



Г.В. Аверин

СИСТЕМОДИНАМИКА

ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ

Донецк - Донбасс

Аверин Г.В.

**СИСТЕМОДИНАМИКА:
ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ**

Донецк-Донбасс
2022

УДК 303.732.4:536.7
ББК 32.817:22.317
А-194

Рекомендовано к печати Ученым советом Донецкого национального университета (протокол №8 от 28.12.2021 г.)

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор **С.Г. Ехилевский**;

Доктор технических наук, с.н.с. **И.Р. Венгеров**;

Доктор физико-математических наук, профессор **А.Г. Милославский**.

Аверин Г.В.

А-194 Системодинамика: теория и приложения. Монография / Г.В. Аверин. – Изд. 2-е перераб. и доп. – Донецк: ООО «НПП «Фолиант», 2022. – 535 с.

ISBN 978-5-6047945-0-0

В монографии впервые обобщены эмпирические закономерности процессов развития природы и общества, изложены основные принципы, постулаты и положения системодинамики. Предлагается теория описания эмпирических данных, представленных в темпоральном виде и характеризующих объекты и системы различной природы. Разработан метод и математический аппарат системодинамики. На прикладных примерах показаны возможности применения метода системодинамики в предметных областях.

Монография предназначена для научных работников, преподавателей, докторантов, аспирантов и магистров, занимающихся исследованиями в области системного анализа, общей теории систем, термодинамики и интеллектуального анализа данных, а также прикладными разработками в естественнонаучной и гуманитарной областях.

Averin G.V.

System dynamics: theory and applications. Monograph / G.V. Averin. ed. 2nd revision. and add. Donetsk, SPE Foliant, 2022, 535 p.

The monograph for the first time generalizes the empirical laws of the processes of development of nature and society, sets out the basic principles, postulates and provisions of system dynamics. The theory of description of empirical data presented in a temporal form and characterizing objects and systems of various nature is proposed. The method and mathematical apparatus of system dynamics have been developed. The applied examples show the possibilities of using the system dynamics method in subject areas.

The monograph is intended for researchers, teachers, doctoral students, Ph.D. and masters students engaged in research in the field of systems analysis, general theory of systems, thermodynamics and intellectual data analysis, as well as applied developments in the natural sciences and humanities.

ISBN 978-5-6047945-0-0

© Аверин Г.В., 2022

© ООО «НПП «Фолиант», 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	11
ЧАСТЬ I. ОСНОВАНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ.....	19
Глава первая. Содержание основ термодинамики.....	20
1.1. Метод термодинамики	20
1.2. Эмпирические закономерности в термодинамике	30
1.3. Первое начало термодинамики	49
1.4. Второе начало термодинамики	52
1.5. Дифференциальные уравнения термодинамики	58
Глава вторая. Методы аксиоматики в термодинамике.....	60
2.1. Системы изложения термодинамики	60
2.2. Существующие аксиоматические подходы.....	65
2.3. Вероятностные принципы в термодинамике.....	81
2.4. Особенности термодинамической феноменологии и аналитической теории.....	97
Глава третья. Аксиоматика полевой теории термодинамики	103
3.1. Основные понятия, определения и эмпирические данные ..	103
3.2. Термодинамика идеального газа.....	123
3.3. Аксиоматика изложения теории	135
3.4. Закон сохранения энергии для многих переменных.....	145
Глава четвертая. Некоторые актуальные вопросы термодинамики	149
4.1. Энтропия и вероятность термодинамических событий	149
4.2. О парадоксе Гиббса в термодинамике	165
4.3. Термический коэффициент полезного действия многомерного цикла Карно.....	170
4.4. Задача синтеза теории теплообмена и классической термодинамики.....	173

ЧАСТЬ II. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СИСТЕМОДИНАМИКИ.....	178
Глава пятая. Общие эмпирические закономерности процессов развития природы и общества.....	179
5.1. Основные общесистемные закономерности.....	179
5.2. Статистические распределения событий и величин в природе и обществе	187
5.3. Критерии изоморфности для объектов и систем различной природы.....	210
5.4. Время как системообразующий фактор природных и общественных процессов	216
5.4.1. Абсолютное и системное время	218
5.4.2. О реляционной природе времени	229
5.4.3. Шкала системного времени	235
5.4.4. Примеры построения шкал системного времени	247
Глава шестая. Введение в системодинамику	256
6.1. Предмет и метод системодинамики	256
6.2. Основные понятия и используемые принципы.....	258
6.3. Выбор эмпирических мер и моделей пространства состояний	274
6.4. Оценка качеств объектов и построение измерительных шкал	282
Глава седьмая. Математический аппарат и законы системодинамики	294
7.1. Основные постулаты и соотношения	294
7.2. Векторные и дифференциальные уравнения континуальных пространств состояний систем.....	302
7.3. Методика обработки и анализа эмпирических данных.....	313
7.4. Примеры описания систем и объектов различной природы.....	317
7.5. Эмпирические законы сохранения меры	339
7.6. Актуальные области приложения метода системодинамики	344

ЧАСТЬ III. ПРИКЛАДНАЯ СИСТЕМОДИНАМИКА	349
Глава восьмая. Некоторые прикладные задачи.....	350
8.1. Феноменологические закономерности биологической жизни	350
8.2. Метод системодинамики и токсикология	373
8.3. Событийная оценка процессов развития объектов	419
8.4. Комплексная оценка сложности систем	432
8.5. О законе возрастания энтропии и области его применения.....	439
Глава девятая. О создании феноменологической теории времени.....	446
9.1. Предмет темпорологии	446
9.2. О логических парадоксах специальной теории относительности	449
9.3. Формализация понятий и определений.....	474
9.4. Положения феноменологической теории времени	484
9.5. Построение комплексных шкал времени.....	493
9.6. Построение системы измерения количества воздействия ...	507
9.7. Основное дифференциальное уравнение темпорологии.....	513
Заключение.....	516
Предметный указатель.....	518
Литература.....	524

CONTENTS

Introduction	11
PART I. FUNDAMENTALS OF THERMODYNAMICS.....	19
Chapter 1. Contents of Fundamentals of Thermodynamics	19
1.1. Thermodynamics method	20
1.2. Empirical regularities in thermodynamics	30
1.3. The first law of thermodynamics.....	49
1.4. The second law of thermodynamics	52
1.5. Differential equations of thermodynamics	58
Chapter 2. Axiomatics methods in thermodynamics	60
2.1. Systems of exposition of thermodynamics.....	60
2.2. Existing axiomatic approaches	65
2.3. Probabilistic Principles in Thermodynamics.....	81
2.4. Features of thermodynamic phenomenology and analytical theory	97
Chapter 3. Axiomatics of the field theory of thermodynamics.....	103
3.1. Basic concepts, definitions and empirical evidence.....	103
3.2. Thermodynamics of ideal Gas.....	123
3.3. Axiomatics of exposition of theory	135
3.4. Energy conservation law for many variables	145
Chapter 4. Some pressing questions of thermodynamics.....	149
4.1. Entropy and probability of thermodynamic events	149
4.2. On the Gibbs paradox in thermodynamics	165
4.3. Thermal coefficient of efficiency of multidimensional Carnot cycle.....	170
4.4. The problem of synthesis of the theory of heat transfer and classical thermodynamics	173

**PART II. MATHEMATICAL BASIS OF
SYSTEMODYNAMICS 178**

**Chapter 5. General empirical patterns of development of nature
and society 179**

5.1. Basic system-wide patterns 179

5.2. Statistical distributions of events and quantities in
nature and society 187

5.3. Isomorphism criteria for objects and systems of
different nature 210

5.4. Time as a system-forming factor of natural and
social processes..... 216

 5.4.1. Absolute and system time 218

 5.4.2. The Relational Nature of Time 229

 5.4.3. The Relational Nature of Time 235

 5.4.4. Examples of constructing time scales..... 247

Chapter 6. Introduction to Systems Dynamics..... 256

6.1. Subject and method of system dynamics 256

6.2. Basic concepts and principles used 258

6.3. Choice of empirical measures and models of space states 274

6.4. Assessment of the quality of objects and construction
of measuring scales..... 282

Chapter 7. Mathematical apparatus and laws of system dynamics ... 294

7.1. Basic postulates and relations..... 294

7.2. Vector and differential equations of continual state
spaces of systems 302

7.3. Technique for processing and analyzing empirical data 313

7.4. Examples of describing systems and objects
of various nature 317

7.5. Empirical laws of conservation of measure 339

7.6. Actual application areas of the method system dynamics..... 344

PART III. APPLIED SYSTEMODYNAMICS	349
Chapter 8. Some applied tasks	350
8.1. Phenomenological patterns of biological life	350
8.2. System dynamics method and toxicology	373
8.3. Event assessment of development processes of objects.....	419
8.4. Comprehensive Assessment of the Complexity of Systems	432
8.5. On the law of increasing entropy and its area of applications.....	439
Chapter 9. On the creation of the phenomenological theory of time	446
9.1. Temporology Subject	446
9.2. On logical paradoxes of special theory of relativity	449
9.3. Formalization of concepts and definitions	474
9.4. The provisions of the phenomenological theory of time.....	484
9.5. Building complex time scales.....	493
9.6. Building a system for measuring the amount of exposure	507
9.7. Basic differential equation of temporology	513
Conclusion	516
Index	518
References	524

RESUME

In modern scientific knowledge, one of the significant goals is the development of thermodynamics, which Albert Einstein called the theory of universal content. The natural evolution of the method of thermodynamics leads to the logical transformation of thermodynamic principles into general system provisions for a number of sciences in subject areas, as well as to the formulation of the phenomenological principles of system dynamics: the science of the laws governing the processes of change and development of systems in time.

This monograph is presented in two parts, the first of which is devoted to thermodynamics and the logic of the application of its scientific method, and the second to system dynamics: its phenomenology, theory and applications in various fields of knowledge. In both cases, the development of the theory is based on one general idea associated with the existence in the space state of a scalar field of a certain value that characterizes each state of a complex system as a whole. On the basis of this idea, an approach is formed to describe systems and objects of various nature. For many real objects, it is possible to form temporal arrays of empirical data. Such data are presented as time series and characterize the processes and phenomena that occur in time and are related to many objects of the same class. In this area, the main scientific hypothesis is associated with the possibility of creating, based on temporal data, system-phenomenological models that differ in the mathematical description of multidimensional spaces of states of objects of different nature, as well as the existence of scalar fields of empirical measures for a comprehensive assessment of these states.

In its most general form, such a task is the subject of research in general systems theory in the field of creating models for describing temporal data. The construction of such models is directly related to the temporality of processes and phenomena and the observed events.

Any scientific theory can be built in different ways, but it is always based on the systematization of experimental data, the establishment of basic empirical

patterns and the formation of general principles inherent in the subject of scientific research, as well as the development of a methodology that uses a mathematical apparatus. The presentation of the material in this book is based on the introduction of the concept of an empirical measure of the state of a system (object). This value is determined in experiment and, in general, unambiguously characterizes the state of an object when its properties change over time. The following describes the foundations of the general field theory, which allows, based on analogies with thermodynamics, to create phenomenological theories and models applicable to systems of various nature. A distinctive feature of the approach is that the initial hypotheses can be accepted or rejected based on the processing of available experimental or observational data. This allows in each specific case of data analysis to clearly define the scope of the proposed method.

This book contains three sections. In the first section, a summary of the foundations of thermodynamics is given, the methods of thermodynamic axiomatics are analyzed, phenomenological features, empirical laws and experimental facts are generalized, and a version of the axiomatic theory of thermodynamics is proposed. It also touches upon a number of actual issues of thermodynamics.

In the second section of the book, the basic concepts and definitions adopted in system dynamics are presented, the foundations of the theory are formulated and its provisions are applied to multidimensional systems of various nature.

The third section is devoted to applications of the method of system dynamics to the process of processing empirical data and the formation of theories and models for various classes of objects: countries, regions and cities, physical, technical, biological and social systems, historical and linguistic objects, etc. It also touches upon some promising scientific directions related to interdisciplinary research in general theory of systems.

The ideas outlined in the book are aimed at implementing new possibilities in systems analysis and general theory of systems, and the author hopes that there will be supporters of the proposed approach.

*Степь донецкая без края,
Чабрецы да ковыли...,
Я люблю тебя, родная,
И в тюльпанах, и в пыли...*

Павел Беспощадный, 1945

ПРЕДИСЛОВИЕ

В жизни людей случаются негативные судьбоносные события, когда жизнь резко меняется и приходит понимание, что: «Под небом все лишь временно бывает» (Лао-Цзы). В начале 2014 года никто и представить себе не мог, что летом на Донбассе будет развязан вооруженный конфликт, и все в Донецком крае станет другим. В одночасье изменились люди и человеческие отношения. Наш регион находится на изломе времен и судеб, как уже было в его истории не раз. В такое сложное время надо мечтать о невозможном, чтобы достичь значимого. Поэтому хотелось бы посвятить эту книгу родному краю, а чтобы быть достойным этого надо стремиться ставить значимые цели.

В современном научном знании одной из таких целей является развитие термодинамики, которую Альберт Эйнштейн назвал теорией универсального содержания. Закономерная эволюция метода термодинамики приводит к логической трансформации термодинамических принципов в общесистемные положения для целого ряда наук в предметных областях, а также к формулировке феноменологических принципов и положений системодинамики: науки о закономерностях процессов изменения и развития систем во времени. В свое время П. Шамбадаль высказал провидческую идею: «Чтобы установить различие между прошлым и будущим, мы должны обратиться не к хронометрам, а к термометрам». Глубокая суть этого высказывания связана с необходимостью оценки состояний объектов в целом, исходя из системного описания процессов их функционирования или развития во времени. Если это так, то только термодинамика может дать логическую основу для системно-феноменологической теории системодинамики. Используя подходы и аналогии, которые уже разработаны поколениями ученых, легче найти пути решения сложной проблемы.

Данный научный труд является вторым изданием монографии «Системодинамика», при этом материал книги существенно переработан. С момента выхода первого издания в 2014 году [12] автором получены достаточно интересные научные и прикладные результаты, позволяющие по-новому представить содержание монографии. В книге излагается своеобразный взгляд на логику построения термодинамики, феноменологический метод которой обобщается на случай описания систем различной природы. Изложенные в книге идеи направлены на реализацию новых возможностей в системном анализе и общей теории систем, и автор надеется, что найдутся сторонники предложенного подхода.

Сегодня в области термодинамики написаны тысячи книг. Общепринято считается, что это наука о закономерностях превращения энергии. Метод классической термодинамики, как особая система научных знаний, находит полное отражение в работах Карно, Клаузиуса, Томсона, Гиббса, Больцмана, Гесса, Нернста. Феноменологические закономерности термодинамики установлены и обобщены Бойлем, Шарлем, Авогадро, Гей-Люсаком, Клапейроном, Джоулем, Менделеевым, Ван дер Ваальсом, Майером и другими известными учеными. Данная наука имеет особое значение для физики и химии, теплоэнергетики и машиностроения, материаловедения и многих других областей науки и техники. В современном определении термодинамика трактуется как наука о закономерностях передачи и превращения энергии [66] или как наука о явлениях, связанных с тепловой формой движения материи [24]. Однако и эти определения не охватывают всех возможностей термодинамики как универсальной науки.

Говоря о логике термодинамики, отметим, что ее исходные положения основаны на постулировании общесистемных закономерностей, свойственных макроскопическим физическим системам и установленных опытным путем [47]. Основания термодинамики отличаются своей логической оригинальностью, вполне можно говорить об определенной красоте науки в контексте ее теории: ей свойственны целостность, простота и универсальность. Красивая теория всегда опирается на гипотезы и постулаты, отражающие гармоничную

взаимосвязь феноменологических и теоретических закономерностей и соотношений. В определенном смысле все это присуще термодинамике. Тем не менее, в этой науке есть несколько основополагающих проблем, решение которых пока не найдено и отложено на будущее. Самое неприятное, что эти проблемы затрагивают основания термодинамики. Чем глубже изучаешь термодинамическую теорию, тем больше создается впечатление, что в своем современном виде, несмотря на основательность, она не является полной, многие ее аспекты противоречивы и запутаны, а ряд положений не имеет логической ясности. На фоне значительного количества опубликованных книг, в термодинамике сравнительно мало работ, посвященных изучению ее методологии и основ теории. С одной стороны, эти основы у многих ученых считаются незыблемыми, с другой стороны, опыт говорит о том, что любая теория в процессе своего развития подвержена изменениям. Классической термодинамике пока что удалось избежать серьезных изменений в теории. Превратившись в систему научных знаний, термодинамика стала фундаментальной, но в то же время в чем-то и консервативной наукой. В ее истории имеются и впечатляющие достижения и до сих пор до конца не проясненные парадоксы [24, 34, 36, 47, 74, 127 и др.]. Поэтому основы термодинамики периодически становятся предметом глубоких обсуждений, т.к. возникают вопросы, связанные с неполной логической ясностью и доходчивостью некоторых важных положений ее теории. В свое время Фальк отмечал, что продуктивное исследование логической структуры термодинамики не в том, чтобы привести обычное построение теории в более строгую форму, а в отыскании новых путей и расширении понятий [140].

В этом плане одним из наиболее важных направлений развития термодинамики считается задача аксиоматизации учения об энтропии. Следует отметить основополагающий труд Каратеодори [65] в этой области и последующие работы Борна и Ланде [30, 145], а также известную работу Афанасьевой-Эренфест [17]. В свете данной темы интересными являются также работы [45, 86, 111, 119, 139, 140, 146 – 148, 159], посвященные изучению логической структуры термодинамики и обсуждению исходных идей и основных принципов. Однако необходимо признать, что сегодня в термодинамике отсутствует полная, замкнутая и

логически ясная система аксиоматизации учения об энтропии. Более того, проблема энтропии – это вообще основной парадокс и «висяк» термодинамики, да и всей науки в целом. С одной стороны, вроде бы всем все ясно, с другой стороны, как говорил А. Пуанкаре «Понятие энтропии чудовищно абстрактно». Можно считать, что как физически, так и математически сущность энтропии в термодинамике до сих пор не раскрыта. Если один из величайших математиков всех времён А. Пуанкаре говорил об абстрактности понятия энтропии, то проблема действительно существует. Проще говоря, если не ставить провокационных вопросов, то с понятием энтропии все обстоит хорошо, если ставить такие вопросы – то все очень «абстрактно».

Другая, пока не разрешимая проблема, формулируется как время и классическая термодинамика. Данной теме уделялось и уделяется много внимания, но из-за отсутствия продуктивных идей ее решения, эту проблему в теоретическом фундаменте термодинамики пока не удалось снять с повестки дня. Именно с проблемой времени тесно связаны два абсолютно различных научных направления в теории теплоты [127]. С одной стороны, теория теплообмена оперирует дифференциальными уравнениями в частных производных, в которых присутствует время, как физический параметр. С другой стороны, в уравнениях классической термодинамики время отсутствует, несмотря на то, что множество изучаемых в термодинамике процессов являются явно нестационарными (например, все процессы работы тепловых машин).

Одно из основных противоречий термодинамики связано с введением понятия равновесности процессов, на фоне того, что большинство опытного материала получено в экспериментах с явно нестационарными процессами [98]. Дуализм других проблем термодинамической науки, которые можно сформулировать в виде: «обратимость – необратимость», «теплота – работа», «классическая вероятность – термодинамическая вероятность», «энтропия – время», «простые – сложные (многомерные) циклы» и т.д., определяет закономерный процесс генезиса термодинамики. До их решения нельзя говорить о наличии единой непротиворечивой парадигмы термодинамики, основой которой может стать только аксиоматизация теории этой науки.

В данной книге дается один из возможных вариантов построения аксиоматической теории термодинамики, что является важным для ее совершенствования. Изложение материала ведется применительно к многомерным термодинамическим системам на основе развития аксиоматического направления в теории, которое идейно связано с подходом, предложенным в свое время К. Каратеодори [65], и впоследствии, получившим признание у его последователей. Каратеодори удалось сделать значительный вклад в развитие аксиоматического направления в термодинамике, однако сложность изначальных принципов не внесла ясности в решение всей проблемы в целом. Физический принцип «адиабатической недостижимости», используемый Каратеодори при доказательстве существования энтропии, скорее всего только запутал и без того сложный вопрос. Но надо отдать должное, Каратеодори нашел ту нить, потянув за которую можно распутать весь «клубок» проблем. Если рассматривать принцип «адиабатической недостижимости» как следствие существования в пространстве термодинамических состояний скалярного поля некоторой физической величины, то появляется идея для аксиоматизации теории термодинамики. Дальше на основе этой идеи формируется подход для описания различных систем, который не зависит от природы анализируемых процессов и явлений [12]. В результате термодинамика на основе своей универсальной логики моделирования позволяет предложить системно-феноменологические методы анализа и описания данных наблюдений или опыта для классов объектов многомерной размерности, к которым относятся все природные, технические, биологические и социальные системы. Для многих реальных объектов возможно формирование темпоральных массивов эмпирических данных [3, 57, 69]. Такие данные представляются временными рядами и характеризуют процессы и явления, которые протекают во времени и относятся к множеству объектов одного класса. В данной области научная гипотеза связана с возможностью создания на основе темпоральных данных общесистемных моделей, отличающихся математическим описанием многомерных пространств состояний объектов различной природы, а также существованием скалярных полей эмпирических мер для комплексной оценки этих состояний [12].

В самом общем виде такая задача является предметом исследований общей теории систем в области создания моделей описания данных темпорального вида. Построение таких моделей непосредственно связано с темпоральностью процессов и явлений и наблюдаемыми событиями. «Время – это ключ к пониманию природы» – отмечал И. Пригожин. Сегодня этот феномен реальной действительности является предметом исследования физики, однако органически включить в фундаментальное описание природы необратимость процессов и явлений, «стрелу времени» и наблюдаемые события физике пока не удалось [90]. Возможно, что обоснование существования «стрелы времени» [137] или других фундаментальных понятий, тесно связанных со временем, должно сформироваться не в области физики, а в области описательных наук, которые оперируют повсеместно наблюдаемыми в природе событиями.

Построение фундаментальных моделей в общей теории систем и системной науке должно идти по пути постулирования общих закономерностей природы и общества, органического единства статистического и динамического описания систем и явлений, формирования общепринятого математического аппарата, а также нового представления о времени как об основном системообразующем факторе по отношению к объектам различной природы. Именно в этой области лежат истоки научной теории как раздела общей теории систем, которую называют *системной динамикой* или *системодинамикой*. Данное название использовалось в работах И. Пригожина и Дж. Форрестера, достаточно часто встречается в литературе и наиболее ясно отражает суть проблемы анализа и моделирования систем. Именно название «Системодинамика» и положено в основу данной книги. Причем такое название принято также и в дань тому, что изложение материала очень тесно связано с логикой построения термодинамики, а многие известные ученые отмечали, что название «Термодинамика» не полностью отвечает содержанию предмета, области применения и уровню «амбиций» этой науки.

В целом, истоки метода системодинамики целиком лежат в теории термодинамики. Системодинамика, как и термодинамика в физике, может стать методологической основой для многих прикладных приложений в общей теории систем и системной науке.

Любая научная теория может быть построена разными путями, однако она всегда основывается на систематизации опытных данных, установлении базовых эмпирических закономерностей и формировании общих феноменологических принципов, свойственных предмету исследований науки, а также на разработке методологии, использующей математический аппарат. Изложение материала в данной книге основывается на введении понятия эмпирической меры состояния системы (объекта). Данная величина определяется в опыте и в целом характеризует качественное состояние объекта при изменении его свойств во времени. Далее излагается аксиоматика общей полевой теории, что позволяет, исходя из аналогий с термодинамикой, создавать феноменологические теории и модели применительно к системам различной природы. Отличительной особенностью подхода является то, что исходные гипотезы могут быть приняты или отвергнуты на основе обработки имеющихся данных опыта или наблюдения. Это позволяет в каждом конкретном случае анализа темпоральных данных четко определить область применения предлагаемого метода.

Данная книга по структуре содержит три части. В первой части, состоящей из четырех глав, дается содержание основ термодинамики, анализируются методы термодинамической аксиоматики, обобщаются феноменологические особенности, эмпирические закономерности и опытные факты и предлагается вариант аксиоматической теории термодинамики. Здесь также затрагивается ряд актуальных вопросов термодинамики.

Во второй части книги (следующие три главы) обобщаются эмпирические закономерности процессов развития природы и общества, уделяется внимание критериям изоморфности и системообразующим факторам, приводятся основные понятия, определения и принципы, принятые в системодинамике, формулируется аксиоматика изложения теории и положения теории применяются к многомерным системам. Для этого приводятся феноменологические результаты, необходимые для описания объектов и систем различных классов: стран, регионов и городов, физических, технических, биологических и социальных систем, природных и лингвистических объектов и т.д.

Третий раздел из двух глав посвящен приложениям метода системодинамики к процессу обработки и анализа эмпирических данных и построению теорий и моделей для различных классов объектов. Восьмая глава затрагивает проблемы моделирования в биологии, токсикологии и глобалистике, а также касается некоторых перспективных научных направлений, связанных с междисциплинарными исследованиями в общей теории систем и системодинамике. Девятая глава посвящена изучению времени как предмету моделирования в системодинамике и темпорологии.

Сегодня теория термодинамики – это один из источников современной методологии моделирования и яркий пример единства феноменологии и теории при описании объектов физической природы. Признание фундаментальности и универсальности ее метода будет расти по мере накопления эмпирических фактов и развития феноменологических методов моделирования в различных областях знаний.

Благодарности. В заключение хотелось бы выразить благодарность профессору Звягинцевой А.В. за редактирование монографии, а также совместную подготовку научных трудов по теории и практике комплексной оценки систем, работа над которыми способствовала написанию некоторых разделов данной книги. Мне приятно выразить глубокую признательность рецензентам проф., д-ру техн. наук Ехилевскому С.Г., ст. науч. сотр., д-ру техн. наук Венгеру И.Р. и проф., д-ру физ.-мат. наук Милославскому А.Г. за ряд ценных указаний, замечаний и предложений.

Все замечания и отзывы по монографии будут приняты автором с признательностью, отсылать их следует на электронную почту: averin.gennadiy@gmail.com

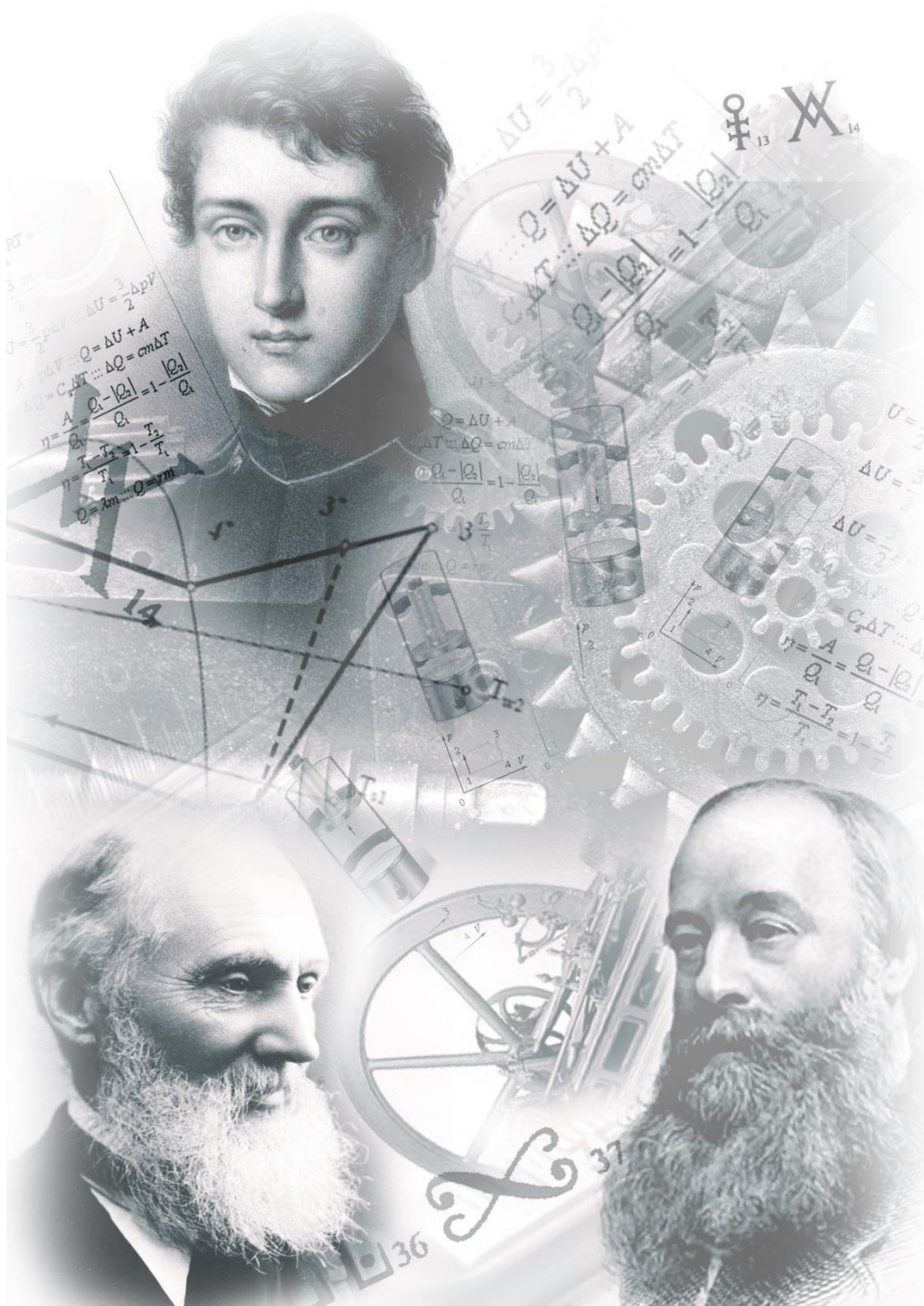
Г. Аверин, 2016 – 2021 г.

Теория производит тем большее впечатление, чем проще ее предпосылки, чем разнообразнее предметы, которые она связывает, и чем шире область ее применения. Отсюда глубокое впечатление, которое произвела на меня классическая термодинамика. Это единственная теория общего содержания, относительно которой я убежден, что в рамках применимости ее основных понятий она никогда не будет опровергнута.

А. Эйнштейн

ЧАСТЬ I

ОСНОВАНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ



Глава первая

СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВ ТЕРМОДИНАМИКИ

1.1 Метод термодинамики

Классическая термодинамика изучает свойства равновесных физических систем. В основу термодинамики положены три основных закона (*начала термодинамики*), установленные опытным и практическим путем. Первый закон термодинамики представляет собой качественное и количественное выражение закона сохранения энергии. Хотя закон сохранения и превращения энергии применим только к физическим формам движения и не применим к другим высшим формам движения материи, считается, что этот закон имеет всеобщий естественнонаучный характер. Второй закон устанавливает качественную сторону (направленность) процессов, происходящих в физических системах, и отражает весь опыт человечества, связанный с изучением различных явлений и процессов в природе. Третье начало термодинамики определяет, что при температурах, стремящихся к абсолютному нулю, равновесные изотермические процессы происходят без изменения энтропии. Используя эти законы, уравнения состояния и другие эмпирические соотношения, можно получить все основные выводы термодинамики. В отличие от многих областей физики и химии, термодинамика не связана с представлением о структуре вещества, однако она построена так, что применение термодинамического метода в виде общей методологии моделирования процессов позволяет учесть все феноменологические закономерности и макроскопические свойства вещества.

Если рассматривать возможности развития методологии термодинамики по отношению к изучению процессов не только физической природы, то важным является максимальная формализация подходов и аппарата термодинамики, а также обобщение идей, формирующих систему основных понятий и логику этой науки. В этом

плане попытаемся выстроить принятую в термодинамике структурно-логическую схему моделирования, выделяя наиболее важные этапы и элементы и, по возможности, отвлекаясь от чисто физической сути процессов, при этом вполне понимая сложность данной задачи.

На первом этапе в термодинамике формируется смысловое содержание основных элементов понятийно-категорийного аппарата, подлежащих в дальнейшем формализации в процессе построения моделей. Наиболее важные определения, имеющие значение в рамках данного анализа, приведены ниже.

Так как термодинамика изучает макроскопические системы – физические тела конечных размеров, состоящие из большого числа частиц, то базовым понятием является определение термодинамической системы.

Термодинамическая система – это совокупность макроскопических тел и полей физической природы, которые могут представлять собой целостный объект и обмениваться энергией и веществом, как между собой, так и с внешней средой.

В термодинамическую систему обычно не включается внешняя среда (*окружающая среда*), которая лежит за пределами границ рассматриваемой системы.

Состояние системы – это мгновенная оценка совокупности значений физических свойств, характерных для данной системы и называемых *термодинамическими параметрами* – z_k , где $k = 1, 2, \dots, n$. Параметром может быть любое свойство системы, если оно количественно определено и рассматривается как независимая переменная, определяющая вместе с другими переменными состояние системы.

Состояния термодинамических систем могут быть *равновесными* и *неравновесными*. Если состояние системы не изменяется во времени, то считают, что система находится в равновесном состоянии. В этом случае все параметры системы постоянны во времени и нет никаких стационарных потоков за счет действия внешних факторов. В термодинамике имеются явные отличия между понятиями равновесия и стационарности [24, 47], однако останавливаться подробно на этом не будем, отсылая за пояснениями к указанным источникам.

Переходы из одного состояния в другое определяют поведение термодинамической системы во времени и именуются *процессами*. Если хотя бы один из параметров состояния изменяется во времени, то меняется в целом и состояние системы. Переход из одного равновесного состояния в другое в случае, если система выведена из состояния равновесия, является *неравновесным* процессом. Определенный период времени, за который осуществляется данный переход, называется временем *релаксации*. Условно считают, что если время релаксации бесконечно большое и в процессе перехода система проходит последовательный ряд равновесных состояний, то в системе протекает *равновесный* процесс. В этом случае параметры системы меняются бесконечно медленно. Введение понятия равновесного процесса является определенной умышленной «идеализацией» действительности, чтобы изначально отойти от сложности нестационарных процессов и не оперировать полями термодинамических величин, имеющими пространственное и временное распределение. Следует отметить, что, скорее всего, именно здесь заложен корень проблем, связанный с последующим противоречивым введением времени в неравновесную термодинамику. С использованием понятия равновесного процесса на этапе становления термодинамики была исключена необходимость экспериментального изучения особенностей протекания термодинамических процессов во времени. Это при том, что многие положения и величины классической термодинамики получены при проведении опытов с явно выраженной нестационарностью процессов [98]. Изучение равновесных процессов в термодинамике имеет большое значение, т.к. считается, что при этих процессах многие термодинамические величины имеют максимально возможные (предельные) значения.

Далее, термодинамические процессы могут быть *обратимыми* и *необратимыми*. Процесс перехода системы из состояния *1* в состояние *2* называется обратимым, если возвращение этой системы в исходное положение из состояния *2* в состояние *1* можно осуществить без каких бы то ни было изменений в окружающей среде. Для необратимых процессов это утверждение неверно. Все естественные самопроизвольные процессы необратимы, обратимых процессов в природе не существует. С понятием

обратимости связан ряд парадоксов, для знакомства с которыми отсылаем к работам [36, 47, 86, 88].

Достаточно важным для построения системы определений является понятие фазы и компонента в термодинамике. Термодинамическая система называется *гетерогенной*, если она состоит из качественно различных по своим свойствам частей, разграниченных поверхностями раздела. Система, в которой нет поверхностей раздела, называется *гомогенной*. Гомогенные системы однородны, но иногда бывают и неоднородными, что обусловлено непрерывным изменением свойств в пространстве. Части гетерогенной системы, разделенные поверхностями раздела и характеризующиеся одинаковыми свойствами, называются *фазами*. При переходе через поверхность раздела, например, лед – вода, вода – пар и т.д., хотя бы одно термодинамическое свойство изменяется скачкообразно. Каждому веществу при заданном давлении присущи определенная температура плавления $T_{пл}$ и определенная температура кипения $T_{кип}$. Из почти 100 наиболее известных простых веществ исключения приходятся на углерод и мышьяк, для которых не определена температура плавления.

В общем случае, гетерогенная система может состоять из гомогенных частей. Фазам присущи существенные, чаще всего качественные различия. Наиболее сильные и отчетливо выраженные фазовые различия характерны для агрегатных состояний вещества – твердого, жидкого и газообразного. Практически все вещества могут находиться в этих агрегатных состояниях. Таким образом, понятие фазы тесно связано с качественными признаками состояния систем, которые обладают существенными отличиями и могут меняться под действием внешних условий. Кроме фазы значение имеет понятие *компонента*, представляющего собой часть системы, содержание которой не зависит от содержания других частей. Например, смесь газов является однофазной, но многокомпонентной системой.

Термодинамические величины бывают двух видов. Если изменение величины в каком-либо процессе не зависит от характера процесса и однозначно определяется начальным и конечным состоянием системы, то говорят, что величина является *функцией состояния* (функцией точки). Такая величина представима в виде некой функции, зависящей от

нескольких независимых параметров, которые однозначно определяют состояние системы. Дифференциал любой функции состояния является полным дифференциалом. Получается, что математически данная функция может быть представлена общим интегралом в виде $P(z_1, z_2, \dots, z_n) = C$. Термодинамическая функция состояния также является величиной аддитивной: функция состояния целого (системы) равна сумме функций состояния ее частей.

Если изменение термодинамической величины зависит от пути, по которому осуществляется термодинамический процесс, то говорят, что величина является *функцией процесса* (функцией линии). Дифференциал такой функции не является полным дифференциалом.

Среди основополагающих величин наиболее важным в термодинамике является понятие энергии. В большинстве источников эта величина вводится параллельно с трактовкой первого закона термодинамики. Считается, что при взаимодействии системы с окружающей средой происходит обмен энергией. Обычно энергия трактуется через понятия видов энергии или ее форм. Типичные утверждения сводятся к следующим формулировкам:

- энергия – скалярная физическая величина, являющаяся единой мерой различных форм движения и взаимодействия материи, мера перехода движения материи из одних форм в другие;
- энергия – общая мера физических и химических форм движения материи и их превращений из одной формы в другую;
- теплота и работа являются формами передачи энергии;
- внутренняя энергия системы является суммой кинетической и потенциальной энергий микрочастиц (атомов и молекул);
- взаимодействие окружающей среды и термодинамической системы осуществляется путем подвода (отвода) к последней энергии в форме теплоты или работы;
- обмен энергией в результате макроскопического, упорядоченного, направленного движения обеспечивается совершением работы, а в результате обмена хаотическим, ненаправленным движением микрочастиц – теплообменом;
- энергия является однозначной функцией состояния системы;

- любое взаимодействие имеет своим необходимым следствием изменение внутренней энергии системы на величину, равную количеству воздействия.

В термодинамике изучаются два различных способа передачи энергии между системой и окружающей средой. Первый способ передачи энергии называется *работой*, второй способ – *теплотой* (теплообменом). Количество энергии, переданное системой при первом способе, имеет название работы процесса A , а при втором способе – количества теплоты Q . Работа A и количество теплоты Q имеют размерность энергии. Таким образом, работа и теплота в термодинамической трактовке не являются видами энергии, а представляют собой два различных (причем не равноценных) способа (формы) передачи энергии и характеризуют процесс энергетического обмена между окружающей средой и термодинамической системой. Именно поэтому в большинстве учебников по термодинамике понятие энергии связано с теплотой и работой. При этом четко отличают понятие вид энергии (кинетическая, потенциальная, электрическая, тепловая и т.д.) от понятия формы передачи энергии (работа, теплообмен). Если не требуется указывать форму передачи энергии, то количество энергии, передаваемое в акте взаимодействия системы и окружающей среды, называют *количеством воздействия* [47]. В общем виде конкретный способ или форму передачи энергии характеризуют *родом взаимодействия*, а количество различающихся между собой родов взаимодействия, к которым по своей физической структуре способна данная система, называют числом термодинамических *степеней свободы*. Каждому роду взаимодействия соответствует один определяющий параметр состояния системы, который дает возможность отличить данный род взаимодействия от остальных. Параметры состояния, обязательно изменяющиеся при наличии взаимодействия данного рода, которые определяют разные формы обмена энергией и не изменяются под влиянием взаимодействия иных родов, называются *координатами* состояния (переменными состоянием) системы. Другую важную для термодинамического анализа группу параметров, характеризующих состояние системы, составляют *потенциалы* взаимодействий. Потенциалом взаимодействия некоторого рода называют параметр состояния, различие значений которого между системой и

окружающей средой приводит к возникновению взаимодействия данного рода, т.е. к передаче энергии в данной форме между системой и окружающей средой. Например, координатой деформационного состояния является объем (потенциалом – давление), координатой магнитного состояния – индукция поля (потенциалом – напряженность), координатой при реализации сил поверхностного натяжения – поверхность тела (потенциалом – поверхностное напряжение) и т.д.

Таким образом, общий термодинамический метод, лежащий в основе исследования взаимодействий системы с окружающей средой [47], логически предполагает, что каждому взаимодействию особого рода приводится в соответствие некая физическая величина – координата состояния (параметр, переменная состояния) z_k . Общему покою системы (равновесию) отвечает постоянство координат состояния. Координате z_k отвечает одна степень свободы системы. Каждому взаимодействию данного рода и, следовательно, каждой координате, устанавливают в соответствие потенциал взаимодействия P_k . Равенство потенциалов внешней среды и системы является необходимым и достаточным условием для равновесия. В условиях неравновесного взаимодействия потенциалы внешней среды и системы имеют различные значения. Исходя из этого, изменение координаты при взаимодействии возможно только при наличии разности потенциалов. В каждом термодинамическом состоянии система обладает строго определенными свойствами и этому состоянию отвечает совокупность вполне определенных значений потенциалов и координат, которые являются также параметрами состояния системы. Соответствующие координаты и потенциалы в виде уравнения $dE_k = P_k dz_k$ определяют конкретный вид переносимой энергии и входят в закон сохранения и превращения энергии в качестве параметров.

В свою очередь, полная энергия системы разделяется на внешнюю и внутреннюю. Часть энергии, состоящая из движения системы как целого и ее потенциальной энергии в поле внешних сил, называется *внешней энергией*. Остальная часть энергии называется *внутренней энергией*.

Исходя из обмена энергией и веществом, существует классификация термодинамических систем, которая определяет особенности взаимодействия систем и окружающей среды. Если система не

обменивается с окружающей средой ни энергией, ни веществом, то такая система называется *изолированной* или *замкнутой*, иначе система называется *открытой*. Система, не обменивающаяся с окружающей средой веществом, но обменивающаяся энергией, носит название *закрытой*. Система, которая не обменивается энергией со средой в форме теплоты, называется *адиабатно изолированной* или *адиабатной* системой. Понятие адиабатной системы имеет особое значение в термодинамике.

Следующим базовым принципом в термодинамике является принятие гипотезы о существовании *энтропии*. Удивительно, но общепринятого определения энтропии в термодинамике нет. Можно привести более десятка определений, которые даны классиками термодинамики и различными авторами, о чем подробнее будет сказано далее. Распространенное определение формулируется следующим образом: энтропия – это физическая величина, используемая для описания термодинамической системы, одна из основных термодинамических величин. Энтропия является функцией состояния и является аддитивной величиной. В термодинамике энтропия чаще всего понимается как мера необратимости процессов, мера беспорядка в системе.

Гипотеза о существовании энтропии – неоспоримый в термодинамике факт, тесно связанный со вторым началом; это один из «китов», на котором стоит «здание» этой науки. Объем опытных данных, которыми располагает термодинамика, оказывается достаточным для того, чтобы при их анализе на основе закона сохранения энергии сформировалась отчетливо выраженная гипотеза существования энтропии. Физический смысл понятия энтропии состоит в том, что изменение энтропии является мерой необратимости процессов в замкнутой системе и характеризует направление естественных процессов в такой системе (второй закон термодинамики).

С энтропией тесно связано понятие *термодинамической вероятности*, которая определяет возможность существования равновесных состояний, и смысл которой раскрывается в статистической физике. Считается, что термодинамическая вероятность состояния определяется числом микросостояний, которые реализуют данное макросостояние системы.

Кроме трех законов термодинамики выделяют еще два постулата, которые относят к нулевому началу. Основным постулатом является следующий принцип – у изолированной системы существует состояние термодинамического равновесия, в которое она приходит с течением времени и никогда самопроизвольно выйти из него не может (*первый постулат* термодинамики). Данный постулат является обобщением множества опытных данных и является эмпирической основой всей термодинамики.

Второй постулат термодинамики определяет принцип, согласно которому – если две равновесные системы привести в тепловой контакт и тем самым вывести их из состояния равновесия, то спустя некоторое время, независимо от условий, обе системы в процессе теплообмена приходят в другое равновесное состояние. Данное положение приводит к понятию *температуры*. Принцип существования температуры как особой функции равновесной системы, определяющей ее состояние, часто представляют в виде другой формулировки второго постулата термодинамики. Температура является термодинамическим равновесным параметром, который выражает состояние внутреннего движения системы, имеет одно и то же значение для частей системы и определяется внешними условиями и энергией системы.

И первый и второй постулаты термодинамики отражают опытные факты и тесно связаны со свойством транзитивности термодинамических систем, о чем подробнее будет сказано в следующем разделе. Обобщение сущности данных постулатов с позиций системного анализа позволяет сделать вывод о том, что идентичные термодинамические объекты ведут себя одинаково в одних и тех же условиях окружающей среды. Это является основополагающим наблюдением, т.к. определяет эмпирический факт воспроизводимости опытов по термическим взаимодействиям.

Однако, несмотря на основополагающее понятие температуры, в учебных пособиях по термодинамике оно в основном приводится как данность; научное, простое и четкое определение температуры чаще всего отсутствует. В большинстве случаев не ясно, с какими свойствами вещества связана эта физическая величина и от чего она зависит. В одних случаях говорят, что температура определена энергией

термодинамической системы, в других случаях – энергия зависит от температуры. В целом, вопрос яснее не становится, так как приходим к замкнутому кругу понятий.

Еще более запутаны общие представления об энтропии. Сегодня имеется два основных подхода к определению термодинамической энтропии. В первом случае энтропия определяется через эмпирические значения теплоемкостей и параметры системы (чаще всего через давление и температуру) [96]. Этот подход верен как для идеальных газов, так и для реальных молекулярных систем, т.е. для расчетов энтропии газов, жидкостей и твердых тел. В данном случае энтропия находится по известным термодинамическим параметрам макросостояний системы, широко используется в классической термодинамике и представляется как энтропия Клаузиуса.

Во втором случае в статистической физике энтропию определяют через термодинамическую вероятность состояний системы по формуле Больцмана, которая получена исключительно для идеального газа и представляет собой сумму частных энтропий всех молекул. В этом случае энтропия определяется по всем микросостояниям системы. Считается, что для идеального газа энтропии Клаузиуса и Больцмана тождественно равны. Сам факт того, что одну и ту же величину можно определять различными методами не вызывает возражений. Проблема в том, что, скорее всего, это разные взаимосвязанные величины, одна из которых имеет феноменологический характер, а вторая – вероятностный. В следующих главах книги мы попытаемся обосновать этот факт.

Кроме указанных основных понятий, исходных положений и законов, в термодинамике имеется также значительное количество других определений, понятий и положений, однако описывать их не будем, т.к. они подробно раскрыты в известной литературе [24, 47, 66, 93, 110 и т.д.].

Многие понятия термодинамики исторически обоснованы и приняты научным сообществом. Они положены в основания этой науки, однако на сегодняшний день существует ряд проблемных вопросов, связанных с тем, что аксиоматизация термодинамики так и не была завершена, хотя этот процесс длится уже более ста лет.

1.2 Эмпирические закономерности в термодинамике

К исходным эмпирическим закономерностям, определяющим состояние термодинамической системы, относятся опытные факты существования для любой равновесной системы уравнений состояний и тесной связи калорических и термических свойств веществ в термодинамических процессах. Термическими свойствами системы являются температура, удельный объем, давление, а к калорическим свойствам (величинам) относят, прежде всего, теплоемкости.

Количество параметров, присущих термодинамической системе в некотором ее равновесном состоянии, может быть весьма большим. Однако число *независимых* параметров, значения которых полностью и однозначно определяют данное равновесное состояние, обычно меньше или равно числу термодинамических степеней свободы системы. Для каждой степени свободы системы существует свое характерное уравнение, которым потенциал взаимодействия P_k определяется как однозначная функция координат состояния z_k вида

$$P_k = P(z_1, z_2, \dots, z_n), \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (1.1)$$

где n – число степеней свободы системы. Соотношения вида (1.1) называют *уравнениями состояния*.

Иногда уравнения состояния, которые связывают между собой термодинамические параметры системы z_k в равновесном состоянии, записываются в неявном виде:

$$F(z_1, z_2, \dots, z_n) = 0. \quad (1.2)$$

Для определения состояния системы и всех ее параметров достаточно указать определенное число независимых параметров, равное, чаще всего, числу степеней свободы системы. При этом каждый параметр равновесного состояния системы является однозначной функцией всех остальных координат состояния. Основываясь на экспериментальных данных, для различных веществ во многих случаях удается установить эмпирические зависимости вида (1.1) или (1.2).

В термодинамике операция определения температуры посредством термометрического прибора (термометра) позволила заменять одним измерением всю совокупность измерений всех величин, характеризующих

равновесное состояние термодинамической системы. Если температура термодинамического тела меняется, то должен изменяться помимо температуры еще хотя бы один параметр состояния системы. Это приводит к теореме о существовании уравнения состояния, т.е. к утверждению, что для любой физической системы всегда существует некая зависимость между температурой и остальными параметрами, характеризующими состояние этой системы.

Основой для понятия температуры является эмпирический факт того, что когда две системы находятся в термическом равновесии с третьей, то они состоят в термическом равновесии и друг с другом. Это так называемое свойство *транзитивности* термодинамического равновесия. При этом условие равновесия для двух систем можно представить в виде:

$$F_1(z'_1, z'_2, \dots, z'_n) = F_2(z''_1, z''_2, \dots, z''_n), \quad (1.3)$$

где z'_k и z''_k – параметры первой и второй систем соответственно.

Одну из двух систем (тел) можно использовать как термометр и рассматривать значение функции $\theta = F_2(z''_1, z''_2, \dots, z''_n)$ как эмпирическую температуру. Тогда условие равновесия означает, что первая система находится в равновесии с термометром, если существует зависимость:

$$\theta = F_1(z'_1, z'_2, \dots, z'_n). \quad (1.4)$$

В термодинамике факт существования уравнения вида (1.4) подтверждается всеми имеющимися опытными данными. Исходя из этого, *эмпирической температурой* называют установленную опытным путем меру отклонения состояния изучаемой термодинамической системы от состояния теплового равновесия эталонного тела, которое находится при стандартизированных условиях. Соответствующее эталонное тело называется *термометром*.

Таким образом, из применения понятия температуры следует, что все термодинамические взаимодействия могут системно оцениваться по уровню нагрева тела с помощью относительной величины, которая называется температурой. Эта величина определяет существование воздействий на систему и их уровень, а также комплексно характеризует состояние системы в целом. В равновесном состоянии постоянное значение температуры указывает на отсутствие любых некомпенсируемых взаимодействий и постоянство всех других параметров системы.

Обобщая вышеизложенное, можно сделать вывод, что эмпирическая температура представляет собой комплексный показатель, характеризующий состояние системы, который позволяет оценить воздействия окружающей среды на систему в сравнении с уровнем воздействия среды на термометр при одинаковых условиях. При этом измерение температуры основано на принципе замещения ее как объекта измерения некоторой другой физической величиной. Непременное условие достоверности и воспроизводимости результатов измерений: величина, зависящая от термометрического свойства вещества термометра, и температура термометра должны быть связаны между собой как взаимно однозначные функции. Поэтому, с точки зрения системного анализа, будем считать, что процесс измерения температуры позволяет сравнить состояние изучаемой физической системы в равновесных условиях с состоянием эталонного тела в этих же условиях. Для этого используется количественная характеристика, которая по соглашению считается универсальной по отношению ко множеству физических систем. Подобная трактовка температуры позволяет предположить, что при изучении систем различной природы могут быть использованы аналогичные величины.

В зависимости от того, какое *термометрическое вещество* используется в термометре и какое *термометрическое свойство* выбирается, может быть построено множество уравнений вида (1.3) – (1.4). Как следствие имеется достаточно много эмпирических шкал температур – Цельсия ($^{\circ}\text{C}$), Фаренгейта ($^{\circ}\text{F}$), Ренкина ($^{\circ}\text{Ra}$), Реомюра ($^{\circ}\text{R}$), абсолютная шкала температур Кельвина (К). Эти шкалы отличаются друг от друга. Причины различия заключаются в выборе начала и единицы отсчета, а также в использовании различных термометрических веществ. Построение линейных температурных шкал основано на применении метода двух точек. Например, в стогоградусной шкале (шкале Цельсия) точка кипения воды при атмосферном давлении принимается за 100°C , а точка плавления льда – за 0°C . Опорные точки выбираются, исходя из факта изменения агрегатного состояния вещества. Реомюр использовал в качестве опорных точек шкалы те же температуры, что и Цельсий, но промежуток между ними разбил не на 100, а на 80 делений. Фаренгейт полагал за нулевую точку температурной шкалы температуру таяния смеси льда с нашатырем.

Считается, что наиболее подходящим термометрическим веществом является идеальный газ, отличающийся исключительно простой структурой. Термометры, использующие реальные газы в качестве термометрического вещества, которые близки по свойствам к идеальному газу, отличаются простотой конструкции, высокой чувствительностью и точностью воспроизведения результатов измерений.

После введения Международной системы единиц (СИ) применению подлежат две температурные шкалы:

- основная термодинамическая шкала;
- международная температурная шкала (МТШ).

В первом случае принятая шкала является линейной, не зависит от рода термометрического вещества и имеет одну реперную точку – тройную точку воды, которой присвоено значение $273,16\text{ K}$. Единица измерения термодинамической температуры в СИ – *Кельвин (K)*. Наравне с единицей измерения Кельвин допускается применение внесистемной единицы измерения температуры – градуса Цельсия ($^{\circ}\text{C}$). По размеру $1\text{ K}=1^{\circ}\text{C}$ (достигнутая точность – $3\cdot 10^{-4}$), при этом уравнение связи имеет вид $\theta = T - T_0$, где θ – температура в градусах Цельсия, $^{\circ}\text{C}$, T – термодинамическая температура в Кельвинах, $T_0=273,15\text{ K}$.

В свою очередь, международная температурная шкала основана на 11 реперных точках – температурах фазовых переходов некоторых чистых веществ. По МТШ температура тройной точки воды равна $0,01^{\circ}\text{C}$, а температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении – 100°C . Реперным точкам международной температурной шкалы присвоены такие значения, чтобы температура по этой шкале была близка к термодинамической температуре и разности между ними оставались в пределах достигнутой точности измерений.

Необходимость применения двух шкал связана с тем, что в термодинамике доказывается, что наряду с эмпирической температурой θ существует понятие *абсолютной температуры T*, которую сейчас также называют термодинамической температурой. Для того, чтобы разобраться в содержании этого понятия, необходимо вернуться к истории вопроса. Достаточно не просто в классической термодинамике найти ответ на вопрос: что мы измеряем, используя шкалы температур? На субъективном

уровне представление более высокой температуры связано с ощущением, что данное тело более горячее, чем другое. Температура тела есть мера «уровня нагретости тел», и такое качественное представление о температуре вполне привычно для нас. С молекулярно-кинетической точки зрения температура равновесной системы комплексно характеризует интенсивность теплового движения атомов, молекул и других частиц, образующих термодинамическую систему. Известно, что для системы, описываемой законами статистической физики, средняя кинетическая энергия теплового движения частиц прямо пропорциональна термодинамической температуре системы. Поэтому, измерение температуры позволяет суммарно оценивать внутреннюю энергию системы. Более коротко часто говорят, что температура характеризует тепловое состояние тела. Однако при таком уровне обобщения и существующем многообразии представлений о «тепловом состоянии тела», очень сложно ответить на вопрос: с какими свойствами, явлениями или событиями в различных системах непосредственно связано измерение температуры? Исторически так сложилось, что этому вопросу уделялось значительно меньше внимания, чем построению системы измерения температуры. При этом можно утверждать, что множество методов измерения температуры позволяет количественно оценивать для термодинамических систем некоторые параметры или состояния систем в целом, которые однозначно связаны с параметрами (состояниями) эталонных систем, в данном случае – термометрами.

Изначально в основу измерения температур были положены два закона – закон Шарля и закон Гей-Люссака, которые представляются соответственно в виде:

$$p = p_0(1 + \alpha_v \theta) \Big|_{V=const}; \quad (1.5)$$

$$V = V_0(1 + \alpha_p \theta) \Big|_{p=const}, \quad (1.6)$$

где p – давление газа при постоянном объеме; V – объем газа при постоянном давлении; α_v – температурный коэффициент термической упругости; α_p – температурный коэффициент объемного расширения; p_0 , V_0 – параметры опорного состояния.

Закон Шарля формулируется в виде: если данная масса газа нагревается или охлаждается в некотором интервале температур (от $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $\theta\text{ }^{\circ}\text{C}$), причем объем газа остается постоянным, то температурный коэффициент термической упругости не зависит от природы газа.

Также можно представить и закон Гей-Люссака: если данная масса газа нагревается или охлаждается в некотором интервале температур (от $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $\theta\text{ }^{\circ}\text{C}$), причем давление газа остается постоянным, то температурный коэффициент объемного расширения не зависит от природы газа.

Математически данные законы выражаются зависимостями (1.5) – (1.6) и рассматриваются как совершенно точные по отношению к веществам, находящимся в идеально-газовом состоянии, т.е. при условии, что давление газа очень мало ($p \rightarrow 0$). Причем на практике для простых газов давление в одну атмосферу и несколько ниже уже считается достаточно низким. Экспериментально установлено, что для идеальных

$$\text{газов } \alpha = \alpha_v = \alpha_p = \frac{1}{273,15} = 0,003661^{\circ}\text{C}^{-1}.$$

Уравнения состояния имеют исключительно эмпирический характер. Законы Шарля и Гей-Люссака, объединенные с гипотезой Авогадро, дали известный газовый закон, который явился первой важной зависимостью для свойств веществ в термодинамике. Данный закон для идеального газа представляется известным уравнением Клапейрона, которое установлено опытным путем:

$$p\nu = R_i T, \quad (1.7)$$

где R_i – индивидуальная газовая постоянная, ν – удельный объем.

Данная зависимость может быть представлена также в виде:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{p}{p_0} \frac{\nu}{\nu_0}. \quad (1.8)$$

Здесь ν_0 – значение удельного объема газа в опорной точке (точке таяния льда); p_0 – стандартизированное (при нормальных условиях) значение давления, равное 101325 Па ; $T_0 = 273,15\text{ К}$; $R_i = \frac{p_0\nu_0}{T_0}$.

Наблюдаемые отклонения состояний реальных газов от закона идеального газа обычно достаточно малы и связаны с природой молекул. Уравнение Ван-дер-Ваальса, вириальное уравнение, а также другие уравнения состояния, которые количественно выражают эти отклонения, сильно повлияли на прогресс в развитии термодинамики и процесс построения шкал температур [97].

В начале температурные шкалы устанавливались по различным термометрическим веществам, но затем было определено, что благодаря своим свойствам одним из наиболее удобных термометрических веществ является идеальный газ. При этом температура может быть определена из соотношения $T = pV/R_i$.

Первой стандартизированной шкалой эмпирической температуры (1877 год) была выбрана нормальная шкала, где в качестве термометрического вещества использовался водород, в качестве измеряемого термометрического свойства – давление газа, а за единицу измерения принимался градус Цельсия. В таком термометре объем газа поддерживался строго постоянным, а масса газа принималась при температуре таяния льда такой, чтобы давление водорода было равным 1000 мм рт ст. Такая шкала получила название идеально-газовой шкалы, при этом согласно (1.5) давление газа при $V=const$ линейно изменяется с температурой.

Идеально-газовая шкала применяется в интервале температур от 10 до 1337 K (точка плавления золота). В этом интервале данная шкала полностью совпадает с термодинамической шкалой [66]. При температурах ниже 10 K и выше 1336 K простые газы уже не подчиняются уравнению (1.7).

Газовые термометры, в связи с низким давлением газа в термометрах, крайне неудобны для использования в экспериментальной практике. В 1927 году Международной конференцией мер и весов была принята легко реализуемая в практике экспериментов так называемая международная практическая шкала температур (МПШТ–27). В интервале температур от $-182,97^{\circ}\text{C}$ (точка кипения жидкого кислорода, $T = 90,18\text{ K}$) до 660°C ($T = 933,15\text{ K}$) эта шкала основана на показаниях стандартного платинового термометра сопротивления. В 1968 году Международным

комитетом мер и весов принята новая Международная практическая шкала температур – МПШТ–68. Эта шкала реализуется с помощью платинового термометра сопротивления в интервале температур от $-259,34\text{ }^{\circ}\text{C}$ (тройная точка водорода, $T = 13,81\text{ K}$) до $630,74\text{ }^{\circ}\text{C}$. При температурах от $630,74\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $1064,18\text{ }^{\circ}\text{C}$ (точка плавления золота, $T = 1337,33\text{ K}$) шкала основана на показаниях платинородий-платиновой термопары, а при более высоких температурах шкала экстраполируется посредством пирометра.

Подобные шкалы представляют собой систему реперных точек (точки плавления льда и кипения воды, тройная точка воды, точки затвердевания сурьмы, серы, золота и т.д.) и интерполяционных формул, дающих значение температуры по показанию термометра. Шкалы строятся таким образом, чтобы температура, измеренная по шкале, была близка к термодинамической температуре, и разности между ними оставались в пределах достигнутой погрешности на современном уровне развития измерительной техники. В последние годы значения этих погрешностей несколько уточнены, а интерполяционные формулы улучшены, однако порядок величин не претерпел существенных изменений.

В настоящее время действующей является Международная температурная шкала (МТШ–90), в которой сохраняется значение температуры тройной точки воды в качестве основной реперной, а значения других реперных точек уточнены и приближены к истинным термодинамическим температурам. При этом значение $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ меньше 1 K примерно на $3 \cdot 10^{-4}$.

Теперь видно, что исторически построение термодинамической шкалы температур было связано с идеально-газовой шкалой и понятием идеального газа. В термодинамике *идеальным газом* считается газ, параметры состояния которого строго подчиняются уравнению Клапейрона вида (1.7). В идеальном газе молекулы рассматриваются как материальные точки, силами притяжения и отталкивания между которыми можно пренебречь, а все их взаимодействие ограничено соударениями. Идеальный газ отличается низкой плотностью вещества, многие простые газы (водород, гелий, кислород, азот, неон и т.д.) при низких давлениях ведут себя как идеальный газ, т.е. строго подчиняются уравнению (1.7).

Таким образом, идеальный газ и законы идеального газа являются абстрактной моделью в термодинамике, связь которой с реальностью видна в том, что состояния простых реальных газов стремятся в пределе к состоянию идеального газа. Основное необходимое условие, при котором справедливо уравнение Клапейрона – это давление реального газа должно быть не велико, в идеальном случае считается, что давление должно стремиться к нулю ($p \rightarrow 0$).

При построении термодинамических таблиц, например [96], часто используют уравнение состояния идеального газа (1.7). Анализ многочисленных экспериментальных данных по сжимаемости чистых газов показывает, что при умеренных давлениях (примерно до 5 МПа) и температурах, удаленных от критических, практически имеет место линейность изотерм в координатах $p - p\nu$ в широком интервале температур. Исходя из этого, ошибка применения уравнения (1.7) при расчетах не превышает 0,5% в области давлений до 2,5 – 3,0 МПа и в диапазоне температур от –50 до 550 °С [96].

Построение шкал температур очень тесно связано с уравнением состояния идеального газа. Однако, вопрос установления класса функций, которые позволяют реализовать уравнения состояния термодинамических систем, сегодня остается открытым. В свое время Борн отмечал исключительный произвол в выборе шкал температур и уравнений состояний в термодинамике [30]. Им было подчеркнуто, что на данном этапе развития термодинамической теории нельзя логически обосновать то, что температурой газа считают как раз произведение $T = p\nu$, а не какую-нибудь функцию этой величины, хотя бы $T = (p\nu)^2$ или $T = \sqrt{p\nu}$. Факт вида уравнения состояния идеального газа $p\nu = R_i T$ основан на эмпирических данных и закономерностях, установленных методами молекулярно-кинетической теории. Логическое обоснование выбора вида зависимости $T = p\nu$ крайне важно для оснований термодинамики, так как с этим связана некоторая, пока еще не раскрытая, фундаментальная закономерность.

Далее будет показано, что уравнения состояний могут быть построены на использовании самых разных гипотез. Построение таких

уравнений связано с аппроксимацией массива экспериментальных данных для каждого вещества определенными видами зависимостей. Причем эти зависимости для газообразного, жидкого и твердого агрегатных состояний вещества будут иметь разный вид. Здесь мы приходим к математической задаче построения моделей описания данных, путем подбора аппроксимационных зависимостей, которые могут иметь достаточно сложный вид. Например, значения теплоемкостей газов аппроксимируются методом наименьших квадратов в виде полиномов от абсолютной температуры [96]:

$$c_p = \frac{1}{\mu} \sum_{n=1}^{n=7} a_n \left(\frac{T}{1000} \right)^n, \quad (1.9)$$

где μ – молярная масса газа; c_p – изобарная теплоемкость.

Теплоемкость определяется экспериментально и позволяет устанавливать связь между изменениями количества теплоты и температуры в термодинамических процессах, причем эта связь задается в линейном виде $dQ = c_l dT$. Поэтому формируя простые линейные зависимости для определения температуры и количества теплоты, всю сложность и нелинейность задачи переносят на описание значений теплоемкостей.

Исторически со времен Джоуля вся логика термодинамических измерений связана с относительными сопоставлениями состояний изучаемых тел при заданных уровнях физических воздействий, для чего применяется устройство, которое называется термостатом. Использование термостата имеет большое значение для всех термодинамических измерений, так как позволяет изолировать объект от влияния окружающей среды и локально (в рабочей зоне термостата) создавать самые разные физические условия. Измерения температуры по определенной шкале фактически устанавливают соответствие между состоянием объекта в сформированных условиях термостата и состоянием эталонного объекта (например, идеального газа), если бы этот объект находился в тех же самых физических условиях. Шкала температуры строится заранее путем изучения множества состояний эталонного объекта в самых разных физических условиях и присвоения каждому такому состоянию конкретного значения температуры. Это значение присваивают исходя из

использования зависимости $T = p\nu$, которая исторически принята по соглашению с учетом множества исследований и практического опыта.

Термодинамические опыты проводят следующим образом. В термостате в первом равновесном состоянии измеряется начальная температура тела. Далее тело подвергается воздействию в виде нагрева путем подвода некоторого заданного количества теплоты, которое, в свою очередь, определяется по измерениям энергии падающего груза, работы электрического тока, смещения веществ и т.д. Это позволяет сделать оценку интенсивности воздействия на тело и количественно измерить это воздействие в виде количества подведенной теплоты ΔQ . После того, как тело придет во второе равновесное состояние определяется конечная температура по той же самой шкале и находится разность температур ΔT . Теплоемкость тела c_l находится из линейной зависимости, учитывающей массу объекта m : $\Delta Q = c_l m \Delta T$. Проведя множество экспериментов, получают полное представление о состояниях изучаемого объекта в различных условиях и при воздействиях в разных процессах изменения его состояния.

Теперь постараемся обобщить идеи и принципы, которые применяются при построении шкал температур. Для большей наглядности будем использовать геометрические представления для простых термодинамических систем, состояния которых могут быть описаны явными трехмерными уравнениями вида $T = F(p, \nu)$ или неявными уравнениями вида $F(p, \nu, T) = 0$.

При построении уравнений состояний первоначально вводится параметризация – пространство состояний представляется областью многомерного числового пространства. Это дает возможность описать каждое состояние набором чисел – параметрами основных свойств термодинамической системы. В геометрическом представлении параметры задаются в виде значений независимых величин (координат) для каждого состояния системы, которое можно изобразить в виде многомерной точки. Уравнения состояния определяют некоторую фундаментальную связь, существующую между основными свойствами (переменными состояния) системы. Известно, что имеется несколько способов измерения удельного объема и давления. Для термодинамических систем соответствующие

параметры ν и p задают значения определяющих свойств, которые характеризуются числами в специально созданных для этого шкалах. Шкалы удельного объема и давления являются так называемыми шкалами отношений. Каждая из этих шкал имеет абсолютную точку отсчета и единицу измерения. Для этих величин: нуль давления – отсутствие действия внешних сил со стороны окружающей среды, нуль удельного объема – отсутствие материального объекта, на который осуществляется воздействие.

Опыт показывает, что использование параметров свойств в виде удельного объема и давления для простой термодинамической системы не может однозначно характеризовать состояние системы в виде точки трехмерного пространства. На всей области определения параметров (давления p и удельного объема ν) вещества находятся в различных агрегатных состояниях, которые качественно отличаются по энергетическому состоянию. Для того, чтобы построить уравнения состояния для всей области определения свойств необходимо ввести дополнительный параметр, который бы однозначно определял состояние термодинамической системы. Таким третьим параметром является температура, комплексно характеризующая особое свойство системы (или комплекс свойств), которое связано с интенсивностью теплового движения молекул и их энергией.

Шкалы температур как раз и созданы для оценки этого особого свойства состояний системы. Причем для измерения эмпирических температур вводятся различные шкалы, которые являются так называемыми шкалами интервалов. Данные шкалы не имеют абсолютной точки отсчета, привязанной к определенному свойству вещества, например, кинетической энергии молекул. В этом случае основой построения численной шкалы являются некоторые наблюдаемые и легко воспроизводимые явления, например, процессы изменения агрегатного состояния, поэтому реперными точками шкал температур приняты точки кипения и плавления веществ, т.к. они легко наблюдаемы. В свою очередь, шкала термодинамической температуры имеет абсолютную точку отсчета. Начало отсчета для шкалы Кельвина (абсолютный ноль) выбрано из

условия нулевой кинетической энергии частиц вещества. Таким образом, шкала Кельвина является более совершенной шкалой отношений.

Все три параметра p , v и T выступают в качестве независимых физических переменных – параметров (переменных) пространства состояний термодинамических систем и образуют декартовую систему координат. Таким образом, зависимость $T = F(p, v)$ или $F(p, v, T) = 0$ для конкретного вещества является уравнением поверхности, построенной относительно взаимно перпендикулярных осей, каждая из которых соответствует определенному параметру p , v или T .

Любое состояние системы, определяемое совокупностью трех числовых значений параметров, изобразится точкой, лежащей на полученной поверхности. Такая точка называется фигуративной, а поверхность – характеристической. Например, поверхность состояния $T = F(p, v)$ идеального газа имеет вид, показанный на рисунке 1.1. В свою очередь, поверхность состояния $T = F(p, v)$ для воды в различных агрегатных состояниях показана на рисунке 1.2.

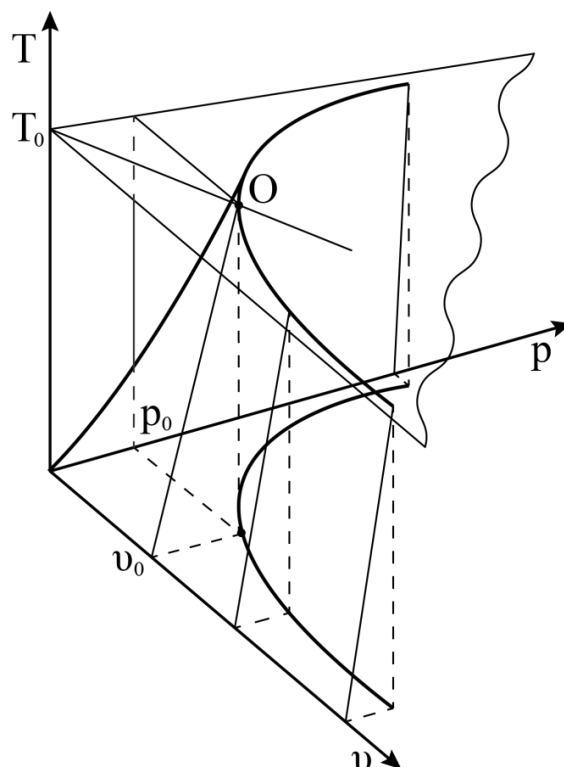


Рис. 1.1. – Поверхность термодинамических состояний идеального газа $T = T(p, v)$

При изменении состояния системы фигуративная точка перемещается по поверхности, описывая некоторую кривую протекающего процесса.

Характеристическая поверхность в общем случае, – многомерная гиперповерхность, которая называется *поверхностью состояний*, представляет собой геометрическое место точек, отображающих состояния

системы в зависимости от основных параметров. Такие поверхности обобщают весь имеющийся массив экспериментальных данных по тепловым взаимодействиям.

Известно, что одно вещество со всеми его термодинамическими состояниями характеризует одна поверхность. Таким образом, в трехмерном пространстве состояний существует семейство поверхностей для различных веществ. В этом пространстве размещены также и поверхности идеальных газов вида $T = p\nu/R_i$.

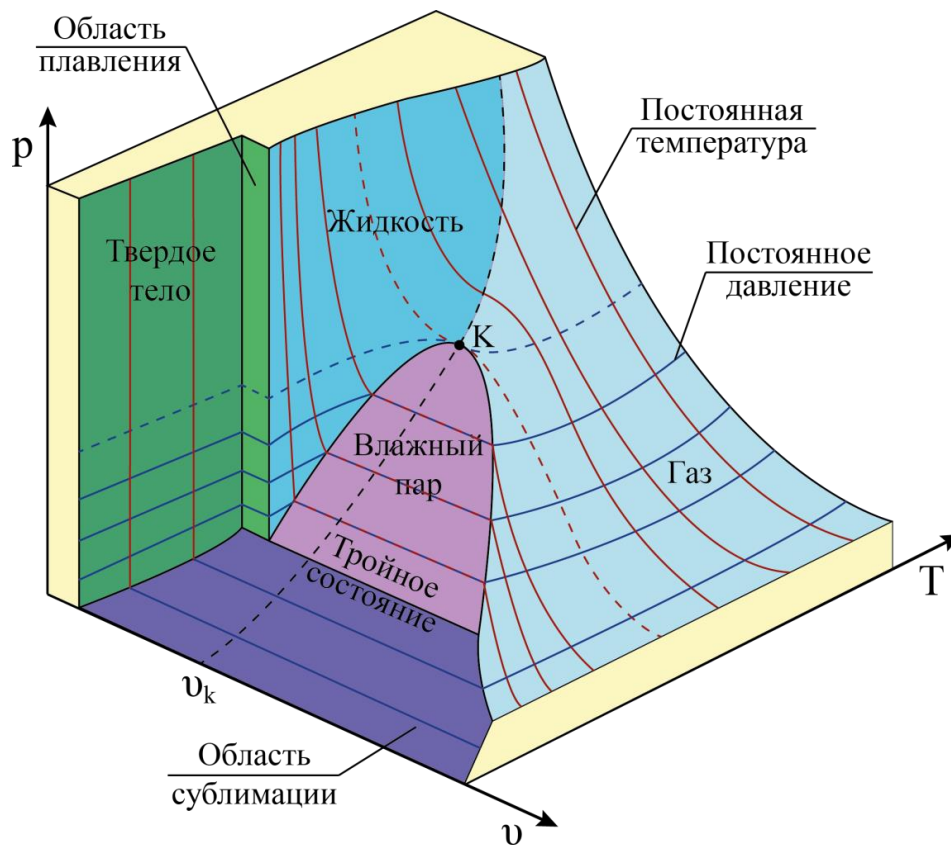


Рис. 1.2.– Поверхность термодинамических состояний воды $F(p, \nu, T) = 0$

Форма этих поверхностей зависит от вида газа через коэффициент R_i , причем все поверхности простых реальных газов при низких давлениях асимптотически выходят на поверхность идеального газа, которая описывается уравнением (1.8) и имеет в координатах $\xi_1 = \nu/\nu_0$, $\xi_2 = p/p_0$ и $\xi_3 = T/T_0$ один и тот же вид для всех простых газов.

Таким образом, поверхность состояний идеального газа $\xi_3 = \xi_1 \xi_2$ является геометрической моделью, с использованием которой и строится шкала температур. Координата T в виде термодинамической шкалы

градуируется с учетом уравнения состояния идеального газа $p\nu = R_i T$ по реперной точке, в качестве которой берется тройная точка воды ($T_0 = 273,16 K$), а давление принимается равным атмосферному ($p = p_0$). Это позволяет построить пространство состояний веществ в виде координатной системы (p, ν, T) . Далее, используя шкалу температур и соответствующие термометры, по экспериментальным данным строится семейство поверхностей состояний различных веществ.

На рисунке 1.3 показана система построения термодинамической шкалы температур на основе использования уравнения состояния идеального газа, а также приведен принцип, который используется при измерении температуры. Температурная ось создается (рис. 1.3) путем проецирования на ось аппликат линии, которая является термодинамической шкалой температур и проходит через точку $O(p_0, \nu_0, T_0)$ и начало координат. В результате образуется прямая линия, уравнение которой представляется в виде $p/p_0 = \nu/\nu_0 = T/T_0$ и которая лежит на поверхности идеального газа $T = p\nu/R_i$.

При измерении температур используется подход, суть которого заключается в том, что идеально-газовый термометр приводят в соприкосновение с объектом измерения температуры и на координатной оси T находят значение измеренной температуры T_a . При использовании платиновой термопары для измерения температур создается своего рода физическая модель идеально-газового термометра. Данная физическая модель при помещении в среду выдает сигнал, который легко градуируется по значениям температуры идеально-газового термометра.

Таким образом, термометры, использующие различные принципы работы, являются физическими моделями идеально-газового термометра, которые моделируют сигнал в виде термодинамической температуры или температуры, легко преобразуемой в термодинамическую.

Сегодня в термодинамике используется два вида уравнений состояний. Если состояние системы описывается уравнением, содержащим удельный объем, давление и температуру, то такое уравнение называют термическим уравнением. В случае, если в уравнении (1.1) параметр системы P_k представляет собой энергию системы u , то такое уравнение называется калорическим уравнением состояния.

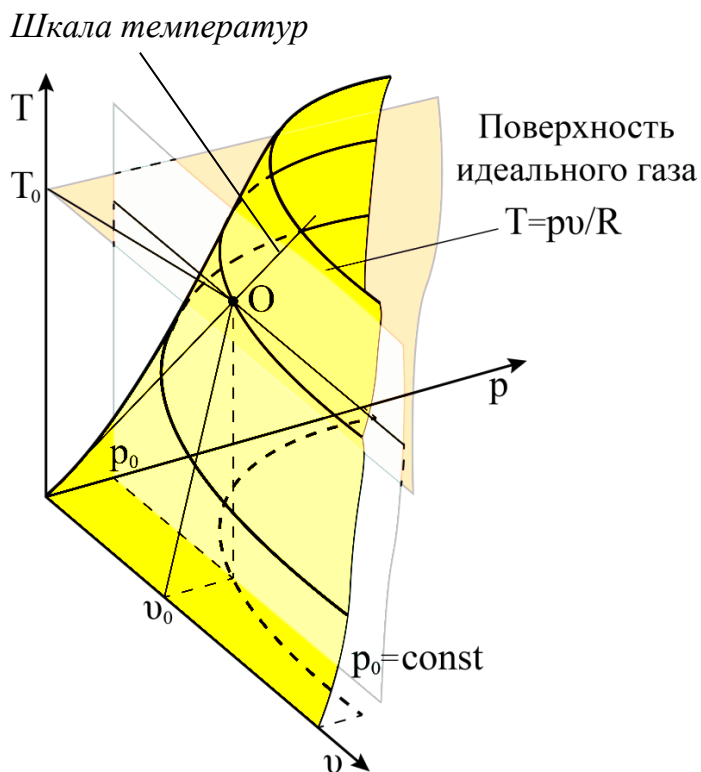


Рис. 1.3. – Система построения термодинамической шкалы температур

Уравнения состояния обобщают опытные данные и являются в термодинамике связывающим звеном между теорией и экспериментом, причем эта связь осуществляется на уровне использования эмпирических закономерностей.

Сегодня методы построения уравнений состояний достаточно проработаны, при этом известно более 150 видов уравнений, предложенных различными исследователями. Здесь следует отметить уравнение состояния идеального газа, уравнение Ван-дер-Ваальса, вириальное уравнение и т.д. Изложение существующих уравнений дано, например, в работах [93, 97]. Суть построения уравнений для некоторого класса термодинамических систем заключается в приближении одной зависимостью всей поверхности состояний термодинамической системы (или ее областей). В общем случае такая зависимость может быть достаточно сложна, и для каждого вещества (и каждого агрегатного состояния) может иметь свои особенности. Практически для всех известных веществ методы термодинамики при наличии достаточного объема данных позволяют построить уравнения состояний, которые могут отличаться степенью точности, областью определения параметров и уровнем сложности.

В основу построения уравнений состояний реальных веществ

положен принцип *соответственных состояний*. В термодинамике этот принцип является обобщением того положения, что те свойства, которые зависят от межмолекулярных сил, связаны с некоторыми характерными (опорными) свойствами для всех веществ одинаково. При реализации этого принципа в процессе построения уравнений состояний параметры критической точки выбираются в качестве опорных и все остальные свойства соотносятся с этой точкой. Опытные данные подтверждают, что единое выражение для приведенного свойства относительно параметров критической точки хорошо описывает экспериментальные данные для целого ряда веществ. Теория соответственных состояний – это теория подобия в термодинамике. Гиббс считал, что эта теория имеет большое значение и хотел дать строгое развитие учения о подобии, так как это учение широко используется в термодинамике.

Для такой простой системы, как идеальный газ, термическим уравнением состояния является уравнение Клапейрона-Менделеева, которое вытекает из уравнения Клапейрона

$$pV = \nu RT, \quad (1.10)$$

где $\nu = m/\mu$ – число молей газа массой m ; μ – молярная масса газа; R – универсальная газовая постоянная.

При описании поведения реальных газов широко используется уравнение Ван-дер-Ваальса:

$$\left(p + \frac{a}{\nu^2}\right)(\nu - b) = R_i T, \quad (1.11)$$

где a и b – постоянные коэффициенты, характерные для определенного газа. Для реальных газов известна также вириальная форма уравнения состояния вида:

$$p\nu = R_i T \left(1 + \frac{B_2(T)}{\nu} + \frac{B_3(T)}{\nu^2} + \frac{B_4(T)}{\nu^3} + \dots \right), \quad (1.12)$$

где $B_i(T)$ – вириальные коэффициенты.

Существуют также уравнения состояния, которые в разное время были предложенные Диттеричи, Бертелло, Камерлинг-Оннесом, Майером, Боголюбовым и т.д. Обзор этих уравнений дан в работах [66, 93, 97]. Для реальных веществ, находящихся в твердом, жидком и газообразном состояниях, нет достаточно надежных эмпирических уравнений состояний,

характерных для всей области определения параметров. Поэтому данные о термических и калорических свойствах веществ представляются численно в виде таблиц или различных графических диаграмм. Для примера на рисунке 1.4 приведена $T - s$ диаграмма для диоксида углерода.

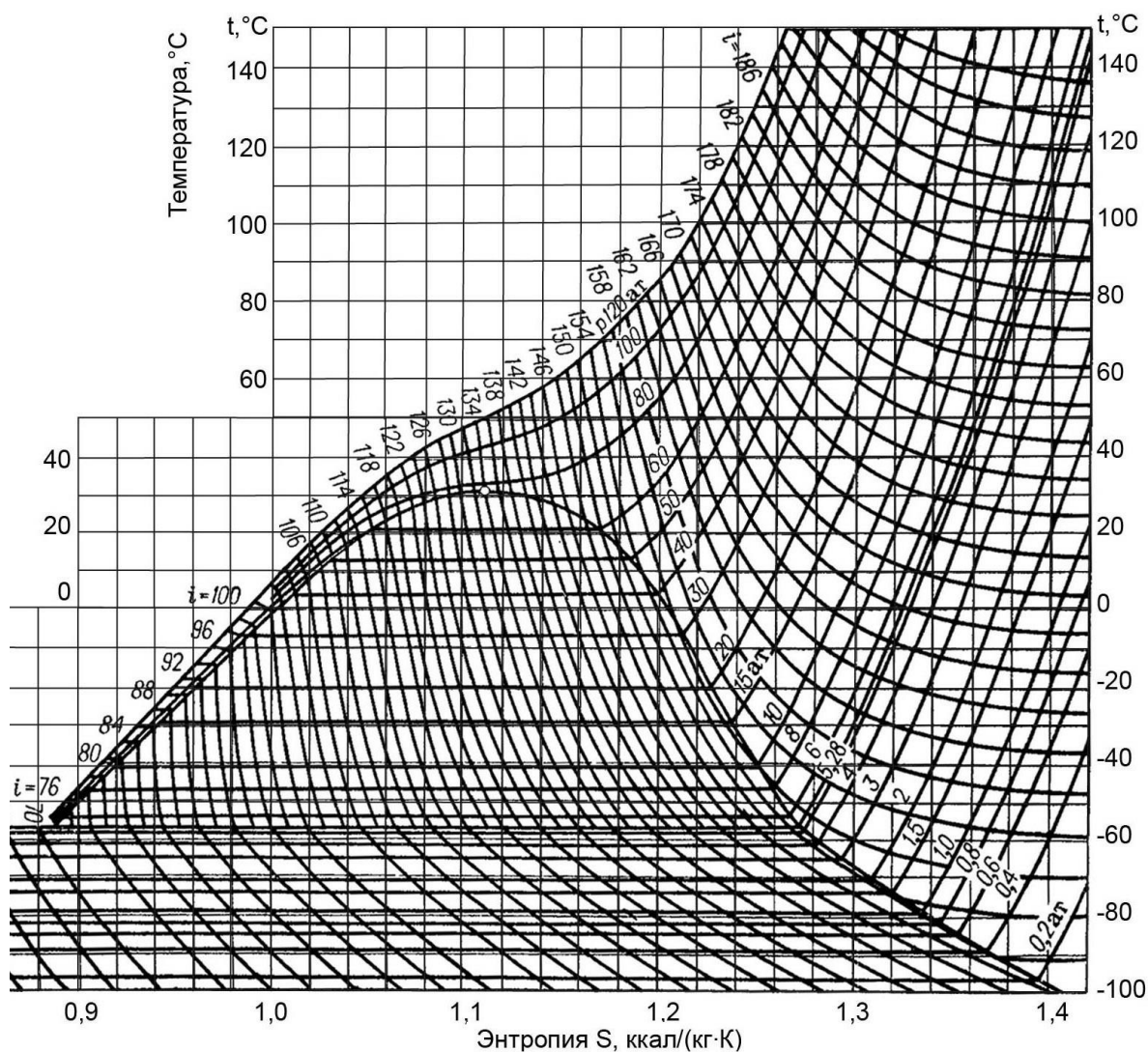


Рис. 1.4. – Диаграмма «температура – энтропия» для диоксида углерода

Сегодня в термодинамике принято, что уравнения состояния присоединяются к основным термодинамическим соотношениям извне, как известные эмпирические знания о свойствах системы. Таким образом, при моделировании протекающих процессов через уравнения состояния вносятся эмпирические закономерности, характерные для реальных систем, при этом температуре отводится особая роль. В термодинамике применяемый математический аппарат позволяет ассоциировать такие

соотношения с первым и вторым законом, благодаря чему могут быть получены феноменологические закономерности и следствия, определяющие поведение термодинамических систем.

Особое место в экспериментальной термодинамике занимает calorическая характеристика – *теплоемкость*. Понятие теплоемкости было привнесено в термодинамику из калориметрии. Для твердых тел и жидкостей теплоемкость определяется в виде

$$c = \frac{dQ}{dT} \quad (1.13)$$

и представляет собой количество теплоты, необходимое для изменения температуры термодинамической системы на один градус Кельвина (1 K).

Для газов уравнение (1.13) обычно представляется в виде

$$c_l = \frac{dQ_l}{dT}, \quad (1.14)$$

показывая тем самым зависимость теплоемкости от вида протекающего процесса l . В общем случае теплоемкость является функцией процесса и может численно изменяться от $-\infty$ до $+\infty$. Наибольшее применение имеют теплоемкости при постоянных объеме c_v и давлении c_p .

Опытный материал, относящийся к теплоемкостям веществ чрезвычайно обширен. Разработаны десятки методов определения теплоемкостей для газов, твердых тел и жидкостей [98]. Однако, вследствие разнообразия методов измерения и различной степени точности, которая достигалась экспериментаторами, существующие численные данные могут несколько отличаться. Особенно это выражено для данных по теплоемкостям при высоких давлениях и температурах. Чаще всего данные по теплоемкостям представляются в виде разнообразных справочных таблиц [15, 96, 134].

Теплоемкости количественно характеризуют взаимодействие вещества с окружающей средой в различных процессах, причем теплоемкость зависит от свойств вещества, состояния системы и характера процесса, который совершается системой.

Геометрически это может быть представлено следующим образом. В трехмерном пространстве независимых переменных v , p и T , образующих систему декартовых координат, размещено множество характеристических

поверхностей, которые определяют поверхности состояний различных термодинамических систем. Каждое состояние определенной термодинамической системы представляется некой точкой $M(\nu, p, T)$ на соответствующей характеристической поверхности. Через данную точку M может быть проведено бесконечное количество кривых l , целиком принадлежащих характеристической поверхности и представляющих собой различные термодинамические процессы. В окрестности точки M каждому направлению \vec{n} , которое задается касательной к кривой процесса l в точке M , будет соответствовать определенное значение теплоемкости c_l , которая при этом может быть экспериментально определена в соответствии с уравнением (1.14).

Исходя из ранее приведенного, следует, что температура является величиной, которая комплексно характеризует состояния изучаемой термодинамической системы $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$. В свою очередь, теплоемкости являются феноменологическими величинами, которые характеризуют процессы изменения состояний термодинамической системы в пространстве ее возможных состояний.

Таким образом, в термодинамическую теорию через уравнения состояния, теплоемкости и некоторые другие величины привлекаются эмпирические данные, которые позволяют учесть различные особенности и закономерности, характерные для реальных веществ и термодинамических процессов.

1.3 Первое начало термодинамики

Термодинамический метод основан на использовании эмпирических и теоретических соотношений и закономерностей, имеющих существенное значение для формирования методологии и математического аппарата термодинамики.

На первое место в этом плане выходит закон сохранения и превращения энергии (первое начало термодинамики). Этот универсальный закон является одним из краеугольных камней всего

естествознания. Представленный в дифференциальной форме закон сохранения энергии имеет вид:

$$dQ = du + dA. \quad (1.15)$$

Данный закон в своем первоначальном виде (1.15) имеет эмпирическое происхождение. В дальнейшем основные положения закона получили логическое развитие, и в настоящее время первое начало формулируется в обобщенном виде:

$$dQ = du + \sum_{k=1}^n P_k dz_k. \quad (1.16)$$

В ряде случаев основное уравнение для определения изменения внутренней энергии системы u через потенциалы и координаты представляется в следующем виде:

$$du = \sum_{k=1}^{n+1} P_k dz_k, \quad (1.17)$$

где $dQ = P_{n+1} dz_{n+1} = Tds$, при этом особо оговаривают выбор знаков потенциалов при изменении координат [47].

Принятое в термодинамике определение энергии носит всеобщий характер, при этом понятие внутренней энергии имеет глубокий физический и математический смысл. Следствием этого является факт того, что существует однозначная функция координат состояния, дифференциал которой равен сумме всех элементарных количеств воздействий разного рода. Если внутренняя энергия известна как функция координат состояния $u = u(z_1, z_2, \dots, z_n)$, то потенциалы могут быть выражены через уравнения состояния:

$$P_k = P_k(z_1, z_2, \dots, z_n) = \frac{\partial u}{\partial z_k}. \quad (1.18)$$

При выводе термодинамических уравнений в качестве координат используются объем, масса, энтропия, а в качестве потенциалов – давление, химический потенциал, температура. Координаты обычно являются аддитивными величинами. Потенциалы в такой трактовке, в отличие от обычных термодинамических потенциалов (энергии, энтальпии, свободной энергии), не являются аддитивными величинами. В общем виде уравнение сохранения и превращения энергии в

термодинамике записывается также в дифференциальной форме, где составляющую деформационного взаимодействия выделяют:

$$\delta Q = du + pdv + \sum_{k=1}^n P_k dz_k, \quad (1.19)$$

где δQ – элементарное изменение количества теплоты, поступившего в процессе изменения состояния системы; du – полный дифференциал энергии системы; $\delta A = pdv$ – элементарная работа, совершенная в процессе изменения состояния системы; $\delta E_k = P_k dz_k$ – составляющие других определенных видов переносимой энергии.

Первое начало задают в виде различных формулировок, среди которых можно выделить следующие варианты изложения закона:

- энергия не исчезает и не возникает вновь, она лишь переходит из одного вида в другой в различных физических и химических процессах;
- когда система претерпевает превращение, сумма различных изменений энергии – теплообмена, совершенной работы и т.д. – не зависит от способа превращения. Эта сумма зависит только от начального и конечного состояний;
- осуществление вечного двигателя первого рода невозможно;
- энергия изолированной системы тел сохраняется при всех процессах, происходящих в системе: она может лишь передаваться от одних тел другим (с сохранением или изменением формы движения материи);
- в термодинамическом процессе подведенная теплота расходуется на изменение его энергии и совершение работы;
- любое взаимодействие имеет своим необходимым следствием изменение внутренней энергии системы на величину, равную количеству воздействия;
- энергия является однозначной функцией состояния и не зависит от пути перехода системы из одного состояния в другое;
- бесконечно малое изменение внутренней энергии является полным дифференциалом.

В современном представлении, несмотря на простоту, глубокое содержание первого закона термодинамики нелегко сформулировать ясно и кратко [140]. Это основная причина того, что различные авторы по

разному формулируют первое начало. Более того, если математическая формулировка закона в классическом виде (1.15), связывающая теплоту, энергию и работу, является непосредственным обобщением опытных данных по термическим и деформационным взаимодействиям, то в принятом современном виде (1.19) – это уже результат логического обобщения всех имеющихся экспериментальных данных и накопленного практического опыта. В связи с этим в физике по мере накопления опытных фактов периодически возникают дискуссии о границах применимости закона сохранения энергии. Однако всегда проверка опытных фактов указывает на справедливость этого закона.

1.4 Второе начало термодинамики

Следующим фундаментальным законом термодинамики является ее второе начало. В общем виде второе начало содержит несколько утверждений, из которых большинство имеет качественный характер. Этот закон устанавливает существование у всякой равновесной системы однозначной функции состояния – энтропии. Также как и первое начало, второе начало термодинамики является обобщением данных опыта.

