

Решение заданий для 6-7 классов

1-я часть

Выберите правильный ответ из приведенных.

1. Минутная стрелка за 20 минут повернулась на некоторый угол. За какое время на тот же угол повернётся часовая стрелка?

А. За 200 мин. Б. За 220 мин. В. За 240 мин. Г. За 260 мин.

□ За 15 минут минутная стрелка поворачивается на 90° . Следовательно за 1 минуту — на 6° . Часовая стрелка за 1 минуту поворачивается на $90^\circ:180 = 0,5^\circ$.

За 20 минут минутная стрелка повернулась на $6^\circ \cdot 20 = 120^\circ$. Часовая стрелка на 120° повернётся за $120^\circ:0,5^\circ = 240$ мин.

Ответ. В. За 240 мин.

2. Какой угол образуют между собой минутная и часовая стрелки в 5 ч 40 мин?

А. 65° . Б. 70° . В. 75° . Г. 80° .

□ В 5 часов угол между часовой и минутной стрелками равен 150° . За 40 минут часовая стрелка повернётся на угол $0,5^\circ \cdot 40 = 20^\circ$, а минутная стрелка за 30 минут повернётся на развёрнутый угол, равный 180° и за оставшиеся $40 - 30 = 10$ мин повер-

нётся ещё на $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ часть от развёрнутого угла, на 60° , то есть за 40 мин повернётся

на угол $180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$. Угол между стрелками составит $240^\circ - (150^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$.

Ответ. Б. 70° .

3. Антон поставил стрелку будильника на 6 часов утра, но проснулся немного раньше (после 5 часов) и заметил, что часовая стрелка делит угол между стрелкой будильника и минутной стрелкой пополам. Когда проснулся Антон?

А. В 5 ч 22 мин. Б. В 5 ч 23 мин. В. В 5 ч 24 мин. Г. В 5 ч 25 мин.

□ По условию, часовая стрелка находится между числами 5 и 6. Этот промежуток циферблата минутными делениями разделён на 5 частей, каждую из которых часовая стрелка проходит за $60:5 = 12$ мин. Если часовая стрелка стоит на делении 26 мин, то минутная — на 12 мин, и часовая стрелка не делит угол между минутной стрелкой и стрелкой будильника пополам. А деление в 27 мин для часовой стрелки подходит, так как минутная стрелка покажет $2 \cdot 12 = 24$ мин, и деление 27 мин находится как раз посередине между делениями 24 мин и 30 мин (6 ч). Так как минутная стрелка приближается к часовой, то такое положение могло быть только один раз в указанном промежутке времени. Итак, Антон проснулся в 5 ч 24 мин.

Ответ. В. В 5 ч 24 мин.

4. В какое время между 5 ч и 6 ч угол между минутной и часовой стрелками будет составлять 40° впервые за этот час?

А. В 5 ч 40 мин. Б. В 5 ч 34 мин. В. В 5 ч 25 мин. Г. В 5 ч 20 мин.

□ Пусть искомое время равно 5 ч x мин. Поскольку требуется найти искомое время, наступившее впервые за рассматриваемый час, то $0 \leq x \leq 25$. В 5 часов угол между стрелками составляет 150° . За x мин часовая стрелка повернётся на угол, равный $0,5x^\circ$, а минутная — на $6x^\circ$.

Угол между стрелками составит $150^\circ + 0,5x^\circ - 6x^\circ$, что, по условию, равно 40° . Имеем уравнение $150^\circ - 5,5x^\circ = 40^\circ$. Отсюда $x = 20$. Следовательно, угол между стрелками будет составлять 40° в 5 ч 20 мин.

Ответ. Г. В 5 ч 20 мин.

5. На уроке ученик должен решить 8 задач, за каждую из которых он может получить от двух до пяти баллов. За некоторые 6 задач его средняя оценка равнялась 4,5 балла. Какой может быть сумма баллов за остальные 2 задачи, чтобы средняя оценка была 4 балла?

А. 5.

Б. 6.

В. 7.

Г. 8.

