 Из условия следует, что Таня и Маша — родственники: одна из них является мамой другой, третья сидящая за ужином — дочка одной из них и внучка другой.

Если Таня — мама, то Маша — дочка. Тогда Таня и Маша съели вместе в $3 + 3 = 6$ раз больше пирожных, чем дочка Маши. Примем количество пирожных, съеденных дочкой Маши, за 1 часть, тогда количество пирожных съеденных Таней и Машей вместе, составляет 6 частей. Общее количество съеденных пирожных составляют $6 + 1 = 7$ частей. На одну часть приходится $14:7 = 2$ пирожных, Маша съела $2 \cdot 3 = 6$ пирожных.

Если Маша — мама, то Таня — дочка. Тогда Маша съела пирожных в три раза больше, чем её дочка и в три раза больше, чем её внучка. Примем количество пирожных, съеденных Таней, за 1 часть, тогда количество пирожных, съеденных её дочкой, также составляет 1 часть, а количество пирожных, съеденных Машей, — 3 части. Тогда общее количество съеденных пирожных составляет 1 + 1 + 3 = 5 частей. Так как число 14 на 5 не делится, то в этом случае высказанное предположение неверно.

Следовательно, Таня — мама, Маша — дочка, Маша съела 6 пирожных.

Ответ. А. 6.

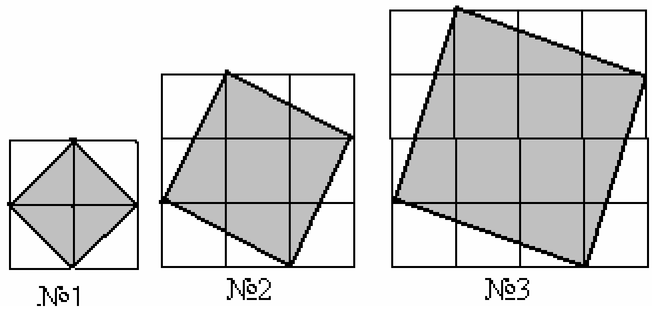
8. В некотором летнем месяце сред больше, чем четвергов, а вторников больше, чем понедельников. Какой это месяц?

А. Июнь. **Б.** Июль. **В.** Август. **Г.** Определить нельзя.

 Если в месяце 31 день, то в 4 неделях (в течение 28 дней) одинаковое количество дней недели. По условию, в оставшиеся три дня сред больше, чем четвергов, то есть в этом месяце 4 четверга, 5 сред, а значит, 5 понедельников и 5 вторников. Это противоречит тому, что вторников больше, чем понедельников. Следовательно, в рассматриваемом месяце 30 дней, и это июнь, так как июль и август содержат по 31 дню.

Ответ. А. Июнь.

9. На рисунке на клеточной бумаге с клетками одинаковых размеров изображены закрашенные фигуры, площади которых превосходят площадь одной клетки на фигуре 1 в 2 раза, на фигуре 2 в 5 раз, на фигуре 3 в 10 раз. Во сколько раз превосходит площадь одной клетки площадь 10-й закрашенной фигуры, построенной по тому же правилу, что и фигуры 1, 2, 3?



А. В 170 раз. **Б.** В 145 раз. **В.** В 122 раза. **Г.** В 101 раз.

 Площадь закрашенной фигуры на каждом рисунке равна разности площади большого квадрата, состоящего из клеток, и содержащего закрашенную фигуру, и суммы площадей 4-х равных прямоугольных треугольников, отсекаемых сторонами закрашенной фигуры. Из двух таких прямоугольных треугольников можно составить прямоугольник, состоящий из клеток, количество которых равно номеру фигуры.

Обозначим через k номер фигуры. Если принять площадь одной клетки за единицу площади, то, учитывая, что длина стороны квадрата выражается числом, на 1 превосходящим номер фигуры, получим, что площадь S_k закрашенной фигуры с номером k равна $(k + 1)^2 - 2k$. Из этого выражения следует, что $S_{10} = (10 + 1)^2 - 20 = 101$.

Ответ. Г. В 101 раз.

10. Имеется сто билетов с номерами 00, 01, 02, …, 98, 99 и десять ящиков с номерами 0, 1, 2, …, 9. Билет разрешается опускать в ящик, если номер ящика содержится в записи номера билета. Какое наибольшее количество билетов может оказаться в одном из ящиков после раскладывания всех билетов по указанному правилу?

А. 20. **Б.** 19. **В.** 11. **Г.** 10.

 Количество всех двузначных номеров билетов, содержащих данную цифру в записи номера билета, равно 19: десять номеров содержат эту цифру первой, десять — второй, но при этом номер, запись которого содержит только эту цифру, учтён дважды.

Ответ. Б. 19.

11.Десять человек сдавали экзамен. Они вытягивали билеты наугад по очереди по одному из 10 билетов, лежащих на столе, причём каждый вытягивал билеты из оставшихся. Один из экзаменующихся знал ответы ко всем 10 билетам, один — к билетам № 1, 2, …, 9, один — к билетам 1, 2, …, 8, и т. д., один только к билету №1. Могут ли ровно 5 человек вытянуть билеты, на которые они не знают ответы?

 Обозначим экзаменующегося, знающего ответы на k билетов, через k, $k = 1, 2, \ldots, 10$.

Пять человек не будут знать ответы на вытянутые билеты, например, если учащиеся 10, 9, 8, 7, 6 вытянут билеты соответственно с номерами 1, 2, 3, 4, 5. Тогда учащимся 5, 4, 3, 2, 1 не останутся билеты, ответы на которые они знают.

Ответ. Могут.

12.В классе 16 человек. Может ли в нём девочек быть меньше трёх четвертей, но больше 70%?

 Так как $\frac{3}{4}$ от 16 равно $16 \cdot \frac{3}{4} = 12$, а 70% от этого же числа равно $\frac{16 \cdot 70}{100} = 11{,}2$, то девочек в классе меньше 12, но больше 11,2, что невозможно.

Ответ. Не может.

13.Имеются гирьки массой 2 г, 4 г, 6 г, …, 38 г, 40 г. Можно ли их разложить на три равные по массе кучки?

 Масса всех гирек равна 2 + 4 + 6 + … + 38 + 40 = 2(1 + 2 + 3 + … + 19 + 20) = 2((1 + 20) + (2 + 19) + … + (10 + 11)) = 2·21·10 = 420 г. Следовательно, если можно разложить все гирьки на три равные по массе кучки, то масса гирек в каждой кучке должна равняться 420:3 = 140 г. Разложение может быть, например, таким:

1-я кучка — 40 г + 38 г + 36 г + 26 г = 140 г;

2-я кучка — 34 г + 32 г + 30 г + 28 г + 16 г = 140 г;

3-я кучка — 24 г + 22 г + 20 г + 18 г + 14 г + 12 г + 10 г + 8 г + 6 г + 4 г + 2 г = 140 г.

Ответ. Можно.

14.Круглый торт разрезали с помощью четырёх прямолинейных разрезов так, что на каждом куске оказалась ровно одна розочка. Могло ли на торте быть ровно 10 розочек?

 Могло. Соответствующие разрезы указаны на рисунке.

Ответ. Могло.