Содержание второго начала также невозможно определить сжатой формулировкой, так как их слишком много. В работе [93] дается анализ 18 важнейших формулировок этого закона, в работе [116] – 16 формулировок. Среди них выделим следующие наиболее распространенные изложения второго начала:

- невозможен процесс, имеющий единственным своим результатом превращение теплоты в работу;
- теплота не может сама собой переходить от более холодного тела к более горячему (постулат Клаузиуса);
- осуществление вечного двигателя второго рода не возможно (Оствальд);
- наибольший коэффициент полезного действия тепловой машины не зависит от природы рабочего тела и вполне определяется предельными температурами, между которыми машина работает (Карно);

- любой реальный самопроизвольный процесс является необратимым процессом;
- энтропия всякой изолированной системы стремится в максимуму (Клаузиус);
- природа стремится от состояний менее вероятных к состояниям более вероятным (Больцман);
- энтропия является однозначной функцией состояния и не зависит от пути перехода системы из одного состояния в другое;
- у всякой равновесной системы существует функция состояния – энтропия, которая не убывает при любых процессах в изолированных и адиабатно изолированных системах;
- бесконечно малое изменение теплоты при равновесном процессе, деленное на абсолютную температуру тела, является полным дифференциалом энтропии;
- в любой окрестности произвольно заданного начального состояния имеются состояния, которые нельзя как угодно точно аппроксимировать адиабатическими изменениями состояния (аксиома Каратеодори).
- уравнение для бесконечно малого изменения теплоты в равновесных процессах вида (1.19) при любом числе независимых параметров состояния всегда голономно, причем интегрирующим делителем является абсолютная температура.

Очевидно, что второе начало допускает существенную множественность формулировок. Именно этот факт и приводит к вопросам, связанным с неполной ясностью в этой области, которая является следствием нечеткости определений и необъятности области применения этого закона.

Понятие энтропии и второе начало тесно связаны между собой. Второе начало накладывает запрет на осуществление многих процессов, следствием которого является то, что среди множества всех термодинамических процессов не все переходы из одного состояния системы в другие возможны. Часто второе начало представляют как закон об энтропии. Для равновесных процессов второе начало выражается соотношением для энтропии:

$$ds = \frac{\delta Q}{T}, \quad (1.20)$$

при этом для любого равновесного процесса справедливо уравнение:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (1.21)$$

Для неравновесных процессов содержание второго начала определяется неравенствами:

$$ds > \frac{\delta Q}{T} \text{ и } \oint \frac{\delta Q}{T} < 0. \quad (1.22)$$

На основе объединения первого и второго законов термодинамики формулируется основное уравнение термодинамики, которое для равновесных процессов имеет вид:

$$Tds = du + pdv + \sum_{k=1}^n P_k dz_k, \quad (1.23)$$

а для неравновесных процессов записывается в форме неравенства:

$$Tds \geq du + pdv + \sum_{k=1}^n P_k dz_k. \quad (1.24)$$

Смысл энтропии раскрывается также в статистической физике. Одно из основных соотношений, связывающее термодинамическую вероятность W с энтропией системы s , имеет вид:

$$s = k_* \ln W \quad (1.25)$$

и носит фундаментальное значение, указывающее, что существует некая однозначная аддитивная функция состояния, получаемая с помощью нелинейного преобразования распределения термодинамической вероятности состояний системы. В частном случае для идеального газа подобное преобразование имеет вид уравнения (1.25), которое математически выражает второе начало в формулировке Больцмана.

Понятие термодинамической вероятности основано на целом ряде гипотез и тесно увязано с методами оценки и подсчета этой величины. Для ее определения вводятся понятия макросостояний и микросостояний. Вероятность макросостояния (некоторого состояния системы) определяется по числу тех микросостояний, которые реализуют данное макросостояние. Термодинамическая вероятность в состоянии равновесия системы достигает максимальных значений. Обычно за

термодинамическую вероятность принимают относительную вероятность $W = P/P_0$, указывающую во сколько раз математическая вероятность P рассматриваемого макросостояния больше, чем математическая вероятность P_0 другого стандартного макросостояния. Принципом, позволяющим обосновать понятие термодинамической вероятности, является положение, что все микросостояния являются *равновероятными* с математической точки зрения. Это приводит к *эргодической гипотезе* – с течением времени система должна пройти через все микросостояния, отвечающие заданным макроскопическим условиям.

Для подсчета термодинамической вероятности существуют разные подходы. Известны способы определения этой величины по методам Больцмана, Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака, основанные на комбинаторной статистике [59, 93, 109]. Например, по методу Больцмана, если в системе N элементов (молекул), то число всех возможных перестановок как внутри групп элементов, так и между группами по теории сочетаний равно $N!$. Для определения вероятности W необходимо исключить все перестановки, которые происходят внутри групп элементов:

$$W = \frac{N!}{\prod_i N_i!}, \quad (1.26)$$

где N – общее число элементов системы; i – количество групп элементов в системе; N_i – количество элементов в i -той группе.

Однако главное место в статистической физике занимает метод ансамблей, предложенный Гиббсом. При использовании этого метода одновременно рассматривают большое число тождественных термодинамических систем, состояния которых отображаются в гиббсовом фазовом пространстве точками, а термодинамическую вероятность связывают с элементарным объемом фазового пространства и дифференциалом энергии.

В свое время Эйнштейн предложил метод определения термодинамической вероятности, использующий общепринятые основы статистики. По его предложению под термодинамической вероятностью можно понимать отношение длительности осуществления данного макросостояния τ_i к общей длительности наблюдения τ , при условии, что общая длительность наблюдения чрезвычайно велика. Определение

Эйнштейна в термодинамике не получило развития, так как оказалось, что без дополнительных гипотез, исходя из обычной механической характеристики системы, невозможно вычислить термодинамическую вероятность по Эйнштейну. Такая оценка вероятностей широко используется в случаях, когда существует возможность длительного наблюдения за поведением системы. Подобный подход нашел распространение в социальных, экологических и экономических науках, а также в промышленной и экологической безопасности, где вероятность состояния системы оценивается по характерным событиям, которые наблюдаются в опыте.

Таким образом, методы определения термодинамической вероятности основаны на умозрительных гипотезах распределения молекул по фазовому пространству, которые отвечают основным термодинамическим представлениям о существовании и поведении вещества. Однако в основе подсчета термодинамической вероятности состояния лежит допущение о равновозможности состояний термодинамических систем, что, естественно, маловероятно для большинства случаев, наблюдаемых на практике. Гипотеза о равновозможности состояний уж явно идеализирована и не привязана к конкретным событиям опыта.

В свое время Ф. Верле [157] отмечал явные недостатки понятия термодинамической вероятности. Практически термодинамическая вероятность сводится к определению числа благоприятных случаев, в то время как классическая вероятность представляет собой отношение наблюдаемых в опыте благоприятных исходов к общему числу всех возможных исходов. Исключение числа возможных случаев оправдано только, если это число постоянно, что как раз и имеет место в равновесном идеальном газе. Поэтому при использовании понятия термодинамической вероятности нет явно выраженной связи с наблюдаемыми событиями, как это принято в теории вероятностей.

Критические замечания Ф. Верле затрагивают одну из самых серьезных проблем термодинамики и указывают на то, что понятие состояния термодинамической системы и, связанного с ним понятия вероятности состояния, недостаточно проработаны.

Теоретическое определение термодинамической вероятности состояния системы в равновесных условиях вызвано отсутствием возможности непосредственной опытной оценки этой величины. В термодинамике ее можно косвенно оценить вычислением энтропии по температурному ходу теплоемкости на основе теплового закона Нернста, однако сложно сказать, что в этом случае определяется и к какому событию можно отнести вычисленную вероятность. Справедливость соотношения Больцмана $s = k_* \ln W$ для других термодинамических систем, кроме идеального газа, остается открытым вопросом, который без привлечения эмпирических данных не может быть решен.

Существование энтропии является фундаментальным принципом, определяющим изменение свойств и состояний системы в различных термодинамических процессах. Следует отметить, что между множеством формулировок второго начала нет принципиальных различий и противоречий. Скорее всего, все это – различные попытки изложения некоторого основного закона природы.

Однако при современном уровне знаний принцип существования энтропии рассматривается как отдаленное логическое следствие закона сохранения энергии и результат обобщения опытных данных, которыми располагает термодинамика. Сегодня в термодинамике существование энтропии не постулируется в качестве самостоятельного принципа (если не рассматривать некоторые аксиоматические направления теории, о чем будет сказано далее).

Здесь согласимся с утверждением автора работы [47, с. 371], что такое решение проблемы в общепринятой системе изложения основ термодинамики ни в какой мере не подготовлено и не оправдано. Эта система даже не располагает понятиями и терминами, в которых можно было бы кратко и ясно сформулировать самостоятельный принцип существования энтропии, при этом однозначно отразив физический, статистический или математический смысл этой величины.

Если выходить за рамки термодинамики, то видно, что применение понятия энтропии необъятно [67, 119, 150]. Анализ исследований в этой области указывает на то, что природа энтропии пока не ясна, так как нет однозначного мнения по этому вопросу.

1.5 Дифференциальные уравнения термодинамики

Теоретической базой большинства дифференциальных уравнений термодинамики является теория дифференциальных пфаффовых форм и соотношения дифференцирования для функций нескольких переменных [105]. Термодинамические соотношения, устанавливающие связи между различными свойствами вещества, получают из основного уравнения термодинамики (1.23). Число этих формул велико, но методика их вывода крайне проста [105].

Из уравнений $du = Tds - pdv$, $dh = Tds + vdp$ можно получить уравнения Максвелла, которые имеют вид:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = -\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v; \quad \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_p; \quad (1.27)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T; \quad \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T. \quad (1.28)$$

Здесь $h = u + pv$ – энтальпия. Из этих же уравнений получают частные производные для энергии и энтальпии:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v = T; \quad \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s = -p; \quad (1.29)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p = T; \quad \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s = v. \quad (1.30)$$

Уравнения для теплоемкостей имеют вид:

$$c_v = T \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v; \quad c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v; \quad (1.31)$$

$$c_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p; \quad c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p; \quad (1.32)$$

$$c_p - c_v = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_v. \quad (1.33)$$

Изменение энтропии в термодинамических процессах характеризуется уравнениями Максвелла и соотношениями (1.31) и (1.32). Достаточно часто используются также соотношения для энтропии, которые получаются из уравнения сохранения энергии:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_u = \frac{p}{T}; \quad \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_h = \frac{v}{T}. \quad (1.34)$$

Показатель изоэнтропы определяется по формулам:

$$k = \left(\frac{\partial h}{\partial u}\right)_s = -\frac{v}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = -\frac{c_p}{c_v} \frac{v}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T. \quad (1.35)$$

Из шести термодинамических величин (v, p, T, s, u, h) можно составить 120 частных производных первого порядка вида $(\partial y / \partial x)_z$. Для их получения пользуются таблицами формул, например, таблицами Бриджмента [93], которые позволяют установить наиболее существенные соотношения.

Законы термодинамики, а также приведенные выше соотношения, дополненные рядом эмпирических закономерностей и уравнений, образуют математический аппарат термодинамики, который является основным инструментом термодинамического анализа. В основе многих дифференциальных уравнений термодинамики лежит закон сохранения энергии в своем современном виде (1.23). На основе этого закона в термодинамике удалось построить особую методологию моделирования физических процессов при термических взаимодействиях.

Применение подобной методологии моделирования в других областях знаний является актуальной задачей при изучении сложных систем, так как это может дать инструмент описания процессов изменения состояний для систем и объектов различной природы.

Глава вторая

МЕТОДЫ АКСИОМАТИКИ В ТЕРМОДИНАМИКЕ

2.1 Системы изложения термодинамики

Термодинамика является достаточно развитой наукой, при этом считается, что имеется несколько методов изложения термодинамических основ. Например, К.А. Путилов говорит о пяти таких методах [93]. Если в этот перечень добавить подходы, предложенные А.А. Гухманом, А. Зоммерфельдом, М. Борном, Г. Фальком, а также другими авторами, то методы обоснования основ термодинамики превысят в своем количестве, по крайней мере, целый десяток. Тем не менее, в качестве основных целостных систем изложения термодинамики можно выделить, наверное, только две. Данные системы коллективно развиты в логически стройную совокупность подходов, представлений и положений, которые общеприняты в научном сообществе. Назовем их условно традиционной и аксиоматической системами.

Методически традиционная система изложения термодинамики использована в большинстве вузовских курсов этой дисциплины. Изложение материала ведется в следующей последовательности.

В начале вводятся основные термодинамические понятия: состояние тела, параметры состояния, эмпирическая и абсолютная температура, системы и шкалы измерения величин, дается понятие о термодинамическом процессе и осуществляется классификация процессов, излагаются представления об идеальном газе и приводятся основные законы идеального газа, установленные опытным путем. На основе обобщения опытных фактов формулируется первый постулат термодинамики – о существовании состояния термодинамического равновесия, а также принцип существования температуры как особой функции состояния равновесной системы (второй постулат термодинамики). На базе указанных выше положений и закономерностей устанавливается связь между эмпирической и абсолютными температурами и обосновывается фундаментальность понятия абсолютной температуры. Приводится определение количества теплоты и теплоемкости как

эмпирических величин. После этого осуществляется обобщение основных соотношений и закономерностей на смеси идеальных газов и формулируются зависимости для термодинамических расчетов.

На следующем этапе переходят к обоснованию первого закона термодинамики как фундаментальной закономерности, установленной феноменологическим путем. Для этого описываются различия между теплотой и работой, как формами передачи энергии, и на основе опытов Джоуля дается представление об эквивалентности теплоты и работы. С использованием эмпирических данных формулируются соотношения между единицами работы и теплоты. Приводятся изложения первого закона термодинамики, которые давали разные авторы. Далее излагается закон сохранения и превращения энергии в общем виде и вводится понятие внутренней энергии и внешней работы. В заключение данного этапа записывается уравнение первого закона термодинамики в математической форме $dQ = du + dA$, где работа $dA = p dv$. Логическим путем данное уравнение обобщается на общий случай термодинамических

систем со многими параметрами: $dQ = du + p dv + \sum_{k=1}^n P_k dz_k$. Это позволяет

развить представления о термических и калорических уравнениях состояния, связывающих между собой термодинамические параметры. После этого рассматриваются уравнения сохранения энергии применительно к разным процессам (изобарный, изохорный, изотермический и т.д.) и различным физическим приложениям (сжатие-расширение газов, течение различных сред в каналах и т.д.).

Для обоснования второго закона термодинамики вводят определения теплового двигателя, рабочего тела, термодинамического цикла, горячего и холодного источника теплоты, термического коэффициента полезного действия (к.п.д.) и т.д. Далее уделяют значительное внимание важнейшим понятиям термодинамики, связанным с обратимыми и необратимыми процессами. Проведя предварительное обсуждение проблемы, дают общие формулировки второго закона термодинамики, которые предлагались различными авторами. После этого переходят к обоснованию понятия энтропии, для чего формулируется представление о термодинамическом цикле Карно, определяется термический к.п.д. этого цикла и доказывается

теорема Карно: термический к.п.д. обратимого цикла, осуществляемого между двумя источниками теплоты, не зависит от свойств рабочего тела. На следующем шаге для обратимого цикла Карно устанавливают известное соотношение для приведенных теплот. Определяя энтропию как сумму приведенных теплот, показывают, что интеграл Клаузиуса для любого обратимого цикла равен нулю: $\oint dQ/T = 0$. Все это позволяет представить изменение энтропии в обратимых и необратимых процессах соответственно в виде: $ds = dQ/T$ и $ds \geq dQ/T$. Сформулированные положения дают возможность объединить уравнения первого и второго законов термодинамики в одно фундаментальное соотношение вида:

$$Tds \geq du + p dv + \sum_{k=1}^n P_k dz_k.$$

Представление материала завершают формулировкой наиболее важных дифференциальных уравнений термодинамики, используя математический аппарат функций нескольких переменных: уравнений Максвелла, дифференциальных уравнений для внутренней энергии, энтальпии, теплоемкостей и т.д. После изложения базовых положений и соотношений термодинамики переходят к вопросам технической термодинамики: изучению термодинамических свойств веществ, анализу термодинамических процессов и исследованию эффективности циклов теплосиловых и холодильных установок и т.д.

Традиционная система изложения термодинамики тесно связана с феноменологическими закономерностями, полученными на основе опытных данных, и общими представлениями о работе тепловых машин. Считается, что такой подход обладает физической ясностью и позволяет отразить простоту термодинамических положений.

В свою очередь аксиоматическая система изложения термодинамики до определенного момента представления материала тесно перекликается с традиционной системой. Здесь также на первом этапе дается смысловое содержание основных понятий и определений: термодинамическая система, состояние и параметры состояния системы, термодинамические процессы и их виды, приводятся постулаты термодинамики для обоснования понятия температуры, формируются представления об эмпирической температуре и т.д. Далее обобщаются основные эмпирические характеристики и закономерности, полученные в опытах:

уравнения состояния, законы Шарля, Гей-Люссака, Клапейрона-Менделеева, калорические характеристики (теплоемкости, теплоты испарения и кипения) и т.д. На следующем шаге вводят понятия теплоты, работы и энергии и полагают, что это согласуется с историей развития термодинамики [47]. После этого приводится уравнение закона сохранения и превращения энергии, как первое начало термодинамики. Обычно это уравнение представляется в виде $dQ = du + dA$. С учетом полного дифференциала энергии $du = (\partial u / \partial v) dv + (\partial u / \partial \theta) d\theta$, где θ – эмпирическая температура, показывают, что элементарное приращение тепла представимо в виде: $dQ = C(\theta, v) d\theta + P(\theta, v) dv$. С данного места изложения термодинамических основ уже начинают наблюдаться принципиальные отличия в содержании материала. Далее придерживаются подхода, предложенного К. Каратеодори [65].

Исходя из логической и математической структуры уравнения сохранения и превращения энергии, показывают, что для многих параметров данное уравнение представимо дифференциальной формой Пфаффа: $dQ = P_1(z_1, \dots, z_n) dz_1 + \dots + P_n(z_1, \dots, z_n) dz_n$, где величины P_k – функции параметров системы. Представление элементарного количества теплоты dQ в таком виде обосновано известным объемом опытных данных. После этого приводят теорию решения уравнений Пфаффа и дают анализ голономности и неголономности дифференциальных форм. По отношению к голономной форме Пфаффа существует интегрирующий делитель $\lambda(z_1, \dots, z_n)$, когда:

$$\sum_{k=1}^n P_k(z_1, \dots, z_n) dz_k = \lambda d\Phi, \quad (2.1)$$

где Φ – функция параметров z_1, \dots, z_n . Из данного соотношения очевидно, что $P_k = \lambda \partial \Phi / \partial z_k$. Также из решения уравнения (2.1) следует, что $\Phi(z_1, \dots, z_n) = const$, т.е. величина Φ является общим интегралом. Если построить многомерное пространство E^n с независимыми декартовыми переменными z_1, \dots, z_n , то физический смысл для функции теплоты $Q(z_1, \dots, z_n)$ заключается в том, что вблизи любой точки пространства E^n существуют точки, недостижимые из нее при адиабатическом процессе

$dQ = 0$. Данное свойство пространства получило название «адиабатической недостижимости». Однако, подобное утверждение справедливо только для случая, если форма Пфаффа для количества теплоты голономна. К. Каратеодори постулировал адиабатическую недостижимость как универсальное свойство всех физических систем и доказал справедливость теоремы: если в окрестности некоторой точки n -мерного пространства существуют точки, не достижимые без нарушения уравнения $\sum_{k=1}^n P_k(z_1, \dots, z_n) dz_k = 0$, то для данного уравнения существует интегрирующий делитель [65]. Далее Каратеодори показывает, что интегрирующим делителем уравнения для элементарного количества теплоты является абсолютная температура в форме универсальной функции эмпирической температуры. В свою очередь, общий интеграл $\Phi(z_1, \dots, z_n) = const$ для количества теплоты определен как энтропия термодинамической системы, т.е.

$$ds = \frac{dQ}{T}, \quad \lambda = T. \quad (2.2)$$

В связи с тем, что на основе оригинального доказательства обоснован принцип существования энтропии, в дальнейшем легко переходят к выводу всех других теорем и уравнений термодинамики.

Таким образом, имеются две основные системы изложения основ термодинамики, хотя различных вариаций этих систем наблюдается значительно больше. Традиционный подход изначально был предложен Клаузиусом и другими классиками термодинамики; в течение длительного времени он получил свое развитие. Аксиоматическая система изложения основ термодинамики введена в науку К. Каратеодори и его последователями. Первую систему обычно критикуют за слишком тесную связь с процессами работы тепловых машин, недостаточную выразительность математического формализма и противоречивость некоторых положений. Множество авторов считают, что в данном случае нет строгой теории, которую можно было бы аксиоматизировать [17, 44, 47, 65, 115]. Вторую систему изложения критикуют за абстрактность и формально математический подход к установлению термодинамических понятий, который не соответствует стилю термодинамических

исследований и нарушает физическую ясность и простоту основных положений. Однако, с точки зрения обоснования фундаментальности термодинамики, вторая система изложения является более предпочтительной, хотя надо согласиться с некоторыми критиками, что она упускает физическое содержание некоторых используемых принципов.

Обе системы изложения основ теории современной термодинамики широко представлены в учебниках и дополняют друг друга, хотя и имеют весьма существенные различия в способах обоснования и вывода основных положений и зависимостей. Многие авторы, используя традиционное изложение материала, часто приводят основные идеи аксиоматического подхода и стремятся использовать разные стили изложения материала.

Особо отметим, что в обеих системах изложения термодинамики применяется один исходный принцип, который положен в основание всех последующих выводов. Как справедливо отметил А.А. Гухман, вся система термодинамики основывается на всеобщем положении – неизблемости термодинамической формы уравнения закона сохранения и превращения энергии. Данное уравнение является фундаментальной закономерностью, с использованием которой формируется вся логическая цельность термодинамики.

2.2 Существующие аксиоматические подходы

Аксиоматический метод является одним из способов дедуктивного построения теорий. Методология метода предполагает, что вначале перечисляются основные исходные понятия и даются их определения, после чего выбирается ограниченное количество принимаемых без доказательств утверждений – аксиом или постулатов. Входящие в аксиомы понятия явно не определяются в рамках разрабатываемой теории, однако все исходные понятия, аксиомы и постулаты основываются на опытных данных и считаются истинными в силу их очевидности.

Далее формулируются основные приемы исследования, логические формы и правила вывода положений теории (методов), позволяющие

последовательно выводить одни утверждения из других. На основе аксиом и принятых методов все остальные положения теории выводятся путем доказательства теорем и развития исходных положений и утверждений.

Считается, что аксиоматизация осуществляется обычно после того, как содержательно теория уже в достаточной мере развита и построена, и основные положения которой подтверждены сопоставлением с опытными фактами. Процесс аксиоматизации теории обычно протекает сравнительно быстро, если объем исходного знания достигает необходимого уровня и феноменологически и аналитически теория уже сформирована.

Однако, подобное состояние дел не свойственно термодинамике, где процесс аксиоматизации науки длится уже более ста лет. Аксиоматика термодинамики имеет своей целью определение основных понятий, поиск закономерностей и установление фундаментальных термодинамических законов. Все работы в этой области в том или ином виде преследовали в основном одну цель – придать учению об энтропии логическую строгость. Со времени опубликования Н. Шиллером и К. Каратеодори первых работ по аксиоматике [65, 121], появилось значительное количество публикаций, посвященных данной проблеме [17, 27, 30, 86, 115, 139–141, 145–148, 152, 155, 156, 159]. Подход Каратеодори привлек большое число последователей, его развитию и критическому анализу посвящен целый ряд работ [39, 47, 141, 146–148, 159 и др.]. Многие авторы пытались развить аксиоматическое направление в термодинамике путями, которые идейно были близки или отличались от предложенного К. Каратеодори [17, 47, 59, 93, 140, 141, 147, 152].

Множество подходов в области аксиоматизации термодинамики указывает на то, что аксиоматическое направление в этой науке, несмотря на сто лет научных поисков, находится пока на этапе становления. В качестве положительного примера для сравнения можно сослаться на известную систему аксиом, предложенную А.Н. Колмогоровым, которая дает обоснование теории вероятностей [68]. Самое главное, что аксиомы должны отражать действительный мир опыта, и здесь необходимо отметить, что энтропия, в отличие от температуры или вероятности событий, явно в опыте не определяема и не измеряема.

Однако, практический опыт аксиоматизации термодинамики

указывает на то, что часто понятию энтропии как одному из исходных принципов уделяется первостепенное значение. Например, система аксиом А. Зоммерфельда просто обобщает основные положения всей теории термодинамики, постулируя фундаментальные закономерности. С этой целью вводятся четыре аксиомы [59]:

- существует функция состояния – температура. Равенство температур во всех точках есть условие теплового равновесия двух систем или двух частей одной и той же системы;

- каждая термодинамическая система обладает характеристической функцией состояния – энергией. Эта функция состояния возрастает на величину сообщенного системе количества теплоты dQ и уменьшается на величину совершенной системой внешней работы dA . Для замкнутой системы справедлив закон сохранения энергии;

- каждая термодинамическая система обладает функцией состояния, называемой энтропией. Энтропия вычисляется следующим образом. */Дается способ определения энтропии ds через дифференциал количества теплоты dQ и абсолютную температуру T , и тем самым априори вводится принцип существования энтропии/*. При реальных (не идеальных) процессах энтропия замкнутой системы возрастает */Вводится принцип возрастания энтропии/*;

- при абсолютном нуле температуры энтропия принимает значение s_0 , не зависящее от давления, агрегатного состояния и других характеристик вещества.

Не все приведенные аксиомы являются очевидными и согласуются с исходными определениями и опытом. Например, не объясняется разница в понятиях температуры и абсолютной температуры, функции состояния и характеристической функции состояния, априори без какого-либо обоснования вносится математическая формулировка закона сохранения энергии. В процессе определения энтропии и обоснования ее вычисления не опираются на данные опыта и вводят понятия, которые формируются в рамках дальнейшей теории или берутся из существующих представлений термодинамики вне положений разрабатываемой теории и т.д. (например, абсолютная температура).

Аксиоматическая система А. Зоммерфельда постулирует все

основные феноменологические и теоретические положения термодинамики. В данном случае основные приемы исследования и правила вывода положений теории (методы) даже не аксиоматизируются, а декларируются, т.к. они не очевидны из данных опыта, а получены в рамках всего предыдущего развития термодинамики. Все это не позволяет последовательно выводить одни утверждения из других.

В свою очередь, система А. Гухмана в чем то близка по содержанию, описанной выше системе А. Зоммельфельда. Однако, предварительно автор уделяет значительное внимание исходным определениям и понятиям: термодинамическая система, термодинамическое равновесие, состояние системы и ее параметры, пространство состояний и его координаты (переменные состояния), воздействие и взаимодействие, потенциалы взаимодействия, количество воздействия, квазистатический процесс и т.д. Понятийно-категорийный аппарат в варианте развития теории у А. Гухмана достаточно хорошо и ясно проработан. На основании первоначальных понятий вводится ряд постулатов, хотя сам автор не акцентирует на них внимание как на аксиомах [47]:

- если выделить некоторую материальную систему и оградить ее от взаимодействия с прочими телами, то по истечении некоторого конечного промежутка времени в системе прекратятся, какие бы то ни было, процессы. Наступит состояние макроскопического равновесия. Это состояние может быть нарушено только внешними воздействиями;
- изменение внутренней энергии системы равно сумме количеств воздействия на систему;
- существуют тепловой потенциал – температура T , и тепловая координата – энтропия s , такие, что $dQ = Tds$;
- всякая равновесная система при $T \rightarrow 0$ приходит в особое предельное состояние, в котором её энтропия при всех, без каких-либо исключений, обстоятельствах принимает единственно возможное значение, которое без всякого ущерба для строгости теоретических построений можно положить равным нулю.

В своей книге [47] А. Гухман много внимания уделил вопросам аксиоматизации термодинамики, однако в отличие от К. Каратеодори ему не удалось убедительно доказать справедливость фундаментальной

зависимости второго начала $dQ=Tds$, в связи чем пришлось постулировать данное соотношение. При этом не раскрыта математическая и физическая сущность понятия энтропии как функции состояния и общего интеграла. Предложенная система обоснования термодинамики страдает нарушением последовательности выводов и очевидности основных положений.

Указанные выше авторы, а также ряд других ученых [26, 71, 93], строили, в целом, не аксиоматические системы обоснования термодинамики. Термодинамические постулаты, основанные на феноменологических положениях, полученных, в свою очередь, на основе опыта и уже существующей теории, составляли основной каркас предлагаемых систем. В этих системах нет последовательного вывода одних утверждений из других, так как постулаты формируются не в самом начале аксиоматического изложения теории, а по мере необходимости обоснования определенных положений, которые не являются очевидными. То есть авторы не очень придерживались требований о последовательном логическом представлении всего содержания теории. Кроме того, часто основные начала термодинамики представлялись в виде аксиом, при этом не понятно зачем законы термодинамики заменять аксиомами.

Иной подход к аксиоматике термодинамики, более близкий к методам математической аксиоматики, был дан в работах Н. Шиллера, Г. Фалька, К. Каратеодори и некоторых других авторов.

Первые попытки аксиоматики второго начала стремился провести Н.Н. Шиллер [121]. Вводя определения и понятия температуры, температурных параметров, термических параметров, термического взаимодействия, адиабатических изменений состояний тел, энтропии и т.д., Шиллер сформулировал девять положений и пришел к необходимости анализа многомерного дифференциального уравнения Пфаффа:

$$A_0 dz_0 + A_1 dz_1 + \dots + A_n dz_n = 0, \quad (2.3)$$

которое характеризует процесс адиабатических изменений системы, где z_k – параметры состояния, A_k – функции этих параметров. Далее проводилось исследование наличия или отсутствия общего интеграла уравнения (2.3). Однако принятые автором постулаты не являлись очевидными, и Шиллеру не удалось обосновать принцип существования энтропии последовательным выводом утверждений и положений.

В свою очередь, при формулировке теории на основе линейных дифференциальных форм Г. Фальк исходил из суждения, что классическое построение термодинамики является не очень строгим и не соответствует тем требованиям, которые предъявляет аксиоматический метод. Он обращал внимание, что уравнение сохранения энергии в виде $dQ=du+dA$ относится к процессам, а не состояниям, т.е. речь идет о функциях на многообразии кривых – функциях, аргументами которых служат кривые пространства состояния. В свою очередь, функции состояния соответствуют полным дифференциалам. Исходя из этого, он приходит к очень важному выводу, что формулировка первого начала термодинамики оказывается тесно связанной с понятием непрерывного пространства состояний термодинамических систем [139, 140]. При этом отмечается, что закон сохранения энергии $dQ=du+dA$ справедлив только для ограниченного класса физических систем, где возможны термические взаимодействия и где применимо понятие теплоты. При математическом построении теории необходимо также не только применение непрерывного пространства состояний в качестве основного понятия (или моделирующей среды), но и решение проблемы абстрактного и физического распознавания процессов (функций процессов), с которыми имеет дело термодинамика. Этим подчеркивается существование математических и физических особенностей решаемой задачи. Используя данный путь построения теории, Фальк и Юнг вначале множеству состояний не приписывают никаких свойств континуума и употребляют дискретные множества состояний (точек). Для построения теории вводится целый ряд определений: состояние системы, пары и классы состояний, воздействие, взаимодействие, энергетическая изоляция, адиабатическая изоляция, метрическая переменная энергии, состояния равных энергий, эмпирическая энтропия и т.д.

Основные аксиомы принятого подхода формулируются в виде:

- каждая физическая система обладает взаимодействием энергетической изоляции, структура которой разрешает построение метрической переменной $u(z)$ – энергии системы;

• каждая физическая система обладает взаимодействием – адиабатической изоляцией, свойства которой эквивалентны следующим положениям:

- она позволяет построение метрической энтропии $s(z)$;
- она даёт эмпирическую энтропию $\sigma(z)$, которая при переходах под адиабатической изоляцией никогда не убывает;
- она указывает на то, что величина s монотонная функция от σ ;

• когда энергия системы достигает своего наименьшего значения, то и энтропия системы принимает своё наименьшее значение.

Авторы данной системы пошли по пути нового построения теории, основанной не на аксиоматизации основных начал термодинамики, а на использовании закономерностей линейных дифференциальных форм в многомерных пространствах. Однако, используемые авторами аксиомы также не являются очевидными и явно не вытекают из физического опыта. Принять такую систему изложения основ термодинамики научному сообществу было достаточно сложно потому, что в ней нет эволюционного перехода от традиционной системы обоснования термодинамики к новой.

Аксиоматизация термодинамики может быть проведена различными способами, как в отношении формулировки аксиом, так и выбора основных понятий и определений. Один из наиболее успешных подходов был предложен К. Каратеодори [65]. В целом этот подход основан на аксиоматизации первого и второго начал термодинамики, но в математически более строгой форме, нежели это принято в традиционной системе изложения термодинамики. Справедливости ради необходимо отметить, что предложенная система не обладает явной простотой и отличается достаточно высокой степенью абстрактности. Однако нас интересует общий формализм данного теоретического метода, и на этом хотелось бы акцентировать внимание.

Предположим, что некая величина может быть представлена следующим образом:

$$dQ = Z_1 dz_1 + Z_2 dz_2 + \dots + Z_n dz_n, \quad (2.4)$$

где z_1, z_2, \dots, z_n – параметры состояния системы; Z_1, Z_2, \dots, Z_n – функции этих параметров.

В термодинамике величина dQ – это количество теплоты. Возможность представления этой величины в виде (2.4) обеспечена объемом предварительных знаний, связанных с эмпирическими данными. Во многих случаях можно задаться предположением, что некая аддитивная величина вида (2.4) может существовать. Выражение (2.4) понимается как уравнение, которое служит для определения величины dQ через параметры системы в условиях квазистатического процесса, в котором параметры системы могут быть монотонными функциями времени $z_k = z_k(\tau)$.

При формулировке теории К. Каратеодори использует ряд общепринятых определений и вводит несколько новых: эквивалентности систем, тождественности систем, характеристики изменений состояний. После этого формулируются аксиомы как результат обобщения опытных данных для простых систем. Первая аксиома как аксиома первого начала формулируется в виде:

- каждой фазе φ_i любой системы S в положении равновесия соответствует функция ε_i величин V_i, p_i, m_{ki} (объем, давление, масса) пропорциональная общему объему V_i этой фазы и называемая ее внутренней энергией. Сумма по всем фазам $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n$ называется внутренней энергией системы. При каждом адиабатическом изменении состояния сумма изменений энергии и внешней работы равна нулю $\bar{\varepsilon} - \varepsilon + A = 0$, где $\bar{\varepsilon}$ – конечное; ε – начальное значение энергии.

Данная аксиома позволяет использовать уравнение для теплоты при адиабатическом процессе ($dQ=0$) в виде (2.4).

Каратеодори поставил вопрос об условиях, при которых возможно представление дифференциала приращения теплоты dQ в форме $dQ=Tds$, где T является интегрирующим делителем, а величина ds – полным дифференциалом. Для этого им была доказана лемма из теории пфаффовых уравнений: если в окрестности любой точки n -мерного пространства есть точки, не достижимые вдоль кривых, удовлетворяющих уравнению

$$Z_1 dz_1 + Z_2 dz_2 + \dots + Z_n dz_n = 0, \quad (2.5)$$

то уравнение вида (2.4) голономно, и для левой части уравнения существует множитель, обращающий его в полный дифференциал. Далее, как универсальное свойство всех физических систем постулируется

«адиабатическая недостижимость». Вместе с доказанной леммой, это эквивалентно утверждению, что уравнение (2.4) безусловно голономно и для него существует интегрирующий делитель. В результате была сформулирована вторая аксиома Каратеодори (аксиома второго начала):

- в любой окрестности произвольно заданного начального состояния имеются состояния, которые нельзя как угодно точно аппроксимировать адиабатическими изменениями состояния.

Данная аксиома является одной из формулировок второго начала термодинамики, которое представлено в достаточно оригинальном виде. Из самого факта голономности уравнения (2.5) Каратеодори выводит, что делителем для выражения элементарного количества теплоты является абсолютная температура [65].

В аксиоматическом направлении учения об энтропии задача обоснования существования энтропии в принципе решена. При этом к соответствующему математическому доказательству никакие физические гипотезы, кроме постулата адиабатической недостижимости, не привлекаются. Считается, что формальный аппарат доказательства отличается строгостью. Однако, в чем физическая сущность принципа адиабатической недостижимости Каратеодори не раскрывается. Принцип Каратеодори постулирует положение о том, что для термодинамических процессов пфафхова форма вида (2.4) от n переменных всегда голономна. При этом в основе построения всей теории лежит постулат адиабатической недостижимости и теорема об интегрируемости пфафховых форм. Известно, что при наличии более двух переменных существование интегрирующего делителя является исключительной особенностью коэффициентов Z_k в выражении (2.5). Получается, что именно второй закон определяет, что такой особенностью обладают дифференциальные пфафховы формы количества теплоты δQ для макроскопических квазистационарных физических систем, однако при этом нет ответа на вопрос – какая физическая закономерность лежит в основе этого факта. Поэтому, наиболее слабым местом аксиоматики К. Каратеодори, как отмечал Планк, является принцип адиабатической недостижимости. По его словам проблема адиабатической недостижимости никогда не была предметом специального изучения, и никто не проводил соответствующих

экспериментов. В настоящее время объем опытных данных недостаточен для признания постулата адиабатической недостижимости универсальным физическим принципом. На это указывал в свое время и А.А. Гухман. Однако, как справедливо утверждается в [47], система Каратеодори содержит интересную идею. В общем виде она формулируется следующим образом. Если некоторая величина, которая определена как количество воздействия dQ , о природе которой мы ничего не утверждаем, может быть представлена в виде (2.4), то присоединение постулата «недостижимости» приводит к тому, что для величины dQ существует интегрирующий делитель. Другими словами, величина dQ может быть представлена в виде $dQ = Z dz$, где Z является интегрирующим делителем, а величина dz – полным дифференциалом. В этом случае постулат «недостижимости» излагается в виде: если при переходе системы из данного состояния в смежное удовлетворяется требование $dQ \neq 0$, то восстановление первоначального состояния, без нарушения условия $dQ=0$, невозможно.

Фальк и Юнг указывали на недостатки подхода К. Каратеодори. В частности, отмечалось, что оба основных закона термодинамики получают иную формулировку, нежели множество традиционных формулировок этих законов. Также в работе используется не система аксиом, а только две аксиомы, а все остальные положения сведены к определениям. Положение о существовании адиабатически недостижимых состояний в окрестности любого состояния производит впечатление глубокого топологического свойства многомерного пространства состояний, которое не понятно как соотносится со свойствами физических систем.

Тем не менее, разработанная Каратеодори система обоснования математической структуры количества воздействия может быть непосредственно распространена на воздействия любого рода и любые сложные системы. Единственным ограничением является условие квазистационарности, при котором в ходе процесса во времени внешние воздействия должны изменяться достаточно медленно. В этом случае состояниям системы присуща определенная однородность, непрерывность и монотонность изменений в континуальном пространстве состояний при осуществлении процессов. В дальнейшем мы будем обращаться к основным выводам работы Каратеодори. Эти выводы содержат общий

принцип, который можно распространить на нефизические системы, благодаря чему можно сформулировать методы моделирования систем различной природы, используя логический метод термодинамики. Однако, это возможно будет только после раскрытия физической и математической сущности принципа «адиабатической недостижимости» и получения ответа на вопрос: почему многие сложные системы имеют функциональные ограничения на осуществление процессов, которые ведут к изменению их состояний?

К анализу работ Каратеодори обращалась Афанасьева-Эренфест, она выдвинула свою систему обоснования второго начала термодинамики, близкую по методике изложения к аксиоматическому подходу [17]. На основе исследований автор раскрыла логическую противоречивость формулировок второго закона, данных Клаузиусом и Кельвином. Основной сделанный вывод – существование энтропии и абсолютной температуры не зависит от необратимости реальных процессов и само существование энтропии как функции состояния недостаточно для обоснования ее возрастания. Необратимость является особым понятием, определяющим направление процессов. Иными словами, второй закон термодинамики содержит в своей основе два различных положения – принцип существования энтропии и принцип ее возрастания. Это достаточно важные выводы, затрагивающие саму суть второго начала.

Систему обоснования Афанасьева-Эренфест формирует путем использования общепринятых понятий: параметры системы, равновесное состояние, квазистатический процесс, адиабатический процесс, переходы между состояниями, количество теплоты, температура и т.д. После этого изучается вопрос голономности и неголономности выражения вида (2.4) и вводятся четыре аксиомы:

- если на бесконечно малом пути, соединяющем два бесконечно близкие состояния термически однородной системы, $dQ \neq 0$, то между этими состояниями невозможен никакой обходной чисто адиабатический квазистатический путь (аксиома существования энтропии);
- существует только одна форма равновесной тепловой связи – это связь при равных температурах (аксиома тепловой связи);

- интеграл $\oint \frac{dQ}{T} = 0$, взятый по замкнутому контуру, всегда равен нулю (аксиома однозначности энтропии);
- интегрирующий делитель $f(\theta)$ выражения dQ при положительных значениях θ имеет один и тот же знак.

Первая аксиома формализует голономность уравнения (2.4), исходя из факта существования термически однородной системы [17], третья – определяет энтропию как функцию состояния, исходя из ее представления общим интегралом, что, кстати, не является очевидным из последовательности выводов и принятых положений.

Из этих четырех аксиом логически обосновывается постулат Клаузиуса, по мнению Афанасьевой-Эренфест совокупность предложенных ею аксиом составляет основное содержание второго начала термодинамики для квазистационарных процессов. Далее рассматриваются неголономные системы, и осуществляется переход к аналитическому описанию нестационарных процессов.

В целом данный подход использует элементы как традиционной, так и аксиоматической систем изложения термодинамики. Многие положения, применяемые Афанасьевой-Эренфест вызвали ряд критических замечаний, А. Путилов, например, в целом давал негативную оценку выбранного способа обоснования термодинамики.

Подведем некоторые итоги данного анализа. Сущность большинства аксиоматических подходов заключается в том или ином способе использования закона сохранения энергии или термодинамической формы уравнения закона сохранения энергии. Во всех имеющихся системах с этим связано принятие основного постулата или аксиомы. Однако, данное положение по своей сути не является аксиоматическим, т.к. несет в себе закономерности, обоснованные как экспериментом и практическим опытом, так и логикой и теорией термодинамики. Аксиомы, связанные со вторым началом еще менее очевидны, так как доля логических обоснований в них существенно больше, а с опытом сопоставляются не сами исходные аксиомы, а логические и теоретические следствия, которые с ними связаны. Получается, что авторы в целом как-бы предопределили общее содержание задачи и ориентировались на смысл конечных

результатов, который был заранее известен. Этим явно нарушается эволюционное развитие основных понятий и положений аксиоматической теории как взаимосвязанного целого.

Исходные понятия и аксиомы должны основываться на опыте, быть очевидными и не содержать в себе изначально не аргументированных утверждений. Обратим внимание на то, что термодинамика располагает тремя множествами опытных фактов:

- наблюдаются состояния термодинамического равновесия систем, что предопределяет существование понятия температуры, при этом состояния систем однозначно характеризуются эмпирической температурой, которая представляет собой меру отклонения состояния от состояния теплового равновесия эталонного тела;

- для многих термодинамических систем могут быть построены уравнения состояния или установлены зависимости между параметрами свойств системы и эмпирической температурой, которые можно представить в функциональном или в численном виде;

- практически для всех веществ в различных условиях опыта могут быть найдены теплоемкости и другие характерные калорические величины, которые свойственны различным процессам.

Поэтому при аксиоматизации термодинамики можно оперировать понятиями и терминами, уже определенными в рамках этих эмпирических фактов. Однако, это не касается энтропии – ее дальнейшее определение должно обосновываться из системы аксиом или полученных следствий. Другими словами, необходимо постулировать не существование энтропии, а самоочевидные исходные принципы, вытекающие из опыта, которым с помощью методов формализации и обобщения дается более широкое содержание. Таким же образом, из теории должен вытекать факт справедливости уравнения закона сохранения энергии, а имеющиеся термодинамические формы данного уравнения, полученные феноменологическим путем и логическим развитием, должны совпадать с аналогичными теоретическими зависимостями в аксиоматической теории.

При построении аксиоматики термодинамики также крайне важным является использование пространства состояний термодинамических систем в виде непрерывной многомерной модельной среды. Если

рассматривать параметры состояния термодинамической системы, как декартовы координаты, то подобная модельная среда может быть представлена континуумом в виде многомерного пространства состояний для n -измерений.

В этом случае состояние термодинамической системы будет отображаться многомерной точкой, а процесс изменения состояния – многомерной кривой. При этом следует учитывать в процессе моделирования два аспекта проблемы – математическое и физическое содержание научной задачи. В первом случае любые изменения состояния термодинамической системы в многомерном пространстве состояний являются равновозможными, и на осуществление состояний и процессов не накладывається никаких ограничительных условий. Даже процесс, который осуществляется с точки, лежащей на характеристической поверхности уравнения состояния для конкретного вещества, в область вне этой поверхности, абстрактно возможен. Во втором случае множество всех состояний системы будет отображать только физически возможные состояния и процессы, которые могут быть ограничены условиями существования и осуществления и которые будут привязаны к определенным характеристическим поверхностям или кривым. Подобные условия должны учитывать физику термодинамических процессов и явлений и отражать ее в особенностях процесса моделирования и представления многомерных состояний и кривых процессов. Все это предопределяет, например, необходимость использования в термодинамике двух понятий – эмпирической и абсолютной температуры. Эмпирическая температура будет определять физическое содержание задачи, а абсолютная температура – ее математическое содержание. Также в процессе аксиоматизации можно оперировать понятиями и терминами, определенными уже в рамках представления многомерного пространства состояний термодинамической системы.

При построении аксиоматической теории следует с новых позиций рассмотреть вопрос разрешения некоторых противоречий термодинамики: неоднозначность понятий теплоты и работы; противоречивость использования представлений об обратимости и необратимости процессов, их равновесности и неравновесности; проблему явной абстрактности

энтропии, для которой слабо раскрыта физическая и математическая сущность этой величины; факт отсутствия времени как параметра в уравнениях термодинамики; расплывчатость и неоднозначность в представлении состояния системы как события и вопрос определения вероятности этого события и др.

В классической термодинамике фундаментальный принцип возрастания энтропии и связь этого положения с необратимостью процессов в природе, так и не был полностью изучен. В чем суть необратимости – это пока и сегодня не до конца решенная задача термодинамики. Качественно суть необратимости вроде бы ясна, количественно уловить ее содержание не удастся. Проблема «обратимые – необратимые процессы» даже удивляет своей неразрешимостью в течении очень длительного времени по меркам современной науки. Известный тезис Планка, что вместе с необратимостью «стоит и падает вся термодинамика» говорит о том, насколько важен данный вопрос. Скорее всего без учета темпоральности термодинамических процессов разрешить проблему необратимости не удастся.

Тоже можно сказать и о наличии времени в уравнениях классической термодинамики. Как отмечает ряд авторов, классическая термодинамика по своей сути является термостатикой. Опираясь на термодинамическими процессами, которые протекают во времени, классическая термодинамика не дает ответа на вопрос о месте времени в своей теории. Введя понятие равновесного процесса, который является уж слишком абстрактной идеализацией реальности, теория термодинамики не отвечает на вопрос: в чем суть принципиальных отличий равновесного процесса от квазистатического процесса, и как последний связан с квазистационарным процессом. И в квазистатическом и в квазистационарном процессах при любом варианте описания должно присутствовать время. Вот пример типичного пояснения сути проблемы «равновесные – неравновесные процессы» [66, стр. 46]. «Любой процесс становится равновесным, если скорость осуществления этого процесса стремится к нулю. В то же время любой неравновесный процесс является необратимым, а всякий равновесный процесс является процессом обратимым. Иными словами, причина необратимости реальных процессов заключается в их

неравновесности. Действительно, бесконечно медленное (квазистатическое) проведение процесса делает этот процесс обратимым».

В данном варианте пояснения проблемы понятие необратимости заменяется неравновесностью, которая, в свою очередь, связывается с нарушением квазистатичности. Как видно, вместо одного понятия необратимости введено в употребление еще два понятия, однако это совсем не делает изучаемую проблему более ясной. Для квазистатичных процессов (бесконечно медленных процессов) можно не учитывать высшие производные изменения параметров относительно времени, но это не дает ответа на вопрос о месте и необходимости присутствия времени в теории классической термодинамики. Мы не можем влиять на скорость осуществления большинства необратимых процессов, поэтому предполагая возможность их квазистатического протекания, мы тем самым уходим от опыта в область крайне умозрительных и гипотетических предположений. Очень сложно представить существование квазистатических процессов плавления веществ простым трением (опыты Деви), квазистатических процессов в опытах Джоуля с падающим грузом или в опытах по экспериментальному исследованию адиабатических процессов (например, опыты Клемана, Люммера, Партингтона и др.). Следует отметить, что множество экспериментальных обоснований в термодинамике вовсе не связано с осуществлением очень медленных (равновесных, квазистатических) процессов [98]. В лучшем случае можно говорить об осуществлении квазистационарных процессов. Поэтому, в общем, суть проблемы необратимости не зависит от того, медленно или сравнительно быстро осуществляется процесс. Необратимость связана с формированием статистических закономерностей при осуществлении процессов и нарушением принципа равновозможности в окрестности состояний системы, а также с зависимостью полевых величин, характеризующих состояния системы, от времени. В первую очередь, нарушение равновозможности определяется видом процесса и его статистическими и темпоральными особенностями, а потом уже скоростью осуществления его во времени.

Также следует уделить особое внимание вопросу, связанному с определением вероятности состояния термодинамических систем. Это

следует из того, что в статистической физике вводится определение термодинамической вероятности, оценка которой основана на понятиях микро- и макросостояний системы. В самой классической термодинамике вероятность для наблюдаемого состояния системы, отвечающего заданным макроскопическим условиям, не определена, т.к. не определен сам факт представления состояния системы как сложного события. Одно из основных противоречий термодинамики связано с нелогичным использованием вероятностных принципов в термодинамике и заключается в том, что энтропия может быть определена в виде статистической энтропии в представлениях Больцмана-Планка и в виде термодинамической энтропии в представлениях Клаузиуса [1]. Если в последнем случае энтропия определяется на основании данных опыта, исходя из наблюдаемых термодинамических параметров системы, отвечающих некоторым макроскопическим условиям, то статистическая энтропия определяется на основе умозрительных гипотез, позволяющих оценить вероятность определенных видов событий – событий реализации микросостояний, которые отвечают заданному макросостоянию. Понятие термодинамической вероятности, которое исторически сложилось в статистической физике, качественно отличается от понятия математической вероятности, с чем связано еще одно противоречие термодинамики. Поэтому важным является определение на макроуровне вероятности состояния для случая многомерного пространства состояний термодинамических систем. При этом видна явная необходимость в изучении использования вероятностных принципов в термодинамике, которые позволили бы раскрыть сущность многих спорных вопросов и исключить ряд противоречий, затрагивающих основания данной науки.

2.3 Вероятностные принципы в термодинамике

В природе одна из наиболее характерных вероятностных закономерностей связана со свойством устойчивости относительных частот событий, когда при многократном повторении одного и того же опыта в одних и тех же условиях относительная частота появления

некоторого события стремится к числу w , которое называют статистической вероятностью события. Пока термодинамика, да и физика в целом, слабо ориентирована на статистическое исследование наблюдаемых в опыте событий.

Свойство устойчивости частот предопределяет существование законов распределения вероятностей случайных величин, которые отражают наличие связи влияющих факторов с вероятностями появления некоторых характерных событий.

В физике имеется много примеров, связанных с оценкой состояния физических систем на основе определения вероятности событий, свойственных состояниям этих систем. Известно, что скорости молекул подчиняются закону распределения Максвелла, ошибки наблюдений в опыте – нормальному закону распределения, случайные блуждания частиц – распределению арксинуса, сила притяжения (отталкивания), действующая на частицу газа, который представляет собой совокупность заряженных ионов – распределению Хольцмарка и т.д. Основу подавляющего большинства явлений в природе составляют случайные процессы, поэтому распределения различных величин используются в физике. Несмотря на это, применение вероятностных принципов в большинстве разделов классической физики не столь очевидно. Сущность основных физических законов выражается в динамических закономерностях, которые представляют собой форму детерминированной причинной связи, когда данное состояние системы однозначно определяет все ее последующие состояния. На первый взгляд и классическая термодинамика является ярким примером детерминированной физической теории, где нет места случайности. Однако это не совсем так. Случайность в термодинамику вносится в узком смысле – как равновозможность. Для простейших систем подобное допустимо, так как теория дает хорошее совпадение расчетных зависимостей с опытными данными. В сложных физических системах, где принцип равновозможности нарушается, в исходные зависимости вносятся поправки и корректирующие члены, которые позволяют получить приемлемую точность.

В качестве одного важного примера покажем, что некоторые основополагающие положения классической термодинамики могут быть

получены с использованием вероятностных принципов, в частности, путем применения при моделировании генераторов случайных чисел.

Используя метод Монте-Карло, проведем следующий простой и легко воспроизводимый статистический эксперимент. Предположим, что состояние системы характеризуется двумя измеряемыми и независимыми параметрами x и y . В наблюдаемой области определения этих переменных $E^2(0 \leq x \leq x_{\max}; 0 \leq y \leq y_{\max})$ параметр x изменяется от нуля до x_{\max} , а параметр y – от нуля до y_{\max} .

Известно [37], что вероятность попадания случайной точки в прямоугольник со сторонами, параллельными осям координат Ox и Oy (рис. 2.1), у которого правая вершина располагается в точке $A(x, y)$, равна:

$$\rho = P(0 \leq X \leq x; 0 \leq Y \leq y) = [F(x, y) - F(0, y)] - [F(x, 0) - F(0, 0)], \quad (2.6)$$

где $F(x, y) = F_1(x)F_2(y)$ – функция распределения двумерной случайной величины для независимых случайных величин x и y .

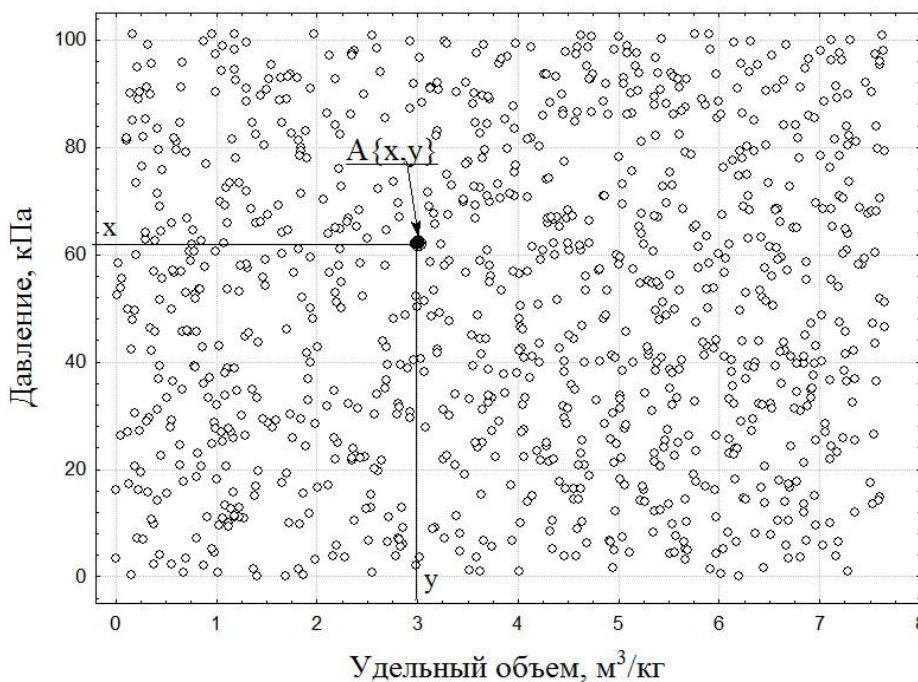


Рис. 2.1. – Диаграмма рассеивания физических свойств геля при равномерном распределении данных (число статистических экспериментов – 1000)

Из теории вероятностей следует, что если на плоскости дана равномерно распределенная двумерная случайная величина, то в этом

случае применимо геометрическое определение вероятности. При этом вероятность попадания случайной точки в прямоугольник определяют в виде отношения площади прямоугольника, образованного координатными линиями x и y к точке $A(x, y)$, к площади всей прямоугольной области E^2 [37].

Предположим, что координаты точки $A(x, y)$ в процессе проведения статистических экспериментов на плоскости xOy в области E^2 (рис. 2.1) могут быть выбраны на отрезках $[0, x_{\max}]$ и $[0, y_{\max}]$ каждый раз абсолютно случайно с учетом равномерного распределения независимых величин x и y . Определим вероятность расположения точки $A(x, y)$ как

$$\begin{aligned} \rho &= 0 \quad \text{при } x \leq 0 \text{ или } y \leq 0; \\ \rho &= \frac{x y}{x_{\max} y_{\max}} \quad \text{при } 0 < x \leq x_{\max} \text{ и } 0 < y \leq y_{\max}; \\ \rho &= 1 \quad \text{при } x > x_{\max} \text{ и } y > y_{\max}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

При определении геометрической вероятности ρ области $(x > x_{\max}; 0 < y \leq y_{\max})$ и $(0 < x \leq x_{\max}; y > y_{\max})$ не рассматриваются, так как в предполагаемом опыте точки из этих областей не наблюдаемы.

Выберем на плоскости в области E^2 некую опорную точку $A_0(x_0, y_0)$, для которой $\rho = \rho_0$, и проведем линейное шкалирование геометрической вероятности. Для этого точке $A_0(x_0, y_0)$ присвоим значение, равное, например, 0 (градусов, пунктов или баллов), а точке $A_1(x_{\max}, y_{\max})$ – значение, равное 100 (градусов, пунктов или баллов).

Построим линейную шкалу интервалов в виде индекса t :

$$t = 100 \frac{\rho - \rho_0}{1 - \rho_0} = 100 \frac{(x y)_t - x_0 y_0}{x_{\max} y_{\max} - x_0 y_0}. \quad (2.8)$$

Далее методами статистики будем устанавливать связь между геометрической вероятностью ρ и индексом t .

После пояснения методики статистического моделирования проведем вычислительный эксперимент применительно к имеющимся физическим данным. Предположим, что параметр x – это удельный объем газа v , а параметр y – это давление газа p . Возьмем всего две опытные точки для произвольного газа, например, гелия. Известно, что при давлении среды, равном $p_0 = 101325 \text{ Па}$, и физических условиях, когда

вода переходит в лед, удельный объем гелия равен $\nu_0 = 5,60320 \text{ м}^3/\text{кг}$. При том же давлении и физических условиях, когда вода кипит, удельный объем гелия равен $\nu_{100} = 7,65453 \text{ м}^3/\text{кг}$. Будем считать состоянием газа некое событие, для которого пары значений величин ν и p выбраны случайно. Генерируя равномерно распределенным генератором случайных чисел значение удельного объема ν от нуля до ν_{100} и значение давления p от нуля до p_0 , получим для области E^2 диаграмму рассеивания параметров свойств гелия (рис. 2.1).

На рисунке 2.2 представлена функция статистического распределения вероятности для равномерно распределенных величин ν и p , которые соответственно заданы на отрезках $[0; 7,65453]$ и $[0; 101325]$. Геометрическое место точек $\rho = \text{const}$ будет представлять собой гиперболы в плоскостях, параллельных плоскости $\nu O p$.

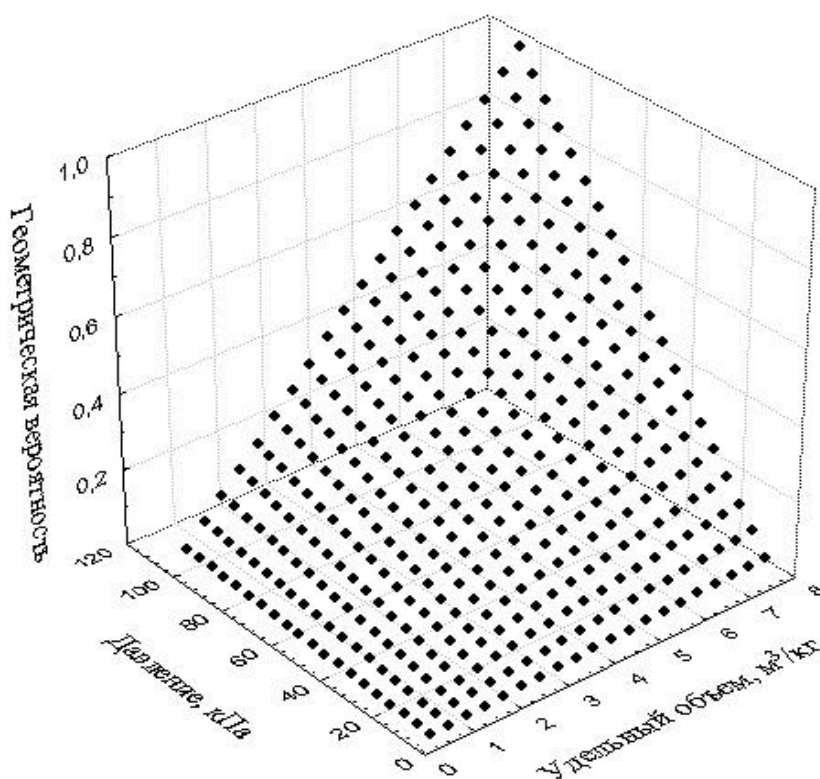


Рис. 2.2. – Геометрическая вероятность для равномерно распределенных на плоскости значений величин ν и p

Статистическая обработка этих вычислительных экспериментов дает для зависимости индекса t от величины вероятности ρ следующую линейную зависимость для гелия (рис. 2.3):

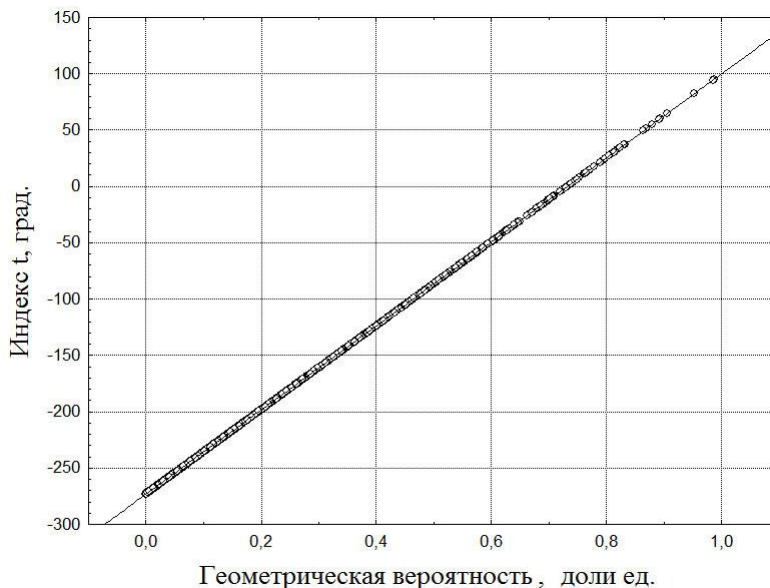
$$t = a + b\rho = -273,1496 + 373,1496\rho. \quad (2.9)$$

В случае, если взять известные опытные данные для водорода ($\nu_0 = 11,12720 \text{ м}^3 / \text{кг}$; $\nu_{100} = 15,20087 \text{ м}^3 / \text{кг}$), то уравнение (2.9) будет получено в виде: $t = -273,1493 + 373,1493\rho$.

Аналогичным образом найдено, для кислорода: $t = -273,1492 + 373,1492\rho$; для азота: $t = -273,1527 + 373,1527\rho$; для неона: $t = -273,1519 + 373,1519\rho$.

Введем с учетом (2.9) понятие абсолютного индекса $T = T_0 + t$, где $T_0 = -a$, тогда имеем простую линейную связь этого индекса с геометрической вероятностью в виде $T = \text{const} \cdot \rho$. Можно показать, что коэффициент T_0 связан с геометрической вероятностью состояния в опорной точке A_0 и равен $T_0 = 100 \rho_0 / (1 - \rho_0) = 273,1494$.

Рис. 2.3. – Зависимость индекса t согласно (2.8) от геометрической вероятности ρ , которая определена в соответствии с (2.7)



Легко также показать, что константы a и b линейного уравнения (2.9) практически не зависят от выбора опорной точки A_0 на прямой линии $\rho_0 = 101325 \text{ Па}$, т.е. не зависят от значения удельного объема ν_0 . Главное, чтобы на этой прямой выполнялось условие $\rho_0 = (\nu_0 / \nu_{100}) = 0,732011$, которое определяется опытными данными нагревания идеальных газов при

невысоких давлениях. Таким образом, полученные результаты носят универсальный характер и могут не привязываться к физическим свойствам конкретных газов. Например, идеального газа с параметрами $(\nu_0 = 25,00 \text{ м}^3 / \text{кг}; \nu_{100} = 34,1525 \text{ м}^3 / \text{кг})$ при давлении $p=p_0$ в природе не существует, тем не менее, для этого случая уравнение (2.9) можно получить в виде: $t = -273,1494 + 373,1494 \rho$.

Таким образом, на основе статистических экспериментов найдено значение абсолютного нуля, равное по шкале t значению $t_z = -273,1494$ град, при этом не использованы опытные данные термометрии за исключением данных о значениях давления и удельного объема в опорных точках. Из приведенных результатов видны явные аналогии с процессами построения шкал температур в термодинамике – шкалой Цельсия t и шкалой Кельвина T . Все описанное позволяет сделать следующие выводы:

- проводя измерения температур по шкале Кельвина, мы тем самым определяем внутри шкалы $0 < T \leq 373,15$ геометрическую вероятность состояния некой абстрактной термодинамической системы, которую называют идеальной. Вне шкалы обычно проводится распространение функции температуры на всю числовую ось $T(0, +\infty)$, т.к. известно, что любую непрерывную функцию, имеющую непрерывные производные в замкнутой области, можно распространить на всю числовую ось [114]. Основной особенностью идеальной термодинамической системы является равновероятный выбор значений параметров газа при низких давлениях;

- значение абсолютного нуля по шкале Кельвина ($T=0 \text{ K}$, $t_z = -273,1494^\circ\text{C}$) определяется исключительно выбранным опорным состоянием (нормальные условия: $p_0=101325 \text{ Па}$ и $t_0=0^\circ\text{C}$), причем единица измерения температуры находится из условия, что

$$\rho_0 = \frac{p_0 \nu_0}{p_0 \nu_{100}} = \frac{\nu_0}{\nu_{100}}; T_0 = 100 \rho_0 / (1 - \rho_0). \text{ При этом условно принимается, что}$$

$1^\circ\text{C} = 1 \text{ K}$. Из уравнения (2.9) следует, что шкала Кельвина является положительной шкалой, т.к. геометрическая вероятность $\rho \geq 0$;

- уравнение Клапейрона вытекает как следствие из уравнения (2.9). Из данного уравнения имеем:

$$T = 373,1494\rho = 373,1494 \frac{p\nu}{p_0\nu_{100}} = \frac{373,1494}{1,3661} \frac{p\nu}{p_0\nu_0},$$

откуда получаем уравнение в виде: $p\nu = R_i T$, где индивидуальная газовая постоянная равна $R_i = 0,003661 p_0\nu_0$, что полностью соответствует опытным данным и соотношениям термодинамики [66, 98];

- устанавливая взаимосвязь абсолютной температуры T со значениями эмпирических температур t , которые, в свою очередь, связаны с некоторыми термометрическими свойствами реальных веществ, мы тем самым определяем связь геометрической вероятности состояния идеальной системы и термометрических свойств веществ в аналогичных условиях. Причем в термодинамике доказывается, что в качестве идеальной системы может выступать идеальный газ, состояния которого в области E^2 подчиняются закономерности (2.7), а некоторые реальные газы при низких давлениях ведут себя как идеальный газ, причем в опыте над газами мы можем реализовать равновозможный выбор параметров ν и p .

Таким образом, все процедуры термометрии, которые используют в термодинамике, построены на принципе линейного шкалирования, т.е. установлении опытным путем для одних и тех же внешних условий соответствия между вероятностным распределением состояния идеальной термодинамической системы и эмпирическим распределением состояний реальной термодинамической системы, оцениваемых по термометрическим свойствам веществ. Причем идеальная система предполагает, что ее параметры состояния ν и p подчинены равномерному вероятностному распределению, что не является характерным для реальных систем. Установление соответствия между состояниями проводится с помощью приборов – термометров, построенных на принципе определения различных термометрических свойств веществ и градуированных в шкалах эмпирических температур. Между абсолютной и эмпирическими шкалами температур устанавливаются количественные связи в виде функциональных зависимостей.

Обратим внимание на то, что для представленного на рисунке 2.1 распределения точек, между статистической вероятностью w и геометрической вероятностью ρ существует практически функциональная

линейная зависимость (рис. 2.4). Статистическая вероятность определяется по уравнению $w=i/n$, исходя из отношения числа точек i , лежащих в прямоугольнике $OxAy$ (на рисунке 2.1 он ограничен координатными осями и линиями, проходящими через точку $A(x, y)$ параллельно этим осям) к общему числу точек n . Линейная связь характерна только для случая, когда точки равномерно распределены на плоскости xOy .

Если статистические распределения наблюдаемых в опыте параметров не являются равномерно распределенными, то зависимость между величинами w и ρ будет иметь выраженный нелинейный характер. В каждом конкретном опыте нелинейность зависимости между статистической вероятностью w и геометрической вероятностью ρ связана с особенностями тех или иных явлений, в основе которых лежат случайные закономерности.

В подтверждение этого вывода на рисунке 2.5 для области $E^2(0 \leq p \leq p_0; 0 \leq v \leq v_{100})$ представлена диаграмма рассеивания физических свойств гелия при нормальном распределении точек на плоскости, а на рисунке 2.6 для этого случая по результатам вычислительных экспериментов показана зависимость статистической вероятности w от геометрической вероятности ρ . На данном рисунке видно семейство S-образных линий, которые соответствуют определенным сгруппированным данным.

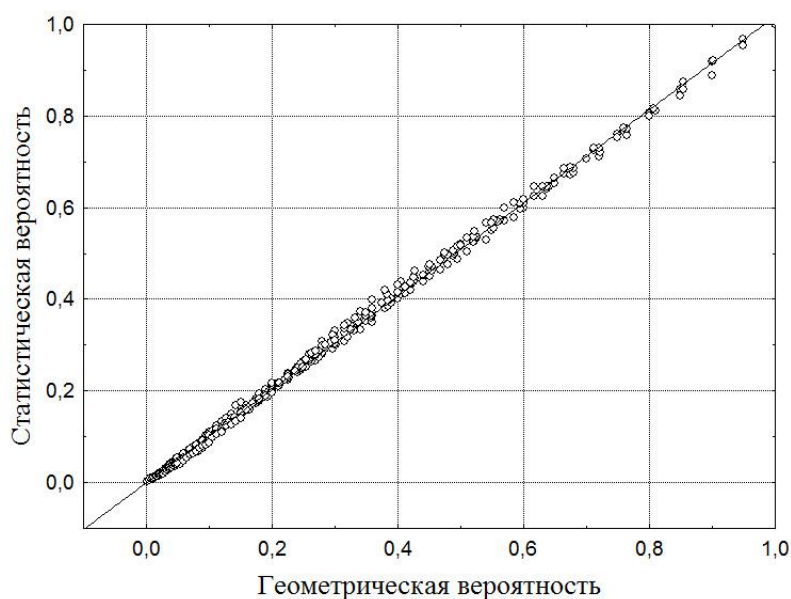


Рис. 2.4. – Зависимость статистической вероятности w от геометрической вероятности ρ для точек равномерно распределенных на плоскости

Таким образом, если наблюдаемые события, например, опытные значения величины X , не являются равновероятными, то между статистической вероятностью w и геометрической вероятностью ρ появления события существуют нелинейные S-образные зависимости, связанные с особенностями данного реального процесса или явления.

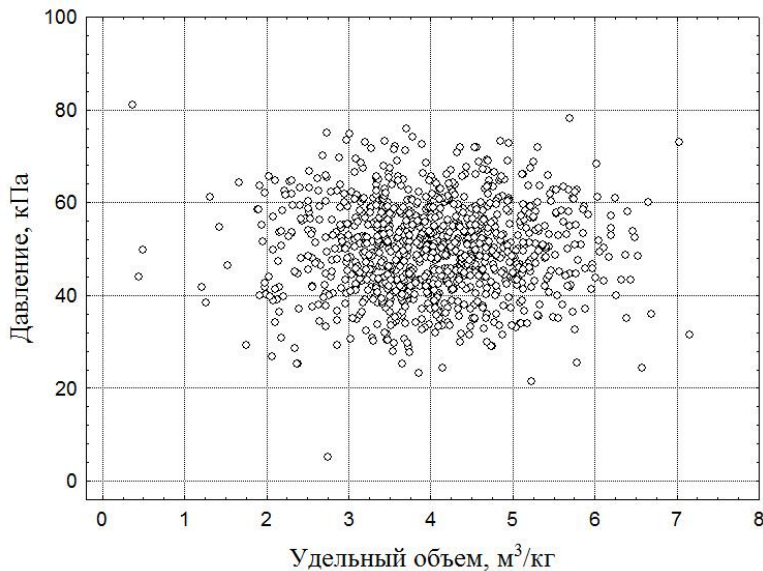
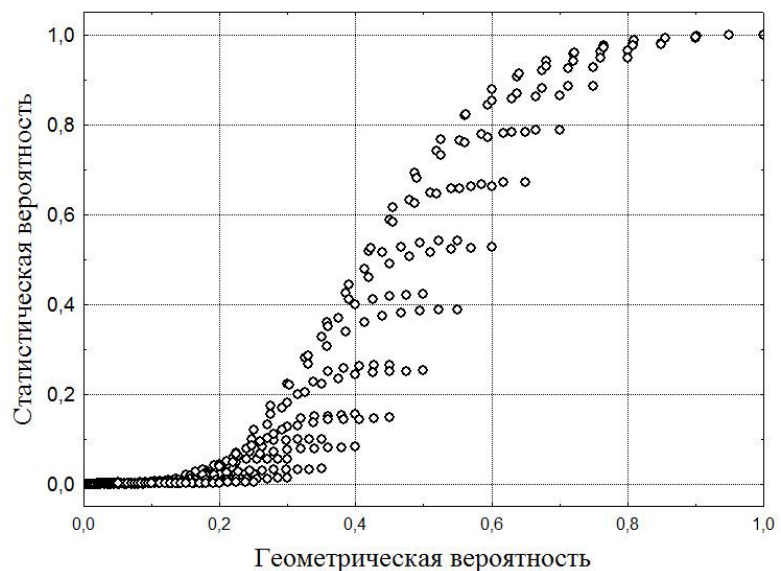


Рис. 2.5. – Диаграмма рассеивания физических свойств гелия при нормальном распределении опытных данных (число экспериментов 1000)

Теперь покажем для примера, как в статистической физике находят связь параметров состояния идеального газа непосредственно с вероятностями характерных событий, которые отражают особенности в движении молекул.

Рис. 2.6. – Зависимость статистической вероятности w от геометрической вероятности ρ для точек нормально распределенных на плоскости



Известно, что в термодинамике в процессе оценки воздействия окружающей среды на молекулы как объекты наблюдения в качестве

характерного события для оценки вероятности выступает факт существования молекул, обладающих различными скоростями движения или различными запасами кинетической энергии.

Закон распределения скоростей Максвелла гласит, что в общем числе молекул N , находящихся в устойчивом состоянии, количество молекул, которые обладают результирующими скоростями в диапазоне значений c и $c+dc$, будет составлять dn , при этом известно, что $dn = N f(c)dc$. Поэтому в процессе моделирования состояния идеального газа возможно использование закона Максвелла, согласно которому вероятность состояния, определенная по характерным событиям, может быть найдена из уравнения [98]:

$$w(c) = \frac{n}{N} = 4\pi A \int_0^c c^2 \exp(-h m c^2) dc, \quad (2.10)$$

где m – масса одной молекулы, а A и h – постоянные.

В статистической физике постоянные A и h определяют исходя из нормировки распределения (2.10). Естественно, что в случае, если $c \rightarrow \infty$ вероятность $w(c)$ равна единице. Из этого условия определяется первая константа, которая равна $A = (hm/\pi)^{3/2}$.

Вторая постоянная h определяется из условия равенства средней кинетической энергии молекул, которая находится по средней квадратичной скорости молекул C^2 с учетом распределения (2.10), и кинетической энергии, определяемой из основного постулата кинетической теории для идеальных газов.

Согласно этому постулату средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул равна $\frac{mC^2}{2} = \frac{3}{2}kT$, где k – постоянная Больцмана. Из закона Максвелла следует, что средняя квадратичная скорость молекул будет иметь вид [98]:

$$C^2 = 4\pi A \int_0^c c^4 \exp(-h m c^2) dc. \quad (2.11)$$

Откуда получают, что постоянная h равна $h = 1/(2kT)$, и уравнение (2.10) представляют в виде:

$$w(c) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m}{kT} \right)^{3/2} \int_0^c c^2 \exp\left(-\frac{mc^2}{2kT}\right) dc. \quad (2.12)$$

Данный подход позволяет установить связь статистической вероятности состояния термодинамической системы, которая определяется по сложным событиям, характеризующим отличия в состоянии молекул по кинетической энергии, с абсолютной температурой или, как было показано ранее, с геометрической вероятностью состояния системы. Следовательно, законы кинетической теории газов позволяют построить зависимости, которые связывают вероятности возникновения характерных событий с параметрами состояния идеальных термодинамических систем. Отметим, что параметры зависимости (2.10) могут быть найдены непосредственно из физического опыта, целью которого является экспериментальная проверка закона Максвелла. Методики и схемы подобных опытов достаточно отработаны, хотя и трудоемки [98].

Таким образом, в термодинамике существует два способа построения вероятностных моделей. Первый способ, как было показано выше, связан с измерениями эмпирической и абсолютной температуры. На его основе проводится шкалирование геометрической вероятности состояния идеальной термодинамической системы, т.е. создается шкала температур T для всего класса термодинамических объектов, как линейная функция геометрической вероятности ρ , т.е. $T = a\rho$. Для создания шкалы и определения постоянной a в уравнении (2.9) выбирается характерное состояние M_0 с известными параметрами свойств, которое является опорным состоянием для всего изучаемого класса объектов и для которого принимается, что $T(M_0) = T_0$. Данная шкала отражает математическое содержание задачи измерения температуры, исходя из равновозможной реализации событий, связанных с измерением, когда охватывается все пространство состояний, наблюдаемых в опыте.

Для определения единицы измерения шкалы абсолютной температуры и построения моделей состояния реальных систем дополнительно строится шкала эмпирической температуры. С этой целью кроме точки M_0 выбирается второе опорное состояние, например, легко воспроизводимое состояние эталонного объекта. Шкала эмпирической

температуры отражает физическое содержание задачи измерения температуры.

Опорные состояния для эмпирических шкал температур привязываются к фазовым точкам замерзания и кипения воды. Эта связь устанавливается на основе опытных данных, в результате чего определяется уравнение состояния системы. В термодинамике абсолютный индекс называют абсолютной температурой. Следует отметить, что правильно заданная шкала абсолютного индекса должна являться шкалой отношений, т.е. иметь абсолютное начало отсчета, единицу измерения и бесконечную числовую ось. После построения шкалы температур находится связь между параметрами и вероятностями состояния системы в виде уравнения $F(v, p, T) = 0$ или $T = f(v, p)$. Особенность данного способа состоит в том, что вероятности состояния системы вводятся через абсолютную температуру неявно (вероятности не оцениваются по данным опыта), причем в термодинамике сущность этой связи никак не раскрывается. Поэтому достаточно сложно сказать, что мы измеряем, используя шкалы температур.

Второй способ построения вероятностных моделей связан с оценками энтропии. Однако эти оценки также осуществляются косвенно. В отличие от процесса получения формулы (2.12) на основе вероятности событий, при оценке энтропии не ясно, с какими событиями связаны подобные оценки: с событиями, характеризующими изменения кинетической энергии молекул или всей внутренней энергии тела, с событиями совместного наблюдения параметров на макроуровне и т.п.

Известно, что для моделирования состояний идеальных и реальных газов в термодинамике используется понятие энтропии, для описания связи которой с параметрами состояния находят зависимости вида:

$$s = s_0 + c_v \ln p + c_p \ln v \quad \text{или} \\ s = s_1 + c_v \ln T + R_i \ln v, \quad (2.13)$$

где c_v и c_p – соответственно изохорная и изобарная теплоемкости изучаемого газа.

Данные зависимости по форме похожи на зависимости, которые получают при эмпирических оценках вероятностей сложных событий, например, методом пробит-регрессии [32].

Опыт практической деятельности и анализа данных, характеризующих случайные события, позволил выработать общую методику оценки вероятностей случайных событий. Построение вероятностных моделей обычно проводится на основе пробит-регрессии в координатах *пробит – логарифм параметра*. Инверсное преобразование вероятностей событий w в пробит-функции Pr чаще всего выполняется с учетом уравнения (2.14), которое определяет функцию нормального распределения случайной величины со средним, равным нулю, и дисперсией, равной единице:

$$w(Pr) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{Pr} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt. \quad (2.14)$$

Использование данной методики при обработке опытных данных позволяет часто получить линейные уравнения в преобразованной системе координат, где по оси ординат откладывается значение пробит-функции Pr , определенное через значение статистической вероятности анализируемого события w , а по оси абсцисс – логарифм параметра влияющего фактора $\ln z_k$.

При многомерном анализе пробит обычно связывают с параметрами влияющих факторов z_k в виде:

$$Pr = \alpha + \beta_1 \ln z_1 + \beta_2 \ln z_2 + \dots, \quad (2.15)$$

где α , β_k – константы, определяемые по данным опыта.

Основная идея построения зависимостей вида (2.15) состоит в установлении нелинейных связей между оценками статистической вероятности события, определяемой из опыта, и значениями параметров влияющих факторов. При этом нелинейные преобразования для вероятности события и параметров, характеризующих наблюдаемые условия, позволяют в преобразованном пространстве состояний построить линейные зависимости, определяющие связь между переменными. Подобные вероятностные модели получают исключительно на основе данных опыта. Основой данного подхода является предположение о виде распределения события или случайной величины, например, в виде нормального закона распределения. Для нормально распределенных величин методом пробит-регрессии строится функция пробита в интервале

$\text{Pr}(-\infty, +\infty)$ для инверсного преобразования со средним, равным нулю и дисперсией, равной единице. Далее на основе опытных данных пробит связывают со свойствами системы путем определения уравнения регрессии относительно логарифмов параметров свойств вида (2.15). Иногда при задании инверсного преобразования для вероятности вместо нормального распределения используют логистическое или экспоненциальное распределение.

Оценки энтропии в термодинамике согласно (2.13) не связаны с вероятностями характерных событий, как это принято при получении зависимостей (2.15). Это объясняется тем, что энтропия в этом случае определяется косвенно через параметры макросостояния и теплоемкости. Покажем, что на основе использования вероятностных оценок событий можно установить существование тесных связей между зависимостями (2.13) и (2.15). Для этой цели определим термодинамическую энтропию s_t согласно уравнения (2.13) в виде:

$$s_t = s_{t0} + c_v \ln \frac{p}{p_0} + c_p \ln \frac{v}{v_0}, \quad (2.16)$$

в свою очередь, информационную энтропию $s_w = \ln w$ в представлениях Хартли определим через вероятность состояния системы в виде [37]:

$$s_w = s_{w0} + \ln p + \ln v. \quad (2.17)$$

В данном случае на макроуровне состояние системы представляется совместным событием одновременного наблюдения некоторых значений удельного объема v и давления p . Для равномерно распределенных величин статистическая вероятность такого события равна его геометрической вероятности, т.е. $w = \rho$. Значение постоянной s_{w0} определим из условия, что для состояния газа на макроуровне при $v = v_{100}$ и $p = p_0$, величина вероятности $\rho = 1$, а энтропия $s_w = 0$, откуда

$$s_w = -0,31196 + \ln \frac{p}{p_0} + \ln \frac{v}{v_0}, \quad (2.18)$$

так как $v_{100} = 1,36610v_0$. Таким образом из (2.16) и (2.18) получим

$$s_t = a + b s_w, \quad (2.19)$$

где $a = s_{t0} + R_i \ln \frac{v}{v_0} + 0,31196 c_v$, а коэффициент $b = c_v$.

Из уравнения (2.19) следует, что для произвольно выбранного состояния идеального газа термодинамическая и информационная энтропия связаны между собой линейной зависимостью.

На рисунке 2.7 показана данная зависимость для водорода в области невысоких давлений. В процессе расчетов принято, что для водорода удельная изохорная теплоемкость равна $c_v = 10,055 \text{ кДж}/(\text{кг K})$, удельная изобарная теплоемкость $c_p = 14,179 \text{ кДж}/(\text{кг K})$. Теплоемкости и величина s_{i0} принималась в соответствии с [96].

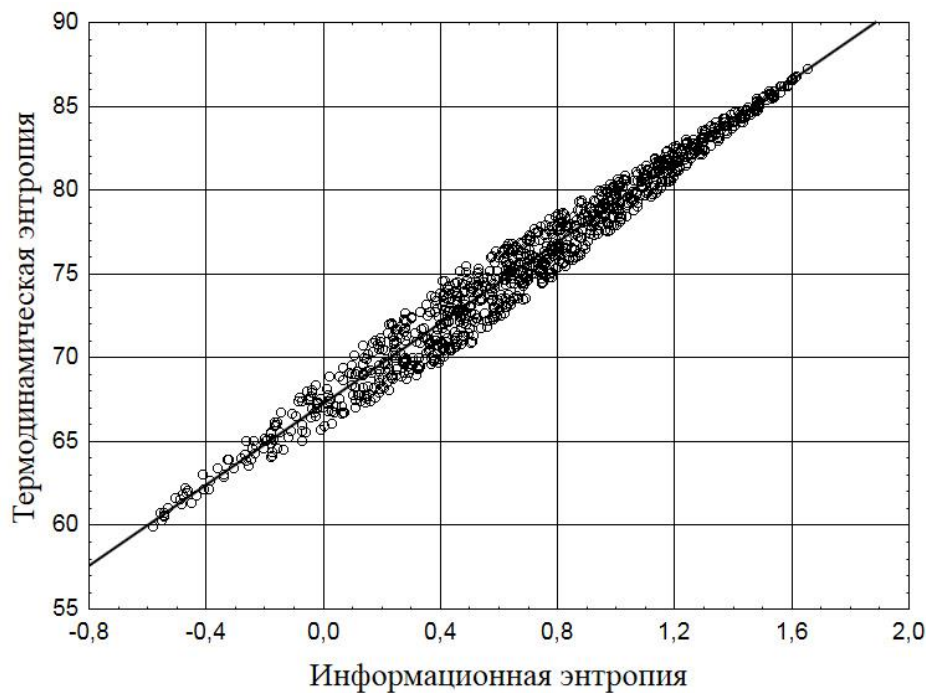


Рис. 2.7. – Взаимосвязь термодинамической s_t и информационной $s_w = \ln w$ энтропии для состояний водорода (число статистических экспериментов – 1000)

Таким образом, в термодинамике при построении моделей на основе измерений температур и оценок энтропии неявно используются вероятностные принципы. Оба рассмотренных способа построения моделей дополняют друг друга и позволяют в опытных данных выявлять закономерности, которые можно использовать при описании термодинамических систем. Существующие способы построения вероятностных моделей, как будет показано далее, имеют теоретическое обоснование.

Установление функций вероятностных распределений и их связи с влияющими факторами, т.е. условиями, при которых формируются события или наблюдаются случайные величины, позволяет с новых позиций определить состояние системы на макроуровне, исходя из использования понятия совместного события.

При любом построении теории роль состояния системы всегда является основным объектом такой теории. Сегодня ряд авторов, начиная изложение материала в книгах по термодинамике, изначально вводят понятие состояния системы, которое определяется совокупностью значений величин, характерных для данной системы и называемых параметрами состояния. Другие авторы используют понятие параметров, которые являются характерными свойствами, определяющими состояние системы. Более четкого определения состояния системы в учебниках чаще всего нет. В лучшем случае в термодинамике даются пояснения на примере: вещества обычно пребывают в одном из трех основных состояний: в виде газа, жидкости или твердого тела [66, 93].

При аксиоматическом построении теории изначально необходимо определение основных понятий, исходя из уже имеющейся методологии. В этом плане нам предстоит несколько переосмыслить содержание таких понятий как состояние системы, эмпирическая и абсолютная температура, энергия системы, вероятность состояния и энтропия, а также некоторых других величин, которые используются в термодинамике.

2.4 Особенности термодинамической феноменологии и аналитической теории

В термодинамике грань между используемыми феноменологическими закономерностями и теоретическими моделями и зависимостями довольно размыта. Если исходить из термина «феноменологический» как научного результата, который основан на опыте, то уравнение состояния для определенного вещества можно отнести к феноменологической модели, а закон сохранения энергии уже нет. Любое уравнение состояния находится на основе опытных данных

путем выбора некой эмпирической зависимости, которая порой может иметь достаточно сложный вид. В свою очередь, уравнение сохранения энергии вида (1.16), хотя и построено на основе данных опыта, но логически обобщает особенности множества термодинамических процессов и поэтому несет в себе элементы уже развитой теории.

Исходя из этого, область термодинамической феноменологии ограничена основными понятиями и базовыми соотношениями, вытекающими из опыта и полученными путем применения строгих процедур измерения величин. Поэтому, к феноменологическим понятиям, методам и моделям в термодинамике можно отнести:

- физические и химические свойства термодинамических систем;
- представления о состояниях и параметрах систем;
- понятия эмпирической температуры, теплоемкостей и других термических и калорических величин;
- методы определения количества теплоты и работы;
- системы и шкалы измерения различных величин;
- уравнения состояний веществ и законы идеального газа.

В этот перечень также можно включить первый и второй постулаты нулевого начала о тепловом равновесии и существовании функции температуры. Все это и образует в классической термодинамике определенную совокупность феноменологических знаний и представлений. Остальные постулаты, принципы, законы и соотношения термодинамики попадают в область логических обобщений и сформулированных закономерностей теории.

При анализе положений классической термодинамики достаточно не просто выделить структурные особенности, основные логические формы и важные принципы формирования ее аналитической теории. Первое, на что следует обратить внимание – это существование двух логических подходов в построении теории, связанных между собой и включающих в себя математическое и физическое содержание данной области знаний.

Вторая особенность теории – это объединение в одну логическую форму положений статики и динамики термодинамических явлений. При этом состояния термодинамических систем и связанные с этим понятия и закономерности формируют статические представления, а понятия,

определения и законы, относящиеся к термодинамическим процессам, формируют динамические представления в данной науке. Исходя из этого, в термодинамической теории имеются как модели, характеризующие пространство состояний систем, так и модели, позволяющие описывать процессы в этом пространстве. Для привнесения в теорию реального физического содержания в исходных моделях используются величины, которые позволяют адаптировать полученные зависимости по отношению к данным опыта. Эти величины часто носят феноменологический характер, и их использование наблюдается на всех этапах формирования теории.

В целом структуру термодинамической теории можно представить следующим образом. Строится непрерывное пространство состояний термодинамических систем относительно атрибутивных параметров, которые считают переменными состояния. Данное пространство является универсальным, так как охватывает всю возможную область наблюдения этих параметров в опыте для многих классов систем при различных внешних условиях. Применительно к данному пространству задаются шкалы температур. Если исходить из трехмерного пространства (ν, p, T) , то шкала абсолютной температуры является шкалой отношений и представляет собой одну из координатных осей в данном пространстве. Шкала эмпирической температуры является шкалой интервалов. Данная шкала в пространстве состояний представляет собой линию L , которая образуется пересечением характеристической поверхности уравнения состояния для водорода и плоскости $\nu = \nu_c$. Для идеально-газовой шкалы данная плоскость проходит через точку, которая лежит на характеристической поверхности и имеет координаты $\nu = \nu_c = T_0 R_i / p_c$, $p_c = 1000 \text{ мм.рт.ст.}$, $T_0 = 273,15 \text{ К}$. Давление газа при постоянном объеме термометра линейно меняется с температурой, поэтому линия L является прямой. В идеально-газовом термометре объем термометра поддерживается строго постоянным, а масса водорода принимается такой, чтобы его давление при температуре таяния льда составляло $p_c = 1000 \text{ мм.рт.ст.}$ Между абсолютной и эмпирическими шкалами устанавливается взаимно однозначное соответствие в виде уравнения $T = 273,15 + t$, что позволяет данные физических наблюдений в шкале интервалов t переводить в числа координатной оси абсолютной

температуры T . Поверхность состояний идеального газа $\xi_3 = \xi_1 \xi_2$ является модельной поверхностью, с использованием которой и строится шкала температур. Другими словами осуществляется параметризация множества состояний – каждому термодинамическому состоянию, кроме параметров p и v , присваивается значение температуры T в виде числа. Координата T в виде термодинамической шкалы градуируется с учетом уравнения состояния идеального газа $p v = R_i T$ по реперной точке, в качестве которой берется тройная точка воды ($T_{тр} = 273,16 K$), а давление принимается равным атмосферному ($p = p_0$). Это позволяет построить пространство состояний веществ в виде координатной системы (v, p, T) . Далее, используя шкалу температур и различные термометры, по опытным данным строится семейство поверхностей состояний различных веществ.

На основе опытных данных для разных веществ в образованном пространстве состояний создаются математические модели, характеризующие всю возможную совокупность состояний изучаемых систем, в виде неявных $F_i(v, p, T)$ и явных уравнений $T = f_i(v, p)$ или данные об уравнениях состояний представляются в численном виде. Для реальных веществ характеристические поверхности уравнений состояний и соответствующие уравнения имеют сложный вид (рис. 1.2.). Для идеальных газов уравнения состояния достаточно простые (1.7). Модели адаптируются к реальным опытным данным. Это позволяет в пространстве состояний область наблюдаемых состояний для конкретных физических веществ, а также их смесей или растворов, представить характеристическими поверхностями и построить модели, характеризующие состояния термодинамических систем в статике.

В свою очередь, термодинамические процессы, которые могут совершаться с веществами, представляются кривыми, полностью лежащими на характеристических поверхностях. Математические модели процессов с использованием теплоемкостей, индивидуальных характеристик веществ, а также других феноменологических величин адаптируются к опытным данным, которые характеризуют протекание термодинамических процессов.

Для построения моделей процессов каждой кривой, которая принадлежит характеристической поверхности, ставится в соответствие величина количества теплоты (изменение количества теплоты). В элементарной окрестности точки M изменения количества теплоты и температуры связаны между собой соотношением $dQ = c_l dT$, где c_l – характеристика процесса l , которая отражает особенности осуществляемого термодинамического процесса и позволяет учитывать его физику при математическом моделировании. Таким образом, для каждой кривой на характеристической поверхности задается величина, которая называется количеством теплоты Q и представляется функциями на многообразии кривых. В окрестности любого состояния M для множества элементарных процессов dl , проходящих через M , существует бесконечное количество величин dQ , причем для всех случаев $dQ = c_l dT$.

В свою очередь, в отличие от декартовых координат параметров пространства состояний, на каждой характеристической поверхности могут быть заданы естественные криволинейные координаты, которые будут принадлежать этой поверхности. Также в этом пространстве состояний могут быть заданы различные скалярные и векторные величины, отражающие континуальные закономерности этого пространства. Между декартовыми и криволинейными координатами будет существовать связь, которая определяется уравнениями преобразования координат.