□ Так как среднее арифметическое нескольких чисел равно частному от деления их суммы на их количество, то сумма этих чисел равна произведению их среднего арифметического на их количество. Поэтому сумма баллов, полученных за решение 6 задач равна $4,5 \cdot 6 = 27$. Для того, чтобы средний балл за 8 задач равнялся 4, необходимо, чтобы сумма баллов, набранных за решение 8 задач, равнялась $4 \cdot 8 = 32$. Тогда сумма баллов за решение двух последних задач должна равняться $32 - 27 = 5$.

Ответ. А. 5.

6. На школьной математической олимпиаде каждый член жюри оценивал успехи участников целым количеством баллов. Средний балл одного участника равнялся 5,625. Каким наименьшим могло быть количество членов жюри?

А. 2.

Б. 6.

В. 8.

Г. 10.

□ Так как каждый член жюри оценивал успехи участников целым количеством баллов, то сумма баллов, поставленных всеми членами жюри, также должна выражаться целым числом. Но сумма баллов, поставленных всеми членами жюри, равна произведению среднего арифметического баллов на количество членов жюри. Произведение числа 5,625 ни на одно из чисел, от 1 до 7, не равно целому числу, а при умножении на 8 дает целое число $5,625 \cdot 8 = 45$. Следовательно, наименьшее количество членов жюри равно 8.

Ответ. В. 8.

7. По результатам контрольной работы в классе средний балл у мальчиков оказался равным 8,6, у девочек — 9,8, а средний балл у всех учащихся класса — 9,4. Какую часть учащихся класса составляют мальчики?

А. $\frac{1}{4}$.

Б. $\frac{1}{3}$.

В. $\frac{1}{2}$.

Г. $\frac{2}{3}$.

□ Обозначим количества мальчиков и девочек в классе через x и y соответственно, тогда количество учащихся класса равно $x + y$. Так как сумма баллов, набранных учащимися, равна произведению среднего арифметического баллов на количество учащихся, то мальчики набрали $8,6x$ баллов, девочки — $9,8y$ баллов, а все учащиеся класса — $9,4(x + y)$. Имеем уравнение: $8,6x + 9,8y = 9,4(x + y)$, или $0,8x = 0,4y$, или $y = 2x$. Следовательно, отношение количества мальчиков к общему количеству учащихся

класса равно $\frac{x}{x + y} = \frac{x}{x + 2x} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$.

Ответ. Б. $\frac{1}{3}$.

8. В школьной математической олимпиаде участвовало 10 учащихся 6-го класса. Все они набрали различное количество баллов, которые выражаются натуральными числами. Среднее арифметическое набранных баллов равно 10. Какое наибольшее количество баллов мог набрать участник олимпиады?

А. 10. Б. 45. В. 50. Г. 55.

□ Поскольку в школьной математической олимпиаде участвовало 10 учащихся, а среднее арифметическое набранных баллов равно 10, то сумма баллов, набранных всеми учащимися, равна $10 \cdot 10 = 100$. Требуется найти, какое наибольшее количество баллов мог набрать участник олимпиады из всех возможных. Это могло произойти тогда, когда остальные участники набрали наименьшее возможное количество баллов. Так как все участники набрали различное количество баллов, выражаемых натуральными числами, то это могло произойти тогда, когда остальные 9 участников набрали 1, 2, 3, ..., 9 баллов. Их сумма равна $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$. Тогда 10-й участник набрал $100 - 45 = 55$ баллов. Следовательно, наибольшее число баллов, которое мог набрать участник олимпиады, равно 55.

Ответ. Г. 55.

9. Имеется 4 фотографии неизвестных людей и 4 их паспорта, но без фотографий. Сколько существует всего различных вариантов вложения фотографий в паспорта?

А. 4. Б. 8. В. 15. Г. 24.

□ Обозначим паспорта числами 1, 2, 3, 4, а соответствующие им фотографии — буквами а, б, в, г. Тогда все различные варианты вложения фотографий в паспорта будут выглядеть так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1а	1а	1а	1а	1а	1а	1б	1б	1б	1б	1б	1б
2б	2б	2в	2в	2г	2г	2а	2а	2в	2в	2г	2г
3в	3г	3б	3г	3б	3в	3в	3г	3а	3г	3а	3в
4г	4в	4г	4б	4в	4б	4г	4в	4г	4а	4в	4а

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1в	1в	1в	1в	1в	1в	1г	1г	1г	1г	1г	1г
2а	2а	2б	2б	2г	2г	2а	2а	2б	2б	2в	2в
3б	3г	3а	3г	3а	3б	3б	3в	3а	3в	3а	3б
4г	4б	4г	4а	4б	4а	4в	4б	4в	4а	4б	4а

Всего 24 варианта удовлетворяют условию.

