

Задания первой части заочного этапа олимпиады «Абитуриент 2017»

1. Упростите выражение $(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9}) \dots (1 - \frac{1}{n^2})$.
2. Найдите целую часть числа $(\sqrt{n} + \sqrt{n+1})^2$, где n — натуральное число.
3. Найдите сумму всех трехзначных чисел, все цифры которых нечётны.
4. Найдите центр симметрии фигуры, которая образована графиками функций
А) $y = x^2 - 8x + 18$ и $y = -x^2 - 6x - 11$; Б) $y = \frac{1}{x}$ и $y = \frac{2x-7}{x-4}$.
5. Решите уравнение $-x^2 + 6x + 9 = \frac{x^4+81}{x^2}$.
6. Решите неравенство $x^4 - x + 0,5 > 0$.
7. При каких значениях параметров a, b, c уравнение $\sqrt{x + a\sqrt{x+b}} + \sqrt{x} = c$ имеет бесконечно много решений?
8. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению $x^2 + y^2 = x|y| + y|x| + 1$.
9. В прямоугольном треугольнике ABC высота, опущенная на гипотенузу AB , равна 1. На стороне BC взята точка D такая, что $CD : DB = 1 : 3$. Каково наименьшее значение длины отрезка AD ?
10. Прямая, параллельная одной из сторон треугольника, делит его на две части так, что отношение площади образованного треугольника к площади образованного четырехугольника равно $4 : 5$. В каком отношении эта прямая делит другие две стороны треугольника?
11. Точки A, B, C, D не лежат на одной плоскости, а точки P, Q, R, S являются серединами отрезков AB, BC, CD, AD соответственно.
А) Установите вид пространственного четырехугольника $PQRS$.
Б) При каких условиях он будет квадратом?
12. На ребрах DD_1 и B_1C_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взяты соответственно точки P и Q такие, что $DP = \frac{1}{3}DD_1$, $QB_1 = \frac{1}{4}B_1C_1$. Найдите, в каком отношении плоскость APQ делит ребро BB_1 .
13. Иван Петрович разместил в банке 400 тыс. рублей. Несколько лет он получал то 5%, то 10% годовых, а за последний год получил 20% годовых. При этом проценты начислялись в конце каждого года и добавлялись к сумме вклада. В результате его вклад стал равным 640 332 рубля. Сколько лет пролежал вклад?
14. Прозвенел звонок с последнего урока, и ученики устремились в столовую. Пошел туда и учитель. Ученики проголодались сильнее и прибежали в столовую быстрее. В этот момент учитель прошел 80 м. Но учеников без учителя кормить не стали, и они побежали назад. Когда они встретились с учителем, он прошел еще 16 м. Определите расстояние от класса до столовой.

Решение задач первой части заочного этапа необходимо прислать не позднее 15 декабря на e-mail: olimpiada.fmit.donnu@gmail.com или доставить лично по адресу: Главный корпус Донецкого национального университета, пр. Гурова, 14, ауд. 704 (9:00–13:00) или ауд. 801 (13:00–15:00). В начале работы нужно указать:

Фамилию, имя, отчество _____

Населённый пункт _____

Номер школы, класс _____

Электронный адрес и контактный телефон _____

Желаем Вам успехов!