Принимаем гипотезу, что функции состояния, такие как энтропия, энергия, энтальпия и т.д., могут выступать в качестве естественных криволинейных координат таких поверхностей или некоторых общих характеристик по отношению ко всему пространству состояний в целом. Так как естественные координаты покрывают характеристические поверхности, то функции состояния являются полными дифференциалами и могут быть представлены в виде скалярных функций.

В последующих главах необходимо подтвердить или опровергнуть принятую гипотезу, которая позволяет с абсолютно иных позиций подойти к анализу основных положений термодинамики. Практически мы должны изначально не принять, а доказать принципы существования энергии и энтропии как функций состояния, а также получить в виде следствий закон

сохранения энергии в принятом на сегодня виде для многомерных термодинамических систем. При этом цель таких исследований состоит в теоретическом обосновании основных положений термодинамики методами дифференциальной геометрии многомерных пространств. Далее предполагается применить логику метода термодинамики к построению моделей описания эмпирических данных для систем различной природы.

Глава третья

АКСИОМАТИКА ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ ТЕРМОДИНАМИКИ

3.1 Основные понятия, определения и эмпирические данные

В естествознании основная цель любой аксиоматики – это, опираясь на известные определения и опытные факты и вводя ограниченное количество аксиом или постулатов, логически обосновать положения теории. В классической термодинамике аксиоматическая система изложения теории актуальна, в первую очередь, для термодинамических систем со многими параметрами состояния, т.е. для систем с n степенями свободы. Однако, не менее актуально изложение теории для идеальных и реальных газов, где количество параметров дает возможность создавать модели в трехмерном пространстве. Это позволяет для простых случаев наглядно представить многие положения термодинамики. Поэтому, данную главу изложим в такой последовательности. Вначале приведем основные понятия, определения и обобщенные опытные факты, далее изучим простые системы на примере идеального газа и потом перейдем к формулировке теории термодинамики для многомерных систем.

Зададимся следующим проблемным вопросом: можно ли в термодинамике сформулировать принципы существования энергии и энтропии и получить законы сохранения энергии и возрастания энтропии теоретическим путем и, исходя из этого, оценить область применимости данных законов? Ответ на этот вопрос крайне актуален и его решение может лежать в системе взглядов и научных представлений именно аксиоматического подхода к построению теории. Таким образом, цель данной главы – предложить новую систему изложения теории классической термодинамики, которая бы использовала феноменологические положения и постулаты, связанные с опытными фактами, и позволяла бы в виде следствий обосновать принципы существования энергии и энтропии и получить основные законы термодинамики, а также оценить область применения данных положений и дать им естественнонаучную оценку.

Понятия и определения

Будем рассматривать простые термодинамические системы, состоящие из химически неизменных газов, жидкостей и твердых тел. Далее используем следующие известные определения и понятия.

Под *термодинамической системой* понимаем совокупность макроскопических тел и полей физической природы, которые представляют собой целостный объект и взаимодействуют как между собой, так и с окружающей средой. Все другие тела, которые находятся за пределами границ системы, представляем окружающей (внешней) средой. Таким образом, *окружающая среда* – это совокупность физических объектов и условий, с которыми взаимодействует и в которых находится изучаемая система.

Примем также следующие определения. *Свойство* – объективная и атрибутивная характеристика, которая отражает некий существенный и неотъемлемый признак или отличительную особенность объекта или системы. *Параметр* свойства – количественная величина, характеризующая свойство объекта или системы и имеющая числовое значение.

Под *состоянием* термодинамической системы (объекта) будем подразумевать совокупность ее свойств, параметры которых формируются под действием внешних и внутренних условий в конкретный момент времени. Исходя из этого, считаем известными все определения для геометрических свойств, а также интенсивных и экстенсивных физических свойств объектов и систем: местоположения, направления, длины, площади, формы, объема, состава, массы, плотности, удельного объема, силы, давления, концентрации и т.д. На определении температуры далее остановимся отдельно, т.к. это понятие будем трактовать в «широком» смысле, как некую *комплексную* (системную) величину, которая в зависимости от свойств объекта, а также внешних и внутренних условий будет представлять в целом состояние объекта, исходя из системных представлений. Такой подход связан с тем, что в определенных условиях температура характеризует состояние объекта в сравнении с состоянием эталонного объекта в этих же условиях. Дадим также определение равновесному состоянию – состояние, к которому с течением времени

приходит система или объект при неизменных внешних условиях и в котором параметры свойств остаются постоянными.

Будем считать, что изучаемым системам свойственно многообразие форм материальных движений физической природы. В самом общем виде под материальным движением подразумеваем любое наблюдаемое изменение или взаимодействие объектов. Исходя из этого, под *взаимодействием* будем понимать процесс взаимного влияния системы и окружающей среды, который приводит к изменению состояния системы.

Исходя из сказанного выше видно, что термодинамика рассматривает систему только в концептуальной совокупности окружающей среды и макроскопических объектов, входящих в систему и всегда находящихся под действием факторов среды. Понятие абсолютно изолированной системы, которое часто используется, будем рассматривать как относительно грубое допущение, считая, что подобное наблюдается редко и может применяться только как гипотетическое приближение действительности в отдельных случаях и при особых условиях.

Изначально не накладываем ограничений на количество объектов и элементов, входящих в термодинамическую систему, а также условия их взаимодействия между собой и с окружающей средой. Накладываем только ограничение на то, что система подвержена относительно медленным и непрерывным изменениям состояний во времени, в связи с чем исключены любые скачкообразные (мгновенные) изменения. Даже для условий локального равновесия в очень малых объемах среды или для поверхностей раздела фаз считаем, что значения параметров свойств могут изменяться, хотя и резко, но непрерывно без разрывов и «скачков».

Наблюдение за изменениями состояний или свойств изучаемых объектов обычно осуществляется на основе опыта или эксперимента, где проводятся количественные измерения. Реализация каждого такого наблюдения (опыта, эксперимента) называется в теории вероятностей испытанием. Совокупность условий, при которых осуществляется данное испытание, определяют, как комплекс условий. Испытанием принято называть эксперимент или опыт, который может быть произведён в одних и тех же условиях неограниченное число раз. Результат или исход каждого испытания может быть представлен как событие. Таким образом,

наблюдение будем относить к понятию процесса, а событие – к понятию свершившегося или предполагаемого факта, несущего в себе определенные эмпирические результаты или данные. В результате испытания наблюдается реализация определенного события среди множества всех возможных событий при данном комплексе условий.

В последующих разделах книги чаще всего используются результаты экспериментов или данные статистических наблюдений, которые, в связи с фактом их реализации, уже не являются случайными и могут быть статистически обработаны.

С учетом вышеприведенного, введем следующие дополнительные определения. *Событие* – любой опытный факт, связанный с материальными движениями, который выражается в наблюдении изменений в состоянии объекта (системы) в конкретный момент времени. *Последовательность* событий – последовательный ряд однородных событий, происходящих одно за другим в определенные моменты времени. Событие будем понимать в широком смысле, включая в его суть как наблюдаемые качественные и количественные факты явлений, реакций, эффектов, результатов действий и т.д., так и факты измерения термодинамических и физических величин в процессе их изменения. Исходя из этого, будем использовать все определения, которые приняты в теории вероятностей и математической статистике: достоверное, невозможное и случайное событие; элементарное, простое и сложное событие; совместные, несовместные, зависимые и независимые события; равновозможные и не равновозможные события; вероятность события, классическое, геометрическое и статистическое определение вероятности, представления об априорной и апостериорной вероятности и т.д.

При этом будем предполагать, что любые изменения состояний объектов отражаются в соответствующих регистрируемых событиях, а информацию о процессах изменения состояний объектов могут нести в себе как параметры свойств, так и характерные (индикативные) события и их характеристические величины.

Определим *процесс* как закономерное изменение состояния объекта в последовательные моменты времени, связанное с материальными движениями. В данном исследовании специально не будем разделять

процессы на самопроизвольные (естественные) и не самопроизвольные (управляемые). При этом подчеркиваем, что любой процесс зависит от времени (в классическом определении *процесс* /лат. *processus* – движение вперед/ – последовательное закономерное изменение явления или состояния во времени). Приведенное выше позволяет нам определить применительно к термодинамической системе понятия квазистационарного и нестационарного процесса и не использовать понятия равновесного и неравновесного процесса.

В классической термодинамике изначально формулируется понятие равновесного состояния (состояние, к которому приходит система при неизменных внешних условиях) и накладывается требование возможности осуществления равновесного процесса в виде бесконечно медленного прохождения системы через непрерывный ряд равновесных состояний. Если понятие равновесного состояния имеет объяснение и может быть принято как предельный случай наблюдений в опыте, отражающий изменения систем во времени, то понятие равновесного процесса крайне противоречиво. В формулировке равновесного процесса в основы теории закладывается глубокое противоречие, связанное с отсутствием времени в уравнениях классической термодинамики, несмотря на то, что любой процесс по своему содержательному определению является темпоральным. Поэтому с целью замены понятия равновесного процесса будем пользоваться известным определением квазистационарного процесса – процесса, протекающего в системе и распространяющегося в ней с такой скоростью, что за время распространения этого процесса в пределах системы (в пределах элементов системы) её состояние (состояние элементов) не успевает измениться. Поэтому при рассмотрении такого процесса можно пренебречь временем его распространения в пределах системы и считать, что свойства в различных областях системы хотя и могут отличаться, однако меняются во времени во всех точках одновременно. Другими словами, параметры свойств системы зависят от времени, однако в уравнении состояния время по отношению к свойствам выступает в качестве общего параметра. При этом само уравнение состояния от времени не зависит. В противном случае процесс изменения состояния будем относить к нестационарному процессу.

Так как любой процесс – это изменение состояния системы или объекта, то в этом случае всегда наблюдаемы некоторые характерные события, которые свойственны данному состоянию. В качестве таких событий могут выступать факты изменения значения параметра некоего свойства, изменения значений параметров свойств в некоторой совокупности или изменения отдельной характеристики, которая характеризует состояние системы в определенном его аспекте. В общем случае возможно также наблюдение некоторых сложных событий в виде эффектов, реакций и других значимых фактов. Указанные выше события будем рассматривать как индикативные. Сущность таких событий связана с отражением особенностей наблюдаемых изменений состояний систем во времени. Именно поэтому в основу определения квазистационарного и нестационарного процессов, в отличие от определения равновесного процесса в термодинамике, закладывается необходимое условие зависимости характеристик состояний и параметров свойств от времени. Однако для случая квазистационарного процесса подчеркивается характер медленного изменения этих величин во времени.

Таким образом, будем считать, что свойства являются основными характеристиками состояний систем (объектов), а наблюдаемые события и их последовательности, а также динамика свойств – основными характеристиками процессов изменения их состояний. Свойства и события при наблюдении однозначно отражают в совокупности состояние объекта и все происходящие с ним изменения.

Проведем формализацию используемых определений и понятий. Предположим, что в пространстве состояний E^n каждое состояние системы однозначно определено значениями всех ее параметров z_k (в общем случае n). Данное число атрибутивных и независимых параметров свойств z_k , значения которых полностью и однозначно определяют состояние системы в каждый момент времени, как указывалось ранее, называют термодинамической степенью свободы системы. Считаем, что в любой момент наблюдения процесс изменения состояния системы характеризуется также регистрируемыми событиями A_j (в общем случае m). Предположим, что при совершении некоего процесса l , в котором

изменяется состояние объекта, параметры свойств всегда измеряемы, а события всегда регистрируемы.

Для общей характеристики состояния системы мы можем использовать, по крайней мере, четыре вида событий:

- простые события, связанные с фактами изменения значения одного определенного свойства системы;
- совместные события, связанные с фактами изменения значений некоторых свойств системы в совокупности;
- сложные события, связанные с фактами изменения определенной характеристики, которая комплексно характеризует состояние системы в целом (например, температуры);
- сложные события, которые являются следствиями событий-причин перечисленных выше и которые отражают отдельные аспекты в изменениях состояний системы (эффекты, реакции, последствия и т.д.).

Считаем, что для указанных событий на основе опытных данных можно определить их статистические (апостериорные) вероятности. Также мы можем предполагать возможность эмпирического определения некоторых комплексных характеристик, которые позволяют характеризовать в целом состояние системы и которые являются характеристическими величинами индикативных сложных событий.

Таким образом, мы пришли к гипотезе, связанной с необходимостью введения понятия *эмпирической меры* W , которая представляет собой величину, комплексно характеризующую состояние системы. Мера W находится в опыте путем измерений и оценок и в термодинамике может представлять собой системную величину, например, эмпирическую температуру, статистическую вероятность событий и т.д. Эта величина характеризует состояние системы в определенном аспекте, зависит от параметров свойств z_1, z_2, \dots, z_n и не может быть одним из свойств этой системы. Эмпирическую меру будем рассматривать как особую функцию состояния – функцию, зависящую от нескольких независимых параметров, которые однозначно определяют состояние системы.

Подобный подход позволяет нам использовать основополагающее понятие математического анализа – понятие функции, и представить эмпирическую меру в виде функции многих переменных. Поэтому,

формализуя данный подход в терминах математического анализа, сформулируем представление эмпирической меры в виде функции.

Пусть рассматривается множество E^n упорядоченных систем чисел (z_1, z_2, \dots, z_n) , которые являются значениями параметров свойств некоторой термодинамической системы. Если в силу некоего эмпирического закона, правила или процедуры измерений каждой системе чисел (z_1, z_2, \dots, z_n) приведено в соответствие число W , то будем считать, что на множестве E^n определена эмпирическая мера состояния $W = W(z_1, z_2, \dots, z_n)$ как функция n переменных.

Далее предположим также, что при совершении во времени некоего процесса l параметры свойств системы всегда представимы параметрическими уравнениями относительно времени τ :

$$z_1 = z_1(\tau), z_2 = z_2(\tau), \dots, z_n = z_n(\tau). \quad (3.1)$$

Исходя из этого, будем рассматривать только те системы, для которых возможны процессы, отличающиеся существованием и непрерывностью функций вида (3.1). Непрерывную кривую в n -мерном пространстве состояний, образованную уравнениями (3.1), будем называть линией термодинамического процесса.

Особо отметим, что в качестве свойств определенной системы или ее элементов могут использоваться координаты местоположения в геометрическом пространстве (x, y, z) . При этом в общем случае, термодинамические свойства могут зависеть как от времени τ , так и координат (x, y, z) . Это возможно тогда, когда эмпирическая мера, а также свойства системы будут иметь временное и пространственное распределение. Исходя из этого, эмпирическая мера и каждый параметр могут являться сложными функциями нескольких переменных, в данном случае независимых величин τ, x, y, z , например, $W(\tau, x, y, z) = W(\tau, x, y, z, z_1(\tau, x, y, z), \dots, z_n(\tau, x, y, z))$. Однако, будем рассматривать пока только случай, когда эмпирическая мера и параметры свойств системы могут зависеть только от времени τ .

Таким образом, для квазистационарного процесса наложим условие существования функциональной зависимости эмпирической меры от параметров свойств системы в виде:

$$W(\tau) = W(z_1(\tau), z_2(\tau), \dots, z_n(\tau)), \quad (3.2)$$

а для нестационарного процесса соответственно в виде:

$$W(\tau) = W(\tau, z_1(\tau), z_2(\tau), \dots, z_n(\tau)). \quad (3.3)$$

При этом считаем, что любое изменение состояния системы во времени как целого связано с изменением параметров свойств и некими системными характеристиками вида (3.2) – (3.3), которые свойственны совокупному процессу изменения состояния. Любое изменение отдельного свойства системы в любом процессе изменения состояния может быть выделено отдельно и представлено в виде более простой зависимости (3.1). Этим мы предполагаем существование как функций одной переменной, так и функций многих переменных, которые могут при моделировании характеризовать состояние системы и процесс ее функционирования.

Так как при описании процессов изменения состояний термодинамической системы может быть использовано несколько различных эмпирических мер (например, эмпирическая температура, количество теплоты, вероятность характерных событий и т.д.), то для такого случая введем понятие нестационарной многокомпонентной функции состояния системы. Данная функция будет связана с существованием нескольких эмпирических мер.

Пусть задано множество E^n упорядоченных систем чисел (z_1, z_2, \dots, z_n) для n параметров z_k , представленных числовыми значениями величин. При этом каждому k -тому свойству системы соответствует один вполне определенный параметр z_k , который является параметрической функцией времени τ в любом процессе его изменения.

Предположим также, что задано множество W упорядоченных систем чисел (w_1, w_2, \dots, w_m) из p эмпирических мер, являющихся количественными оценками состояния системы по каждому j -тому признаку. При этом всякому признаку системы соответствует одна вполне определенная оценка эмпирической меры w_j , свойственная некоторому характерному событию A_j или его характеристической величине, которая является результатом опыта и зависит от времени.

Если, в силу некоего закона или процедуры измерений, каждому элементу из множества E^n приведен в соответствие элемент из множества

отдельности, так и для всей системы в целом. Подобная среда моделирования формулируется в виде n -мерного пространства параметров свойств. Некоторые важные свойства данной среды будут описаны ниже.

Исходя из математического и физического содержания решаемой задачи, необходимо определить требования к представлению шкал измерений параметров свойств системы, чтобы установить их соответствие с координатными осями n -мерного пространства E^n . Известно, что любое исследование и изучение систем начинается с эмпирических процедур измерения и наблюдения. С помощью измерения дается количественная характеристика свойств объектов путем определения значений параметров в той или иной системе единиц; наблюдение позволяет устанавливать факты (события, эффекты, явления) количественных и качественных изменений в состоянии систем.

Изначально, в основе построения любых моделей систем лежат процедуры измерения, которые позволяют количественно описать свойства объектов, определить параметры и построить шкалы для их измерения. Процедуры измерения свойств являются составной частью любой системы моделирования. Поэтому моделирование систем будем трактовать в широком смысле, включая процедуры и процессы анализа систем, выделения свойств, установления систем единиц для их определения, измерения параметров и накопления опытных данных, построения среды моделирования и установления закономерностей для описания изменений параметров свойств и состояний систем во времени.

Отметим, что не все переменные, характеризующие количественные изменения в системе, могут быть представлены в виде параметров свойств. Для упрощения будем считать *параметром* некую переменную величину, которая удовлетворяет следующим требованиям:

а) является атрибутивной переменной для данной системы (класса объектов) и количественно характеризует какое-либо ее свойство, которое может быть численно определено за счет применения общепринятой процедуры определения (измерения) значений этой величины;

б) полностью соответствует понятию системы положительных скалярных величин, т.е. обладает свойствами транзитивности,

коммутативности и монотонности сложения, возможности реализации деления и т.д.;

в) имеет шкалу измерения в виде шкалы отношений, которая содержит абсолютное начало отсчета, единицу измерения величины и бесконечную положительную числовую ось;

г) вся процедура определения значений параметра свойства основана на использовании системы измерений, принятой по соглашению, в которой универсальной шкалой охватывают различные классы термодинамических систем и объектов. При этом в абсолютном смысле система измерений строится по принципу произвольного выбора значения величины из непрерывного множества точек шкалы отношений, в связи с чем факты случайного выбора (измерения) параметра свойства на любом интервале шкалы являются несовместными и равновозможными событиями.

Определение абсолютного начала отсчета требует установления определенной связи в процессе измерения с атрибутами системы и отказа от произвольного выбора начала отсчета. Для этого связывают начало шкалы измерений переменной с качественными атрибутами, например, ноль массы – отсутствие вещества, ноль длины – отсутствие объекта, ноль давления – отсутствие силового воздействия, ноль численности – отсутствие элементов системы и т.д.

Каждое физическое измерение по отношению к конкретному объекту или явлению является *относительным* (релятивным), так как дает возможность определить в данный момент значение параметра свойства во взаимосвязи с изменениями других свойств системы. Этот процесс измерения связан с физическим содержанием анализируемой задачи. Однако любой процесс измерения как единого целого содержит в себе элементы *абсолютного*. В этом смысле построение сред моделирования систем и шкал измерения величин абсолютно, так как абстрактно направлено на определение параметров свойств любых объектов и систем вне взаимосвязи их с другими свойствами и вне отношения к конкретным объектам. Процесс построения систем моделирования связан с математическим содержанием решаемой задачи. В качестве основной *модельной* закономерности абсолютного процесса измерения каждого свойства принимаем условие случайного *равновозможного* выбора любого

значения параметра свойства на определенном интервале шкалы измерения величины. Естественно, что опытные данные, связанные с измерениями значений параметров свойств конкретного объекта или системы в принятых шкалах отношений, уже не будут иметь равномерное распределение. Таким образом, при создании моделирующей среды (математическое пространство состояний) принимаем равновозможную вероятностную модель оценки событий, а при создании моделей физических систем в данной моделирующей среде – неравновозможную вероятностную модель.

Свойство, для которого может быть определен параметр, удовлетворяющий приведенным выше требованиям (а) – (г), будем называть *абсолютным*. В свою очередь, абсолютным будем называть также пространство свойств, образованное совокупностью всех абсолютных свойств системы. Исходя из этого, в понятиях моделирования систем абсолютное пространство свойств будет представлять собой логически мыслимую форму, которая служит средой для построения моделей. В данном пространстве могут быть построены конструкции (модели), отражающие уже относительность полученных в опыте количественных характеристик конкретных объектов и систем по отношению к физическому содержанию решаемой задачи.

В заключение отметим, что в процессе моделирования будем использовать также математические понятия, связанные с термодинамическими функциями [47, 105]. Об этом уже была речь в первой главе на стр. 23. Функцией состояния (функцией точки) будем называть величину, значения которой при изменении состояния системы в термодинамическом процессе не зависят от процесса перехода системы из одного состояния в другое и определяются только начальным и конечным состоянием. Математически функция состояния системы является функцией нескольких переменных, ее дифференциал в термодинамическом процессе является полным дифференциалом. Термодинамическая функция состояния в своем классическом понятии несколько отличается от эмпирической меры, так как она считается аддитивной величиной: функция состояния целого (системы) равна сумме функций состояния ее частей. Исходя из этого, в термодинамике

температуру иногда называют особой функцией состояния, подчеркивая тем самым ее эмпирическое содержание.

Функцией процесса (функцией линии) будем называть величину, значения которой при изменении состояния системы в термодинамическом процессе зависят от того, по какому пути идет процесс. Дифференциал такой функции не является полным дифференциалом. Математически функция процесса представляется разными функциями нескольких переменных по отношению к различным кривым процессов изменения состояний. Количество теплоты является классическим примером функции процесса.

Опытные факты

Закон сохранения энергии для термодинамики является тем краеугольным камнем, на котором строится вся ее теория и формулируется весь ее математический аппарат. Исходя из поставленной цели данной главы, понятия энергии и энтропии должны быть обоснованы в виде следствий аксиоматически построенной теории. Поэтому далее мы не будем использовать эмпирически установленный закон сохранения энергии и положение о независимости внутренней энергии от объема, которые были получены опытным путем для простых термодинамических систем. По этой же причине нельзя для обоснования энтропии использовать идеи Карно и Клаузиуса, связанные с обратимыми термодинамическими циклами, и подход Каратеодори, основанный на принципе адиабатической недостижимости. В обоих этих случаях, в том или ином виде, применяется закон сохранения энергии. Аналогично, при аксиоматическом изложении теории термодинамики, которое было предложено Фальком [139], изначально постулируется существование метрической переменной – энергии системы.

Идею изложения теории термодинамики свяжем с опытными фактами существования температуры и количества теплоты. Далее покажем, что если для любых состояний термодинамической системы выдвинуть гипотезу существования некой особой функции состояния вида $\theta = \theta(M)$, которую назовем эмпирической температурой, и установить связь этой величины с функцией количества теплоты $Q = Q_I$, то при дополнительных предположениях вполне возможна формулировка общих

закономерностей, характеризующих поведение такой системы. Здесь принято, что точка M – это произвольное состояние термодинамической системы, l – некий процесс изменения состояния.

В первой главе указывалось, что для определения понятия температуры обычно используется свойство транзитивности термодинамического равновесия, согласно которому условие равновесия для термодинамических систем представляется в виде:

$$F(z_1, z_2, \dots, z_n) = F_1(z'_1, z'_2, \dots, z'_n), \quad (3.6)$$

где z_k и z'_k – параметры свойств первой и второй систем соответственно, причем не обязательно, чтобы количество параметров свойств в обоих случаях было одинаковым.

Если вторую систему использовать как термометр и рассматривать значение функции $\theta = F_1(z'_1, z'_2, \dots, z'_n)$ как температуру, то условие равновесия означает, что первая система находится в равновесии с термометром, если для состояний системы существует зависимость:

$$\theta = F(z_1, z_2, \dots, z_n). \quad (3.7)$$

Эмпирической температурой называют меру отклонения состояния термодинамической системы от состояния теплового равновесия эталонного тела. С использованием стандартизированных средств и в определенных стандартных условиях для всего множества состояний эталонного тела создается универсальная шкала измерения эмпирической температуры. Данная шкала является линейной и привязывается к двум опорным физическим состояниям – точкам замерзания и кипения воды при стандартных условиях. В зависимости от того, какое эталонное тело принимают в качестве термометра, различают разные шкалы эмпирических температур. При этом идеально-газовая шкала представляет собой частную форму шкалы температуры θ . Термометрические измерения в данной шкале связаны с применением термометра, где используется эталонное тело – идеальный газ.

Существует несколько способов измерения температуры. В термометрии для измерений используют идеально-газовую шкалу температур или шкалы температур однозначно связанные с ней, например, стоградусную шкалу. Исходя из этого, уравнение (3.7) может быть представлено в виде:

$$T_* = F(z_1, z_2, \dots, z_n), \quad (3.8)$$

где $T_* = F_1(z'_1, z'_2, \dots, z'_n)$ – эмпирическая температура θ , определенная по показаниям идеально-газового термометра.

Основополагающий опытный факт термодинамики заключается в существовании функции эмпирической температуры вида (3.8) для множества систем, которые находятся в различных равновесных состояниях. Обобщение опытных данных по термодинамическим процессам привело к утверждению, что для любой физической системы всегда существует некая функциональная зависимость между температурой и остальными параметрами, характеризующими состояние этой системы, которую называют уравнением состояния.

Не всегда по опытным данным удастся построить аналитическую зависимость вида (3.8), но в численном виде для определенных веществ уравнение состояния существует практически всегда. Данное уравнение означает, что каждое состояние термодинамической системы однозначно оценивается по сравнению с состоянием термометра, в основу которого, по большому счету, положена модель идеального газа. При этом система и термометр всегда находятся в одних и тех же условиях по отношению к окружающей среде. Уравнение состояния идеального газа имеет большое значение, так как идеально-газовая температура $T_* = p\nu/R_i$ входит в левую часть уравнения (3.8) и измерения температуры позволяют количественно характеризовать семейства состояний термодинамических систем по факту их теплового состояния.

Подводя итог можно сказать, что эмпирическая температура является комплексной (системной) характеристикой состояния изучаемой термодинамической системы по отношению к состоянию идеально-газового термометра.

Следующим опытным фактом является существование понятия количества теплоты и теплоемкостей. Количество теплоты Q – это физическая величина, характеризующая процесс теплообмена между термодинамической системой и окружающей средой. Для измерения количества теплоты построена специальная система определения этой величины в процессе изменения состояний термодинамических систем. Количество теплоты определяется через измерение эмпирической

температуры в начальном и конечном состоянии системы, а также через измерение работы электрического тока или падающего груза в совершаемом процессе изменения состояния системы. Система измерения количества теплоты устанавливает связь между эталонным процессом нагрева воды в стандартных условиях и процессом изменения состояния изучаемой системы в наблюдаемых условиях окружающей среды.

Исходя из известных значений количества теплоты и эмпирической температуры, находится теплоемкость как отношение бесконечно малого приращения количества теплоты dQ_l , полученного телом в определенном термодинамическом процессе, к соответствующему приращению его температуры $d\theta$. Теплоемкость c_l вводится в качестве особого рода величины, которая является одной из теплофизических характеристик вещества. Имеется множество методов определения теплоемкостей газов, твердых тел и жидкостей в опыте, на основе которых получают эмпирические данные по значениям теплоемкостей [98]. Уравнение, определяющее количество теплоты, необходимое для изменения температуры тела в процессе l , обычно представляют относительно эмпирической температуры и теплоемкости тела в виде:

$$c_l = \left(\frac{dQ}{d\theta} \right)_l \text{ или в упрощенной записи } dQ = c_l d\theta. \quad (3.9)$$

Как видно, теплоемкость представляет собой производную от функции количества теплоты по эмпирической температуре. Однако, так как эмпирическая температура (3.7) зависит от параметров свойств z_k , как функция нескольких переменных, то необходимо учитывать направление совершенного процесса l . Не будем останавливаться на природе теплоты, а примем опытный факт существования величины Q , которая однозначно изменяется при увеличении или уменьшении температуры физического тела, характеризует процессы термических взаимодействий и может быть измерена. Необходимость введения данной величины в оценку результатов опыта связана с тем, что в процессе изменения состояния системы всегда взаимодействуют три объекта – термодинамическая система, термометр и окружающая среда. Уравнение (3.8) отражает взаимодействие системы с термометром по факту существования равновесных состояний и позволяет сравнивать термодинамические состояния системы с состоянием

термометра. В свою очередь, уравнение (3.9) отражает особенности взаимодействия системы с окружающей средой по факту сравнения термодинамических процессов, причем эти особенности определяются как состоянием, так и направлением процесса изменения состояния системы при ее взаимодействии с окружающей средой.

Таким образом, уже видно, что можно предложить несколько подходов в решении проблемы аксиоматизации термодинамики. Первый путь предполагает представление пространства состояний термодинамической системы в виде непрерывной многомерной среды и постулирование возможности задания в каждой точке пространства скалярного поля эмпирической меры в виде эмпирической температуры $\theta(M)$, которая в опыте однозначно характеризует каждое состояние изучаемой системы. Дополнительно к этому для произвольной точки M пространства состояний принимается гипотеза, позволяющая описать поле эмпирической температуры $\theta(M)$ функцией нескольких переменных $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$, которую можно определить как абсолютную температуру. Математически основное отличие скалярного поля эмпирической температуры от функции абсолютной температуры состоит в том, что поле $\theta(M)$ не связано с выбором системы координат, а функция $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ связана с выбором координатных осей независимых переменных z_1, z_2, \dots, z_n . Чтобы обоснованно выбрать вид функции температуры $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ из законов идеального газа устанавливают аналитическую связь этой величины с эмпирической температурой $\theta = \theta(M)$ в виде линейной зависимости $T = \theta + const$. Данное уравнение дополняют условием, определяющим количественное соотношение между единицами измерения величин θ и T (условие нормирования), которое принимают по соглашению. В этом случае для обеих температур задается одна и та же единица измерения численно равная одному градусу. Из условия нормирования следует, что при изменениях состояний $\Delta T = \Delta \theta$ или в окрестности любой точки M справедлива связь между дифференциалами $dT = d\theta$.

Все вышеприведенное позволяет описать состояния системы. Чтобы иметь возможность оценивать термодинамические процессы вводится

эмпирическая величина – количество теплоты Q , которая тоже определяется в опыте для каждого процесса. Для характеристики множества реальных термодинамических процессов дополнительно принимается гипотеза, позволяющая для процесса l представить связь между количеством теплоты и эмпирической температурой в виде $dQ = c_l d\theta$. На основе данных опытов составляются таблицы величин c_l .

Перечисленных эмпирических данных и исходных положений достаточно для построения системы аксиоматизации термодинамики.

Второй путь аксиоматизации предполагает постулирование существования в многомерном пространстве состояний полевой величины эмпирической меры $W(M)$ однозначно связанной, с одной стороны, с вероятностью состояния системы w , а, с другой стороны, – со скалярным полем эмпирической температуры $\theta(M)$. Вероятность состояния определяется по совместному событию одновременного наблюдения совокупности значений чисел z_1, z_2, \dots, z_n , которые являются параметрами свойств системы. Данная вероятность может находиться теоретическим путем с учетом принятия упрощающих допущений о независимости событий или алгоритмически на основе статистической обработки данных опыта. Для создания среды моделирования вводятся функции абсолютной температуры $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ и геометрической вероятности $\rho(z_1, z_2, \dots, z_n)$, которые зависят от выбора системы координат независимых переменных z_1, z_2, \dots, z_n и связаны с величиной $\theta(M)$. Между количеством теплоты и функцией температуры $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ постулируется связь в виде $dQ = c_l dT$, в свою очередь, для величины $\rho(z_1, z_2, \dots, z_n)$ постулируется аналогичная связь в виде $dQ = c_{l,w} d\rho$. Также предполагается существование однозначной зависимости вида $W = W(w)$. С учетом взаимосвязи между изменениями количества теплоты, температуры и вероятности состояния в любом процессе определяются уравнения связи между термодинамической и информационной энтропией. При этом предварительно доказывается принцип существования различных видов энтропий для разных эмпирических мер.

Указанные выше пути аксиоматизации основаны на общих идейных принципах континуальности эмпирических мер в пространстве состояний

и существовании скалярных полей этих величин, комплексно характеризующих состояния системы. Возможны также и другие подходы, позволяющие провести аксиоматизацию теории термодинамики.

Следует отметить, что в общем случае физических величин, характеризующих взаимодействие системы с окружающей средой, может быть несколько. Каждой такой величине будет соответствовать физическое взаимодействие определенного рода, поэтому термическое взаимодействие – это только один из многих видов взаимодействий. Изменение таких величин рассматривается как специфический эффект, через который проявляется взаимодействие данного рода [47] по отношению к физическому телу как целому. Вопрос о принципах классификации и выявлении отличий для различных взаимодействий выходит за рамки данного исследования и изучается отдельно. Однако, все приведенное далее можно распространить на некоторые другие виды взаимодействий физических систем с окружающей средой.

Принятые выше определения, понятия и эмпирические закономерности позволяют математически обосновать основные положения термодинамики и имеют общесистемное значение по отношению к самым разнообразным классам физических процессов и явлений. Важным является также то, что логический метод термодинамики как особая система феноменологического описания реальных процессов и состояний объектов может быть распространен на системы нефизической природы, например, природные, социальные и экономические системы.

В последних главах книги будет показана возможность реализации такого подхода.

3.2 Термодинамика идеального газа

Чтобы подойти к изучению перечисленных выше проблем, обратимся к понятию идеального газа. Модель идеального газа является крайне важной в термодинамике, так как идеальный газ является эталонным объектом для разработки шкал термометров и создания процедур сравнения состояний различных веществ с состояниями

идеального газа по факту измерения температуры. В качестве эмпирической температуры изначально принимается идеально-газовая температура.

Будем исходить только из существующих опытных фактов, так как формирование основ термодинамики всегда было связано с феноменологическим подходом. В термодинамике идеальным газом считается газ, параметры которого строго подчиняются эмпирическому уравнению Клапейрона вида $T_* = p\nu/R_i$, где T_* является температурой, определяемой по идеально-газовой шкале. Из данного экспериментального факта нам интересен вывод о зависимости состояния газа от давления p и удельного объема ν , а также то, что состояния некоторых простых реальных газов подчиняются уравнению Клапейрона при низких давлениях. Зная только величины давления и удельного объема, мы можем выделить некоторое семейство состояний идеального газа, которое обладает общими признаками по факту справедливости зависимости $p\nu = C$, где C – некая константа.

Следующий опытный факт термодинамики связан с существованием понятий количества теплоты и теплоемкостей, которые тесно зависят между собой. Количество теплоты Q – это физическая величина, показывающая интенсивность теплового взаимодействия в результате теплообмена. Для газов теплоемкость обычно равна:

$$c_l = \left(\frac{dQ}{d\theta} \right)_l, \quad (3.10)$$

и представляет собой количество теплоты, необходимое для изменения эмпирической температуры θ термодинамической системы на один градус в некотором процессе l . Важным является то, что существуют способы измерения данных величин в опыте. В качестве температуры в уравнении (3.10), в общем случае, используют эмпирическую температуру, которая является идеально-газовой температурой $\theta = T_*$.

Исходя из приведенных данных можно утверждать, что количество теплоты и температура каким-то образом связаны с давлением и удельным объемом идеального газа.

Таким образом, исходные опытные факты позволяют сделать следующие утверждения:

а) существует некий универсальный параметр состояния идеального газа, который называется эмпирической температурой и который связан с давлением и удельным объемом газа, т.е. $T_* = T_*(\nu, p)$. Пока кроме возможности существования такого параметра не делаем больше никаких предположений;

б) изменение количества теплоты Q в произвольном процессе l согласно (3.10) зависит от изменения эмпирической температуры и, как следствие, от изменений давления и удельного объема.

Таким образом, состояние идеального газа однозначно определяется удельным объемом ν и давлением p при дополнительном условии, которое накладывается уравнением состояния $T_* = T_*(\nu, p)$.

Теперь предположим, что некая величина T_* зависит от величин p и ν и образует в пространстве состояний на плоскости $\nu O p$ непрерывное скалярное поле. Известно, что если явление образовало скалярное поле, то каждой точке $M(\nu, p)$ пространства, в котором происходит это явление, ставится в соответствие определенное число T_* , характеризующее данное явление в рассматриваемой точке. Это число есть частное значение функции $T_*(\nu, p)$, вычисленное в точке M . При справедливости такой гипотезы существуют поверхности уровня, которые определяются уравнением $T_*(\nu, p) = C$, где C – постоянная величина. Предположим также, что любому процессу l , проходящему через точку M , может быть поставлена в соответствие некая величина Q , о физической природе которой мы ничего не утверждаем, кроме справедливости приведенных ранее утверждений. С учетом зависимости (3.10) между величинами Q и T_* в любом процессе существует связь вида $dQ = c_l dT_*$, поэтому будут справедливы соотношения:

$$\frac{\partial Q}{\partial \nu} = c_p \left(\frac{\partial T_*}{\partial \nu} \right) \text{ и } \frac{\partial Q}{\partial p} = c_v \left(\frac{\partial T_*}{\partial p} \right), \quad (3.11)$$

где c_p и c_v – теплоемкости идеального газа при постоянном давлении и постоянном объеме соответственно.

Исходя из вышеприведенного, изменение величины Q в некотором процессе может быть представлено в виде:

$$dQ = \left(\frac{\partial Q}{\partial \nu} \right) d\nu + \left(\frac{\partial Q}{\partial p} \right) dp \quad (3.12)$$

или, с учетом соотношений (3.11), как

$$dQ = c_p \left(\frac{\partial T_*}{\partial \nu} \right) d\nu + c_v \left(\frac{\partial T_*}{\partial p} \right) dp. \quad (3.13)$$

В общем случае величины c_p и c_v могут зависеть от параметров состояния системы. Возможность представления величины dQ в виде (3.13) определена понятием функции двух переменных и обоснована известным объемом эмпирических данных, характеризующих связь количества теплоты и эмпирической температуры. Даже при постоянных значениях величин c_p и c_v уравнение (3.13) не является уравнением в полных дифференциалах, так как для него нарушается справедливость признака Эйлера:

$c_p \left(\frac{\partial^2 T_*}{\partial \nu \partial p} \right) \neq c_v \left(\frac{\partial^2 T_*}{\partial p \partial \nu} \right)$. Только в случае, если в

окрестности произвольного состояния идеального газа результат осуществления процессов обладает простым свойством равновозможности ($c_l = c_v = c_p = const$), то величина dQ будет полным дифференциалом. Это означает, что величина Q , также как и температура, может быть представлена одной функцией $Q = Q(\nu, p)$ при реализации всех возможных процессов, а также будет существовать однозначная связь между величинами Q и T для каждого состояния системы. В противном случае для каждого процесса l будет существовать своя функция $Q = Q_l(\nu, p)$.

Известно, что пфаффовая форма двух переменных вида (3.13) всегда имеет интегрирующий множитель. Поэтому предположим, что данное уравнение имеет интегрирующий множитель, который зависит от некоторой известной функции $\eta(\nu, p)$. Необходимым и достаточным условием существования для уравнения (3.13) интегрирующего множителя, зависящего только от функции $\eta(\nu, p)$, является справедливость следующего соотношения [72, стр. 34]:

$$\frac{c_p \left(\frac{\partial^2 T_*}{\partial v \partial p} \right) - c_v \left(\frac{\partial^2 T_*}{\partial p \partial v} \right)}{c_v \left(\frac{\partial T_*}{\partial p} \right) \frac{\partial \eta}{\partial v} - c_p \left(\frac{\partial T_*}{\partial v} \right) \frac{\partial \eta}{\partial p}} = \zeta(\eta), \quad (3.14)$$

где $\zeta(\eta)$ – некая функция, зависящая только от $\eta(v, p)$, а величины c_p и c_v принимаются в окрестности произвольного состояния идеального газа постоянными. При справедливости известного условия (3.14) интегрирующий множитель может быть представлен в виде [72]:

$$\mu = \exp\left(\int \zeta(\eta) d\eta\right). \quad (3.15)$$

Так как функцию $\eta(v, p)$ подбираем произвольно, то определим условия, при которых в качестве функции $\eta(v, p)$ может быть выбрана функция эмпирической температуры $T_*(v, p)$, т.е. $\eta(v, p) = T_*(v, p)$. В этом случае соотношение (3.14) может быть преобразовано к виду:

$$\frac{\partial^2 T_*}{\partial v \partial p} + \zeta(T_*) \frac{\partial T_*}{\partial v} \frac{\partial T_*}{\partial p} = 0. \quad (3.16)$$

Данное дифференциальное уравнение в частных производных может быть решено с помощью метода Фурье. Будем искать нетривиальные решения уравнения (3.16) в виде произведения $T_*(v, p) = \eta_1(v)\eta_2(p)$. Подставляя данное выражение в (3.16) получим

$$\eta_1'(v)\eta_2'(p) + \zeta(T_*)\eta_1'(v)\eta_2(p)\eta_1(v)\eta_2'(p) = 0 \quad \text{или} \\ 1 + \zeta(T_*)\eta_1(v)\eta_2(p) = 0 \quad . \quad (3.17)$$

Из уравнения (3.17) получаем, что $\zeta(T_*) = -\frac{1}{\eta_1(v)\eta_2(p)} = -\frac{1}{T_*}$, в этом случае интегрирующий множитель равен:

$$\mu = \exp\left(-\int \frac{dT_*}{T_*}\right) = \frac{C_1}{T_*}, \quad (3.18)$$

где C_1 – постоянная. Для приведения уравнения (3.13) к уравнению в полных дифференциалах, достаточно знать один какой-либо интегрирующий множитель. Поэтому, принимая для простоты $C_1 = 1$, в результате получаем, что $\mu = \frac{1}{T_*}$, где универсальный параметр состояния

T_* следует искать в классе функций вида $T_*(\nu, p) = \eta_1(\nu)\eta_2(p)$. В этом случае интегрирующий множитель будет обратно пропорционален произведению произвольных функций, одна из которых зависит только от удельного объема ν , а другая – только от давления p . Таким образом, можно построить бесконечное множество функций вида $T_*(\nu, p) = \eta_1(\nu)\eta_2(p)$, которые могут быть определены как температура идеального газа. Естественно, что теплоемкости (3.10) будут непосредственно зависеть от выбранного вида функции T_* .

Все полученные до этого места результаты определяются только опытными фактами термодинамики о возможности взаимосвязи количества теплоты и температуры вида (3.10) и сделанными ранее предположениями (а) – (б). Теперь мы можем привлечь опытные факты, отражающие вид уравнения состояния идеального газа.

Эмпирически найденное уравнение Клапейрона $p\nu = R_i T_*$, которое является уравнением состояния идеального газа, устанавливает связь температуры, определенной по идеально-газовой шкале, и удельного объема и давления газа. Данное уравнение входит в класс мультипликативных функций $T_*(\nu, p) = \eta_1(\nu)\eta_2(p)$ и является наиболее простой зависимостью, причем установленной опытным путем. Здесь отметим, что в качестве эмпирической температуры вовсе не обязательно использовать идеально-газовую шкалу и модель идеального газа – это одна из многих возможностей, хотя достаточно наглядная и изученная. Можно построить и согласовать с опытными данными другую модель вида $T_*(\nu, p) = \eta_1(\nu)\eta_2(p)$, при этом увязать с одной стороны величину $T_*(\nu, p)$ с давлением и удельным объемом газа, а с другой стороны – с термометрическим параметром свойства некоторого термометрического вещества, например, сопротивлением платинового термометра, и использовать полученную модель в уравнении (3.13). Однако, такие модели будут более сложными и не всегда они могут быть представлены в простом аналитическом виде.

Принимая в качестве эмпирической температуры идеально-газовую температуру T_* , которая входит в эмпирическое уравнение Клапейрона, получим зависимость (3.13) в виде:

$$dQ = c_p \frac{p}{R_i} dv + c_v \frac{v}{R_i} dp. \quad (3.19)$$

Из уравнения (3.19) при известном интегрирующем множителе $\mu = 1/T_*$ определим полный дифференциал:

$$ds = \frac{dQ}{T_*} = c_p \frac{dv}{v} + c_v \frac{dp}{p}; \quad s - s_0 = c_p \ln\left(\frac{v}{v_0}\right) + c_v \ln\left(\frac{p}{p_0}\right), \quad (3.20)$$

который в термодинамике является энтропией состояния идеального газа.

Таким образом, если $\mu = \frac{1}{T_*}$ – интегрирующий множитель, а $s = s(v, p)$ – соответствующий ему интеграл уравнения (3.13), то всякий интегрирующий множитель $\bar{\mu}$ этого уравнения дается формулой $\bar{\mu} = \varphi(s)/T_*$, а соответствующий интеграл равен $U_* = \phi(s)$, где $\phi(s)$ – произвольная непрерывно дифференцируемая функция, причем $\phi'(s) = \varphi(s)$. Исходя из этого, величину dQ можно представить в виде $dQ = (T_*/\varphi(s))dU_*$. Таким образом, для идеального газа мы всегда можем преобразовать величину Q , как функцию произвольного процесса, в скалярное поле некой другой величины, которую можно представить как функцию точки.

Теперь введем в рассмотрение величину $du = c_v dT_*$, которую определим как энергию идеального газа. Величина du является полным дифференциалом, так как величина T_* – полный дифференциал по определению, исходя из существования уравнения Клапейрона. Представим (3.19) в форме уравнения сохранения энергии:

$$dQ = du_* + p dv, \quad (3.21)$$

где du_* – некая величина. Учитывая (3.19), получим:

$$du_* = \frac{c_p - R_i}{R_i} p dv + \frac{c_v}{R_i} v dp. \quad (3.22)$$

Предположим, что du_* является полным дифференциалом, тогда применяя признак Эйлера, можно показать, что du_* есть полный дифференциал при условии: $c_p - c_v = R_i$. Последнее соотношение представляет собой известное уравнение Майера для идеального газа, при

справедливости которого величина du_* тождественно равна du :

$$du_* \equiv du = \frac{c_v}{R_i} d(pv) = c_v dT. \quad (3.23)$$

Таким образом, при условии: $c_p - c_v = R_i$ уравнение (3.19) представляется через энергию идеального газа в виде:

$$dQ = du + p dv. \quad (3.24)$$

Если не накладывать жестких условий на взаимосвязь величин c_p , c_v и R_i , то величина du_* не будет полным дифференциалом.

Вполне естественно, что на основе опытных данных надо еще показать справедливость следующего положения: для всей области наблюдения состояний реальных газов при низких давлениях уравнение Майера всегда выполняется. Однако, опытные данные термодинамики указывают на то, что для реальных газов данное соотношение можно использовать только как приближенное уравнение.

В теории идеального газа обычно требуют строгого выполнения условия $c_p - c_v = R_i$, тем самым вводится в употребление некая абстрактная модель идеального газа. Только для простых газов при низких давлениях их параметры соответствуют данной модели. Модель идеального газа является крайне важной в термодинамике, так как температура, определенная согласно этой модели, используется для относительных сопоставлений состояний различных термодинамических систем с состояниями идеального газа, для которого возможно аналитическое определение всех параметров. Другими словами, создается моделирующая среда для термометрических измерений. Именно поэтому идеально-газовая шкала получила широкое признание в термометрии.

Также важным является результат, вытекающий из приведенных выше зависимостей, суть которого можно выразить в виде: возможность представления закона сохранения энергии для идеального газа в форме (3.24) является следствием существования эмпирического уравнения Клапейрона $pv = R_i T_*$ и калорических зависимостей для количества теплоты вида (3.10). Поэтому данное уравнение является в своей основе следствием исходных феноменологических соотношений и обосновано в термодинамике экспериментально.

Определим математическое содержание понятия энтропии идеального газа. Для формы Пфаффа (3.19) существует векторное поле:

$$\vec{R} = c_p \frac{p}{R_i} \mathbf{i} + c_v \frac{v}{R_i} \mathbf{j}, \quad (3.25)$$

где \mathbf{i} и \mathbf{j} – единичные векторы, направленные соответственно по осям координат удельного объема v и давления p . Аналогичным образом согласно (3.20) энтропия s в каждой точке пространства состояний идеального газа образует скалярное поле, градиент которого равен

$$\text{grad } s = \frac{c_p}{v} \mathbf{i} + \frac{c_v}{p} \mathbf{j}. \quad (3.26)$$

Из уравнений (3.25) и (3.26) следует пропорциональность одноименных проекций \vec{R}_k и $\text{grad } s$, т.к.:

$$\frac{\vec{R}_v}{\text{grad}_v s} = \frac{\vec{R}_p}{\text{grad}_p s} = T_* \quad \text{и} \quad \text{grad } s = \frac{1}{T_*} \vec{R}. \quad (3.27)$$

Полученное соотношение указывает на то, что векторы (3.25) и (3.26) в каждой точке пространства состояний идеального газа параллельны между собой.

Согласно уравнения Клапейрона температура имеет вид однородной функции второй степени. Однородная функция второй степени, имеющая частные производные, удовлетворяет формуле Эйлера [114]:

$$T_* = \frac{1}{2} \left(v \frac{\partial T_*}{\partial v} + p \frac{\partial T_*}{\partial p} \right). \quad (3.28)$$

Данное уравнение с учетом соотношений (3.11) может быть представлено в виде линейного неоднородного уравнения в частных производных первого порядка относительно величины Q :

$$\frac{v}{2c_p} \frac{\partial Q}{\partial v} + \frac{p}{2c_v} \frac{\partial Q}{\partial p} = T_*. \quad (3.29)$$

Решение $Q = Q(v, p)$ уравнения (3.29) геометрически представляет собой поверхность в пространстве (v, p, Q) , которая называется интегральной поверхностью. Для получения решения данного уравнения воспользуемся методом характеристик, которые определяются системой обыкновенных дифференциальных уравнений [70]:

$$2c_p \frac{dv}{v} = 2c_v \frac{dp}{p} = \frac{dQ}{T_*} = ds, \quad (3.30)$$

где s – некий вещественный параметр. Если определить параметр s как длину дуги, изменяющуюся вдоль характеристической кривой, то уравнения (3.30) примут вид:

$$\frac{dv}{ds} = \frac{v}{2c_p}; \quad \frac{dp}{ds} = \frac{p}{2c_v}; \quad \frac{dQ}{ds} = T_* = \frac{pv}{R_i}. \quad (3.31)$$

Из первых двух уравнений (3.30) сразу для величины ds получается зависимость (3.20) для энтропии. Таким образом, в геометрическом представлении энтропия является длиной дуги характеристических кривых, соответствующих полю направлений, которое определяется системой уравнений (3.30). Из теории также известно [70], что интегральное решение $Q = Q(v, p)$ уравнения (3.29) можно покрыть семейством характеристик, причем любая характеристическая кривая, определяемая уравнениями (3.30) и имеющая общую точку с интегральной поверхностью, целиком лежит на этой поверхности. Таким образом, энтропию можно рассматривать как естественную координату на поверхности $Q = Q(v, p)$.

Задача Коши для уравнения (3.29) связана с нахождением интегральной поверхности $Q = Q(v, p)$, проходящей через заданную кривую некого процесса l , которая может быть представлена в параметрической форме относительно параметра времени τ : $v_l = v_l(\tau)$, $p_l = p_l(\tau)$, $Q_l = Q_l(\tau)$.

Например, общее решение системы уравнений (3.31) имеет вид:

$$\begin{aligned} v &= v_l \exp\left(\frac{s}{2c_p}\right); \quad p = p_l \exp\left(\frac{s}{2c_v}\right); \\ Q &= Q_l + c_p \beta_1 \frac{p_l v_l}{R_i} \left(\exp\left(\frac{s}{c_p \beta_1}\right) - 1 \right), \end{aligned} \quad (3.32)$$

где $\beta_1 = \frac{2c_v}{c_v + c_p}$. Для получения интегральной поверхности [70] в пространстве (v, p, Q) задают кривую процесса в параметрическом виде и исключают величины s и τ .

Например, предположим, что процесс l является изобарным, и линия процесса l , через которую должна проходить интегральная поверхность, задана параметрическими уравнениями относительно времени τ

$$v_l = v_1 + \alpha_v \tau; \quad p_l = p_1 = const; \quad Q_l = c_p T_l = c_p \frac{(v_1 + \alpha_v \tau) p_1}{R_i}, \quad (3.33)$$

где v_1, p_1 – параметры газа в начальной точке M_1 при $\tau = 0$.

Подставив (3.33) в (3.32) получим

$$v = (v_1 + \alpha_v \tau) \exp\left(\frac{s}{2c_p}\right); \quad p = p_1 \exp\left(\frac{s}{2c_v}\right);$$

$$Q = c_p \frac{(v_1 + \alpha_v \tau) p_1}{R_i} \left(\beta_2 + \beta_1 \exp\left(\frac{s}{c_p \beta_1}\right) \right), \quad (3.34)$$

где $\beta_2 = \frac{c_p - c_v}{c_v + c_p}$. Можно показать, что определитель $\Delta = v'_s p'_\tau - v'_\tau p'_s$ не

обращается в нуль при $s=0$ и $\tau \neq 0$ [70]. Исключая величины s и τ , получим уравнение интегральной поверхности в виде

$$Q = c_p \frac{v p}{R_i} \left(\beta_1 + \beta_2 \left(\frac{p}{p_1} \right)^{-\frac{k+1}{k}} \right). \quad (3.35)$$

Здесь $k = c_p / c_v$ – показатель адиабаты. Из зависимости (3.35) видно, что значение величины Q пропорционально температуре $T_* = v p / R_i$ для любого состояния идеального газа.

Если рассмотреть изохорный процесс, когда линия процесса l , через которую должна проходить интегральная поверхность, задана параметрическими уравнениями относительно времени τ

$$v_l = v_1 = const; \quad p_l = p_1 + \alpha_p \tau; \quad Q_l = c_v T_l = c_v \frac{(p_1 + \alpha_p \tau) v_1}{R_i}, \quad (3.36)$$

где v_1, p_1 – термодинамические параметры газа в начальной точке M_1 при $\tau = 0$. Исключая аналогичным образом величины s и τ , получим для этого случая уравнение интегральной поверхности в виде

$$Q = c_v \frac{v p}{R_i} \left(k \beta_1 - \beta_2 \left(\frac{v}{v_1} \right)^{-k-1} \right). \quad (3.37)$$

В данном случае также значение величины Q пропорционально температуре $T_* = \nu p/R_i$ для любого состояния идеального газа.

Найденные интегральные решения (3.35) и (3.37) охватывают соответственно все семейства изобарных и изохорных процессов изменения состояний идеального газа. В работе [13] получены аналогичные зависимости для изотермического и адиабатного термодинамических процессов.

Таким образом, найдены интегральные решения уравнения (3.29) в пространстве состояний идеального газа (ν, p, Q) , при этом кривая термодинамического процесса задается функцией времени. Это дает возможность ввести в соотношения время как параметр, и тем самым предложить решение одного из проблемных вопросов классической термодинамики, связанного с отсутствием времени в уравнениях. Другими словами, развить теорию термодинамики конечного времени.

При решении данной задачи используют также и другие аналитические методы интегрирования дифференциальных уравнений, например, исходя из связи уравнения (3.29) с векторным полем, $\mathbf{F} = \frac{\nu}{2c_p} \mathbf{i} + \frac{p}{2c_v} \mathbf{j} + T_* \mathbf{k}$ [103, 126]. В этом случае векторные линии этого поля будут определяться системой уравнений (3.30), а энтропия будет представлять собой длину дуги векторной линии.

Данный подход к расчету термодинамических параметров дает возможность оперировать полями физических величин и использовать методы теории поля, что существенно расширяет возможности термодинамического анализа. При этом величина времени непосредственно входит в исходные зависимости через параметрическое описание термодинамических процессов.

В заключение данного раздела приведем важное соотношение (2.19), которое установлено ранее и определяет связь между термодинамической (s) и информационной (s_w) энтропиями:

$$s = a + b s_w, \quad (3.38)$$

где a и b – константы, характерные для определенного идеального газа. Далее вопросу связи термодинамической и информационной энтропии при описании состояний идеальных газов будет уделено особое внимание.

Зная уравнение состояния идеального газа, а также уравнения (3.19), (3.20), (3.24) и (3.38) легко определить все остальные зависимости, которые применяются в термодинамике, и тем самым полностью аналитически описать эталонный объект термодинамики – идеальный газ.

3.3 Аксиоматика изложения теории

Теперь сформулируем основные положения теории применительно к многомерным термодинамическим системам. Материал будем излагать в общем виде, имея в виду, что подобный подход в несколько измененном виде в дальнейшем будет применен и для систем различной природы. Все нижеприведенное будет относиться к каждой эмпирической мере w_j в системе уравнений (3.5), поэтому индексы j при изложении материала опустим, а для величин w_j используем общее обозначение θ , которое принято в термодинамике для эмпирической температуры.

Будем считать, что каждое состояние объектов однозначно характеризуется n независимыми переменными z_1, z_2, \dots, z_n и эмпирической мерой θ , причем область определения для каждой переменной состояния распространяется на всю положительную числовую ось $0 \leq z_k < \infty$. В данном разделе в качестве эмпирической меры будем рассматривать эмпирическую температуру, для которой есть система измерения.

Множество n переменных для параметров свойств задает n -мерное пространство состояний E^n , где $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ $z \in E^n$. Точки этого пространства соответствуют n -мерным наборам значений всех переменных z_1, z_2, \dots, z_n . Предположим, что по соглашению принята некая система измерения эмпирической температуры θ . Для моделирования сформулируем следующие постулаты.

1. Пусть в пространстве состояний термодинамической системы E^n каждой точке M поставлено в соответствие действительное число θ , которое будем называть эмпирической температурой.

2. Величина $\theta = \theta(M)$ является функцией точки и образует скалярное поле, которое является непрерывным в области E^n .

Для построения модели описания процессов в пространстве E^n используем гипотезу, что скалярное поле эмпирической температуры может быть математически описано в окрестности точки M . Для описания скалярного поля $\theta = \theta(M)$ как функции независимых переменных z_1, z_2, \dots, z_n необходимо определить функцию точки. Предположим, что в области E^n с учетом эмпирических данных можно задать некую вещественно однозначную функцию $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$, на основе которой будет формироваться математическая модель. Определим данную функцию как абсолютную температуру, которая будет для каждой точки M характеризовать состояние термодинамической системы и однозначно зависеть от переменных z_1, z_2, \dots, z_n . Пусть также в окрестности точки M существует линейная связь между абсолютной температурой T и эмпирической температурой θ , что подтверждается опытными данными. При этом из условия нормирования при согласовании единиц измерения следует, что $\Delta T = \Delta \theta$ и $dT = d\theta$. Известно, что величина θ представляет собой эмпирическую меру отклонения состояния термодинамической системы от состояния теплового равновесия эталонного тела и является скаляром. В свою очередь, абсолютная температура T является математической функцией, однозначно связанной с эмпирической температурой и зависящей от переменных состояния z_1, z_2, \dots, z_n . Относительно абсолютной температуры пока не делаем больше никаких физических предположений, ограничиваясь только ее общим математическим представлением.

При известной функции $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ и значениях переменных z_1, z_2, \dots, z_n в области E^n можно сформировать еще одно поле $T = T(M)$, которое далее будем называть средой моделирования [12, 57].

Предположим, что через произвольную точку M осуществляется некоторый термодинамический процесс изменения состояния l . Для построения в общем случае феноменологической модели сформулируем следующие постулаты.

3. Пусть в пространстве состояний системы E^n каждому термодинамическому процессу l , проходящему через точку M , ставится в соответствие физическая величина Q , которую будем называть

количеством теплоты. Данная величина является функцией процесса и определяется в опыте.

4. Для всего многообразия кривых, проходящих через произвольную точку M , изменения величин Q и θ однозначно связаны между собой, при этом для любого элементарного отрезка линии процесса l справедливо соотношение $dQ = c_l d\theta$, где c_l – эмпирические величины, которые определяются по результатам опыта.

Выберем в пространстве E^n произвольную точку M . Будем считать, что через нее осуществляется элементарный процесс, в результате которого состояние термодинамической системы изменяется от начального M до конечного состояния M' . Тогда в процессе изменения состояния элементарное приращение количества теплоты Q можно представить в виде:

$$dQ = \left(\frac{\partial Q}{\partial z_1} \right) dz_1 + \left(\frac{\partial Q}{\partial z_2} \right) dz_2 + \dots + \left(\frac{\partial Q}{\partial z_n} \right) dz_n. \quad (3.39)$$

Исходя из четвертого постулата, который определяет соотношение между величинами Q и θ ($dQ = c_l d\theta$), и существующей связи между эмпирической и абсолютной температурами, предположим, что:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial z_1} \right) = c_1 \left(\frac{\partial T}{\partial z_1} \right); \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial z_2} \right) = c_2 \left(\frac{\partial T}{\partial z_2} \right); \dots; \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial z_n} \right) = c_n \left(\frac{\partial T}{\partial z_n} \right), \text{ откуда}$$

$$dQ = c_1 \left(\frac{\partial T}{\partial z_1} \right) dz_1 + c_2 \left(\frac{\partial T}{\partial z_2} \right) dz_2 + \dots + c_n \left(\frac{\partial T}{\partial z_n} \right) dz_n, \quad (3.40)$$

где c_k – феноменологические величины, которые характеризуют процессы в направлении координатных осей и, в самом общем случае, зависят от параметров свойств z_1, z_2, \dots, z_n , однако в элементарной окрестности точки M их можно считать постоянными.

Как уже указывалось выше основное отличие скалярного поля эмпирической температуры θ от вещественной функции $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ состоит в том, что скалярное поле $\theta = \theta(M)$ не связано с выбором системы координат, а функция $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ связана с выбором координатных осей для независимых переменных z_1, z_2, \dots, z_n . Поэтому эмпирическая температура θ представляет собой скаляр, а абсолютная температура –

математическую функцию $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ в виде аналитического выражения. Установленная опытным путем линейная связь между эмпирической и абсолютной температурами позволяет уравнение (3.10) записать в виде $dQ = c_1 dT$. Также как следует из (3.40), в общем случае мы пришли к необходимости изучения многомерной формы Пфаффа, которая интегрируема в области E^n .

Покажем, что постулатов (1) – (4) достаточно для обоснования принципов существования энтропии и энергии и получения математической формы закона сохранения энергии для многих переменных.

Решение поставленной задачи зависит от выбора вида функции абсолютной температуры $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ и здесь можно предложить несколько способов интегрирования уравнение (3.40).

В качестве первого варианта предположим, что функция $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ может быть представлена в виде произведений функций, зависящих от параметров свойств $T = \varphi_1(z_1)\varphi_2(z_2)\cdot\dots\cdot\varphi_n(z_n)$. Класс мультипликативных функций охватывает обширное множество возможных моделей для описания пространства состояний E^n и позволяет получить общий интеграл уравнения (3.40).

Для решения задачи сформулируем следующую лемму.

Пусть задана форма Пфаффа вида (3.40) и пусть известно, что в окрестности произвольной точки M пространства состояний E^n функция $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ может быть представлена в виде произведения функций, зависящих от параметров свойств $T = \varphi_1(z_1)\varphi_2(z_2)\cdot\dots\cdot\varphi_n(z_n)$. Тогда для уравнения (3.40) обязательно существует интегрирующий делитель, который обращает данное уравнение в полный дифференциал.

Покажем, что интегрирующим делителем уравнения (3.40) будет функция $T = \varphi_1(z_1)\varphi_2(z_2)\cdot\dots\cdot\varphi_n(z_n)$. Подставив данную функцию в (3.40) и деля это уравнение на T , получим:

$$ds = \frac{dQ}{T} = \frac{1}{\varphi_1(z_1)\varphi_2(z_2)\cdot\dots\cdot\varphi_n(z_n)} [c_1 \varphi_1'(z_1)\varphi_2(z_2)\cdot\dots\cdot\varphi_n(z_n)dz_1 + c_2 \varphi_1(z_1)\varphi_2'(z_2)\cdot\dots\cdot\varphi_n(z_n)dz_2 + \dots + c_n \varphi_1(z_1)\varphi_2(z_2)\cdot\dots\cdot\varphi_n'(z_n)dz_n].$$

После сокращений из данного соотношения получаем:

$$ds = \frac{dQ}{T} = c_1 \frac{\varphi_1'(z_1)}{\varphi_1(z_1)} dz_1 + c_2 \frac{\varphi_2'(z_2)}{\varphi_2(z_2)} dz_2 + \dots + c_n \frac{\varphi_n'(z_n)}{\varphi_n(z_n)} dz_n. \quad (3.41)$$

Считая величины c_k в окрестности точки M условно постоянными величинами и интегрируя уравнение (3.41), представим величину s в виде:

$$s - s_0 = c_1 \ln \left(\frac{\varphi_1(z_1)}{\varphi_1(z_{10})} \right) + c_2 \ln \left(\frac{\varphi_2(z_2)}{\varphi_2(z_{20})} \right) + \dots + c_n \ln \left(\frac{\varphi_n(z_n)}{\varphi_n(z_{n0})} \right). \quad (3.42)$$

где $s_0, z_{10}, \dots, z_{n0}$ – параметры некоего опорного состояния.

Величину s называют *энтропией* состояния и она определяется с точностью до произвольной аддитивной постоянной. Далее будет показано, что энтропия является интегралом уравнения (3.40) и характеристической функцией пространства состояний E^n . Для любого процесса в окрестности произвольного состояния M дифференциалы функций Q и s пропорциональны: $dQ = T ds$. Однако, это справедливо, если абсолютная температура представима в виде мультипликативной функции относительно параметров свойств вида $T = \varphi_1(z_1)\varphi_2(z_2) \cdot \dots \cdot \varphi_n(z_n)$, а также для некоторых других случаев. Для мультипликативных функций абсолютной температуры справедливо свойство:

$$\frac{\partial T}{\partial z_k} = \frac{T}{\varphi_k(z_k)} \varphi_k'(z_k), \quad (3.43)$$

которое будем использовать в дальнейших выводах.

Получим дифференциальное уравнение для описания количества теплоты при справедливости принятых ранее гипотез. С учетом (3.43):

$$\frac{1}{c_k} \left(\frac{\partial Q}{\partial z_k} \right) = \frac{\varphi_k'(z_k)}{\varphi_k(z_k)} T, \quad \text{так как} \quad \frac{\partial Q}{\partial z_k} = c_k \frac{\partial T}{\partial z_k}. \quad (3.44)$$

Суммируя соотношения (3.44) для всех $k=1, 2, \dots, n$ получим линейное неоднородное уравнение в частных производных первого порядка вида:

$$\frac{\varphi_1(z_1)}{c_1 \varphi_1'(z_1)} \left(\frac{\partial Q}{\partial z_1} \right) + \frac{\varphi_2(z_2)}{c_2 \varphi_2'(z_2)} \left(\frac{\partial Q}{\partial z_2} \right) + \dots + \frac{\varphi_n(z_n)}{c_n \varphi_n'(z_n)} \left(\frac{\partial Q}{\partial z_n} \right) = nT. \quad (3.45)$$

В общем случае решение уравнения (3.45) осуществляется методом характеристик [70], которые определяются системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$ds = c_1 n \frac{\varphi_1'(z_1)}{\varphi_1(z_1)} dz_1 = c_2 n \frac{\varphi_2'(z_2)}{\varphi_2(z_2)} dz_2 = \dots = c_n n \frac{\varphi_n'(z_n)}{\varphi_n(z_n)} dz_n = \frac{dQ}{T}, \quad (3.46)$$

где s – функция энтропии (3.41). Если сложить все слагаемые уравнения (3.46) кроме последнего, то получим в точности уравнение (3.41). Из (3.46) видно, что энтропия является параметром характеристических кривых (3.46) в пространстве состояний E^n [70].

Известно, что для уравнения (3.45) характеристики определяются системой уравнений (3.46), а семейство поверхностей, ортогональных этим характеристикам, определяется из скалярного произведения вектора

$$\vec{F} = \frac{\varphi_1(z_1)}{c_1 \varphi_1'(z_1)} \mathbf{e}_1 + \frac{\varphi_2(z_2)}{c_2 \varphi_2'(z_2)} \mathbf{e}_2 + \dots + \frac{\varphi_n(z_n)}{c_n \varphi_n'(z_n)} \mathbf{e}_n \quad (3.47)$$

и единичного вектора $\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 dz_1 + \mathbf{e}_2 dz_2 + \dots + \mathbf{e}_n dz_n$, а именно $(\vec{F} \cdot \mathbf{e}) = 0$.

Последнее соотношение можно представить в развернутом виде многомерного уравнения Пфаффа:

$$\frac{\varphi_1(z_1)}{c_1 \varphi_1'(z_1)} dz_1 + \frac{\varphi_2(z_2)}{c_2 \varphi_2'(z_2)} dz_2 + \dots + \frac{\varphi_n(z_n)}{c_n \varphi_n'(z_n)} dz_n = 0. \quad (3.48)$$

Данное уравнение приводится к полному дифференциалу, поэтому существует потенциал $P(z_1, z_2, \dots, z_n) = C$ пространства состояний E^n , который можно представить в виде семейства поверхностей, ортогональных линиям энтропии.

Таким образом, теория термодинамики изучает специальные виды дифференциальных форм Пфаффа, которые интегрируемы для некоторых континуальных пространств состояний с заданными средами моделирования и при определенных видах величин c_k . Например, при постоянных значениях коэффициентов c_k решение находится просто, при зависимостях данных величин от параметров состояния или температуры общее решение существенно усложняется. В этом случае оно будет связано с интегрированием нелинейных уравнений Пфаффа, которые могут быть приведены к квазилинейным уравнениям первого порядка в частных производных [70, 72, 104].

В качестве второго варианта решения задачи предположим, что абсолютная температура $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ представляется величиной, входящей в класс однородных функций. Данный класс функций также

охватывает обширное множество возможных моделей для описания пространства состояний E^n и позволяет всегда получить интеграл уравнения (3.40). Учитывая соотношения (3.40) в общем случае можем записать:

$$\frac{\partial Q}{\partial z_k} = c_k \frac{\partial T}{\partial z_k}. \quad (3.49)$$

Как определено ранее, c_k – эмпирические величины уравнения $dQ = c_k dT$, которые характеризуют процессы, протекающие соответственно в направлении координатных осей z_1, z_2, \dots, z_n системы координат пространства состояний E^n .

Так как среда моделирования выбирается в классе однородных функций, то величина T в многомерном пространстве переменных z_1, z_2, \dots, z_n будет иметь вид однородной функции степени β , для которой $\alpha^\beta T = T(\alpha z_1, \alpha z_2, \dots, \alpha z_n)$, где α – некий множитель. Известно, что однородная функция степени β , имеющая непрерывные частные производные, удовлетворяет формуле Эйлера [114]:

$$\beta T = z_1 \frac{\partial T}{\partial z_1} + z_2 \frac{\partial T}{\partial z_2} + \dots + z_n \frac{\partial T}{\partial z_n}. \quad (3.50)$$

Используя зависимости (3.49), уравнение (3.50) приведем к виду:

$$\frac{z_1}{c_1} \frac{\partial Q}{\partial z_1} + \frac{z_2}{c_2} \frac{\partial Q}{\partial z_2} + \dots + \frac{z_n}{c_n} \frac{\partial Q}{\partial z_n} = \beta T. \quad (3.51)$$

Данное уравнение является линейным неоднородным уравнением в частных производных первого порядка. Из полученных результатов следует, что для квазистационарных процессов в соответствии с исходными допущениями функция количества теплоты в пространстве E^n удовлетворяет уравнению (3.51), которое является частным случаем уравнения (3.45), когда $\varphi_k(z_k) = z_k$ и $n = \beta$.

Для получения решения (3.51) воспользуемся методом характеристик. Согласно [70] характеристики уравнения в этом случае определяются системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\beta c_1 \frac{dz_1}{z_1} = \beta c_2 \frac{dz_2}{z_2} = \dots = \beta c_n \frac{dz_n}{z_n} = \frac{dQ}{T} = ds, \quad (3.52)$$

где s – некоторый вещественный параметр. Если определить величину s как параметр, изменяющийся вдоль характеристической кривой, например, как длину дуги этой кривой, то дифференциальные уравнения (3.52) примут вид:

$$\beta c_1 \frac{dz_1}{ds} = z_1; \quad \beta c_2 \frac{dz_2}{ds} = z_2; \quad \dots; \quad \beta c_n \frac{dz_n}{ds} = z_n; \quad \frac{dQ}{ds} = T. \quad (3.53)$$

Известно, что интегральное решение уравнения (3.51) можно покрыть семейством характеристик, причем любая характеристическая кривая, определяемая уравнениями (3.52) и имеющая общую точку с многомерной интегральной поверхностью, целиком лежит на этой поверхности.

Из системы (3.52) для любого произвольного процесса l при постоянных коэффициентах c_k и условии, что $dQ = c_l dT$, имеем следующие n первых независимых интегралов:

$$\frac{z_1^{c_1/c_n}}{z_n} = a_1; \quad \frac{z_2^{c_2/c_n}}{z_n} = a_2; \quad \dots; \quad \frac{z_{n-1}^{c_{n-1}/c_n}}{z_n} = a_{n-1}; \quad T = a_n z_n^{n c_n / c_l}. \quad (3.54)$$

Общее интегральное решение исходного уравнения (3.51) определяется из следующего уравнения:

$$\Phi \left(\frac{z_1^{c_1/c_n}}{z_n}, \frac{z_2^{c_2/c_n}}{z_n}, \dots, \frac{z_{n-1}^{c_{n-1}/c_n}}{z_n}, T z_n^{-n c_n / c_l} \right) = 0, \quad \text{откуда}$$

$$Q + C_1 = c_l z_n^{n c_n / c_l} \Theta \left(\frac{z_1^{c_1/c_n}}{z_n}, \frac{z_2^{c_2/c_n}}{z_n}, \dots, \frac{z_{n-1}^{c_{n-1}/c_n}}{z_n} \right), \quad (3.55)$$

где Θ – произвольная дифференцируемая функция, C_1 – постоянная интегрирования. Таким образом, общим решением является интеграл квазилинейного уравнения (3.51), зависящий от произвольной функции вида (3.55). Также можно найти общее решение уравнения (3.45).

В случае, если рассматривается определенный процесс изменения состояния l , который для параметров свойств в окрестности точки M может быть представлен в параметрическом виде относительно времени (3.1), то функция Θ уже не будет произвольной [70, 126], а определится путем поиска решения системы (3.53), удовлетворяющего при $s=0$ или $s=s_0$ начальным условиям (3.1). Поиск решения системы (3.53) в данном случае для n переменных аналогичен выводу уравнений (3.32) – (3.37), которые были найдены для идеального газа.

Принцип существования энтропии для пространства состояний E^n вытекает из зависимостей для характеристик системы (3.52), откуда для n переменных ($\beta = n$) сразу находим:

$$ds = c_1 \frac{dz_1}{z_1} + c_2 \frac{dz_2}{z_2} + \dots + c_n \frac{dz_n}{z_n}. \quad (3.56)$$

Данную величину обычно называются *энтропией*. Как видно она является характеристической функцией пространства состояний E^n . Как следует из уравнений (3.52), в параметрическом представлении энтропия является длиной дуги (параметром) векторной линии непрерывного векторного поля, которое соответствует уравнению (3.51).

Для более сложных случаев представления абсолютной температуры однородными функциями, когда в соотношениях (3.40) величины c_k зависят от переменных z_k в виде $c_k = c_k(z_1, \dots, z_n)$, энтропия будет определяться из решения системы (3.52) с переменными коэффициентами c_k . При представлении абсолютной температуры мультипликативными функциями энтропия будет выражаться зависимостями вида (3.41).

Из уравнений (3.46) и (3.52) само собой вытекает соотношение, которое связывает между собой количество теплоты Q с энтропией s :

$$ds = \frac{dQ}{T}. \quad (3.57)$$

В дальнейших выводах исходим из справедливости соотношения $dQ = T ds$, которое верно для случаев представления абсолютной температуры через мультипликативные и однородные функции.

Например, рассмотрим абсолютную температуру в виде мультипликативной функции. Для формы Пфаффа (3.40) в пространстве E^n существует векторное поле, которое связано с линиями энтропии [1, 70, 126]. Рассмотрим непрерывное векторное поле:

$$\vec{R} = \left(\frac{\partial Q}{\partial z_1} \right) \mathbf{e}_1 + \left(\frac{\partial Q}{\partial z_2} \right) \mathbf{e}_2 + \dots + \left(\frac{\partial Q}{\partial z_n} \right) \mathbf{e}_n,$$

откуда с учетом (3.44) получим

$$\vec{R} = c_1 \left(\frac{\partial T}{\partial z_1} \right) \mathbf{e}_1 + c_2 \left(\frac{\partial T}{\partial z_2} \right) \mathbf{e}_2 + \dots + c_n \left(\frac{\partial T}{\partial z_n} \right) \mathbf{e}_n, \quad (3.58)$$

где \mathbf{e}_k – единичные векторы, направленные соответственно по осям координат z_1, z_2, \dots, z_n пространства состояний E^n .

В пространстве E^n функция энтропии согласно (3.42) образует скалярное поле, поэтому градиент поля будет равен:

$$\text{grad}(s) = c_1 \frac{\varphi_1'(z_1)}{\varphi_1(z_1)} \mathbf{e}_1 + c_2 \frac{\varphi_2'(z_2)}{\varphi_2(z_2)} \mathbf{e}_2 + \dots + c_n \frac{\varphi_n'(z_n)}{\varphi_n(z_n)} \mathbf{e}_n. \quad (3.59)$$

Обратим внимание, что для всех проекций векторов (3.58) и (3.59) выполняется следующее условие:

$$\frac{\vec{R}_k}{\text{grad}_k(s)} = \frac{c_k \varphi_1(z_1) \cdot \dots \cdot \varphi_k'(z_k) \cdot \dots \cdot \varphi_n(z_n)}{c_k \varphi_k'(z_k)} \varphi_k(z_k) = T. \quad (3.60)$$

Из соотношения (3.60) следует пропорциональность одноименных проекций векторов \vec{R} и $\text{grad}(s)$. Это говорит о том, что в каждой точке M пространства E^n данные векторы параллельны, причем

$$\text{grad}(s) = \frac{1}{T} \vec{R}. \quad (3.61)$$

Можно показать, что данное соотношение справедливо и для случая представления абсолютной температуры T однородной функцией.

Таким образом, нами введено понятие энтропии как векторной характеристики (дуги векторной линии или параметра характеристики) некоего непрерывного векторного поля, которое, по большому счету, порождается скалярным полем эмпирической температуры, исходя из справедливости соотношения $dQ = c_l d\theta$. Поле эмпирической температуры θ характеризует состояния термодинамической системы в пространстве E^n и однозначно связано с абсолютной температурой. При этом принцип существования энтропии при заданном математическом виде функции абсолютной температуры является следствием принятых постулатов. Для того чтобы обоснованно принять вид функции $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ используют установленную опытным путем связь этой величины с эмпирической температурой $\theta = \theta(M)$, которая вместе с количеством теплоты определяет физическое содержание задачи.

3.4 Закон сохранения энергии для многих переменных

В физике понятие энергии является крайне важным. Это понятие сформировалось благодаря историческим опытам Джоуля, когда была установлена эквивалентность тепла и работы. Данный эмпирический факт эквивалентности стал первым шагом к формулировке закона передачи и сохранения энергии. Общее философское определение энергии имеет вид: энергия – это общая мера различных форм материального движения. Так сложилось, что исторически концепция энергетического взаимодействия была сформулирована для физических систем и физико-химических форм движения материи. Энергетический принцип является незыблемой основой научного мировоззрения в физике. Однако вопрос применимости этой концепции к нефизическим системам сегодня пока остается открытым.

В свое время А. Пуанкаре указывал на тот факт, что выбор функции, которую сегодня называют энергией, является условным и, единственная возможная формулировка первого закона термодинамики для физико-химических систем формулируется в виде: «...существует нечто остающееся постоянным. Даная формулировка охватывает как закон сохранения энергии, так и закон сохранения массы. Это «нечто» представляет собой математическую функцию, физический смысл которой интуитивно не ясен» [92].

Попробуем для термодинамических систем получить закон сохранения энергии для многих переменных как следствие установленных ранее закономерностей. Уравнение (3.57) получено для случаев описания абсолютной температуры мультипликативными и однородными функциями и представляет собой основное соотношение, на основе которого могут быть получены важные результаты. Покажем, что из соотношения $dQ = T ds$, как следствие, может быть сформулирован принцип существования энергии как математической функции и получен аналог закона сохранения энергии для многих переменных.

Представим зависимость для изменения количества теплоты в виде:

$$dQ = T ds = c_n dT + (T ds - c_n dT). \quad (3.62)$$

Определим энергию как величину, равную $du = c_n dT$. Используя функцию абсолютной температуры в виде мультипликативной

зависимости $T = \varphi_1(z_1)\varphi_2(z_2)\cdots\varphi_n(z_n)$, представление ds в форме (3.41) и, задавая dT в виде суммы частных дифференциалов относительно параметров свойств z_k , преобразуем (3.62) к виду:

$$T ds = du + r(\alpha_1 \varphi_1'(z_1)\varphi_2(z_2)\cdots\varphi_{n-1}(z_{n-1}) dz_1 + \alpha_2 \varphi_1(z_1)\varphi_2'(z_2)\cdots\varphi_{n-1}(z_{n-1}) dz_2 + \dots + \alpha_{n-1} \varphi_1(z_1)\varphi_2(z_2)\cdots\varphi_{n-1}'(z_{n-1}) dz_{n-1};$$

$$\alpha_1 = 1; \alpha_k = \frac{c_k - c_n}{c_1 - c_n}; r = \frac{(c_1 - c_n)T_0}{\varphi_1(z_{10})\varphi_2(z_{20})\cdots\varphi_n(z_{n0})}. \quad (3.63)$$

Здесь $T_0, z_{10}, z_{20}, \dots, z_{n0}$ – параметры опорного состояния, с помощью которого функция абсолютной температуры может быть представлена в виде $rT = T_0 \frac{(c_1 - c_n)\varphi_1(z_1)\varphi_2(z_2)\cdots\varphi_n(z_n)}{\varphi_1(z_{10})\varphi_2(z_{20})\cdots\varphi_n(z_{n0})}$. Так как значение величины T_0

в опорной точке принимается условно, то его можно определить таким образом, чтобы коэффициент r был равен единице, тогда $T_0 = \frac{\varphi_1(z_{10})\varphi_2(z_{20})\cdots\varphi_n(z_{n0})}{c_1 - c_n}$. Уравнение (3.63) является аналогом закона

сохранения энергии для случая n переменных.

Энтродия s и энергия системы u являются функциями состояния для пространства E^n . Можно показать, что уравнение для энтропии и уравнение сохранения энергии в термодинамике для двух переменных являются частными случаями уравнений (3.42) и (3.63).

Для двух параметров свойств при представлении абсолютной температуры в виде $T = \varphi_1(z_1)\varphi_2(z_2) = z_1 z_2 / R$, энтропия будет равна:

$$s - s_0 = c_1 \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + c_2 \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right). \quad (3.64)$$

Если принять $z_1 = v; z_2 = p$ и $c_1 = c_p; c_2 = c_v$, то уравнение (3.64) будет иметь вид выражения энтропии идеального газа (3.20). В свою очередь, уравнение (3.63) будет совпадать с уравнением (3.24):

$$T ds = du + p dv, \quad (3.65)$$

где изменение энергии равно $du = c_v dT$. Данное соотношение имеет вид классического уравнения сохранения энергии, которое количественно характеризует первое начало в термодинамике. При условии, что коэффициент $r=1$, определим значение абсолютной температуры T_0 в опорной точке:

$$T_0 = \frac{z_{10} z_{20}}{c_1 - c_2} = \frac{P_0 \nu_0}{c_p - c_v} = 273,1494 \frac{R_i}{c_p - c_v} = 273,1494 \text{ K}. \quad (3.66)$$

Таким образом, в качестве опорной точки при преобразовании координат в термодинамике выбирается эмпирически определяемое состояние идеального газа, при котором данное состояние соответствует температуре 273,15 по шкале Кельвина.

Зависимость (3.57) можно получить непосредственно из разложения дифференциала dQ для произвольного процесса согласно (3.40):

$$dQ = c_1 \left(\frac{\partial T}{\partial z_1} \right) dz_1 + \dots + c_n \left(\frac{\partial T}{\partial z_n} \right) dz_n = T \sum_{k=1}^n c_k \frac{dz_k}{z_k}, \quad (3.67)$$

Учитывая свойство (3.43), сразу получаем уравнение (3.57).

Уравнения (3.62) – (3.66) получены для случая мультипликативной функции абсолютной температуры. Можно показать, что аналогичные результаты имеют место и для представления функции T однородной функцией. Из уравнений (3.50) и (3.52) для $\beta = n$ можно получить зависимости вида

$$\frac{\partial T}{\partial z_k} = \frac{T}{z_k}, \quad (3.68)$$

тогда уравнения (3.62) – (3.63) справедливы и имеют более простой вид

$$T ds = du + r(\alpha_1 z_2 \cdot \dots \cdot z_{n-1} dz_1 + \alpha_2 z_1 z_3 \cdot \dots \cdot z_{n-1} dz_2 + \dots \\ \dots + \alpha_{n-1} z_1 z_2 \cdot \dots \cdot z_{n-2} dz_{n-1}), \quad (3.69)$$

где $\alpha_1 = 1$; $\alpha_k = \frac{c_k - c_n}{c_1 - c_n}$; $r = \frac{(c_1 - c_n)T_0}{z_{10} z_{20} \cdot \dots \cdot z_{n0}}$. Здесь абсолютная температура

была представлена в виде $T = \frac{z_1 z_2 \cdot \dots \cdot z_n}{z_{10} z_{20} \cdot \dots \cdot z_{n0}}$.

Полученный закон сохранения энергии для n переменных в виде соотношений (3.63), (3.69) подтверждает справедливость утверждения А. Пуанкаре и указывает на то, что «нечто» остающееся постоянным» должно существовать в виде некоторой меры континуального пространства состояний E^n . При этом понятие энергии действительно является математической функцией в виде полного дифференциала $du = c_n dT$. Содержательный смысл закона сохранения энергии при совершении термодинамических процессов связан с представлением

изменений количества теплоты через сумму двух величин: одна из которых в виде энергии пропорциональна изменению скалярной функции абсолютной температуры T , а вторая представляет собой некоторую функцию параметров состояния.

Таким образом, принципы существования энтропии и энергии являются следствием постулирования факта наличия поля эмпирической температуры, или, другими словами, следствием существования непрерывного континуального пространства состояний E^n . Данные принципы самым тесным образом связаны с гипотезой приближения скалярного поля эмпирической температуры в окрестности любого состояния мультипликативной или однородной функцией абсолютной температуры, а также с опытным фактом возможности определения теплоемкостей c_k для процессов изменения состояний. Количественное выражение для закона сохранения энергии в термодинамике также является прямым следствием справедливости данных положений.

Следует также отметить, что в общем случае, если в окрестности некоторой точки M существует непрерывное поле эмпирической меры, которое можно приблизить указанными выше функциями, то справедливость принципа существования энтропии и закона сохранения энергии является обоснованным фактом. Если такое поле не существует, то оба эти положения утрачивают достоверность. Этим определяется область применения данных положений, причем вид и особенности скалярного поля эмпирической меры, которые являются результатом опыта, будут определять особенности процессов в пространстве состояний.

В свою очередь, сформулированная теория никак не определяет направление процессов изменения состояний термодинамической системы. Другими словами, закон возрастания энтропии никак не связан с принципом существования энтропии и законом сохранения энергии. Закон возрастания энтропии не может быть сформулирован в рамках данного изложения теории. Необходимы дополнительные постулаты, которые бы характеризовали преобладающее направление формирования естественных процессов. Подобные положения могут вытекать только из опыта и определяться исключительно закономерностями развития процессов во времени.

Глава четвертая

**НЕКОТОРЫЕ АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ
ТЕРМОДИНАМИКИ**

4.1 Энтропия и вероятность термодинамических событий

После формулировки математического представления энтропии как векторной характеристики (характеристической функции) некоторого поля направлений, связанного со скалярным полем эмпирической меры в пространстве состояний термодинамической системы, есть смысл более детально поговорить об эмпирическом содержании этой величины. В этом плане одной из наиболее актуальных задач является поиск путей непосредственной оценки численных значений энтропии для реальных систем. Полученные в предыдущей главе результаты свидетельствуют о том, что для каждой эмпирической меры может существовать свой специфический вид энтропии.

В науке понятие энтропии на протяжении десятилетий вызывает множество споров, дискуссий и полемики [67, 119, 150]. Энтропия привнесена в научный мир из теории термодинамики, однако сегодня нет общепризнанных суждений о сущности энтропии как общесистемной величины. Различные точки зрения о сути энтропии исходят из того, что она является: некоторой субстанцией, связанной с ходом времени; свойством, характеризующим процессы; характеристикой математической модели процесса; информационным параметром процесса и т.д.

Причины роста энтропии в изолированных системах также имеют несколько трактовок. Следствием всего этого является то, что различные авторы по-разному определяют смысл энтропии – мера необратимости процессов; мера сложности системного описания объекта; мера неопределенности информации; мера разнообразия; мера хаотичности; мера структурированности и т.д. Все это говорит о том, что даже на первоначальном этапе формулировки понятий вопрос о сущности энтропии проработан явно недостаточно. Существуют известные представления о разных видах энтропии: термодинамической, статистической, информационной, математической, лингвистической и т.п.

Именно эта неопределенность и множественность представлений и позволили А. Пуанкаре утверждать, что «понятие энтропии чудовищно абстрактно». Самое неприятное в данном вопросе заключается в том, что по истечению более чем ста лет после высказывания А. Пуанкаре, проблема с неоднозначностью понятия энтропии и нераскрытой сущностью этой величины так и не была решена.

Расширенное представление об энтропии создает впечатление о ее универсальности в науке. Очень часто понятие энтропии в различных науках вводится априори без должного теоретического обоснования и опытного подтверждения, что приводит к заблуждениям и ошибочным обобщениям. Так как основой любой теории является опыт, то только опытные данные отражают характер естественных процессов в природе и обществе, которые в своей массе протекают в направлении наиболее вероятных изменений. Энтропия тесно связана со вторым законом термодинамики, формулировка которого дана Л. Больцманом в следующем виде: «Природа стремится от состояний менее вероятных к состояниям более вероятным». Все это говорит о том, что второй закон является отражением некоторого общего закона природы, который по аналогии с высказыванием Пуанкаре о законе сохранения энергии может быть образно сформулирован в виде: в природе существует «нечто» возрастающее при осуществлении процессов. Возможно, что это может быть энтропия, но изначально может быть и величина, которая более явно и непосредственно связана с опытом, например, вероятность изменения состояний систем или время, определяющее динамику процессов.

Таким образом, применение понятия энтропии широко используется [25, 67, 119, 128, 150]. Анализ состояния множества исследований в этой области указывает на то, что природа энтропии до конца пока не ясна, так как нет однозначного мнения по этому вопросу. Исходя из этого, одной из актуальных задач современной науки является поиск связей между понятиями энтропии, принятыми в различных областях знаний, и общесистемное раскрытие сущности этой величины. Отметим, что понятия энтропии наиболее проработаны в термодинамике и теории информации, несмотря на то, что они существенно отличаются между собой. Изучить связи между термодинамической и информационной энтропией можно на

основе исследования процессов изменения состояний идеального газа. Однако, для этого следует рассмотреть особенности определений энтропии, которые приняты в термодинамике и теории информации.

Термодинамическая энтропия

Фундаментальным законом термодинамики является ее второе начало. Этот закон устанавливает существование у всякой равновесной термодинамической системы однозначной функции состояния – термодинамической энтропии.

Содержание второго начала термодинамики определяется множеством различных формулировок. Как указывалось в разделе 1.4, в работе [93] дается анализ 18 формулировок этого закона, в работе [116] – 16 формулировок. Факт множественности формулировок говорит о нечеткости понятий второго начала и явно недостаточной определенности области возможного применения этого закона. Второе начало накладывает запрет на осуществление многих процессов, что для равновесных процессов определяется уравнением энтропии (1.20). На основе объединения первого и второго законов формулируется основное уравнение термодинамики, которое для равновесных процессов представлено уравнением (1.23), а для неравновесных – неравенством (1.24).

Большое значение в термодинамике имеет понятие идеального газа, который характеризуется исключительно простой структурой. Идеальный газ отличается низкой плотностью вещества, многие простые газы (водород, гелий, кислород, азот, неон и т.д.) при низких давлениях ведут себя как идеальный газ, т.е. строго подчиняются уравнению Клапейрона.

При определении состояний идеальных газов используется величина энтропии, которая на основе параметров состояния определяется по зависимостям (2.13). По отношению к выбранному опорному состоянию данная зависимость представляется в виде уравнения (2.16). С учетом полученных в предыдущих главах результатов для многомерных процессов в пространствах состояний термодинамических систем энтропия представляется зависимостью:

$$s - s_0 = c_1 \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + c_2 \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + \dots + c_n \ln\left(\frac{z_n}{z_{n0}}\right). \quad (4.1)$$

где c_k – теплоемкости, характеризующие процессы изменения систем.

Для идеальных газов или газов, приведенных к идеальному состоянию, энтропия однозначно определяется на основе известных термодинамических свойств газов, например, согласно термодинамических таблиц [96].

Существование термодинамической энтропии является фундаментальным принципом, определяющим изменение свойств и состояний систем в различных термодинамических процессах. Данная величина, как и энергия, положена в основу современной теории термодинамики.

Информационная энтропия

Понятие информационной энтропии вводится в теории информации. Данная наука изучает количественные закономерности, связанные с получением, передачей, обработкой и хранением информации. В связи с тем, что в теории информации применяются вероятностные методы, данная наука является разделом теории вероятностей.

В качестве объекта, о котором представляется или передается информация, рассматривается некоторая физическая система, которая случайным образом может оказаться в том или ином состоянии. Таким образом, считают, что системе заведомо присуща некоторая степень неопределенности. Для физической системы степень неопределенности определяется не только числом ее возможных состояний, но и вероятностями состояний. В качестве меры априорной неопределенности системы в теории информации применяется характеристика, которая называется энтропией.

Рассмотрим некоторую систему X , которая может принимать конечное множество состояний x_1, x_2, \dots, x_n с вероятностями p_1, p_2, \dots, p_n , где $p_i = P(X \sim x_i)$ – вероятность того, что система X примет состояние x_i . Здесь символом $X \sim x_i$ обозначается событие: система находится в состоянии x_i .

Так как количество состояний конечно, то очевидно, что $\sum_{i=1}^n p_i = 1$.