Искомое количество вариантов можно подсчитать следующими рассуждениями. К цифре 1 можно присоединить любую из 4-х указанных букв. Какую букву мы бы не присоединили к 1, к цифре 2 можно присоединить любую из трёх оставшихся букв. Поэтому есть $4 \cdot 3 = 12$ способов присоединения букв к цифрам 1 и 2. Для любого из этих 12 вариантов к цифре 3 можно присоединить букву двумя способами.

Таким образом, есть $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ способа присоединения букв к цифрам 1, 2 и 3. Для любого из этих 24 вариантов к цифре 4 можно присоединить букву единственным способом. Следовательно, искомое количество вариантов равно $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Ответ. Г. 24.

10. Имеется 4 фотографии неизвестных людей и 4 их паспорта, но без фотографий. Сколько существует всего различных вариантов вложения фотографий в паспорта, в которых неправильно вложены все фотографии?

А. 3. Б. 6. В. 9. Г. 18.

Обозначим паспорта числами 1, 2, 3, 4, а соответствующие им фотографии — буквами а, б, в, г. Тогда все различные варианты вложения фотографий в паспорта, в которых неправильно вложены все фотографии, будут выглядеть так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1б	1б	1б	1в	1в	1в	1г	1г	1г
2а	2в	2г	2а	2г	2г	2а	2в	2в
3г	3г	3а	3г	3б	3а	3б	3а	3б
4в	4а	4в	4б	4а	4б	4в	4б	4а

Всего 9 вариантов удовлетворяют условию.

Ответ. В. 9.

11. Имеется 4 фотографии неизвестных людей и 4 их паспорта, но без фотографий. Сколько существует всего различных вариантов вложения фотографий в паспорта, в которых ровно трём владельцам паспортов вложены их фотографии?

А. 0. Б. 1. В. 2. Г. 3.

Если правильно вложены в паспорта 3 фотографии, то правильно будет вложена и 4-я фотография. Следовательно, вариантов, в которых правильно вложены ровно три фотографии, не существует.

Ответ. А. 0.

12. Имеется 4 фотографии неизвестных людей и 4 их паспорта, но без фотографий. Сколько существует всего различных вариантов вложения фотографий в паспорта, в которых правильно вложена ровно одна фотография?

А. 4. Б. 8. В. 12. Г. 16.

Обозначим паспорта числами 1, 2, 3, 4, а соответствующие им фотографии — буквами а, б, в, г. Тогда все различные варианты вложения фотографий в паспорта, в которых правильно вложена ровно одна фотография, будут выглядеть так:

1	2	3	4	5	6	7	8
1а	1а	1б	1б	1в	1в	1г	1г
2в	2г	2в	2г	2а	2б	2а	2б
3г	3б	3а	3в	3б	3г	3в	3а
4б	4в	4г	4а	4г	4а	4б	4в

Всего 8 вариантов удовлетворяют условию.

Ответ. Б. 8.

Вторая часть

Запишите к каждому заданию ответ.

13. Участие отдыхающих санатория в экскурсии в Ботанический сад предусматривает затраты на заказ автобуса, приобретение входных билетов, обед в кафе. Заказ автобуса, вмещающего 45 пассажиров, стоит 9 000 руб., стоимость входного билета — 100 руб., комплексного обеда — 200 руб.

- 1) Какую сумму денег необходимо иметь, чтобы принять участие в экскурсии, при условии, что автобус будет полностью заполнен?
- 2) На сколько процентов увеличится необходимая сумма для участия в экскурсии, если автобус будет заполнен на две трети вместимости?
- 3) Какое должно быть наименьшее количество желающих принять участие в экскурсии, чтобы на поездку хватило 700 руб.?

□ 1) Если автобус заполнен полностью, то каждый участник экскурсии за его заказ платит $9000:45 = 200$ руб. При этом условии для участия в экскурсии необходимо иметь не менее $200 + 100 + 200 = 500$ руб.

