

## Задания первой части заочного этапа олимпиады «Абитуриент 2019»

1. Решите уравнение:  $x^{20} + x^{100} = 2x^{120}$ .

2. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19(x - y); \\ x^3 + y^3 = 7(x + y). \end{cases}$$

3. При каком наименьшем значении параметра  $a$  уравнение

$$\sqrt{x - 2 + 2\sqrt{x - 3}} - 2\sqrt[4]{x - 3} + 10 = a$$

имеет хотя бы один корень?

4. Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{1+2x^4}{x^2}$  и значения аргумента, при которых функция принимает это значение.

5. Найдите наименьшее значение выражения  $a + b + c$ , если  $a + 2b \geq 3$ ,  $b + 3c \geq 5$ , и  $a, b, c$  — неотрицательные числа.

6. Известно, что график функции  $y = ax^2 + bx + c$  пересекает ось  $Oy$  ниже оси  $Ox$ , а для обеих точек пересечения  $x_1$  и  $x_2$  этого графика с осью  $Ox$  выполнено условие  $1/x_1 + 1/x_2 < 0$ . Определите знак коэффициента  $b$ .

7. Определите вид четырехугольника, диагонали которого при пересечении разбивают его на четыре треугольника, площади которых равны.

8. Две трубы диаметром 20 см лежат на поверхности земли вплотную друг к другу. Каков наибольший диаметр трубы можно положить в зазор между ними?

9. Найдите наименьшее значение функции, равной сумме расстояний от произвольной точки пространства до вершин прямоугольника со сторонами 3 см и 4 см.

10. В каком отношении делит объём куба плоскость, проходящая через середины трех попарно скрещивающихся ребер?

11. Витя вышел из дома со скоростью 3 км/ч. Он рассчитал, что доберется до дома Тани ровно к назначенному времени встречи. Через 10 минут он вспомнил, что обещал принести Тане учебник математики, и поспешил за ним обратно со скоростью 5 км/ч. Чтобы не опоздать, Витя с учебником поехал к Тане на велосипеде со скоростью 8 км/ч и прибыл ровно в назначенное время. Чему равно расстояние от дома Вити до дома Тани?

12. Дачница Валентина Ивановна посадила в теплицу огурцы и помидоры, причем общее количество растений больше 14. Если бы она посадила огурцов больше вдвое, а помидоров больше на 18 кустов, то количество помидоров превысило бы количество огурцов. Если бы она посадила вдвое больше помидоров, не изменяя количество посаженных огурцов, то огурцов все равно было бы больше. Сколько в теплице огурцов и сколько помидоров?

*Решение задач первой части заочного этапа необходимо прислать в электронном виде не позднее **19 декабря** на e-mail: [olimpiada.fmit.donnu@gmail.com](mailto:olimpiada.fmit.donnu@gmail.com) или доставить в письменном виде по адресу: Главный корпус ДонНУ, пр. Гурова, 14, ауд. 405 или ауд. 801. В начале работы нужно указать: Фамилию, имя, отчество; Электронный адрес и контактный телефон; Населённый пункт, в котором учитесь; Номер школы, класс; Фамилию, имя, отчество учителя математики.*

**Желаем Вам успехов!**