В теории информации энтропией системы называется сумма произведений вероятностей различных состояний этой системы на логарифмы этих вероятностей, взятая с обратным знаком:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^n p_i \log p_i. \quad (4.2)$$

Из соотношения (4.2) видно, что энтропия обращается в ноль, когда одно из состояний системы достоверно, а другие невозможны. При заданном числе состояний энтропия достигает максимума, когда эти состояния равновероятны; при увеличении числа состояний энтропия увеличивается. Кроме того, энтропия обладает свойством аддитивности, суть которого состоит в том, что, когда несколько независимых систем объединяются в одну, их энтропии складываются. Обычно в теории информации, логарифм в соотношении (4.2) берут при основании 2. Энтропия одного разряда двоичного числа, если он с одинаковой вероятностью может быть нулем или единицей, называется «двоичной единицей» и иногда обозначается *bit*.

При определении энтропии сложной системы, полученной объединением двух и более простых систем, используется теорема сложения энтропий. Под объединением двух систем X и Y с возможными состояниями x_1, x_2, \dots, x_n и y_1, y_2, \dots, y_n понимается сложная система (X, Y) , состояния которой (x_i, y_i) представляют собой все возможные комбинации состояний x_i, y_i систем X и Y . Если системы X и Y независимы, то есть принимают свои состояния независимо одна от другой, то по теореме умножения вероятностей имеем $P(X, Y) = P(X)P(Y)$. В свою очередь, при объединении двух независимых систем их энтропии складываются:

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y). \quad (4.3)$$

Данное соотношение верно для любого количества независимых систем, объединяемых в одну общую систему.

Если системы X и Y зависимы, то по теореме умножения вероятностей имеем $P(X, Y) = P(X)P(Y|X)$, где $P(Y|X)$ – условная вероятность того, что система Y примет некоторое состояние при условии, что система X находится в определенном заданном состоянии. В свою очередь, при объединении двух зависимых систем их энтропии также складываются по следующему правилу:

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y|X), \quad (4.4)$$

где $H(Y|X)$ – условная энтропия системы Y относительно системы X .

В случае физических систем с непрерывным множеством состояний энтропия определяется через плотность распределения вероятностей состояний. Наиболее простой пример непрерывной системы – это система, состояния которой описываются одной непрерывной случайной величиной с плотностью распределения $f(x)$. В более сложных случаях состояние системы может описываться несколькими случайными величинами X_1, X_2, \dots, X_n с плотностью распределения $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Подобную систему можно рассматривать как объединение в совокупность (X_1, X_2, \dots, X_n) простых систем X_1, X_2, \dots, X_n .

Для простой системы X , определяемой одной непрерывной случайной величиной X с плотностью распределения $f(x)$, энтропия равна:

$$H(X) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \log f(x) dx - \log \Delta x, \quad (4.5)$$

где Δx – степень точности оценки состояний системы. При этом все теоремы об определении энтропии системы с дискретными состояниями остаются в силе и для непрерывных систем.

В теории информации на основе энтропии оценивается информация, получаемая при наблюдении за физической системой. В частности, количество информации, приобретаемое при полном выяснении состояния некоторой физической системы, равно энтропии этой системы, то-есть $I_x = H(x)$.

В настоящее время существует несколько десятков различных определений понятия «информация». В теории информации ситуация с понятием информации существенно хуже, чем аналогичная ситуация в термодинамике с понятием энтропии. Различные точки зрения о сути информации исходят из того, что она является неотъемлемым свойством материи, некоторым материальным процессом, информационным свойством живой природы, целевой функцией, особым видом термодинамической энтропии и т.д. Множество противоречивых определений свидетельствует о том, что ни одно из них не является достаточно обоснованным.

Понятие информационной энтропии введено в научный обиход, исходя из аналогий с обобщенным определением энтропии в статистической термодинамике, которое сформулировано Планком, при

этом зависимость (4.2) без теоретического обоснования просто по соглашению распространена на любые физические системы, исходя из аналогий и формальных соображений простоты определения информационной энтропии.

Теория информации основана на вероятностных закономерностях, свойственных процессам и явлениям. Однако множество ситуаций не укладываются в информационную модель Шеннона. Не всегда представляется возможным заранее установить перечень всех состояний системы. Кроме того, в теории информации рассматривается только формальная сторона сообщения, в то время как смысл его остается в стороне [25].

Далее, так как теория информации является разделом теории вероятностей, то теоретический подход к вычислению вероятностей был изначально привнесен как основной принцип анализа. В этом случае, исходя из причинно-следственной картины формирования событий, дается оценка вероятностей сложных событий с привлечением теорем сложения и умножения вероятностей. Однако, на практике часто невозможно достоверно отобразить дерево событий с вероятностями последовательных переходов между событиями, если не пользоваться результатами опыта, а исходить только из теоретических предпосылок, логических и гипотетических предположений.

Методы непосредственного определения апостериорных вероятностей событий на основе данных опыта используются в теории информации существенно реже, нежели теоретические методы подсчета вероятностей, что часто связано с отсутствием достаточного объема данных. Поэтому для многих сложных физических систем невозможно достоверно определить вероятности их состояний. Также большой проблемой является нечеткость определения, что понимается под состоянием физической системы и как это понятие связано со свойствами систем, а также наблюдаемыми событиями или с их характеристическими случайными величинами.

Со времен работ Л. Бриллюэна взаимосвязь информации и физической энтропии изучалась многими учеными, однако гипотеза о связи этих величин так и не была подтверждена опытным путем.

Установление аналогий между термодинамической и информационной энтропией следует начинать с согласования понятий состояния физической системы в термодинамике и в теории информации.

Анализ и согласование понятий энтропии

На первый взгляд, отличия в понятиях термодинамической и информационной энтропий не очень значительны, т.к. форма зависимостей очень похожа. Однако, проблема достаточно существенна, дискуссия о взаимосвязи этих величин тянется уже длительное время.

Сегодня имеется два основных подхода к определению термодинамической энтропии. В первом случае энтропия определяется через эмпирическую формулу Клаузиуса (1.20). Эта формула верна как для идеальных газов, так и для реальных молекулярных систем, т.е. для расчетов энтропии газов, жидкостей и твердых тел. Энтропия Клаузиуса находится по известным термодинамическим параметрам макросостояний системы и широко используется в классической термодинамике.

Во втором случае в статистической физике энтропию определяют по формуле Больцмана (1.25), которая получена исключительно для идеального газа и представляет собой сумму частных энтропий всех молекул. В этом случае энтропия определяется по всем микросостояниям системы в целом.

Считается, что для идеального газа энтропии Клаузиуса и Больцмана тождественно равны. В свою очередь, формулы для термодинамической энтропии Больцмана-Гиббса $s = -k_B \sum p_i \ln(p_i)$ и Шеннона для информационной энтропии $h = -\sum p_i \log(p_i)$ имеют некоторое внешнее сходство, но это не дает оснований говорить о взаимосвязи двух видов энтропии. Кроме того, имеются существенные различия в размерностях, т.к. информационная энтропия безразмерна, а термодинамическая – имеет размерность энергии. Также по определению информационная энтропия чаще всего применяется по отношению к некоторому процессу изменения макросостояний физической системы, в свою очередь, процесс определения статистической энтропии связан с множеством элементов, образующих физическую систему, микросостояния которых формируют макросостояние системы.

Таким образом, если существуют взаимосвязи между различными видами энтропии, то их следует искать не на уровне изучения микросостояний, а на уровне анализа макросостояний идеального газа, иначе происходит полная путаница с объектами исследований в обоих случаях. В термодинамике энтропия эмпирически определяется через параметры состояния термодинамической системы в соответствие с уравнениями (1.20) и (2.16), что обосновано опытом, поэтому и определение информационной энтропии должно быть связано с вероятностями состояния, которые будут определяться параметрами макросостояния физической системы.

В термодинамике состояние системы четко определено – это мгновенная оценка совокупности значений параметров свойств, характерных для данной системы. Параметром может быть любое свойство системы, если оно количественно определено и рассматривается как независимая переменная, определяющая вместе с другими переменными состояние системы.

В теории информации энтропия вводится через вероятности состояний физической системы. Однако, четкого определения, что в самом общем случае понимается под состоянием физической системы и как, исходя из этого, определяется вероятность состояния, в учебниках особо не раскрывается. Считается, что для каждой изучаемой физической системы этот вопрос уже решен отдельно.

Поэтому, и в термодинамике, и в теории информации следует четко сформулировать общее понятие состояния физической системы и показать, как определяется вероятность состояния. Далее это позволит оценивать возможности существования взаимосвязей между разными величинами энтропий, исходя из одинаковых исходных предпосылок.

Будем пользоваться понятием, уже принятым в разделе 3.1, исходя из которого определим *состояние* физической системы (объекта) как совокупность ее наблюдаемых свойств, параметры которых формируются под действием внешних и внутренних условий в конкретный момент времени и могут быть измерены.

Как уже указывалось ранее, множество n переменных для параметров свойств задает n -мерное пространство состояний E^n , где

$(z = z_1, z_2, \dots, z_n) \ z \in E^n$. Рассмотрим совместное событие A одновременного наблюдения n значений параметров и определим, что состояние физической системы в заданный момент времени будет характеризоваться не только совокупностью параметров свойств, которые отображаются точкой M_i , но и данным наблюдаемым событием. Будем считать, что существует статистическая вероятность данного события, которая может быть определена по выборке состояний объектов одного класса в заданный момент времени. Другими словами, на основе множества точек M_i в количестве m , где m – число наблюдений, может быть найдена статистическая вероятность w наблюдения каждой точки M_i в определенном объеме пространства состояний E^n при группировке данных, исходя из заданного количества диапазонов группирования. Это позволяет для выборки из m наблюдений определить вероятность совместного события A . Примем данную статистическую вероятность в качестве вероятности состояния физической системы и каждой точке M_i поставим в соответствие эту величину. Если считать, что вероятность w однозначно связана с некоторой эмпирической мерой W , то при оценке энтропий можно использовать результаты главы 3.

Таким образом, если при описании состояний одной и той же термодинамической системы (например, идеального газа) использовать различные эмпирические меры, то разные виды энтропий состояния будут определяться зависимостью (4.1). Между соответствующими энтропиями можно искать эмпирические уравнения связи.

Термодинамическая и информационная энтропии при описании состояний идеального газа

Покажем, что все вышеприведенное может быть применено по отношению к идеальному газу, состояние которого определяется двумя параметрами – давлением p и удельным объемом v . Если эмпирическую меру W представить эмпирической температурой θ , среду моделирования для пространства состояний – абсолютной температурой T , а коэффициенты c_k – теплоемкостями, то соответствующие зависимости будут иметь вид:

$$\theta = T - T_0; \quad T = \frac{p v}{R}; \quad R = \frac{p_0 v_0}{T_0}; \quad dQ = c_{l,t} dT;$$

$$s_t - s_{t0} = c_p \ln\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right) + c_v \ln\left(\frac{p}{p_0}\right). \quad (4.6)$$

Здесь ν_0, p_0 – параметры идеального газа при нормальных условиях; $T_0=273,15 \text{ K}$; c_v и c_p – изохорная и изобарная теплоемкости.

Для вероятностной модели считая, что эмпирическая мера W однозначно связана с вероятностью состояния w , а величина T – с геометрической вероятностью ρ , получим зависимости в виде:

$$\rho = \rho_1 \rho_2 = \frac{\nu}{\nu_{\max}} \frac{p}{p_{\max}}; \quad dW = c_{l,w} d\rho;$$

$$s_w - s_{w0} = c_{1w} \ln\left(\frac{\nu}{\nu_{\max}}\right) + c_{2w} \ln\left(\frac{p}{p_{\max}}\right) = c_{1w} \ln \rho_1 + c_{2w} \ln \rho_2. \quad (4.7)$$

Здесь ν_{\max}, p_{\max} – максимальные значения удельного объема и давления, наблюдаемые в опыте, $\nu/\nu_{\max} = \rho_1$ и $p/p_{\max} = \rho_2$.

Термодинамическая энтропия s_t и величины c_v и c_p в уравнении (4.6) имеют размерность, в свою очередь, информационная энтропия s_w и величины c_{1w} и c_{2w} в уравнении (4.7) безразмерны. Среды моделирования в соотношениях (4.6) и (4.7) связаны между собой, т.е. $T = (\nu_{\max} p_{\max} / R) \rho$, при этом величина T размерная, величина ρ безразмерная, а величина $\nu_{\max} p_{\max} / R$ имеет размерность температуры. Поэтому выполним согласование полученных зависимостей, исходя из данных опыта. Используя метод Монте-Карло, проведем такой же статистический эксперимент как и в разделе 2.3. Предположим, что состояние физической системы характеризуется двумя измеряемыми и независимыми параметрами z_1 и z_2 . В наблюдаемой области определения этих переменных $E^n(0 \leq z_1 \leq z_{1,\max}; 0 \leq z_2 \leq z_{2,\max})$ параметр z_1 может изменяться от нуля до $z_{1,\max}$, а параметр z_2 – от нуля до $z_{2,\max}$.

В теории вероятностей геометрическую вероятность ρ попадания точки в прямоугольник определяют в виде отношения площади прямоугольника, образованного правой вершиной $A(z_1, z_2)$, к площади всей прямоугольной области E^n (рис. 4.1). Для равномерно распределенной величины статистическая и геометрическая вероятности

равны между собой, т.е. $\rho = w$. Если величина распределена неравномерно, то данное условие нарушается.

Геометрическая вероятность попадания случайной точки в прямоугольник со сторонами, параллельными осям координат Oz_1 и Oz_2 (рис. 4.1), у которого правая вершина располагается в точке $A(z_1, z_2)$, равна:

$$\rho = P(0 \leq Z_1 < z_1; 0 \leq Z_2 < z_2) = \frac{z_1 z_2}{z_{1,\max} z_{2,\max}}. \quad (4.8)$$

Примем эту геометрическую вероятность за вероятность состояния $A(z_1, z_2)$, исходя из необходимости построения среды моделирования.

Предположим, что координаты точки $A(z_1, z_2)$ в процессе проведения статистических экспериментов на плоскости $z_1 O z_2$ в области E^n (рис. 4.1) могут быть выбраны на отрезках $[0, z_{1,\max}]$ и $[0, z_{2,\max}]$ каждый раз абсолютно случайно с учетом равномерного распределения независимых величин z_1 и z_2 . При этом определим значение вероятности расположения точки $A(z_1, z_2)$ в соответствии с уравнением (4.8).

Для решаемой нами задачи параметр z_1 – это удельный объем газа v , а параметр z_2 – это давление газа p .

Возьмем произвольный газ, например, водород. Известно, что при давлении среды, равном $p_0 = 101325 \text{ Па}$ и температуре $T_0 = 273,15 \text{ К}$ (нормальные физические условия), удельный объем водорода равен $v_0 = 11,12720 \text{ м}^3/\text{кг}$. Будем считать состоянием газа совместное событие, для которого пары значений давления и удельного объема выбраны случайно. Генерируя равномерно распределенным генератором случайных чисел значения параметра v от нуля до v_{\max} и значения параметра p от нуля до p_{\max} и вырезая на плоскости область $E^n(v_{\min}, v_{\max}; p_{\min}, p_{\max})$, которая соответствует существующим опытным данным термодинамических свойств газов, получим в области E^n диаграмму рассеивания физических свойств водорода, которая представлена на рисунке 4.1.

Зная термодинамические параметры состояния водорода, приведенного к идеальному состоянию, можно определить термодинамическую энтропию состояния газа. Воспользуемся для этого таблицами термодинамических свойств газов [96].

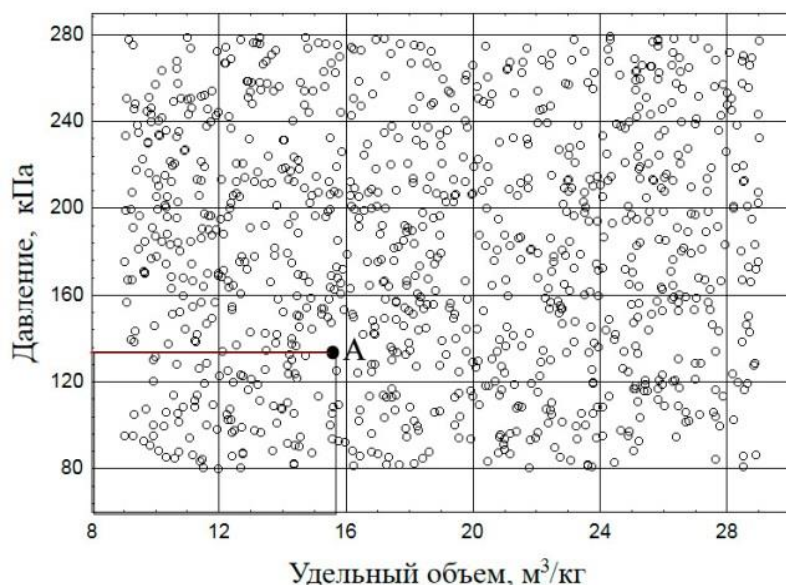


Рис. 4.1. – Диаграмма рассеивания физических свойств водорода при равномерном распределении данных (число статистических экспериментов – 1000)

При составлении таблиц предполагалось, что газ подчиняется уравнению состояния идеального газа. Значение энтропии газа определяется выражением:

$$s_t = \int_0^T \frac{c_p dT}{T} - R \ln p = s^0 - R \ln p. \quad (4.9)$$

Точность таблиц термодинамических свойств газов в области температур от -50°C до 1500°C составляет 0,5 %. Эта область для водорода приблизительно соответствует диапазонам изменения давления от $p_{\min}=80 \text{ кПа}$ до $p_{\max}=280 \text{ кПа}$ и удельного объема от $v_{\min}=9 \text{ м}^3/\text{кг}$ до $v_{\max}=29 \text{ м}^3/\text{кг}$.

Для идеального газа путем преобразований [96] из зависимости (4.9) можно получить уравнение для энтропии (4.6).

В свою очередь, по термодинамическим параметрам водорода в процессе статистического моделирования можно определить информационную энтропию в виде $s_w = k \log w$, где k – коэффициент пропорциональности, связанный с основанием логарифма, значение s_{w0} принято равным нулю при $w=1$, а в процессе моделирования параметры состояния водорода подчинены равномерному распределению, т.е. $w = \rho$.

Однако, уравнение (4.6) указывает на то, что в условиях опыта термодинамические параметры водорода не подчиняются равномерному распределению, так как изобарная и изохорная теплоемкости не равны между собой. Таким образом, статистическую модель состояний водорода,

представленную на рисунке 4.1, можно рассматривать как равномерно распределенную (равновозможную) среду моделирования, которую следует непосредственно увязать с опытными данными. Используя регрессионный анализ, получим для состояний водорода уравнение связи между термодинамической и информационной энтропиями в виде:

$$s_t = 88,268 + 12,659 s_w. \quad (4.10)$$

Здесь s_t определяется уравнением (4.9) и данными таблиц [96], а $s_w = \ln(w)$. Коэффициент корреляции уравнения (4.10) составил 0,99, результаты обработки данных приведены на рисунке 4.2.

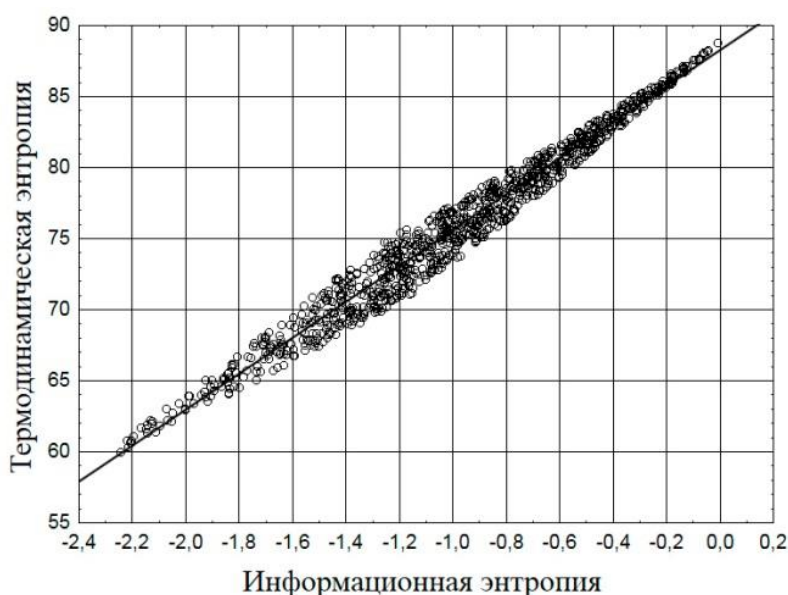


Рис. 4.2. – Взаимосвязь термодинамической s_t и информационной энтропии $s_w = \ln(w)$ для состояний водорода

По параметрам водорода определим также частную информационную энтропию в виде, который был предложен Шенноном $s_w = -w \ln(w)$. Результаты сравнения данных приведены на рисунке 4.3, на котором видна нелинейная зависимость между величинами. Это характерно для информационной энтропии Шеннона $s_w = -w \ln(w)$, которая зависит от произведения вероятности на логарифм вероятности.

Также, зная термодинамические параметры состояния азота, приведенного к идеальному состоянию, можно определить энтропию состояния этого газа. Соответствующее регрессионное уравнение связи между энтропиями состояний азота будет иметь вид:

$$s_t = 8,708 + 1,001 s_w. \quad (4.11)$$

Коэффициент корреляции уравнения (4.11) составил 0,99, результаты регрессионного анализа приведены на рисунке 4.4.

Аналогичным образом, связь между энтропиями состояний кислорода имеет вид:

$$s_t = 8,261 + 0,950 s_w. \quad (4.12)$$

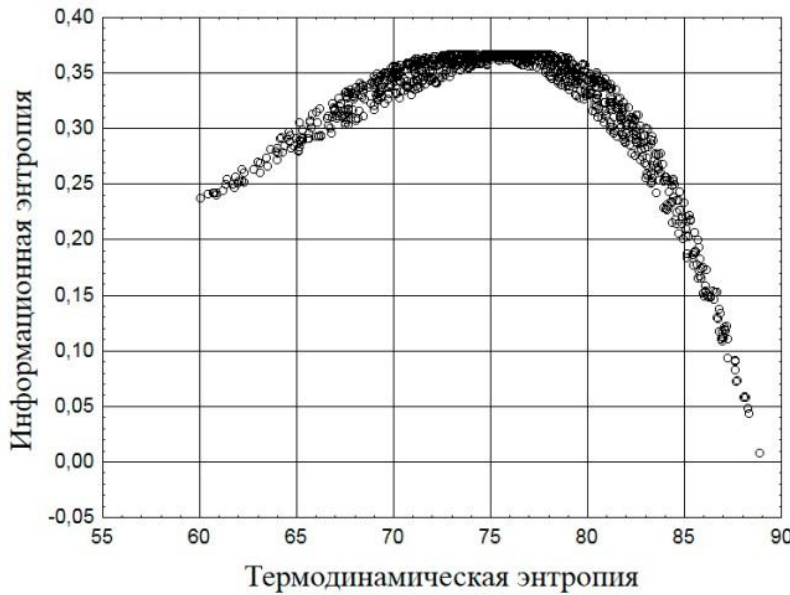


Рис. 4.3. – Взаимосвязь термодинамической s_t и информационной энтропии $s_w = -w \ln(w)$ для состояний водорода

Выполненный анализ показывает, что для любого идеального газа зависимость между термодинамической и информационной энтропиями имеет вид $s_t = a + b s_w$, где коэффициенты a и b имеют свои значения для каждого идеального газа. Данная зависимость позволяет установить связь между термодинамической вероятностью состояния \tilde{W} и статистической вероятностью состояния w термодинамической системы. Учитывая уравнение Больцмана $s_t = k_* \ln \tilde{W}$, где k_* – постоянная Больцмана, получим эту связь в виде:

$$\tilde{W} = \exp\left(\frac{a}{k_*}\right) w^{\frac{b}{k_*}}. \quad (4.13)$$

В уравнении (4.7) величины c_k в зависимости для частной энтропии $s_k = c_k \ln(z_k/z_{k0})$ могут в окрестности произвольного состояния зависеть от эмпирической меры. В свою очередь, учитывая однозначную связь эмпирической меры со статистической вероятностью w , данные коэффициенты могут быть приближены полиномами относительно величины w . Поэтому частные виды информационной энтропии могут быть представлены как в форме $s_k = \alpha_k \log(w)$, так и в форме $s_k = \beta_k w \log(w)$.

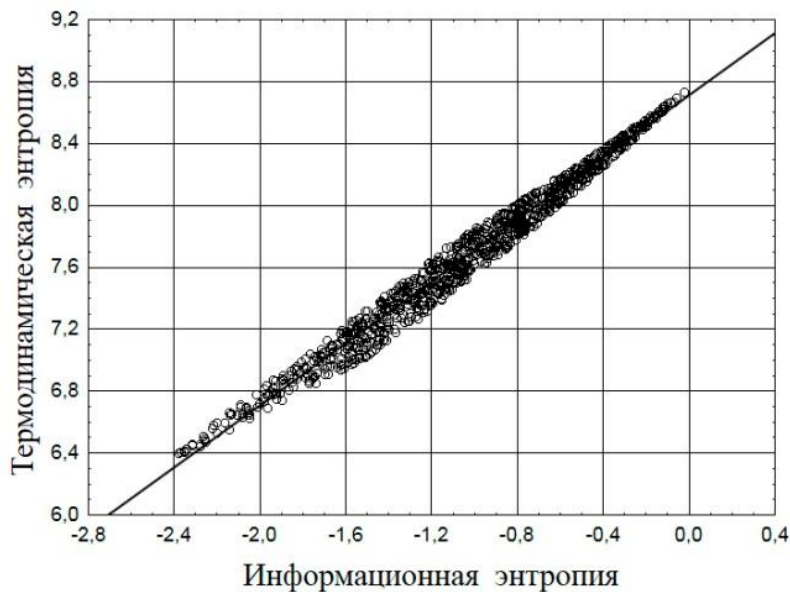


Рис. 4.4. – Взаимосвязь термодинамической s_t и информационной энтропии $s_w = \ln(w)$ для состояний азота

Если величины c_k в окрестности произвольного состояния приближены линейной зависимостью $c_k = \alpha_k + \beta_k w$, то получим $s_k = \alpha_k \log(w) + \beta_k w \log(w)$. Оба варианта представления энтропии, и $s_k = \alpha_k \log(w)$, и $s_k = \beta_k w \log(w)$, используются в термодинамике и теории информации. В первом случае, это энтропии Больцмана и Хартли, во втором случае – энтропии Гиббса и Шеннона.

Таким образом, как видно из приведенного выше материала, в зависимости от той или иной эмпирической меры, можно задать различные виды энтропий состояния физической системы и предложить методы непосредственной оценки ее значений. При этом принцип существования энтропии имеет свою определенную область применения.

Во-первых, понятие энтропии распространяются только на процессы, которые могут наблюдаться в опыте. Исходя из этого, бессмысленно этот принцип распространять на области, где отсутствуют опытные данные (пример – известный вывод о тепловой смерти Вселенной).

Во-вторых, понятие энтропии распространяется только на процессы и явления, для которых справедливо существование некой эмпирической меры, как полевой величины, для характеристики состояний физической системы.

И, наконец, область применения принципа ограничена эволюционными процессами, которым свойственны более или менее медленные, постепенные изменения в состояниях систем. Для систем, у которых нарушается континуальность и непрерывность пространств состояний, энтропия не определяема.

Следует отметить, что данные выводы справедливы и для биологических, экологических и социальных систем. Если существует опытный факт того, что для некоторой реальной системы можно выдвинуть гипотезу существования эмпирической меры, то возможно обоснование принципа существования энтропии и установление закономерностей, которые характеризуют изменение состояний этой системы. Поэтому научная значимость предложенного подхода связана с возможностью построения моделей для систем различной природы, что будет представлено в последующих разделах книги.

4.2 О парадоксе Гиббса в термодинамике

Сущность парадокса Гиббса привлекала внимание физиков в течении многих десятилетий. Существуют различные точки зрения, посвященные данной проблеме [75, 93, 95, 119]. Один ряд авторов считает, что данный парадокс неразрешим в рамках термодинамики, другие авторы связывают данную проблему с особыми свойствами энтропии и нарушением теоремы об аддитивности энтропии, третьи говорят о том, что теорема о возрастании энтропии не имеет отношения к процессам самодиффузии. Существуют также и другие точки зрения. Мы хотели бы обратить внимание на то, что проблема парадокса Гиббса может быть связана с необоснованным применением непрерывных зависимостей термодинамики к описанию дискретных результатов опыта, в результате которого при смешении газов формируется качественно новая термодинамическая система. Некоторые авторы придерживались такой точки зрения [75].

Парадокс Гиббса может быть истолкован, например, исходя из вероятностной оценки значений энтропии. Прежде, чем перейти к обсуждению этого вопроса, кратко изложим суть проблемы парадокса Гиббса. Для этого рассмотрим смешение различных идеальных и химически нейтральных газов при одном давлении и одной температуре. Соответствующий вывод зависимостей приведем согласно известной работы П. Шамбадаля [119, стр. 218].

Предположим, что резервуар, разделенный перегородкой на две части 1 и 2, содержит по обе стороны перегородки два различных газа, которые находятся при одной температуре T и одном давлении p . Если устранить перегородку, то начнется процесс самодиффузии и через некоторое время в резервуаре образуется однородная смесь. При диффузии газов давление и температура остаются неизменными, поэтому нет изменения и внутренней энергии. Парадокс Гиббса связан с изменением энтропии смеси.

Традиционный ответ на вопрос об изменении энтропии в этом случае: смешение газов влечет за собой увеличение энтропии. Показывается это следующим образом. Пусть m_1 и m_2 – соответственно массы газов 1 и 2, R_1 и R_2 – индивидуальные газовые постоянные, c_{p1} и c_{p2} – удельные теплоемкости данных газов при постоянном давлении. В первоначальных условиях энтропии газов S_1 и S_2 задаются следующими выражениями [66, 119]:

$$\begin{aligned} S_1 - S_{10} &= m_1 \left(c_{p1} \ln \frac{T}{T_0} - R_1 \ln \frac{p}{p_0} \right); \\ S_2 - S_{20} &= m_2 \left(c_{p2} \ln \frac{T}{T_0} - R_2 \ln \frac{p}{p_0} \right). \end{aligned} \quad (4.14)$$

Полная сумма энтропий двух газов до смешения равна сумме $S = S_1 + S_2$. Так как температура T не изменяется, то после смешения увеличение энтропии совокупности двух газов определяется формулой:

$$\Delta S = m_1 R_1 \ln \frac{p}{p_1} + m_2 R_2 \ln \frac{p}{p_2}, \quad (4.15)$$

где p_1 и p_2 – парциальные давления газов после смешения. Значения парциальных давлений p_1 и p_2 могут быть найдены из соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{V}{p} &= \frac{V_1}{p_1} = \frac{V_2}{p_2}, \quad \text{откуда} \\ \Delta S &= \frac{p}{T} \left(V_1 \ln \frac{V}{V_1} + V_2 \ln \frac{V}{V_2} \right), \end{aligned} \quad (4.16)$$

где V_1 и V_2 – первоначальные объемы газов 1 и 2, а V – полный объем газов после смешения.

Таким образом, как видно из (4.16) смешение газов приводит к увеличению энтропии смеси, значение которой не зависит от природы идеальных газов. Следовательно, формула (4.16) должна быть справедлива, когда газы 1 и 2 одинаковы, откуда следует, что при смешении двух масс одного и того же газа при одинаковых давлениях и температурах энтропия увеличивается, что противоречит уравнениям (4.14). Именно этот вывод известен как «парадокс Гиббса».

В данном случае следует обратить внимание на то, что абсолютно не ясно какая эмпирическая мера принимается за основу при оценке энтропий двух разных газов. Особенностью энтропийного подхода является то, что принятая эмпирическая мера по исходному понятию должна быть применима к описанию состояний как двух различных газов в отдельности, так и их смеси в целом. Для моделирования состояний газов и их смесей уже необходимо использование трех переменных состояния: давления, удельного объема и молекулярного веса газов. При этом непрерывное пространство состояний должно быть построено единообразно: так, чтобы учитывать все эти случаи одновременно. Другими словами, пространство состояний изначально формируется для смеси газов, где состояния отдельных газов представляются частными случаями. Именно здесь и возникает противоречие между непрерывностью пространства состояний при моделировании и дискретными результатами опыта, а также проблема непрерывного описания состояний любых смесей газов. Если подвести итог, то можно сказать, что функция энтропии (4.16) построена на априори введенном принципе адитивности для энтропий разных газов, что теоретически и экспериментально не обоснованно. Это следует из результатов, полученных в предыдущем разделе, где коэффициенты зависимостей (4.10) – (4.12) отличаются для разных газов.

Поясним этот вывод на конкретном примере. Известно, что энтропия как отдельного газа, так и смеси газов вычисляется косвенно по параметрам состояния термодинамической системы и значениям теплоемкостей, например, согласно уравнения (2.13). При этом данная проблема «переносится» в опыт по определению значений теплоемкостей или изучается в статистической термодинамике.

Предположим, что в качестве эмпирической меры для оценки состояний газов и их смесей принята величина, однозначно связанная с вероятностью состояний. Если за характерные события при оценке вероятности использовать наблюдаемые значения скоростей или кинетических энергий молекул, то очевидно, что при смешении газов скорости молекул разных газов будут иметь различные параметры распределения, даже в случае, если вид распределений одинаков (см. (2.10) – (2.12)). Это будет связано с различными массами молекул газов (2.12). Распределение вероятности сложного события может быть оценено в процессе смешения только в опыте. Исходные совместные события не обязательно будут независимыми, что приведет к нарушению аддитивности энтропии. В термодинамике данный вопрос не изучается, тщательных опытов, которые бы оценивали «кажущуюся» теплоемкость смесей газов и совпадение расчетных и опытных данных, не так уж и много. Поэтому проблема парадокса Гиббса связана с необоснованным применением расчетных зависимостей термодинамики к модельной ситуации, которая не проверена на опыте.

Подобная задача возникает и в других областях знаний при оценке вероятностей сложных событий, например, в токсикологии, изучении сложных опасных и неблагоприятных событий и т.д. Решается она путем оценки получаемых распределений при наблюдении совместных событий в опыте.

Например, рассмотрим два опасных химически не реагирующих между собой газа, которые оказывают негативное влияние на живой объект. Если говорить о смертельных эффектах, то в качестве характерного события при оценке вероятности опасности принимается смертность особей как для каждого газа в отдельности, так и для смеси этих газов. При оценке хронических эффектов в качестве характерного сложного события принимаются биологически значимые изменения и отклонения от нормы показателей организма, которые могут привести/привели к заболеваниям.

Вероятность негативных эффектов для каждого газа в отдельности определяется в опыте путем построения зависимостей для пробита при наблюдаемой частоте неблагоприятных событий:

$$w(\text{Pr}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\text{Pr}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt;$$

$$\text{Pr}_1 = \alpha_1 + \beta_{1\tau} \ln C_1 + \beta_{1c} \ln \tau, \quad \text{Pr}_2 = \alpha_2 + \beta_{2\tau} \ln C_2 + \beta_{2c} \ln \tau, \quad (4.17)$$

где статистические вероятности w_1 и w_2 опасных событий оценивают в разных опытах для первого и второго газа.

В свою очередь, вероятность негативных эффектов для смеси газов определяется в аналогичном опыте путем установления зависимости:

$$\text{Pr}_{mix} = \alpha_m + \beta_{m,\tau} \ln C + \beta_{m,C} \ln \tau, \quad (4.18)$$

где особо оговаривается как определяется концентрация смеси газов в атмосферном воздухе. Исходя из данных наблюдений, все известные опасные газы и парообразные вещества делят на четыре группы: вещества, для которых при совместном присутствии в атмосферном воздухе установлен эффект суммации биологического действия; вещества, для которых установлен эффект неполной суммации биологического действия; вещества, для которых установлен эффект усиления (потенцирования) биологического действия; вещества, отличающиеся эффектом независимого биологического действия.

Первая группа веществ отличается комбинированным действием, когда пробиты (аналоги энтропий) уравнений (4.17) аддитивны, т.е. $\text{Pr}_{mix} = \text{Pr}_1 + \text{Pr}_2$. Это наиболее обширная группа веществ.

Вторая и третья группы веществ характеризуется соответственно зависимостями $\text{Pr}_{mix} < \text{Pr}_1 + \text{Pr}_2$ и $\text{Pr}_{mix} > \text{Pr}_1 + \text{Pr}_2$. Четвертая группа веществ не дает возможности выделить сложное событие, которое бы характеризовало общее биологическое действие, т.е. воздействия веществ приводят к абсолютно разным биологическим изменениям и вероятности неблагоприятных событий оцениваются отдельно.

Аналогичным образом проблема парадокса Гиббса может быть изучена и в термодинамике, однако при этом следует четко ответить на вопрос: какая эмпирическая мера используется при анализе или вероятность какого индикативного события принимается за основу при оценке энтропии в опыте? Решение данного вопроса может быть основано только на опытной проверке справедливости гипотезы об аддитивности энтропии при смешении различных газов.

4.3 Термический коэффициент полезного действия многомерного цикла Карно

В связи с тем, что в главе 3 рассматривались многомерные термодинамические системы, естественно возникает вопрос о возможности осуществления многомерных тепловых циклов и математическом описании многомерных процессов. Также, как будет показано далее, задачи, связанные с многомерными циклами возникают не только в области термодинамики, но и при функционировании биологических систем.

Если термодинамическая система является непрерывно действующей и осуществляет замкнутый процесс, причем количество изменяющихся переменных в уравнении $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ составляет, в общем случае, больше двух, то речь будет идти о совершении рабочим телом многомерного процесса или цикла. Даже для идеального газа можно говорить о многомерном цикле, если в процессе его совершения изменяется давление, объем и масса газа. Обычно такие системы относят к системам с переменным количеством вещества [106]. Многомерные системы давно изучаются в термодинамике. Теория таких систем основана на обобщенном уравнении сохранения энергии для термодинамических систем, совершающих помимо работы расширения другие виды работы [106]. К многомерным процессам относят термодинамические процессы в магнетиках, диэлектриках, сверхпроводниках и при деформации, процессы, осуществляемые над газом или жидкостью в поле тяготения, процессы в гальванических элементах и т.д. Теория анализа таких циклов связана с возможностью математического описания в многомерном пространстве состояний рабочего тела замкнутых кривых термодинамических процессов функциями, зависящими от нескольких переменных.

Будем использовать понятия и определения, принятые в термодинамике теплосиловых циклов [66]. Считается, что в общем виде первый закон термодинамики ($dq = du + dl + dl_*$) распространяется на многомерные системы [105, 106]. Здесь $dl_* = \zeta dg$ – работа любой обобщенной силы ζ при изменении соответствующей обобщенной координаты g . Если обозначить количество тепла, подводимое к рабочему

телу в цикле, через q_1 , а количество тепла, отводимое от этого тела, – через q_2 , то термический коэффициент полезного действия (к.п.д.) будет равен:

$$\eta_T = \frac{q_1 - q_2}{q_1}, \quad (4.19)$$

где q_1 и q_2 – количество теплоты в расчете на 1 кг рабочего тела.

Целью данного подраздела является установление справедливости выражения для термического к.п.д. многомерного обратимого цикла Карно, который состоит из двух изотерм $T(z_1, z_2, \dots, z_n) = const$ и двух адиабат $s(z_1, z_2, \dots, z_n) = const$. Для наглядности задачи рассмотрим трехмерный цикл Карно, однако отметим, что аналогичные результаты можно получить и для циклов большей размерности. Предположим, что изменение энергии рабочего тела пропорционально изменению абсолютной температуры $du = c_3 dT$. Уравнение сохранения энергии для трех переменных согласно (3.68) может быть представлено в виде:

$$dq = c_3 dT + \alpha_1 p g dv + \alpha_2 \nu g dp. \quad (4.20)$$

Из данного уравнения для изотермического процесса получаем $dq = \alpha_1 p g dv + \alpha_2 \nu g dp$, откуда в случае представления абсолютной температуры простой мультипликативной зависимостью $\nu p g = RT$, исключая величину g и интегрируя, получим:

$$q_{I-II} = RT \left(\alpha_1 \ln \left(\frac{\nu_{II}}{\nu_I} \right) + \alpha_2 \ln \left(\frac{p_{II}}{p_I} \right) \right). \quad (4.21)$$

Здесь индексы I и II относятся соответственно к начальной и конечной точкам процесса. Аналогично для адиабатного процесса получаем $\alpha_1 p g dv + \alpha_2 \nu g dp = -c_3 dT$, откуда деля это уравнение почленно на $\nu p g = RT$ и интегрируя, получим:

$$\left(\frac{\nu_{II}}{\nu_I} \right)^{\frac{\alpha_1 R}{c_3}} \left(\frac{p_{II}}{p_I} \right)^{\frac{\alpha_2 R}{c_3}} = \frac{T_I}{T_{II}}. \quad (4.22)$$

Используем (4.21) и (4.22) для определения термического к.п.д. цикла Карно. Для изотермических процессов 1 – 2 и 3 – 4 соответственно от состояния $T_1 = T(\nu_1, p_1, g_1)$ до состояния $T_1 = T(\nu_2, p_2, g_2)$ и от состояния $T_2 = T(\nu_3, p_3, g_3)$ до состояния $T_2 = T(\nu_4, p_4, g_4)$ выражения для величин q_1 и q_2 будут иметь вид:

$$q_1 = RT_1 \left(\alpha_1 \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) + \alpha_2 \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \right); \quad (4.23)$$

$$q_2 = RT_2 \left(\alpha_2 \ln \left(\frac{v_3}{v_4} \right) + \alpha_2 \ln \left(\frac{p_3}{p_4} \right) \right). \quad (4.24)$$

Подставляя эти соотношения в уравнение для термического к.п.д. цикла Карно (4.19) и учитывая, что согласно (4.22):

$$\left(\frac{v_3}{v_2} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\alpha_2} = \left(\frac{v_4}{v_1} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_4}{p_1} \right)^{\alpha_2} \quad \text{и} \quad \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\alpha_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\alpha_2},$$

получим выражение для к.п.д. многомерного цикла Карно в виде:

$$\eta_T = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (4.25)$$

Из уравнения (4.25) следует справедливость выражения для к.п.д. обратимого цикла Карно, который состоит из двух изотерм и двух адиабат и совершается в многомерном пространстве переменных. Правомерность данного вывода определяется справедливостью первого закона термодинамики для многомерных систем и возможностью представления уравнения состояния для рабочего тела в виде $RT = v p q$. Степень достоверности данных положений определяется опытными данными. Однако, в литературе экспериментальным исследованиям, посвященным анализу многомерных циклов, уделено очень мало внимания.

В технической термодинамике гипотетически обсуждаются различные предложения о создании преобразователей энергии, использующих многомерные циклы. При существующем уровне знаний теоретически реализация таких циклов по крайней мере не запрещена, однако на практике основная проблема связана с реальностью существования эффективного и устойчивого рабочего тела, состояния которого удовлетворяют многомерному уравнению состояния $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$. С ростом сложности системы и числа переменных возможность необратимости процессов возрастает, поэтому не исключено, что создать такое рабочее тело будет достаточно проблематично.

4.4 Задача синтеза теории теплообмена и классической термодинамики

Теория теплообмена и классическая термодинамика представляют собой два различных научных направления в теории теплоты [127]. С одной стороны, теория теплообмена оперирует дифференциальными уравнениями в частных производных, в которых присутствует время, как физический параметр. С другой стороны, в уравнениях классической термодинамики время отсутствует, несмотря на то, что все термодинамические процессы протекают во времени. Покажем, как полученные соотношения могут быть связаны с задачами математической физики для дифференциальных уравнений параболического типа.

Известно из математической физики, что континуальному пространству состояний можно приписать феноменологические свойства. Это позволяет предложить аналитическую теорию описания систем, когда пространство состояний объектов представляется как сплошная среда – континуум. Исходя из этого, исследование процессов может сводиться к изучению скалярных полей эмпирической меры относительно времени и параметров свойств, где параметры свойств, в свою очередь, зависят от времени. В частном случае в качестве свойств могут рассматриваться координаты местоположения в геометрическом пространстве x, y, z .

Применяя различные гипотезы, характеризующие взаимосвязь скалярного поля эмпирической меры и поля функции T или отражающие особенности изменения эмпирической меры во времени, можно получить дифференциальные уравнения для описания пространств состояний систем. Например, пусть скалярное поле эмпирической температуры θ с точностью до постоянной может быть описано некоторой функцией многих переменных $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$: $\theta = T + const$. Для классов однородных и мультипликативных функций $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ справедливо уравнение (3.50), которое положено в основу дифференциальных уравнений (3.45) и (3.51).

Величина T и параметры свойств являются функциями времени, поэтому, продифференцировав по времени уравнение (3.50), для однородной функции получим:

$$\beta \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z_1} \left(z_1 \frac{\partial T}{\partial z_1} \right) z_1'(\tau) + \dots + \frac{\partial}{\partial z_n} \left(z_n \frac{\partial T}{\partial z_n} \right) z_n'(\tau). \quad (4.26)$$

Аналогично для мультипликативной функции T согласно (3.45) будем иметь:

$$n \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z_1} \left(\frac{\varphi_1(z_1)}{\varphi_1'(z_1)} \frac{\partial T}{\partial z_1} \right) z_1'(\tau) + \dots + \frac{\partial}{\partial z_n} \left(\frac{\varphi_n(z_n)}{\varphi_n'(z_n)} \frac{\partial T}{\partial z_n} \right) z_n'(\tau). \quad (4.27)$$

Для квазистационарных систем параметры свойств $z_k'(\tau)$ являются медленно меняющимися во времени величинами, поэтому уравнения (4.26) и (4.27) представим в общем виде:

$$a \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z_1} \left(\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z_1} \right) + \frac{\partial}{\partial z_2} \left(\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z_2} \right) + \dots + \frac{\partial}{\partial z_n} \left(\lambda_n \frac{\partial T}{\partial z_n} \right), \quad (4.28)$$

где величины a и λ_k в общем случае заданы как функции времени и параметров свойств. Данные феноменологические величины следует определять по имеющимся опытным данным, исходя из решения обратных краевых задач. Таким образом, приходим к нестационарному уравнению диффузии, которое задается для многомерной области.

Дифференциальное уравнение в частных производных (4.28) при исходных допущениях определяет поле эмпирической меры, которая может быть принята для описания термодинамической системы. Данное уравнение при определенных краевых условиях математически характеризует свойства континуального пространства состояний.

Если в качестве эмпирической меры рассматривать величину эмпирической температуры, а в качестве параметров свойств – координаты трехмерного пространства, то в этом случае уравнение (4.28) приводится к дифференциальному уравнению теплопроводности.

В заключение данного раздела подведем итог первой части книги, для чего подытожим ответы на вопросы, которые были поставлены в разделе 2.2 на страницах 79 – 81.

Один из наиболее важных вопросов термодинамики – это проблема необратимости. Сегодня в философии необратимость рассматривается как переход системы в качественно новое состояние или как характеристика изменения процесса, при котором не возможен возврат в начальное состояние. В термодинамике необратимыми называются процессы, при

проведении которых в прямом и обратном направлениях система не проходит через все те же самые промежуточные состояния и не возвращается в исходное состояние. Необратимость в большей и меньшей степени присуща всем процессам в природе

Как видно из полученных результатов, необратимость в природе связана с темпоральностью процессов и явлений и определена влиянием времени. Квазистационарные процессы, которые описываются зависимостями для эмпирической меры вида (3.2), являются обратимыми. Нестационарные процессы, описываемые зависимостями для эмпирической меры вида (3.3), являются необратимыми. Таким образом, необратимость связана с формированием статистических закономерностей при осуществлении процессов и нарушением принципа равновозможности в окрестности состояний системы, а также с зависимостью полевых величин как функций, характеризующих состояния системы, от времени.

Классическое понятие энтропии может распространяться на термодинамические системы, которые осуществляют обратимые процессы или, другими словами, квазистационарные процессы. Перенос имеющихся представлений об энтропии на явно выраженные нестационарные термодинамические системы требует дополнительных исследований в изучении возможности существования полей эмпирических мер в пространствах состояний систем и их описания функциями вида (3.3).

Для континуальных пространств состояний систем, которые описываются функциями состояний вида (3.2), энтропия является математической функцией, которая характеризует это пространство и определяется системой дифференциальных уравнений (3.41) или (3.52). В этом случае принципы существования энтропии и энергии являются следствиями полевой природы эмпирической меры. Данные величины являются универсальными по факту моделирования континуальных пространств состояний, однако для каждого класса объектов и соответствующего пространства состояний они будут иметь свой специфический характер. Понятия энтропии распространяется только на процессы и явления, для которых справедливо существование некоторой эмпирической меры для характеристики состояний физической системы, которая может быть представлена полевой величиной. Однако, при этом, в

рамках термодинамики существование энтропии как функции состояния недостаточно для обоснования принципа ее возрастания.

В данном варианте построения теории классической термодинамики представление времени фундаментально, как это принято в физике. Время входит как общий параметр во все уравнения через свойства согласно (3.1) и эмпирические меры, например, (3.2) и (3.3). Возможно и другое внесение времени в термодинамические уравнения через реляционно-полевое описание этого феномена. В этом случае при моделировании состояний и процессов для различных классов объектов время может быть представлено универсальной эмпирической мерой. Это позволит установить связь энтропии со временем и обосновать закон возрастания энтропии. Данному вопросу будет посвящен отдельный раздел этой книги.

Вероятностные представления в термодинамике и во многих разделах классической физики связаны с привнесением в физические описания статистических характеристик наблюдаемых событий. В этом плане расширение понятия о состоянии системы как совместном событии мгновенной оценки совокупности значений параметров свойств дает возможность на макроуровне определить апостериорную вероятность состояния для случая многомерного пространства состояний термодинамических систем. Это позволяет исключить расплывчатость и неоднозначность в представлении состояния системы как события и решить вопрос определения вероятности этого события на основе статистических методов. В результате открываются возможности для согласования понятия термодинамической вероятности, которое исторически сложилось в статистической физике, с классическим понятием математической вероятности.

Также, исходя из математического описания термодинамических процессов в многомерных пространствах состояний, можно уточнить определенную неоднозначность в понятиях теплоты и работы в классической термодинамике. В любом процессе изменения состояния количество теплоты как форма передачи энергии связана с изменением эмпирической меры, в целом характеризующей состояние системы. Другие формы передачи энергии, в том числе и работа, тесно связаны с конкретным изменением каждой из используемых переменных состояния.

В первом случае имеем общее изменение значений функции в наблюдаемом процессе, во втором случае – частные изменения этой функции в зависимости от изменения значений каждой из переменных.

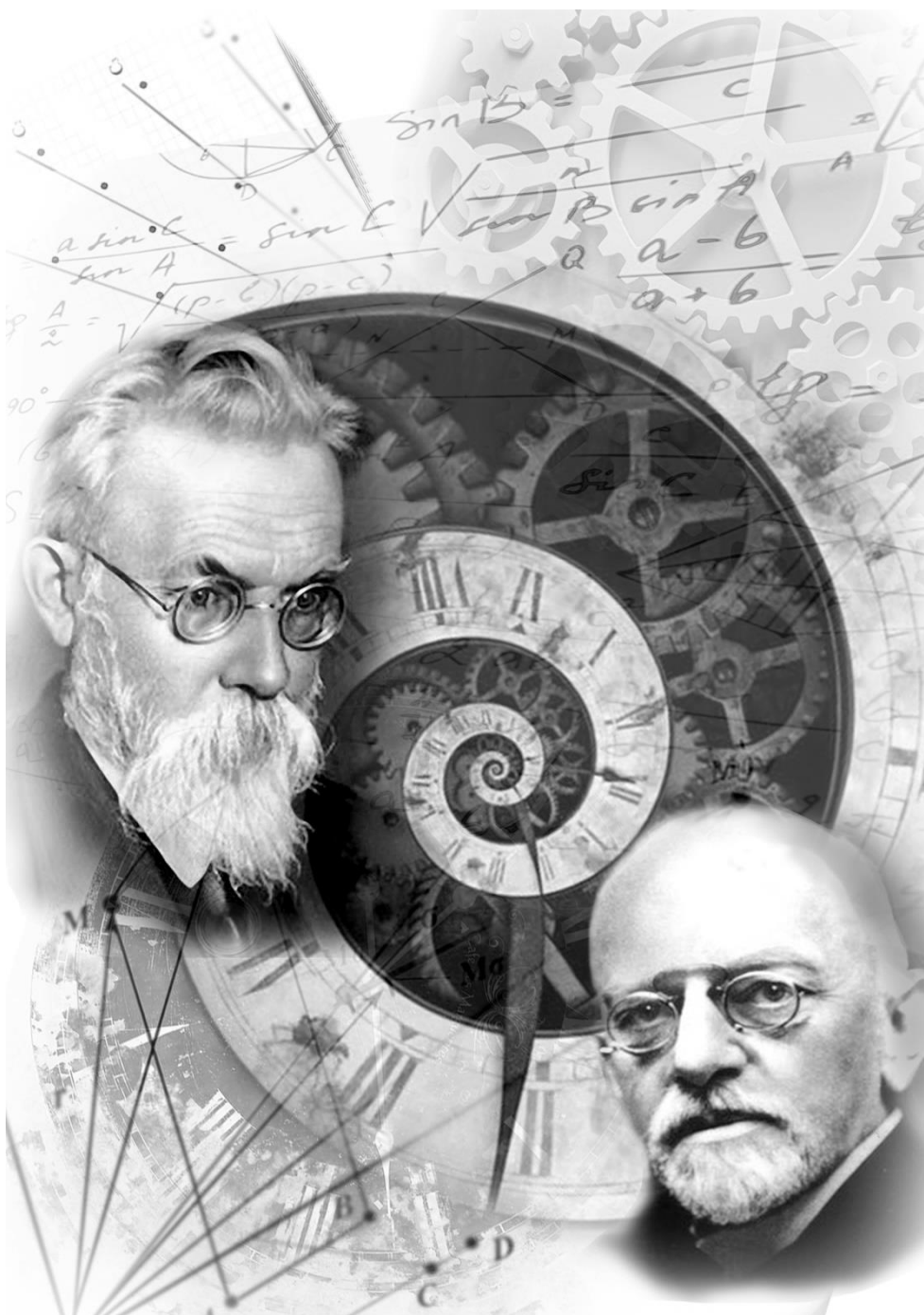
Предложенный в первой части книги подход позволяет привлечь для описания континуальных пространств состояний систем мощный инструментарий математической физики, средства дифференциальной геометрии и векторного анализа, и дает возможность развить теорию классической термодинамики.

Все, что может быть предметом математического мышления, коль скоро назрела необходимость в создании теории, оказывается в сфере действия аксиоматического метода и тем самым математики... Именно благодаря аксиоматическому методу математика... призвана сыграть ведущую роль в нашем знании.

Д. Гильберт

ЧАСТЬ II

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СИСТЕМОДИНАМИКИ



Глава пятая

ОБЩИЕ ЭМПИРИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОЦЕССОВ РАЗВИТИЯ ПРИРОДЫ И ОБЩЕСТВА

5.1 Основные общесистемные закономерности

В 1959 году академик П.Л. Капица писал [63, стр. 420]: «Почему даже в наше время, которое многими называется временем научно-технической революции, общественные науки так слабо развиваются?... Ответ ясен: в науке об обществе нет объективного подхода. До тех пор, пока не удастся его создать, общественные науки будут развиваться с большим трудом. Этим мне кажется, объясняется тот разительный контраст, который сейчас существует в масштабах развития естественных и социальных наук». Со времени этого высказывания прошло более шестидесяти лет, однако до установления объективных законов развития общества, о которых в свое время говорил П.Л. Капица, еще далеко.

В современном понимании объективный подход предполагает использование методов, которые не зависят от воли и желаний субъекта, обеспечивают формализацию научной задачи в области предмета исследования и применяют адекватные (чаще всего количественные) модели для описания закономерностей природных и общественных процессов. Важным является формирование обширной эмпирической базы в предметной области, установление феноменологических закономерностей и использование инструментов и средств для опытной проверки научных фактов и апробации их на практике.

Не во всех науках и сферах человеческой деятельности удастся применить объективные методы, однако в научном сообществе растет понимание этой необходимости. Именно поэтому на повестке дня стоит вопрос разработки общей методологии моделирования процессов различной природы. Здесь необходимо отметить, что изначально универсальная методология должна быть применима как к процессам физической, так и нефизической природы.

Сегодня направление, связанное с системным анализом и общей теорией систем, является, наверное, наиболее перспективным путем к новой парадигме моделирования [99]. На общую теорию систем (ОТС) уже долгое время возлагаются большие надежды. Еще в начале шестидесятых годов прошлого столетия один из основоположников ОТС Л. фон Бергаланфи в своей статье писал: «Несомненно, что общая теория систем открывает перед нами новые горизонты, однако ее связь с эмпирическими данными пока еще остается весьма скудной» [29]. С момента выхода в свет этой статьи качественного прорыва в формировании универсальной методологии общей теории систем не произошло. Уже стало очевидно, что излишнее теоретизирование всей проблемы происходит на фоне отрыва рабочих теорий от опыта и практики. Это привело к тому, что в ОТС стали развиваться философские и общенаучные направления. При этом вакуум отсутствия базовой методологии, ориентированной на обобщение эмпирических фактов из различных областей знаний, стал заполняться многообразием форм абстрактного описания систем. Возможно, что это необходимый процесс, однако данное направление исследований в общей теории систем становится преобладающим и явно оторванным от практики.

Причина застоя в науке, в общем-то, ясна: пытаюсь бессистемно охватить необъятное, исследователям становится все труднее устанавливать логические связи между процессами и явлениями различной природы. Кроме этого, в общей теории систем не удалось пока найти пути решения амбициозных задач, поставленных ее создателями: определить системные связи в физических, биологических и социальных процессах; развить собственную методологию теоретического анализа, применимую в науках с различными предметами и объектами исследований; разработать таксономию различных классов систем, исходя из существования общесистемных закономерностей в природе и обществе; решить проблему системообразующих факторов и критериев изоморфности; построить адекватные модели биологических и общественных систем; дать ответ на вопрос о допустимости количественных моделей и законов в истории, предложить методы и критерии оценки сложности и т.д. [29].

Нерешенные проблемы ОТС были вскрыты еще в 1973 году академиком П. Анохиным в своей известной статье [16], которая не потеряла актуальности и в наше время. Им справедливо подмечено, что развитие данной науки практически остановилось на подборе общесистемных определений и формулировок, а также перешло в стадию «излишнего теоретизирования всей проблемы в целом». При этом обращено особое внимание, что задачи поиска и выделения системообразующих факторов, определения критериев изоморфности, установления общесистемных закономерностей и разработки общих количественных методов анализа по отношению к разнообразным классам объектов и явлений, не решены в принципе, хотя эти методологические положения должны быть положены в основания ОТС. В результате проблемы ОТС стали еще более запутанными, методология науки распалась на множество методических направлений, которые в целом не облегчают работу исследователя в конкретной области науки [136, 138, 149]. По мнению П. Анохина реальные системные закономерности в предметных областях могут быть получены только на основе обобщения обширного эмпирического материала

Известно, что развитие эмпирической базы научных дисциплин формируется существенно более медленными темпами, чем устремления исследователей в построении теоретических моделей, причем не всегда подтвержденных опытом и практикой. Разрыв между теорией и экспериментом является симптомом серьезных нарушений нормального развития любой науки [63], и сегодня этот факт имеет прямое отношение к общей теории систем. Именно поэтому, после шестидесяти лет научных поисков необходимы конкретные результаты, отвечающие исходным целям и задачам ОТС.

В последующих разделах данной главы ставится цель – установить изоморфизм отдельных процессов развития природы и общества, и на их основе сформулировать несколько общесистемных принципов, позволяющих разработать теорию, которая могла бы охватить разные классы объектов и явлений. В связи с этим акцент исследования делается на анализ эмпирического материала из различных научных дисциплин, выделении системных связей и особенностей в физических, биологических

и социальных явлениях и использовании для их описания естественнонаучных методов.

Исходя из того, что идеи познания проверяются опытом и практикой, любое новое исследование должно начинаться с систематизации и обобщения фактов и эмпирических данных. Сегодня по всем направлениям науки идет процесс накопления опытных фактов и создания баз данных. Однако, сравнительно незначительному количеству наук за время своего существования удалось собрать достаточный объем систематизированных фактов, позволяющих выйти на уровень формулировки феноменологических закономерностей и разработки фундаментальных теорий. Даже в естествознании перечень таких наук относительно не велик, однако они в своем развитии ушли существенно дальше, нежели многие другие научные дисциплины.

Таким образом, поиск основных общесистемных закономерностей должен изначально основываться на общем структурном представлении эмпирических данных. Поэтому в дальнейшем будем использовать массивы данных наблюдений, представленных в единой темпоральной (временной) форме. Такие массивы носят название темпоральных данных, они являются универсальными и характеризуют по форме представления любые природные и общественные процессы.

Далее, вся логика применения естественнонаучных методов требует рассмотрения любых объектов исследования в статике и динамике. Статика предполагает изучение объектов и систем в условиях равновесия, при отсутствии наблюдаемых изменений во времени, или в квазистационарных условиях в заданные моменты времени. В свою очередь, динамика отражает наблюдаемое состояние движения и развития объектов под влиянием действующих факторов. В обоих случаях приходится оперировать понятием состояния объекта или системы, которое определяется совокупностью значений величин, характерных для данной системы и называемых переменными состояния. При этом состояния и связанные с этим понятия и закономерности формируют статические представления, а понятия, определения и законы, относящиеся к процессам изменения этих состояний, формируют динамические представления при описании систем в той или иной предметной области.

Именно поэтому во всех естественных науках роль состояния системы в процессе моделирования первостепенна.

Выявление общесистемных закономерностей необходимо основывать прежде всего на эмпирических принципах, которые свойственны любым природным и общественным процессам. В современных знаниях человечества существует не так уж и много научных положений подобного рода. При этом свойство устойчивости относительных частот событий – одна из наиболее характерных вероятностных закономерностей реальной действительности. Данное свойство связано с фундаментальной закономерностью, которая на основе эмпирического опыта человечества формулируется в следующем виде: во многих случаях при многократном повторении одного и того же опыта в одних и тех же условиях относительная частота появления некоторого характерного события остается все время примерно одинаковой, близкой к некоторому постоянному числу p . Это число называют вероятностью события; к нему стремится средняя частота появления события в длительной серии опытов. Таково статистическое определение понятия вероятности события, имеющее общесистемное значение.

Например, известно, что относительная частота рождений младенцев мужского пола заметно не отличается от значения 0,515, если учтено достаточно большое число рождений. Эта частота не зависит от местности, где проводятся наблюдения, или от этнического состава населения. В свою очередь, если определять относительную частоту распада изотопа радия Ra^{226} за 100 лет, то всегда будет получаться величина 0,04184. Здесь количеством испытаний в серии является число находящихся под наблюдением атомов радия.

В теории вероятностей принято, что статистической вероятностью события является предел, к которому стремится относительная частота появления события при неограниченном увеличении числа испытаний. При статистической оценке вероятности события необходимо, чтобы условия испытаний не изменялись, т.е. параметры внешней среды и объекта были относительно постоянными, а условия опыта одинаковыми. Определение относительных частот событий при проведении различных опытов чаще всего не представляет значительных сложностей, однако

установление причин, вызывающих те или иные события, а тем более влияющих факторов и условий, является далеко не тривиальной задачей.

Для всего дальнейшего исследования важен ответ на вопрос: в чем сущность факта наблюдения устойчивости относительных частот событий или случайных величин в опыте? На это следует сказать, что любая система всегда мыслится в совокупности с окружающей средой. При заданных условиях в системе формируются отношения и связи, которые приводят к ее ответной реакции на взаимодействие со средой. Эта реакция выражается в определенных событиях, значениях измеряемых величин или характеристиках процессов, которые наблюдаются в условиях опыта и для которых могут быть найдены вероятности. Такие данные позволяют оценивать качества и свойства и судить о процессах изменения состояний объектов во времени. Смена условий среды или параметров состояния приводит к изменению значений вероятностей, однако свойство устойчивости частот сохраняется повсеместно.

Здесь возникают определенные логические аналогии между свойством устойчивости относительных частот в неизменных условиях окружающей среды и свойством транзитивности термического равновесия в термодинамике (раздел 1.2). В общем случае получается, что идентичные объекты одного класса в одних и тех же условиях ведут себя приблизительно одинаково. Естественно, что разброс в данных наблюдений определяется видом (классом) системы. Для физических систем он обычно относительно не велик, а для биологических и социальных систем может быть значительным, так как невозможно представить себе два тождественных объекта биологической или социальной природы. Например, в токсикологии факторы неопределенности (коэффициенты запаса при установлении безопасных уровней), используемые при оценке негативных воздействий на биологические объекты, принимаются для внутривидовой экстраполяции от 1 до 3, а для межвидовой экстраполяции – от 1 до 10 [84].

Определим свойство *транзитивности состояния* систем как логическое отношение между объектами, из которого следует, что идентичные объекты ведут себя приблизительно одинаково в одних и тех же условиях окружающей среды. Естественно, что не для всех классов

систем данное логическое утверждение будет верно, но учитывая, что мы не требуем абсолютно точного соблюдения этого условия и предполагаем достаточно существенную неопределенность в данных, очень многие системы будут обладать свойством транзитивности состояния. Если предположить, что устойчивость относительных частот непосредственно связана с логическим принципом транзитивности состояния систем, то можно сформулировать подходы к моделированию систем различных классов, исходя из логических принципов, принятых в термодинамике.

Отметим, что свойство устойчивости частот по отношению к различным классам явлений как в природе, так и обществе, является общесистемной закономерностью. Согласно этой закономерности предполагается существование изоморфности (сходства) в состояниях объектов и систем одного класса и возможность установления соответствующих критериев. Примем свойство устойчивости частот в качестве *первой* закономерности, которая может быть положена в основу моделей описания объектов и явлений различных классов.

Свойство устойчивости частот предопределяет существование законов распределения вероятностей случайных величин, которые в каждом конкретном случае отражают наличие связи влияющих факторов с вероятностями появления некоторых характерных событий. Законы распределения вероятностей основываются на опытных фактах, отражающих изменения в состояниях систем. На практике при наблюдении параметров и характеристик однородных объектов в большинстве случаев невозможно обеспечить идентичность внешних условий и состояний систем. Объекты отличаются временем своего существования, параметрами состояний, условиями, в которых они находятся, особенностями взаимодействия с внешней средой и т.д. Время наблюдений или опыта также чаще всего отличается для разных объектов. Все это приводит к тому, что относительные частоты наблюдаемых событий при изменении состояний также закономерно изменяются в зависимости от влияющих факторов. Существование законов распределения является *второй* общесистемной закономерностью, причем чаще всего эта закономерность предопределена также и временными (темпоральными) особенностями в изменении и развитии систем.

Опытным фактам существования законов распределения вероятностей для различных процессов и явлений посвящен следующий раздел данной главы.

Далее отметим, что во всех научных областях широко используются эмпирические зависимости, которые основываются на экспериментальных данных и представляют собой математические уравнения, связывающие между собой параметры состояний систем. В биологии – это различные аллометрические или эмпирические уравнения, в экономике – регрессионные и эконометрические модели, в физике – эмпирические и полуэмпирические зависимости и т.д. Возможность установления эмпирических зависимостей для различных сложных систем связана со справедливостью принципа соответственных состояний, согласно которому состояния объектов могут подчиняться одному уравнению, если это уравнение выразить через некоторые приведенные переменные.

Здесь возникают определенные логические аналогии с применением уравнений состояния в термодинамике и физике, причем в большинстве случаев для различных классов объектов такие зависимости будут иметь свой специфический вид. Данный вывод приводит к положению о существовании особых функций состояния систем, логически подобных понятию температуры в термодинамике. Это позволяет установить изоморфизм для объектов одного класса и оценивать сходство состояний объектов по отношению к некоторому особо выделенному опорному состоянию. Основная проблема в данном вопросе связана с анализом состояний разных классов объектов на основе общих методов и выбором универсальных величин, комплексно характеризующих состояния объектов. Гипотезу о возможности получения на основе обработки опытных данных уравнений состояний будем рассматривать в качестве *третьей* закономерности, которая может быть положена в основу моделей описания объектов и явлений различных классов.

В качестве *четвертой* общесистемной закономерности, наблюдаемой при осуществлении процессов различной природы, будем использовать закономерности, связанные с универсальным влиянием времени. Время может выступать общесистемной категорией, а также основным влияющим и системообразующим фактором. Роль времени как

системообразующего фактора по отношению к процессам различной природы проявляется в том, что при наличии связи между характеристиками или параметрами объектов и систем всегда возможно единообразное описание функций состояния уравнениями вида (3.2) или (3.3). Здесь научная проблема связана с выбором критерия изоморфности системообразующего фактора, который был бы универсальным для различных классов объектов и систем.

Изучению общих закономерностей процессов развития природы и общества посвящены последующие три раздела данной главы.

5.2 Статистические распределения событий и величин в природе и обществе

Вероятностные распределения для сложных событий находятся путем статистического анализа, для чего существует множество методик обработки опытных данных применительно к конкретным процессам и явлениям. В некоторых науках анализ опытных фактов и поиск закономерностей построены исключительно на статистической обработке информации об изучаемых событиях, которая собирается в процессе наблюдения или проведения экспериментов по изучению системы. При этом исследователи чаще всего оперируют апостериорными вероятностями различных событий или величин. Для примера рассмотрим типовую методику статистической оценки вероятности сложных событий по результатам экспериментов, которая широко применяется в биологических науках. В основе данной методики лежит метод пробит-регрессии. Многочисленные опытные данные, полученные в токсикологии, радиобиологии, энтомологии, микробиологии, фармакологии, экологии и т.д. показывают, что зависимость между долей особей, у которых наблюдаются некоторые эффекты, к примеру, негативные, и количеством воздействия, например, дозой, выражается вероятностной кривой, имеющей S-образную форму. Обычно для трансформации этой кривой в прямую линию на оси абсцисс откладывают логарифмы показателей или времени, а по оси ординат – вероятностные единицы, так называемые

пробиты. В дальнейшем подобные методы были распространены в области безопасности систем, страховании жизни, эконометрики, при изучении процессов роста биологических организмов, при анализе развития стран, регионов и городов и т.д.

Теоретического обоснования для подобной процедуры статистической обработки данных пока нет, данная методика – это междисциплинарный научный факт, когда используется универсальный метод построения статистических зависимостей. Например, в токсикологических экспериментах оценку вероятностей неблагоприятных событий проводят путем установления связи между относительными частотами появления этих событий и влияющими негативными факторами [42, 84]. При этом изучают поведение ряда одинаковых по общим показателям живых объектов в искусственно созданных опасных условиях окружающей среды и сравнивают это поведение с поведением группы таких же объектов в обычных условиях (сравнение с контрольной группой или фоном). В процессе опыта эмпирическим путем определяют статистическую вероятность изучаемого неблагоприятного события:

$$w = \frac{i}{n}, \quad (5.1)$$

где i – число объектов, у которых наблюдаются негативные эффекты в заданных опасных условиях; n – общее число объектов в опыте, на которых проводится изучение действия опасности.

При оценке ингаляционных токсических воздействий подобный опыт проводится следующим образом [42]. Выбираются определенные концентрации вредного вещества C_1, C_2, \dots, C_p . В боксах создаются условия для поддержания воздушной среды с такими концентрациями вещества. В каждый из боксов помещается группа однотипных живых объектов, которые отбираются исходя из биологического вида, рода, возраста, веса и т.д., и периодически во времени оценивается количество объектов, у которых возникают устойчивые негативные эффекты определенной степени тяжести. Параллельно для сравнения степени воздействия среды на объекты и оценки фоновых уровней или спонтанных эффектов проводится опыт с контрольной группой животных в нормальных условиях окружающей среды. Это позволяет при различных внешних условиях оценить вероятности состояния системы по целой группе

объектов путем регистрации характерных событий, например, связанных с возникновением болезни или смертности. При этом появление негативных эффектов как событий не является равновероятным и обычно оценивается по комплексу биологических параметров и характеристик организма.

Опасность воздействия чаще всего характеризуется одним свойством среды (например, концентрацией вещества) и временем действия среды на объект. Время, как опасный фактор воздействия, присутствует во всех случаях реализации опасности. Обработка опытных данных опасных воздействий на живые организмы осуществляется для различных категорий токсических эффектов, имеющих разную степень тяжести последствий (события разных категорий риска). Чаще всего – это хроническое, острое несмертельное или смертельное воздействие (соответственно, хронический, подострый или острый эксперимент). При этом тяжесть и частота эффектов тесным образом связана с параметрами действующих опасных факторов, в данном случае – концентрацией C и временем τ [42, 84].

Опыт практической деятельности и анализа данных, характеризующих опасные воздействия, позволил выработать общую методику оценки риска как вероятностной меры опасности (рис. 5.1). Построение вероятностных моделей риска обычно проводится на основе пробит-регрессии в координатах *пробит*- $\ln(C)$ или *пробит*- $\ln(\tau)$. Инверсное преобразование рисков в пробит-функции Pr выполняется с учетом уравнения (5.2), которое определяет функцию нормального распределения:

$$w(Pr) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{Pr} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt. \quad (5.2)$$

Использование данной методики при обработке опытных данных позволяет получить линейные уравнения в преобразованной системе координат, где по оси ординат откладывается значение пробит-функции Pr , определенное через значение статистической вероятности w , а по оси абсцисс – логарифм времени воздействия $\lg \tau$. Линейные зависимости строятся для разных значений концентрации вредных веществ (рис. 5.1).

Обычно пробит связывают с параметрами факторов опасности:

$$Pr = \alpha + \beta_c \ln C + \beta_\tau \ln \tau, \quad (5.3)$$

где C – параметр опасности (например, концентрация); τ – время действия опасности (например, опасного химического вещества); α , β_τ и β_c – константы [42]. Построение зависимостей вида (5.3) при воздействии вредных веществ на живые организмы осуществляется отдельно для каждой категории тяжести эффекта. Это связано с регистрацией качественно разных событий (хроническое заболевание, острое заболевание, смерть) и различиями в методах обработки данных по рискам воздействий в хроническом, подостром и остром опыте [42, 73].

Методика подобной обработки данных учитывает эмпирическую закономерность, свойственную опасным процессам при воздействии химических веществ на биологические объекты, которая имеет логарифмически-нормальное распределение вероятностей возникновения неблагоприятных событий, в частности, хронической и острой заболеваемости и смертности. Используются также и другие инверсные преобразования для распределения вероятностей, например, на основе логистического распределения. В этом случае говорят о логит-регрессии при анализе данных. В токсикологии благодаря специальным методикам и масштабным опытам по анализу воздействий на животных накоплен обширный эмпирический материал по оценке рисков опасных событий.

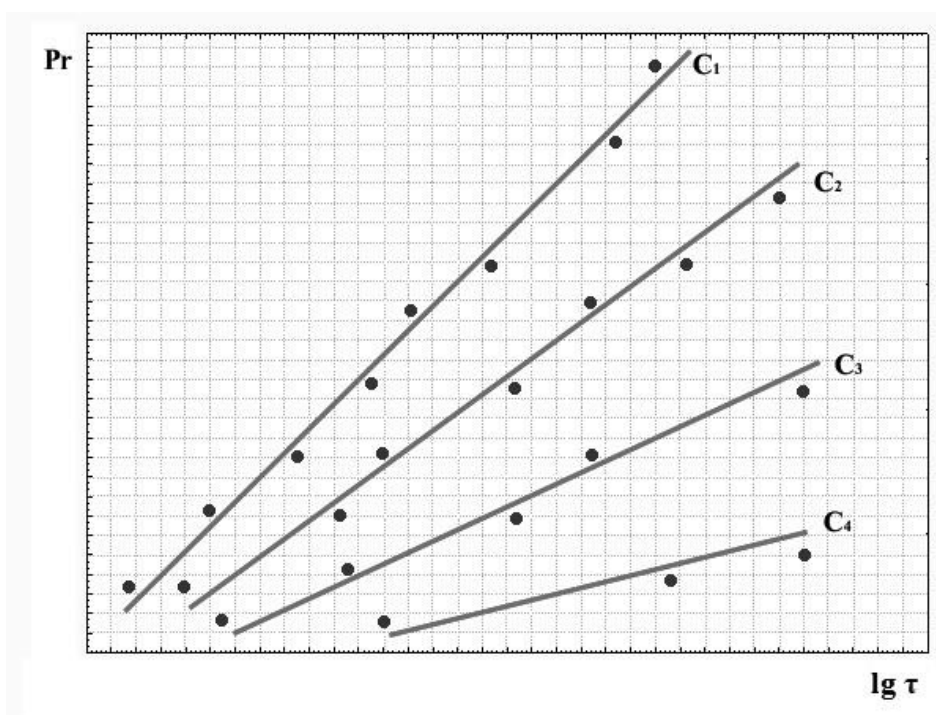


Рис. 5.1. – Распределение опытных данных по вероятностям событий при оценке рисков негативных воздействий в токсикологии

Подобные методики в том или ином виде широко применяются в науках, связанных с апостериорной оценкой статистических вероятностей и рисков в природе и обществе. При этом суть обработки данных заключается в установлении связей в виде эмпирических зависимостей между вероятностями характерных событий (случайных величин) и различными влияющими факторами. Практически всегда получаемые зависимости являются нелинейными, имеют определенную область применения и относятся к характерному виду событий, которые свойственны изучаемому процессу или явлению.

Такая обработка данных широко применяется в науках, где результаты опыта представляются в виде статистических закономерностей – в биологии, радиобиологии, энтомологии, фармакологии, экологии, охране труда, промышленной и экологической безопасности, изучении стихийных явлений и чрезвычайных ситуаций, анализе многих социальных процессов и т.д. Факты установления различных законов распределения вероятностей применительно ко многим самым разнообразным процессам и явлениям говорят о существовании фундаментальной общесистемной закономерности. Если в диапазоне определенных внешних условий система обладает свойством устойчивости относительных частот, то на соответствующей области определения параметров практически всегда существуют зависимости, связывающие апостериорные вероятности характерных событий или их характеристические величины с параметрами свойств системы или окружающей среды.

Таким образом, базы данных, которые накоплены в течении десятилетий в различных областях знаний, очень часто позволяют найти вероятностные закономерности в формировании различных событий и явлений. Существование для множества событий и случайных величин S -образных распределений является важным общенаучным фактом и фундаментальной вероятностной закономерностью природы и общества. В будущем систематизация и классификация вероятностных распределений может представлять собой целый раздел эмпирической науки, связанной с таксономией событий и оценкой их причинно-следственной зависимости. Причем подобная классификация должна основываться не только на ограниченном перечне используемых модельных распределений, но и на

эмпирических распределениях апостериорных вероятностей для самых разных событий. Для решения этой проблемы надо обладать энциклопедическими знаниями, а это, надо признать, редкое явление. Поэтому, далее приведем только отдельные типичные примеры из области биологии, климатологии, оценки биоразнообразия, безопасности жизнедеятельности, статистики общества, а также физики и астрономии.

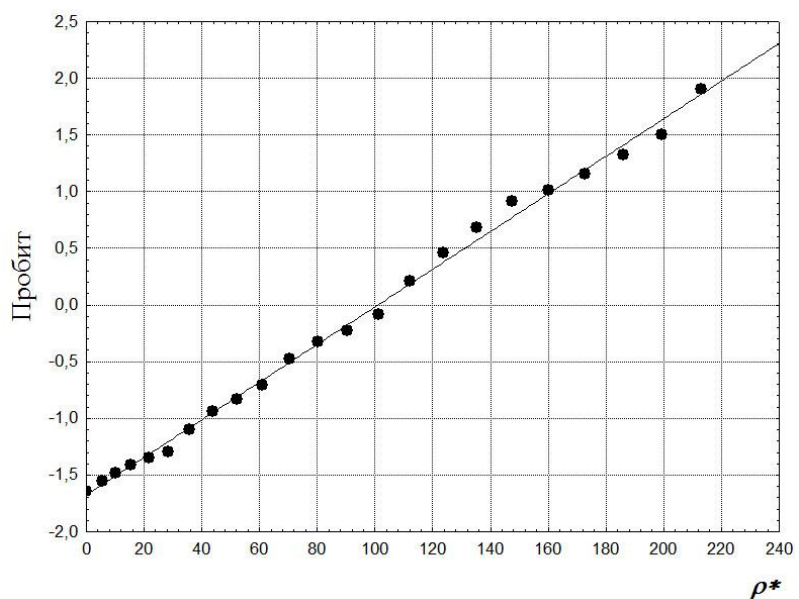
Например, с использованием методов пробит-регрессии обработана информация о естественной смертности различных биологических видов. На рисунке 5.2 представлены статистические данные о смертности мышей от возраста, в свою очередь, на рисунке 5.3 – распределения смертности мужчин и женщин, построенные по таблицам смертности населения России за 2008 г. Как видно из рисунков, полученные зависимости достаточно хорошо описывают опытные данные простым степенным уравнением, которое зависит от возраста τ_s :

$$Pr = \alpha + \beta \tau_s^\nu. \quad (5.4)$$

Данное вероятностное распределение тесно связано с нормальным распределением, хотя и отличается наличием степени у фактора времени. Обратим внимание на то, что это распределение, в частном случае, переходит в нормальное при $\nu = 1$. Таким же образом обработаны данные по рождаемости младенцев. На рисунке 5.4 приведена зависимость пробита от веса новорожденных младенцев.

Рис. 5.2. – Распределение опытных данных о естественной смертности самцов мышей от возраста τ_s ,

$$\rho^* = \tau_s^{1,5} / 10^7$$



Из информации рисунков 5.1 – 5.4 следует, что для каждого биологического процесса существуют свои особенности, отражающие индивидуальные свойства зависимости вероятности характерных событий от влияющих факторов z_k , например, вида $Pr = f(z_1, z_2, \dots, z_n)$. Если на рисунках 5.1 и 5.4 данные описываются логарифмически-нормальным и нормальным законами распределения, то на рисунках 5.2 и 5.3 данные описываются распределением, которое близко к нормальному при степенном преобразовании фактора времени вида (5.4).

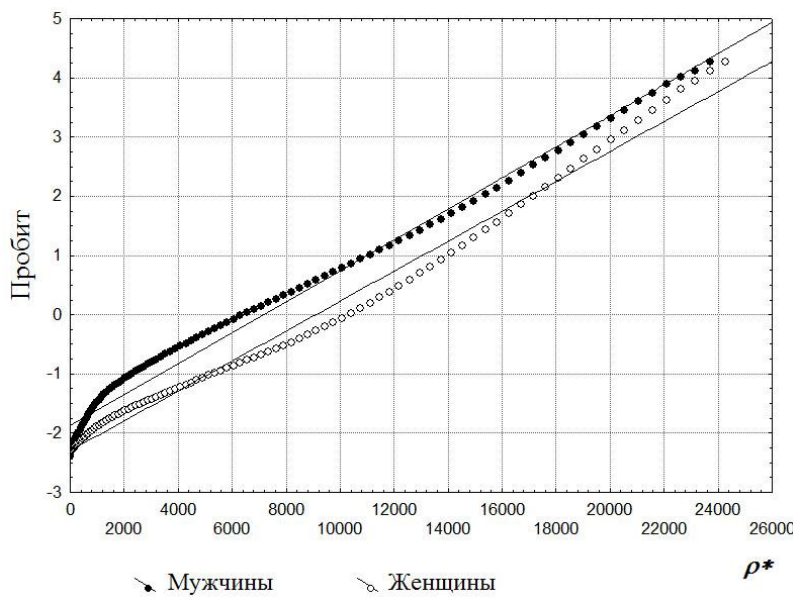
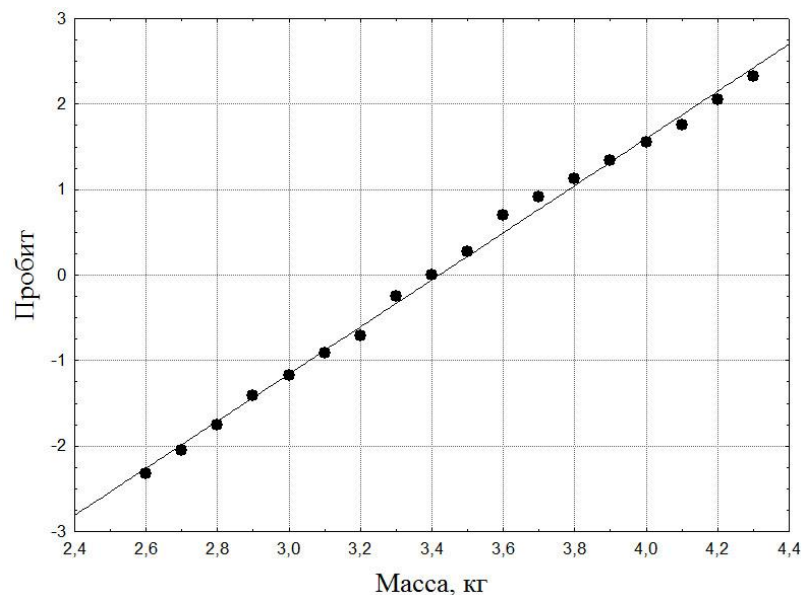


Рис. 5.3. – Распределение статистических данных по смертности населения России в зависимости от возраста τ_s ,

$$\rho^* = \tau_s^{2,5} / 10^{15}$$

Рис. 5.4. – Распределение статистических данных по весу новорожденных младенцев



Следует отметить, что распределение (5.4), представленное на рис. 5.2, при описании данных дает более адекватный результат на всем периоде жизни самцов мышей, нежели известное уравнение смертности Мейкхама. Данный способ установления

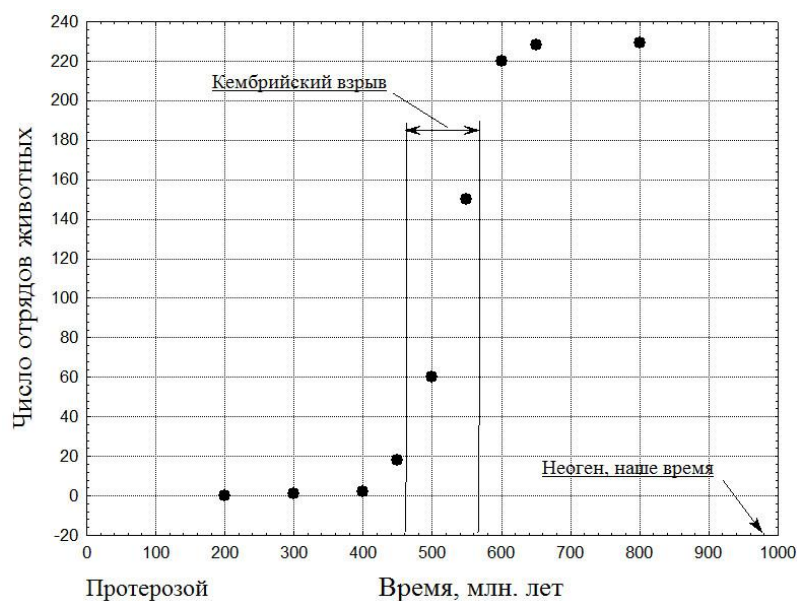
статистических закономерностей широко используется в науках, где объем эмпирического знания сегодня является преобладающим.

Графики на рисунках 5.2 – 5.4 построены по эмпирическим данным, при этом пробит определяется в соответствии с (5.2), время τ задается в минутах, а масса m – в килограммах.

Таким образом, данные примеры указывают на возможность установления связей между статистическими вероятностями характерных событий, которые свойственны состояниям систем, и параметрами биологических объектов. Во многих случаях для решения такой задачи необходим только достаточный объем достоверных опытных данных.

Следующие два примера возьмем из области эволюции животного мира на Земле. На рисунке 5.5 приведены данные об изменении числа отрядов животных за последний один млрд. лет (простейшие, моллюски, членистоногие, насекомые, рыбы, земноводные, пресмыкающиеся, птицы, млекопитающие).

Рис. 5.5. – Число отрядов животных в процессе биологической эволюции за один миллиард лет



В Кембрийский период наблюдался экспоненциальный рост количества отрядов. Данные по эволюции животных в преобразованных координатах приведены на рисунке 5.6.

Из рисунка 5.5 видно, что распределение вероятности возникновения отрядов имеет вид так называемой S-образной функции, которая вышла на насыщение в наше время. Полученная функция имеет вид, близкий к нормальному распределению, если по оси абсцисс откладывается эволюционное время, которое возведено в степень $\nu = 2,5$. Аналогично на рисунке 5.7, а показан процесс филогенеза приматов, который происходит

в виде увеличения числа семейств приматов [129]. В наше время из известных за 70 млн. лет 45 семейств приматов существует 13 семейств.

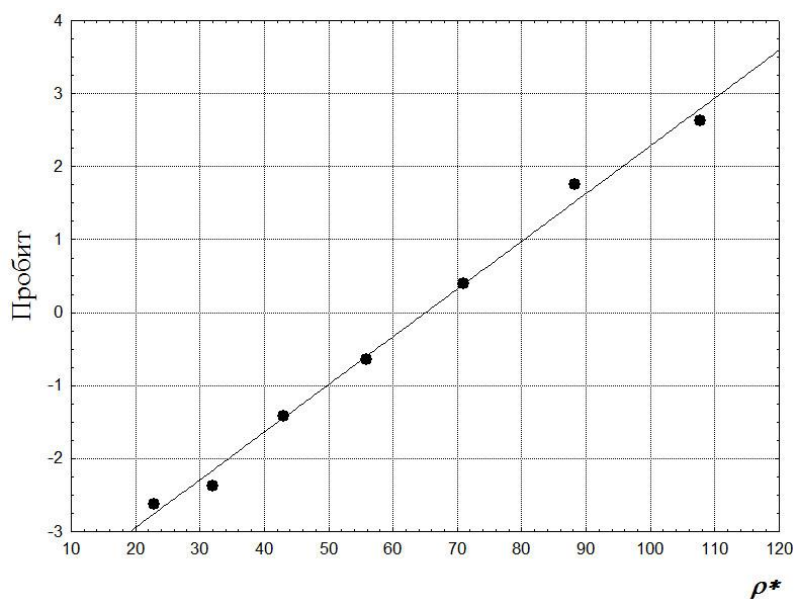
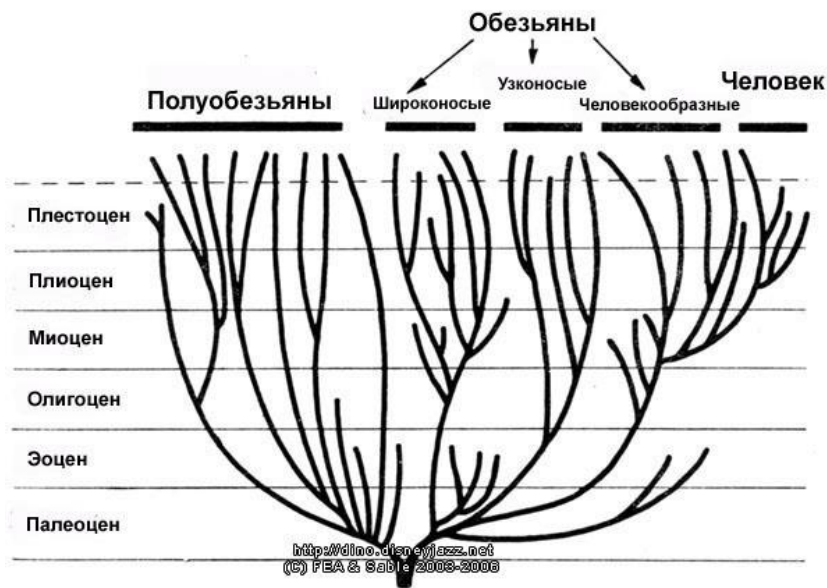


Рис. 5.6. – Распределение вероятности появления отрядов животных в процессе эволюции. Координаты преобразованы относительно вероятности и времени.

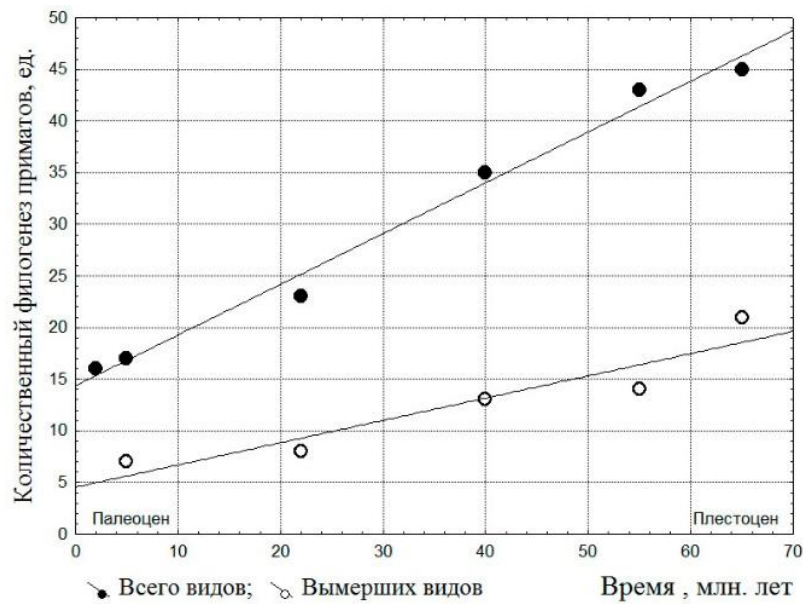
$$\rho^* = \tau_s^{2,5} / 10^5$$

На рисунке 5.7, б приведена простая обработка данных по эволюции приматов, откуда видна линейность количественного филогенеза приматов во времени в диапазоне 1÷65 млн. лет. В свою очередь, относительная частота численности видов также линейно изменяется во времени. Известно, что одна из ветвей дерева филогенеза приматов привела в процессе эволюции к появлению современного человека. Из вышеприведенных данных следует, что эволюционные процессы, связанные с изменением численности видов, обладают различными вероятностными закономерностями.

Одной из основных задач общей теории систем является установление закономерностей развития общества. Сегодня много внимания уделяется изучению опасностей в жизнедеятельности человека. В этой области накоплен обширный статистический материал, который систематизирован в радиологии, промышленной и экологической безопасности, охране труда, в целом ряде наук о Земле и т.д. При этом многие события разных классов являются индикаторами развития общества. На следующем рисунке 5.8, а представлены графики распределения различных опасных событий, связанных с гибелью людей, согласно данных [77].



а)



б)

Рис. 5.7. – Представление данных по эволюции приматов:
а) процесс филогенеза приматов; б) распределение данных

В свою очередь, на рисунке 5.8, б представлены распределения характерных событий в техносфере [43]. Из рисунков видно, что распределения событий имеют вид S-образных функций, которые закономерно с течением времени выходят на насыщение.

Сегодня для очень многих событий и величин установлены те или иные законы распределения вероятностей, которые определяют статистические закономерности в изменении и развитии систем. Например, распределение Пуассона применяют при исследовании рисков отказов оборудования, возникновения пожаров, производственных аварий,

природных катастроф типа тайфунов, смерчей; распределения Вейбулла, Парето – при исследовании землетрясений, наводнений, извержений вулканов, крупных техногенных катастроф, катастрофических пожаров; гамма-распределение – при изучении риска смертельного травматизма, числа промышленных аварий и т.д. Основные виды вероятностных распределений согласно литературных источников для разных видов природных и техногенных опасностей, даны в таблице 5.1.