2) Если автобус будет заполнен на две третьих, то есть в экскурсии примет участие $45 \cdot \frac{2}{3} = 30$ человек, то каждый участник экскурсии за его заказ платит $9000:30 = 300$ руб. При этом условии для участия в экскурсии необходимо иметь не менее $300 + 100 + 200 = 600$ руб. Необходимая сумма для участия в экскурсии увеличится на $600 - 500 = 100$ руб., что составляет $\frac{100 \cdot 100}{500} = 20\%$ от 500 руб.

3) Чтобы на поездку хватило 700 руб., за заказ автобуса каждый участник должен заплатить не более $700 - (100 + 200) = 400$ руб. Для этого в экскурсии должно участвовать не менее $9000:400 \approx 23$ человек (округление с избытком).

Ответ. 1) Не менее 500 руб.; 2) На 20%; 3) 23 человека;

14. Месячный семейный бюджет распределялся следующим образом: 50% тратилось на питание, 20% — на коммунальные услуги, 30% — на все прочие нужды.

- 1) Известно, что в этом месяце расходы на питание превысили расходы на коммунальные услуги на 18 тыс. зедов (зед — условная денежная единица). Определите размер семейного бюджета.
- 2) В дальнейшем семье пришлось тратить 2 000 зедов в месяц на подготовительные курсы для дочери (расходы на курсы не учитываются в статье «прочие нужды»), хотя новых доходов не поступало. Расходы на коммунальные услуги не изменились. Какую сумму стала тратить семья на питание, если сохранилось соотношение между расходами на питание и расходами на прочие нужды?
- 3) В начале месяца семья получила проценты с депозита в сумме 5 000 зедов. Может ли она позволить себе купить в этом месяце верхнюю одежду (прочие нужды) на сумму 22 000 зедов, если выполняются условия задания 2)?

□ 1) Так как 18 тыс. зедов составляют $50 - 20 = 30\%$ от семейного бюджета, то семейный бюджет составляет $\frac{18 \cdot 100}{30} = 60$ тыс. зедов.

2) Расходы на коммунальные услуги составляют $60 \cdot 0,2 = 12$ тыс. зедов. Учитывая плату за подготовительные курсы, в семье остаётся на питание и прочие расходы $60 - 12 - 2 = 46$ тыс. зедов. Если расходы на питание и прочие нужды принять за 1, то на питание тратилось $\frac{50}{50+30} = \frac{5}{8}$ этих расходов, то есть $\frac{5}{8}$ от 46 тыс. зедов или 28 тыс. 750 зедов.

3) На питание и прочие нужды потрачено $60 + 5 - 2 - 12 = 51$ тыс. зедов, $\frac{3}{8}$ от этой суммы идёт на прочие нужды. Это составляет 19 тыс. 125 зедов. То есть на прочие нужды семья может потратить менее 20 тыс. зедов.

Ответ. 1) 60 тыс. зедов; 2) 28 тыс. 750 зедов; 3) Не может.

15. Земельный участок, имеющий форму квадрата, разделён на несколько равных участков квадратной формы и несколько равных участков прямоугольной формы, но не квадратной. Каков наибольший периметр участка прямоугольной (неквдратной) формы, если периметры участков квадратной формы равны 144 м каждый и количества участков квадратной и прямоугольной (неквдратной) форм соответственно равны: 1) 2 и 3; 2) 2 и 4; 3) 3 и 3?

□ Каждый участок квадратной формы имеет периметр 144 м, значит, размеры квадратных участков равны 36 м × 36 м. Изобразим исходный участок квадратом, а его части — квадратами и прямоугольниками, не являющимися квадратами.

1) Разбиение квадратного участка на 2 равных квадрата и 3 равных прямоугольника может выглядеть следующими способами:

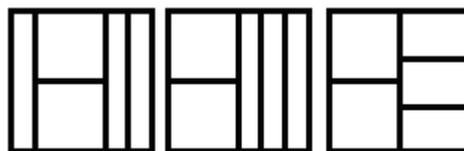


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3

На рис. 1 и 2 прямоугольные участки имеют размеры 12 м × 72 м и периметр 168 м, а на рис. 3 — 24 м × 36 м и периметр 120 м. Значит, наибольший периметр прямоугольного участка может быть равен 168 м.

2) Разбиение квадратного участка на 2 равных квадрата и 4 равных прямоугольника может выглядеть следующими способами:



Рис. 4 Рис. 5 Рис. 6 Рис. 7 Рис. 8 Рис. 9

На рис. 4 прямоугольники имеют размеры 9 м × 72 м и периметр 162 м, на остальных — 18 м × 36 м и периметр 108 м. Значит, наибольший периметр прямоугольного участка может быть равен 162 м.

3) Если большой квадрат состоит из трёх равных квадратов и трёх равных прямоугольников, не являющихся квадратами, то эти фигуры могут быть размещены

только так, как показано или на рис. 10, или на рис. 11, или на рис. 12, или на рис. 13, или на рис. 14, или на рис. 15.

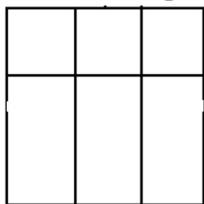


Рис. 10

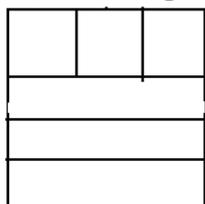


Рис.11

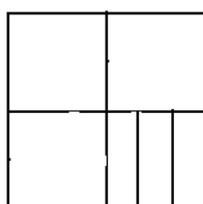


Рис.12

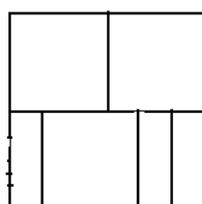


Рис.13

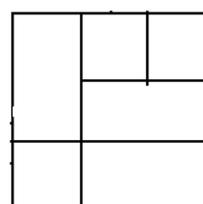


Рис. 14

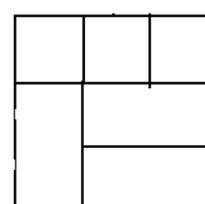


Рис. 15

Стороны прямоугольников, не являющихся квадратами, их периметры представлены в таблице.

	Длина одной стороны, м	Длина другой стороны, м	Периметр, м
Рис. 10	72	36	216
Рис. 11	108	24	264
Рис. 12	36	12	96
Рис. 13	36	12	96
Рис. 14	72	36	216
Рис. 15	72	36	216

Искомое значение — 264 м.

Ответ. 1) 168 м; 2) 162 м; 3) 264 м.

16. Дверь открывается, если одновременно нажать две кнопки с цифрами двузначного кода, составленного из различных цифр 0, 1, 2, ..., 9 (код может начинаться с цифры 0). На каждую новую попытку открыть дверь нажатием кнопок требуется ровно 4 секунды. Сколько нужно секунд, чтобы наверняка открыть дверь, если:

- 1) известна одна цифра кода, если предположить, что на каждую попытку открыть дверь нажатием кнопок требуется ровно 4 секунды;
- 2) известно, что обе цифры нечётные;
- 3) известно, что сумма цифр кода нечётна?

□ 1) Возможны 9 вариантов кода. Поэтому за 9 попыток, то есть за $4 \cdot 9 = 36$ секунд, дверь можно наверняка открыть.

2) Имеется 20 вариантов упорядоченных пар различных цифр, составленных из цифр 1, 3, 5, 7, 9: (1,3), (1,5), (1, 7), (1, 9), (3, 1), Так как код набирается одновременным нажатием двух кнопок с цифрами кода, то за 10 попыток можно наверняка открыть дверь. Следовательно, за 40 секунд дверь можно наверняка открыть.

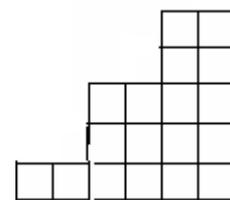
3) Сумма двух чисел нечётна, если одно из них чётно, а другое нечётно. Так как имеется 5 нечётных и 5 чётных цифр, то существует $5 \cdot 5 = 25$ пар чисел, сумма которых нечётна. Следовательно, за $25 \cdot 4 = 100$ секунд дверь можно наверняка открыть.

Ответ. 1) 36 с; 2) 40 с; 3) 100 с.