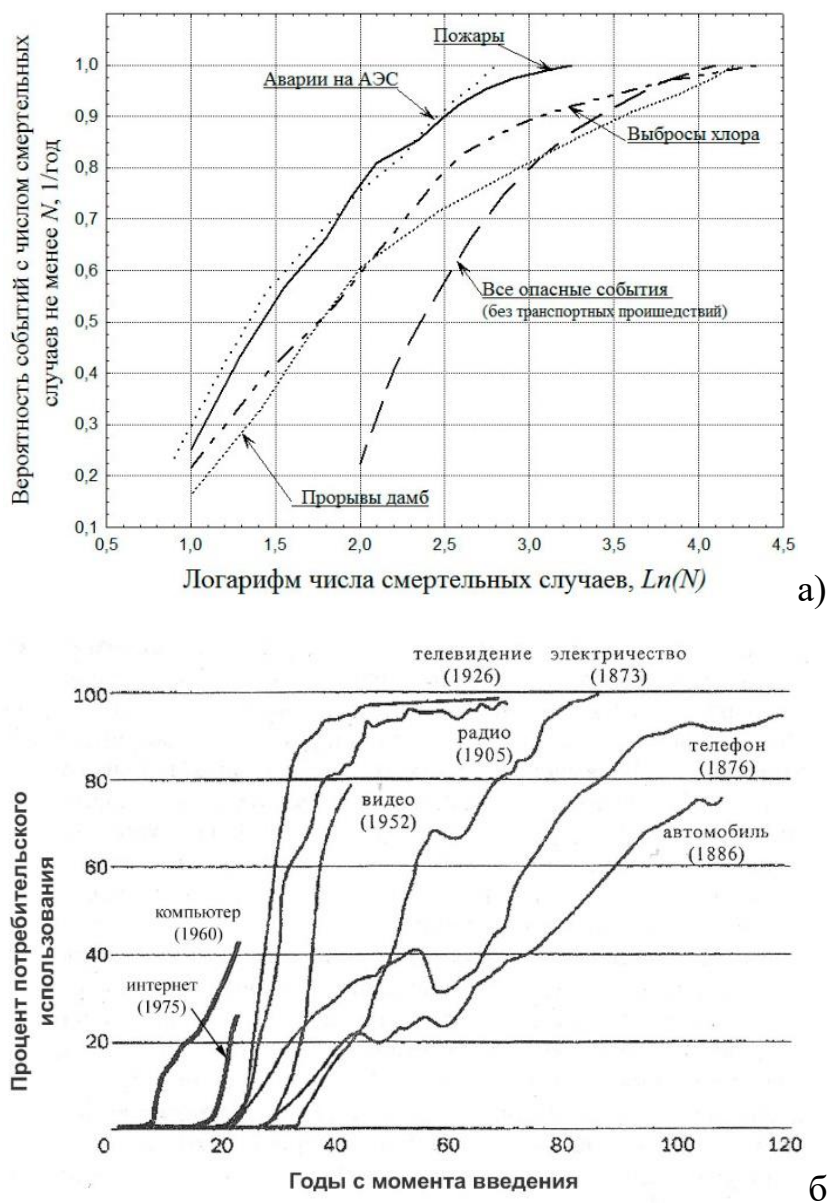


Рис. 5.8. – Вероятностные распределения событий, происходящих в обществе:
 а) события, связанные с гибелью людей; б) события в техносфере

На практике часто приходится выбирать вид распределения не имея достаточного объема опытных данных, чтобы можно было бы проверить

его адекватность. Следует также отметить, что выбор осуществляется из малочисленного перечня модельных распределений. Чаще всего применяется 14 – 16 основных модельных распределений [12].

Таблица 5.1. – Опасные события и виды их распределений

Виды опасностей	Статистические распределения	
	опасного события	последствий реализации опасности
Землетрясения, цунами, наводнения	Логарифмически-нормальное, Вейбулла, степенное	Парето, распределения с «тяжелыми хвостами»
Ураганы	Пуассона, степенное	Парето, распределения с «тяжелыми хвостами»
Извержения вулканов	Логарифмически-нормальное, Вейбулла	Парето, распределения с «тяжелыми хвостами»
Взрывы	Пуассона, логарифмически-нормальное	Парето, Вейбулла, гамма-распределение
Пожары	Пуассона, логарифмически-нормальное, Вейбулла	Парето, гамма-распределение
Крупные аварии	Пуассона, Вейбулла, гамма-распределение	Логарифмически-нормальное, гамма-распределение, Вейбулла
Химическая опасность	Логарифмически-нормальное	Логарифмически-нормальное, логистическое, Вейбулла
Биологическая опасность	Логарифмически-нормальное	Парето, логарифмически-нормальное
Радиационная опасность	Логарифмически-нормальное	Логарифмически-нормальное

Принятие гипотезы о виде распределения обычно основывается на прошлом опыте, на знании механизма конкретного явления или на теоретических предпосылках. При ограниченном объеме данных сложность данной задачи резко возрастает, в связи с чем не всегда можно найти распределения характерных событий, появление которых связано с изменениями в состояниях системы. Тем не менее, существует множество процессов и явлений, где объем опытных данных достаточен для решения этой задачи на эмпирическом уровне.

В настоящее время исследования, связанные с глобалистикой, оценкой развития человеческого потенциала и анализом социально-

экономического развития стран и регионов мира, занимают в системном анализе важное место. Обширные базы данных (<http://hdr.undp.org>; data.worldbank.org; www.yale.edu; www.weforum.org; www.heritage.org; www.kof.ch; www.wwf.ru/resources; russian.doingbusiness.org/rankings; yearbook.enerdata.ru; www.cia.gov/library/pulications; knoema.com/ и многие другие) и высокая актуальность вопроса определяют необходимость построения теории, которая не использовала бы при получении выводов экспертные методы анализа информации.

Существующие данные позволяют найти основные статистические закономерности в событиях, которые индикативно отражают состояние общества и тенденции в его развитии. Например, в таблице 5.2 представлены виды распределений индикаторов развития общества, полученные в результате обработки статистических данных [49, 54]. В работе [58] найдены несколько десятков распределений вида *пробит-логарифм показателя* для различных статистических характеристик городов России с населением свыше 100 тыс. человек.

Следует отметить, что список индикаторов для оценки изменений состояния общественных систем может быть очень большим. Анализ показывает, что статистические данные обычно позволяют в большинстве случаев определить законы распределения тех или иных показателей в виде известных модельных или эмпирических распределений. Существование распределений показателей указывает на возможность оценки количественных характеристик систем на основе определения частоты появления характерных событий, которые индикативно отражают уровень развития общества, техносферы или биосферы. Учет этих закономерностей позволяет разработать модели социально-экономического развития стран и регионов мира или биосферы в целом.

Покажем возможности применения методов пробит-регрессии для некоторых сложных явлений. Например, при изучении биоразнообразия накоплен значительный объем опытных фактов, который представлен в виде баз данных и известных энциклопедий [51, 129]. На рисунке 5.9 приведены данные по биоразнообразию приматов в виде диаграммы рассеивания, которая дает представление о зависимости средней массы особей (m_l) от их средней продолжительности жизни в неволе (τ_l). Как

видно из рисунка, распределение точек, характеризующих положение конкретного вида приматов на диаграмме рассеивания, не является равновероятным, а подчинено некоторой статистической закономерности.

Таблица 5.2. – Распределения индикаторов развития человеческого общества

Индикаторы	Вероятностные распределения	Индикаторы	Вероятностные распределения
Социально-экономические показатели стран мира ¹			
Площадь стран	Логарифмически-нормальное	Младенческая смертность	Пуассона
Население стран	Логарифмически-нормальное	ВВП на душу населения	Пуассона
Доля городского населения	Нормальное	Пользователи Интернет	Логарифмически-нормальное
Удельное потребление энергии	Гамма-распределение	Коэффициент Джини	Логарифмически-нормальное
Случаи заболевания туберкулезом	Гамма-распределение	Численность вооруженных сил	Гамма-распределение
Экспорт товаров	Логарифмически-нормальное	Обслуживание государственного долга	Логарифмически-нормальное
Экологические показатели стран Европы ²			
Потребление электроэнергии	Логарифмически-нормальное	Доля охраняемых территорий	Гамма-распределение
Выбросы прекурсоров твердых частиц	Логарифмически-нормальное	Доля лесопокрытых территорий	Нормальное
Удельные выбросы парниковых газов	Нормальное	Добыча ископаемых на душу населения	Логарифмически-нормальное
Доля сельскохозяйственных земель	Нормальное	Сбор бытовых отходов	Логарифмически-нормальное
Использование удобрений на 1 га с/х земель	Нормальное	Использование пестицидов на 1 га с/х земель	Логарифмически-нормальное
Доля возобновляемых энергоресурсов	Пуассона	Доля орошаемых земель	Пуассона

1 – согласно данных источника [49]; 2 – согласно данных источника [54].

Определим статистическую вероятность существования видов с определенными показателями как:

$$w = P(\tau_l < \tau, m_l < m) = i/n, \quad (5.5)$$

где i – число всех видов, для которых выполняется приведенное неравенство $\tau_l < \tau$ и $m_l < m$, τ и m – значения продолжительности жизни и массы особей, а n – общее число видов приматов.

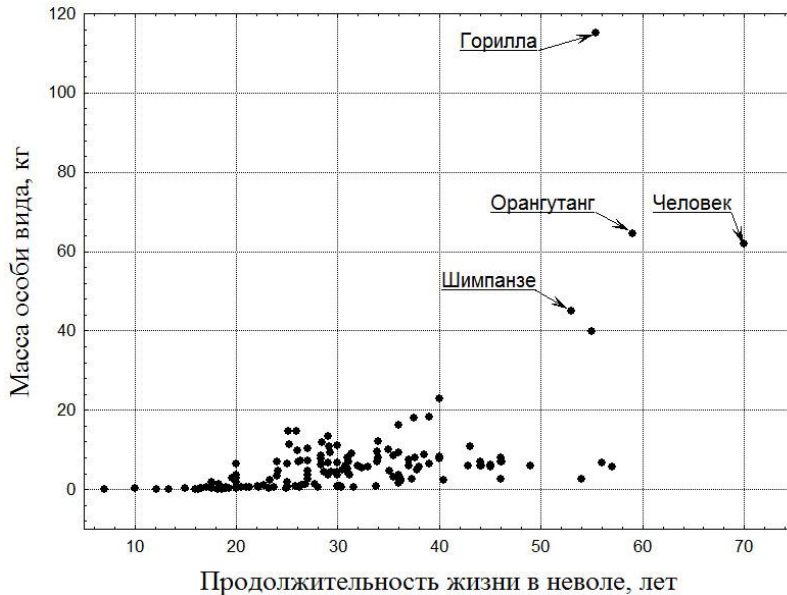


Рис. 5.9. – Диаграмма рассеивания для 150 видов приматов с известной продолжительностью жизни и массой особей

На данном примере хотелось бы несколько раскрыть суть метода пробит-регрессии или других подобных ему методов, которые связаны с непосредственной оценкой вероятностей событий, исходя из статистического анализа опытных данных.

Алгоритм численного определения статистической вероятности существования видов согласно (5.5) достаточно простой и сводится к группировке данных и перебору вариантов на диаграмме рассеивания согласно рисунка 5.9. Исходя из анализа, на рис. 5.10 показана зависимость вероятности существования видов в координатах *вероятность – продолжительность жизни – масса особей*. Из рисунка видно, что функция вероятности w представлена нелинейной S-образной поверхностью, которую можно приближенно описать функцией двух переменных. Например, применяя методику обработки данных (5.1) – (5.3), получим связь вероятности существования видов в зависимости от средней продолжительности жизни (τ_l) и средней массы (m_l) особей в виде:

$$Pr = -9,440 + 0,178 \ln m_l + 2,603 \ln \tau_l. \quad (5.6)$$

Если обратить внимание на диаграмму рассеивания рисунка 5.9, то видно, что в двумерном пространстве переменных *масса –*

продолжительность жизни не наблюдается явно выраженных закономерностей. Однако, если учесть третью координату – вероятность существования видов с заданными биологическими параметрами, то как видно из рисунка 5.10 все опытные точки в трехмерном пространстве принадлежат одной поверхности, что естественно, т.к. алгоритм оценки вероятности однозначен. Данная поверхность в преобразованных координатах $(Pr, \ln m_l, \ln \tau_l)$ может быть приближена плоскостью, которая представлена уравнением (5.6). Коэффициент множественной корреляции зависимости (5.6) достаточно высокий, так как равен 0,99.

Таким образом, опытные данные для приматов хорошо ложатся на линейное уравнение зависимости пробита от переменных состояния. Только для очень больших приматов ошибки отклонения от вероятностного распределения (5.6) начинают возрастать.

Исходя из данного примера, можно сказать, что суть метода пробит-регрессии состоит в установлении связей между вероятностями сложных событий и причинно-связанных с ними более простых событий. Для любой диаграммы рассеивания опытных данных всегда может быть найдена зависимость функции вероятности от исходных переменных, как это показано на рис. 5.10. Если вероятность некоторого сложного события имеет причинно-следственную и однозначную связь с вероятностями простых событий, то на основе данных опыта можно установить зависимость такой связи. Например, если вероятность заболеваемости или смертности биообъекта тесно связана с функцией распределения двумерной случайной величины для значений концентрации и времени действия вредного вещества, то возможно построение уравнений, отражающих закономерности между соответствующими вероятностями событий. Причем, как видно из рис. 5.1, эта закономерность изначально устанавливается не между вероятностью сложного и вероятностями простых событий, а между вероятностью сложного события и исходными параметрами воздействия – концентрацией и временем действия вещества.

Рассмотрим теперь функции распределения одномерных случайных величин – массы особей и продолжительности жизни. Статистическая вероятность в этом случае определена с учетом уравнения (5.5), исходя из ее представления функцией одного аргумента. Как видно из рисунков 5.11,

функции распределения данных величин имеют вид практически функциональных зависимостей. Эмпирическое распределение может быть получено для любого статистического ряда опытных данных, а подогнать под такой ряд известное модельное распределение удастся не всегда.

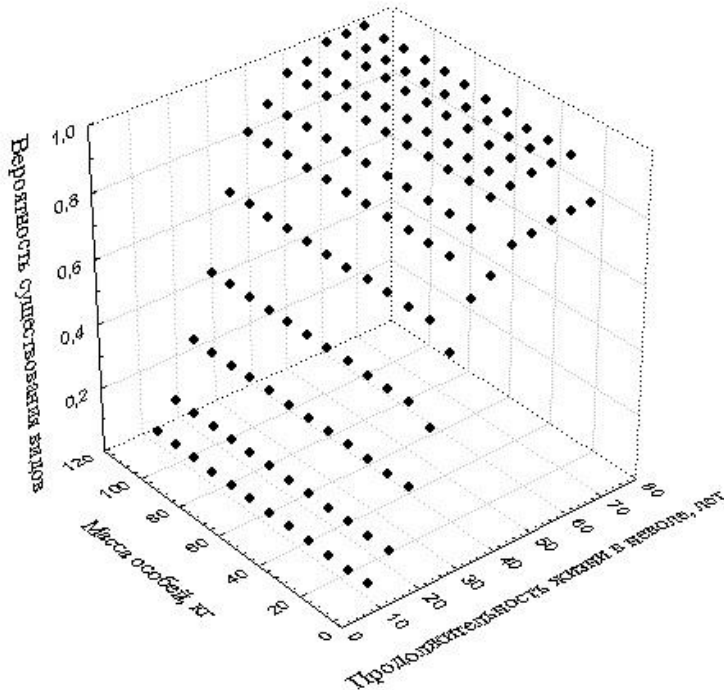


Рис. 5.10. – Вероятность существования видов приматов с заданными характеристиками

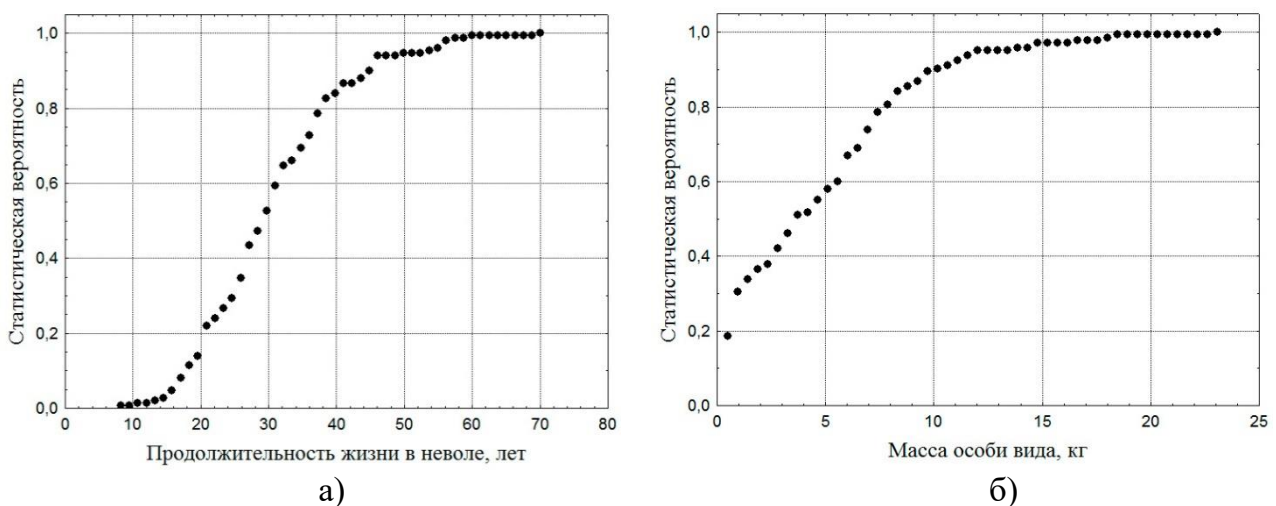


Рис. 5.11. – Функции распределения одномерных случайных величин для различных видов приматов: а) продолжительность жизни; б) масса особей

В дальнейшем при анализе будем использовать оценки статистических и геометрических вероятностей, так как более удобно в процессе определения вероятностей пользоваться безразмерными величинами. Можно показать, что при группировке опытных данных

геометрическая вероятность случайных величин имеет равномерное распределение, так как функции распределения определяются на равномерной сетке изменения этих величин. В свою очередь, статистическая вероятность не удовлетворяет требованию равновозможности и ее распределение обычно не является равномерным.

Например, соответствующие функции распределения вероятностей для продолжительности жизни приматов и их взаимосвязь представлены на рис. 5.12. Данное утверждение справедливо для всех случайных величин, которые обладают свойством устойчивости относительных частот: геометрическая вероятность величины на равномерной сетке будет соответствовать требованию равновозможности, а статистическая вероятность этой величины чаще всего этому условию не будет удовлетворять.

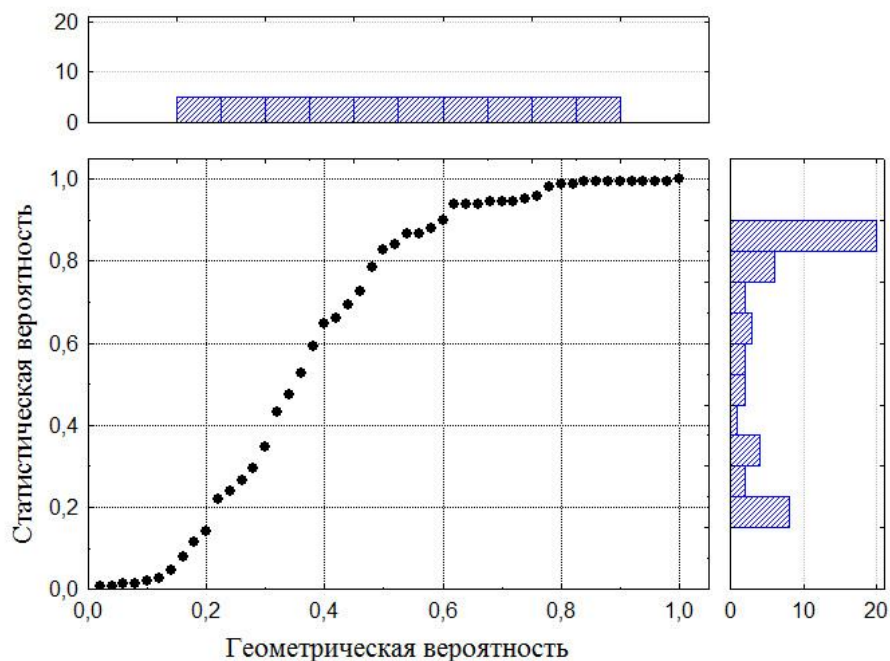


Рис. 5.12. – Функции распределения и плотности статистической и геометрической вероятности продолжительности жизни приматов

Перед тем как сделать выводы по данному подразделу, изучим два физических явления. В первом случае рассмотрим класс макрообъектов из астрономии – ближайшие звездные системы, во втором случае проведем статистический анализ погодных явлений в метеорологии.

В 1989 году Европейское Космическое Агентство (ESA) осуществило запуск космического аппарата HIPPARCOS (High Precision

PARallax Collecting Satellite – «спутник для сбора высокоточных параллаксов»). Космический аппарат проработал на орбите 37 месяцев, в результате чего был собран обширный экспериментальный материал. Обработка этого материала привела к созданию каталога Hipparcos, содержащего информацию о 118218 звездах [153]. На рисунке 5.13, а по данным каталога приведена диаграмма Герцшпрунга-Рессела для звезд, удаленных от Солнца на расстояние до 500 парсек.

Построим распределение вероятности состояния звезд вида

$$Pr = \alpha_0 + \alpha_b \ln(\rho_{bv}) + \alpha_m \ln(\rho_{mag}), \quad (5.7)$$

где ρ_{bv} и ρ_{mag} – соответственно геометрические вероятности показателя цвета $B - V$ и звездной величины mag ; α_i – константы.

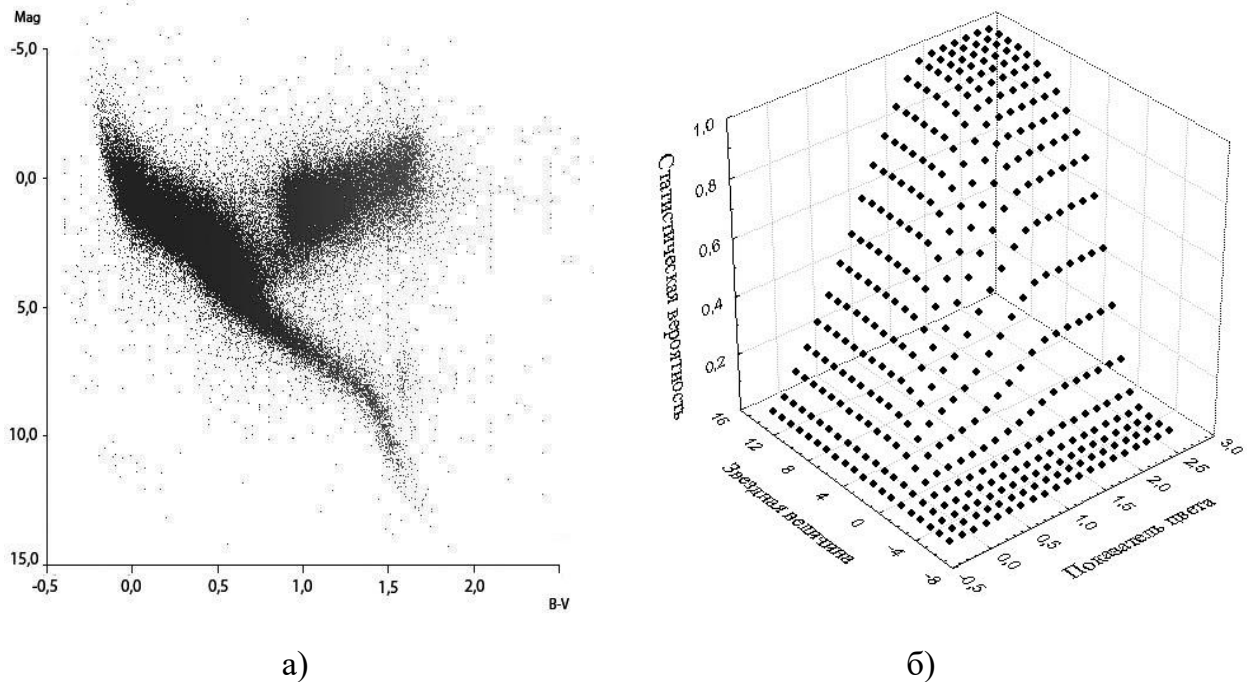


Рис. 5.13. – Распределение вероятностей событий в астрономии:
 а) диаграмма Герцшпрунга-Рессела для звезд Hipparcos, находящихся ближе 500 парсек; б) статистическая вероятность состояния звездных систем по показателю цвета $B - V$ и звездной величине mag

В уравнении (5.7) величина Pr может определяться исходя из вероятностной оценки различных случайных величин или наблюдаемых событий. Например, можно оценить статистическую вероятность распределения звезд по их массе, температуре поверхности, спектральному классу, удалению от Солнца или положению в пространстве и т.д. Если

вероятности этих событий имеют причинно-следственную зависимость от вероятности состояния звездной системы, то можно установить связь между вероятностями различных событий для данного класса объектов.

Определим статистическую вероятность состояния звездной системы для диаграммы Герцшпрунга-Рессела в виде функции распределения двумерной случайной величины для каждой пары совместно наблюдаемых значений звездной величины mag и показателя цвета bV звезд:

$$w = P(mag < mag_k, bV < bV_k) = \frac{i}{n}, \quad (5.8)$$

где i – число звезд, для которых выполняется приведенное неравенство $mag < mag_k$ и $bV < bV_k$; k – индекс выбранной на диаграмме произвольной k -точки; n – общее число звезд.

На рисунке 5.13, б приведены результаты оценки статистической вероятности состояния звездных систем *Hipparcos*. Обработка данных была связана с приближением поверхности, представленной на рис. 5.13, б, зависимостью вида (5.7). Идея обработки заключается в поиске связей между статистическими и геометрическими вероятностями случайных величин. В процессе анализа данных устанавливалась зависимость пробита согласно уравнений (5.2) и (5.7) с вероятностями попадания равномерно распределенных случайных величин mag и bV в наблюдаемые в опыте интервалы $l_m = mag_{\max} - mag_{\min}$ и $l_{bV} = bV_{\max} - bV_{\min}$. Так как функции плотности вероятности в первом и втором случае равны соответственно

$$f(mag) = \begin{cases} 1/(mag_{\max} - mag_{\min}) & \text{внутри } l_m; \\ 0 & \text{вне } l_m \end{cases}$$

$$f(bV) = \begin{cases} 1/(bV_{\max} - bV_{\min}) & \text{внутри } l_{bV}, \\ 0 & \text{вне } l_{bV} \end{cases}$$

то в обоих случаях функция распределения геометрической вероятности

$\rho(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$ имеет вид:

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq x_{\min} \\ \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} & \text{при } x_{\min} < x \leq x_{\max} \\ 1 & \text{при } x > x_{\max} \end{cases} \quad (5.9)$$

В результате обработки данных была получена зависимость в виде:

$$Pr = 1,912 + 1,188 \ln(\rho_{bv}) + 1,725 \ln(\rho_{mag}), \quad (5.10)$$

коэффициент корреляции которой составил 0,93. Здесь геометрические вероятности равны $\rho_{bv} = (bv + 0,4)/3,09$ и $\rho_{mag} = (mag + 6,63)/20,93$. Видно, что и в этом случае опытные данные хорошо ложатся на линейное уравнение относительно пробита вероятности.

Теперь рассмотрим второе физическое явление – метеорологические процессы, определяющие состояние атмосферы над обширной территорией. Рассмотрим информацию о состоянии атмосферы в Донецко-Макеевском регионе, которая обычно накапливается с периодичностью в 6 часов. К перечню наблюдаемых параметров относятся: направление и скорость ветра, температура, относительная влажность и давление атмосферного воздуха, парциальное давление водяного пара, атмосферные явления и т.д. Результаты обработки данных наблюдений по оценке вероятностей событий, связанных с формированием метеорологических параметров в 2010 году, приведены на рисунках 5.14, а – 5.14, г. В процессе анализа оценивалось существование связи между статистическими и геометрическими вероятностями для наблюдаемых случайных величин. Вероятности находились путем группировки данных для опытных точек имеющих временных рядов показателей. При этом геометрические вероятности оценивались исходя из попадания наблюдаемой равномерно-распределенной величины в заданный диапазон согласно уравнения (5.9), а статистические вероятности находились с учетом распределения опытных точек в заданном диапазоне. Приведенные на рисунке 5.14 распределения указывают на тесную связь между статистическими и геометрическими вероятностями для основных метеорологических параметров.

Следует отметить, что в процессе формирования погоды метеопараметры атмосферы меняются во времени достаточно быстро в сравнении, например, с характеристиками процессов, которые происходят в биосфере или человеческом обществе. Для параметров общественных систем, которые сравнительно медленно меняются во времени, тесная связь между статистической и геометрической вероятностями также справедлива. Например, на рис. 5.15 приведены зависимости для индикаторов, которые используются при оценках социально-

экономического развития стран мира. Все приведенное выше подтверждает универсальность связи между вероятностями случайных величин для многих процессов и явлений в природе и обществе.

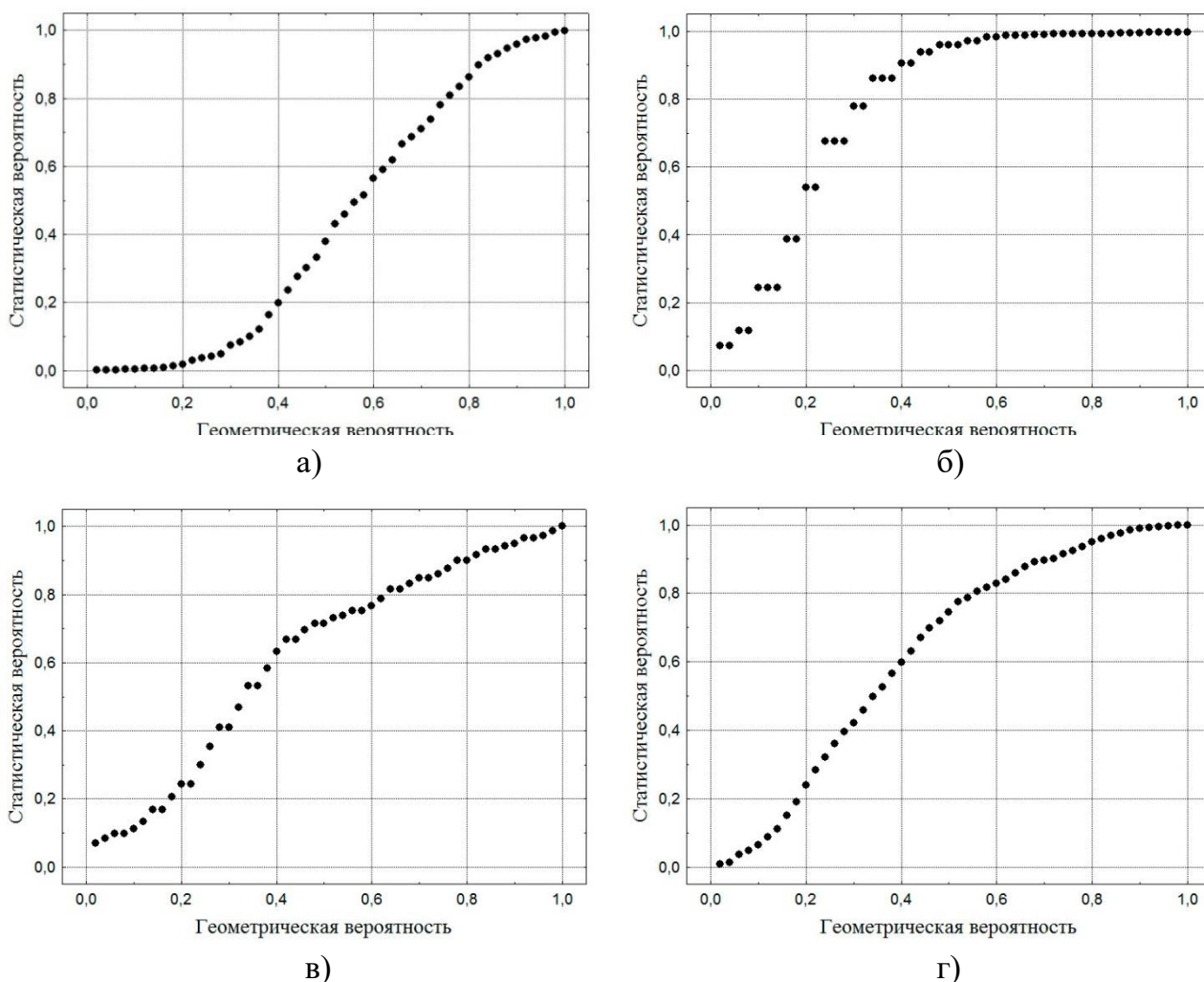


Рис. 5.14. – Распределения вероятностей событий при формировании погоды в Донецко-Макеевском регионе: а) температура воздуха; б) скорость ветра; в) направление ветра; г) парциальное давление водяного пара

Теперь можно обобщить результаты и сформулировать выводы по разделу, исходя из существующих статистических закономерностей.

В системном анализе общепринято, что состояния систем формируются под действием внешних условий окружающей среды. Причем считается, что состояния однозначно определяются наблюдаемыми свойствами, которые количественно выражаются через измеряемые параметры. Обычно при моделировании такие параметры принимаются независимыми и равномерно распределенными величинами.

Соответствующие реакции систем на взаимодействие с окружающей средой могут представляться в виде характерных событий или их характеристических случайных величин, которые также несут информацию о состояниях систем. Практика показывает, что вероятность таких событий тесно связана с условиями, в которых ведется наблюдение за функционированием или поведением систем, и, как следствие, наблюдается также связь этих вероятностей с исходными параметрами систем или факторами окружающей среды.

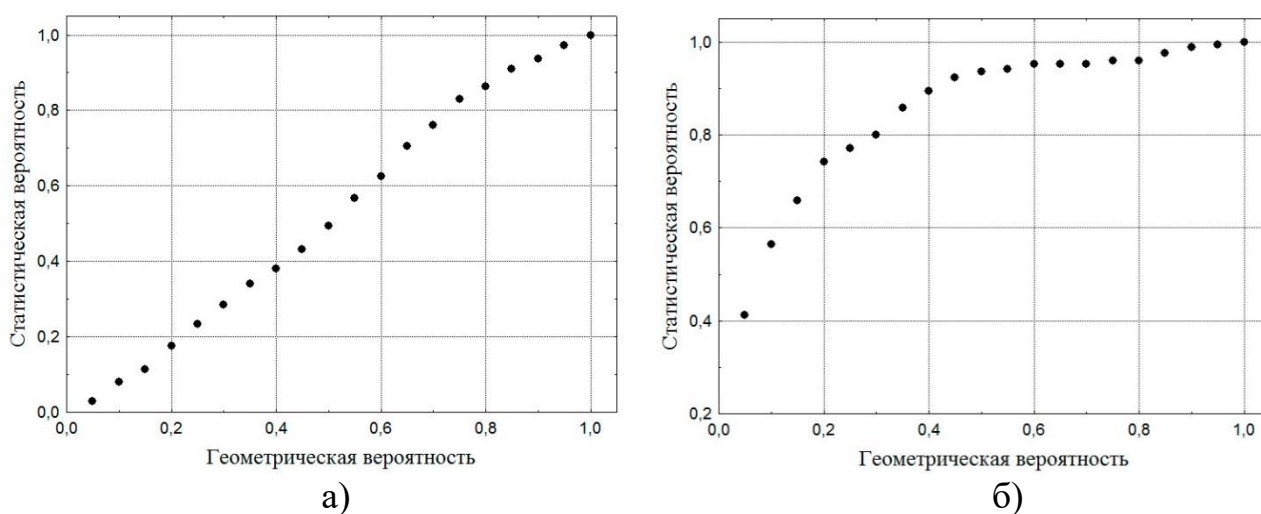


Рис. 5.15. – Вероятности событий в процессе развития стран мира: а) доля городского населения стран; б) удельное потребление энергии странами

Таким образом, реакции систем, которые отражаются в наблюдаемых изменениях их состояний, могут выражаться как в изменении параметров систем, так и в появлении некоторых характерных событий. При этом существующие законы распределения случайных величин могут служить эмпирическими моделями для характеристики состояний систем.

Функции распределения событий и величин для многих процессов и явлений в природе и обществе определяются по опытным данным. В математической статистике считается, что теоретически при достаточном количестве опытов свойственные этим процессам и явлениям статистические закономерности могут быть установлены сколь угодно точно. При этом оперируют апостериорными вероятностями, которые находятся по опытным данным. Суть определения законов распределения случайных величин сводится к построению гистограмм, когда на равновозможной координатной оси изучаемой величины выделяется

равномерная сетка и на ней представляются относительные частоты событий наблюдения этой величины, которые чаще всего не удовлетворяют свойству равномерности. По большому счету статистический метод позволяет установить связь между геометрическими и статистическими вероятностями случайной величины.

Также многие события часто свидетельствуют о качественных изменениях в состояниях систем, причем имеющиеся данные указывают на существование во множестве случаев тесной взаимосвязи между распределениями вероятностей этих событий и параметрами состояния систем. Все это позволяет сделать общесистемное предположение, что количественные свойства систем однозначно характеризуются измеряемыми параметрами, а статистические вероятности событий, которые являются результатом опыта, позволяют судить о качественных характеристиках систем. Поэтому при определении состояния системы необходимо учитывать как количественную, так и качественную стороны, и использовать соответствующие эмпирические меры для их оценки. Статистические модели во многих науках находятся преимущественно опытным путем и дают основание говорить о взаимосвязи между качествами и свойствами систем самой разной природы.

5.3 Критерии изоморфности для объектов и систем различной природы

Известно, что общее определение изоморфизма связано с существованием сходства у разных объектов. Сходство у однородных объектов будем рассматривать исходя из наличия меры сходства (соответствия, подобия, близости). Будем изучать сходство у объектов одного класса путем комплексного сравнения их состояний между собой по группе из нескольких признаков (показателей, переменных состояния). В качестве признаков рассматриваем любое измеряемое свойство, комплексную характеристику или вероятность характерных событий, которые свойственны наблюдаемому объекту, процессу или явлению. Это позволяет в процессе моделирования рассматривать состояние как

формальный образ объекта, заданный по комплексу атрибутивных параметров и характеристик. Сходство состояний представляется объективным явлением, ибо отражает изоморфность однородных объектов и систем, входящих в упорядоченные множества и отличающиеся общими особенностями и закономерностями в определенных аспектах.

Массивы опытных данных (темпоральные данные), характеризующие объекты и системы одного класса представляются таблицами в виде «объекты – параметры», каждая строка которых соответствует определенному объекту, а каждый столбец – значению отдельного параметра свойства. Множество таких таблиц упорядочено во времени. Набор значений параметров каждого объекта может отождествляться с вектором или точкой многомерного пространства, координаты которых зависят от времени. Каждой такой точке может быть поставлено в соответствие значение некоторой общей характеристики или вероятность некоего характерного события.

Для многомерных классов объектов и систем в настоящее время нет универсальных методов, позволяющих изначально сформировать из множества параметров и характеристик оптимальный набор переменных состояния, которые необходимо использовать при описании и построении моделей систем. Чаще всего используют все параметры, и тем или иным способом формируют рациональный набор переменных. Второй способ предполагает формирование из общего списка параметров перечней из 3 – 5 переменных, построение на их основе аналитических или прогнозных моделей и выбор из них наиболее адекватных и качественных моделей.

Исходя из вышесказанного, формальный образ состояния объекта может определяться как действительная функция многих переменных вида $W = W(z_1, z_2, \dots, z_n)$ или вида $W = W(\tau, z_1, z_2, \dots, z_n)$, отражающая для класса объектов некоторые общие эмпирические закономерности.

При формализации описания требуется представлять состояние объекта в статике и динамике. В первом случае речь идет об установлении сходства в состояниях объектов одного класса в заданный момент времени (в статике), во втором случае – об установлении сходства в процессе изменения состояний объектов в разные моменты времени (в динамике). В

настоящее время можно использовать четыре основных подхода при оценке сходства в состояниях объектов.

Геометрический подход позволяет сравнивать между собой состояния объектов в многомерных пространствах состояний на основании геометрических мер сходства. В этом случае мера сходства (коэффициент сходства) двух элементов (объектов) M_i и M_j в многомерном геометрическом пространстве определяется некоторой функцией $K(M_i, M_j)$, которая обладает метрическими свойствами:

- любой паре элементов M_i и M_j может быть поставлено в соответствие вещественное неотрицательное число $K(M_i, M_j)$, которое является расстоянием между этими элементами (метрика);
- расстояние между элементами равно нулю $K(M_i, M_j) = 0$, если $M_i = M_j$;
- наблюдается симметрия для функции расстояния – $K(M_i, M_j) = K(M_j, M_i)$;
- для расстояния выполняется неравенство треугольника $K(M_i, M_j) \leq K(M_i, M_k) + K(M_k, M_j)$.

Существует множество геометрических мер сходства $K(M_i, M_j)$, для которых справедливы метрические свойства. Для сравнения состояний объектов между собой могут быть использованы следующие меры.

1) Евклидово расстояние

$$K(M_i, M_j) = \sqrt{(z_{1i} - z_{1j})^2 + \dots + (z_{ni} - z_{nj})^2}. \quad (5.11)$$

2) Квадрат евклидова расстояния

$$K(M_i, M_j) = (z_{1i} - z_{1j})^2 + \dots + (z_{ni} - z_{nj})^2. \quad (5.12)$$

3) Взвешенное евклидово расстояние

$$K(M_i, M_j) = \sqrt{\alpha_1(z_{1i} - z_{1j})^2 + \dots + \alpha_n(z_{ni} - z_{nj})^2}, \quad (5.13)$$

где α_k – весовые коэффициенты ($k=1, 2, \dots, n$).

4) Манхэттенское расстояние

$$K(M_i, M_j) = |z_{1i} - z_{1j}| + \dots + |z_{ni} - z_{nj}|. \quad (5.14)$$

5) Степенное расстояние

$$K(M_i, M_j) = \sqrt[\beta]{(z_{1i} - z_{1j})^\alpha + \dots + (z_{ni} - z_{nj})^\alpha}. \quad (5.15)$$

б) Экспертное расстояние по отношению к максимальным ($z_{k \max}$) и минимальным ($z_{k \min}$) значениям параметров в группе

$$K(M_i, M_{\min}) = \alpha_1 \frac{z_1 - z_{1 \min}}{z_{1 \max} - z_{1 \min}} + \dots + \alpha_n \frac{z_n - z_{n \min}}{z_{n \max} - z_{n \min}}. \quad (5.16)$$

7) Различные потенциальные функции, составленные на основе евклидова расстояния.

При геометрическом подходе меры сходства представляются в основном вещественными функциями многих переменных.

Статистический подход позволяет сравнивать между собой объекты на основе оценки вероятности их состояний. В этом случае мера сходства $K(M_i, M_j)$ двух элементов M_i и M_j или элемента M_i и всей группы элементов в целом определяется путем использования различных статистических процедур. В данном случае будем использовать следующие вероятностные меры:

- статистическая вероятность наблюдения состояния объекта в определенном объеме пространства состояний E^n при группировке данных, исходя из заданного количества диапазонов группирования;
- относительная частота наблюдения состояний всех объектов в определенном объеме пространства E^n , образованного состоянием каждого объекта (точка M_i , представленная в виде правой верхней вершины многомерного параллелепипеда);
- статистическая вероятность событий, отражающих состояние объектов в некоторых аспектах и т.д.

При использовании вероятностных величин мера сходства получается путем отображения значений вероятности ($0 \leq w \leq 1$) на интервал от нуля до $+\infty$ или от $-\infty$ до $+\infty$ с помощью применения логарифмической функции $W = -\ln(w)$, пробит-функции вероятности $W = \text{Pr}(w)$ или других инверсных функций статистических распределений.

При статистическом подходе состояние объекта рассматривается как элемент статистического ансамбля, а в качестве мер сходства используются статистические оценки параметров этого элемента.

Алгоритмический подход позволяет сравнивать между собой объекты на основе кластерных мер или мер, использующих интеллектуальный анализ данных. В этом случае мера сходства $K(M_i, M_j)$ основывается на применении различных вычислительных алгоритмов [12, 57, 80]. Широко используют следующие меры сходства:

- мера попарного среднего, когда точке M_i ставится в соответствие среднее расстояние между данной точкой и всеми остальными опытными точками, как с учетом, так и без учета веса каждой точки;
- центроидная мера, когда каждой точке M_i ставится в соответствие расстояние между данной точкой и центром тяжести для всего массива опытных точек, как с учетом, так и без учета веса каждой точки и т.д.;
- алгоритмические меры сходства между объектом и классом (например, расстояние Махаланобиса, функции меры близости, проекции на подпространство и др.);
- меры сходства на основе применения методов регрессионного анализа, искусственных нейронных сетей, алгоритмов МГУА, позволяющих построить квалиметрические системы измерения состояний;
- меры сходства объектов, основанные на математических методах обработки экспертной информации и т.д.

Алгоритмический подход основывается на множестве алгоритмов, построенных на вычислительных методах преобразования входных данных в различные меры сходства.

Эмпирический подход основывается на использовании величин, которые позволяют на основе опытных данных в целом оценить состояние объекта по отношению к выбранным опорным состояниям. Такими величинами могут быть, например, температура объекта, энергия, физические потенциалы, стоимость объекта, различные предметные индексы или комплексные оценки и т.д.

Данный подход в своей основе требует создания измерительных эмпирических шкал, основанных на применении различных методов шкалирования величин. В общем случае задача заключается в установлении соответствия между значениями некоторой условной величины, измеренной в процентах, градусах, пунктах, балах и т.д., и значениями одной или нескольких входных величин. Для этой цели

обычно используются приборы, вычислительные алгоритмы, регрессионные зависимости и т.д. Такой подход широко распространен в физике, химии, метеорологии, геологии, биологии, психологии, социологии, науках, связанных с безопасностью систем, и т.д.

Наиболее распространенная форма получения эмпирических шкал может быть охарактеризована как метод двух точек (например, создание шкал в термометрии). В этом случае выбираются два состояния, которые достоверно могут быть воспроизведены или наблюдаемы, и для этих состояний на шкале отмечаются две реперные точки. Этим способом формируется база шкалы и задается линейная зависимость между величинами. Далее весь интервал шкалы разбивается на произвольно выбранное число равных делений (чаще всего 5, 10, 12, 100). Изменение одного деления принимается за единицу измерения шкалы, которая называется процентом, долей, градусом, пунктом, балом и т.д.

Среди всех наблюдаемых объектов одного класса выбирается опорный объект, для которого условие линейности создаваемой шкалы для промежуточных значений измеряемой величины наиболее выполнимо. В случае необходимости может формироваться идеальный объект класса, для которого условие линейности шкалы абсолютно выполнимо. Для комплексного измерения состояний объектов выбирается некая величина, например z , которая является количественной мерой и однозначно связана с измеряемым комплексным индексом шкалы t . Устанавливается связь между значениями величин z и t . Для нестационарных массивов темпоральных данных в качестве величины z может использоваться время, для стационарных массивов – это может быть длина линии, соединяющей реперные точки. В обоих случаях величина z может задаваться как статистическая или геометрическая вероятности положения точки в многомерном пространстве. Имеется много других способов установления соответствия между величинами z и t , использование которых определяется конкретной прикладной задачей.

Полученная шкала применяется для измерения состояний в изучаемом классе объектов. После чего формируется уравнение состояния для всего класса объектов. Аналогичным образом шкала может строиться в нелинейном виде или для нескольких реперных точек, что обычно

определяется особенностями поведения или функционирования систем. Эмпирический подход реализуется при существовании достаточного объема эмпирических данных и позволяет создавать эмпирические меры сходства. Однако, на выбор комплексного индекса для оценки состояний объектов в целом существенно влияют особенности и закономерности процессов определенной природы, динамический характер изменения свойств объектов во времени, количество входных переменных и т.д. По совокупности всех признаков на основе соглашения принимается решение о выборе переменных и формировании измерительной шкалы.

В дальнейшем некоторые из перечисленных выше мер сходства применяются при построении моделей систем различной природы. При этом используются отдельные геометрические меры, вероятностные меры сходства и величины, измеренные в эмпирических шкалах.

5.4 Время как системообразующий фактор природных и общественных процессов

Рассмотрим вопрос представления времени в общей теории систем как системной категории. Данной проблеме в конце книги будет посвящен отдельный раздел, затрагивающий феноменологические закономерности времени, однако сейчас необходимо обсудить некоторые вопросы, связанные с представлением времени как системообразующего фактора природных и общественных процессов. Под системообразующим фактором часто понимают доминирующий компонент, который является движущей силой, причиной, или феноменом, определяющим формирование и функционирование системы как целого. Системообразующие факторы, отражая самые разные аспекты систем, могут иметь целевую, временную, структурную, организационную, функциональную и иную природу. Раскрытие в каждом конкретном случае сущности факторов, объединяющих множество в одну систему, является крайне непростым вопросом. Однако, время как влияющий фактор присуще всем без исключения природным и общественным процессам. Особенностью влияния времени является то, что его эффект проявляется в

процессах различной природы по-разному. Исходя из общей логики формального описания состояний объектов и систем и существующей структуры темпоральных данных, характеризующих по результатам опыта эти системы, будем выделять стационарные состояния и состояния в динамике. В стационарном состоянии параметры свойств объектов не изменяются с течением времени, таким состояниям будут соответствовать таблицы массивов темпоральных данных в определенно заданный момент времени. Состояния объектов и систем в этом случае будут полностью характеризоваться наблюдаемыми значениями параметров свойств.

Изменение состояний в динамике как процесс будем рассматривать в виде последовательных переходов состояний объектов из одного состояния в другое. В этом случае параметры свойств объектов изменяются с течением времени и таким состояниям будут соответствовать различные таблицы массивов темпоральных данных в последовательные моменты времени. Состояния объектов и систем в этом случае будут характеризоваться значениями параметров свойств, которые зависят от параметра времени. В обоих случаях (и в статике, и в динамике) необходимо пользоваться измеренными значениями времени. Будем отделять проблему феномена времени как явления от проблемы измерения времени как параметра. Процесс измерения времени при функционировании определенного класса объектов или систем можно осуществить как по внутренним событиям (наблюдаемым в данной системе), так и по внешним событиям (свойственным другим системам, принятым в качестве эталонных).

Поэтому в области измерения времени должно существовать, по крайней мере, два понятия – времени как индивидуальной характеристики, свойственной некоторому классу систем, и времени как общей характеристики наблюдаемых изменений в состояниях любых систем. Для любой системы (объекта) можно предложить различные шкалы измерения времени, исходя из наблюдения по отношению к системе внутренних или внешних процессов, использования регулярных и случайных потоков событий, а также регистрации самых разных характерных последовательностей событий. Если для внутренних процессов использовать статистические последовательности наблюдаемых в системе

событий, а для внешних процессов простых эталонных систем (часов) – регулярные последовательности событий, то будем иметь две связанные между собой статистические и динамические (регулярные) закономерности. В этом будет проявляться статистическая и динамическая закономерности связи между прошлыми, настоящими и будущими состояниями систем. Каждая система обладает своими особенностями проявления этой связи, которые отражают в ней качественные и количественные изменения.

Динамические и статистические закономерности как две формы причинной связи, в том или ином виде, характерны для любых систем и определяются природой времени, свойственной объектам и системам. Тем не менее, наиболее распространенные системы измерения времени (часы) построены на использовании только динамических характеристик регулярных потоков событий – последовательностей событий, следующих одно за другим через строго определенные промежутки времени. Систем измерения времени, где бы использовались другие виды потоков событий, например, стационарные случайные потоки, практически нет. В общем случае речь может идти о разных способах измерения времени.

5.4.1 Абсолютное и системное время

Для измерения времени применяется периодический физический процесс, на основе которого создаются часы, представляющие собой измерительный прибор. Шкала времени, построенная на использовании регулярных потоков событий, исторически введена в науку через механику как мера для измерения интенсивности движения. Время, определяемое по такой шкале, принято называть *абсолютным*. В дальнейшем мы будем также называть это время эмпирическим. Шкала абсолютного времени ориентирована на измерение длительностей в последовательностях любых событий, так как она построена *вне отношения* к конкретным объектам. Данная шкала является удобной для относительных сравнений моментов возникновения событий, но она не отражает внутренних закономерностей в изменениях систем, так как в любой опыт система измерения абсолютного времени привносится извне как закономерность, характерная

для систем совсем иной природы. Кроме того, регулярные потоки событий имеют последствие: моменты появления следующих друг за другом событий связаны функциональной связью, т.е. эти потоки обладают явной динамической закономерностью.

Абсолютное, истинное, математическое время, как принято со времен Ньютона, – «само по себе и по своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему, протекает равномерно и иначе называется длительностью». Исходя из этого, абсолютное время Ньютона не является физической величиной, а представляет собой шкалу для измерения интенсивности физических процессов и изучения различных последовательностей событий [36, 52, 90]. На данной шкале нет опорных точек, начало отсчета выбирается произвольно, единица измерения времени принимается на основе соглашения, мгновение на шкале представляется геометрической точкой, а вся шкала является равномерной и непрерывной и содержит как отрицательные значения (прошлое), так и положительные значения (будущее) [36]. При этом, время в этой шкале течет абсолютно равномерно и выбор события, относительно которого ведется отсчет времени как в прошлое, так и будущее, полностью условен и, в каждом конкретном случае, определяется рациональными соображениями. Данная шкала реализована в часах, использующих периодический физический процесс. При изучении процессов изменения и развития систем различной природы время вносится в опыт как параметр и принимается, что в любой точке системы время течет одновременно с абсолютным временем, которое измеряется часами. Шкала абсолютного времени является общепринятой шкалой интервалов. Для того, чтобы такую шкалу преобразовать в шкалу отношений, необходимо установить абсолютное начало отсчета и принять естественный масштаб времени, характерный для определенного класса систем, процессов и явлений. Кроме того, для изучаемого класса объектов такая шкала должна будет отражать некоторую характерную для него последовательность событий. В этом случае абсолютное время может быть представлено объективным свойством, индивидуально характерным для некоторого класса систем. Однако, подобное преобразование невозможно провести в рамках существующих систем измерения времени, так как они затрагивают только

один, хотя и очень обширный, класс физических систем. Для развития понятия времени необходимо учитывать природу объектов и процессов.

С точки зрения анализа функции состояния системы (3.5) это следует понимать таким образом, что для эволюционно развивающихся систем должны существовать преобразования, позволяющие перейти от внешнего способа введения координат для параметров свойств к внутреннему способу введения координат, основанному на оценке состояний системы относительно некоторых выбранных опорных состояний. Такие преобразования позволяют создать модели, где процессы изменения состояний могут описываться особыми функциями, для которых изменение величины в каком-либо процессе не зависит от характера процесса, а определяется только начальным и конечным состоянием.

В этом плане есть примеры, в которых существующая система измерения времени для некоторых объектов индивидуально преобразуется в шкалу отношений, для чего принимается абсолютное начало отсчета и создается шкала системного времени на основе использования шкалы интервалов абсолютного времени. В токсикологии в качестве начала отсчета шкалы системного времени, привязанной к объекту, устанавливается момент возникновения негативного воздействия; в демографии при изучении возраста – момент рождения человека; в теории риска – момент возникновения опасного события; в палеонтологии и археологии при применении радиоуглеродного метода – смерть биологического объекта; в геохронологии при применении радиометрических методов – фазовый переход минералов из жидкого в твердое состояние, в стратиграфии при направлении шкалы в прошлое – наше время и т.д. В данных случаях параметр системного времени по отношению к классу объектов исследования является уже качественным или количественным свойством, так как отражает некую объективную особенность этих объектов. Подобные шкалы являются нелинейными, чаще всего их представляют в логарифмическом масштабе относительно абсолютного времени. В основу таких шкал положены последовательности событий, индивидуально характерные для конкретной изучаемой системы.

Существуют различные шкалы для оценки системного времени, например, стратиграфические шкалы геологического времени, рис. 5.16.

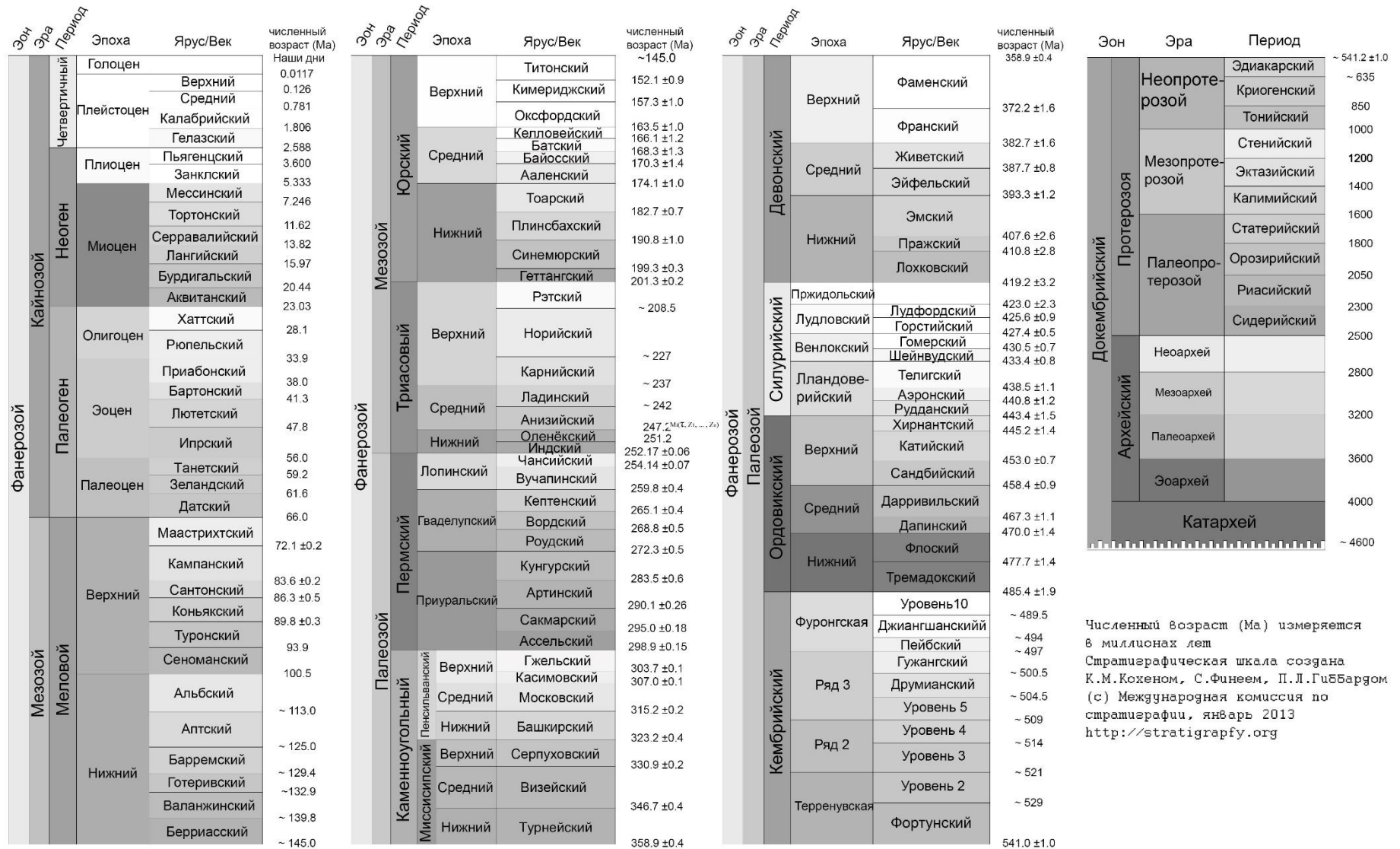


Рис. 5.16. – Международная стратиграфическая шкала геологического времени

Данные шкалы имеют множество официально признанных опорных точек, и возраст геологических слоев измеряется без часов по характеру отложений. В единицах измерения абсолютного времени возраст пород и отложений для разных слоев устанавливается с помощью стратиграфических, радиометрических, палеомагнитных и других методов. Стратиграфические шкалы, с помощью которых измеряется геологическое время, рассматриваются как шкалы порядка [46, 94]. Создание и детализация глобальной геохронологической шкалы является основной задачей стратиграфии [142].

Принятая международная стратиграфическая шкала является официальным стандартом особенностей геологической летописи, построенной на основе обобщения результатов изучения геологического строения и геологической истории регионов планеты.

Сегодня многие авторы обращают внимание на то, что время считается скорее философской категорией, нежели четко определенной физической величиной [36, 38, 113]. В свое время Р. Фейнман отмечал крайнюю сложность определения понятия времени: «...время – это одно из понятий, которые определить невозможно...». Согласно его утверждения, которое нельзя назвать определением: время – «это то, что определяет два последовательных события» [113].

То, что течение времени связано с событиями, или наоборот, события определяют течение времени – является эмпирическим фактом. Однако, наблюдаемые события бывают разные – элементарные, простые, сложные, совместные, несовместные, зависимые, независимые, однородные, неоднородные и т.д.; различным классам систем свойственны характерные события разной природы. При этом особо выделим факт, что сегодня таксономия (систематика) событий для систем различных классов проработана крайне слабо.

Если, используя последовательности событий можно определять время и строить системы измерения времени, то различных шкал для измерения времени должно быть бесчисленное множество. На практике дело обстоит несколько иначе. Поэтому, согласимся с автором работы [36], что наука о методах построения хроношкал в различных физических теориях – хронофизика – не существует. Время в большинстве разделов

физики выступает как абсолютное время и является универсальной шкалой для относительных сравнений длительности различных событий, построенной с использованием регулярных потоков событий, наблюдаемых в периодических физических процессах. При этом абсолютное время применяется для измерения длительности событий в системах различных классов, является параметром и привносится для этих измерений извне, поэтому никак не связано со свойствами этих систем.

В этом плане абсолютное время выступает общим арифметизированным параметром свойств объектов и систем и не обладает собственными свойствами. При этом все физические модели строятся в детерминированной моделирующей среде на основе формулировки различных динамических теорий, где абсолютное время фундаментально.

В отличие от данного способа измерения времени существует и другой способ измерения: каждой системе (классу систем) может быть поставлена в соответствие некая собственная шкала отсчета времени (набор шкал). Данная шкала будет основана на использовании характерной для системы наблюдаемой последовательности событий, поэтому она должна быть тесно связана с изменением свойств этой системы. Для биологических, геологических, экологических, социальных и других систем, где существуют различные факты и индикаторы, которые отражают процессы в изменении и развитии систем, подобных последовательностей может быть множество.

Все эти представления приводят многих авторитетных авторов к выводу о существовании *системного* (относительного, собственного) времени для объектов одного класса; по их мнению проблема феномена времени – это центральная проблема современной науки.

Относительное время Г. Лейбница, собственное время А. Бергсона, геологическое время Ж. Бюффона, биологическое время В. Вернадского и Д. Уитроу, органическое время Г. Бакмана, внутреннее время И. Пригожина, таксонометрическое время С. Мейена – это идеи определения времени на основе наблюдаемых событий, которые индивидуально свойственны объектам разной природы. Научное представление о том, что любому процессу и явлению может быть

поставлена в соответствие некая шкала системного времени, становится распространенным. Так же как между существованием эмпирических шкал температур и принятием шкалы абсолютной температуры нет противоречий, а есть органическая связь, также не должно быть противоречий между существованием различных шкал времени. Здесь обратим внимание на одну неординарную идею, высказанную ученым П. Шамбадалем: «... чтобы установить различие между прошлым и будущим, мы должны обратиться не к хронометрам, а к термометрам» [119]. Работа хронометров построена на принципе использования последовательностей регулярных событий, генерируемых в часах, в свою очередь, работа термометров – на принципе косвенного измерения интенсивности потоков множества случайных событий, свойственным многим физическим процессам в реальных объектах. И первый, и второй методы позволяют получить информацию о процессах изменения систем во времени. Так как шкала абсолютной температуры является шкалой геометрической вероятности для идеальной системы, то данная идея заставляет по иному взглянуть на природу времени.

Действительно, дать ясное и лаконичное определение времени пока невозможно, слишком мало эмпирических фактов и исходных идей для этого. Однако можно сформулировать ряд предположений для уточнения направлений исследований в этой области.

Первое предположение связано с тем, что, как показывают десятилетия исследований, в рамках только класса физических систем сложно понять природу времени. Существующую шкалу интервалов абсолютного времени нельзя перевести в шкалу отношений – нет абсолютного начала отсчета для всего класса физических систем, или хотя бы отдельных подклассов этих систем. Такая задача никогда не ставилась. В связи с громадным количеством разных физических объектов и крайне различной длительностью физических процессов ($\approx 10^{-22} \div 10^{17}$ сек) эта задача вообще является проблематичной, так как требует эмпирического изучения потоков событий во множестве наблюдаемых систем, что не является, по большому счету, предметом исследований физики. Сегодня физика оперирует событиями постольку, поскольку это необходимо для построения детерминированных динамических моделей, по возможности

уходя от явно выраженных статистических моделей опытных данных после проведения физического опыта. Другими словами, в физических теориях за отдельными исключениями преобладает применение динамических закономерностей и повсеместно используется при моделировании принцип равновозможности. Вполне возможно, что это вызвано особенностями физических процессов и систем или общей логикой развития этой науки.

Однако, именно с этим может быть связана основная концептуальная проблема физики – парадокс, вызванный необратимостью процессов в природе и обратимостью уравнений физики, которые описывают эти процессы. Многие модели в классической, релятивистской и квантовой физике инвариантны к изменению направления времени и не отражают существующую необратимость времени. Все модели физических процессов строятся в детерминированной моделирующей среде на основе формулировки различных динамических теорий, где абсолютное время фундаментально. Физика традиционно понимается как наука о физических процессах, происходящих во времени. Как отмечает Д. Гросс, нобелевский лауреат по физике, роль физики сводится к прогнозированию будущего на основе настоящего. Однако, по его словам, у нас нет ни малейшей идеи, как формулировать физику, если время не фундаментально. С абсолютной шкалой времени во все уравнения физики вносится принцип равновозможности и благодаря этому уже на этапе первоначальной формулировки задач исключаются иные виды случайности, которая свойственна необратимым процессам в природе. Это не относится к уравнениям классической термодинамики, где время отсутствует, а есть только параметры свойств, в общем случае, зависящие от времени как параметра. Кроме того, в основы термодинамики положены несколько феноменологических принципов, которые уже несут в своей сути эмпирический факт необратимости процессов.

Следствием использования принципа равновозможности является то, что наблюдаемая в опыте необратимость исключается из предмета исследования на этапе математической формулировки задач, и, поэтому, ее бесполезно искать в уравнениях динамики любой сложности. Сегодня прикладных математических методов моделирования, которые

концептуально были бы ориентированы на случайную среду, практически нет. При моделировании пока не используются координатные системы, где пространство состояний топологически искривлено и имеет статистическую структуру, исключающую в континуальных закономерностях равновозможность. Возможно, именно поэтому сложность теорий в физике постоянно увеличивается, так как в детерминированной среде сложно адекватно отразить стохастическую реальность.

В других науках, где объем эмпирического знания является преобладающим, а теория еще относительно слабо развита, существует тенденция использования закономерностей, имеющих статистический характер. Следует отметить, что статистические закономерности преобладают в природе и обществе. Принятие допущения, что между геометрической и статистической вероятностями при реализации всякого процесса, наблюдаемого в опыте, может существовать взаимосвязь, дает дополнительные возможности при построении моделей систем и ведет к пониманию временных особенностей процессов и явлений различной природы. В этой области формируется предположение, что феномен времени тесно связан с природой событий, их частотными свойствами, единством качественных и количественных характеристик систем, а также различной интенсивностью потоков событий в системах.

Второе предположение заключается в том, что для изучения природы времени необходимо накопить обширный опыт построения различных систем измерения времени с использованием фактов наблюдений и потоков событий, характерных для разных объектов и явлений. Создание эмпирических шкал системного времени даст возможность устанавливать в каждом конкретном случае связи между системным и абсолютным временем, т.е. между свойствами систем и длительностью процессов различной природы. Эмпирические шкалы системного времени могут учитывать индивидуальные статистические закономерности, свойственные той или иной системе, например, свойство устойчивости относительных частот событий, особенности и специфику случайных процессов, динамику совместных событий наблюдения параметров свойств и т.д. Это может дать обширный опытный материал

для изучения времени и понимания его природы. Однако на этом пути не обойтись без общепринятой и ясной таксономии различных событий, а для этого существующий объем эмпирического знания еще не достаточен.

Теория вероятностей, математическая статистика, теория риска и другие естественные науки не отвечают на вопрос о природе событий, их причинно-следственном развитии и их возникновении друг из друга. Случайные, закономерные, регулярные, катастрофические, хаотические, предопределенные и другие события, которые наблюдаются в природе и обществе, формируются исходя из закона причинности, а это пока больше область исследования философии, нежели естественных наук.

Будем изучать феномен времени с точки зрения установления статистических и динамических закономерностей, характерных для систем и явлений различных классов. Изначально не будем давать общих определений, так как это преждевременно, а сформулируем следующие предположения, которые могут быть положены в основу представления времени как системной категории. Рассматриваем время как феномен объективной реальности, связанный с изменением (искривлением) абсолютного пространства свойств объектов и систем и не соблюдением принципов равновозможности, однородности, изотропности, изоморфности и так далее, т.е. феномен, вызванный нарушением основных принципов симметрии при взаимодействии конкретной системы как единого целого с окружающей средой.

Таким образом, при изучении времени как системной категории будем исходить из идей так называемых «нарушенных симметрий» [113], философских представлений В.И. Вернадского о свойствах времени, пространства и симметрии [38], а также системных походов И. Пригожина, акцентирующего внимание на возможности модельного представления внутреннего времени системы и связи закона возрастания энтропии со «стрелой времени» [90]. Другими словами, будем придерживаться реляционной концепции времени в представлениях о природе времени.

Обратим внимание на следующие факты. Если для системы соблюдается принцип равновозможности, то соблюдается, в общем, и вероятностный принцип тождественности динамических и статистических закономерностей: геометрическая и статистическая вероятности для

некоторого характерного события системы равны между собой (рис. 2.4). Если принцип равновозможности нарушается, то нарушается и равенство между соответствующими вероятностями. Равновозможность, как причину хаотичности, следует выделить особо, так как она лежит в основе однородности, изотропности, изоморфности, а также других простых симметрий, имеющих статистическую природу.

Очевидно, что с увеличением сложности системы значимость равновозможности уменьшается и возрастает значимость закономерности, предопределенности и структурированности. Это формирует новые закономерности в системе, которые уже не обладают свойством равновозможности. В науке симметрия природы изучена пока крайне слабо, хотя, как указывал П. Кюри, принцип симметрии является основным для всех физических явлений.

Таким образом, считаем, что в абсолютном пространстве свойств, отличающимся свойством равновозможности, гипотетически предполагается равномерное и однородное течение времени, т.е. в процессе изменения состояний системы реализуется абсолютная природа времени, причем время в моделях может выступать в виде обычного параметра. В системах, где свойство равновозможности нарушается, течение времени будет неравномерно и неоднородно, т.е. реализуется системная природа времени.

Принимаем также как гипотезу факт возможности представления абсолютного и системного времени для любого процесса. Абсолютное время и соответствующая шкала измерения времени будут отражать динамические закономерности в изменении и развитии систем во времени. Другими словами, абсолютное время вместе с абсолютным пространством свойств будут представлять собой логически мыслимую форму, которая служит средой для построения моделей процессов, отражающих относительность изменения свойств и состояний систем различной природы во времени.

Для конкретных систем принятие гипотезы существования абсолютного времени как шкалы измерения последовательностей различных случайных событий в любых объектах связано с реализацией некой последовательности эталонных регулярных событий высокой

плотности на числовой оси времен, реализованной в часах. Такая шкала в виде числовой оси будет отличаться свойством равновозможного выбора произвольных моментов времени, хотя сама последовательность событий, генерированная в часах, будет упорядочена. Вероятностное распределение таких событий будет равновероятным.

В свою очередь, системное время и соответствующие ему эмпирические шкалы времени должны отражать статистические закономерности в изменении и развитии конкретных систем. Данные шкалы измерения длительности в последовательности характерных событий, свойственных объекту, уже не будут обладать свойством равновозможной реализации этих событий на числовой оси времен, а будут отражать существование неких статистических закономерностей в последовательностях моментов времени при изменении свойств. Таким образом, системное время должно быть относительной величиной, которая характеризует меру отклонения состояния изучаемого объекта от опорных состояний, стандартизированных для изучаемого класса объектов.

Цель введения понятия системного времени – преодолеть общепринятое физическое истолкование времени и использовать в качестве системы измерения времени изменение любых свойств объектов, а не только механическое движение. В этом плане время как феномен является следствием изменения множества свойств, присущих материальным объектам.

5.4.2 О реляционной природе времени

Среди множества системообразующих факторов важным является установление общих закономерностей, присущих всем системам без исключения. Академик П. Анохин считал, что такой системообразующей закономерностью является результат функционирования системы. Ряд известных авторов в этом плане обращают внимание на целевые факторы, которые обеспечивают функционирование и поведение систем.

Общим системообразующим фактором является время, формирующее закономерности в изменении и развитии систем для последовательности времен «прошлое-настоящее-будущее». Ганс

Рейхенбах утверждал, что прошлое детерминировано, а будущее не детерминировано, случайно [95]. Противоположной позиции объективной природы наблюдаемых случайных явлений придерживался А. Пуанкаре. Однако, если считать, что прошлое детерминировано, то существующие эмпирические данные (по крайней мере темпоральные данные) могут быть однозначно описаны математическими моделями. В свою очередь, любые данные наблюдений имеют определенные погрешности измерений и оценок, а используемые модели обладают некоторой степенью неопределенности из-за ограниченности наших знаний и т.д. Поэтому данные наблюдений из прошлого могут нести в себе также некоторые элементы случайности.

Для поиска критериев изоморфности процессов и явлений будем придерживаться сложившихся представлений о реляционной природе времени, когда время рассматривается как система причинно-следственных отношений между событиями и является проявлением свойств систем и происходящих с ними изменений.

Попытаемся изучить некоторые особенности построения систем измерения абсолютного и системного времени, исходя из изложенных выше взглядов на природу времени. В начале речь будет идти об абсолютном времени и особенностях шкал измерения этого времени. Время будем рассматривать как реляционную модель движений, когда с параметром времени непосредственно связывают изменения свойств объектов и систем.

Пусть при совершении во времени некоего процесса l параметры свойств изучаемой системы представимы уравнениями (3.1)

$$z_1 = z_1(\tau), \quad z_2 = z_2(\tau), \quad \dots, \quad z_n = z_n(\tau), \quad (5.17)$$

где $z_k = z_k(\tau)$ – суть функции от параметра абсолютного времени τ , непрерывные в промежутке $[\tau_a, \tau_b]$. Данные функции представляют в n -мерном пространстве непрерывную кривую процесса l . Если положить $z_{1a} = z_1(\tau_a), \quad z_{2a} = z_2(\tau_a), \dots, \quad z_{na} = z_n(\tau_a)$ и $z_{1b} = z_1(\tau_b), \quad z_{2b} = z_2(\tau_b), \dots, \quad z_{nb} = z_n(\tau_b)$, то можно сказать, что линия процесса l соединяет два состояния системы A и B , которые определены по совокупности всех свойств:

$$A(z_{1a}, z_{2a}, \dots, z_{na}) \quad \text{и} \quad B(z_{1b}, z_{2b}, \dots, z_{nb}).$$

Примем как факт, что процесс l наблюдаем в опыте в течении длительного времени и параметры свойств системы измеряемы в любой момент времени. Это указывает на то, что функции (5.17) существуют. Возьмем на кривой l ряд точек:

$$A = M_0, M_1, M_2, \dots, M_i, M_{i+1}, \dots, M_n = B$$

так, чтобы они располагались в направлении, которое отвечает возрастающим значениям параметра τ (рис. 5.17), где параметр времени изменяется с постоянным дискретным шагом h

$$\tau_a < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_i < \tau_{i+1} < \dots < \tau_{n-1} < \tau_b.$$

Представим шкалу абсолютного времени как шкалу интервалов: начало отсчета примем для момента времени, когда в изучаемом процессе наблюдалось некоторое состояние системы $M_i(z_{1i}, z_{2i}, \dots, z_{ni})$, причем прошлое свяжем с отрицательными значениями, а будущее – с положительными значениями шкалы.

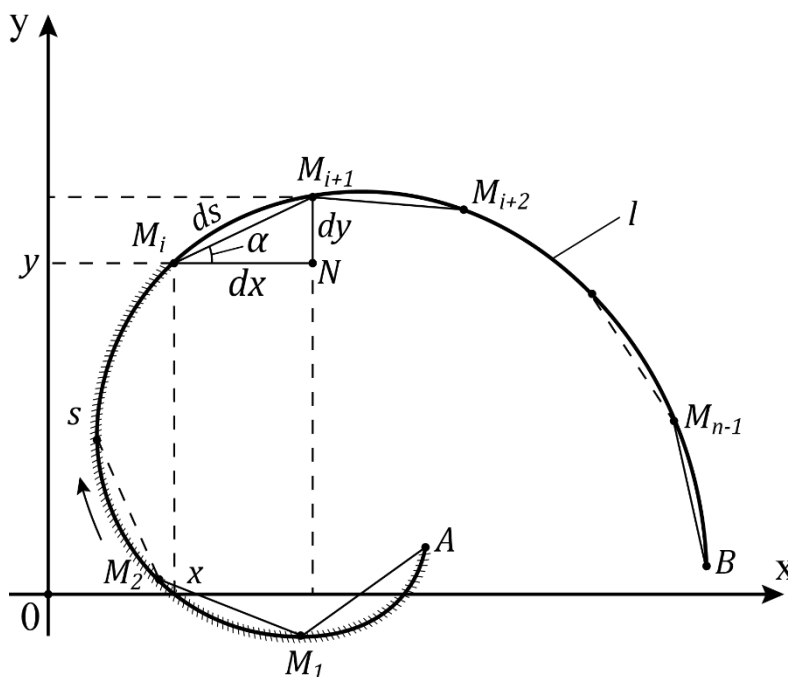


Рис. 5.17. – Представление состояний M_i и кривой процесса l для некого объекта

Выберем единицу измерения времени, тогда длительность интервала времени между смежными наблюдаемыми состояниями $M' = M_i(z_{1i}, z_{2i}, \dots, z_{ni})$ и $M'' = M_{i+1}(z_{1i+1}, z_{2i+1}, \dots, z_{ni+1})$ можно принять равной дискретному шагу h . Будем считать, что данный интервал

достаточно мал, это позволяет линию процесса l в интервале $\Delta\tau = \tau_b - \tau_a$ заменить ломаной, состоящей из множества прямолинейных отрезков и вписанной в кривую AB . При этих условиях для любого состояния M , которое лежит между состояниями M' и M'' , справедливо соотношение между отрезками: $M'M'' = M'M + MM''$, что является характерным для прямой линии, как в обычном, так и n -мерном пространстве [114]. Уравнения «прямой», проходящей через две заданные точки M' и M'' , могут быть представлены для любого свойства в виде:

$$\begin{aligned} z_1 - z_{1i} &= \tau(z_{1i+1} - z_{1i}), \quad z_2 - z_{2i} = \tau(z_{2i+1} - z_{2i}), \dots \\ \dots, \quad z_n - z_{ni} &= \tau(z_{ni+1} - z_{ni}), \end{aligned} \quad (5.18)$$

причем сами точки M' и M'' получаются отсюда при $\tau = 0$ и $\tau = 1$.

Рациональный выбор единицы измерения времени (миллисекунда, секунда, минута, час, день, год, столетие, миллион лет и т.д.) вообще-то определяется классом системы, природой изучаемого процесса и сложившейся практикой наблюдения и измерения его параметров. Например, характерная единица времени при изучении динамики рождаемости выбирается во много раз больше, нежели при изучении турбулентных пульсаций в процессе течения жидкости. Обычно данная единица времени задается исходя из интуитивных соображений и непосредственно связана с длительностью формирования регистрируемого события, которое характерно для изучаемого процесса и отражает результат измерений. Таким образом, выбор единицы шкалы времени при относительных измерениях (релятивных по отношению к объекту) уже априори задает длительность «момента» времени, характерного для шкалы измерений. При изучении реальных процессов момент времени никогда не представляет собой безразмерную (геометрическую) точку на оси времени, а подразумевает собой некую протяженность, которая определена средним временным интервалом формирования характерного события. В этом состоит главное отличие практической шкалы измерения времени от математической шкалы, используемой в моделях процессов и явлений.

Теперь обратим внимание, что уравнения (5.18) представимы в виде:

$$\rho_1 = \tau, \quad \rho_2 = \tau, \dots, \quad \rho_n = \tau, \quad \text{при } 0 \leq \tau \leq 1,$$

где ρ_k – геометрические вероятности для каждого свойства в одномерном случае, определенные на отрезке $M'M''$. Из данных соотношений также имеем, что $\rho = \rho_1\rho_2\dots\rho_n = \tau^n$, где величина ρ представляет собой геометрическую вероятность в n -мерном абсолютном пространстве свойств. Таким образом, согласно (5.18), в окрестности точки M' n -мерный вектор параметров свойств вдоль линии $M'M''$ связан подобным преобразованием относительно параметра времени τ [82].

Теперь пусть некая эмпирическая мера состояния системы (3.5) $w(\tau) = W(z_1(\tau), z_2(\tau), \dots, z_n(\tau))$ определена и непрерывна в замкнутой области E^n и имеет непрерывные частные производные внутри этой области по параметрам свойств. Состоянию M' свойственно уравнение $w_i = W(z_{1i}, z_{2i}, \dots, z_{ni})$, а состоянию M'' – аналогичное уравнение $w_{i+1} = W(z_{1i+1}, z_{2i+1}, \dots, z_{ni+1})$. Все другие состояния, соответствующие отрезку процесса $M'M''$, будут определены уравнением $w = W(M)$. Используем ту же самую шкалу измерения абсолютного времени τ , отличающуюся равномерным течением времени. В процессе изменения параметра времени от 0 до 1 изменение функции $w(\tau)$ можно приближенно представить в виде $w(\tau) = w_i + \tau(w_{i+1} - w_i)$. В результате имеем следующее приближенное уравнение, которое тем точнее, чем меньше интервал единицы времени h :

$$w_i + \tau(w_{i+1} - w_i) = W(z_1(\tau), z_2(\tau), \dots, z_n(\tau)), \quad (5.19)$$

где параметры свойств $z_k = z_k(\tau)$ приближенно представимы параметрическими функциями времени вида (5.18).

Продифференцируем равенство (5.19) по τ : левую часть равенства как обычную функцию, правую часть – по правилу дифференцирования сложной функции с учетом (5.18), в результате получим:

$$\begin{aligned} w_{i+1} - w_i &= \frac{\partial W}{\partial z_1}(z_{1i+1} - z_{1i}) + \frac{\partial W}{\partial z_2}(z_{2i+1} - z_{2i}) + \dots + \frac{\partial W}{\partial z_n}(z_{ni+1} - z_{ni}) \quad \text{или} \\ w_{i+1} - \frac{\partial W}{\partial z_1} z_{1i+1} - \frac{\partial W}{\partial z_2} z_{2i+1} - \dots - \frac{\partial W}{\partial z_n} z_{ni+1} &= \\ &= w_i - \frac{\partial W}{\partial z_1} z_{1i} - \frac{\partial W}{\partial z_2} z_{2i} - \dots - \frac{\partial W}{\partial z_n} z_{ni}. \end{aligned}$$

Здесь мы умышленно не переходим к дифференциалам величин dw и dz_k , чтобы не потерять суть «момента» шкалы измерения времени, связанного с формированием характерных событий для конкретной системы.

Так как точки M_i и M_{i+1} выбирались абсолютно произвольно, то, в общем случае, в окрестности любого состояния системы получим:

$$w - \frac{\partial W}{\partial z_1} z_1 - \frac{\partial W}{\partial z_2} z_2 - \dots - \frac{\partial W}{\partial z_n} z_n = \varphi, \quad (5.20)$$

где функция φ зависит от параметров свойств z_k . Тогда, в первом приближении описание функции w , которая обладает подобием свойств относительно абсолютного времени, в окрестности любого состояния должно быть представимо однородной функцией [114]:

$$\frac{\partial W}{\partial z_1} z_1 + \frac{\partial W}{\partial z_2} z_2 + \dots + \frac{\partial W}{\partial z_n} z_n = w - \varphi. \quad (5.21)$$

В процессе вывода уравнения (5.21) после дифференцирования соотношения (5.19) сокращен дифференциал абсолютного времени в правой и левой части полученного уравнения. Однако, для адекватного описания изменения и развития системы во времени необходимо учесть факт того, что для процесса измерения каждого свойства существует свое характерное событие со своей длительностью формирования во времени (своим «моментом» шкалы измерений). Предположим линейность связи длительности этого события с единицей измерения, принятой для шкалы абсолютного времени. Исходя из этого для описания функции состояния системы, можно получить уравнение вида:

$$\alpha_1 z_1 \frac{\partial W}{\partial z_1} + \alpha_2 z_2 \frac{\partial W}{\partial z_2} + \dots + \alpha_n z_n \frac{\partial W}{\partial z_n} = f, \quad (5.22)$$

где α_k и f , в общем случае, представляют собой некие функции от параметров свойств.

Таким образом, для эволюционно развивающихся систем, которые можно рассматривать как квазистационарные системы, любая функция в виде эмпирической меры представима квазилинейным уравнением в частных производных первого порядка по отношению к параметрам свойств. В этом случае в окрестности произвольного состояния можно получить линейное модельное описание самой функции и всех свойств системы относительно абсолютного времени. Это связано с тем, что

медленные изменения функции W и параметров свойств подобны относительно времени. В процессе моделирования абсолютное время выступает параметром и отражает систему отношений между событиями, суть которых заключается в изменении свойств. В этом и будут проявляться системообразующие свойства времени при описании процессов и явлений различной природы.

Соотношение (5.22) получено на основе некоторых логических предположений, в дальнейшем справедливость соотношения для эволюционно развивающихся систем будет обоснована более строгим образом.

5.4.3 Шкала системного времени

Предполагается, что системное время связано с полевой природой времени, характерной для изучаемого класса объектов. Если каждому состоянию может быть поставлено в соответствие определенное значение абсолютного времени, измеренное по отношению к внешним эталонным событиям, то последовательностям внутренних событий, свойственным системе, также должна соответствовать своя измеряемая величина. В этом плане необходимо предложить методы измерения системного времени. Определим требования, которым должны удовлетворять шкалы системного времени, построенные на использовании последовательностей однородных событий. Для этого воспользуемся свойством статистической устойчивости частот событий Р. Мизеса и возможностью параметрического представления измеряемых величин относительно абсолютного времени.

Пусть для множества объектов одного класса (однотипные физические, химические, биологические системы, астрономические объекты, общественные системы: компании и предприятия, города, регионы и страны мира и т.п.) имеются результаты наблюдений некоторых фактов или измерений значений характеристических случайных величин, индивидуально свойственных этим системам. Данные результаты для каждого объекта представимы в виде последовательности однородных несовместных событий, которые получены один за другим в определенные

моменты времени. Будем считать, что события этих последовательностей могут быть зависимы, так как соответствуют объектам одного класса, находящимся в разных условиях, однако изменение состояний этих объектов закономерно.

Если рассматривать результаты опыта, то в темпоральных массивах данных последовательность наблюдений такой величины x для любого объекта представляется временным рядом. Данная величина в общем случае зависит от параметров свойств объектов z_k . В свою очередь, события наблюдения значений этой величины, относящиеся к одной таблице базы данных являются совместными, а к разным таблицам – несовместными.

Все временные ряды значений величины x для всех m объектов можно рассматривать как семейство реализаций некоей случайной функции $X(\tau)$. При фиксированном значении τ случайная функция $X(\tau)$ превращается в обычную случайную величину X . Для случайной функции $X(\tau)$ можно построить на основе ее реализаций эмпирический закон распределения вида $w = F(x, \tau)$ и рассматривать эту величину как компонент функции состояния системы. В таком виде функция состояния не является случайной функцией, так как отражает статистические закономерности в формировании всего множества событий.

На основе имеющегося темпорального массива данных выделим две системы, состоящие из разного количества изучаемых объектов (m_1 и m_2), так что $m = m_1 + m_2$. Каждый объект находится в некотором устойчивом состоянии в определенных условиях окружающей среды, причем условия среды различны. Предположим, что за каждым объектом обеих систем ведется наблюдение с целью оценки статистической вероятности событий появления значений величины x . Данное событие, характеризующее состояние объекта в определенном аспекте, будем рассматривать как реакцию на взаимодействие с окружающей средой.

Примем, что относительная частота w появления значений x случайной функции $X(\tau)$ в общем случае зависит от параметров свойств объектов и времени. Пусть для каждого объекта получена реализация случайной функции $X(\tau)$ в виде временного ряда $X_i(\tau)$, в результате мы

имеем конечное множество реализаций, которое равно количеству всех объектов m . Исходя из этого, для некоторого значения времени τ можно получить сечение случайной функции, состоящее из опытных значений величины X . Предположим, что объем всех наблюдений за длительный период времени достаточно большой и статистически устойчив (относительные частоты стремятся к статистической вероятности), тогда по полученным данным вполне возможно определить плотности распределений. Разделим весь процесс наблюдений на три серии испытаний (серии опытов). В результате всех испытаний в нашем распоряжении имеются данные наблюдений случайной величины $X(\tau)$ в виде статистических временных рядов. Первая серия испытаний включает первую последовательность наблюдений, состоящую из опытов, полученных для первой системы; вторая серия – вторую последовательность наблюдений, состоящую из опытов для второй системы; третья серия испытаний состоит из обеих последовательностей, объединенных вместе.

Условимся величины, относящиеся к первой и второй серии испытаний, отмечать индексами 1 и 2; величины без индексов будем относить к общей серии испытаний. Далее предположим, что в каждой серии испытаний для измерения времени появления событий была использована своя шкала абсолютного времени, эмпирически построенная по некоторым регулярным событиям, генерируемым в эталонных приборах измерения времени – часах, где реализуется периодический физический процесс. Исходя из этого, в качестве переменных в первой серии испытаний примем параметры свойств объектов z_k и время, определяемое по шкале τ_1 , во второй серии испытаний – параметры свойств и время, определяемое по шкале τ_2 , и наконец в общей серии – параметры свойств и время, определяемое по шкале τ .

Так как рассматриваются последовательности однородных событий, полученных в одинаковых опытах для одной и той же величины, то между моментами измерения времени на основе различных шкал абсолютного времени τ_1 , τ_2 и τ должна существовать тесная связь. Кроме того, последовательности этих событий также должны позволять оценивать изменения в объектах и на основе них может быть построена своя шкала

измерения системного времени. Если измерения времени на основе шкал τ_1 , τ_2 и τ позволяют оценить изменения в системе, исходя из относительного сопоставления процесса $X(\tau)$ с внешними процессами (по отношению к системе), то шкала системного времени должна давать возможность оценивать наблюдаемые изменения, исходя из последовательности случайных событий, свойственных самой системе.

Здесь мы исходим из очевидного утверждения, что любые последовательности однородных и закономерных событий (как регулярные, так и стохастические) должны позволять оценивать течение времени и служить основанием для создания шкал измерения времени, при этом в основе построения шкал могут лежать как динамические (регулярные), так и статистические (случайные) закономерности. Некоторые из временных шкал будут существенно более «удобны» для относительных сопоставлений, нежели другие, однако шкалы времени, имеющие отношение к конкретным объектам, могут давать дополнительную информацию о системе или классе систем в целом.

В процессе анализа примем, что системы измерения абсолютного времени τ_1 , τ_2 и τ привнесены в данный опыт извне, в связи с чем эти величины позволяют представить параметры свойств изучаемых объектов в виде параметрических уравнений (5.17), так как абсолютное время является независимой переменной. Выберем некоторый произвольный интервал наблюдений для всех трех случаев, отмерив его по двум выделенным событиям общей последовательности, тогда в разных шкалах измерения времени данный интервал соответственно равен $d\tau_1$, $d\tau_2$ и $d\tau$. Будем считать, что в процессе обработки опытов для функции $X(\tau)$ в первой серии испытаний была получена оценка плотности статистической вероятности появления событий β_1 , во второй серии испытаний – плотности вероятности появления событий β_2 . Так как опыты одинаковы, то можно утверждать, что в общей серии испытаний может быть получена оценка плотности статистической вероятности β .

По найденным плотностям вероятностей определим функции распределения вероятностей для всех трех серий испытаний:

$$\begin{aligned}
dw_1 &= \beta_1(z_1, z_2, \dots, z_n) d\tau_1; \\
dw_2 &= \beta_2(z_1, z_2, \dots, z_n) d\tau_2; \\
dw &= \beta(z_1, z_2, \dots, z_n) d\tau.
\end{aligned}
\tag{5.23}$$

Так как все события несовместные, то по теореме сложения вероятностей получим:

$$\beta d\tau = \beta_1 d\tau_1 + \beta_2 d\tau_2. \tag{5.24}$$

Дифференциал абсолютного времени $d\tau$ может быть представлен в виде $d\tau = \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau_1}\right) d\tau_1 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau_2}\right) d\tau_2$, так как абсолютное время τ необходимо рассматривать как функцию величин τ_1, τ_2 . Отсюда с учетом (5.24) получим:

$$d\tau = \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau_1}\right)_{\tau_2} d\tau_1 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau_2}\right)_{\tau_1} d\tau_2 = \frac{\beta_1}{\beta} d\tau_1 + \frac{\beta_2}{\beta} d\tau_2. \tag{5.25}$$

Учитывая независимость шкал τ_1 и τ_2 , равенство (5.25) возможно только в том случае, когда производные от τ по τ_1 и τ_2 будут иметь вид:

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau_1}\right)_{\tau_2} = \frac{\beta_1}{\beta} \quad \text{и} \quad \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau_2}\right)_{\tau_1} = \frac{\beta_2}{\beta}.$$

Тем самым между шкалами времени τ_1, τ_2 и τ при измерении моментов появления одних и тех же однородных событий существует связь вида (5.25).

В свою очередь, так как любой параметр свойства системы может быть представлен в параметрическом виде относительно величин τ_1, τ_2 и τ , то для выбранного интервала наблюдений, изменение k -того параметра в разных шкалах времени можно выразить в виде:

$$dz_{k1} = \varphi_{k1}(\tau_1) d\tau_1; \quad dz_{k2} = \varphi_{k2}(\tau_2) d\tau_2; \quad \text{и} \quad dz_k = \varphi_k(\tau) d\tau. \tag{5.26}$$

Во всех этих случаях на выбранном интервале изменение величины dz_{k1}, dz_{k2} и dz_k одинаково, поэтому выражая (5.25) через параметрические уравнения (5.26), получим зависимость:

$$\frac{1}{\varphi_k(\tau)} = \frac{\beta_1}{\beta} \frac{1}{\varphi_{k1}(\tau_1)} + \frac{\beta_2}{\beta} \frac{1}{\varphi_{k2}(\tau_2)}, \tag{5.27}$$

которая зависит только от τ_1, τ_2 и τ .

Справедливость данного уравнения выполняется при условиях:

$$\frac{\partial}{\partial z_k} \left(\frac{\beta_1}{\beta} \right) = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial}{\partial z_k} \left(\frac{\beta_2}{\beta} \right) = 0,$$

откуда после несложных преобразований получаем:

$$\frac{1}{\beta_1} \frac{\partial \beta_1}{\partial z_k} = \frac{1}{\beta_2} \frac{\partial \beta_2}{\partial z_k} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial z_k}. \quad (5.28)$$

Таким образом, в различных системах измерения абсолютного времени плотности распределений статистических вероятностей для одних и тех же последовательностей однородных событий, регистрируемых при изменении состояний объектов, связаны соотношением (5.28).

Так как плотность распределения β_1 не зависит от τ_2 , а плотность распределения β_2 – от τ_1 , то равенство (5.28) возможно только в случае, когда все отношения являются функцией только одной переменной z_k . Исходя из этого, последнее уравнение можно привести к виду:

$$\frac{\partial}{\partial z_k} (\ln \beta_1) = \frac{\partial}{\partial z_k} (\ln \beta_2) = \frac{\partial}{\partial z_k} (\ln \beta) = \lambda_k(z_k). \quad (5.29)$$

Здесь $\lambda_k(z_k)$ – некая универсальная функция, зависящая от параметра свойства, принимающая тождественные значения во всех сериях испытаний. Это позволяет нам опустить индексы при величинах β_1 и β_2 и оперировать только величиной β .

Рассматривая n равенств (5.29) как систему уравнений в частных производных и учитывая, что в силу линейности и однородности этой системы всякая конечная сумма частных решений также будет решением, представим плотность статистической вероятности β в виде:

$$\ln \beta_k = \int \lambda_k dz_k + \ln \Phi_k \quad \text{или} \quad \ln \beta = \sum_{k=1}^n \left(\int \lambda_k dz_k + \ln \Phi_k(\tau) \right). \quad (5.30)$$

Здесь Φ_k – постоянные интегрирования, которые зависят только от независимой переменной – параметра абсолютного времени τ . Итак, в общем случае, плотность статистической вероятности для последовательностей однородных событий представляет собой произведение двух функций, одна из которых зависит от параметров свойств, а вторая – от параметра τ некой эмпирически построенной абсолютной шкалы времени.

Следствием данного вывода является то, что статистическая вероятность w наблюдаемых событий согласно (5.30) может быть представлена в виде:

$$dw = \Phi(\tau) \exp\left(\sum_{k=1}^n \int \lambda_k dz_k\right) d\tau, \quad (5.31)$$

где $\Phi(\tau) = \Phi_1(\tau) \cdot \dots \cdot \Phi_n(\tau)$.

Примем обозначение $\Phi(\tau) d\tau = d\omega$, где величину ω определим как *системное* время для данного класса объектов, шкала которого может быть построена по характерным однородным событиям. Ранее показано, что статистическая вероятность однозначно связана с геометрической вероятностью, а последняя является функцией параметров свойств, поэтому системное время согласно (5.31) можно представить в виде:

$$d\omega = \Psi(w) dw. \quad (5.32)$$

Отсюда следует вывод – *системное время*, определенное по последовательности однородных несовместных событий, можно представить инверсной функцией статистической вероятности этих событий. В отличие от абсолютного времени, которое является внешней переменной при оценке изменений, системное время выступает внутренней переменной. Системное время можно ввести как для всей системы (объекта) в целом, так и для каждого свойства, так как функция распределения вероятностей может быть определена и для отдельного параметра свойства.

Теперь в (5.31) выделим множитель, зависящий от системного времени и, соответственно, от параметров свойств системы, в форме

$$\frac{dw}{d\omega} = P(z_1, z_2, \dots, z_n) = \exp\left(\sum_{k=1}^n \int \lambda_k dz_k\right) \quad (5.33)$$

и определим его как плотность статистической вероятности состояния системы по системному времени. Вид функции P находится на основе опытных данных. Согласно (5.33) плотность вероятности состояния системы может быть только положительна или равна нулю. Нормирование функции P необходимо осуществлять на бесконечном или полубесконечном интервале времени. Если начало отсчета системного времени связать с некоторым событием, которое условно принять за настоящее, считая, что прошлое соответствует отрицательным значениям

шкалы, а будущее – положительным значениям, то нормировка может быть представлена в виде $\int_{-\infty}^{\infty} P d\omega = 1$. В этом случае будет построена шкала

интервалов для измерения системного времени. Если же начало отсчета системного времени связать с событием, которое будет определять ноль шкалы, а всю шкалу сделать положительной, то нормировка может быть представлена в виде $\int_0^{\infty} P d\omega = 1$. Это дает возможность построить шкалу

отношений для измерения системного времени.

Из выше приведенного следует, что в первом приближении вид функции плотности статистической вероятности P может быть определен из эмпирического распределения вероятностей характерных событий.

В настоящее время принята эмпирическая шкала абсолютного времени, основанная на принципе генерирования простых регулярных событий в часах, которые используют различные периодические физические процессы. Последовательность регулярных событий высокой плотности в принятой системе измерения абсолютного времени соответствует равномерной последовательности точек на оси времени. Применение регулярных событий, генерируемых в часах, позволяет при построении шкалы абсолютного времени задать последовательность псевдослучайных чисел, которая обладает комплексом частотных свойств, «типичных» для последовательности случайных чисел с равномерной функцией распределения. Можно показать, что для такой регулярной последовательности выполняется также принцип тождественного равенства геометрической и статистической вероятности событий. Другими словами, часы создают регулярный поток стационарных и ординарных событий, которые, однако, отличаются явным последствием с динамической связью. Стохастический процесс $X(\tau)$ «генерирует» случайный поток ординарных событий без последствия или с последствием, где отсутствует динамическая связь.

В заключение попробуем раскрыть суть полученных результатов. С одной стороны, как установлено в этом разделе, системное время является интегральной переменной, причем из уравнения (5.31) следует, что в элементарной окрестности любого состояния системы дифференциал

системного времени пропорционален дифференциалу абсолютного времени, т.е. $d\omega = \Phi(\tau) d\tau$. С другой стороны, системное время является полным дифференциалом, так как dw переходит в полный дифференциал $d\omega$ путем деления на плотность распределения P . Поэтому величина P является интегрирующим делителем для статистической вероятности dw . Так как вероятности событий в общем случае представляются аддитивно-мультипликативными зависимостями, то изменения вероятностей dw представимы в виде пфаффовых дифференциальных форм вида $dw = W_1 dz_1 + W_2 dz_2 + \dots + W_n dz_n$. Известно, что пфаффова дифференциальная форма двух переменных всегда имеет интегрирующий делитель, причем делителей бесконечно много и они функционально связаны между собой. Поэтому статистическая вероятность характерных событий dw или отдельного свойства dw_k , которая в самом общем случае зависит от параметра соответствующей случайной величины (x или z_k) и абсолютного времени (τ), всегда может быть преобразована в системное время $d\omega$ или $d\omega_k$ путем деления на соответствующий интегрирующий делитель (умножения на интегрирующий множитель).

Если найдены значения $d\omega$ или $d\omega_k$, то вполне возможно установить их связи с абсолютным временем $d\omega = \Phi(\tau) d\tau$ или $d\omega_k = \Phi_k(\tau) d\tau$. Также при известных значениях $d\omega$ или $d\omega_k$ можно искать зависимости вида $d\omega = \sum_{k=1}^n \gamma_k d\omega_k$. Качество данных зависимостей определяется видом стохастического процесса $X(\tau)$.

Математически суть системного времени заключается в следующем. Пфаффова дифференциальная форма для статистической вероятности $dw = W_\tau d\tau + W_y dy$ (W_τ и W_y – функции от τ и y , а величина y – это соответственно или x или z_k), может быть всегда интегрирована и решением уравнения Пфаффа $dw = 0$ являются кривые однопараметрического семейства на плоскости τ, y : $y = y(\tau, c)$ или $\omega(\tau, y) = C$, где C – константа. Здесь $d\omega = dw/P$. В каждой точке плоскости интегральные кривые $\omega(\tau, y) = C$ имеют касательные, которые совпадают с направлением, задаваемым уравнением Пфаффа $dy/d\tau = -W_\tau/W_y$, поэтому

системное время в своей сущности связано с векторными линиями поля вероятности w для некоторого характерного события. Для этих кривых должно быть и $dw = 0$ и $d\omega = 0$, а dw переходит в полный дифференциал $d\omega$ путем деления на интегрирующий делитель.

Известно, что не все уравнения Пфаффа двух переменных интегрируются в квадратурах. Однако, мы рассматриваем реально наблюдаемые в опытах процессы, где параметры свойств и характеристические величины событий для системы измеряемы, поэтому изначально предполагается отсутствие особых точек и особых решений.

Из теории известно [72, стр. 36], что, если уравнение $W_\tau d\tau + W_y dy = 0$ имеет общий интеграл $\omega(\tau, y) = C$ и функция $\omega(\tau, y)$ имеет непрерывные частные производные второго порядка, то исходное уравнение Пфаффа имеет интегрирующий делитель, т.е. величина dw интегрируема. Таким образом, постулируя существование функции распределения вероятности характерных событий, т.е. фактически возможность интегрирования уравнения Пфаффа, мы тем самым удовлетворяем требованиям данной теоремы. Следствием этого является как существование интегрирующего делителя, так и существование системного времени в виде общего интеграла исходного уравнения.

Отметим, что кроме постулирования существования функции распределения вероятности возможны также другие исходные предпосылки для обоснования существования интегрирующего делителя уравнения Пфаффа $W_\tau d\tau + W_y dy = 0$. Например, можно постулировать возможность бесконечно малого преобразования исходного уравнения Пфаффа [72], накладывая тем самым условие непрерывности процессов во времени в окрестности исходного состояния системы. В другом случае, можно постулировать однородность уравнения Пфаффа [72], накладывая условие подобия изменения параметров свойств во времени или возможность параметрического представления параметров свойств относительно времени в одном и том же масштабе измерения и т.д. Во всех этих случаях уравнение Пфаффа для двух переменных интегрируемо в квадратурах и имеет бесконечное количество интегрирующих делителей и общих интегралов, которые функционально связаны между собой.

Следствием этого является то, что статистическая вероятность для однородных событий однозначно представляется относительно системного времени, а системное время – относительно абсолютного времени.

Здесь подходим к возможности формализованного обоснования понятия эволюционно развивающихся систем, которые относятся к классу линейных систем. Так как для функции распределения любого параметра свойства z_k и любой характеристической величины события x может быть найдено системное время в виде общего интеграла $\omega_k(\tau, z_k) = C$ или $\omega(\tau, y) = C$, то величина $\omega(\tau, y)$ может быть разложена по частным системным временам для каждого свойства $\omega_k(\tau, z_k)$ в виде: $\omega = \sum_{k=1}^n \chi_k \omega_k$.

Если данное разложение на основе опытных данных может быть найдено с достаточной точностью, то систему можно относить к классу эволюционно развивающихся систем. Для таких систем предполагается существование поля статистической вероятности, которое может описываться интегрируемыми пфаффовыми дифференциальными формами.

Таким образом, видны отличия данного подхода от подхода, предложенного Каратеодори, который требует постулирования адиабатической недостижимости для многомерного уравнения Пфаффа, что совсем не является очевидным. По крайней мере, если, исходя из опыта, для термодинамических систем может быть и можно постулировать, что пфаффома форма n переменных для количества теплоты всегда голономна (имеет интегрирующий делитель), то для систем иной природы такое допущение в принципе не правомерно. В отличие от теоремы Каратеодори для многомерного уравнения Пфаффа, которое удовлетворяет принципу адиабатической недостижимости для термодинамических систем, двумерное уравнение Пфаффа всегда имеет общий интеграл, хотя и не всегда интегрируемо в квадратурах. Согласно теореме Коши [105] пфаффома форма двух переменных всегда голономна. Для пфаффовых форм трех и более переменных голономность является редким исключением и особенностью, которая, скорее всего, вовсе не является очевидной даже для термодинамических систем.

Поэтому особенностью предлагаемого подхода является постулирование существования в пространстве состояний поля

вероятности событий, характеризующих состояние системы в определенном аспекте, и возможность его представления в виде пфаффовых форм, причем справедливость этого в каждом случае может быть проверена по опытным данным путем оценки факта существования

для системного времени зависимости вида
$$\omega = \sum_{k=1}^n \chi_k \omega_k .$$

В заключение отметим также, что не следует на системные времена ω и ω_k переносить представление о времени, которое исторически сложилось как модель абсолютного времени. В первую очередь, эти величины комплексно отражают изменения в системе, связанные с наблюдаемыми характерными событиями и изменениями свойств системы, и речь идет пока о различных способах оценки этих изменений и построении различных шкал, позволяющих это делать. В отличие от абсолютного времени, которое представляет собой параметр, привносимый извне, системное время является полным дифференциалом (общим интегралом) и зависит от абсолютного времени. Полевая природа системного времени тесно связана со статистической вероятностью событий. Поэтому системное время представляет собой особую функцию состояния, для которой изменение величины в каком-либо процессе не зависит от характера этого процесса, а определяется только начальным и конечным состоянием системы. Далее будет показана тесная связь системного времени с другой особой функцией состояния системы – энтропией. Данные две функции состояния функционально связаны между собой и для каждой из них существует свой интегрирующий делитель для статистической вероятности w .

При изучении процессов изменения состояний объектов и систем могут использоваться самые разные шкалы измерения времени. Исследованию различных систем измерения времени будет посвящена отдельная глава книги, так как это особо важный вопрос в темпорологии – науке о времени. Из выполненного анализа видно, что абсолютное время может выступить общим темпометрическим свойством любых динамических процессов. В свою очередь, системное время (или связанные с ним величины) будет отражать специфику конкретных систем, и будет зависеть только от свойств этих систем. Это позволяет построить

измерительные шкалы системного времени для определенных классов сложных объектов и систем.

Таким образом, исходная задача сводится к разработке моделей и алгоритмов, которые дают возможность по опытным данным для каждой величины, характеризующей процесс или изменение свойств, определять системное время и устанавливать связи между этими величинами для конкретных систем. В следующей главе показаны возможности построения шкал системного времени для некоторых процессов и явлений.

5.4.4 Примеры построения шкал системного времени

Анализ работ, посвященных изучению природы времени [36, 48, 62, 89, 90, 118, 144, 154], показывает исключительное преобладание в направлениях исследований гипотетических и теоретических подходов, а также умозрительных построений и абстрактных моделей. Изучению опытных данных в этой области уделяется существенно меньше внимания. Если в естествознании соотношение количества теоретических и экспериментальных работ в какой-то степени соизмеримо между собой, то в области темпорологии количество работ, посвященных анализу данных наблюдений в десятки раз меньше [62, 154]. Все это говорит о начальном этапе накопления данных и отсутствии продуктивных идей в области изучения природы времени, которые бы основывались на опытных данных или статистической обработке накопленной информации.

Поиск таких идей должен начинаться с изучения систем, на которые течение времени в нашей реальности оказывает наибольшее влияние – это живые системы. В свою очередь, анализ данных следует начинать с построения эмпирических шкал измерения системного времени для различных классов живых объектов и систем. Подобный путь в прошлом прошла и термометрия – от эмпирических шкал измерения температуры до феноменологической теории термодинамики. В этом плане необходимо искать общесистемные количественные связи между свойствами объектов и системными шкалами времени. Важная особенность этой задачи заключается в том, что любая шкала системного времени не может основываться на частных эффектах изменения свойств, а должна быть

связана с наиболее общими, фундаментальными закономерностями систем. Поэтому изначально следует определить принцип построения шкал системного времени, а также установить количественное соответствие этих шкал со шкалой абсолютного времени.

Будем изучать опытные данные для величин, которые характеризуют изменения во времени состояний систем (x) или параметров их свойств (z_k). Соответствующие базы данных сводятся к двумерным темпоральным массивам, которые охватывают объекты наблюдений одного класса, значения времени наблюдения и найденное значение величины.

Известно, что шкала измерения – это упорядоченная совокупность значений некой величины, которая является основой для измерения этой величины. Исходя из этого определения и результатов предыдущего раздела, под шкалой абсолютного времени будем понимать последовательность однородных, регулярных и ординарных событий высокой плотности, которая определена неким эталонным физическим процессом. Данной последовательности событий свойственно равномерное распределение, она полностью характеризуется циклическим физическим процессом, который генерируется в часах, и никак не связана со свойствами систем, где применяется для измерения времени.

В свою очередь шкала системного времени – это последовательность однородных событий, характерных для изучаемой системы и самым тесным образом связанных со свойствами этой системы в процессе ее развития. Данной последовательности свойственны различные виды статистических распределений. В поисках оснований для рационального определения принципа построения шкалы системного времени будем использовать связь между распределениями статистической и геометрической вероятностей случайных величин в окрестности произвольно заданного состояния системы. Для всего дальнейшего важно, чтобы результаты отличались высокой общностью соотношений для целого ряда живых систем, для которых имеются данные об изменении во времени некоторого общего атрибутивного свойства или характерного события.

В первую очередь, для нас наибольший интерес представляет выбор характерного события, которое для биологических систем непосредственно связано с течением времени. Одним из таких длительных

событий является факт существования биологического организма, который характеризуется продолжительностью жизни этого организма. Для построения шкалы системного времени, которое бы выступало в качестве общего свойства биологических организмов также необходимо использовать существующую шкалу часов времени, построенную на основе регулярных потоков событий. Однако, для преобразования шкалы интервалов в шкалу отношений необходимо определиться с выбором абсолютного начала отсчета и эмпирическим путем установить вид функции $\omega = \int \Phi(\tau) d\tau$. В этом плане продолжительность жизни биологических организмов является удобной характеристикой, так как для всех организмов может быть задано общее начало отсчета – момент рождения объекта, от которого определяется продолжительность жизни в виде временного диапазона до момента смерти, поэтому все множество подобных событий может быть оценено в одной шкале отношений. Соответствие между шкалами системного и абсолютного времени будем устанавливать на основе применения методов пробит-регрессии. Ниже во всех случаях анализа данных абсолютное время задавалось в минутах.

Для изучения данных о продолжительности жизни животных воспользуемся наиболее полной на сегодняшний день базой данных по продолжительности жизни позвоночных животных [129]. Нынешняя версия базы включает сведения о 4083 видах позвоночных. База данных охватывает амфибий, рептилий, рыб, птиц и млекопитающих. Для 3750 видов в базу внесены данные о максимальной продолжительности жизни; для многих видов указана масса тела при рождении и во взрослом состоянии, скорость роста и размножения, время полового созревания, продолжительность беременности и некоторые другие характеристики.

Для начала рассмотрим данные о продолжительности жизни подотряда мышеобразных отряда грызунов, который является одной из самых крупных таксономических единиц среди семейств млекопитающих (10 семейств, около 120 родов и примерно 400÷500 видов). Грызуны распространены по всему миру, за исключением Антарктиды, и встречаются почти во всех наземных биотопах. Жизненные популяции грызунов можно рассматривать как индикатор состояния окружающей среды.

На рисунке 5.18 для подотряда мышеобразных представлена реализация принципа построения шкалы системного времени, а также показана ее связь со шкалой абсолютного времени.

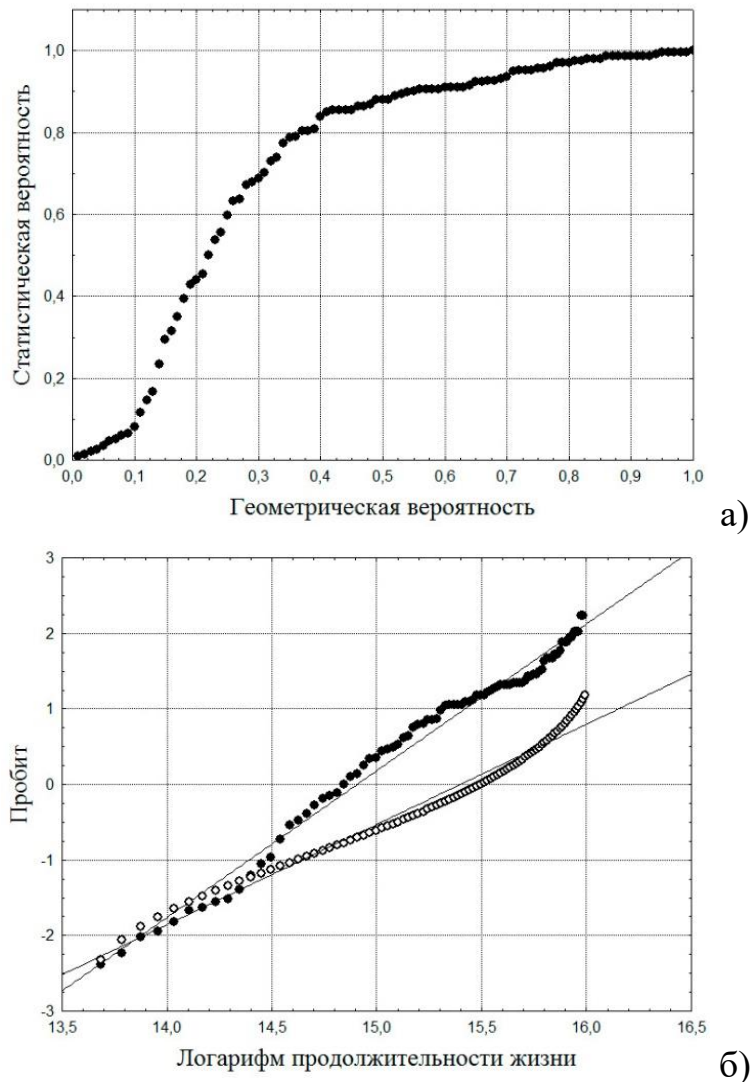


Рис. 5.18. – Шкалы системного времени для мышеобразных:

- а) взаимосвязь вероятностей распределения продолжительности жизни;
- б) выравнивание данных для получения линейной связи величин;
- – пробит определен по статистической вероятности распределения событий;
- – пробит определен для случая равновозможных событий по геометрической вероятности

Уравнение, которое устанавливает количественное соответствие между шкалами системного и абсолютного времени, имеет вид:

$$Pr_w = -28,959 + 1,943 \ln \tau, \quad (5.34)$$

где продолжительность жизни τ задана в минутах, Pr_w определен с учетом зависимости (5.2) по значению статистической вероятности w , характеризующей распределение опытных данных о продолжительности жизни 234 видов мышеобразных. Коэффициент корреляции зависимости (5.34) при обработке апостериорных вероятностей составляет 0,992.

На рисунке 5.18, б представлены также данные о распределении продолжительности жизни для случая, если бы соответствующие события были бы равновероятными. Уравнение, которое устанавливает количественное соответствие в этом случае, имеет вид:

$$Pr_\rho = -20,423 + 1,326 \ln \tau, \quad (5.35)$$

где пробит определен по значению геометрической вероятности ρ . Коэффициент корреляции зависимости (5.35) составляет 0,980.

Из приведенных данных следует, что шкала системного времени является нелинейной и тесно связана со шкалой абсолютного времени для данного класса биологических объектов, причем данная связь имеет логарифмический вид. Кроме этого видны различия в случае формирования равновероятных и неравновероятных событий.

Рассмотрим теперь данные о продолжительности жизни всех видов животных, которые входят в классы амфибий, рептилий, рыб, птиц и млекопитающих. На рисунке 5.19 представлена обработка данных при построении шкал системного и абсолютного времени для 3750 видов животных, представленных в базе данных [129].

В данном случае уравнения, которые устанавливают количественное соответствие между шкалами системного и абсолютного времени, при неравновероятном и равновероятном распределении событий, характеризующих продолжительность жизни животных, соответственно имеют вид:

$$Pr_w = -20,611 + 1,304 \ln \tau \quad (5.36)$$

$$Pr_\rho = -13,970 + 0,795 \ln \tau. \quad (5.37)$$

Коэффициенты корреляции зависимостей (5.36) и (5.37) равны 0,997 и 0,973 соответственно.

Интересно изучение данных о продолжительности жизни отряда приматов, к которым относится и человек.

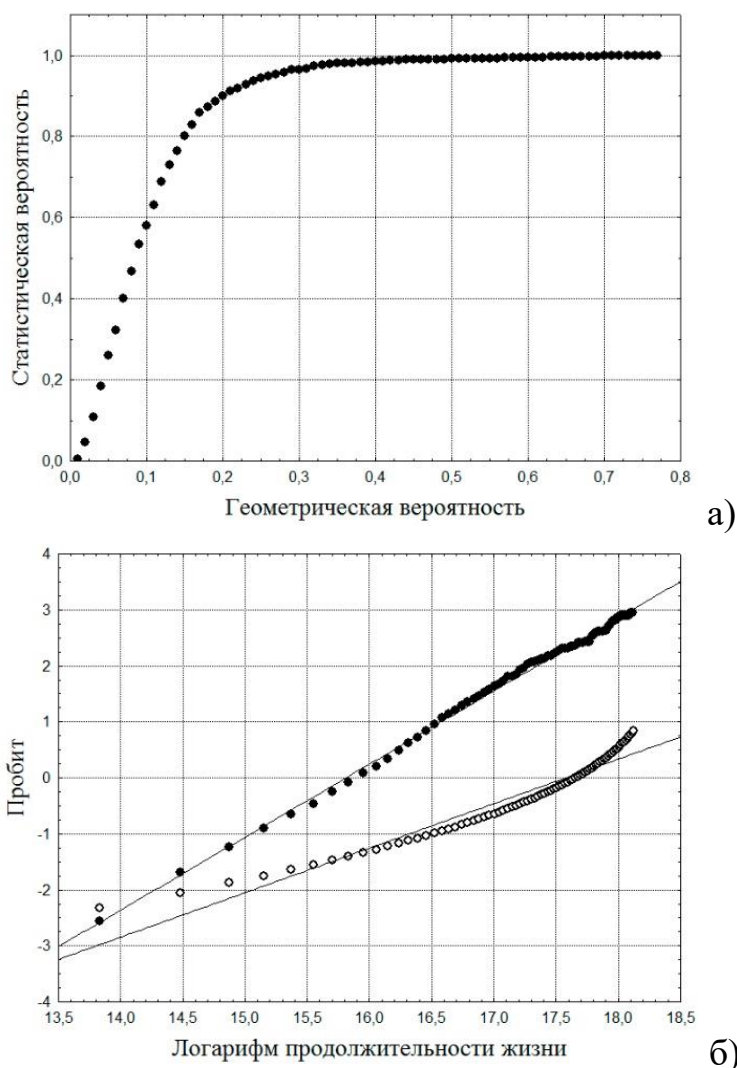


Рис. 5.19. – Шкалы системного времени для животных: а) взаимосвязь вероятностей распределения продолжительности жизни;

б) выравнивание данных для получения линейной связи величин;

- – пробит определен по статистической вероятности распределения событий;
- – пробит определен для случая равновероятных событий по геометрической вероятности

На рисунке 5.20 показаны шкалы оценки времени для этого случая. Уравнения, которые устанавливают количественное соответствие между шкалами имеют вид:

$$Pr_w = -43,947 + 2,664 \ln \tau ; \quad (5.38)$$

$$Pr_\rho = -23,203 + 1,385 \ln \tau . \quad (5.39)$$

Коэффициенты корреляции зависимостей (5.38) и (5.39) соответственно равны 0,991 и 0,984. Уравнения характеризуют распределения данных о продолжительности жизни 150 видов приматов.

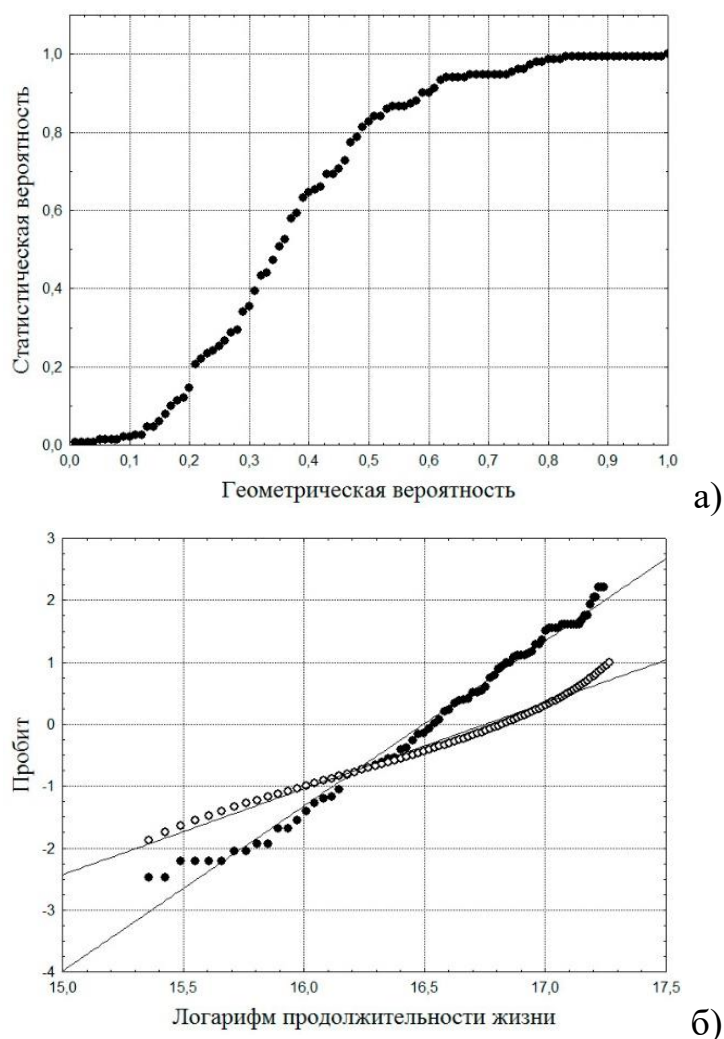


Рис. 5.20. – Шкалы системного времени для приматов: а) взаимосвязь вероятностей распределения продолжительности жизни; б) выравнивание опытных данных для получения линейной связи величин; ● – пробит определен по статистической вероятности распределения событий; ○ – пробит определен для случая равновозможных событий по геометрической вероятности

Из рисунков 5.18 – 5.20 видно, что между пробитом, определенным по статистической вероятности событий, и логарифмом абсолютного времени существуют практически функциональные зависимости, которые очень близки к линейным уравнениям. Только при значениях вероятностей, близких к нулю и к единице, могут наблюдаться незначительные отклонения. Кроме того, из рисунков видны отличия в протекании процессов с равновозможным и неравновозможным распределением событий. Различный угол наклона прямых, сглаживающих

опытные данные для функций Pr_w и Pr_ρ , указывает на разную скорость протекания процессов в логарифмической шкале абсолютного времени. В данном случае необходимо подробное изучение закономерностей в существующей базе данных, так как не исключено, что наклон зависимости для системного времени зависит от уровня развития биологического организма (например, амфибии и млекопитающие и т.п.).

Покажем, что шкала, основанная на характеристических величинах событий, отражающих изменения в системе, может быть построена для самых различных последовательностей событий. Например, на рисунке 5.21, а представлена шкала для последовательности событий изменения температуры атмосферного воздуха в течение одного года (см. рис. 5.14, а). Соответствующие уравнения, устанавливающие количественное соответствие между пробитами, имеют вид:

$$Pr_w = -146,325 + 25,934 \ln t ; \quad (5.40)$$

$$Pr_\rho = -71,332 + 12,678 \ln t . \quad (5.41)$$

Здесь t – абсолютная температура в градусах Кельвина, которая, в свою очередь, зависит от абсолютного времени, когда проводились наблюдения за состоянием атмосферы. Коэффициенты корреляции зависимостей (5.40) и (5.41) соответственно равны 0,996 и 0,987.

На рисунке 5.21, б представлены зависимости вероятности событий удельного потребления энергии странами (рис. 5.15, б):

$$Pr_w = -5,870 + 0,796 \ln E ; \quad (5.42)$$

$$Pr_\rho = -8,400 + 0,930 \ln E . \quad (5.43)$$

Здесь E – удельное потребление энергии странами, кВт·ч/чел. Коэффициенты корреляции зависимостей (5.42) и (5.43) выше 0,95. Процессы, которые характеризуются уравнениями (5.40) и (5.42), в целом представляются временными рядами, параметры распределений которых (постоянные в уравнениях (5.40) и (5.42)) зависят от времени.

Таким образом, на основе событий, отражающих изменения в системе, могут быть построены различные измерительные шкалы. Далее будет показано, что пробит тесным образом связан с системным временем, которое однозначно характеризует изменения в состояниях систем.

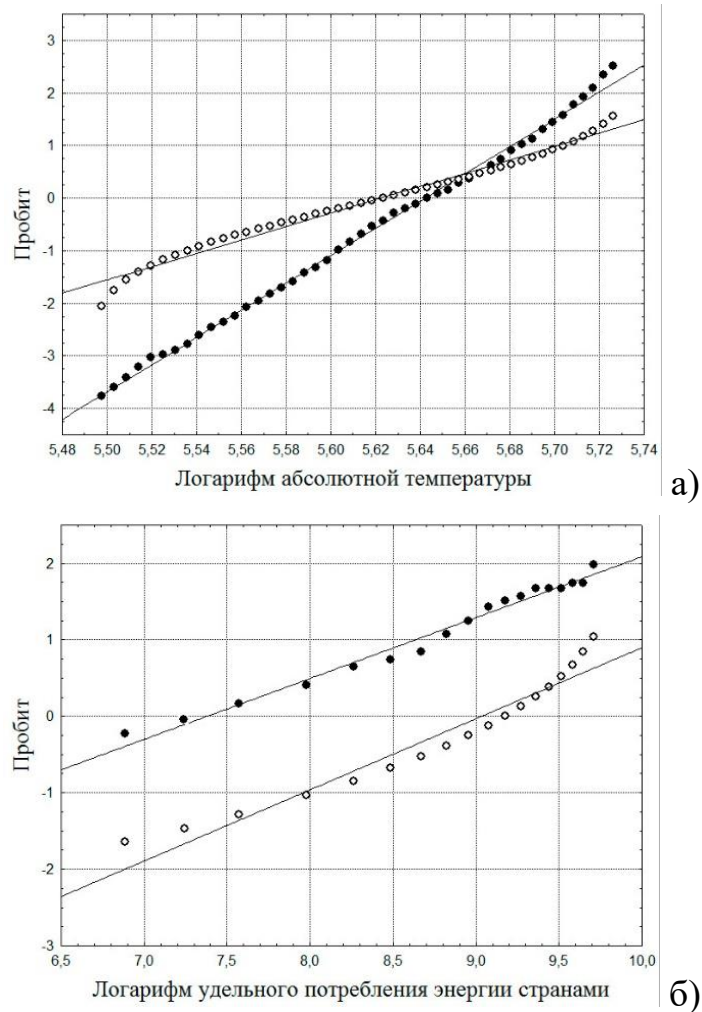


Рис. 5.21. – Шкалы системного времени для различных последовательностей событий: а) взаимосвязь вероятностей распределения событий изменения температуры воздуха; б) взаимосвязь вероятностей распределения событий удельного потребления энергии странами;

- – пробит определен по статистической вероятности распределения событий;
- – пробит определен для случая равновозможных событий по геометрической вероятности

В целом, полученные результаты позволяют подойти к созданию теории и математического аппарата системодинамики, а также предложить возможные пути аксиоматизации основных положений, что является актуальным, если исходить из необходимости развития общей теории систем как универсальной науки.

Глава шестая

ВВЕДЕНИЕ В СИСТЕМОДИНАМИКУ

6.1 Предмет и метод системодинамики

Научный подход, принятый в термодинамике, как особая методология исследования свойств объектов, процессов и явлений, может быть распространен на системы различной природы. В этом плане положения системодинамики самым тесным образом связаны с логическими принципами и положениями термодинамики.

Определим *системодинамику* как науку о закономерностях процессов изменения и развития объектов и систем во времени. Исходя из этого объектом исследования системодинамики, как составной части общей теории систем, является множество различных классов систем. В свою очередь, предметом изучения системодинамики служат все наблюдаемые факты изменения во времени состояний объектов и систем, представляющие собой статистически закономерный результат различных видов взаимодействий в природе и обществе. Типичными примерами фактов, которые рассмотрены в данной книге и подлежат системодинамическому исследованию, являются: особенности состояний и закономерности развития объектов и систем различной природы, социально-экономические процессы в глобалистике, регионалистике и урбанистике, некоторые феноменологические закономерности биологической жизни, токсикологические, физико-химические, информационные и исторические процессы, проблематика сложности, закономерности формирования смыслов в лингвистике и т.д. Изучение данных фактов основывается на использовании общего метода, который состоит в феноменологическом описании эмпирических данных, характеризующих функционирование и развитие сложных систем.

Предлагаемый метод системодинамики является результатом синтеза методов естественных наук, и в первую очередь, теории вероятностей, математической статистики и термодинамики, и представляется одним из возможных путей разработки теорий для нефизических областей знаний. Ценность метода заключается также и в

том, что он позволяет подойти к изучению особенностей в изменении и развитии систем, исходя из учета общих феноменологических закономерностей процессов и явлений. В этом плане системодинамика рассматривает только наблюдаемые на практике макроскопические процессы в системах различной природы.

Идея общего научного подхода, принятого в системодинамике, связана с математическим описанием многомерных пространств состояний систем и использованием массивов данных наблюдений, приведенных в единой структурированной темпоральной (временной) форме. Макроскопические модели представляют пространство состояний систем как некую сплошную модельную среду с непрерывным (или кусочно-непрерывным) распределением переменных состояния. Таким моделям пространств приписываются феноменологические свойства, которые характерны для того или иного класса систем.

Применительно к сложным системам постулируется применение общих принципов естествознания: универсальное представление данных опыта в виде темпоральных данных, изоморфизм временных последовательностей событий по отношению к природным и общественным процессам, использование закономерностей и критериев сходства и изоморфности, положение о континуальности многомерных пространств состояний, существование эмпирических мер для характеристики в целом состояний объектов и систем и возможность их эмпирического измерения и полевого представления, использование математических уравнений теории сплошных сред и соотношений дифференциальной геометрии, справедливость принципа соответственных состояний, применение положений, обобщающих статистические и эмпирические факты, учет феноменологических законов в виде уравнений состояния, балансовых соотношений и т.д.

На основании общих принципов формулируется теория, излагается математический аппарат и выводятся основные уравнения системодинамики для систем и объектов различной природы. Метод системодинамики позволяет сформулировать новый подход к построению теорий в предметных областях науки и развить методологию междисциплинарных исследований в общей теории систем.

6.2 Основные понятия и используемые принципы

В настоящее время в структуре научного знания наблюдается явное разделение на естественные и социогуманитарные науки, которые охватывают различные предметные области исследований. Однако развиваются новые междисциплинарные научные направления, такие как социофизика, социоинженерия, квантитативная история, клиодинамика и т.д. [33, 79, 102, 112, 136, 138], применяющие естественнонаучные методы.

Различие парадигм естественнонаучных и социогуманитарных областей знания во многом связано со степенью формализации и идеализации изучаемых объектов и явлений, а также способами представления модельных описаний, используемых в данных областях. Один из путей конвергенции наук лежит в создании новой методологии моделирования, которая позволяла бы использовать общую логическую схему обработки и анализа эмпирических данных и единую систему построения математических моделей по отношению к различным классам объектов и явлений. Исходя из этого, предполагаем искать определенный изоморфизм для систем различной природы по отношению к данным эмпирических наблюдений, представленным в общей структурированной темпоральной (временной) форме. Считаем, что меры сходства состояний объектов и систем, как критерии изоморфности, могут быть связаны с общим системным описанием процессов и явлений как темпоральных закономерностей, которые для объектов различной природы имеют слабую или сильную степень выраженности.

На основе этого попытаемся ответить на следующие вопросы. Возможна ли высокая степень формализации при описании объектов и явлений в науках, где пока не применяется математическое моделирование и создаются преимущественно качественные модели? Существуют ли системные связи в физических, биологических и социальных явлениях и в чем их суть? Каким путем можно построить общесистемные количественные теории, применимые как в естественных, так и в социогуманитарных науках? Какие универсальные принципы комплексных измерений величин могут быть использованы при построении количественных теорий и моделей?

Все науки в своем содержании опираются на анализ и обобщение опытных фактов и данных, поэтому возникает также проблемный вопрос: можно ли применить общую структурно-логическую схему модельного описания данных, характеризующих системы различной природы, для построения теорий в предметных областях?

Для моделирования наблюдаемых процессов и явлений реального мира необходимо уметь количественно измерять как свойства объектов, так и их качества. Несмотря на существование целой науки квалиметрии [130], где преимущественно экспертным путем оцениваются качества, вопрос измерения или оценки качественной определенности объектов достаточно сложен и малоизучен. Сегодня во многих научных дисциплинах широко применяются экспертные методы, однако они являются субъективными и не могут служить основанием для объективного описания процессов и явлений.

Реальный мир изменчив, сложен и множественен, однако един в своей природе. Будем считать, что множество объектов одного класса может характеризоваться в определенный момент времени оценкой свойств и качеств каждого наблюдаемого объекта по отношению к аналогичным величинам, наблюдаемым у объекта, который условно принят за опорный объект. Аналогичным образом изменчивость может характеризоваться оценкой состояний объектов по отношению к состоянию опорного объекта, которое в прошлом наблюдалось в определенно заданный момент времени, а также оценкой совершаемых этими объектами процессов по отношению к эталонному процессу опорного объекта. В свою очередь, характеристика сложности объектов должна даваться по отношению ко всему классу изучаемых объектов путем сравнения их атрибутивных характеристик с аналогичными характеристиками некоторого класса объектов, принятого за эталонный.

В каждом вышеуказанном случае необходимо уметь создавать измерительные шкалы для характеристики как отдельных свойств объектов, так и их совокупностей, так как в основу всех наблюдений и экспериментов положен естественнонаучный метод измерений. При этом процесс оценки свойств и качеств объектов относителен. В процессе измерений изучаемые объекты должны быть формализованы и

идеализированы, т.к. при моделировании приходится создавать абстрактные объекты, прообразы которых имеются в реальном мире.

Формальные естественнонаучные абстракции носят довольно общий характер. Математика, например, «не требует» опытного подтверждения основных положений, достаточно использования логических или аксиоматических обоснований. Физика, в свою очередь, «требует» прямого или косвенного экспериментального обоснования используемых физических принципов. С общей теорией систем (ОТС) все обстоит значительно сложнее. Так как предполагается, что абстракции ОТС носят общесистемный характер, то они должны обобщать эмпирические факты, но по отношению ко множеству объектов и явлений различной природы. В этом плане категории и принципы ОТС должны быть методологически близки к положениям физики. Однако, в отличие от физики, предмет ОТС нацелен на описание множества объектов реального мира. Поэтому соотношение теоретического и эмпирического знания в этой науке, по большому счету, требует выведения из опыта и практики универсальных принципов, которые будут справедливы для различных областей знаний. Как следствие, формализация понятий должна затрагивать объекты и явления реального мира в целом, на основе идеи поиска инвариантов, которые безотносительны к некоторым преобразованиям. Как отмечал М. Борн, идея инвариантов является ключом к рациональному пониманию реальности, и не только в физике, но и в каждом аспекте мира, при этом сущность инвариантности состоит в сохранении любого рода объектов по отношению к различным типам изменений [31].

Будем представлять массивы эмпирических данных в многомерных пространствах состояний сложных систем относительно переменных состояния, и использовать инварианты в виде различных эмпирических мер сходства для описания состояний объектов и построения математических моделей. При этом исходим из положения, что логическая природа объектов будет однозначно отражаться в наблюдаемых непрерывных или дискретных реализациях их состояний во времени.

Одной из основных категорий науки является понятие объекта – вещь, процесс или явление, на которые направлена практическая и познавательная деятельность субъекта. В данном исследовании в качестве

материального *объекта* будем рассматривать элементы или части реального мира (физические, биологические, социальные и т.д.), которые выделяются, наблюдаются и воспринимаются как единое целое в течение длительного времени и которым свойственно многообразие форм материальных движений. Под материальным движением подразумеваем любое наблюдаемое изменение или взаимодействие объектов, при этом суть любых движений выражается в изменении состояний объектов во времени.

Каждый объект обладает определенным набором свойств, которые носят количественный характер. *Свойство* – объективная и атрибутивная характеристика, которая отражает некий существенный и неотъемлемый признак или отличительную особенность объекта. *Параметр* свойства – количественная величина, характеризующая свойство объекта и имеющая численное значение. Совокупность свойств формирует количественную определенность объекта.

Класс объектов – множество однотипных объектов, обладающих общими свойствами и качественными признаками. На формализованном уровне под этим будем понимать обобщенное (абстрактное) описание множества однотипных объектов, для которых имеются данные наблюдений о их функционировании или поведении во времени: физико-химические, технические, технологические, астрофизические и геологические объекты, биологические организмы, особи и популяции, исторические и палеонтологические объекты, страны, регионы и города, социальные и производственные объекты и т.д. При этом отдельные объекты являются конкретными представителями своего класса, которые также, как и в информатике, будем называть *экземплярами* класса.

Условно под *системой* в данном исследовании будем понимать весь класс объектов в целом, подразумевая некоторое сходство в данных понятиях и исходя из того, что все экземпляры класса подчиняются общим закономерностям. В данной работе в основном анализируются эволюционно развивающиеся системы, под которыми понимаются квазистационарные системы, суть которых будет раскрыта ниже.

Известно, что каждый объект отличается бесчисленным количеством свойств, единство которых определяет его качество. Однако, обычно в

процессе моделирования образ объекта задаётся на конечном множестве отобранных для наблюдения свойств.

Понятия качество, количество и мера присущи как естественным, так и гуманитарным наукам и играют в науке фундаментальную роль. Однако, если исходить из общесистемных понятий, которые могут быть формализованы, то данные категории не имеют общепринятых определений. Научная логика не обеспечивает пока адекватного и формализованного понимания и представления качеств, несмотря на то, что особенности объектов определяются их качественными признаками.

В философии определение «качество» есть то, что характеризует данный предмет как таковой, что отличает один предмет от другого. Это определение ни о чем конкретно не говорит и опирается на чувственное, а не на аналитическое восприятие мира. Считается, что качество не сводится к отдельным свойствам, а связано с предметом как целым. Часто качество определяют как совокупность существенных свойств (органическое единство), но при этом оговаривают, что не следует качество однозначно связывать со свойствами, сводя его к простой совокупности свойств.

В квалиметрии качество – это совокупность минимально допустимых требований к продукции, обуславливающих её пригодность удовлетворять определённые потребности в соответствии с её назначением. Практически в квалиметрии качество чаще всего сводят к совокупности свойств.

В монографии [53] отмечается, что сущность предмета – это некоторое множество инвариантных для данного предмета элементов, сохраняющих свои характеристики при количественных преобразованиях, однако, что это могут быть за элементы особо не оговаривается. То, что предмет (объект) существует как целое, наблюдаем и подвержен изменениям на протяжении длительного времени, скорее всего, и является содержанием качественного образа предмета. При одной и той же сущности предметы и явления могут обладать различными качествами и свойствами, при этом они могут входить или не входить в один и тот же класс объектов. Поэтому качество будем связывать с видовыми, типовыми, образными отличиями. Исходя из этого, дадим следующее определение.

Качество объекта – категория, выражающая сущность объектов и в определенном аспекте отражающая совокупность атрибутивных (существенных) признаков, особенностей и свойств, которые отличают один класс объектов от других и придают данному классу и экземплярам класса качественную определенность.

К понятию «атрибутивные» будем относить существенные (значимые) в наблюдаемых условиях величины, которые при моделировании наиболее полно отражают изменения состояний объекта и могут нести определенное знание по отношению к предметному содержанию изучаемого объекта.

Будем предполагать, что оценка качеств относительна, однако в основу такой оценки должны быть положены величины, связи или отношения инвариантные при преобразованиях параметров свойств объектов и времени. Используя основные принципы моделирования, предполагаем, что качественная определенность объекта в некотором аспекте качественных признаков (или совокупности свойств) может быть количественно оценена. Оценки качества будем производить на основе использования *комплексных* (интегральных) величин, которые характеризуют объект как целое, исходя из системных представлений.

Приведенное выше позволяет в общем случае представить *состояние* объекта в виде совокупности его качественных и количественных характеристик, которые формируются под действием внешних и внутренних условий в конкретный момент времени.

Такой подход при моделировании дает возможность считать, что первой основой для характеристики состояния является количественная определенность объекта, связанная с его свойствами. Совокупность свойств определяет количественную сторону через параметры состояния объекта, которые могут быть измерены. Второй основой для характеристики состояния является качественная определенность объекта, которая количественно может быть оценена с использованием системных величин, комплексно характеризующих изучаемые объекты в целом по отношению ко всему классу объектов, или отдельным экземплярам класса, которые приняты в качестве опорных для данного класса. Единство качественной и количественной определенности будем выражать через меру.

Сегодня в философии понятие меры определено на вербальном уровне. В соответствии с существующим определением мера – это философская категория, отражающая единство качественных и количественных характеристик предмета или явления. Очень часто мера трактуется как диапазон или область количественных изменений, которые могут происходить при сохранении данного качества объекта. Исходя только из данных определений, формализовать понятие меры невозможно. Поэтому в дальнейшем введем понятие меры как математическую функцию, выражающую единство качественной и количественной определенности по отношению к классу объектов, которая отличалась бы особым свойством в пространстве состояний объектов, например, континуальностью, аддитивностью, потенциальностью и т.д. Другими словами, меру будем рассматривать как некую функцию, характеризующую пространство состояний или поле состояний для класса объектов.

Исходя из вышеприведенного, органическое единство совокупности качественных и количественных характеристик объектов, которое с течением времени проявляется в наблюдаемых изменениях их состояний, и будет являться основным логическим принципом для развития методов и приемов математического моделирования в системодинамике.

Отсюда следует основная цель применения теории моделирования систем различной природы, которая заключается в определении общесистемных связей между предшествующими, текущими и последующими состояниями объектов различных классов с учетом единства качественных и количественных характеристик объектов. Математически описать данную задачу можно путем установления соответствия между статистическими (опытными) и динамическими (модельными) закономерностями, которые свойственны объектам и системам различной природы при изменении их состояний во времени. Рассмотрим эти закономерности несколько подробнее.

Сегодня детерминизм представляет собой учение о всеобщей и закономерной связи процессов и явлений в окружающем мире. Индетерминизм исходит из отсутствия какой-либо связи между явлениями во времени. Оба принципа дают противоположные точки зрения на темпоральный характер событий, процессов и явлений. С прогрессом

науки детерминизм становится все более распространенной парадигмой. В этом плане всеобщая связь явлений не может быть выражена простыми случаями и крайностями, должно наблюдаться органическое единство этих противоположных точек зрения. В данном вопросе очень много неясностей и крайностей даже на уровне философских воззрений, не говоря уже об области модельных описаний, где следует применять ясные и понятные методологические принципы. Однако, так как все изменения в объектах окружающего мира познаются во времени, то понимание сущности случайности и предопределенности, статистической и динамической закономерности лежит в раскрытии феномена времени, а это одна из основных нерешенных проблем науки.

В процессе исследования будем исходить из единства и взаимосвязи понятий предопределенности и случайности, детерминированных и вероятностных причинных связей, динамической и статистической закономерности явлений и процессов. При изучении данной проблемы применительно к процессу моделирования однозначно исходим из принципа детерминизма в модельных описаниях. То, что детерминизм органично присущ методологии моделирования является признанным фактом – любая физическая, математическая или алгоритмическая модель с различной степенью достоверности описывает закономерные связи реальных процессов и явлений, в основе которых вполне могут лежать как детерминированные, так и вероятностные особенности. Использование стохастических методов дает возможность ввести элементы неопределенности и тем самым расширить область применения детерминированных моделей на некоторые классы случайных процессов. Проблема здесь в недостаточности данных и знаний о произошедших процессах и явлениях, а также в ряде случаев в невысокой эффективности используемых для описания моделей. Однако при детерминированном подходе модель любой степени формализации обычно с определенной точностью описывает динамику некоторого закономерного процесса применительно к изучаемому объекту или классу объектов.

В свою очередь, в окружающем нас мире в процессе познания и при отображении всего многообразия явлений не может быть крайностей, закономерные связи во времени могут формироваться исходя из

существования как детерминированных, так и вероятностных особенностей, что определяется эмпирическими данными. Поэтому на основе данных опыта любое развитие природного или общественного процесса во времени будем считать стохастическим процессом.

Все описанное выше позволяет рассматривать во взаимосвязи оба принципа, которые определяют характер процессов и явлений во времени. Далее с детерминизмом будем связывать модельные описания наблюдаемых процессов и явлений, а со стохастическими (случайными) процессами – любые данные и факты эмпирических наблюдений.

При изучении объектов и систем выделяют также два типа проявления причинной связи, связанных с динамическими (однозначными) и статистическими (вероятностными) закономерностями. Согласно известным определениям динамическая и статистическая закономерности – это формы проявления закономерной связи между предшествующими и последующими состояниями объектов при их изменениях во времени. Динамическая закономерность представляет собой форму причинной связи, при которой данное состояние объекта однозначно определяет все его последующие состояния. Статистическая закономерность – это форма причинной связи, при которой данное состояние объекта определяет все его последующие состояния не однозначно, а лишь с определенной вероятностью, являющейся объективной мерой возможности реализации заложенных в прошлом тенденций изменения и развития. Так как в основе факта установления динамической или статистической закономерности всегда лежит опыт и практика, то различие между этими закономерностями относительно.

Многие известные ученые новую концептуальную парадигму в развитии современной науки видят в синтезе динамических и статистических закономерностей объективной реальности.

Исходя из приведенного выше, под *статистической* закономерностью будем понимать любую устойчивую тенденцию в изменении состояний реальных объектов, которая установлена на основе эмпирических данных. В свою очередь, под *динамической* закономерностью будем понимать приближенное описание тенденций изменения состояний,

представленное в виде зависимостей с помощью детерминированной среды моделирования.

Установление связи между статистической и динамической закономерностями в каждом конкретном случае будем основывать на применении феноменологического метода, позволяющего адаптировать модельные описания процессов и явлений по отношению к данным эмпирических наблюдений.

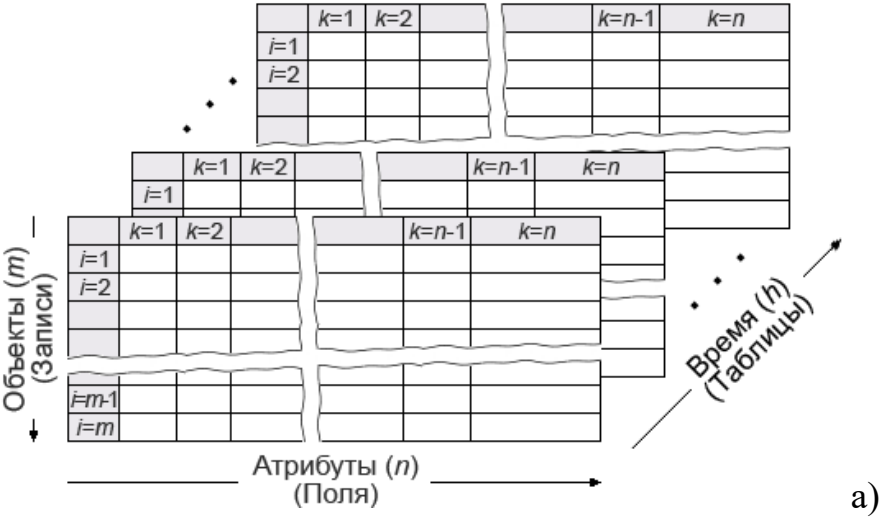
Теперь примем следующие предположения. Будем считать, что изменение количественной определенности реального объекта во времени характеризуется статистическими закономерностями изменения параметров его свойств. В свою очередь, изменение качественной определенности объекта во времени также вызвано статистическими закономерностями его развития, и определяется взаимосвязью всех его процессов и отношений. При этом для описания взаимосвязи качественной и количественной определенности необходима детерминированная среда моделирования. Подобный подход позволяет провести формализацию сформулированных ранее определений и понятий.

Будем изучать множество объектов одного класса, каждый из которых в определенный момент времени находится в некотором состоянии, исходя из сложившихся внешних и внутренних условий. Информацию о состояниях объектов несут в себе данные эмпирических наблюдений. Предположим, что каждое состояние объекта однозначно определено значениями всех его параметров z_k (в общем случае n). Данные атрибутивные и независимые параметры свойств однозначно характеризуют количественную определенность каждого объекта.

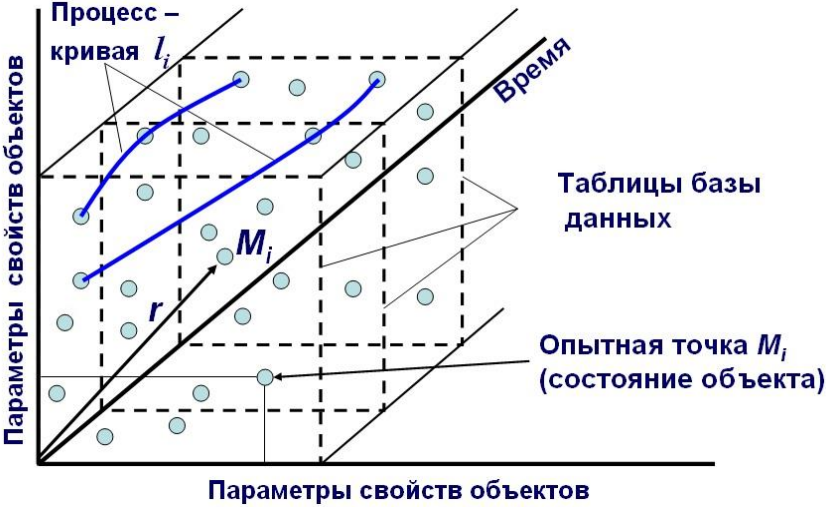
Рассматриваем данные наблюдений темпоральной структуры (рис. 6.1). В этом случае речь идет о массивах дискретных данных, которые имеют общую структуру таблиц в виде «объекты – параметры свойств», причем соответствующее количество таблиц h упорядочено во времени с шагом, равным некоторому временному диапазону [7, 12, 57]. В частном случае такие данные могут иметь только одну таблицу (рис. 6.1, $h=1$), это возможно, когда параметры свойств объектов не изменяются на длительных промежутках времени.

Темпоральные базы данных – это массивы данных, хранящие

временные данные. В широком смысле – это произвольные данные, которые явно или неявно связаны с определенными датами или промежутками времени. Особенность таких данных в том, что они несут в себе информацию о любых процессах, происходящих в природе и обществе.



а)



б)

Рис. 6.1. – Темпоральные массивы данных, характеризующие изменения состояний объектов: а) структура темпоральных массивов данных; б) пространство состояний объектов

Ганс Рейхенбах считал, что наше знание о прошлом основывается на протоколах. Под такими протоколами подразумеваются любые документы о прошедших событиях, различная информация и данные о функционировании и поведении объектов и систем в прошлом и

настоящем, собранные летописи, описания и базы данных, отражающие наше знание об окружающем мире. Исходя из этого, темпоральные данные, как особый вид структурированных количественных протоколов прошлого и настоящего, могут быть описаны с необходимой точностью математическими моделями.

В темпоральных массивах данных в качестве объектов выступают однотипные классы (сущности), соответствующие объектам определенной природы. В качестве параметров (атрибутов), выступают свойства в виде различных физико-химических, биологических, социальных или других величин, имеющих количественное измерение (рис. 6.1). При этом для каждого процесса изменения состояния объекта характерны определенные последовательности состояний с заданными параметрами свойств, изменяющимися во времени.

Все опытные факты о процессах и явлениях в неживой и живой природе связаны с их представлением именно в виде темпоральных данных. В таких данных время выступает системообразующим фактором по отношению к изменению и развитию объектов различной природы.

Перед нами стоит цель сформулировать методические принципы обработки и анализа темпоральных массивов опытных данных для получения количественных закономерностей, которые бы имели общий характер и не были бы явно привязаны к той или иной области знаний.

Для темпоральных данных можно построить общую среду моделирования в виде многомерного пространства состояний объектов (так называемого фазового пространства). Предположим, что для m объектов одного класса в темпоральных массивах данных содержится количественная информация о n параметрах z_k ($k=1, 2, \dots, n$), характеризующих свойства изучаемых объектов (рис. 6.1). Примем эти величины в качестве переменных состояния.

Зададим n -мерное пространство состояний E^n , где $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, $z \in E^n$. Также, как и в разделе 3.1, примем гипотезу о существовании эмпирической меры W , которая представляет собой величину, характеризующую в целом состояния объектов, исходя из интегральной оценки качественной определенности объектов. Мера W будет представлять собой системную величину, определяющую сходство

состояний объектов между собой. Эта величина позволяет оценить качественное состояние объектов в определенном аспекте и зависит от параметров свойств объектов z_1, z_2, \dots, z_n . Математически эмпирическую меру будем рассматривать как особую функцию многих переменных состояния – величину, которая является инвариантом в пространстве состояний E^n . Считаем, что эмпирическая мера является функцией точки, однако не является функцией состояния в своем классическом понимании, так как она не есть аддитивная величина, для которой функция состояния целого (системы) равна сумме функций состояния ее частей.

Таким образом, каждому состоянию в пространстве E^n (точке M) может быть поставлено в соответствие значение эмпирической меры W . Тем самым при справедливости гипотезы континуальности в пространстве состояний E^n формируется скалярное поле эмпирической меры как совокупность ее значений во всех точках пространственной области в заданный момент времени.

Сформулируем аналитическое представление эмпирической меры как полевой величины в виде скалярной функции по отношению к пространству состояний E^n .

Пусть рассматривается множество упорядоченных систем чисел (z_1, z_2, \dots, z_n) , которые являются значениями параметров свойств для экземпляров некоторого класса объектов. В многомерном пространстве состояний E^n данные системы чисел представимы точками $M(z_1, z_2, \dots, z_n)$. Если в силу некоего эмпирического закона, правила или процедуры измерений каждой точке M приведено в соответствие число W , то будем считать, что в пространстве E^n может быть определена эмпирическая мера состояния $W(M) = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ как функция n переменных.

Примем также, что при совершении во времени некоего процесса l параметры свойств для произвольного объекта всегда представимы параметрическими уравнениями (5.17) относительно времени τ :

$$z_1 = z_1(\tau), \quad z_2 = z_2(\tau), \dots, \quad z_n = z_n(\tau). \quad (6.1)$$

Непрерывную кривую в n -мерном пространстве состояний (рис. 6.1, l_i), образованную уравнениями (6.1), будем называть линией процесса (физического, биологического, социального и т.д.) для

конкретного объекта. Логически можно предположить, что если объект реально существует и не подвержен дискретным (скачкообразным) изменениям, то возможно параметрическое представление изменения его параметров во времени вида (6.1).

Таким образом, задача моделирования применительно к состояниям объектов различной природы может быть сформулирована в следующем виде.

Имеются результаты опыта или наблюдения в виде темпоральных данных, относящихся к некоторому множеству однотипных объектов определенной природы. Формируется фазовое пространство состояний E^n относительно параметров свойств объектов. Предлагается некая эмпирическая мера $W = W(M)$ в виде полевой величины, где M – произвольное состояние. В пространстве E^n представлены данные опыта или наблюдений в виде дискретных точек M_i . Априори предлагается математическая модель пространства состояний E^n в виде задания некой среды моделирования $W(M) = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$. Применяя различные принципы и гипотезы, характеризующие функционирование или поведение объектов во времени, следует построить феноменологическую модель для описания состояний объектов в пространстве E^n , которая будет характеризовать эмпирические закономерности, присущие данным опыта или наблюдений.

Основные гипотезы, которые могут быть использованы при описании состояний объектов, связаны принципами общесистемного характера. В качестве таких положений будем использовать принцип континуальности пространства состояний, принцип инвариантности эмпирических мер, а также принцип соответственных состояний, заключающийся в наличии измеряемого сходства в состояниях объектов.

Пусть в n -мерном фазовом пространстве E^n расположено $q = mh$ дискретных точек M_i ($i = 1, 2, \dots, q$), которые являются опытными данными. Представим эти точки как ограниченную выборку из сплошной гипотетической среды бесконечного количества состояний для объектов одного класса. Используем континуальный принцип представления информации в пространстве E^n [7, 12, 57, 58], согласно которому поле

состояний считается непрерывным, при этом каждый элемент поля связан со всеми соседними элементами с учетом закономерностей, свойственных пространству состояний E^n . Тем самым рассматривается концепция континуального поля некоторой величины, характеризующей состояния объектов в целом. Такой величиной и будет выступать эмпирическая мера.

Считаем также, что по отношению к наблюдениям справедлив принцип инвариантности, когда в пространстве состояний дискретные данные формируют некий «образ», отражающий в какой-то степени сущность континуальных закономерностей полевой величины. При этом инвариантность образа будет связана с изометрией пространства E^n , когда сохраняются расстояния между опытными точками M_i , измеренные или оцененные определенным образом. Эмпирическая мера как полевая величина $W=W(M)$ обладает свойством неизменности по отношению к преобразованиям переменных z_1, z_2, \dots, z_n . При этом отметим, что эмпирических мер, характеризующих различные качественные аспекты при описании состояний объектов, может быть несколько. Возможно использование мер, основанных на геометрических, вероятностных, алгоритмических и эмпирических мерах сходства.

При такой постановке вопроса по отношению ко всему классу объектов величина W в своей сущности будет нести эмпирическое содержание (статистическая закономерность), которое, как мы предполагаем, может быть описано с помощью среды моделирования с заданными общими детерминированными свойствами (динамическая закономерность).

Также, как и в разделе 3.1, в процессе моделирования будем рассматривать квазистационарные и нестационарные процессы, используя ранее принятые определения. Будем считать, что для квазистационарного процесса эмпирическая мера представима в виде (3.2):

$$W(\tau) = W(z_1(\tau), z_2(\tau), \dots, z_n(\tau)), \quad (6.2)$$

а для нестационарного процесса в виде (3.3):

$$W(\tau) = W(\tau, z_1(\tau), z_2(\tau), \dots, z_n(\tau)). \quad (6.3)$$

В данном исследовании более подробно будем рассматривать процессы эволюционного развития объектов во времени, подразумевая под

зависимостей. Подобная среда моделирования представляется в виде n -мерного пространства состояний E^n .

Важным положением при моделировании процессов различной природы является также принцип соответственных состояний, который более подробно будет раскрыт в последующих разделах.

Далее, все приведенное ниже будет относиться к каждой эмпирической мере в системе уравнений (6.4), поэтому соответствующие индексы при изложении материала опустим, а для величин w_j используем общее обозначение W .

6.3 Выбор эмпирических мер и моделей пространства состояний

Будем рассматривать метрические пространства состояний и считаем, что способ определения расстояния между двумя произвольными состояниями известен и задан системой измерения эмпирической меры, как величины для оценки сходства состояний объектов.

Основная гипотеза моделирования связана с возможностью описания континуальных закономерностей путем установления связи между полевой величиной в виде эмпирической меры $W = W(M)$ и априори заданной моделью пространства состояний в виде вещественно однозначной функции $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$. При этом эмпирическая мера может быть описана скалярным полем $W = W(M)$, которое инвариантно при преобразованиях координат. Данная величина будет отражать эмпирические особенности и закономерности наблюдаемых состояний и процессов их изменения как геометрических образов (точек и кривых) в пространстве E^n , исходя из полевых представлений. Мету W будем определять на основе данных опыта, характеризующих положение точек поля M_i по отношению к характеристикам отдельных объектов или группы объектов в целом. Для этой цели в зависимости от конкретной задачи используем геометрические, вероятностные, алгоритмические или эмпирические меры сходства, которые перечислены в разделе 5.3. Выбор той или иной меры будем основывать на вариантных расчетах и оценках качества получаемых моделей.

В свою очередь, модель пространства состояний $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ задаем скалярной функцией, зависящей от переменных состояния. Данная величина будет отражать особенности фазового пространства как сплошной среды, исходя из той или иной принятой математической модели. В зависимости от специфики решаемой задачи ее будем представлять в виде простых зависимостей относительно всех n переменных. При этом функцию T следует определять по значениям переменных состояния по отношению к используемой системе координат.

Эмпирические меры состояний объектов. В контексте вышеприведенного выше важным является выбор мер W как качественных характеристик состояний объектов или процессов изменения состояний, а также разработка систем количественного определения этих величин. Эмпирическая мера должна быть инвариантом в пространстве состояний и комплексно характеризовать состояния объектов, а также их изменения, соответствовать понятию скалярных величин, иметь область определения от нуля до $+\infty$ или от $-\infty$ до $+\infty$, давать возможность оценивать состояния и процессы изменения состояний на основе принятой системы измерений применительно ко всему пространству состояний E^n . Данная полевая величина будет непосредственно связана с особенностями распределения опытных данных, т.к. определяется по отношению к опорному состоянию или всей группе дискретных точек M_i в целом и не зависит от принятой системы координат для переменных состояния.

В дальнейшем при геометрическом подходе измерения эмпирической меры, как величины для оценки сходства состояний объектов, использовалось преимущественно евклидово расстояние. В этом случае каждой опытной точке M_i присваивалось значение эмпирической меры как расстояния до опорного состояния M_0 в виде:

$$W_i = \sqrt{(z_{1i} - z_{10})^2 + (z_{2i} - z_{20})^2 + \dots + (z_{ni} - z_{n0})^2}, \quad (6.5)$$

где z_{k0} – значения параметров опорного состояния. Иногда применялся также квадрат евклидова расстояния (5.12).

При статистическом подходе эмпирическая мера для каждой опытной точки M_i определялась на основе вычислительных алгоритмов,

позволяющих оценить вероятности состояний объектов. При этом использовались меры, перечисленные в разделе 5.3:

- статистическая вероятность наблюдения состояния объекта (точки M_i) в определенном объеме пространства состояний E^n при группировке данных, исходя из заданного количества диапазонов группирования;
- относительная частота наблюдения состояний всех объектов в определенном объеме пространства E^n , образованного состоянием каждого объекта (точка M_i , представленная в виде правой верхней вершины многомерного параллелепипеда);
- статистическая вероятность событий, отражающих состояние объектов в некоторых аспектах и т.д.

Статистическая вероятность состояния определялась по различным характерным событиям. В первом и втором случае в качестве такого события использовалось совместное событие одновременного наблюдения значений параметров свойств системы, для этого применялись разные алгоритмы обработки данных. В третьем случае использовалось характерное событие, связанное с наблюдением некоторых качественных изменений в состояниях объектов. Вероятности определялись в отдельности для каждой таблицы темпорального массива данных.

Алгоритм определения статистической вероятности совместного события, связанного с наблюдаемыми свойствами для опытных точек M_i , предполагает следующую последовательность действий. При рассмотрении одного параметра z_1 на координатной оси Oz_1 область изменения параметра разбивается на ω равномерных интервалов и опытные данные группируются, исходя из попадания точек в каждый интервал. Статистическая вероятность оценивается по кумулятивной относительной частоте наблюдаемого события. С этой целью определяется число опытных точек, для которых выполняется неравенство $z_1 < z_{1\omega}$, где $z_{1\omega}$ – правая точка каждого ω -того интервала. Аналогично при рассмотрении двух параметров z_1 и z_2 на плоскости Oz_1z_2 определяется число опытных точек, для которых совместно выполняются неравенства $z_1 < z_{1\omega}$ и $z_2 < z_{2\omega}$. При рассмотрении трех параметров z_1 , z_2 и z_3 в трехмерном пространстве

$Oz_1z_2z_3$ определяется число точек, для которых совместно выполняются неравенства $z_1 < z_{1\omega}$, $z_2 < z_{2\omega}$ и $z_3 < z_{3\omega}$. Также определяется число опытных точек, попавших в области группирования, для n -мерного пространства параметров свойств. Если при разбиении для каждого параметра используется одинаковое количество интервалов, то для одного параметра имеем ω областей группирования, для двух – ω^2 , для трех – ω^3 и т.д. Все это позволяет оценить статистические вероятности состояния по относительной частоте событий. Однако данный метод требует достаточно большого объема опытных данных (для трех переменных количество объектов должно быть порядка 300 – 400).

Статистические вероятности для совместного события, связанного с одновременно наблюдаемыми значениями параметров свойств, находятся в n -мерном пространстве согласно следующей зависимости:

$$w_\lambda = P(z_1 < z_{1\omega}, \dots, z_n < z_{n\omega}) = \frac{I_\lambda}{N}, \quad (6.6)$$

где I_λ – число всех опытных точек, для которых совместно выполняется приведенное в формуле (6.6) неравенство $(z_1 < z_{1\omega}, \dots, z_n < z_{n\omega})$ и которые находятся в n -мерном параллелепипеде, представляющим собой некую λ -область группирования; N – общее число точек (опытных данных в выборке).

Например, в системе Statistica скрипт подсчета вероятности для одномерного распределения величины (одно свойство) согласно (6.6) имеет следующий вид (20 интервалов группирования):

Function Minimum (Data As Spreadsheet, Var As PortInt) As Double

' Функция определения минимального значения в выборке данных

Minimum = Data.Cells(I,Var)

For I = 2 To Data.Cases.Count

If Data.Cells(I,Var) < Minimum Then

Minimum = Data.Cells(I,Var)

End If

Next I

End Function

Function Maximum (Data As Spreadsheet, Var As PortInt) As Double

' Функция определения максимального значения в выборке данных

```

Maximum = Data.Cells(1,Var)
For I = 2 To Data.Cases.Count
  If Data.Cells(I,Var) > Maximum Then
    Maximum = Data.Cells(I,Var)
  End If
Next I
End Function

Sub Main
Dim s_in As Spreadsheet
Dim s_out As Spreadsheet
Dim K As Long
Dim Min As Double
Dim Max As Double
Dim Step As Double
Dim Coord As Double
' Ссылка на текущий лист с данными и создание нового листа
Set s_in = ActiveSpreadsheet
Set s_out = Spreadsheets.New
' Показать новый лист расчетных данных
s_out.Visible = True
' Определение минимального и максимального значений величины
Min = Minimum(s_in,1)
Max = Maximum(s_in,1)
' Задание количества групп (K) и расчет шага изменения величины
K = 20
Step = (Max-Min)/K
' Присвоение размеров новому листу расчетных данных
s_out.SetSize(K, 4)
' Определение статистической и геометрической вероятностей
Count = 1
For II=1 To K
  Coord = Min+(II*Step)
  Points = 0
  For I = 1 To s_in.Cases.Count
    If s_in.Cells(I,1) < Coord Then
      Points = Points + 1
    End If
  End For

```

```

Next I
s_out.Cells(Count, 1) = Coord
s_out.Cells(Count, 2) = Points
s_out.Cells(Count, 3) = Points/s_in.Cases.Count
s_out.Cells(Count, 4) = (Coord - Min) / (Max - Min)
Count = Count + 1

```

Next I2

End Sub

В свою очередь, скрипт подсчета вероятности для двумерного распределения величины согласно (6.6) аналогичен приведенному выше, при этом алгоритм определения статистической и геометрической вероятностей имеет следующий вид:

```

For I2=1 To K
  For I2 = 1 To K
    Coord(1) = Min(1)+ I2*Step(1)
    Coord(2) = Min(2)+ I2*Step(2)
    Points = 0
    For I = 1 To s_in.Cases.Count
      If s_in.Cells(I,1) < Coord(1) And s_in.Cells(I,2) < Coord(2) Then
        Points = Points + 1
      End If
    Next I
    s_out.Cells(Count, 1) = Coord(1)
    s_out.Cells(Count, 2) = Coord(2)
    s_out.Cells(Count, 3) = Points
    s_out.Cells(Count, 4) = Points/s_in.Cases.Count
    s_out.Cells(Count, 5) = (Coord(1) - Min(1))/(Max(1)-Min(1))
    s_out.Cells(Count, 6) = (Coord(2) - Min(2))/(Max(2)-Min(2))
    Count = Count + 1
  Next I2
Next I2

```

Аналогично определяется функция распределения для n -мерного пространства параметров свойств. Таким образом, для опытных данных может быть найдена функция распределения статистической вероятности каждого состояния, исходя из имеющегося массива опытных данных.

Использовался также алгоритм оценки относительной частоты наблюдения состояний всех объектов в определенном объеме пространства E^n , образованного состоянием каждого объекта (точка M_i , представленная в виде правой верхней вершины многомерного параллелепипеда).

Например, соответствующий скрипт определения кумулятивного количества точек для совместного события наблюдения значений трех параметров z_1 , z_2 и z_3 имеет следующий вид:

```

For i = 1 To K
  k = 0
  For j = 1 To K
    If i <> j Then
      If ((s.Cells(i,A) >= s.Cells(j,A)) And (s.Cells(i,B) >= s.Cells(j,B)) And
(s.Cells(i,C) >= s.Cells(j,C))) Then
        k = k+1
      End If
    End If
  Next j
  s.Cells(i,15) = k+1
Next i

```

Здесь K – число строк (количество объектов) таблицы данных, A , B , C – номера колонок таблицы, в которых записаны значения параметров z_1 , z_2 и z_3 соответственно.

Далее отметим, что для массива опытных данных кроме статистической вероятности, связанной с совместно наблюдаемыми значениями параметров, можно определить и статистическую вероятность w_j характерных событий, отражающих качественные изменения в системе.

Статистические вероятности w_j характерных событий для каждого j -того качественного признака системы также будем определять согласно зависимости (6.6), при этом величина I_λ будет представлять собой количество опытных точек, свойственных характерному событию и попадающих в некоторую область группирования данных для одномерной случайной величины. Это позволяет для пространства состояний E^n

определить функцию распределения вероятностей w_j для j -того признака и каждой точке M_i поставить в соответствие значение этой вероятности.

В работе [57] приводятся и другие алгоритмы определения вероятности различных характерных событий.

При эмпирическом подходе для оценки сходства состояний эмпирическая мера в виде комплексного индекса определялась непосредственно по переменным состояниям путем построения линейных квалитметрических шкал для измерения состояний. В этом случае применялся регрессионный, нейросетевой или иной алгоритмический метод. Например, при использовании регрессионных методов для опорного объекта измерительная шкала формировалась по ретроспективным данным в следующем виде:

$$\theta_i = \alpha_0 + \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \dots + \alpha_n z_n, \quad (6.7)$$

где α_k – коэффициенты регрессии.

При применении нейросетевых методов шкала комплексного индекса может формироваться на основе использования алгоритмов нейронных сетей. В этом случае линейная или нелинейная измерительная шкала может задаваться путем машинного обучения нейросетевых моделей.

В дальнейшем выбор тех или иных эмпирических мер W осуществлялся исходя из специфики решаемых задач и качества получаемых уравнений.

Модели пространства состояний. Математическая модель фазового пространства состояний связана с переменными состояниями z_1, z_2, \dots, z_n и задается относительно простыми функциями, зависящими от этих переменных, как координат пространства E^n . Модель пространства E^n в зависимости от специфики решаемой задачи представлялась в виде непрерывных функций относительно всех n переменных мультипликативными, аддитивными, однородными или иными зависимостями. В этом случае в качестве модели могут быть использованы различные скалярные функции в виде:

- меры относительных изменений

$$T = \frac{z_1 z_2 \dots z_n}{z_{10} z_{20} \dots z_{n0}}; \quad (6.8)$$

- простого евклидова расстояния или квадрата этого расстояния

$$T = \sqrt{z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2}; \quad (6.9)$$

$$T = z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2; \quad (6.10)$$

- простой или взвешенной суммы

$$T = z_1 + z_2 + \dots + z_n; \quad (6.11)$$

$$T = \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \dots + \alpha_n z_n \quad (6.12)$$

или других моделей, отвечающих специфике решаемой задачи. Особо обращалось внимание на единицы измерения переменных состояния.

При использовании вероятностных эмпирических мер модель пространства состояний может быть представлена, например, в виде геометрической вероятности:

$$T = \frac{z_1 z_2 \dots z_n}{z_{1 \max} z_{2 \max} \dots z_{n \max}} \quad (6.13)$$

или меры относительных изменений (6.8).

В данной работе рассматриваются в основном скалярные функции T , входящие в класс мультипликативных или однородных функций. Выбор той или иной математической модели пространства состояний определяется спецификой решения конкретной задачи и результатами обработки опытных данных.

Далее покажем, что во многих случаях на основе опытных данных можно установить однозначную связь между эмпирическими мерами W , характеризующим опытные данные, и принятыми функциями T , определяющими математические модели пространства состояний.

6.4 Оценка качеств объектов и построение измерительных шкал

Важной задачей системодинамики является построение измерительных шкал для оценки качеств объектов, исходя из возможности применения различных эмпирических мер. В основу этого может быть положен термодинамический метод, использующий феноменологический подход и отличающийся применением естественно-научных принципов по отношению к системному описанию состояний объектов.

Среди таких принципов следует особо выделить принцип соответственных состояний, согласно которому состояния объектов могут подчиняться одному уравнению, если это уравнение выразить через некоторые приведённые переменные. Это позволяет установить изоморфизм по отношению к состояниям объектов одного класса.

При моделировании необходим также принцип, отражающий определенное сходство по отношению к процессам, которые совершают изучаемые объекты. В качестве такого закона можно принять принцип подобия относительно времени, согласно которому все процессы, протекающие в объектах одного класса, обладают одной и той же природой. В этом случае они описываются одинаковыми уравнениями, которые характеризуют динамику изменения параметров. Очень часто при сравнении состояний и процессов для объектов одного класса сохраняется (или может измеряться) отношение между некоторыми наблюдаемыми величинами.

По аналогии с термодинамикой, будем использовать взаимосвязь статистических и динамических закономерностей при совершении любого процесса l в окрестности произвольного состояния M , предполагая справедливость соотношений вида $dQ = c_l d\theta$, где Q – некая величина, характеризующая процесс изменения состояний; θ – величина, характеризующая состояние объекта; c_l – феноменологическая величина, которую будем называть темпоральностью процесса l . Данное соотношение определяет связь между приращениями величин и, в определенной степени, связано с понятием производной по направлению. Это позволяет сравнивать между собой процессы, которые совершаются объектами и оцениваются через изменения величины Q , по отношению к изменениям величины θ . В свою очередь, состояния объектов в каждой точке M можно сравнивать между собой по отношению к значениям величины θ , эмпирической меры W и функции T , характеризующей среду моделирования.

При этом особо отметим, что в данном исследовании применяем логику термодинамического метода без формального переноса имеющихся понятий и зависимостей в новую предметную область.

Принцип соответственных состояний широко используется при построении моделей объектов и систем. Количественные знания о свойствах различных объектов обычно представляются в форме уравнений состояний, где одни параметры выражаются через другие. Уравнения состояния строятся на основе опытных данных и отражают эмпирический опыт человечества в области изучения систем самой разной природы. Обычно такие уравнения состояния представляются в виде:

$$F\left(\frac{z_1}{z_{10}}, \frac{z_2}{z_{20}}, \dots, \frac{z_n}{z_{n0}}\right) = 0, \quad (6.14)$$

где z_{k0} – значения параметров опорного состояния для изучаемого класса объектов.

В уравнении (6.14) параметры z_k , характеризующие свойства, совокупностью которых определяются состояния объектов, связаны друг с другом: с изменением одного из них изменяется, по крайней мере, еще одно. Для построения уравнений выбирается опорный объект или опорное состояние, и все остальные состояния соотносятся с выбранной точкой в пространстве E^n , на основе созданной системы измерений. В общем случае принцип соответственных состояний можно сформулировать в виде: для объектов одного класса может наблюдаться закономерность, когда состояния объектов связаны с некоторыми характерными состояниями одинаково. Справедливость принципа в каждом случае проверяется по имеющимся опытным данным.

Указанный принцип позволяет построить шкалу для относительного сравнения состояний объектов между собой по факту изменения значений эмпирической меры. Процедура построения таких шкал досконально проработана в термометрии [47, 66, 98]. Воспользуемся соответствующей логикой построения шкал для сравнения состояний объектов. Сущность метода заключается в выборе в пространстве E^n как опорного состояния, так и некоторого эталонного процесса. Это связано с тем, что при моделировании необходимо иметь возможность сравнивать между собой как состояния объектов, так и процессы, совершаемые этими объектами.

Известно, что расстояние между двумя состояниями, принадлежащими одной линии процесса, совершенного за заданное время $\Delta\tau$, является инвариантом, так как геометрически его можно

рассматривать как интервал между двумя точками. Поэтому, если задать в пространстве состояний E^n некий эталонный процесс между двумя опорными состояниями, то за тот же интервал времени можно сравнивать между собой различные процессы, совершаемые объектами, относительно этого эталонного процесса. Для их сравнения может быть использован критерий в виде различных отношений для отрезков кривых процессов (или других величин), описываемых состояниями объектов за заданную единицу времени. Если этот критерий может быть определен по опытным данным, то можно говорить о возможности сравнения процессов в пространстве состояний E^n .

Исходя из этого, в начале построим шкалу для относительного сравнения состояний объектов [5, 6, 9]. Выберем некий линейный эталонный процесс (рис. 6.2), совершенный за заданное время $\Delta\tau$, на котором отметим опорное состояние M_0 .

Данный процесс может относиться непосредственно к наблюдаемому объекту, состояния которого меняются с течением времени, или к некоторому виртуальному процессу, соединяющему два особо выделенных состояния для различных периодов времени. В случае, если состояния объектов не изменяются с течением времени (частный случай темпорального массива данных с одной таблицей), это может быть отрезок между двумя выбранными опорными состояниями разных объектов.

На эталонном процессе для четко заданного временного диапазона отмечаем второе опорное состояние M'_0 и два указанных состояния соединяем прямой линией. Полученный отрезок делим на заданное количество одинаковых интервалов, например, 100, и устанавливаем длину полученных отрезков σ , исходя из известных значений принятой эмпирической меры и значений параметров свойств в точках M_0 и M'_0 .

Далее из начала координат проводим луч OM_0 и находим длину отрезка OM_0 . Шкалу для измерений состояний объектов формируем в виде некоторого индекса θ применительно к лучу OM_0 с единицей измерения σ , при этом длина отрезка OM_0 в данной шкале измерений составит $\theta_0 = l_{OM_0} / \sigma$. Для определенности и формирования отличий от термодинамики назовем данный индекс θ менсурой (от лат. *mensura* –

Исходя из выше приведенного, для континуального пространства состояний E^n можно искать модель в виде уравнения состояния:

$$\theta = f(z_1/z_{10}, z_2/z_{20}, \dots, z_n/z_{n0}), \quad (6.16)$$

где величина θ выражается в относительных единицах измерения.

В дальнейшем будем использовать и другие способы построения шкалы менсуры. Например, линейную шкалу θ на основе эталонного процесса $M_0M'_0$ можно создать, используя известные значения

эмпирической меры W : $\theta = 100 \frac{W - W_{M_0}}{W_{M'_0} - W_{M_0}}$. Далее устанавливаем связь

величины θ с текущими состояниями опорного объекта для процесса $M_0M'_0$, которые выражаем через параметры свойств. Можно также предложить алгоритм определения значений θ при изменении значений параметров свойств. С этой целью требуется построить квалиметрическую шкалу оценки состояний опорного объекта и применить ее для измерений состояний, т.е. «создать» своего рода «алгоритмический термометр» для оценки различных состояний объектов в пространстве E^n по значениям величин z_k .

Если на основе опытных данных для объектов одного класса будет установлено общее уравнение вида (6.16), то в этом случае можно говорить о справедливости принципа соответственных состояний. Это дает возможность эмпирического обоснования понятия менсуры, как особой функции, характеризующей состояния объектов в пространстве E^n по совокупности параметров. Исходя из уравнения (6.16), менсору можно определить как геометрическую (вероятностную, эмпирическую) меру отклонения состояния изучаемого объекта от опорного состояния, стандартизированного для изучаемого класса объектов.

При решении конкретных задач для задания менсуры будем использовать разные модели пространства состояний, а также различные способы измерения расстояний в пространстве E^n , например, относительно различных опорных точек, по отношению к выбранным плоскостям, центрам тяжести и т.п. Можно применять различные меры сходства на основе оценки вероятностей или других эмпирических величин. Например, в термодинамике роль эмпирической меры для

относительного сравнения состояний термодинамических систем между собой выполняет величина эмпирической температуры, а модели пространства состояний – особая функция, которая называется абсолютной температурой. Для идеального газа данная температура на плоскости (ν, p) представляет собой параметр в виде отношения площадей. С целью определения абсолютной температуры площадь прямоугольника, для которого проекция состояния $M(\nu, p)$ является правой верхней вершиной (точка A , рис. 6.2), относится к аналогичной площади для проекции $M_0(\nu_0, p_0)$ стандартизированного опорного состояния (точка C) в виде $T = p\nu / (p_0\nu_0)$. В свою очередь, между эмпирической и абсолютной температурами опытным путем устанавливается линейная связь.

Единица менсуры может определяться в градусах, пунктах, балах и т.п. или в виде специально заданной единицы измерения. Все это дает возможность предложить несколько различных систем для измерения состояний объектов, а задача сравнения состояний сводится к выбору наиболее оптимальной шкалы измерения менсуры и адекватного способа определения соответствующей эмпирической меры.

Шкалы менсуры можно представить как систему сопоставимых числовых значений геометрических, вероятностных или эмпирических величин для оценки состояний объектов в фазовом пространстве E^n . Так как в этом пространстве каждому состоянию M однозначно ставится в соответствие значение эмпирической меры W , оцененное определенным образом, то по соглашению всегда можно выбрать способ определения длины отрезка $M_0M'_0$ или меру сходства между состояниями M_0 и M'_0 .

Таким образом, при создании квалиметрических шкал для оценки состояний объектов используем метрические методы шкалирования наподобие температурных шкал в термометрии. В случае формирования шкалы для определенного вида темпоральных данных может быть сформулирована прикладная теория для класса объектов.

Если для описания состояний объектов можно использовать понятие менсуры, которая комплексно характеризует каждое состояние и представляет собой функцию, зависящую от положения точки M (функция точки), то для описания процессов следует ввести понятие количества

воздействия в виде функции линии. Представление о количестве воздействия было предложено А. Гухманом для характеристики различных взаимодействий [47]. При этом данная величина связана с процессом изменения состояния объекта и уровнем внешних воздействий на объект.

Будем считать, что количество воздействия однозначно характеризует процесс изменения состояния объекта l , может быть определено через некую эмпирическую величину Q_l и принятую по соглашению систему ее измерения.

Любое измерение заключается в сравнении измеряемой величины с другой, однородной с ней величиной, принятой за единицу. Рассмотрим некий процесс l в пространстве состояний E^n (рис. 6.2). Можно предложить множество способов задания величину Q_l по отношению к кривой l . Например, соединим точки M и M' , принадлежащие процессу l , прямой линией MM' и предположим, что для небольших периодов времени количество воздействия при изменении состояния от M до M' пропорционально, например, площади S_l треугольника OMM' . Данная площадь может быть выражена через векторное произведение радиус-векторов \overrightarrow{OM} и $\overrightarrow{OM'}$. Зададим единицу измерения количества воздействия, которая будет равна площади, приходящейся на один градус менсуры вблизи опорной точки M_0 эталонного процесса l_0 (площадь треугольника OM_0M_σ , рис. 6.2). Для сравнения процессов будем использовать критерий сходства в виде отношения площадей S_l и δ : $Q_l = S_l/\delta$. Примем отношение Q_l в качестве количества воздействия и определим соответствующее значение в виде единицы измерения, которая геометрически будет равна площади δ . Назовем данную единицу измерения количества воздействия, например, *темпорией* (по аналогии с *калорией* в термодинамике), исходя из того, что любой процесс определяется, в первую очередь, его темпоральной длительностью. Векторное произведение найдем в соответствии с известными формулами через проекции векторов на оси координат.

Можно предложить и другие способы измерения количества воздействия. Например, в термодинамике количество теплоты (в принятом выше представлении – количество воздействия) в координатах T и s

определяют по отношению площадей $AMM'B$ и $CM_0M_\sigma D$. При этом количество теплоты $dQ = T ds$ находят через абсолютную температуру T (аппликату AM) и условную длину процесса l , которая рассчитывается через значения энтропий состояний M и M' .

Эталонный элементарный процесс M_0M_σ при количестве теплоты в одну калорию характеризует физический процесс нагрева 1 грамма воды на 1 градус Цельсия при стандартном атмосферном давлении и начальной температуре воды 15°C , при этом $1 \text{ кал} \approx 4,1855 \text{ Дж}$.

По аналогии с термодинамикой для трех переменных z_1, z_2, z_3 можно предложить способ измерения количества воздействия на основе величины $Q_l = S_l/\delta$, где площадь S_l равна, например, сумме площадей трапеций, образованных проекциями точек M и M' на три координатные плоскости (трапеция $AMM'B$ и аналогичные ей). Единица измерения δ будет определяться подобным образом в виде суммы трех площадей, одна из которых характеризуется трапецией $CM_0M_\sigma D$.

В случае, если построена шкала менсуры θ , то для каждого состояния M на кривой процесса l может быть задана функция $\theta = \theta_l(M)$. Также, если исходить из существования зависимости (6.1), то энтропия будет однозначно зависеть от времени $s = s(\tau)$, так как эта величина определяется непосредственно через переменные состояния.

Поэтому, самый простой и наиболее правильный способ сравнения процессов между собой заключается в измерении площадей под кривыми процессов в координатах (θ, τ) в интервале между начальным и конечным состояниями. Критерий сходства может быть взят в виде отношения

$$\text{площадей } Q_l = \frac{1}{\delta} \int_{\tau_0}^{\tau_1} \theta_l(\tau) d\tau.$$

Здесь δ равно площади под линией процесса M_0M_σ в координатах (θ, τ) , которая будет, например, соответствовать изменению в один градус (или несколько градусов) менсуры для эталонного процесса $M_0M'_0$ вблизи первой опорной точки M_0 . Соответствующие площади могут определяться интегрированием функции менсуры относительно параметра времени τ с учетом длительности каждого процесса. Если величина θ описана

вещественной функцией T , определяющей модель пространства состояний, то критерий сходства процессов можно задать в виде

$$Q_l = \frac{1}{\delta} \int_{\tau_0}^{\tau_1} T_l(\tau) d\tau.$$

В термодинамике количество теплоты $dQ = T ds$ определяется аналогичным образом через значения температуры T и энтропию состояния, которая, в свою очередь, связана со временем τ .

В случае, когда менсура привязана не ко времени, а к длине кривой процесса l , то количество воздействия, как функцию линии, можно определить через криволинейный интеграл от менсуры θ по кривой процесса l . Критерий сходства может быть взят в виде отношения

$$Q_l = \frac{1}{\delta_l} \int \theta(\varepsilon) d\varepsilon, \text{ где } d\varepsilon \text{ – дифференциал дуги кривой } l.$$

Отметим еще один способ сравнения процессов между собой в пространстве состояний объектов одного класса. Так как эталонный процесс $M_0M'_0$ определен для четко заданного периода времени $\Delta\tau$, то сравнение процессов изменения состояний объектов может осуществляться по длине и направлению векторов MM' . В данном случае мера сходства процессов Q_l будет определяться по отношению длин соответствующих векторов MM' к эталонному вектору $M_0M'_0$, при этом модули векторов находятся для одинаковых периодов времени $\Delta\tau$.