17. Сколько необходимо маленьких квадратиков, чтобы образовать ступенчатую фигуру, подобную изображённой на рисунке, если в нижнем её ряду: 1) 20 клеток; 2) 100 клеток; 3) $2n$ клеток?

□ Из двух одинаковых фигур данного вида с $2n$ клетками в основании можно составить квадрат со стороной $2n$. Следовательно количество клеток в данной фигуре равно

$$\frac{2n \cdot 2n}{2} = 2n^2.$$



- 1) $2 \cdot 10^2 = 200$;
- 2) $2 \cdot 50^2 = 5000$;
- 3) $2n^2$.

Ответ. 1) 200; 2) 5000; 3) $2n^2$.

Третья часть

Напишите полное решение каждого задания.

18. В классе 20 учащихся. Назовём «расстоянием» между двумя учащимися количество дней между их датами рождения.

- 1) Может ли среди всех попарных «расстояний» между семью учащимися встретиться одно и то же число ровно 10 раз?
- 2) Может ли среди всех попарных «расстояний» между десятью учащимися встретиться одно и то же число ровно 10 раз, если известно, что в классе нет совпадающих дат рождения?
- 3) Какое наибольшее количество раз может встретиться одно и то же число среди всех попарных «расстояний» между учащимися класса, если в каждый месяц есть дни рождения не более 6 человек?

1) Количество попарных «расстояний» между пятью учащимися равно 10. Если все эти учащиеся имеют одну и ту же дату рождения, а остальные двое из семи — другие и различные даты, то ровно 10 раз число 0 встретится среди всех попарных «расстояний» между семью различными учащимися.

2) Если даты рождения десяти учащихся различные, то их можно изобразить десятью точками на числовой прямой. Наибольшее количество раз одно и то же число может встретиться среди всех попарных «расстояний» между десятью различными точками прямой равно 9. Это будет в случае, когда расстояния между соседними точками равны. Следовательно, 10 раз не может встретиться.

3) Если все даты рождения изобразить на числовой прямой четырьмя точками на одинаковом расстоянии в трех из которых даты рождения имеют по 6 учащихся, и в одной точке дату рождения имеют 2 учащихся, то количество одинаковых «расстояний» между учащимися (равных 0) будет равно $6 \cdot 6 + 6 \cdot 6 + 6 \cdot 2 = 84$.

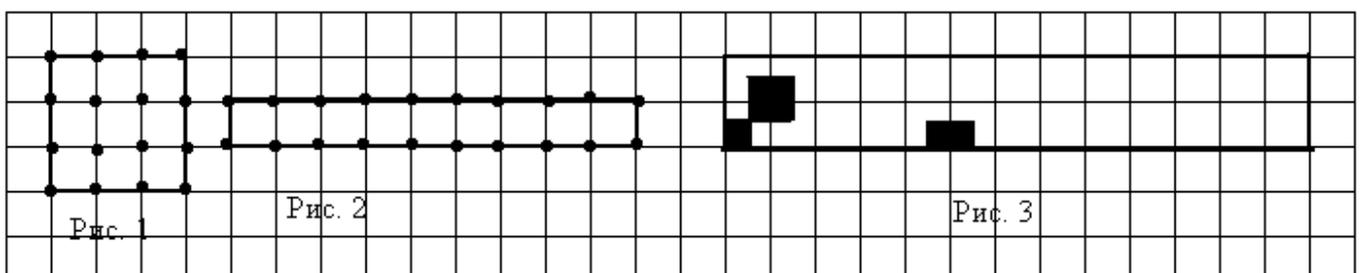
Ответ. 1) Да; 2) нет; 3) 84.

19. Какое наибольшее число узлов клетчатой бумаги может содержать прямоугольник (внутри и на границе), стороны которого идут по линиям сетки, и он состоит из:

- 1) 9 клеток; 2) 26 клеток; 3) 260 клеток?

1) Из 9 клеток можно составить два неравных прямоугольника, удовлетворяющих условию (см. рис. 1 и рис. 2). На рис. 2 узлов 20, а на рис. 1 — 16. Следовательно, искомое число равно 20.

2) Из 26 клеток можно также составить только два неравных прямоугольника: 2 клетки \times 13 клеток (рис. 3) и 1 клетка \times 26 клеток. Количество узлов клетчатой бумаги, содержащихся в прямоугольнике 1 клетка \times 26 клеток равно 54, и это число больше количества узлов у прямоугольника, изображённого на рис. 3. Следова-



но, искомое число равно 54.

3) Рассмотренные случаи позволяют выдвинуть гипотезу о том, что искомое число для любого прямоугольника, состоящего из n клеток и удовлетворяющего условию, равно количеству узлов клетчатой бумаги, содержащихся в самом «узком» прямоугольнике — 1 клетка \times n клеток. Это число равно $2n + 2$.

Для доказательства этой гипотезы для каждого узла, содержащегося внутри прямоугольника, состоящего из n клеток, построим квадрат с центром в этом узле, равный клетке (см. рис. 3).

Для узлов, являющихся вершинами прямоугольника, построим квадратики, как показано на рис. 3, в 4 раза меньшие клетки, а для узлов на сторонах прямоугольника, но не в вершинах, — прямоугольники, как показано на рис. 3, равные половине клетки.

Объединение построенных фигур составляет прямоугольник. Если площадь клетки принять за единицу, то площадь прямоугольника, состоящего из n клеток, равна n

и $n = a + \frac{b-4}{2} + \frac{1}{4} \cdot 4 = a + \frac{b}{2} - 1$, где a — количество узлов внутри, b — на сторонах

прямоугольника. Тогда $a + b = n + \frac{b}{2} + 1$ и принимает наибольшее значение, когда b

— наибольшее. Число b наибольшее, когда $a = 0$, то есть все узлы на границах.

Следовательно, для прямоугольника, содержащего 260 клеток, искомое число равно 522.

Ответ. 1) 20; 2) 54; 3) 522.

20. Имеются гири массой 1 г, 2 г, 3 г, ..., 24 г.

1) Можно ли их разложить на 15 кучек, равных по массе?

2) Можно ли их разложить на 5 кучек, равных по массе?

3) На сколько равных по массе кучек можно разложить гири?

□ Масса всех гирек равна $1 + 2 + 3 + \dots + 24 = (1 + 24) + (2 + 23) + (3 + 22) + \dots + (12 + 13) = 25 \cdot 12 = 300$ г.

1) На 15 равных по массе кучек разложить нельзя, так как в каждой кучке должно быть $300:15 = 20$ г, а имеются гири и массой, большей 20 г.

2) Можно. Масса каждой кучки равна $300:5 = 60$ г. Кучки имеют, например такой состав:

1-я: $24 + 23 + 13 = 60$ г;

4-я: $16 + 15 + 14 + 12 + 1 + 2 = 60$;

2-я: $22 + 21 + 17 = 60$ г;

5-я: $11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 = 60$.

3-я: $20 + 19 + 18 + 3 = 60$ г;

3) Во-первых, количество кучек n должно быть делителем числа массы всех гирек, большим 1. Во-вторых, масса каждой кучки не должна превосходить частного от деления массы всех гирек на количество кучек.

Делители числа 300: 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 50, 60, 75, 100, 150. Количество кучек, начиная с 15, невозможны (см. решение задания 1).

Разложить гири на 12 равных по массе кучек можно, так как число 12 является делителем числа 300, $300:12 = 25$ и

$24 + 1 = 23 + 2 = 22 + 3 = \dots = 13 + 12$.

Объединяя полученные кучки по 2, 3, 4, 6 кучек, получим разложение гирек на равные по массе 6, 4, 3, 2 кучки. Разложение на 5 кучек представлено в 2).

Осталось осуществить разложение для $n = 10$. Если $n = 10$, то $300:10 = 30$

1-я кучка: $24 + 6 = 30$,

2-я кучка: $23 + 7 = 30$,

3-я кучка: $22 + 8 = 30$.

4-я кучка: $21 + 9 = 30$.

5-я кучка: $20 + 10 = 30$.

6-я кучка: $19 + 11 = 30$.

7-я кучка: $18 + 12 = 30$.

8-я кучка: $17 + 13 = 30$

9-я кучка: $16 + 14 = 30$.

10-я кучка: $15 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 30$

Ответы. 1) Нельзя; 2) можно; 3) на 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12.