Таким образом, рассматриваем количество воздействия как эмпирическую величину Q_l применительно к опытным данным в пространстве E^n , которая будет отражать динамику процессов изменения состояния объектов как многомерных кривых.

Полученные результаты позволяют для темпоральных данных установить связь между изменениями количества воздействия и менсуры в различных процессах. Для этого введем в рассмотрение величину c_l , определяемую на основе данных опыта, и которую по аналогии с понятием теплоемкости процесса в термодинамике, назовем темпоральностью процесса изменения состояния объекта (*темпоральность* /англ. *tempora* – временные особенности/ – временная сущность процесса, порожденная

динамикой его особенного движения). В общем случае, величина c_l будет отражать интенсивность протекания процессов изменения состояния объектов при их взаимодействии с окружающей средой.

Будем считать, что в окрестности любой точки M при бесконечно малом изменении состояния в каком-либо процессе l темпоральность c_l характеризует связь между величинами Q_l и θ . Определим c_l как величину, равную отношению элементарного приращения величины Q_l к соответствующему приращению величины θ в процессе l :

$$c_l = \frac{dQ_l}{d\theta_l}. \quad (6.17)$$

Исходя из принятых допущений, величина c_l зависит как от положения точки $M(z_1, z_2, \dots, z_n)$, так и от направления процесса l в пространстве состояний. В термодинамике величина c_l называется теплоемкостью и имеет большое значение, т.к. привносит в теорию опытные факты и эмпирические закономерности, характерные для реальных процессов. Далее индекс l будем относить только к величине c_l , а для остальных переменных, с целью упрощения обозначений, его будем опускать. Таким образом, между различными эмпирическими величинами, характеризующими как состояния, так и процессы изменения состояний, можно на основе опытных данных искать связи в виде уравнения (6.17).

Отметим, что если при изучении некоторого класса объектов выбраны две переменные состояния z_1 и z_2 , то при построении моделей описания данных необходимо использовать две эмпирические величины: одну – для сравнения состояний объектов θ между собой, а вторую (Q_l) – для сравнения протекающих процессов. При использовании трех переменных состояния требуется уже использование трех эмпирических величин и т.д. Это необходимо для замыкания исходных уравнений, описывающих функционирование или поведение объектов во времени, и получения расчетных зависимостей. Также это позволяет определить темпоральности процессов c_l при изменениях состояний объектов в различных условиях.

Сформулированные подходы позволяют предложить способы измерения менсуры и количества воздействия в различных процессах изменения состояний объектов. Особо отметим, что задача сравнения между собой как состояний, так и процессов сводится к выбору оптимальных систем измерения величин. Построение систем измерения для различных классов объектов в дальнейшем будет проиллюстрировано конкретными примерами.

Теперь сформулируем основные положения теории системодинамики применительно к многомерным системам.

Глава седьмая

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ И ЗАКОНЫ СИСТЕМОДИНАМИКИ

7.1 Основные постулаты и соотношения

Для построения феноменологических моделей используем описанный выше подход моделирования состояний и процессов их изменения для объектов различной природы. Ряд результатов данной главы соответствует результатам, представленным в главе 3, поэтому по тексту будем ссылаться на соотношения и уравнения, вытекающие из разделов указанной главы.

Пусть имеется пространство состояний E^n для некоего класса объектов определенной природы, где координатные оси соответствуют переменным состояниям z_1, z_2, \dots, z_n n -мерного пространства свойств. Из теории следует, что если в многомерном пространстве E^n введены переменные $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ и существует полевая величина, то, в общем случае, при совершении процессов свойство континуальности этой величины указывает на наличие в пространстве E^n зависимости между величинами в виде дифференциальной формы Пфаффа:

$$dQ = P_1(z_1, z_2, \dots, z_n)dz_1 + \dots + P_n(z_1, z_2, \dots, z_n)dz_n, \quad (7.1)$$

где $P_k(z_1, z_2, \dots, z_n)$ – скалярные функции, заданные в пространстве E^n и удовлетворяющие условиям непрерывности и дифференцируемости [70, 104, 126]. Из уравнения (7.1) вытекает, что между переменными состояниями z_1, z_2, \dots, z_n существует определенная связь, т.е. данные величины уже не являются независимыми в уравнении (7.1). Также оно указывает на то, что в пространстве состояний задано поле направлений $\vec{\varepsilon} = (P_1, P_2, \dots, P_n)$ и в любой точке этого пространства касательная к интегральному решению перпендикулярна соответствующему вектору поля направлений. Геометрически это означает, что векторное поле $\vec{\varepsilon}$ допускает

существование семейства поверхностей, которые в каждой точке пространства были бы ортогональны вектору поля направлений $\vec{\varepsilon}$. В этом случае соответствующее уравнение Пфаффа (7.1) интегрируемо одним соотношением.

В свою очередь, решение уравнения Пфаффа (7.1) указывает также на возможность существования некоторой меры, которая характеризует каждое состояние в пространстве E^n и может быть представлена скалярным полем. То есть для величины Q форма Пфаффа (7.1) представима в виде полного дифференциала, где $\partial Q/\partial z_k = P_k(z_1, z_2, \dots, z_n)$, или путем умножения на интегрирующий множитель μ может быть приведена к полному дифференциалу $d\omega = \mu dQ$.

Известно, что уравнение (7.1) в самом общем случае представляет собой пфаффову дифференциальную форму. Для многомерных систем существует три класса таких форм:

- 1) пфаффовы формы, являющиеся полным дифференциалом;
- 2) пфаффовы формы, которые имеют интегрирующий множитель и могут быть сведены к полному дифференциалу некоторой функции;
- 3) пфаффовы формы, которые не являются полными дифференциалами и не имеют интегрирующего множителя.

Принято называть пфаффовы формы второго класса (имеющие интегрирующий множитель) голономными, пфаффовы формы третьего класса (не имеющие интегрирующего множителя) – неголономными. Известно также, что пфаффова форма двух переменных всегда голономна. Что же касается пфаффовых форм (трех и более переменных), то одни из них голономны, другие – неголономны. Если пфаффова форма голономна, то соответствующее уравнение преобразуется к полному дифференциалу и интегрируется. Поэтому для первых двух классов пфаффовых форм могут существовать скалярные поля некоторых величин, для третьего класса – подобные скалярные поля не существуют.

Таким образом, предполагая, что гипотеза существования некой полевой величины в пространстве E^n справедлива, мы тем самым накладываем условие интегрируемости уравнения (7.1).

Исходя из этого, решение задач по описанию процессов изменения

состояний объектов различной природы может быть связано с уравнением, которое представимо в виде пфаффово́й формы (7.1). Вид данного уравнения при справедливости гипотезы существования полевой величины и связи ее с некоторой эмпирической мерой сходства должен быть определен интегрируемой дифференциальной формой (п. 1, 2 из трех вышеприведенных).

Поэтому, если континуальные закономерности свойственны полевой величине во всей области пространства состояний, то опытные данные должны с определенной точностью моделироваться феноменологическими зависимостями, которые могут быть получены из интегральных решений уравнений для дифференциальных форм Пфаффа. При этом используемый математический аппарат вытекает из метода термодинамики.

Для моделирования состояний систем различной природы сформулируем следующие постулаты (первый и второй постулаты системодинамики).

1. Пусть в пространстве состояний E^n для некоторого класса объектов каждой точке M поставлено в соответствие действительное число θ , которое будем называть менсурой состояния.

2. Величина $\theta = \theta(M)$ является функцией точки и образует скалярное поле, которое является непрерывным в области E^n .

Предположим, что по соглашению принята система измерения менсуры θ . Данная величина непосредственным образом зависит от эмпирической меры сходства состояний объектов W .

Для построения модели описания процессов в пространстве E^n используем гипотезу, что скалярное поле менсуры может быть математически описано в окрестности точки M . Сделаем предположение, что в области E^n с учетом эмпирических данных можно задать некую вещественную функцию $T(z_1, z_2, \dots, z_n)$, на основе которой будет формироваться математическая модель, которую далее будем называть средой моделирования (моделью пространства состояний). Пусть также в окрестности точки M существует связь между величинами T и θ вида: $\theta = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$ или $\theta = T(z_1, z_2, \dots, z_n) + const$.

Предположим, что через произвольную точку M осуществляется некий процесс изменения состояния объекта l . Для построения феноменологической модели сформулируем третий и четвертый постулаты системодинамики.

3. Пусть в пространстве состояний E^n каждому процессу l , проходящему через точку M , ставится в соответствие эмпирическая величина Q , которую будем называть количеством воздействия. Данная величина является функцией процесса и определяется в опыте.

4. Для всего многообразия кривых, проходящих через произвольную точку M , изменения величин Q и θ однозначно связаны между собой, при этом для любого элементарного отрезка линии процесса l справедливо соотношение $dQ = c_l d\theta$, где c_l – эмпирические величины, которые определяются по результатам опыта. Эти величины будем называть темпоральностями процесса l .

Пусть через точку M осуществляется элементарный процесс, в результате которого состояние некоторого объекта изменяется от начального M до конечного состояния M' (рис. 6.1). Тогда элементарное приращение количества воздействия Q представим в виде:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial z_1} dz_1 + \frac{\partial Q}{\partial z_2} dz_2 + \dots + \frac{\partial Q}{\partial z_n} dz_n. \quad (7.2)$$

Из соотношения $dQ = c_l d\theta$ и принятой связи полевой величины θ со скалярной функцией T , следует, что:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial z_1} \right) = c_1 \left(\frac{\partial T}{\partial z_1} \right); \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial z_2} \right) = c_2 \left(\frac{\partial T}{\partial z_2} \right); \dots; \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial z_n} \right) = c_n \left(\frac{\partial T}{\partial z_n} \right), \text{ откуда}$$

$$dQ = c_1 \left(\frac{\partial T}{\partial z_1} \right) dz_1 + c_2 \left(\frac{\partial T}{\partial z_2} \right) dz_2 + \dots + c_n \left(\frac{\partial T}{\partial z_n} \right) dz_n, \quad (7.3)$$

где c_k – темпоральности процессов изменения состояния объектов, соответствующие переменным состояниям z_1, z_2, \dots, z_n и являющиеся функциями этих переменных.

Как показано в разделе 3.3, многомерная форма Пфаффа (7.3) интегрируема в области E^n и для сред моделирования в виде однородных, мультипликативных и экспертных функций (например, простые функции

(6.8) – (6.13)) получение теоретических зависимостей связано с решением уравнения в частных производных вида:

$$\frac{z_1}{c_1} \frac{\partial Q}{\partial z_1} + \frac{z_2}{c_2} \frac{\partial Q}{\partial z_2} + \dots + \frac{z_n}{c_n} \frac{\partial Q}{\partial z_n} = \beta T. \quad (7.4)$$

где β – константа, определяемая видом функции $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$.

Данное уравнение является линейным неоднородным уравнением в частных производных первого порядка. Решение уравнения (7.4) методом характеристик, когда характеристики определяются системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\beta c_1 \frac{dz_1}{z_1} = \beta c_2 \frac{dz_2}{z_2} = \dots = \beta c_n \frac{dz_n}{z_n} = \frac{dQ}{T} = ds, \quad (7.5)$$

позволяет получить зависимости для энтропии s согласно (3.41), (3.56).

Согласно (3.47) семейство поверхностей, ортогональных этим характеристикам, определяется из скалярного произведения вектора

$$\vec{F} = \frac{z_1}{c_1} \mathbf{e}_1 + \frac{z_2}{c_2} \mathbf{e}_2 + \dots + \frac{z_n}{c_n} \mathbf{e}_n \quad (7.6)$$

и единичного вектора $\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 dz_1 + \mathbf{e}_2 dz_2 + \dots + \mathbf{e}_n dz_n$, а именно $(\vec{F} \cdot \mathbf{e}) = 0$.

Из последнего соотношения вытекает многомерное уравнение Пфаффа вида:

$$\frac{z_1}{c_1} dz_1 + \frac{z_2}{c_2} dz_2 + \dots + \frac{z_n}{c_n} dz_n = 0, \quad (7.7)$$

которое приводится к полному дифференциалу. Исходя из этого, существует потенциал $P(z_1, z_2, \dots, z_n) = C$ пространства состояний E^n , который можно представить в виде семейства поверхностей, ортогональных линиям энтропии.

Для функций T в виде меры относительных изменений (6.8) и в виде геометрической вероятности (6.13) данные зависимости имеют вид:

$$s - s_0 = c_1 \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + c_2 \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + \dots + c_n \ln\left(\frac{z_n}{z_{n0}}\right); \quad (7.8)$$

$$P - P_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{z_1^2 - z_{10}^2}{c_1} + \frac{z_2^2 - z_{20}^2}{c_2} + \dots + \frac{z_n^2 - z_{n0}^2}{c_n} \right), \quad (7.9)$$

где $z_{10}, z_{20}, \dots, z_{n0}$ – значения параметров опорного состояния.

Для функций T в виде простой или взвешенной суммы (6.11), (6.12) и евклидова расстояния (6.9) соответствующие зависимости имеют вид:

$$s - s_0 = \frac{c_1}{n} \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + \frac{c_2}{n} \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + \dots + \frac{c_n}{n} \ln\left(\frac{z_n}{z_{n0}}\right); \quad (7.10)$$

$$P - P_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{z_1^2 - z_{10}^2}{c_1} + \frac{z_2^2 - z_{20}^2}{c_2} + \dots + \frac{z_n^2 - z_{n0}^2}{c_n} \right). \quad (7.11)$$

Из уравнений для характеристик (7.5) вытекает также соотношение, которое связывает между собой количество воздействия Q с энтропией s и скалярной функцией T :

$$ds = \frac{dQ}{T}. \quad (7.12)$$

Величина энтропии s является характеристической функцией пространства состояний E^n . Как следует из уравнений для характеристик, в параметрическом представлении энтропия является длиной дуги векторной линии непрерывного векторного поля, которое соответствует уравнению (7.4), характеризующему континуальное пространство состояний. Потенциал P пространства E^n выступает в качестве одной из мер по отношению к количественной и качественной определенности соответствующего класса объектов.

Таким образом, нами введено понятие энтропии и потенциала как характеристик, связанных со скалярным полем менсуры, которая описывает качественные изменения в системе с учетом сходства состояний объектов.

Если исходить из справедливости соотношения $dQ = T ds$, то, с учетом раздела 3.4, можно сформулировать закон сохранения меры для континуальных пространств состояний в виде некоторого балансового принципа.

Представим зависимость для изменения количества воздействия в виде (3.62) и, по аналогии с понятием энергии в термодинамике, определим меру пространства состояний как величину, равную $du = c_n dT$. Тогда, выполняя те же преобразования, что и при выводе соотношения (3.63), может быть получено соотношение вида (3.69):

$$T ds = du + r(\alpha_1 z_2 \dots z_{n-1} dz_1 + \alpha_2 z_1 z_3 \dots z_{n-1} dz_2 + \dots + \alpha_{n-1} z_1 z_2 \dots z_{n-2} dz_{n-1}), \quad (7.13)$$

где α_k и r – постоянные коэффициенты, которые определяются условиями, приведенными для уравнения (3.69).

Сегодня балансовые принципы являются основой научного мировоззрения в естествознании. Однако вопрос о существовании балансовых соотношений по отношению к системам различной природы пока совершенно не изучен. Идея о возможности существования скалярных величин, однозначно характеризующих состояния объектов и подчиняющихся некоторым законам сохранения, достаточно распространена и обоснована в целом ряде естественных наук. Справедливость подобных подходов для биологических, экологических, общественных и других сложных систем может быть установлена только на основе анализа данных наблюдений. Известно, например, что принцип сохранения энергии был первоначально установлен опытным путем для термодинамических систем и затем уже экспериментально и логически распространен на множество физических процессов и явлений в качестве фундаментального закона.

Если для объектов некоторого класса эмпирически обосновать существование балансовых принципов для их фазового континуального пространства, то совместно с уравнениями состояния вполне возможно разработать системно-феноменологическую теорию описания таких объектов, аналогом которой может выступать вся теория классической термодинамики.

Из (7.13) для двух переменных уравнение сохранения меры пространства состояний может быть получено в виде уравнения, которое отражает форму закона сохранения энергии в термодинамике:

$$dQ = T ds = c_2 dT + \beta_1 z_2 dz_1. \quad (7.14)$$

Отметим, что это, естественно, не единственно возможная форма для поиска балансовых соотношений. Например, закон сохранения меры можно выразить и через потенциал пространства состояний и т.д.

Следует подчеркнуть, что подобные соотношения могут быть справедливы для различных многомерных континуальных пространств состояний объектов независимо от природы изучаемых данных. При этом получаемые уравнения нельзя рассматривать как уравнение сохранения энергии в обычном физическом представлении. Меры пространства состояний в виде $du = c_n dT$ или потенциала P в дифференциальной форме являются особыми математическими функциями, обладающими

свойствами полного дифференциала, поэтому пфаффовы формы интегрируемы.

В науках о жизни и обществе в понятие «энергии» необходимо вкладывать иной смысл, нежели это делается в физике. Лучше говорить о специфической мере различных форм материального движения и взаимодействия, которая характерна для каждой системы, где реализуются квазистационарные процессы. Чтобы не путать данную величину с энергией, назовем ее *трансергией* (лат. trans – за, через + гр. energela – действие, сила), что будет более правильно. Этим мы подчеркиваем отличие трансергии от общепринятого понятия энергии в физике.

Особо отметим, что соответствующие величины энтропии, потенциала и трансергии будут носить свой специфический характер для определенного класса объектов, выбранных эмпирических мер и каждой комбинации изучаемых переменных состояния.

Из проведенных исследований вытекают следующие общие следствия.

Каждый класс объектов, для континуального пространства состояний которого существует менсура как полевая величина, характеризующая сходство состояний, обладает:

- характеристической функцией пространства состояний, называемой энтропией s , которая является криволинейной координатой данного пространства;
- характеристической функцией пространства состояний в виде поверхности уровня, ортогональной линиям энтропии, которую можно назвать потенциалом P данного пространства;
- свойством сохранения меры в виде функции трансергии $du = c_n dT$, что определено справедливостью балансового принципа для континуальных пространств состояний.

На содержательном уровне менсуру можно определить как меру качественных изменений состояний в некотором аспекте качественных признаков. При этом любое множество качественно одинаковых состояний класса объектов, которое оценивается по некоторой мере сходства, однозначно будет определяться условием: $d\theta = 0$, ($\theta = const, dQ \neq 0$).

В свою очередь, на содержательном уровне энтропию можно определить как меру качественных и количественных изменений при совершении процессов, когда количество воздействия на объект остается постоянным: $dQ = 0$, ($s = const, ds = 0$). При этом любой процесс в пространстве состояний может характеризоваться изменением скалярной функции энтропии, исходя из соотношения $dQ = T ds$.

Также отметим, что возможность описания континуального пространства состояний того или иного класса объекта полностью определяется существующими опытными данными и справедливость используемых гипотез может быть проверена на массивах этих данных.

Менсура θ , энтропия s , потенциал P и трансергия u могут быть приняты в качестве обобщенных критериев для описания состояний объектов и процессов их изменения в многомерном пространстве E^n . Данные величины являются полевыми переменными.

Важной особенностью энтропии, потенциала и трансергии является то, что они представляют собой функции состояния при справедливости условия существования непрерывного скалярного поля величины менсуры. Изменение данных функций зависит только от состояния объектов и не зависит от пути «перехода» объектов между этими состояниями.

7.2 Векторные и дифференциальные уравнения континуальных пространств состояний систем

После того как изложена теория континуальных пространств состояний сложных систем и математический аппарат для их описания имеется возможность подойти к изучению процессов эволюции квазистационарных систем. Под эволюцией класса объектов будем понимать медленные и постепенные во времени количественные и качественные изменения в состояниях объектов. Данные изменения будут связаны со свойствами объектов и соответствующей эмпирической мерой, которая характеризует их качественную определенность в некотором аспекте качественных признаков. Изучение эволюционно развивающихся систем будем связывать с анализом квазистационарной функции состояния (6.4).

Вектор эволюции

С целью изучения поставленной проблемы вернемся к рассмотрению уравнений (3.45) и (3.51), которые описывают закономерности развития квазистационарных систем и накладывают на их функционирование и поведение определенные ограничения. Изменение состояний происходит в пространстве n параметров свойств объектов, и характеризуется при этом изменением некоторого качества, которое, в свою очередь, оценивается по шкале измерений менсуры θ . Данная мера отражает эволюцию развития всех объектов в целом и имеет принятую систему измерений. Общее решение уравнения (3.51) геометрически представляет собой в пространстве $E^{n+1}(z_1, z_2, \dots, z_n, Q)$ семейство интегральных решений, которые образованы характеристиками (3.52) данного уравнения. Каждому интегральному решению в пространстве состояний соответствует некоторый реализуемый процесс изменения состояния объекта $l_i(\tau)$, который характеризуется изменением во времени параметров свойств (6.1). Через каждую точку кривой процесса $l_i(\tau)$ проходит только одна характеристическая кривая, которая целиком лежит на интегральной поверхности $Q = Q(z_1, z_2, \dots, z_n)$. Таким образом, согласно понятий векторного анализа, характеристики уравнения (3.51), которые являются линиями энтропии, представляют собой векторные линии векторного поля, а интегральные поверхности – векторные поверхности этого поля. Совокупность реализуемых процессов формирует в пространстве E^{n+1} некоторую область возможных состояний для множества объектов одного класса.

Исходя из вышеприведенного, можно утверждать, что при справедливости принятых допущений в континуальном пространстве состояний E^{n+1} в каждой точке M существует поле направлений, которое соответствует дифференциальному уравнению (3.51) – векторное поле $\Gamma(z_1, z_2, \dots, z_n, Q)$ вида [126]:

$$\Gamma(z_1, z_2, \dots, z_n, Q) = \frac{z_1}{nc_1} \mathbf{e}_1 + \frac{z_2}{nc_2} \mathbf{e}_2 + \dots + \frac{z_n}{nc_n} \mathbf{e}_n + T \mathbf{e}_{n+1}, \quad (7.15)$$

где \mathbf{e}_k – единичные векторы, направленные соответственно по осям координат $Oz_1, Oz_2, \dots, Oz_n, OQ$ пространства состояний E^{n+1} ; $\beta = n$.

Определим вектор Γ как *вектор эволюции*, отражающий ход эволюции

системы (всего класса объектов) во времени τ . Данный вектор характеризует континуальные закономерности, связанные с изменением и развитием объектов в пространстве состояний E^{n+1} при реализации различных процессов. Направление поля Γ в каждой точке M совпадает с направлением касательной к характеристической линии энтропии, проходящей через точку M . Поэтому геометрическое представление об эволюции системы будем связывать с линиями энтропии.

Исходя из понятий теории поля, совокупность всех линий энтропии в потоке вектора Γ определим как спектр линий энтропии. Спектр линий энтропии дает представление об общем изменении состояний системы, являясь как бы отображением мгновенных эволюционных изменений, исходя из коллективного функционирования или поведения всей группы объектов в целом. Если провести все характеристические линии, проходящие через точки некоторого куска поверхности S , то их совокупность даст векторную трубку энтропии. Подобное представление вектора эволюции в пространстве состояний E^{n+1} при анализе процессов изменения и развития системы позволяет применить известные уравнения теории поля.

Выделяя в векторном поле произвольный объем V , ограниченный поверхностью S с направлением нормали \mathbf{n} к этой поверхности, получим, согласно формулы Остроградского, что объемный интеграл от расходимости поля (дивергенция $div \Gamma$) равен потоку поля $\left(\iint_{(S)} \Gamma_n dS \right)$ через поверхность этого объема:

$$\iiint_{(V)} div \Gamma dV = \iint_{(S)} \Gamma_n dS. \quad (7.16)$$

В свою очередь, выделяя в векторном поле некоторый замкнутый контур l , который ограничивает поверхность S , получим, согласно формулы Стокса, что циркуляция вектора Γ вдоль этого контура $\left(\int_{(l)} \Gamma_\varepsilon d\varepsilon \right)$ равна

потоку вихря $\left(\iint_{(S)} rot_n \Gamma dS \right)$ через поверхность S :

$$\int_{(l)} \Gamma_\varepsilon d\varepsilon = \iint_{(S)} rot_n \Gamma dS. \quad (7.17)$$

Здесь $d\varepsilon$ – направленный элемент дуги кривой l , рассматриваемый как малый вектор.

Теперь рассмотрим задачу о нахождении семейства поверхностей, ортогональных к линиям энтропии s вектора эволюции Γ . Известно, что уравнение таких поверхностей определяется из скалярного произведения $(\Gamma \cdot \mathbf{e}) = 0$, где $\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 dz_1 + \mathbf{e}_2 dz_2 + \dots + \mathbf{e}_n dz_n + \mathbf{e}_{n+1} dQ$ – вектор, лежащий в касательной плоскости к исходной поверхности. Это уравнение в развернутом виде приводит к соотношению:

$$\frac{z_1}{c_1} dz_1 + \frac{z_2}{c_2} dz_2 + \dots + \frac{z_n}{c_n} dz_n + nT dQ = 0, \quad (7.18)$$

которое является уравнением Пфаффа.

Можно показать, что уравнение (7.18) приводится к полному дифференциалу, если формируются условия, для которых $c_k = \text{const}$. В этом случае поле вектора эволюции является потенциальным полем.

Мера пространства состояний

В связи с тем, что энтропия s , потенциал P и трансергия u характеризуют состояния объектов и процессы их изменения в многомерном пространстве E^n , возникает вопрос – какая из величин может выступать в качестве основной меры пространства состояний, выражающей единство качественной и количественной определенности по отношению ко всему классу объектов.

Введем понятие меры как функции состояния, выражающей единство качественной и количественной определенности системы, используя для этого основные положения сформулированной ранее теории и методы векторного анализа. Подойдем к определению *меры пространства состояний* как некоторой n -мерной поверхности, на которой изменение количественных характеристик системы происходит при отсутствии воздействий на объект. В этом случае, так как количество воздействия не изменяется, т.е. $dQ = 0$, изменение энтропии состояния тоже равно нулю $ds = 0$.

В результате этого, с учетом (7.18) приходим к простому уравнению Пфаффа в n -мерном пространстве свойств вида:

$$\frac{z_1}{c_1} dz_1 + \frac{z_2}{c_2} dz_2 + \dots + \frac{z_n}{c_n} dz_n = 0. \quad (7.19)$$

Данному уравнению в пространстве E^n соответствует n -мерная проекция вектора эволюции в виде векторного поля:

$$\Gamma_z(z_1, z_2, \dots, z_n) = \frac{z_1}{c_1} \mathbf{e}_1 + \frac{z_2}{c_2} \mathbf{e}_2 + \dots + \frac{z_n}{c_n} \mathbf{e}_n. \quad (7.20)$$

Пфаффовая форма, стоящая в левой части уравнения Пфаффа (7.19), при постоянных величинах c_k в окрестности точки M является полным дифференциалом, поэтому уравнение (7.19) может быть преобразовано следующим образом

$$dP = d\left(\frac{z_1^2}{2c_1} + \frac{z_2^2}{2c_2} + \dots + \frac{z_n^2}{2c_n}\right) = 0; \quad (7.21)$$

$$P = -\frac{1}{2}\left(\frac{z_{10}^2 - z_1^2}{c_1} + \frac{z_{20}^2 - z_2^2}{c_2} + \dots + \frac{z_{n0}^2 - z_n^2}{c_n}\right), \quad (7.22)$$

где z_{k0} – параметры некоторого опорного состояния. Здесь также принято, что значение $P(z_{10}, z_{20}, \dots, z_{n0}) = 0$. Уравнение $P(z_1, z_2, \dots, z_n) = C$ согласно (7.22) представляет поверхность в n -мерном пространстве состояний E^n и, следовательно, решениям уравнения Пфаффа (7.19) соответствует семейство поверхностей, ортогональных характеристическим линиям энтропии s . Так как векторное поле Γ_z является потенциальным, то имеем следующие зависимости, которые вытекают из соотношений (7.20) и (7.22):

$$\Gamma_z(z_1, z_2, \dots, z_n) = \text{grad}(P), \text{ т.е. } \frac{z_k}{c_k} = \frac{\partial P}{\partial z_k}. \quad (7.23)$$

Таким образом, искомыми поверхностями, ортогональным линиям энтропии в пространстве состояний, являются поверхности уровня $P(z_1, z_2, \dots, z_n) = C$ потенциальной функции P , которая представляется уравнением (7.22).

Определим величину $P(z_1, z_2, \dots, z_n) = C$ как меру единства качественной и количественной определенности системы. Мера, в виде потенциала P , является характеристической функцией пространства состояний системы и аддитивной величиной. Из полученных выше результатов следует, что мера представляет собой потенциальную функцию векторного поля Γ_z , которое зависит только от параметров свойств системы. Причем все однородные по внешним воздействиям

состояния системы, которым свойственны различные параметры свойств, принадлежат одной и той же поверхности уровня $P(z_1, z_2, \dots, z_n) = C$. Поэтому любое состояние M , лежащее на этой поверхности, будет однозначно определяться значением потенциала P и линией энтропии, которой принадлежит точка M пространства состояний E^n . Каждой точке M поверхности уровня $P(z_1, z_2, \dots, z_n) = C$ будет соответствовать одно и тоже значение количества воздействия.

Теперь для решения уравнения (7.18) воспользуемся методом, при котором количество воздействия Q будет выступать параметром [126]. Так как был получен интеграл уравнения (7.19), то представим постоянную C как функцию параметра Q :

$$P(z_1, z_2, \dots, z_n) = C(Q). \quad (7.24)$$

Подберем величину $C(Q)$ таким образом, чтобы удовлетворялось уравнение (7.18). Дифференцируя (7.24) получим:

$$\frac{\partial P}{\partial z_1} dz_1 + \frac{\partial P}{\partial z_2} dz_2 + \dots + \frac{\partial P}{\partial z_n} dz_n - C'(Q)dQ = 0. \quad (7.25)$$

Соответствующие коэффициенты при дифференциалах переменных в уравнениях (7.18) и (7.25) должны быть пропорциональны, поэтому:

$$\frac{nc_1}{z_1} \frac{\partial P}{\partial z_1} = \frac{nc_2}{z_2} \frac{\partial P}{\partial z_2} = \dots = \frac{nc_n}{z_n} \frac{\partial P}{\partial z_n} = -\frac{C'(Q)}{T}, \quad (7.26)$$

откуда с учетом (7.21) $C'(Q) = -nT$. Так как предполагается существование однозначной связи между количеством воздействия и функцией среды моделирования $T = \mathcal{A}(Q)$, то $C(Q) = -n \int \mathcal{A}(Q) dQ$, а в случае, если возможно представление этой зависимости для некоторого множества состояний системы линейной функцией $T = \alpha_* Q + \beta_*$, имеем $C(Q) = -n\alpha_* (Q^2/2) - n\beta_* Q + const$.

Таким образом, получена зависимость, которая связывает количество воздействия и потенциал пространства состояний вида:

$$P + n \int \mathcal{A}(Q) dQ = const. \quad (7.27)$$

Обратим внимание, что в случае, если в уравнении (7.22) все величины c_k постоянны и одинаковы, то поверхности уровня представляют собой многомерные сферы, которые заполняют все

пространство состояний. При этом величина P является потенциалом для уравнения (3.5), и для данных потенциальных поверхностей наблюдается пропорциональность количества воздействия и функции T , определяющей модель пространства состояний. В случае, если c_k не одинаковы, то для любого множества состояний, для которых $P=const$, также будет наблюдаться пропорциональность количества воздействия и функции T . Однако, потенциальные поверхности уже не будут представлять собой концентрические сферы. Поэтому на содержательном уровне потенциал как меру также можно представить как *характеристику искривления пространства состояний системы относительно пространства среды моделирования*.

Таким образом, введено понятие меры пространства E^n как потенциала векторного поля Γ_z , причем мера как характеристика искривления пространства состояний связана с нарушением симметрии состояний и выражает единство качественной и количественной определенности системы. Данное утверждение может быть представлено в виде следствия, утверждающего, что для эволюционно развивающихся систем существует функция меры, которая может быть представлена в виде потенциальной функции пространства состояний.

Приведем еще несколько уравнений для континуального пространства состояний E^n . Как было показано в разделе 3.3 в пространстве состояний E^n существует непрерывное векторное поле, которое связано с линиями энтропии. Согласно (3.58) имеем:

$$\vec{R} = c_1 \left(\frac{\partial T}{\partial z_1} \right) \mathbf{e}_1 + c_2 \left(\frac{\partial T}{\partial z_2} \right) \mathbf{e}_2 + \dots + c_n \left(\frac{\partial T}{\partial z_n} \right) \mathbf{e}_n. \quad (7.28)$$

В свою очередь, в пространстве E^n функция энтропии согласно (7.8) образует скалярное поле, градиент которого равен будет равен:

$$grad(s) = \frac{c_1}{z_1} \mathbf{e}_1 + \frac{c_2}{z_2} \mathbf{e}_2 + \dots + \frac{c_n}{z_n} \mathbf{e}_n. \quad (7.29)$$

Как было показано ранее, например (3.61), векторы \vec{R} и $grad(s)$ параллельны, причем

$$grad(s) = \frac{1}{T} \vec{R}. \quad (7.30)$$

В пространстве E^n существует также потенциальное поле вектора Γ_z , согласно (7.20), и поле потенциала P , которое представляется уравнением (7.22), при этом $\Gamma_z = grad(P)$. Исходя из этого, циркуляция вектора Γ_z по простому замкнутому контуру всегда будет нулем, а линейный интеграл, по кривой любого процесса, соединяющей две точки поля, не зависит от формы кривой.

Аналогичным образом, так как существует поле энтропии вида (7.8), то интеграл по простому замкнутому контуру тоже будет равен нулю

$$\oint grad_1(s)dl = \oint \left(\frac{1}{T} \vec{R} dl \right) = 0. \quad (7.31)$$

Отсюда вытекает как следствие выражение $\oint ds = 0$ и термодинамическое соотношение в виде интеграла Клаузиуса $\oint \frac{dW}{T} = 0$.

Дифференциальные уравнения системодинамики

Основная задача описания систем различной природы связана с построением модели континуального пространства состояний по имеющимся дискретным темпоральным данным. При этом проблема моделирования связана с выбором среды моделирования, которая позволяет адекватно описать эти данные. Перебор различных видов функций T , определение величин c_l и оценка качества полученных зависимостей приводит к значительному объему вычислительных работ особенно, когда имеется много опытных данных. Обработка таких данных для получения феноменологических моделей может проводиться с учетом различных гипотез, которые определяют закономерности формирования континуального пространства состояний. Это возможно, путем применения методов теории сплошных сред. Используя разные гипотезы, характеризующие закономерности пространства состояний, можно свести исходную задачу выбора сред моделирования к решению различных уравнений математической физики.

В разделе 4.4 получение дифференциального уравнения (4.28) для континуального пространства квазистационарной системы основывалось на учете особенностей изменения эмпирической меры во времени. В данном случае используем связь изменений количества воздействия и функции

$T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$, что определено четвертым постулатом системодинамики.

Исходя из данного положения в окрестности каждой точки M пространства состояний E^n существует множество значений изменения величины Q , зависящих от вектора направления процесса l . Учитывая соотношение $dQ = c_l dT$, примем гипотезу, что для любого процесса l в произвольной точке M существует связь между изменениями величины Q и функции T в направлении этого процесса:

$$dQ_l = c_l \text{grad}_l T(M) dl, \quad (7.32)$$

где c_l – темпоральность процесса l , коэффициент пропорциональности, определяющий феноменологическую связь между величинами; $\text{grad}_l T(M)$ – проекция вектора $\text{grad} T(M)$ на направление процесса l .

Если рассмотреть замкнутую поверхность σ многомерного объема ν , выделенного в пространстве E^n , то за время $d\tau$ для элемента поверхности $d\sigma$ получим соотношение:

$$dQ = d\tau \iint_{(\sigma)} \mu \text{grad} T d\sigma, \quad (7.33)$$

где μ – величина, однозначно связанная с темпоральностью c_l .

Для величины количества воздействия Q можно выдвинуть разные гипотезы об ее изменении во времени, которые будут определены сущностью этой величины. Например, предположим, что она подчиняется закону сохранения, тогда, применяя балансый метод в пространстве E^n , получим

$$dQ = d\tau \iiint_{(\nu)} \chi \frac{\partial T}{\partial \tau} d\nu = d\tau \iint_{(\sigma)} \mu \text{grad} T d\sigma, \quad (7.34)$$

где χ – некоторая функция пропорциональности.

Применяя к уравнению (7.34) формулу Остроградского, получим уравнение параболического типа для определения функции T :

$$\chi \frac{\partial T}{\partial \tau} = \text{div}(\mu \text{grad} T) \quad \text{или}$$

$$\chi \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z_1} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial z_1} \right) + \frac{\partial}{\partial z_2} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial z_2} \right) + \dots + \frac{\partial}{\partial z_n} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial z_n} \right). \quad (7.35)$$

Данное дифференциальное уравнение аналогично уже ранее полученному нестационарному уравнению диффузии (4.28) при его обобщении на n -мерный случай.

Дифференциальное уравнение (7.35) и данные опыта в виде темпоральных данных позволят проверить исходные гипотезы и определить для пространства состояний феноменологические величины μ и χ в виде некоторых функций. Эта задача сводится к решению обратных краевых задач для уравнения параболического типа и восстановлению искомых величин по опытным данным, которые собраны при наблюдении за процессами изменения переменных состояния во времени.

Аналогичным образом, используя различные гипотезы по отношению к процессу изменения количества воздействия во времени, можно приходиться к различным краевым задачам математической физики и осуществлять проверку адекватности теоретических моделей по отношению к опытным данным для систем различной природы.

Однако, в отличие от перебора простых функций для описания среды моделирования, нахождение функций T из дифференциального уравнения (7.35) представляет собой достаточно непростую задачу. Если при задании определенных краевых условий для двух и трех переменных в литературе имеются аналитические решения уравнения (7.35), то для четырех и более переменных такие решения автору не встречались. В любом случае решения уравнения (7.35) достаточно сложны.

Существует и другой подход, позволяющий получить дифференциальные уравнения для описания континуального пространства состояний системы. Обратим внимание на то, что если изменение количества воздействия равно нулю ($dQ = 0$), в каждой точке M пространства состояний E^n существует поле потенциала $P(z_1, z_2, \dots, z_n) = C$. Данное поле порождает поле градиента $\Gamma_z(z_1, z_2, \dots, z_n) = grad(P)$, векторные линии которого, в свою очередь, определяются уравнениями (7.5) и являются линиями энтропии. Так как векторное поле $\Gamma_z(z_1, z_2, \dots, z_n)$ потенциально, то циркуляция вектора Γ_z по простому замкнутому контуру всегда будет нулем, а линейный интеграл по многомерной кривой любого процесса l , соединяющей произвольные два состояния системы, оказывается не зависящим от формы кривой.

В свою очередь, если в любом процессе количество воздействия изменяется ($dQ \neq 0$), то поле вектора эволюции Γ будет характеризовать уже количественные и качественные изменения в системе при различных воздействиях. Можно показать, что при этом условии вектор эволюции уже не будет потенциальным вектором. Естественно, что данное поле не будет и соленоидальным полем, так как эволюции не свойственны простые случаи.

В связи с тем, что вектор эволюции Γ не является потенциальным, то циркуляция вектора Γ по замкнутому контуру будет отлична от нуля, а интеграл по многомерной кривой любого процесса l , соединяющей произвольные два состояния системы, будет зависеть от формы кривой.

Из теории поля известно, что произвольное векторное поле всегда может быть представлено в виде суммы потенциального и соленоидального векторов. Исходя из этого, вектор эволюции представляется в виде:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma_p + \Gamma_s, \text{ где} \\ \text{rot } \Gamma_p &= 0 \text{ и } \text{div } \Gamma_s = 0. \end{aligned} \quad (7.36)$$

Считая, что $\Gamma_p = \text{grad } \Phi$, где Φ – подлежащая определению скалярная функция, получим дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка $\nabla^2 \Phi = \text{div } \Gamma$ или в развернутой форме:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial^2 z_1} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial^2 z_2} + \dots + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial^2 z_n} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial^2 Q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{c_k} + T'(Q), \quad (7.37)$$

которое имеет решения [114].

После определения потенциальной функции Φ , второй вектор суммы (7.36) будет иметь вид: $\Gamma_s = \Gamma - \text{grad } \Phi$.

Если подвести итог, то можно отметить следующее. В естествознании имеется два основных способа построения моделей. Первый основан на оценке феноменологических констант и соотношений, характеризующих процессы изменения состояний объектов, и использовании различных гипотез, приводящих к уравнениям математической физики. Решение различных краевых задач позволяет получить зависимости, которые используются на практике. Данные зависимости обычно не сравниваются с опытными данными, так как исходя из большого практического опыта считается, что они дают

достаточно точные результаты при практическом применении. Подобный подход широко распространен в физике и технических науках.

Второй подход основан на установлении на базе опытных данных эмпирических соотношений, характеризующих процессы изменения состояний объектов, и построении прикладных моделей, которые в обязательном порядке адаптируются по опытным данным. На основе таких моделей далее могут формироваться теории для описания тех или иных классов объектов. Данный подход существенно более трудоемок, требует предварительного создания достаточно развитой феноменологической теории и применяется в различных естественных науках.

Исходя из приведенного проблема использования дифференциальных уравнений (4.28), (7.35) и (7.37) при описании пространств состояний систем различной природы связана с тем, что при построении теории необходимо будет в любом случае пройти путь создания феноменологической теории и только потом попытаться построить теории на основе использования уравнений математической физики. Кроме того, получаемые аналитические решения достаточно сложны и их применение при обработке данных будет связано со значительными сложностями. По этой причине в дальнейшем в данной работе при построении моделей систем чаще всего применяется второй подход, при котором используются простые зависимости для задания среды моделирования.

7.3 Методика обработки и анализа эмпирических данных

Полученные результаты и логика применения метода системодинамики позволяют сформулировать методические принципы обработки и анализа темпоральных массивов данных для получения феноменологических закономерностей. Предполагается, что такие закономерности могут иметь общий характер, их получение возможно для объектов различной природы и основных типов хранимых данных, характеризующих эти объекты.

В темпоральных массивах обычно хранятся многомерные данные. В

данном случае под многомерными данными будем понимать массивы данных темпоральной структуры, в которых число объектов может составлять несколько десятков тысяч, количество параметров – до нескольких сотен, а число таблиц, привязанных к моментам времени, – несколько тысяч или десятков тысяч.

Сегодня существенной проблемой в области работы с указанными выше данными является отсутствие эффективных интеллектуальных методов описания информации, а также специализированных информационно-аналитических систем для анализа данных, например, для поиска закономерностей и установления латентных связей, получения уравнений состояний объектов, распознавания аномальных, неблагоприятных и опасных событий, выявления многомерных зон риска в пространствах состояний, изучения тенденций в развитии как отдельных объектов, так и групп объектов и т.д.

Формирование массивов данных для анализа изначально требует исключительно трудоемкой работы многих исследователей. Многомерные данные можно получить там, где имеются стандартизованные методики сбора и обработки данных, применяются различные модели для оценки их точности и достоверности, а также используются методы сглаживания, описания и ассимиляции данных, устанавливаются эмпирические зависимости, которые могут послужить основой для построения теорий и т.д. В некоторых прикладных областях подобные данные существуют или могут быть получены. На базе таких данных уже возможно создание феноменологических моделей, которые учитывают основные закономерности развития и поведения объектов.

Исходя из вышеприведенного, общая методика получения уравнений состояний и феноменологических зависимостей для различных классов объектов в каждом конкретном случае включает следующие этапы:

- составляется база данных в форме структурированного массива темпоральных данных, для чего проводится сбор, обработка и анализ различной информации в области предмета исследования. Массив данных формируется в виде двумерных таблиц «объекты – параметры свойств», причем множество таблиц упорядочено по времени с определенным шагом (рис. 6.1.) Все ячейки массива должны быть заполнены количественной

информацией, при отсутствии значений параметров проводится интерполяция или экстраполяция данных различными методами;

- формируется перечень параметров, которые в дальнейшем будут выступать в качестве переменных состояния. Задачей данного этапа является выбор из всего перечня параметров обоснованной системы переменных, с использованием которых возможна полная и достоверная характеристика состояний изучаемых систем. Эти переменные определяются сложившимися в научном сообществе представлениями о функционировании или поведении изучаемых систем, литературными данными, имеющимися базами данных, корреляционным анализом информации или другими методами установления наиболее значимых переменных. При изучении различных аспектов развития систем с целью эффективности анализа информации обработка данных и поиск закономерностей будет осуществляться по группам из трех – семи переменных состояния. При этом необходимо стремиться к тому, чтобы используемые переменные состояния отличались информативностью, значимостью и вариабельностью, и в совокупности были достаточны для качественной характеристики состояний объектов в определенном аспекте;

- создается многомерное пространство состояний для изучаемого класса объектов (рис. 6.1). На данном этапе принимается гипотеза о существовании эмпирических мер, как качественных характеристик состояний объектов или процессов изменения их состояний. Осуществляется выбор эмпирических мер (раздел 6.3), а также разработка систем количественного определения этих величин. С этой целью строится или выбирается процесс, который может выступать в качестве эталонного процесса в пространстве состояний. Задаются опорные точки для построения линейной шкалы менсуры для относительного сравнения состояний объектов между собой. Изучаются различные варианты построения системы измерения данной величины и выбираются наиболее оптимальные системы измерений исходя из различных эмпирических мер;

- производится измерение состояний объектов по созданной шкале и находятся соответствующие значения менсуры. На данном этапе устанавливаются регрессионные зависимости в виде уравнений состояния, отражающие связи менсуры с переменными состояниями. Это один из

наиболее трудоемких этапов исследования, так как требуется проведение значительного числа вариантных расчетов для различных перечней переменных состояния и разных эмпирических мер. Качество и точность разработанных моделей проверяется путем проверки статистических гипотез и сравнения расчетных результатов с имеющимися данными. По полученным моделям делается вывод о справедливости принципа соответственных состояний;

- в случае справедливости принципа соответственных состояний предлагаются эмпирические величины, которые позволяют в многомерном пространстве состояний сравнивать между собой различные процессы изменения состояний объектов. Выбирается эмпирическая величина и формулируется оптимальная система ее измерения. В принятой системе измерения определяются значения данной величины. Устанавливаются соответствующие феноменологические зависимости для описания динамики данных в изучаемой предметной области и оценивается их качество и точность;

- далее формулируются гипотезы, позволяющие предложить теорию описания данных, обосновывается используемый математический аппарат и разрабатываются основные положения теории для описания данных, характеризующих определенный класс объектов. При выполнении данного этапа изучаются особенности класса объектов и формулируются модели пространства состояний на основе задания непрерывной скалярной функции $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$. Данная функция определяет среду моделирования для изучаемого вида систем. На основе полученных результатов находится энтропия s , потенциал P и трансергия u состояний объектов в процессе их изменения в многомерном пространстве E^n (раздел 7.1). Предлагаются основные положения теории описания данных в изучаемой предметной области.

Таким образом, задача создания системно-феноменологических теорий в предметных областях сводится к построению моделей описания данных для отдельных проблемно-ориентированных массивов данных, имеющих многомерную темпоральную структуру. В этом случае метод системодинамики позволяет при моделировании состояний и процессов развития объектов различной природы применить математический аппарат

и методики обработки данных, которые по своей сути близки к основным положениям и зависимостям термодинамики. Это позволяет сформулировать общие методические принципы обработки темпоральных данных для получения феноменологических закономерностей. Последние главы книги посвящены приложениям системодинамики при построении моделей различных систем и создании теорий в прикладных областях.

7.4 Примеры описания систем и объектов различной природы

На основе обработки и анализа имеющихся темпоральных данных были получены феноменологические модели для целого ряда объектов различной природы [5 – 8, 10, 12, 50, 57, 58, 120].

Рассмотрим в качестве примеров процесс построения математических моделей для десяти классов объектов. Поиск моделей является достаточно трудоемким, так как требуется изучить множество вариантов для нескольких сред моделирования, разных эмпирических мер для оценки сходства и различных наборов переменных состояния, характеризующих конкретный класс объектов. Это приводит к необходимости изучения целого ряда регрессионных зависимостей, описывающих данные, и поиску наиболее адекватных из них для представления в виде уравнений состояния и балансовых соотношений.

1) *Физические объекты.*

В настоящее время в литературе имеется информация об основных свойствах более 90 химических элементов. Для построения модели физической системы, состоящей из химических элементов периодической таблицы Менделеева, примем в качестве переменных состояния:

- радиус атома z_1 , пм;
- атомную массу элемента z_2 , а.е.м.

В качестве опорного состояния (точка M_0) при построении уравнения состояния химических элементов примем свойства водорода, при этом значения параметров для точки M_0 равны $z_1=53$ пм; $z_2=1,0078$ а.е.м. Значения переменных состояния для химических элементов относились к свойствам водорода. При анализе данных в качестве эмпирической меры

использована относительная частота w наблюдения состояний объектов в объеме фазового пространства, в качестве менсуры принят пробит вероятности Pr , определенный по относительной частоте w , в качестве среды моделирования – геометрическая вероятность положения точки в пространстве состояний. Основное индикативное событие, характеризующее состояние химического элемента, принято в виде совместного события наблюдения значений параметров z_1 и z_2 .

В результате получено уравнение состояний химических элементов для выбранных переменных в виде:

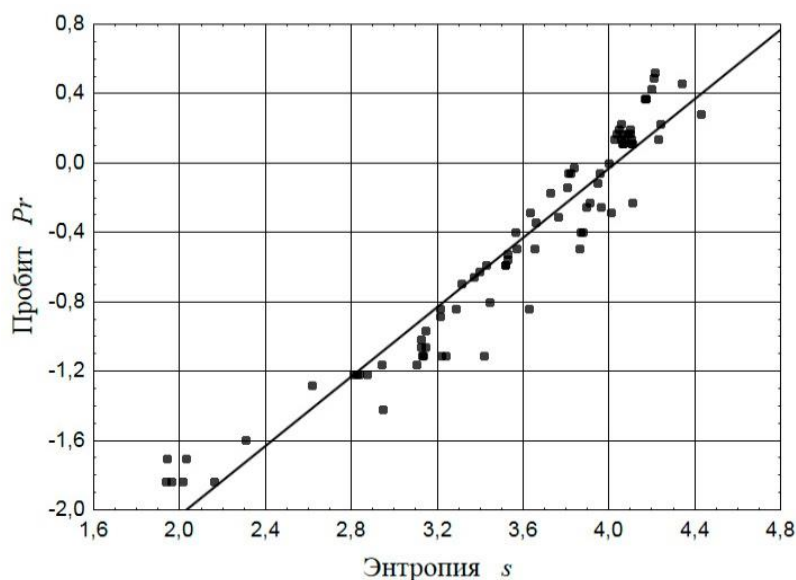
$$Pr = -4,030 + s; \quad s = 1,109 \ln \left(\frac{z_1}{z_{1H}} \right) + 0,540 \ln \left(\frac{z_2}{z_{2H}} \right);$$

$$w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{Pr} \exp \left(-\frac{t^2}{2} \right) dt, \quad (7.38)$$

где Pr – пробит-функция w , z_{1H} и z_{2H} – параметры свойств водорода.

Шкала менсуры θ в этом случае определена значениями пробит-функции. Результаты обработки данных приведены на рисунке 7.1. Коэффициент корреляции зависимости составил 0,96, ошибка – менее 9%.

Рис. 7.1. – Представление данных о состоянии химических элементов периодической таблицы Менделеева, энтропия s определена в соответствии с (7.38)



Из приведенных результатов видно, что для химических элементов и выбранных переменных состояния принцип соответственных состояний является справедливым.

2) *Астрономические объекты.*

Рассмотрим класс макрообъектов из астрономии. Для этой цели используем данные каталога *Hipparcos*, содержащего информацию о 118218 звездах [153]. По данным этого каталога получена диаграмма Герцшпрунга-Рессела для звезд, удаленных от Солнца на расстояние до 500 парсек, которая была приведена ранее на рисунке 5.13, а.

Для построения модели в качестве переменных состояния возьмем параметры данной диаграммы:

- средняя звездная величина z_1 ;
- показатель цвета $B-V$ z_2 .

При анализе данных за эмпирическую меру принято евклидовое расстояние по отношению к опорному объекту, в качестве среды моделирования – геометрическая вероятность положения точки в пространстве состояний.

Параметры опорного состояния (точка M_0) при построении уравнения состояния заданы в виде минимально наблюдаемых значений звездной величины и показателя цвета $B-V$.

В качестве второй опорной точки (M'_0) приняты максимально наблюдаемые значения этих величин. Шкала менсуры θ в этом случае была определена расстоянием между состояниями M_0 и M'_0 .

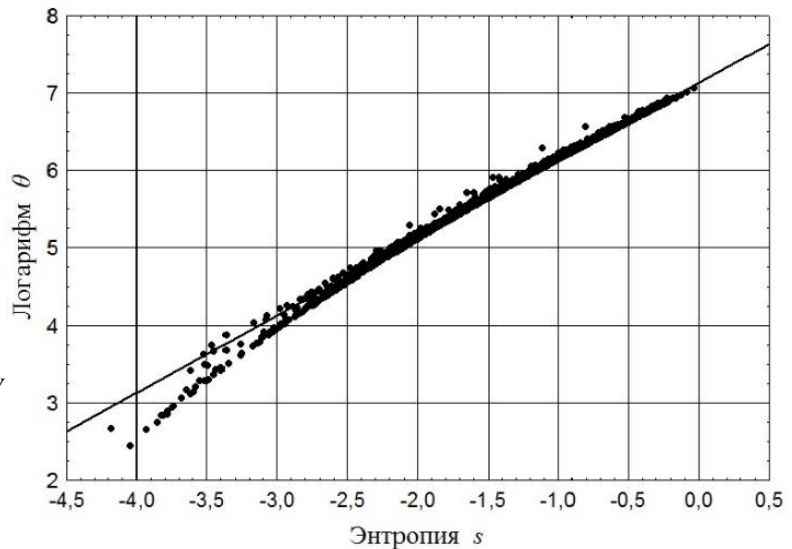
При обработке данных получено уравнение состояния звездных объектов для выбранных переменных в виде:

$$\ln \theta = 7,135 + 2,361 \ln \rho_{Mag} + 0,022 \ln \rho_{BV}, \quad (7.39)$$

коэффициент корреляции которого составил 0,99. Здесь геометрические вероятности равны $\rho_{Mag} = (z_1 + 1,44)/15,07$ и $\rho_{BV} = (z_2 + 0,4)/5,7$. Результаты обработки данных приведены на рисунке 7.2. Из рисунка видно, что получена зависимость достаточно хорошего качества.

Таким образом, и в этом случае, можно сделать вывод о справедливости принципа соответственных состояний для изучаемого класса объектов.

Рис. 7.2. – Представление данных о состоянии звезд из каталога Hipparcos, удаленных от Солнца на расстояние до 500 парсек,
 $s = 2,361 \ln \rho_{Mag} + 0,022 \ln \rho_{BV}$



3) Биологические объекты.

Рассмотрим класс биологических объектов, в который входят все позвоночные животные. Будем использовать известную базу данных AnAge [129] для получения уравнений состояний биологических видов позвоночных животных. Для примера в виде переменных состояния используем следующие величины из базы AnAge:

- максимальная продолжительность жизни в неволе z_1 , лет;
- вес взрослой особи z_2 , кг;
- уровень метаболизма z_3 , Вт.

Количество анализируемых видов – 546.

В качестве первого опорного состояния (точка M_0) при построении линейной шкалы менсуры выберем биологическое состояние вида домовая мышь (*Mus musculus*), которая является наиболее изученным модельным животным. Значения параметров для точки M_0 равны $z_1=4$ года; $z_2=0,0205$ кг; $z_3=0,271$ Вт.

В качестве второй опорной точки M'_0 примем биологическое состояние вида серая крыса (*Rattus norvegicus*). Данный вид находится в стадии расцвета и разводится в большом количестве в качестве домашних и лабораторных животных. Значения параметров для точки M'_0 равны $z_1=3,8$ лет; $z_2=0,300$ кг; $z_3=1,404$ Вт.

При анализе данных будем использовать приведенные переменные z_1 , z_2 , z_3 , отнесенные к значениям первого опорного состояния.

Построим прямую линию между состояниями M_0 и M'_0 , определим длину отрезка $M_0M'_0$ и разобьём его на 100 равных частей. В результате имеем эталон одной единицы сходства состояний. Эта единица в виде градуса $l^\circ M$ равна длине σ элементарного отрезка.

При анализе данных в качестве эмпирической меры принято евклидовое расстояние по отношению к опорному объекту, в качестве среды моделирования – функция меры относительных изменений. Шкала менсуры θ была построена с учетом результатов раздела 6.4.

После выполненных операций получено уравнение состояний биологических видов позвоночных животных для переменных состояния z_1, z_2, z_3 в виде:

$$\ln \theta = 5,779 + s; \quad s = 0,951 \ln \left(\frac{z_1}{z_{10}} \right) + 0,064 \ln \left(\frac{z_2}{z_{20}} \right) + 0,041 \ln \left(\frac{z_3}{z_{30}} \right). \quad (7.40)$$

Коэффициент множественной корреляции зависимости составил 0,96, результаты обработки данных приведены на рисунке 7.3.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о справедливости принципа соответственных состояний для изучаемого класса объектов.

Установлению некоторых закономерностей биологической жизни и построению моделей описания данных о биологических видах далее будет посвящен отдельный раздел.

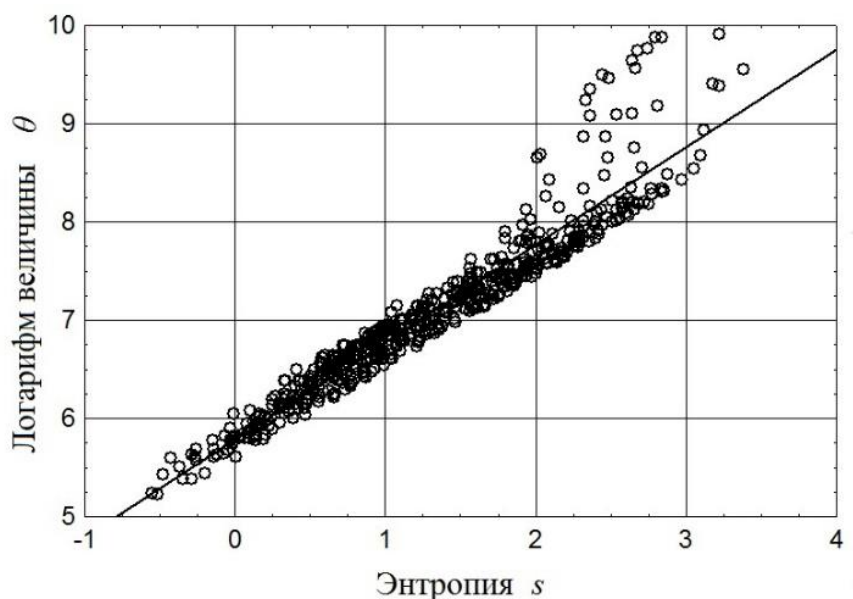


Рис. 7.3. – Представление данных о состоянии биологических видов для переменных z_1, z_2, z_3 , энтропия s определена в соответствии с (7.40)

4) Социально-экономические объекты – Регионы России.

Теперь рассмотрим несколько классов объектов, состояния которых изменяются с течением времени. Изучим регионы России, используя при анализе существующие базы данных [22]. В процессе обработки данных будем использовать различные подходы при оценке сходства состояний объектов и различные перечни переменных состояния.

Для исследований была сформирована статистическая база данных социально-экономических показателей субъектов Федерации. Она включала информацию по каждому из 80 регионов для 48 показателей за 17 лет (с 2002 по 2018 гг.).

4.1. Геометрический подход

Для примера выберем для анализа данных в качестве переменных состояния семь удельных показателей развития, характеризующих сектор реальной экономики:

- объем товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами:

- добыча полезных ископаемых z_1 ;
- обрабатывающие производства z_2 ;
- производство и распределение энергии, газа и воды z_3 ;

- продукция сельского хозяйства z_4 ;
- объем работ в строительстве z_5 ;
- объем платных услуг населению z_6 ;
- оборот розничной торговли z_7 .

Размерность всех перечисленных величин – млн. руб./тыс. чел. (тыс. руб./чел.). В качестве опорных состояний (точки M_0 и M'_0) при построении измерительной шкалы выбраны состояния Белгородской области в 2012 и 2015 годах. В данном случае при анализе данных за эмпирическую меру принято евклидовое расстояние по отношению к опорному объекту, в качестве среды моделирования – функция меры относительных изменений. Шкала менсуры θ формировалась с учетом результатов раздела 6.4.

Уравнения состояния для 80 регионов России получены в виде регрессионных зависимостей (7.41) – (7.43) с высокими коэффициентами

корреляции (0,96 – 0,98) [120]. Результаты обработки данных представлены на рисунке (7.4) – (7.5).

- для 2012 года: $\ln \theta = 4,041 + s$;

$$s = 0,083 \frac{z_1}{z_{1_0}} + 0,755 \frac{z_2}{z_{2_0}} + 0,086 \frac{z_3}{z_{3_0}} + 0,508 \frac{z_7}{z_{7_0}}; \quad (7.41)$$

- для 2015 года: $\ln \theta = 4,364 + s$;

$$s = 0,080 \frac{z_1}{z_{1_0}} + 0,6125 \frac{z_2}{z_{2_0}} + 0,455 \frac{z_7}{z_{7_0}}; \quad (7.42)$$

- для 2018 года: $\ln \theta = 4,404 + s$;

$$s = 0,054 \frac{z_1}{z_{1_0}} + 0,460 \frac{z_2}{z_{2_0}} + 0,068 \frac{z_3}{z_{3_0}} + 0,123 \frac{z_4}{z_{4_0}} + 0,362 \frac{z_7}{z_{7_0}}. \quad (7.43)$$

Рис. 7.4. – Представление данных о состоянии регионов России для 2012 года, энтропия s определена в соответствии с (7.41)

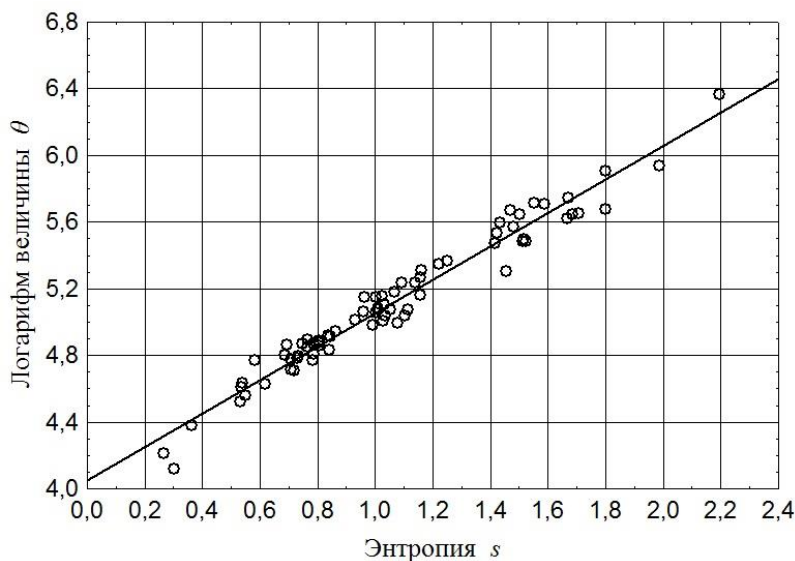
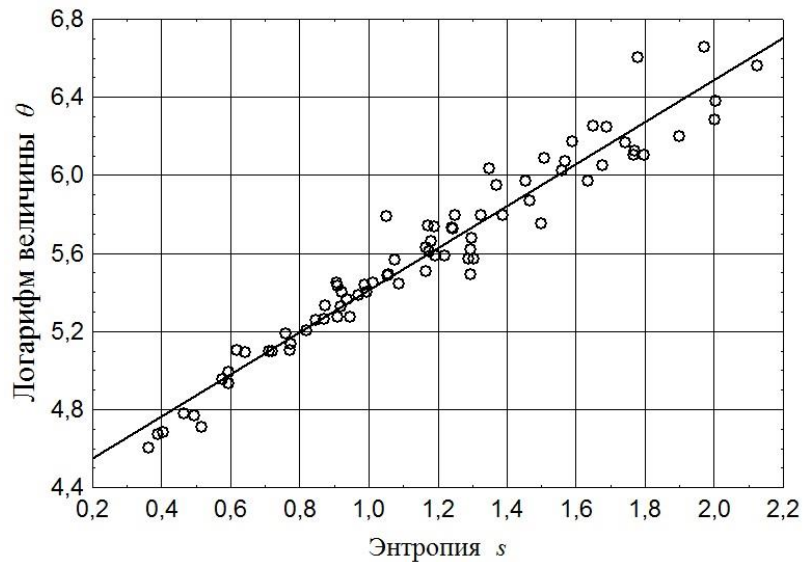


Рис. 7.5. – Представление данных о состоянии регионов России для 2018 года, энтропия s определена в соответствии с (7.43)

Хорошее качество уравнений позволяет сделать вывод о справедливости принципа соответственных состояний для регионов России при их оценке по показателям реальной экономики.

При изучении развития регионов России для различных переменных состояния было получено несколько десятков уравнений состояний с высокими коэффициентами множественной корреляции (0,95–0,99).

4.2. Вероятностный подход

В данном случае проведем оценку человеческого развития регионов России. В качестве переменных состояния для расчета используем следующие величины: валовый внутренний продукт (ВВП) на душу населения в пересчете по паритету покупательной способности в долларах США z_1 ; ожидаемая продолжительность жизни z_2 , лет; уровень грамотности населения z_3 , %; доля охвата населения начальным, средним и высшим образованием z_4 , %. Для решения задачи воспользуемся базами данных Докладов развития человека ПРООН для регионов России [91].

В качестве опорного состояния (точка M_0) при построении уравнения состояния заданы минимальные значения перечисленных показателей, в частности, равные: $z_1=2882$ \$; $z_2=59,65$ лет; $z_3=56,0$ %; $z_4=46,7$ %. При анализе данных в качестве эмпирической меры принята относительная частота наблюдения состояний объектов в объеме фазового пространства w , в качестве менсуры – пробит вероятности Pr , определенный по относительной частоте w , в качестве среды моделирования – геометрическая вероятность положения точки в пространстве состояний, индикативное событие – совместное событие наблюдения значений параметров $z_1 \div z_4$.

В результате анализа данных получено уравнение состояний в виде следующей регрессионной зависимости:

$$Pr = -5,766 + s; \quad w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{Pr} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt;$$

$$s = 0,618 \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + 8,968 \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + 36,476 \ln\left(\frac{z_3}{z_{30}}\right) + 3,028 \ln\left(\frac{z_4}{z_{40}}\right). \quad (7.44)$$

Коэффициент корреляции зависимости (7.44) составил 0,90, результаты обработки данных приведены на рисунке 7.6.

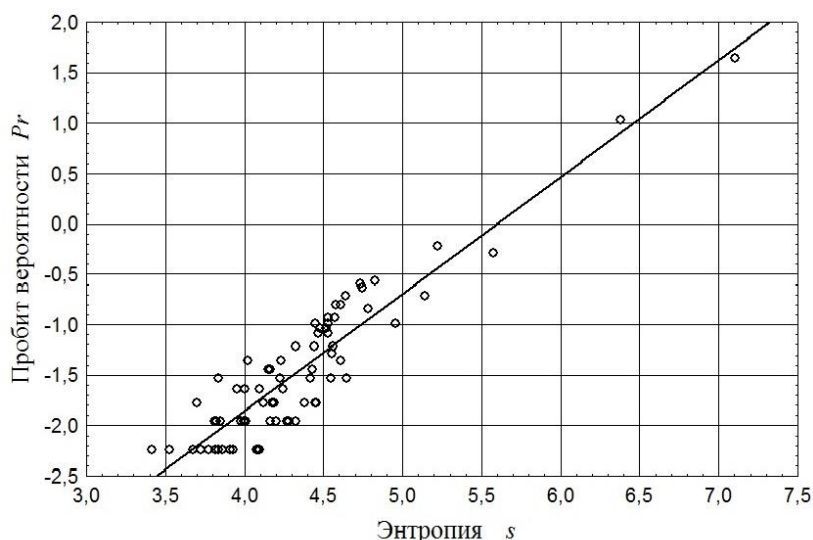


Рис. 7.6. – Представление данных о состоянии регионов России по показателям человеческого развития, энтропия s определена в соответствии с (7.44)

Из рисунка видно, что два города (Москва и Санкт-Петербург, две верхние аномальные точки) выпадают из однородной группы регионов, что вполне естественно.

4.3. Эмпирический подход

Создадим измерительную эмпирическую шкалу на основе переменных состояния, характеризующих сектор реальной экономики регионов России, которые перечислены выше в пункте 4.1 данного раздела. Будем использовать для построения линейной шкалы метод двух точек, для чего выберем опорный объект и несколько реперных состояний этого объекта. В качестве первого реперного состояния измерительной шкалы (опорная точка M_0) примем состояние Белгородской области в 2005 году, в качестве второго реперного состояния (опорная точка M'_0) – ее состояние в 2018 году. Другие реперные точки шкалы будут определяться состояниями объекта для нескольких годов статистических наблюдений в период с 2005 по 2018 годы. Для данного региона, как показала проверка, условие линейности шкалы для промежуточных значений измеряемой величины (данные в диапазоне 2005÷2018 годов) выполняется с высокой точностью.

В данном случае при анализе данных за эмпирическую меру принято время наблюдения, на основе которого определялась менсура θ , измеряемая в градусах этой величины, в качестве среды моделирования – функция меры относительных изменений. Измерительная шкала

формировалась путем установления линейной зависимости между менсурой θ и удельными показателями развития $z_1 \div z_7$. Значения величины θ на интервале 2005 – 2018 гг. зависели линейно от времени: 2005 г. – $0^\circ\Gamma$, 2006 г. – $10^\circ\Gamma$ и т.д. до 2018 г. – $130^\circ\Gamma$. Таким образом шкала в интервале времени 2005 – 2015 гг. разбивалась на 100 равных делений. Изменение одного деления было принято за единицу измерения шкалы ($1^\circ\Gamma$), каждому году соответствовало $10^\circ\Gamma$.

Обработка данных позволила установить функциональную зависимость для построения шкалы (рис. 7.7):

$$\theta = -27,754 + \Theta; \quad \Theta = 0,101z_1 + 0,128z_2 + 0,490z_3 - 0,254z_4 - 0,0212z_5 + 0,417z_6 + 0,470z_7. \quad (7.45)$$

Максимальная погрешность шкалы не превышает $0,57^\circ\Gamma$, средняя $0,38^\circ\Gamma$. Реперные точки для двух годов (2008, 2009) были исключены.

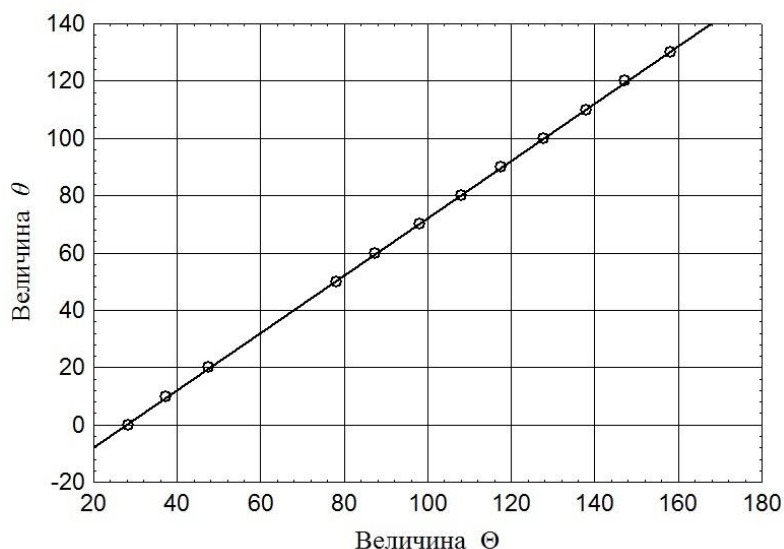


Рис. 7.7. – Сравнение эмпирических шкал величин θ и Θ при оценке сходства состояний регионов России

По аналогии с термодинамикой менсуре, получаемую путем прибавления константы $a_0=27,754$ к значению величины θ , назовем абсолютной менсурой и будем обозначать ее буквой Θ . Зависимость (7.45) была использована для измерения состояний регионов России в шкале абсолютной менсуры Θ , которая выступала как мера сходства состояний и связана через константу a_0 с менсурой θ в виде $\Theta = \theta + 27,754$. При $\theta_0 = -27,754$ получаем $\Theta = 0$, это состояние назовем абсолютным нулем, ему соответствуют значения переменных состояния $z_k = 0$. Использование величины Θ для измерений определено ее положительными значениями в отличие от величины θ .

Установим взаимосвязь между абсолютной менсурой и функцией меры относительных изменений вида (6.8). Обработка всех данных для 80 регионов России за 14 лет позволила получить следующее уравнение:

$$\ln T = -25,550 + 6,434 \ln \Theta. \quad (7.46)$$

Коэффициент корреляции зависимости (7.46) составил 0,91, результаты обработки данных приведены на рисунке 7.8.

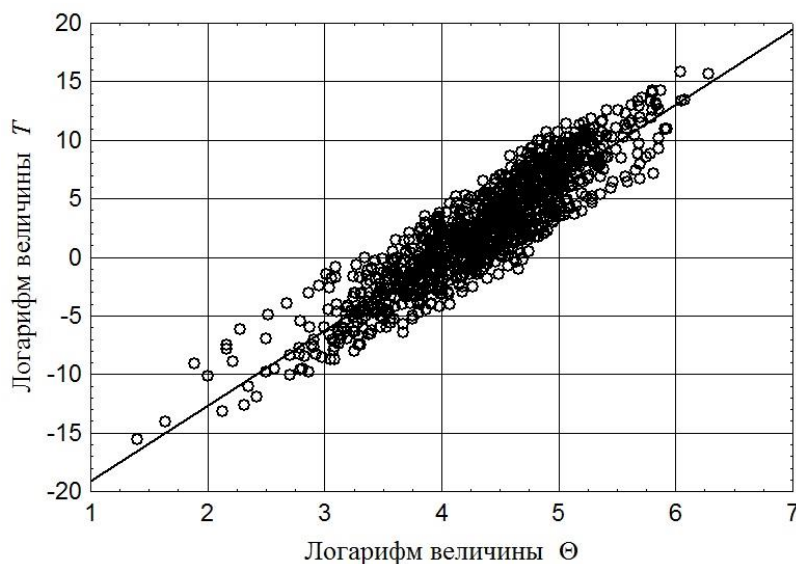


Рис. 7.8. – Уравнение взаимосвязи величин T и Θ для оценки сходства состояний регионов России, обработан весь класс объектов, диапазон времени 2005 – 2018 гг.

Как видно из рисунка, зависимость от времени уравнения (7.46) в диапазоне 2005–2018 годов выражена слабо несмотря на то, что изменение переменных состояния с течением времени очень существенно. Это указывает на то, что путем введения корректирующих поправок для каждого экземпляра класса могут быть получены с высокой точностью уравнения состояний. Использование подобных закономерностей дает возможность подойти к построению системно-феноменологической теории развития городов, регионов и стран мира.

5) Социально-экономические объекты – Города России.

Для исследований сформируем темпоральную базу данных социально-экономических показателей городов России [21], которая характеризует состояние экономики и социальной сферы городов с населением свыше 100 тыс. чел. (всего 154 города, без Москвы и Санкт-Петербурга). Для каждого города имеется информация по 63 основным социально-экономическим показателям в период времени с 2003 по 2017 годы (с шагом один год).

При обработке данных будем использовать геометрический и вероятностный подходы при оценке сходства состояний объектов и различные перечни переменных состояния.

5.1. Геометрический подход

Для примера выберем для анализа данных в качестве переменных состояния четыре удельных показателя, характеризующих развитие экономики городов:

- объем товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами. Обрабатывающие производства z_1 ;
- объем работ в строительстве z_2 ;
- оборот розничной торговли z_3 ;
- объем инвестиций в основной капитал z_4 .

Размерность величин задана в тыс. руб./чел. Эталонный процесс выбран в виде развития города Белгорода в 2003–2015 гг. В качестве эмпирической меры сходства принято евклидовое расстояние, в качестве среды моделирования – функция меры относительных изменений.

За опорные состояния (точки M_0 и M'_0) при построении измерительной шкалы выбраны состояния г. Белгород в 2003 и 2015 годах. Шкала менсуры θ формировалась с учетом результатов раздела 6.4.

Например, результаты оценки экономического развития городов России в шкале θ [120] могут быть описаны уравнениями (рис. 7.9 – 7.10):

- для 2005 года: $\ln \theta = 4,128 + s$;

$$s = 0,406 \frac{z_1}{z_{10}} + 0,398 \frac{z_2}{z_{20}} + 0,181 \frac{z_4}{z_{40}}; \quad (7.47)$$

- для 2015 года: $\ln \theta = 4,039 + s$; $s = 0,527 \frac{z_1}{z_{10}} + 0,340 \frac{z_4}{z_{40}}$. (7.48)

Качество полученных уравнений достаточно высокое, коэффициенты множественной корреляции составляют 0,93–0,97.

При изучении состояния и развития городов России получено около 50 уравнений состояний высокого качества для различных наборов переменных состояния и разных моментов времени. Полученные результаты позволяют провести ранжирование городов России по уровню и темпам развития [120].

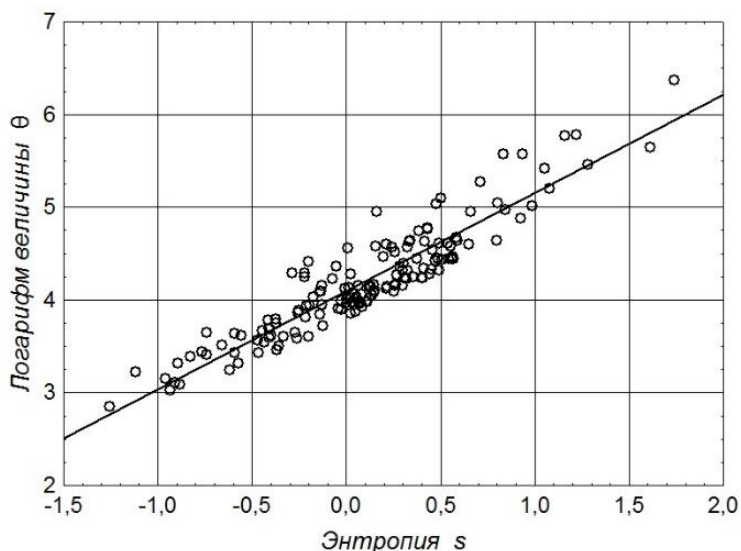
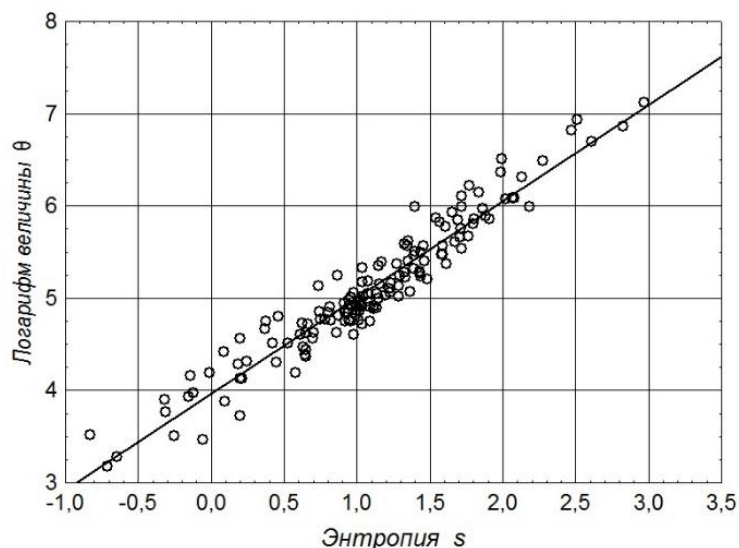


Рис. 7.9. – Представление данных о состоянии городов России для 2005 года, энтропия s определена в соответствии с (7.47)

Рис. 7.10. – Представление данных о состоянии городов России для 2015 года, энтропия s определена в соответствии с (7.48)



5.2. Вероятностный подход

В данном случае для построения уравнений состояний объектов в виде эмпирических распределений в качестве переменных состояния используем следующие величины: численность работников организаций z_1 , тыс. чел.; среднемесячную начисленную заработную плату z_2 , руб.; инвестиции в основной капитал z_3 , млн. руб. Данные переменные отражают состояние и развитие городов по факту ведения различных видов социально-экономической деятельности [58]. Преимуществом вероятностного подхода является возможность использования переменных с различными единицами измерений, так как любое наблюдение рассматривается в виде события.

Регрессионные зависимости статистической вероятности совместного события наблюдения двух или трех показателей (для выбранного года наблюдения) определялись в виде:

$$\text{Pr} = c_0 + s; \quad s = \sum_{k=1}^{2,3} c_k \ln \frac{z_k}{z_{k0}}, \quad (7.49)$$

где c_k – константы, Pr – пробит вероятности, а z_k – переменные состояния. В качестве опорных величин использовались минимальные значения показателей $z_{k0} = z_{k \min}$ в группе городов (в столбце данных), которые наблюдались в 2003 году. В качестве среды моделирования принималась геометрическая вероятность положения точки в пространстве состояний, индикативное событие – совместное событие наблюдения значений параметров $z_1 \div z_3$. Шкала менсуры θ определена пробит-функцией Pr . Некоторые из уравнений состояний для различных комбинаций переменных приведены в таблице 7.1 [58].

Как видно из таблицы, коэффициенты корреляции для регрессионных зависимостей достаточно высоки (от 0,93 до 0,99). При этом наблюдается определенная зависимость коэффициентов распределений вида (7.49) от времени (табл. 7.1), что естественно для данного класса объектов, отличающихся выраженной динамикой процессов. Вероятностный подход позволяет искать связи и закономерности между вероятностями наблюдения различных событий, свойственных изучаемому классу объектов [57]. При изучении состояния и развития городов получено около 150 уравнений состояний для различных наборов переменных состояния и разных моментов времени [58].

б) Социально-экономические объекты – Страны мира.

В качестве глобальной социально-экономической системы изучались страны мира, для чего использовалась информация Докладов Программы развития ООН, которая охватывала данные по странам мира с 2008 по 2017 годы [20].

Для изучения стран выбраны общепринятые показатели, характеризующие уровень человеческого развития:

- средняя продолжительность обучения z_1 , лет;
- ожидаемая продолжительность обучения z_2 , лет;

- валовый национальный доход на душу населения в пересчете по паритету покупательной способности в долларах США z_3 ;
- ожидаемая продолжительность жизни z_4 , лет.

Таблица 7.1. – Уравнения состояния городов в виде статистических распределений

Год	Переменные состояния	Уравнение состояния	Коэф. коррел.
2003	z_1, z_2, z_3	$Pr = -2,849 + 0,579 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,944 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 0,092 \ln \frac{z_3}{z_{30}}$	0,94
2013	z_1, z_2, z_3	$Pr = -4,760 + 0,486 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,871 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 0,226 \ln \frac{z_3}{z_{30}}$	0,97
2015	z_1, z_2, z_3	$Pr = -4,763 + 0,520 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,923 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 0,169 \ln \frac{z_3}{z_{30}}$	0,96
2003	z_1, z_2	$Pr = -2,724 + 0,658 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 1,081 \ln \frac{z_2}{z_{20}}$	0,93
2013	z_1, z_2	$Pr = -4,614 + 0,706 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 1,168 \ln \frac{z_2}{z_{20}}$	0,96
2015	z_1, z_2	$Pr = -4,700 + 0,696 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 1,160 \ln \frac{z_2}{z_{20}}$	0,96
2003	z_1, z_3	$Pr = -2,499 + 0,788 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,273 \ln \frac{z_3}{z_{30}}$	0,99
2013	z_1, z_3	$Pr = -3,089 + 0,738 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,353 \ln \frac{z_3}{z_{30}}$	0,99
2015	z_1, z_3	$Pr = -3,025 + 0,711 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,350 \ln \frac{z_3}{z_{30}}$	0,99
2003	z_2, z_3	$Pr = -2,870 + 1,262 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 0,413 \ln \frac{z_3}{z_{30}}$	0,97
2013	z_2, z_3	$Pr = -5,891 + 1,226 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 0,470 \ln \frac{z_3}{z_{30}}$	0,98
2015	z_2, z_3	$Pr = -5,919 + 1,234 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 0,437 \ln \frac{z_3}{z_{30}}$	0,98

Эмпирическая мера принята в виде статистической вероятности совместных событий наблюдения значений четырех показателей, которая подсчитывалась алгоритмически во всей группе объектов (169 стран), среда моделирования – в виде функции меры относительных изменений.

Эталонный процесс представлен развитием страны Нигер в 2008–2015 гг., которая имела самый низкий индекс человеческого развития в 2008 году. Шкала менсуры θ определена пробит-функцией Pr.

Уравнения состояния для 169 стран мира получены в виде статистических распределений вероятностей совместных событий наблюдения значений показателей человеческого развития [12, 58]. Например, для 2014 года данное распределение имеет вид:

$$\text{Pr} = -3,071 + s;$$

$$s = 0,346 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,862 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 0,167 \ln \frac{z_3}{z_{30}} + 2,404 \ln \frac{z_4}{z_{40}}. \quad (7.50)$$

Результаты обработки данных представлены на рисунке 7.11. Коэффициент множественной корреляции зависимости (7.50) составляет 0,98. Наблюдается определенная зависимость коэффициентов распределений вида (7.50) от времени

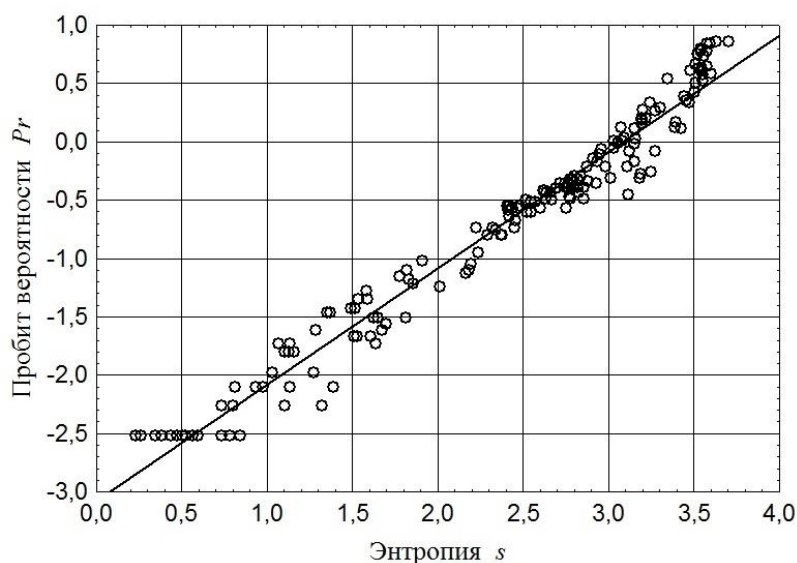


Рис. 7.11. – Представление данных о состоянии стран мира по показателям человеческого развития в 2014 году, энтропия s определена в соответствии с (7.50)

Уравнение состояния (7.50) позволяет построить шкалу рангов для сравнения стран мира между собой [12, 58].

7) Исторические объекты – Губернии России .

В качестве исторических данных рассмотрим информацию из экономической истории России конца XIX – начала XX веков, которая характеризует социально-аграрное развитие 50 губерний Европейской части России [131]. Используем следующие переменные состояния:

- число сельскохозяйственных рабочих в расчете на десятину посева z_1 , чел./дес;

- доля безлошадных и однолошадных в общем числе дворов z_2 , %;
- поденная плата рабочим в уборку урожая z_3 , коп.

Эмпирическая мера выбрана в виде относительной частоты совместных событий наблюдения значений параметров z_k , в качестве среды моделирования – функция меры относительных изменений. За опорные величины принимались минимальные значения переменных $z_{k0} = z_{k \min}$ в группе губерний (в столбце данных).

Уравнение состояния получено в виде статистического распределения вероятностей совместных событий:

$$Pr = -4,354 + s; \quad s = 0,265 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 1,610 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 1,295 \ln \frac{z_3}{z_{30}}. \quad (7.51)$$

Результаты обработки данных представлены на рисунке 7.12. Коэффициент множественной корреляции зависимости составляет 0,88.

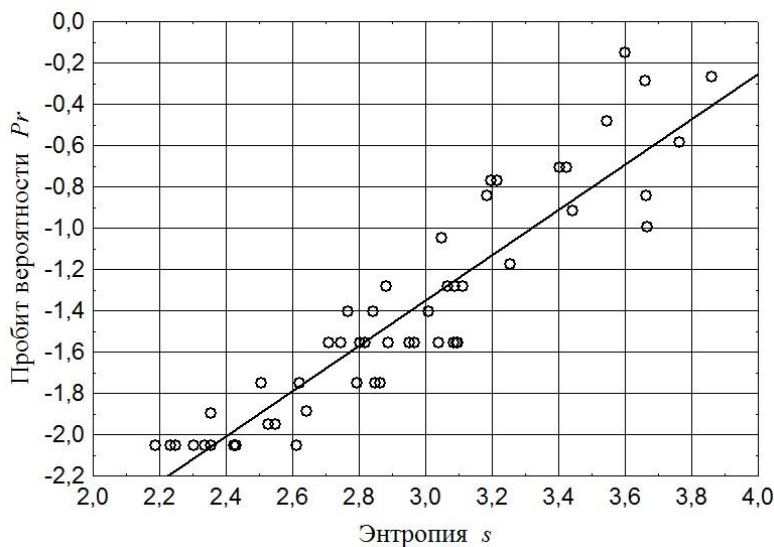


Рис. 7.12. – Представление данных о состоянии процессов социально-аграрного развития губерний России, энтропия s определена в соответствии с (7.51)

8) Информационные объекты – Новостные сайты.

Для примера построения предложенным методом математических моделей информационных систем выберем класс веб-сайтов – популярные новостные сайты. Примем в качестве переменных состояния четыре показателя, которые характеризуют популярность сайтов:

- количество страниц (Google Index) z_1 , ед.;
- тематический индекс цитирования (Yandex) z_2 , ед.;
- количество ссылок на сайт – Yahoo Links Domain z_3 , ед.;
- количество твиттов за последний месяц z_4 , ед.

В связи с тем, что рассматриваются достаточно разнородные показатели, эмпирическая мера выбрана в виде статистической вероятности совместных событий наблюдения значений переменных z_k , в качестве среды моделирования – функция меры относительных изменений. В качестве опорных величин принимались средние значения переменных $z_{k0} = z_{k\text{cp}}$ в группе веб-сайтов (в столбце данных).

Уравнения состояния получены в виде статистических распределений вероятностей совместных событий:

$$\text{Pr} = -0,287 + s; \quad s = 0,192 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,067 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 0,169 \ln \frac{z_3}{z_{30}} + 0,047 \ln \frac{z_4}{z_{40}}. \quad (7.52)$$

Коэффициент множественной корреляции зависимости (7.52) составляет 0,97. Результаты обработки данных даны на рисунке 7.13.

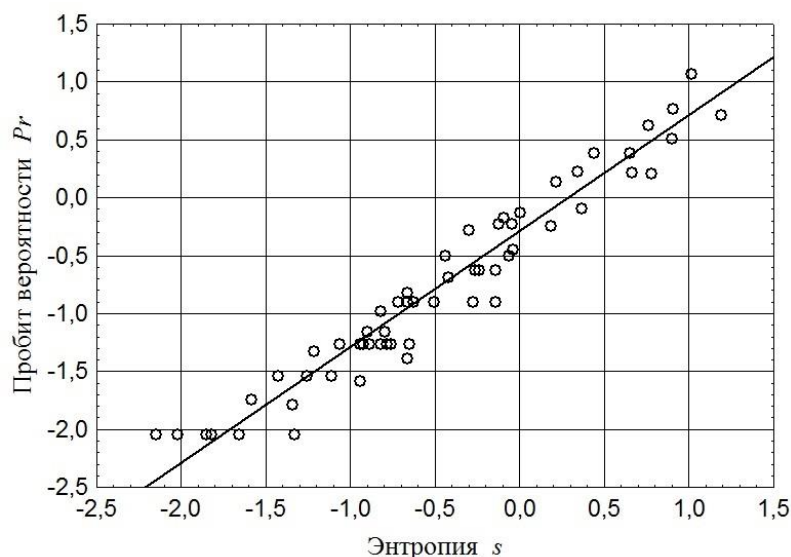


Рис. 7.13. – Представление данных о состоянии популярных новостных сайтов, энтропия s определена в соответствии с (7.52)

9) Природные объекты – Земные территории.

Рассмотрим процессы землепользования в странах мира в соответствии с данными [151]. Создадим эмпирическую шкалу менсуры на основе переменных состояния, характеризующих данные процессы:

- площадь природных земель z_1 , км²;
- площадь мозаичных (управляемых) земель z_2 , км²;
- площадь обрабатываемых земель z_3 , км²;
- площадь маргинальных земель z_4 , км².

Выберем опорный объект и несколько реперных состояний этого объекта. В качестве первого реперного состояния эмпирической шкалы (опорная точка M_0) примем состояние Австрии в 1995 году, в качестве второго реперного состояния (опорная точка M'_0) – ее состояние в 2015 году. Другие реперные точки шкалы будут определяться состояниями объекта для различных годов статистических наблюдений в период с 1995 по 2015 годы.

В данном случае при анализе данных за эмпирическую меру принято время наблюдения, на основе которого определялась менсура θ , измеряемая в градусах этой величины, в качестве среды моделирования – функция меры относительных изменений. Измерительная шкала формировалась путем установления линейной зависимости между менсурой θ и переменными $z_1 \div z_4$. Значения величины θ на интервале времени 1995 – 2015 гг. зависели линейно от времени: 1995 г. – $0^\circ G$, 2000 г. – $25^\circ G$ и т.д. до 2015 г. – $100^\circ G$. Таким образом шкала в интервале времени 1995 – 2015 гг. разбивалась на 100 равных делений. Изменение одного деления было принято за единицу измерения шкалы ($1^\circ G$), каждому году соответствовало $5^\circ G$.

Обработка данных позволила установить функциональную зависимость для построения шкалы:

$$\theta = -7680,52 + \Theta; \quad \Theta = 0,090 z_1 - 0,002 z_2 + 0,080 z_3 + 0,470 z_4. \quad (7.53)$$

Также как и ранее, менсору, получаемую путем прибавления константы $a_0=7680,52$ к значению величины θ , назовем абсолютной менсурой и будем обозначать ее буквой Θ . Зависимость (7.53) использована для измерения состояний стран мира по принятым показателям землепользования в шкале абсолютной менсуры Θ , которая является положительной величиной.

Установим взаимосвязь между абсолютной менсурой и функцией меры относительных изменений вида (6.8). Обработка всех данных для 250 стран мира за 20 лет позволила получить следующее уравнение:

$$\ln T = -35,391 + 3,944 \ln \Theta. \quad (7.54)$$

Коэффициент корреляции зависимости (7.54) составил 0,99, результаты обработки данных приведены на рисунке 7.14.

Как видно из рисунка, зависимость от времени уравнения (7.54) в диапазоне 1995–2015 годов выражена крайне слабо, поэтому для каждой страны могут быть получены соответствующие уравнения состояний высокой точности.

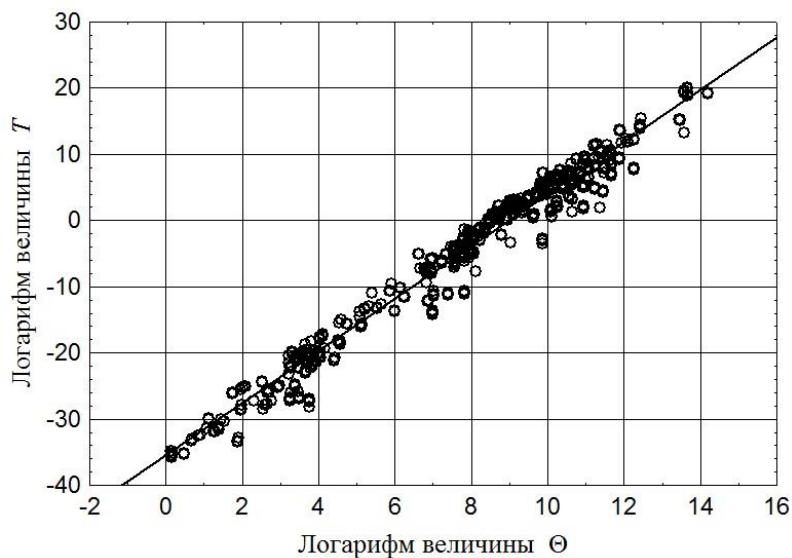


Рис. 7.14. – Взаимосвязь величин T и Θ для оценки сходства состояний стран мира по показателям землепользования, обработан весь класс объектов, диапазон времени 1995 – 2015 гг.

10) Лингвистические объекты.

В статье [8] рассмотрен случай анализа лингвистических данных с целью изучения вероятностной природы смыслов слов в русском языке. Данная задача относится к современному направлению вероятностно-ориентированной философии, которое активно развивалось В. Налимовым.

Предлагаемый подход основан на статистическом анализе группы слов, содержащих смысл, по отношению к аналогичной группе бессмысленных слов. Для решения задачи использован метод системодинамики, для чего сформировано многомерное фазовое пространство оцифрованных слов, где последовательности букв алфавита поставлена в соответствие последовательность целых чисел. Это позволило представить множество существующих слов, как со смыслом, так и без смысла, в виде математических объектов.

Слова со смыслом взяты из филологического словаря, бессмысленные слова образованы с помощью генераторов случайных чисел с равномерным распределением.

При оценке вероятностной природы смыслов предложено использовать эмпирическую меру в виде вероятности событий. Для этого применялась статистическая вероятность положения слова, как

многомерной точки, в заданном объеме фазового пространства. Данная вероятность находилась алгоритмически, исходя из непосредственного подсчета вероятности совместных событий одновременного наблюдения значений оцифрованных букв. В качестве среды моделирования использована функция меры относительных изменений.

Для примера изучим класс объектов – слова из четырех букв. Построим для этих слов четырехмерное дискретное фазовое пространство состояний. Для этого букве «а» присвоим число 1, букве «б» – число 2 и так далее. Букве «я» будет присвоено число 33.

Сформируем пространство четырех измерений, где первой букве слова будет соответствовать первая координатная ось чисел (первый параметр, z_1), второй – вторая ось (второй параметр, z_2) и т.д. Тогда каждая буква слова будет представлена в этом пространстве определенным числовым значением (от 1 до 33) на одной из четырех координатных осей, а каждое слово – многомерной точкой относительно координат четырех числовых осей.

Статистические распределения вероятностей событий для различных видов слов из четырех букв приведены на рисунке 7.15 и представлены следующими зависимостями:

- для слов со смыслом:

$$\ln w_m = -5,258 + s;$$

$$s = 0,744 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,576 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 0,837 \ln \frac{z_3}{z_{30}} + 0,561 \ln \frac{z_4}{z_{40}}; \quad (7.55)$$

- для слов без смысла:

$$\ln w = -8,145 + s;$$

$$s = 0,981 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,925 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 0,913 \ln \frac{z_3}{z_{30}} + 0,910 \ln \frac{z_4}{z_{40}}, \quad (7.56)$$

где w_m , w – статистическая вероятность соответственно для слов со смыслом и без смысла, определенная алгоритмическим методом; s – эмпирическая энтропия; z_k , z_{k0} – соответственно цифровые значения букв для различных слов и опорного слова, в качестве которого принято распространенное слово «мама».

В процессе анализа установлено специфическое различие между смысловыми и бессмысленными языковыми единицами, что связано со скрытыми вероятностными особенностями и закономерностями, которые существуют в двух однородных, но качественно разных группах слов.

Предложенный метод дает возможность разработать системы оценки смыслодержания в оцифрованных словах и предложить шкалы для семантических измерений.

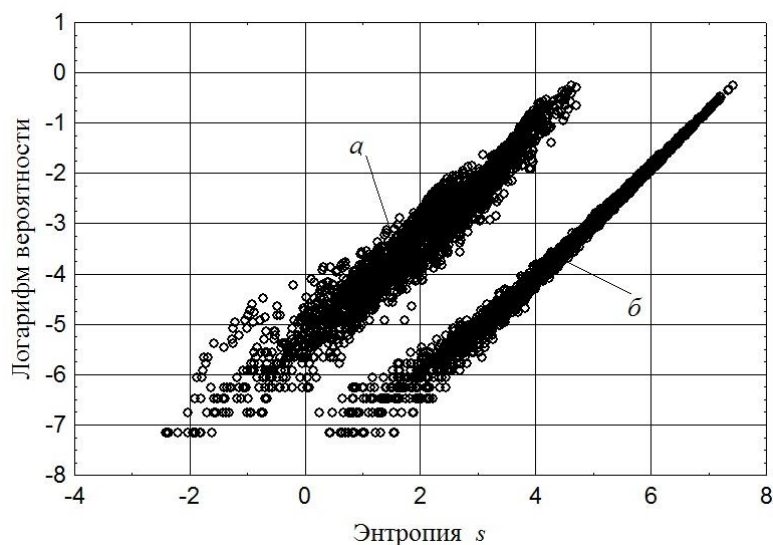


Рис. 7.15. – Распределение вероятностей совместных событий наблюдения букв в словах со смыслом (а) и без смысла (б), энтропия s определена в соответствии с (7.55) и (7.56)

Из всего приведенного выше материала видно, что для самых разных классов объектов могут быть найдены уравнения состояний в виде феноменологических соотношений.

Аналогичные результаты были получены при обработке и анализе данных по природоохранной деятельности и анализу поведения социальных групп [6, 57], оценке военной силы государств и уровня заболеваемости в странах мира по данным ВОЗ, изучении исторических фактов, в частности, событий в техносфере, анализе устойчивого развития социально-экономических объектов [58, 120], оценке значений курсов валют и показателей потребления энергии странами мира, анализе токсикологических данных [12] и т.д.

Полученные в данном разделе результаты говорят о перспективах применения предложенных методов описания темпоральных данных в процессе изучения объектов различной природы.

7.5 Эмпирические законы сохранения меры

На конкретных примерах обработки опытных данных для биологической, физической и социально-экономической систем покажем возможность нахождения соотношений в форме зависимостей, отражающих принцип сохранения меры пространства состояний. В работах автора [9, 12] показано, что, например, для двух переменных уравнение сохранения меры континуального пространства состояний (7.14) может быть найдено в виде эмпирического уравнения:

$$dQ = T ds = du + \beta_1 z_2 dz_1 + \beta_0, \quad (7.57)$$

где обозначения величин соответствуют обозначениям уравнения (7.12).

Зависимость (7.57) имеет форму закона сохранения энергии в естествознании. Данная форма удобна для процесса обработки данных, так как позволяет представить приращение количества воздействия dQ в виде суммы двух величин: одна из которых пропорциональна изменению скалярной функции T , а вторая представляет собой некую функцию параметров состояния. Для количества переменных состояния больше двух балансовое соотношение следует определять в виде аппроксимационной функции невязки количества воздействия Q и меры u для пространства состояний. После чего легко найти балансовое соотношение как в явной, так и в дифференциальной форме. При этом величина $du = c_2 dT$ является полным дифференциалом.

На рисунке 7.16 приведены результаты обработки данных при обосновании балансового принципа сохранения меры пространства состояний видов позвоночных животных для двух переменных: веса взрослой особи m и удельного метаболизма q . Для этого случая уравнение состояния было получено в виде $\theta = 20,40(m/m_0)^{0,932}(q/q_0)^{0,628}$ [9]. В свою очередь, уравнение сохранения меры представлено как:

$$\Delta Q = T \Delta s = c_2 dT + 5,671 \frac{q}{R} \Delta m - 20,952, \quad (7.58)$$

где $\Delta m = m - 0,205$ кг; $\Delta T = T - 1,0$; $\Delta s = s - s_0$; $R = 0,271$ Вт; $c_2 = 0,628$.

В качестве опорного состояния (точка M_0) принято биологическое состояние вида домовая мышь (*Mus musculus*).

Энтропия в опорной точке задана равной нулю. Коэффициент корреляции уравнения составил 0,98.

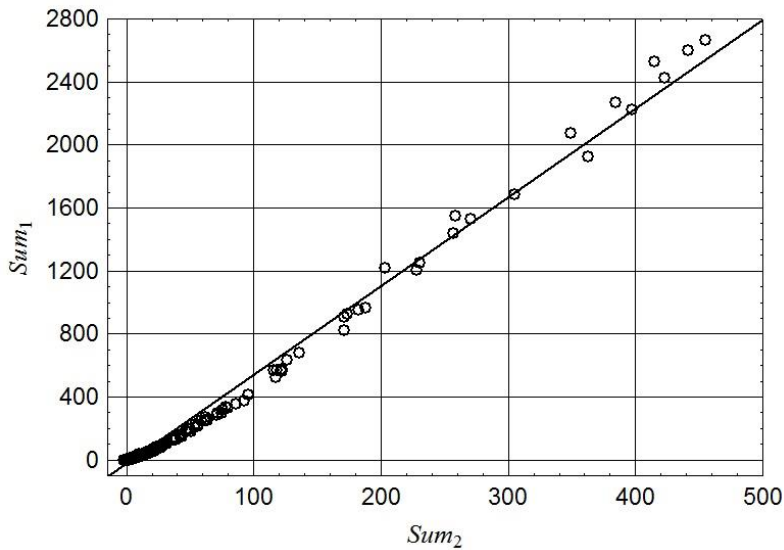


Рис. 7.16. – Зависимость, характеризующая сохранение меры пространства состояний для биологических видов относительно веса и удельной интенсивности метаболизма (7.58),
 $Sum_1 = T\Delta s - c_2\Delta T$;
 $Sum_2 = (q/R)\Delta m$

Аналогичным образом получено уравнение сохранения меры пространства состояний для химических элементов периодической таблицы Менделеева (рис. 7.17). Используемые переменные: радиус атома z_1 и атомная масса элемента z_2 ; уравнение состояния для этого случая получено в виде (7.35). Уравнение сохранения меры имеет вид:

$$\Delta Q = T \Delta s = c_2 dT + 5,304 \frac{z_2}{R} \Delta z_1 - 56,380, \quad (7.59)$$

где $\Delta z_1 = z_1 - 53$ пм; $\Delta T = T - 1,0$; $\Delta s = s - s_0$; $R = 53,41$; $c_2 = 0,540$. Энтропия в опорной точке задана равной нулю. Коэффициент корреляции уравнения составил 0,99. В качестве опорной точки (M_0) принято состояние, соответствующее свойствам водорода.

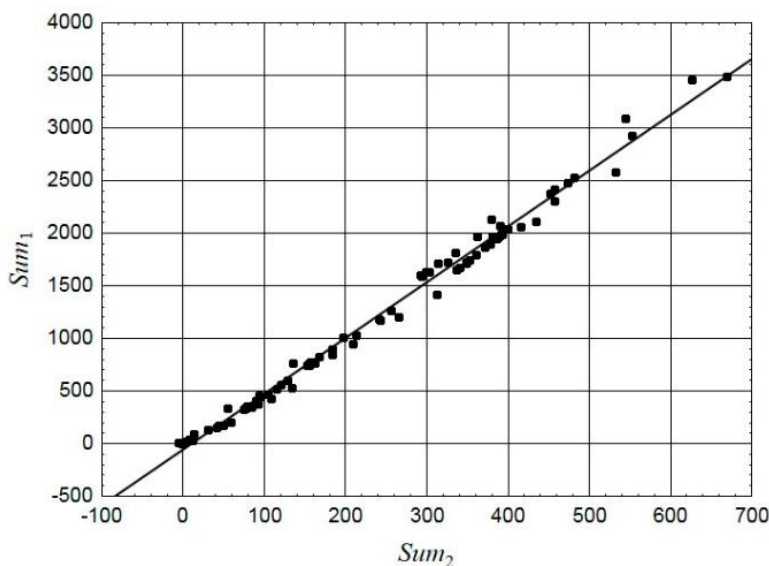


Рис. 7.17. – Зависимость, характеризующая сохранение меры пространства состояний для химических элементов относительно радиуса атома и атомной массы элемента (7.59),
 $Sum_1 = T\Delta s - c_2\Delta T$;
 $Sum_2 = (z_2/R)\Delta z_1$

Ранее были получены уравнения состояний городов России в виде статистических распределений вероятностей совместных событий (табл. 7.1). В работе [58] показано, что для данных случаев могут быть получены также и эмпирические балансовые соотношения.

Возьмем те же переменные состояния, что и в таблице 7.1:

- численность работников организаций z_1 , тыс. чел.;
- среднемесячную начисленную заработную плату z_2 , руб.;
- инвестиции в основной капитал z_3 , млн. руб.

Уравнения сохранения меры пространства состояний городов России для различных наборов из двух вышеуказанных переменных получены в виде:

$$\Delta Q = T\Delta s = \Delta u + \beta_1 \frac{z_2}{R_{\min}} \Delta z_1 + \beta_0, \quad (7.60)$$

где β_0 , β_1 – константы. Результаты обработки опытных данных приведены в таблице 7.2.

Анализ показывает, что для всех случаев, для которых были найдены уравнения состояний (например, табл. 7.1), могут быть эмпирически получены соотношения вида (7.60). При этом в процессе анализа развития городов России было найдено более 30 эмпирических зависимостей высокого качества для различных наборов переменных в виде уравнения сохранения меры [58].

Полученные результаты для двух переменных состояния могут быть достаточно наглядно геометрически интерпретированы. Если найдено уравнение состояния хорошего качества для некоторого класса объектов, то, как следует из результатов седьмой главы, в координатах $E^3(z_1, z_2, Q)$ существует соответствующая интегральная поверхность $Q = Q(z_1, z_2)$. В пространстве переменных E^3 можно провести еще одну поверхность $u = u(T) = u_1(z_1, z_2)$, при этом величины Q и u имеют одинаковые единицы измерения. В этом случае функция количества воздействия $Q = Q(z_1, z_2)$ может быть всегда представлена в виде суммы меры пространства состояний $u = u(T)$ и некоторой аппроксимирующей функции, зависящей от переменных состояния z_1 и z_2 . В этом и будет заключаться

геометрическая сущность эмпирического закона сохранения меры для определенного класса объектов. При этом вопрос о выборе вида уравнения эмпирического закона сохранения меры для определенного класса объектов в каждом конкретном случае должен решаться отдельно.

Таблица 7.2. – Уравнения сохранения меры для пространств состояний городов России

Год	Переменные состояния	Уравнение состояния	Коэф. коррел.
2003	z_1, z_2	$T \Delta s = \Delta u + 3,93 \frac{z_1(z_2 - 2425)}{R_{\min}} - 6,899$	0,98
2013	z_1, z_2	$T \Delta s = \Delta u + 4,82 \frac{z_1(z_2 - 2425)}{R_{\min}} - 50,16$	0,99
2015	z_1, z_2	$T \Delta s = \Delta u + 4,87 \frac{z_1(z_2 - 2425)}{R_{\min}} - 54,98$	0,99
2003	z_1, z_3	$T \Delta s = \Delta u + 3,66 \frac{z_3(z_1 - 17,3)}{R_{\min}} - 142,80$	0,98
2013	z_1, z_3	$T \Delta s = \Delta u + 4,49 \frac{z_3(z_1 - 17,3)}{R_{\min}} - 652,20$	0,99
2015	z_1, z_3	$T \Delta s = \Delta u + 4,42 \frac{z_3(z_1 - 17,3)}{R_{\min}} - 669,90$	0,99
2003	z_2, z_3	$T \Delta s = \Delta u + 4,42 \frac{z_3(z_2 - 2425)}{R_{\min}} - 15,15$	0,98
2013	z_2, z_3	$T \Delta s = \Delta u + 6,47 \frac{z_3(z_2 - 2425)}{R_{\min}} - 1332,0$	0,99
2015	z_2, z_3	$T \Delta s = \Delta u + 6,44 \frac{z_3(z_2 - 2425)}{R_{\min}} - 1512,0$	0,99

Особо отметим, что такой результат возможен только для класса объектов, для которых фундаментальные свойства экземпляров класса «не плывут» во времени. Например, это является фактом для рассмотренных выше биологической и физической систем. Для социально-экономических систем это условие не выполняется, в связи с чем параметры уравнений состояний обычно зависят от времени (табл. 7.1 и 7.2).

Для темпоральных массивов данных этот вывод можно трактовать таким образом, что для отдельных таблиц данных «объекты–показатели»

можно построить стационарные уравнения сохранения меры вида (7.58), где время явно не входит в данное уравнение. Для разных таблиц данных параметры эмпирических уравнений будут зависеть от времени. Поясним это на конкретном примере, для чего рассмотрим темпоральный массив данных, характеризующих процессы развития регионов России в 2005 – 2018 годах.

Для примера выберем в качестве переменных состояния: объем товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами по сектору обрабатывающих производств z_1 , млн. руб; оборот розничной торговли z_2 , млн. руб.

При создании эмпирической шкалы вида (7.45) было получено уравнение состояния (7.46). В этом случае также для моментов времени 2005, 2006 и т.д. годов были найдены уравнения сохранения меры вида (7.57) высокого качества (для конкретной таблицы темпоральных данных). Коэффициент множественной корреляции уравнений составил $0,98 \div 0,99$.

Если же совместно обрабатывать данные для двух ближайших таблиц данных, например, для 2005 и 2006 годов, то видно, что время вносит свой вклад в формирование случайности. Подробно этот вопрос будет рассматриваться в третьем разделе книги при построении феноменологических моделей времени. Здесь же приведем только полученное уравнение для закона сохранения меры, которое учитывает изменения состояний во времени:

$$\Delta Q_l = 1,123 \Delta \Theta + 0,002 z_{1_{05}} \Delta z_2 + 3,229, \quad (7.61)$$

где $\Delta Q_l = Q_{06} - Q_{05}$; $\Delta \Theta = \Theta_{06} - \Theta_{05}$; $\Delta z_2 = z_{2_{06}} - z_{2_{05}}$. Индексы «05» и «06» при переменных соответствуют 2005 и 2006 году. Коэффициент корреляции уравнения составил 0,93, результаты обработки данных приведены на рисунке 7.18. Из рисунка видно, что данные уже имеют определенный разброс относительно линии регрессии и этот разброс, как показывает анализ, различен для различных периодов времени. При этом разброс данных тем больше, чем больший период времени охватывается.

Однако в целом, как следует из полученных результатов во многих случаях для континуальных фазовых пространств состояний объектов различной природы может быть сформулирован эмпирический закон

сохранения меры, который является по своей сущности феноменологическим балансовым принципом.

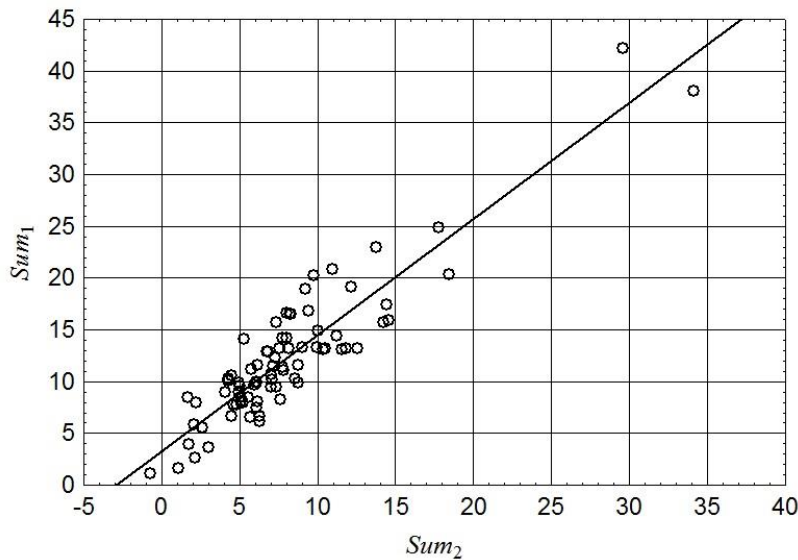


Рис. 7.18. – Зависимость, характеризующая сохранение меры пространства состояний для регионов России в соответствии с (7.58),

$$Sum_1 = \Delta W - 0,002 z_{1,05} \Delta z_2$$

$$Sum_2 = \Theta_{06} - \Theta_{05};$$

Таким образом, на основе данных наблюдений для различных классов объектов можно получить эмпирические уравнения состояния и зависимости для закона сохранения меры пространства состояний, и тем самым, установить феноменологические закономерности, которые могут быть использованы при разработке прикладных теорий. Это актуальное направление исследований позволяет привнести системно-феноменологические методы в общую теорию систем при описании процессов развития природы и общества.

7.6 Актуальные области применения метода системодинамики

Кратко подведем итоги второй части книги. Обобщение полученных результатов позволяет сформулировать выводы в следующем виде.

Обработка эмпирической информации предусматривает, что имеются результаты опыта в виде темпоральных данных, относящихся к некоторому множеству однотипных объектов определенной природы. Формируется пространство состояний E^n относительно параметров свойств объектов $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ и предполагается, что данному пространству свойственны континуальные закономерности. В

пространстве E^n представляются данные опыта в виде многомерных дискретных точек M_i , которые отражают эти закономерности. Априори предлагается модель пространства состояний E^n в виде задания некоей среды моделирования, представляющей собой непрерывную скалярную функцию. Формулируется задача построения феноменологической модели пространства состояний E^n , которая будет описывать существующие континуальные закономерности.

Для решения задачи предполагается, что качественные признаки объектов могут иметь количественное измерение, основанное на комплексной оценке величин, которые характеризуют объект как целое, исходя из системных представлений. Данные величины позволяют оценить сходство состояний объектов. С другой стороны, состояние объекта определяется также его свойствами, которые количественно характеризуются параметрами. Общепризнанная взаимосвязь качественной и количественной определенности позволяет сформулировать первый и второй постулаты системодинамики о существовании менсуры как меры состояния и представлении ее в пространстве состояний скалярным полем. Предполагается, что скалярное поле менсуры может быть описано вещественной математической функцией заданного класса (априори задана модель пространства состояний). Множество состояний, имеющих одно и то же значение менсуры, отличается одним качеством. Третий постулат определяет существование эмпирических величин (количество воздействия), характеризующих изменение состояний объектов в реализуемых процессах. Данные величины являются функциями кривых этих процессов. Четвертый постулат для всего многообразия процессов практически задает линейность зависимости между изменениями количества воздействия и менсуры в элементарной окрестности произвольного состояния, что определено взаимосвязью статистических и динамических закономерностей для эволюционно развивающихся систем. Все это приводит к специальному виду уравнений Пфаффа, которые интегрируемы для отдельных классов функций, в целом характеризующих среду моделирования.

Дальнейшая система доказательств приводит к следующим выводам.

Существует функция состояния, которая является общим интегралом дифференциального уравнения в частных производных первого порядка, описывающего континуальные закономерности пространства состояний системы. Данная функция может быть определена как энтропия. Она является характеристической функцией пространства состояний системы и геометрически представляет собой векторные линии векторного поля, которое соответствует исходному дифференциальному уравнению. Это позволяет сформулировать принцип существования энтропии для континуальных пространств состояний эволюционно развивающихся систем (квазистационарных систем).

С энтропией тесно связана важная скалярная величина – мера пространства состояний системы, которая может быть определена как потенциал этого пространства. Любое множество качественно одинаковых состояний системы, которое оценивается по характерному качественному признаку, может определяться двумя функциями состояния – энтропией и потенциалом. В первом случае имеем векторные линии, а во втором случае – потенциальную поверхность, ортогональную векторным линиям. При этом изменение энтропии в параметрическом представлении определяется длиной дуги векторной линии. Энтропия и потенциал, как особые функции состояния, не зависят от характера процесса, а определяются только начальным и конечным состоянием объекта. Исходя из этого, уравнение сохранения энергии в классическом виде является одной из форм представления уравнения Пфаффа через сумму двух составляющих, одна из которых (трансергия) зависит от функции, характеризующей среду моделирования, а вторая – от функции, связанной с параметрами свойств. Метод системодинамики по своей сути сводится к системе преобразования координат в пространстве состояний системы. Другими словами, привнесение параметров свойств объекта в виде системы координат извне (внешний способ) заменяется на внутренний способ введения координат, где параметры свойств преобразуются с учетом континуальных особенностей пространства состояний в криволинейные координаты этого пространства.

Область применения полученных результатов определяется следующими положениями. Во-первых, понятия энтропии и потенциала пространства состояний распространяются только на объекты и совершаемые ими процессы, которые наблюдаются в опыте. Исходя из этого, бессмысленно принцип существования энтропии распространять на области, где отсутствуют опытные данные (пример – известный вывод о тепловой смерти Вселенной), т.к. этот принцип является феноменологическим следствием эмпирических наблюдений, а не гипотетических предположений. Во-вторых, полученные выводы распространяются только на объекты, процессы и явления, для которых справедлива гипотеза о существовании непрерывного континуального пространства состояний для определенного класса объектов. И, наконец, область применения научных выводов ограничена эволюционными процессами, которым свойственны более или менее медленные, постепенные количественные и качественные изменения. Для процессов и явлений, где возможны быстрые, скачкообразные и революционные изменения принципы существования энтропии и потенциала не будут справедливы. Это связано с прекращением эволюционного развития системы и возникновением в таких процессах и явлениях новых качественных признаков и событий, связанных с переходом наблюдаемой системы в принципиально иные состояния, существенными структурными изменениями в системе или нарушениями ее целостности. Таким образом, для систем, у которых нарушается однородность и непрерывность континуального пространства состояний энтропия не определяема.

Метод системодинамики самым тесным образом связан с методом термодинамики. Поэтому именно на стыке системодинамики и термодинамики могут быть получены самые интересные результаты, связанные с развитием теории, обобщением опытных данных и осуществлением процессов различными физическими системами. На стыке наук почва для новых идей всегда плодотворна. Исходя из этого, девятая глава книги посвящена применению методов системодинамики в физике и, в частности, в темпорологии.

Основная же область применения метода системодинамики лежит вне предмета исследования физических наук. Наличие обширных баз

данных опытных фактов, которые могут быть представлены в количественном темпоральном виде, является необходимым условием для применения метода системодинамики. Это дает возможность научно обосновать поиск фундаментальных закономерностей в массивах информации, и тем самым предложить новые методы общей теории систем и интеллектуального анализа данных, в частности. В этом случае можно говорить о моделях описания данных применительно к некоторым видам темпоральных массивов данных.

В отличие от большинства методов общей теории систем и интеллектуального анализа данных метод системодинамики позволяет разрабатывать теории в предметных областях, которые учитывают фундаментальные закономерности систем и дают возможность предложить феноменологические модели описания опытных данных.

Использование метода системодинамики в приложениях далее будет показано на конкретных примерах при:

- обосновании прикладных теорий и решении задач моделирования для различных классов систем и объектов;
- изучении на макроуровне феноменологических закономерностей биологической жизни;
- создании системно-феноменологических методов анализа и прогнозирования процессов развития социально-экономических объектов и, в частности, решении прикладных задач глобалистики, регионалистики и урбанистики;
- применении естественнонаучных методов в области финансовой аналитики, социофизики, темпорологии и т.д.

Метод системодинамики открывает ряд перспективных научных направлений, связанных с междисциплинарными исследованиями в самых различных областях знаний, созданием онтологий и теорий в естественных и гуманитарных науках, поиском общесистемных закономерностей и обоснованием законов развития систем различной природы.

Господа, для Гауссовской строгости у нас
нет времени

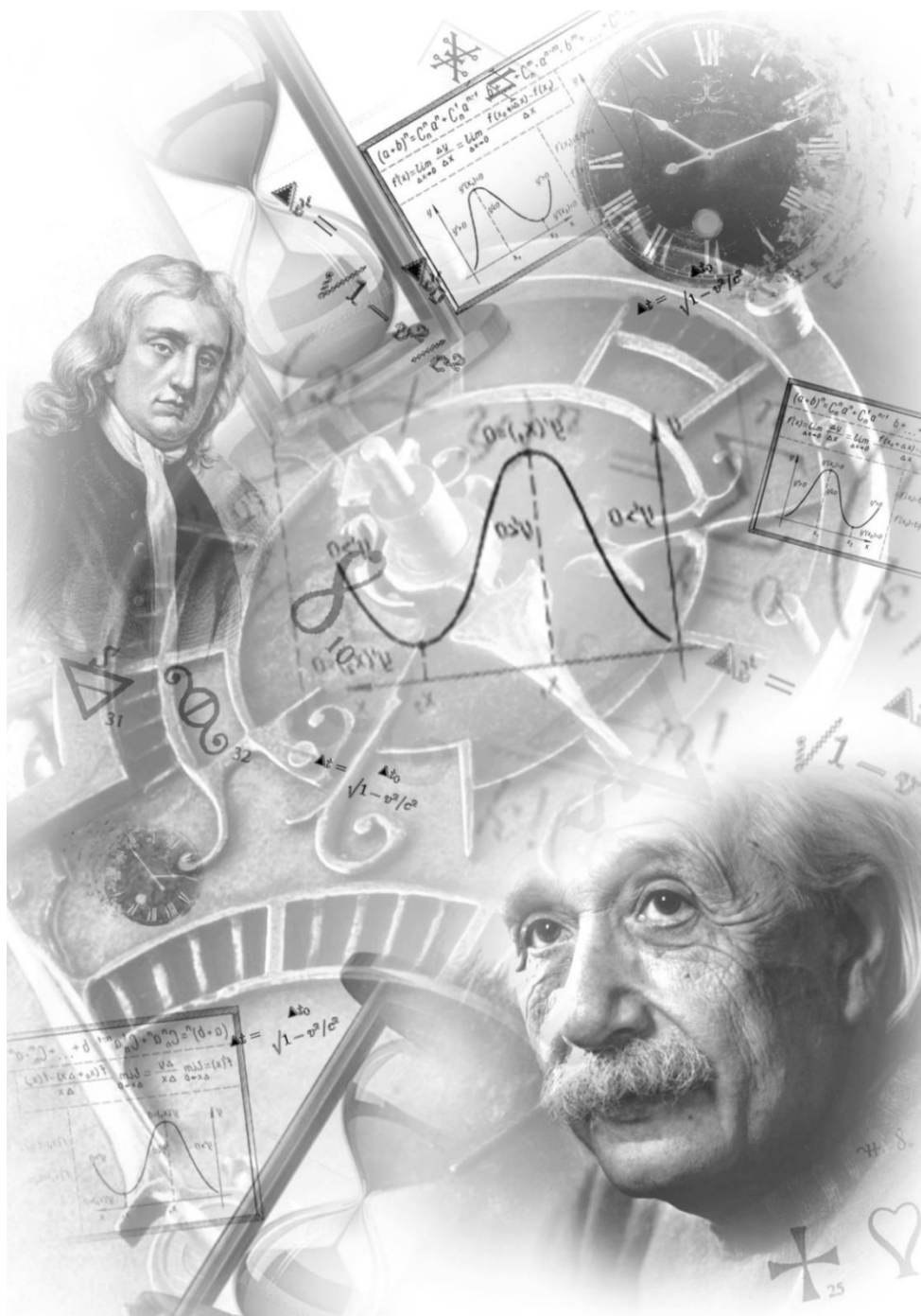
К. Якоби

Время – это ключ к пониманию природы.

И. Пригожин

ЧАСТЬ III

ПРИКЛАДНАЯ СИСТЕМОДИНАМИКА



Глава восьмая

НЕКОТОРЫЕ ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ

8.1 Феноменологические закономерности биологической жизни

В настоящее время в науках о жизни накоплен громадный объем эмпирических данных. Однако, значительная доля существующих опытных фактов характеризует причинно-следственные связи, свойственные биологическим процессам и явлениям, на качественном уровне. В данной области идет процесс спонтанного накопления информации, при этом имеющиеся факты пока не дают ответа на основополагающий вопрос биологии – о специфическом, качественном отличии живого от неживого, исходя из естественнонаучных представлений о процессах и явлениях, протекающих в природе. На отличительную способность живых и социальных организмов функционировать «динамически» и «целенаправленно» обращали свое внимание Э. Шредингер, П. Анохин и многие другие ученые [16, 61, 123, 132, 136, 138, 149, 158]. Естественно, что возникает вопрос об изучении этих жизненных феноменов и возможности использования существующих данных и фактов для обоснования соответствующих закономерностей.

Более 40 лет назад П. Анохин отмечал, что математическая теория не дала результата применительно к биологическим системам, так как не считалась с биологическими и физиологическими свойствами таких систем, выдвигая на первый план именно теорию, а не опыт [16]. Мнение ученого не менее актуально и сегодня, так как наглядно видно, что излишнее теоретизирование в области моделирования биологических систем не приводит к новым возможностям для понимания организации различных форм жизни. Решение проблемы академик П. Анохин видел в установлении системных закономерностей на основе анализа обширного эмпирического материала. Предлагалось на данном этапе применять феноменологический подход к исследованию биологических процессов.

Поиск фундаментальных закономерностей, характерных для

биологических систем ведется уже на протяжении многих лет. В результате имеется множество моделей, основанных на частных и узких гипотезах, которые не могут служить фундаментом для естественнонаучных теорий в области биологической жизни, исходя из общих представлений о процессах функционирования живых объектов.

Для того, чтобы подойти на макроуровне к созданию феноменологических теорий для биологических систем, необходимо отработать методические принципы исследований. Без этого по образному выражению П. Анохина «... исследования в биологии и физиологии становятся все более опасными и угрожают утопить нас в половодье, разрозненных и часто не объединенных ничем, фактов».

Очевидно, что для создания теорий нужны обширные базы данных структурированной информации о состоянии и функционировании биологических объектов. Также важным является возможность применения по отношению к таким данным апробированных естественнонаучных методов, позволяющих находить и исследовать феноменологические закономерности. В первом случае для целых классов биологических объектов и явлений речь идет о представлении информации в виде темпоральных данных. Во втором случае предполагается при анализе использовать естественнонаучные методы и метод системодинамики, речь о чем велась в предыдущих разделах данной книги.

Таким образом, целью данного раздела является применение разработанных феноменологических методов анализа данных наблюдений по отношению к множеству биологических объектов для обоснования некоторых естественнонаучных представлений о сущности биологической жизни, имеющей темпоральную природу.

В свете общесистемных положений и закономерностей, которые сформулированы в рамках системодинамики, можно попытаться выявить специфические особенности организации жизни. В первую очередь речь идет об установлении на макроуровне некоторых общих закономерностей, которые бы отличались определенным изоморфизмом, применительно к процессам изменения состояний объектов как живой, так и неживой природы. Скорее всего, такие закономерности самым непосредственным образом будут связаны с феноменом времени.

Поэтому специфическое сходство между объектами разных классов можно попытаться установить на основе изучения во времени их изменения, развития или поведения в различных процессах. Объекты неживой природы обычно слабо подвержены наблюдаемым изменениям в случае отсутствия внешних воздействий. В свою очередь, объекты живой природы являются системами, свойства которых непосредственно зависят от времени. При этом продолжительность жизни является основным показателем, характеризующим темпоральность биологического объекта.

Данные для исследования

Предполагаем искать определенный изоморфизм для живых и неживых объектов по отношению к данным наблюдений и событиям, характеризующим изменение состояний этих объектов.

В данном исследовании для примера будем использовать базу данных позвоночных животных [129], о которой уже упоминалось в разделе 7.4 и которая представляет собой результат работы многих ученых. Нынешняя версия базы включает сведения о 4083 видах позвоночных и охватывает количественные характеристики рыб, амфибий, рептилий, птиц и млекопитающих. В базу внесены данные о максимальной продолжительности жизни, массе тела при рождении и во взрослом состоянии, скорости роста и размножения, уровне метаболизма, продолжительности периода беременности, а также некоторые другие характеристики (всего до 30 показателей). Имеется также полная информация о систематике видов животных. Массив данных охватывает более 100 тысяч наблюдений о характеристиках и показателях видов.

В базе данных AnAge приведены биологические показатели, характеризующие филогенез животного мира, исходя из наблюдаемых сегодня результатов эволюции видов без учета временных факторов. В соответствии с этим, общая таблица данных AnAge, как частный случай темпоральных данных, представлена в стационарной форме.

При исследовании будем использовать и другие данные о биологических системах, например, аллометрические или эмпирические уравнения [60, 61, 122], однако основное условие обработки таких данных – это возможность их представления в темпоральном виде и, соответственно, в нестационарной или стационарной форме.

Феноменологические модели состояний биологических объектов

Для построения феноменологических моделей и, в частности, получения уравнений состояний и соотношений для оценки сходства биологических видов была использована методика обработки и анализа эмпирических данных, которая описана в разделе 7.3., и база данных AnAge [129]. В качестве переменных состояния биологических видов примем следующие величины:

- максимальная продолжительность жизни в неволе z_1 , лет;
- вес взрослой особи z_2 , кг;
- уровень метаболизма z_3 , Вт;
- женская зрелость z_4 , дней;
- мужская зрелость z_5 , дней.

Надо отметить, что это наиболее изученные показатели, для которых существуют достоверные данные для многих видов животных [129]. Статистические характеристики перечисленных показателей для биологических видов позвоночных животных приведены в таблице 8.1. Из данных таблицы следует вывод о большом разбросе в значениях биологических показателей различных позвоночных животных. Также видно, что важный показатель уровня метаболизма достоверно установлен всего для 15% всех видов, представленных в базе AnAge.

Таблица 8.1. – Статистические характеристики показателей видов позвоночных животных

№ п.п.	Показатель	Кол-во видов	Среднее значение	Минимум	Максимум	Среднеквадр. отклонение
1	Максимальная продолжительность жизни в неволе, лет	3756	19,24	0,04	400,0	17,89
2	Вес взрослой особи, кг	2942	218,8	0,0005	136000	3675,3
3	Уровень метаболизма, Вт	627	11,8	0,00010	2336,5	97,51
4	Женская зрелость, дней	2075	984,0	3	16060	1220,1
5	Мужская зрелость, дней	1701	915,7	3	9855	987,0

В качестве первого опорного объекта (точка M_0) при построении линейной шкалы менсуры выберем биологическое состояние вида домовая мышь (*Mus musculus*), которая является одним из самых многочисленных представителей млекопитающих и наиболее изученным модельным

животным. Основные биологические показатели домашней мыши равны: $z_1 = 4$ лет; $z_2 = 0,0205$ кг; $z_3 = 0,271$ Вт.

В качестве второй опорной точки M'_0 примем биологическое состояние вида серая крыса (*Rattus norvegicus*). Данный вид находится в стадии расцвета, распространен в антропогенной среде и разводится в большом количестве в качестве домашних и лабораторных животных. Биологические показатели серой крысы равны: $z_1 = 3,8$ лет; $z_2 = 0,300$ кг; $z_3 = 1,404$ Вт.

При анализе данных используем комбинации показателей из последовательности величин z_1, \dots, z_5 . Для оценки сходства объектов построим прямую линию между состояниями M_0 и M'_0 , геометрически определим длину полученного отрезка согласно (6.15) и разобьем данный отрезок на 100 равных частей. В результате имеем эталон одного градуса ($1^\circ M$), равный длине σ элементарного отрезка.

После выполненных операций, связанных с построением шкалы, было найдено значение менсуры для опорной точки M_0 , которое, например, для состояния, определяемого показателями z_1, z_2, z_3 , равно $338,62^\circ M$. Результаты оценки биологических видов по созданной шкале относительных сравнений для состояний, характеризующихся показателями z_1, z_2, z_3 , сведены в таблицу 8.2.

Некоторые из полученных уравнений состояний для различных комбинаций показателей биологических видов приведены в таблице 8.3 и на рисунке 8.1. Коэффициенты множественной корреляции регрессионных зависимостей, приведенных в таблице 8.3, имеют высокие значения, что позволяет сделать вывод о справедливости принципа соответственных состояний для изучаемого класса объектов и принятой эмпирической меры для оценки сходства объектов.

На основе представленных в таблице 8.3 уравнений, величины

$$s_\theta = c_1 \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + c_2 \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + c_3 \ln\left(\frac{z_3}{z_{30}}\right), \quad s_{\theta,k} = c_k \ln(z_k/z_{k0}) \quad (8.1)$$

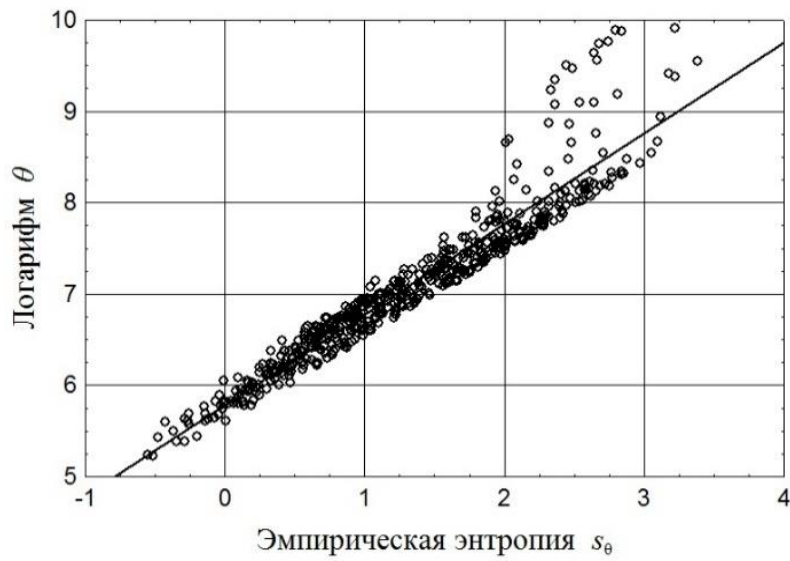
можно рассматривать как эмпирические энтропии, определенные по геометрической эмпирической мере, в качестве которой принята менсура состояний биологических объектов.

Таблица 8.2. – Значения менсуры θ для показателей z_1, z_2, z_3 , характеризующих состояние биологических видов

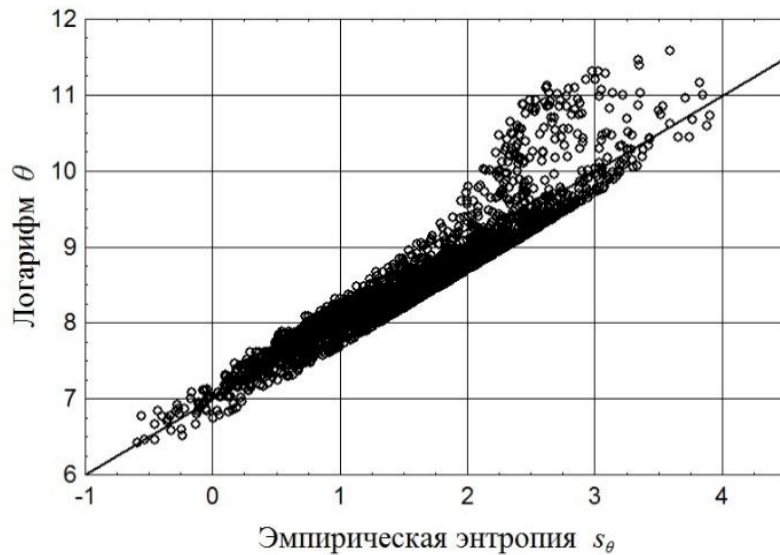
№ п.п.	Название животных	Класс	Род	Вид	Менсура $\theta, \text{ }^\circ M$
1	Американский аллигатор	Рептилии	Alligator	mississippiensis	14093,3
2	Зеленая ящерица	Рептилии	Lacerta	viridis	844,6
3	Индийский питон	Рептилии	Python	molurus	3073,5
4	Американская жаба	Земноводные	Anaxyrus	americanus	3040,5
5	Лесная лягушка	Земноводные	Lithobates	sylvaticus	422,3
6	Тростниковая жаба	Земноводные	Rhinella	marina	2094,6
7	Пятнистая саламандра	Земноводные	Ambystoma	maculatum	2702,7
8	Каллиопский колибри	Птицы	Stellula	calliope	591,2
9	Стриж	Птицы	Apus	apus	1782,5
10	Западная чайка	Птицы	Larus	occidentalis	2878,9
11	Евразийский вальдшнеп	Птицы	Scolopax	rusticola	1322,0
12	Белый голубь	Птицы	Leptotila	verreaux	730,3
13	Лесной жаворонок	Птицы	Lullula	arborea	509,1
14	Европейский скворец	Птицы	Sturnus	vulgaris	1935,6
15	Домашняя канарейка	Птицы	Serinus	canaria	2027,1
16	Короткохвостая землеройка	Млекопитающие	Blarina	brevicauda	188,1
17	Домовая мышь	Млекопитающие	Mus	musculus	338,6
18	Полевка	Млекопитающие	Microtus	guentheri	331,6
19	Серая крыса	Млекопитающие	Rattus	norvegicus	343,1
20	Антилопа кана	Млекопитающие	Taurotragus	oryx	45236,0
21	Дикий кабан	Млекопитающие	Sus	scrofa	14252,5
22	Малая панда	Млекопитающие	Ailurus	fulgens	1697,0
23	Красная белка	Млекопитающие	Tamiasciurus	hudsonicus	839,0
24	Гиеновидная собака	Млекопитающие	Lycaon	pictus	3852,8
25	Рыжая лиса	Млекопитающие	Vulpes	vulpes	2168,7
26	Лев	Млекопитающие	Panthera	leo	16955,0
27	Ягуар	Млекопитающие	Panthera	onca	8964,4
28	Тигр	Млекопитающие	Panthera	tigris	15328,4
29	Азиатский слон	Млекопитающие	Elephas	maximus	333194,5
30	Человек	Млекопитающие	Homo	sapiens	10824,7

Таблица 8.3. – Уравнения состояния для биологических видов

Показатели видов	Кол-во видов	Значение θ в точке M_0 , °M	Уравнение состояния	Коэфф. коррел.
z_1, z_2, z_3	546	338,62	$\theta = 323,45 (z_1/z_{10})^{0,951} (z_2/z_{20})^{0,064} (z_3/z_{30})^{0,041}$	0,96
z_1, z_2	2456	1163,82	$\theta = 1096,6 (z_1/z_{10})^{0,896} (z_2/z_{20})^{0,101}$	0,95
z_2, z_3	545	23,23	$\theta = 20,23 (z_2/z_{20})^{0,346} (z_3/z_{30})^{0,564}$	0,99
z_1, z_3	531	351,96	$\theta = 344,85 (z_1/z_{10})^{0,983} (z_3/z_{30})^{0,085}$	0,97



а)



б)

Рис. 8.1. – Уравнения состояний биологических видов:

а) показатели z_1, z_2, z_3 , $s_\theta = 0,951 \ln(z_1/z_{10}) + 0,064 \ln(z_2/z_{20}) + 0,041 \ln(z_3/z_{30})$;

б) показатели z_1, z_2 , $s_\theta = 0,896 \ln(z_1/z_{10}) + 0,101 \ln(z_2/z_{20})$

Изучим взаимосвязь энтропий для различных эмпирических мер, которые могут использоваться при описании состояний объектов.

Для примера состояния биологических объектов будем определять тремя показателями: продолжительностью жизни (максимальная) z_1 , весом взрослой особи z_2 и уровнем метаболизма z_3 . Данные показатели характеризуют термодинамику биологических процессов и далее будут использоваться при анализе биологических циклов.

Будем считать, что состояние объекта характеризуется как совокупностью показателей z_1, z_2, z_3 , так и совместным событием A наблюдения значений этих показателей [57]. В этом случае можно использовать две эмпирические меры для характеристики каждого состояния – менсору θ (табл. 8.3), как геометрическую величину, и меру Pr , однозначно связанную со статистической вероятностью w наблюдения события A . Вероятности w определяются алгоритмически, исходя из оценки относительных частот наблюдения точек в выделенных областях группирования данных [12, 57].

Каждой эмпирической мере будет соответствовать понятие специфического вида энтропии [56]. В этом заключается сущность представлений об различных энтропиях. Если для класса систем можно выдвинуть гипотезу существования эмпирических мер как величин, характеризующих состояния объектов, то возможно обоснование принципа существования энтропий и установление их связи между собой.

Свяжем полученную вероятность w с распределениями переменных z_1, z_2, z_3 в массиве опытных данных. В результате имеем регрессионную зависимость вероятности от энтропии состояния (рис. 8.2, а):

$$\text{Pr} = -2,089 + s_w; \quad w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\text{Pr}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt, \quad (8.2)$$

$$s_w = 0,782 \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + 0,004 \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + 0,340 \ln\left(\frac{z_3}{z_{30}}\right),$$

где s_w – эмпирическая энтропия, Pr – пробит вероятности. Коэффициент корреляции составил 0,98, средняя относительная ошибка равна 7,9%.

Уравнение, характеризующее связь между энтропиями s_w и s_θ для состояний биологических видов, имеет вид:

$$s_w = -0,165 + 1,204 s_\theta . \quad (8.3)$$

При этом коэффициент корреляции составил 0,96, результаты обработки данных представлены на рисунке 8.2, б.

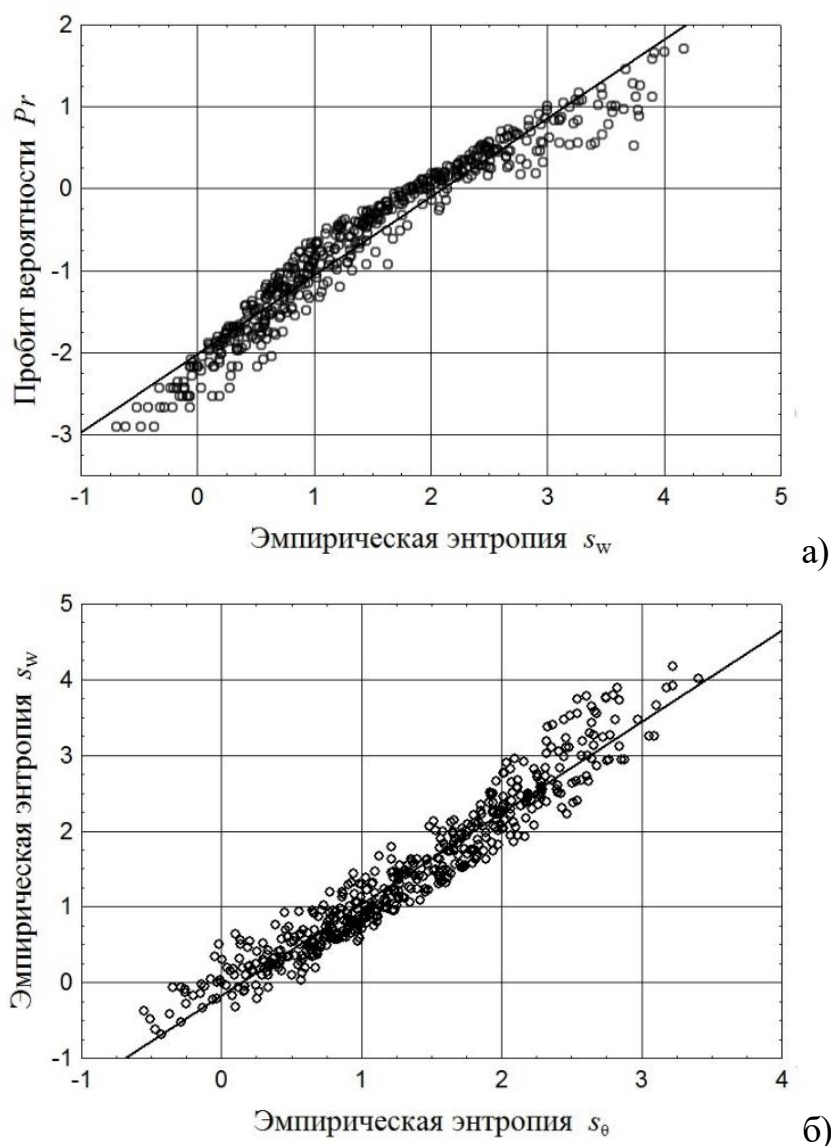


Рис. 8.2. – Взаимосвязь энтропий для различных эмпирических мер:

а) зависимость величин согласно (8.2);

б) связь эмпирических энтропий согласно (8.3)

Таким образом, на основе геометрического и вероятностного подходов для оценки состояний объектов приняты две эмпирические меры, которые позволяют найти два вида энтропий тесно связанных между собой. Покажем, что на основе эмпирического подхода могут быть также предложены комплексные меры для оценки состояний биологических объектов.

Для этой цели воспользуемся формальной логикой моделирования, используемой в термодинамике.

В качестве примера, для построения измерительной шкалы возьмем те же опорные объекты (точки M_0 и M'_0) и три переменных состояния z_1 , z_2 и z_3 . Учитывая результаты раздела 2.3 о связи абсолютной температуры с геометрической вероятностью, линейную шкалу менсуры, как индекса, построим на основе зависимости (2.8) в виде:

$$\theta = 100 \frac{\rho - \rho_0}{1 - \rho_0} = 100 \frac{(z_1 z_2 z_3)_M - z_{10} z_{20} z_{30}}{z'_{10} z'_{20} z'_{30} - z_{10} z_{20} z_{30}}, \quad (8.4)$$

где z_{10}, z_{20}, z_{30} – значения переменных состояния в точке M_0 ; $z'_{10} z'_{20} z'_{30}$ – значения переменных состояния в точке M'_0 ; ρ – мера относительных изменений для произвольной точки M , $\rho = \frac{(z_1 z_2 z_3)_M}{z'_{10} z'_{20} z'_{30}}$. После обработки

данных получаем (рис. 8.3, а):

$$\theta = a + b\rho = -1,4079 + 101,4079\rho, \quad (8.5)$$

откуда в качестве абсолютной менсуры принимаем положительную величину, равную $T = \theta + 1,4079$. Для состояния, определяемого показателями z_{10}, z_{20}, z_{30} (точка M_0), эта величина равна $T = 1,408^\circ M$.

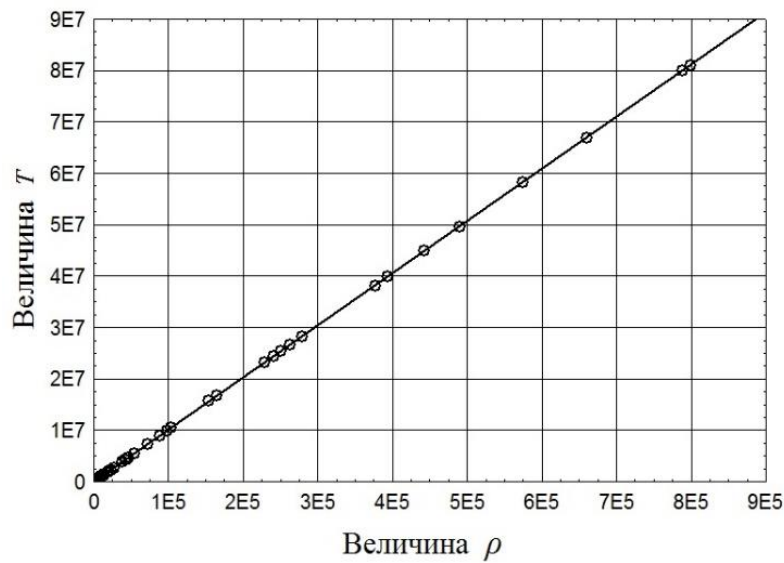
Абсолютная менсура T комплексно характеризует каждое состояние и представляет собой функцию, зависящую от положения точки M (функция точки). В свою очередь, для характеристики расстояний между точками введем меру Q_l как функцию линии. Определим данную меру через криволинейный интеграл от величины T по линии l . Соединим точку M_0 прямой линией с каждой точкой M_i .

Известно, что уравнение прямой, проходящей в пространстве через две точки a и b , имеет вид:

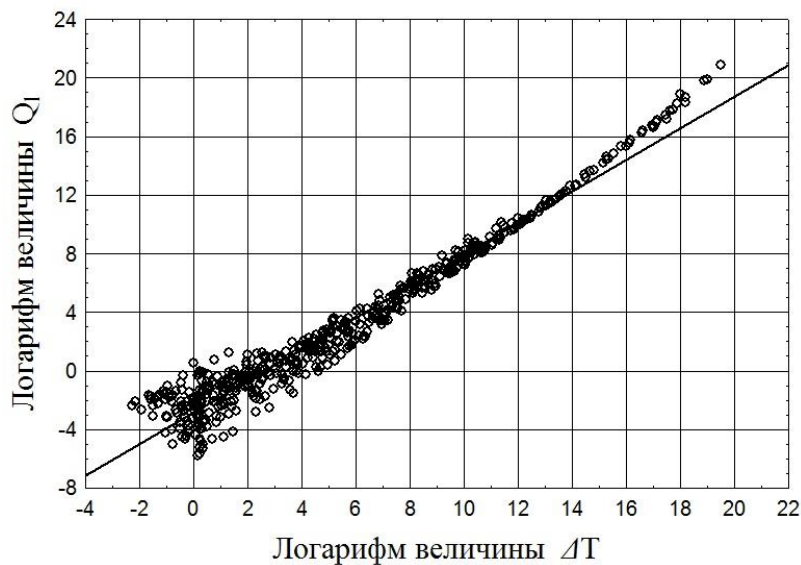
$$\frac{z_1 - z_{1a}}{z_{1b} - z_{1a}} = \frac{z_2 - z_{2a}}{z_{2b} - z_{2a}} = \frac{z_3 - z_{3a}}{z_{3b} - z_{3a}} = r, \quad (8.6)$$

поэтому критерий сходства отрезков может быть взят в виде отношения

$$Q_l = \frac{1}{\delta} \int_l T(\varepsilon) d\varepsilon, \text{ где } d\varepsilon \text{ – дифференциал линии } l, \delta = \int_{l_0} T(\varepsilon) d\varepsilon, l_0 = M_0 M'_0.$$



а)



б)

Рис. 8.3. – Взаимосвязь эмпирических мер для оценки состояний биологических объектов: а) зависимость величин согласно (8.5); б) связь между величинами Q_l и ΔT : $\ln(Q_l) = -2,854 + 1,079\ln(|\Delta T|)$

Найдя криволинейный интеграл для всех 545 отрезков прямых (8.6), заданных в параметрическом виде относительно параметра r , можно определить меру Q_l при условии, что $\delta = 0,525$ для отрезка $l_0 = M_0M'_0$. После этого легко установить связь между величинами Q_l и ΔT , как это видно из рисунка 8.3, б.

Данный пример иллюстрирует возможности метода системодинамики при построении феноменологических моделей описания многомерных эмпирических данных. Видно, что для оценки состояний

биологических объектов на основе эмпирического подхода могут быть приняты различные эмпирические меры, между которыми существует взаимосвязь.

В задачах анализа данных количество исходных показателей и применяемых эмпирических мер, основанных на различных принципах их построения, может быть достаточно большим, поэтому предложенный подход может найти применение при развитии систем классификации живых организмов.

Темпоральность биологических процессов и энергетические циклы

Развитие теоретической биологии на уровне онтогенеза практически не связано с изучением реальных биоэнергетических циклов, определяющих процессы преобразования энергии. Попытаемся затронуть этот очень не простой проблемный вопрос.

Все становление термодинамики как науки в известной мере было представлено необходимостью изучения тепловых машин. Однако, если на практике, выполнение термодинамических циклов в своей сути предусматривает нагревание и охлаждение рабочего вещества, то биологические циклы только косвенно связаны с динамикой наблюдаемой температуры организма. Поэтому многие классические представления об обратимых и необратимых термодинамических процессах, источниках тепла, полезной работе циклов и коэффициентах их полезного действия, непосредственно связанных с температурой и т.п., в данном случае не применимы. Не очень в этом вопросе помогают и положения химической термодинамики.

Несмотря на это, ряд авторов выдвигают гипотезы о существовании на макроуровне определенного сходства между темпоральными процессами преобразования энергии в тепловых машинах и биологических системах. При моделировании это сходство заключается не в формальном переносе термодинамических понятий в новую область исследований, а в логике построения и применения феноменологических моделей при описании процессов преобразования энергии в биологических системах.

Обобщение известных принципов соответственных состояний и существования энтропии приводит к выводу о возможности изложения законов сохранения и превращения энергии и возрастания энтропии по

отношению к системам различной природы [10, 12, 55]. Однако эти законы могут рассматриваться только как общие феноменологические положения и в каждой предметной области они будут иметь свою специфику и свое опытное обоснование.

Выдвинем гипотезу, что единственно возможной формой существования биологического организма является темпоральный жизненный процесс в виде некоторого непрерывного цикла изменения его состояния. В данном исследовании придерживаемся энергетической концепции получения работы. Под работой будем понимать полезные формы передачи энергии, направленные на формирование различных материальных движений, которые обеспечивают функционирование системы: механические движения; процессы жизнедеятельности и биосинтеза; работа систем кровообращения и дыхания; высшая нервная деятельность и т.д. В рамках энергетической концепции в качестве биосистемы, использующей или производящей работу, будем понимать живой объект, который на протяжении всей своей жизни осуществляет непрерывное и циклическое преобразование некоего воздействия (взаимодействия) в определенный вид работы. При этом различные виды работы будем рассматривать как формы передачи энергии.

Исходя из вышеприведенного, считаем, что биологическая система всегда реализует сложный процесс непрямого преобразования энергии. Это значит, что она функционирует за счет преобразования энергии в непрерывном циклическом темпоральном процессе. При этом необходимым условием является монотонное периодическое изменение параметров состояния объекта во времени. Поэтому при описании энергетических процессов температура в классическом определении этого показателя не может быть использована, так как во многих биологических системах эта величина подвержена слабым изменениям или вообще сильно зависит от параметров окружающей среды. Кроме того, понятие температуры изначально введено для сравнения состояний термодинамических систем неживой природы и не может в своей сути быть мерой для сравнения состояний объектов живой природы. Проще говоря, нельзя вести сравнение состояний биологических систем по отношению к объектам неживой природы, например, по отношению к

состояниям идеального газа. Сравнивать между собой можно только объекты одного класса.

Также считаем, что биологическая система всегда осуществляет круговой процесс при взаимодействии с окружающей средой за счет периодического изменения переменных состояния – массы, метаболизма, интенсивности потребления кислорода и т.д. Периодический характер изменения состояния объекта во времени придает его функционированию специфический характер и является сущностью биологической жизни.

Для описания энергетических циклов позвоночных животных будем использовать переменные состояния: вес (масса) взрослой особи m (кг) и удельная интенсивность метаболизма q (Вт/кг), а также показатель времени τ (сек), который представим в виде текущей продолжительности жизни на интервале от момента рождения до момента смерти организма. Переменные состояния приняты, исходя из существующих единиц измерения величин m, q, τ которые позволяют для величины $E = m q \tau$ получить единицу измерения энергии (джоуль). Возможно, что для биологических систем следует ввести свою единицу измерения энергии, однако на данном этапе ограничимся существующими представлениями.

Процессы, составляющие биологические циклы, которые связаны с преобразованием энергии, могут быть изображены в различных диаграммах (рис. 8.4). На рисунке 8.4, а идеализированный процесс развития объекта в переменных состояния вес – удельная интенсивность метаболизма – время приведен в виде циклической спирали во времени. Масса и метаболизм организма меняются в течении жизни, исходя из суточных, сезонных и возрастных изменений, поэтому витки будут иметь сложную циклическую форму с шагом спирали, равным одним суткам или некоторому характерному периоду жизнедеятельности организма. Проекцию одного витка на плоскость mOq условно можно представить в виде диаграммы, приведенной на рис. 8.4, б.

В некоторый начальный момент цикла (точка А) биологический организм (животное) собственной массой m_a находится в состоянии бодрствования (в относительном покое).

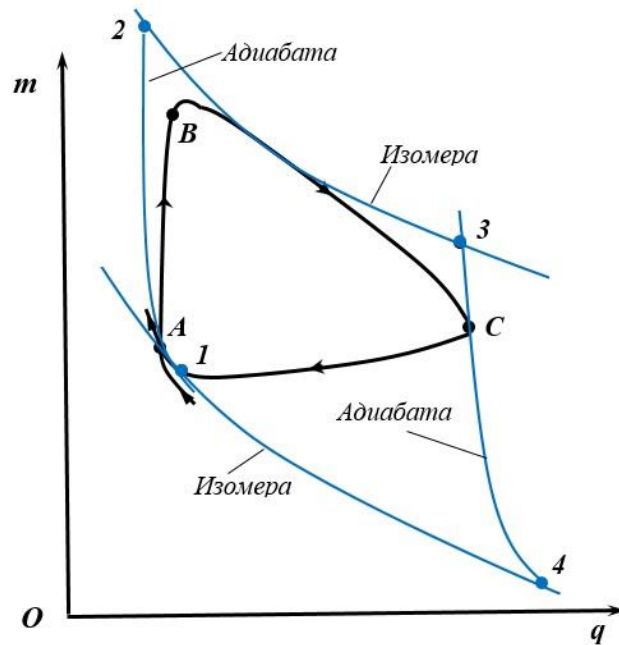
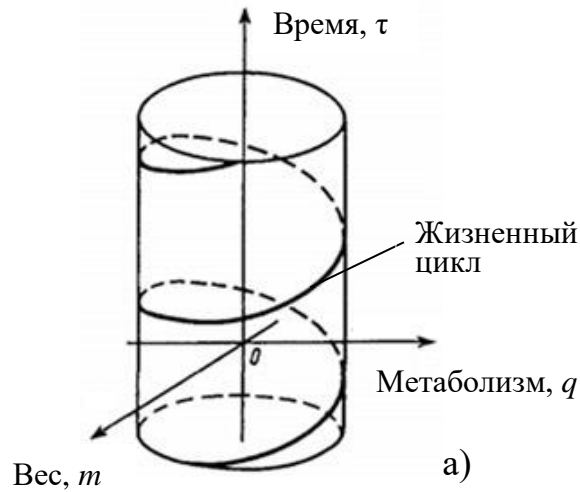


Рис. 8.4. – Диаграммы биологических циклов в координатах:

а) вес – интенсивность метаболизма – время;

б) вес – интенсивность метаболизма

В течении определенного промежутка времени объект потребляет пищу массой Δm (процесс AB). В данном процессе растет биологически активная масса и несколько возрастает метаболизм за счет так называемого «термического эффекта пищи» (на 5 – 10 %). Далее в процессе переработки пищи ее активная масса будет уменьшаться, а метаболизм q должен возрастет. Условно считаем, что этот процесс осуществляется в течении всего периода бодрствования организма (процесс BC). Для того, чтобы завершить циклический процесс требуется уменьшение интенсивности

метаболизма, поэтому необходим обязательный процесс перехода в состояние полного покоя (сна), когда переменные состояния снижаются и принимают исходные значения, наблюдаемые в начале цикла (процесс СА). Условно примем, что процесс СА во времени соответствует процессу сна животного. После возврата в точку А цикл жизнедеятельности повторяется, переходя на следующую ветку спирали (рис. 8.4, а).

Чередование периодов активности и покоя происходит у всех живых существ. В том или ином виде сон наблюдается также у всех позвоночных. Интенсивность метаболизма в состоянии сна у животного снижается по отношению к состоянию покоя. Экспериментальных данных по этому факту не очень много, однако имеется информация, что величина снижения для крупных млекопитающих в среднем составляет 10 – 15 %. В течении жизни интенсивность метаболизма возрастает до момента зрелости (приблизительно 1/3 продолжительности жизни), потом поддерживается постоянной и к концу жизни снижается на 15 – 20%.

Данное описание биоэнергетического цикла в определенной степени условно, однако периодическое изменение значений переменных состояния для жизнедеятельности организма обязательно. Таким образом, биологический организм в процессе жизни должен развиваться циклично по отношению к средним значениям переменных состояния, совершая тем самым знакопеременный темпоральный процесс. Очевидно, что основная феноменологическая закономерность жизни – это цикличность темпоральных процессов функционирования организмов.

Таким образом, одной из важнейших особенностей циклических изменений в состоянии биологического объекта является то, что количество энергии, получаемое им от окружающей среды, идет частично на совершение работы и аккумуляцию энергии, а частично возвращается в окружающую среду в виде тепла и отходов переработанной пищи. Сам живой организм и потребляемую им пищу будем рассматривать как биологически активную массу, связанную с получением различных видов энергии. Все это позволяет представить уравнение энергетического баланса организма в классическом виде:

$$E' = L + E'' , \quad (8.7)$$

где E', E'' – соответственно количество энергии, полученное из окружающей среды и отданное окружающей среде в каком-либо виде; L – полезная работа различных форм, идущая на функционирование организма.

Таким образом, также как и в физической системе, производящей работу, в биологическом организме в целом может быть полезно использована только часть энергии, полученной из окружающей среды. Поэтому по аналогии с термодинамикой введем понятие коэффициента полезного действия цикла (к.п.д):

$$\eta = \frac{L}{E'} = 1 - \frac{E''}{E'}, \text{ или } \eta = \frac{l}{e'} = 1 - \frac{e''}{e'}, \quad (8.8)$$

где величины l, e', e'' выражаются в удельном виде в единицах мощности (Вт).

В теоретической постановке изучение биологического организма как энергетической системы приводит к выводу, что предпосылкой реализации непрерывного циклического процесса преобразования различных видов энергии в работу является переход энергии с высокого качественного уровня на более низкий уровень, т.к. $E'' < E'$.

Получим уравнение состояния биологических объектов относительно переменных m и q в виде:

$$\theta = 20,70 (m/m_0)^{0,932} (q/q_0)^{0,628}. \quad (8.9)$$

Величина θ определялась относительно веса z_2 и интенсивности метаболизма z_3 согласно описанной ранее методики и с учетом зависимостей (6.15)–(6.16). Значения показателей (вес m и удельная интенсивность метаболизма q) в опорной точке для домово́й мыши составляют $m_0 = 0,0205$ кг и $q_0 = 13,22$ Вт/кг.

Коэффициент множественной корреляции зависимости (8.9) составил 0,99, результаты обработки данных для 546 видов позвоночных животных приведены на рис. 8.5, а.

В геометрических представлениях уравнение (8.9) указывает на то, что в координатах θ, m, q существует поверхность $\theta = \theta(m, q)$, причем все состояния биообъектов принадлежат этой поверхности.

Аналогичным образом на основе имеющихся данных найдем эмпирическое уравнение для трансергии биологических видов относительно опорного состояния (7.57):

$$T \Delta s = c_2 \Delta T + 5,671 \frac{q}{R} \Delta m - 20,952, \quad (8.10)$$

где $\Delta m = m - 0,0205$ кг; $\Delta T = T - 1,0$; $T = \frac{mq}{R}$; $R = 0,271$ Вт; $c_2 = 0,628$.

Энтропия в опорной точке принята равной нулю. Для данного уравнения коэффициент корреляции составил 0,98, результаты обработки данных приведены на рисунке 8.5, б. Уравнение (8.10) справедливо для всего множества биологических видов, для которых имеются данные по весу и интенсивности метаболизма (всего 546 видов).

Полученные зависимости по аналогии с [66] позволяют установить соотношения для определения к.п.д биологических циклов. Для этого будем использовать зависимость (8.9) и уравнение (8.10) в форме:

$$T ds = c_2 dT + 5,671 \frac{q}{R} dm. \quad (8.11)$$

В отличие от термодинамики технических устройств для биоэнергетических циклов не изучены основные процессы изменения состояний объектов, которые могут характеризовать данные циклы. Поэтому будем изучать биоэнергетические циклы, исходя из возможного получения максимальной работы.

Примем гипотезу, что биоцикл (рис. 8.4, а) относится к организму, состояния которого подчиняются уравнению (8.9). Тогда в координатах θ, m, q точки состояний организма будут принадлежать поверхности $\theta = \theta(m, q)$. Замкнутая кривая цикла на данной поверхности будет охватывать некоторую площадь S , которая геометрически в проекции на координатную плоскость m, q представляет работу цикла (рис. 8.4, б). Площадь S будет максимальной в интервале минимальных θ_I и максимальных θ_{II} значений менсуры. Поэтому цикл, ограниченный линиями $\theta_I = const$ и $\theta_{II} = const$, будет иметь максимальную работу. Назовем эти процессы изомерами – кривыми, для которых менсуры постоянны (рис. 8.4, б), т.е. $d\theta = 0$. Если энтропия не меняется $ds = 0$, то любые изменения состояний объектов будут определены только внутренними возможностями организма. Поэтому для таких процессов соответствующие кривые будут являться адиабатами $ds = 0$.

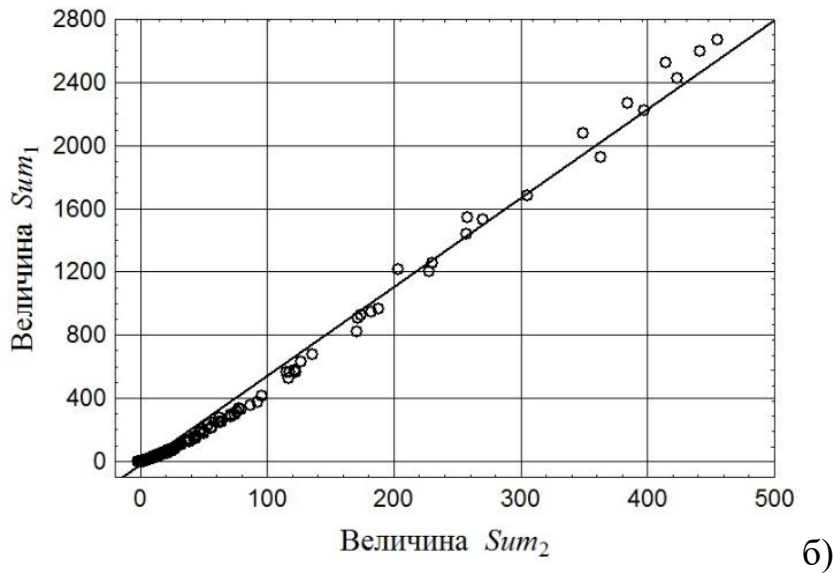
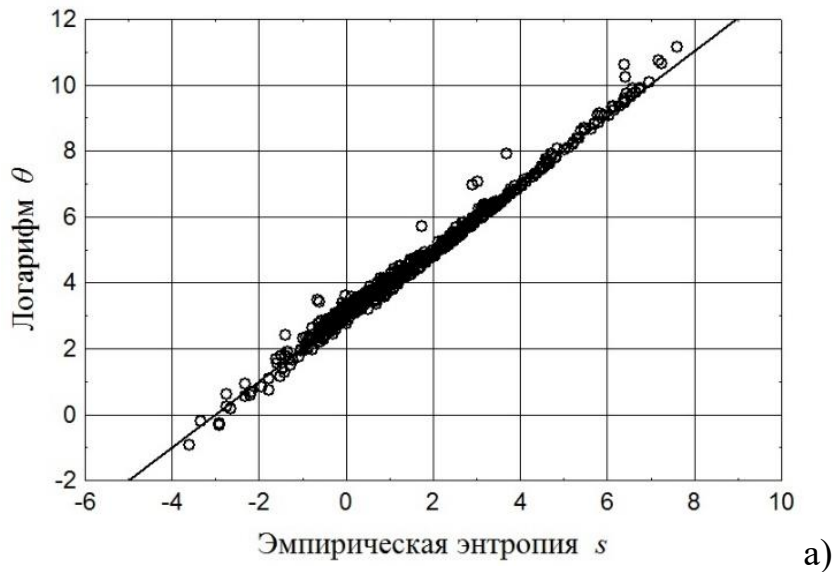


Рис. 8.5. – Феноменологические зависимости для биологических видов относительно веса и удельной интенсивности метаболизма:

а) уравнение состояния, $s = 0,932 \ln(m/m_0) + 0,628 \ln(q/q_0)$;

б) уравнение (8.10), где $Sum_1 = T\Delta s - c_2\Delta T$, $Sum_2 = (q/R)\Delta m$

Из уравнения (8.11) при условии $ds = 0$ имеем $5,671 \frac{q}{R} dm = -c_2 dT$,

откуда получим:

$$\left(\frac{m_k}{m_n} \right)^v = \frac{T_n}{T_k}, \quad v = \frac{5,671}{c_2} = 9,025. \quad (8.12)$$

Индексы 'н' и 'к' относятся к начальному и конечному состоянию.

Рассмотрим уравнение (8.11), исходя из имеющихся составляющих. Данное уравнение задано в безразмерном виде. Умножим все слагаемые в (8.11) на величину R (Вт). Если переменную $de' = RT ds$ принять за общее количество энергии, поступающее в результате темпорального процесса извне, то слагаемое $du = c_2 R dT$ можно рассматривать как часть энергии, идущую на аккумуляцию, а слагаемое $dl = 5,671 q dm$ – как полезную работу. Величина u является функцией состояния, непосредственно связанной с функцией T , характеризующей модель пространства состояний. В случае, если в организме отсутствует аккумуляция энергии (или расходование накопленной энергии), то вся поступающая энергия будет идти на совершение работы.

Так как предполагается однозначная связь между величинами θ и T , то для процесса $\theta = const$ справедливо, что и $T = const$. Для процесса, отличающегося постоянным значением величины T , уравнение (8.11) будет иметь вид $T ds = 5,671(q/R) dm$. Отсюда изменение энергии (Вт) может быть выражено в виде $de' = RT ds$, а изменение работы (Вт) – $dl = \alpha q dm$. Величину $\alpha = 5,671$ можно считать коэффициентом эквивалентности между различными формами передачи энергии в рассмотренных биоэнергетических процессах.

Таким образом, также, как и в термодинамике рабочих циклов, энергетический цикл, состоящий из двух адиабат и двух изомер, определяющих изменение состояний, будет иметь максимальную полезную работу.

Для процесса $T=const$ согласно (8.11) и $T = m q/R$ получим $de' = RT dm/m$ откуда:

$$e_k - e_n = \alpha RT \ln(m_n/m_k). \quad (8.13)$$

Используя зависимости (8.12) и (8.13), по аналогии с известным выводом [66, стр. 53 – 54] для цикла 1-2-3-4, изображенного на рисунке 8.4, б, получим выражение для к.п.д. энергетического цикла Карно:

$$к.п.д. = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{T_a - T_s}{T_a}. \quad (8.14)$$

Здесь условно принято, что в состоянии максимальной активности (максимальный обмен, q_m) $T_2 = T_a$, а в состоянии покоя (стандартный

обмен, q_s) $T_1 = T_s$. Отметим, что факт о наблюдаемости у биоорганизмов теоретического цикла 1-2-3-4 сегодня экспериментально не изучен.

Таким образом, к.п.д. теоретического цикла, который состоит из двух адиабат и двух изомер и может реализовать максимальную полезную работу, зависит только от значений величины $T = m q / R$ при бодрствовании и покое, соответственно (T_a и T_s). При этом к.п.д. любого реального энергетического цикла биообъекта всегда меньше к.п.д. данного теоретического цикла.

Оценим теоретически возможное значение к.п.д. энергетических циклов для различных биологических видов. Известно, что величина максимального обмена q_m определяется уровнем стандартного обмена q_s , а отношение этих величин является универсальной константой (так называемый метаболический диапазон), одинаковой для различных основных групп животных $(q_m / q_s) = D_m = const$. Согласно данным [61] метаболический диапазон для всех животных равен $D_m = 9,6 \pm 0,3$. В свою очередь, данные по потреблению пищи животными существенно отличаются у различных авторов. Поэтому к.п.д. энергетических циклов биологических организмов можно получить только в виде приближенных оценочных значений.

Например, по оценкам разнообразное количество пищи, потребляемое человеком весом 70 кг, составляет 2 – 2,5 кг в сутки, а удельная интенсивность метаболизма 1,3 – 1,6 Вт/кг. В состоянии покоя интенсивность метаболизма человека составляет 97 – 110 Вт, а при активной физической нагрузке достигает 800 – 1200 Вт. Отсюда значение к.п.д. с учетом (8.14) составит 0,85 – 0,90.

Результаты оценок к.п.д. для некоторых позвоночных животных приведены в таблице 8.4.

Из таблицы следует, что для позвоночных животных к.п.д. теоретического цикла с максимально возможной работой имеет достаточно высокое значение. Также видно, что чем меньше вес животного, тем выше значение данного коэффициента. Коэффициент полезного действия существенно зависит от значения интенсивности метаболизма в активном состоянии по отношению к состоянию стандартного обмена.

Например, для человека при умеренной физической нагрузке (спокойная ходьба, интенсивность метаболизма 300 – 400 Вт) значение теоретического к.п.д. составит 0,75, а при высокой нагрузке – 0,90.

Таблица 8.4. – Значения теоретически возможного к.п.д биоэнергетических циклов для биологических видов

№, п\п	Название животных	К.п.д. цикла
1	Американский аллигатор	0,90 – 0,91
2	Зеленая ящерица	0,90 – 0,91
3	Лесная лягушка	0,91 – 0,92
4	Каллиопский колибри	0,94 – 0,96
5	Стриж	0,92 – 0,93
6	Западная чайка	0,91 – 0,92
7	Белый голубь	0,91 – 0,92
8	Европейский скворец	0,91 – 0,92
9	Домашняя канарейка	0,92 – 0,93
10	Короткохвостая землеройка	0,95 – 0,97
11	Домовая мышь	0,91 – 0,92
12	Полевка	0,94 – 0,95
13	Серая крыса	0,90 – 0,91
14	Антилопа кана	0,89 – 0,90
15	Рыжая лиса	0,90 – 0,91
1	Лев	0,90 – 0,91
17	Тигр	0,90 – 0,91
18	Азиатский слон	0,90 – 0,91
19	Человек	0,85 – 0,90

Поэтому для дальнейшего изучения на макроуровне энергообмена организма, исходя из анализа реальных циклов, необходимы данные об изменениях состояний биообъектов в различных процессах. Важным является также проверка гипотезы, связанной с логическим обобщением уравнения (8.9), которое получено при обработке данных для множества видов, на отдельные биологические организмы и их состояния в различных процессах жизнедеятельности.

В заключение, отметим, что в биологических системах, по аналогии с термодинамикой, могут существовать как прямые, так и обратные циклы.

На рисунке 8.4, б представлен прямой биоэнергетический цикл животных, связанный с потреблением организмом массы пищи для производства энергии. Обратный биоэнергетический цикл потребления организмом высококачественной энергии для производства биомассы будет, скорее всего, наблюдаться у растений.

Таким образом, применение феноменологических и термодинамических методов анализа данных наблюдений по отношению к множеству биологических объектов позволяет подойти к решению проблемы исследования биоэнергетических циклов на макроуровне и обосновать некоторые представления о темпоральной сущности биологической жизни. Особенностью предлагаемого подхода является отказ от использования понятия температуры как комплексной характеристики энергетических процессов в биологии. Это дает возможность предложить альтернативные величины в виде различных эмпирических мер для характеристики состояний объектов. Выбор таких мер на практике определяется рациональными соображениями и фактом построения оптимальной феноменологической модели.

При моделировании специфическое сходство между объектами живой и неживой природы связано с темпоральной сущностью процессов изменения состояний объектов. При этом единственно возможной формой существования биологического организма является темпоральный процесс некоторого непрерывного цикла изменения его состояния. Именно это позволяет получать работу в виде полезных форм передачи энергии для обеспечения функционирования организма на протяжении всей его жизни. Описание таких процессов жизнедеятельности должно основываться на феноменологических закономерностях, свойственных биологическим системам, причем основные закономерности будут непосредственно связаны с феноменом времени.

8.2 Метод системодинамики и токсикология

В качестве иллюстрации возможностей системодинамики уделим внимание прикладной задаче – разработке теоретических моделей в области токсикологии, которая является достаточно далекой от точных наук областью знания. В данном разделе несколько отойдем от принятого ранее изложения и больше будем использовать логические принципы и методы термодинамики. Это не связано с простым переносом положений из одной области знаний в другую. Речь идет о структурно-логических принципах построения моделей, принятых в термодинамике, и возможности применения этих принципов в токсикологии.

Есть веские причины того, почему для иллюстрации метода системодинамики выбрана такая область знания как токсикология. С одной стороны, этой науке свойственна развитая феноменология, которая отличается наличием опытных данных, позволяющих получать закономерности на эмпирическом уровне. С другой стороны – это наглядность применения метода в специфической области научных исследований.

Есть еще несколько причин. Во-первых, хотя термодинамика и токсикология – это очень далекие друг от друга науки, но они имеют одно общее – громадный экспериментальный материал в области анализа свойств веществ, накопленный в процессе проведения экспериментов. В этих науках эмпирическая база формируется непосредственно исследователями, а не пассивно отслеживается во времени. Во-вторых, эксперимент в токсикологии – это работа с живыми объектами, в исследованиях преимущественно используются методы биологии, химии и медицины. В-третьих, в токсикологии основной параметр состояния любой системы – это время. Эта наука оперирует различными сложными событиями (воздействие, негативный эффект, острое и хроническое заболевание, смерть и т.д.), что пока невозможно во многих точных науках. И последнее: токсикология – это одна из тех немногих наук, методология которой основана на непосредственной оценке вероятностей событий в опыте. Однако, за это знание заплачено миллионами жизней животных при проведении токсикологических экспериментов.

Предмет токсикологии

Современная токсикология является широкой и многогранной областью человеческих знаний. В настоящее время известно около 10 миллионов химических соединений, среди которых более 60 тысяч широко используются в быту, медицине и хозяйственной деятельности. Обширный человеческий опыт в этой области указывает на тот факт, что при воздействии на биологический организм практически любое вещество, в зависимости от его количества, может быть нейтральным, полезным или вредным. Считается что токсикология – это наука о токсичности – свойстве, присущем практически всем веществам окружающего мира. В своем самом простом определении токсикология характеризуется как наука о ядах (греч. *toxicon* – яд, *logos* – наука). В медицинской энциклопедии дается более емкое определение, токсикология – наука, изучающая физические и химические свойства ядов, механизмы их токсического действия на организм и разрабатывающая методы диагностики, лечения и профилактики отравлений.

В основу базовых понятий токсикологии положено свойство токсичности веществ, которое представляет собой способность вещества при его воздействии на биологический организм вызывать негативные последствия различной степени тяжести (токсические эффекты, заболевания, повреждения, гибель). Токсичность проявляется и может быть изучена только в процессе воздействия вещества на биологические системы разной степени организации (клетки, органы, организмы, популяции и т.д.). Формирование и развитие реакций биосистемы на токсическое действие вещества называется токсическим процессом. Теоретически не существует веществ, лишенных токсичности.

Исходя из этого, часто предмет токсикологии представляют как учение о токсичности и токсических процессах. Механизмы формирования и развития токсических процессов, их качественные и количественные характеристики определяются в основном химическим строением вещества и воздействующей дозой этого вещества.

Внешние, регистрируемые признаки изменения параметров и характеристик биообъекта при развитии токсического процесса называются у специалистов проявлениями (негативными эффектами, неблагоприятными последствиями, опасными событиями и т.д.).

Проявления токсического процесса могут формироваться на клеточном, органном, организменном и популяционном уровнях организации биологических объектов.

В процессе проведения токсикологических экспериментов и оценки химических воздействий токсические процессы на уровне целостного организма разделяют на процессы, развивающиеся по пороговому и беспороговому принципу. В первом случае, при действии веществ в дозах, ниже определенных безопасных уровней (порога действия), токсический процесс не развивается. Однако в области выше порога действия наблюдается выраженная закономерность – чем больше доза, тем более значительны проявления токсического процесса. Во втором случае негативные эффекты, которые носят вероятностный характер, могут возникать при любой дозе вредного вещества (даже крайне малой).

В зависимости от продолжительности взаимодействия химического вещества и организма токсические проявления (отравления, интоксикации) могут быть острыми, подострыми и хроническими.

Острыми называются интоксикации (отравления), которые развиваются в результате однократного или повторного действия значительных количеств опасных веществ. Действие вещества длится в течении небольшого промежутка времени (как правило, от нескольких минут до нескольких суток). *Подострой* называется интоксикация, развивающаяся в результате непрерывного или периодического действия средних количеств веществ продолжительностью до 90 суток. *Хронической* называется интоксикация, которая развивается в результате продолжительного действия небольших количеств веществ. При хронической интоксикации воздействие может продолжаться в течение нескольких лет или существовать длительный период, соизмеримый с продолжительностью жизни биологического объекта.

В зависимости от интенсивности воздействия токсический процесс может приводить к отравлениям различной степени тяжести. Тяжелое отравление – это угрожающее для жизни объекта состояние. В процессе острых интоксикаций у биообъектов могут наблюдаться смертельные отравления (смертельные эффекты). Отравление средней степени тяжести – это интоксикация, при которой возможно развитие осложнений и

болезней, необратимые повреждения органов и систем организма и т.д. Легкие отравления – это интоксикации, которые заканчиваются выздоровлением. Существуют также и другие формы токсического процесса – транзиторные токсические реакции, аллобиотические состояния, генетические поражения и т.д. Говорят, что вещества, которые приводят к образованию специфических эффектов, обладают аллергенным, эмбриотропным, мутагенным, канцерогенным и другим действием [41, 42, 73, 84, 100].

Основные задачи токсикологии решаются в ходе экспериментальных исследований на животных, в процессе лечения отравлений человека или путем проведения эпидемиологических исследований. На основе полученных данных устанавливаются критерии вредности токсических веществ, обосновываются и разрабатываются предельно допустимые концентрации, референтные уровни и другие безопасные параметры воздействия токсикантов, обеспечивается решение практических задач.

В своей основе токсикология является преимущественно экспериментальной наукой. Обычно общие закономерности протекания токсических процессов и взаимодействия химических веществ и биологических систем изучаются путем проведения экспериментов на животных, с последующей экстраполяцией данных с животных на человека. Многие опытные данные получены за счет осуществления эпидемиологических исследований, которые проводятся среди профессиональных групп работников и населения, а также клинических исследований острых и хронических отравлений человека и возникающих при этом болезней.

Краткие сведения из токсикометрии

Задачи исследований токсикометрии связаны с оценкой токсичности химических веществ и установлением количественных характеристик причинно-следственных связей между фактом воздействия токсиканта и развитием различных форм токсического процесса. Классификация токсикантов охватывает несколько рубрик, в которые входят тысячи веществ. По происхождению токсиканты разделяют на естественные вещества (биологические яды, неорганические и органические вещества) и синтетические соединения. По условиям воздействия выделяют

загрязнители окружающей среды, загрязнители производственной среды, бытовые токсиканты, поражающие вещества (боевые отравляющие вещества, специальные агенты) и т.д. По способам использования химических веществ человеком – вещества, применяемые в промышленности, пестициды, лекарства, топлива и масла, растворители и красители, побочные продукты и отходы и т.д. По опасности воздействия вещества делят на четыре класса: чрезвычайно опасные, высокоопасные, умеренно опасные и малоопасные. В токсикологии, как и в любой экспериментальной науке, очень много способов классификации веществ, которые приводятся различными авторами.

Сегодня среди токсикантов биологического происхождения изучено несколько сотен веществ. В основном это растительные и животные яды, а также бактериальные токсины. Среди распространенных неорганических веществ наибольшую опасность представляют металлы и их соединения (ртуть, кадмий, хром, свинец и т.д.), а также газообразные вещества (оксид углерода, сероводород, оксиды азота и серы, озон и т.д.). Токсические органические соединения образуются при неполном сгорании топлива, фотохимических реакциях в атмосфере, промышленной и сельскохозяйственной деятельности, работе транспорта и т.д. К ним относятся присутствующие в окружающей среде вещества: бенз(а)пирен, формальдегид, бензол, толуол и т.д. Классы органических растворителей, лекарств, пищевых добавок включают десятки тысяч изученных веществ. В связи с бурным ростом производства новых веществ, список неизученных соединений постоянно расширяется несмотря на то, что множество лабораторий по всему миру работают над изучением опасности веществ.

Каждое вещество может отличаться широким спектром проявлений токсического процесса и его показателями:

- особенностями воздействия, присущими каждому биологическому объекту (при действии на человека, животных или растения) и спецификой действия, связанной с видовыми, межвидовыми и возрастными особенностями;
- видом и спецификой наиболее характерного токсикологического воздействия (общетоксическое, раздражающее, канцерогенное,

бластмогенное, мутагенное, нейропаралитическое, эмбриотропное, наркотическое, аллергенное, гонадотропное и т.д.);

- количественными показателями и характеристиками токсичности при действии на биообъект, имеющими обычно явно выраженный вероятностный характер;
- особенностями проявлений токсического процесса на клеточном, органном, организменном, популяционном уровне и т.д.

Если учесть существенную неопределенность и вероятностный характер данных, получаемых в токсикологических экспериментах, то становится понятной вся сложность токсикологии как эмпирической науки. Указанные выше факторы определяют высокую трудоемкость, значительную продолжительность и стоимость токсикологических экспериментов по определению показателей токсичности веществ.

Токсикологические эксперименты в токсикометрии чаще всего направлены на установление количественных характеристик зависимости «доза-эффект», которая представляет собой связь между дозой и степенью выраженности того или иного эффекта при токсическом воздействии. Изучение зависимости «доза-эффект» служит основой для установления показателей токсичности веществ. Спектр проявлений токсического процесса определяется строением опасного вещества, а выраженность развивающегося эффекта является функцией количества действующего токсиканта. Для характеристики количества вещества, действующего на биологический объект, используют понятие дозы. *Доза* – это основная мера экспозиции, которая характеризует количество химического вещества, воздействующее на организм. В подавляющем большинстве случаев в экспериментах регистрируется общая закономерность – с увеличением дозы увеличивается степень повреждения биообъекта. Единица измерения дозы – мг/кг, т.е. при расчете дозы количество воздействующего вещества относят к весу биологического объекта. Например, лабораторной белой мышке весом 100 г введено в желудок вещество в количестве 2 мг. Это означает, что животное получило дозу в размере 20 мг/кг. В случае, если изучается токсическое воздействие на условно одинаковые биообъекты при определенном времени действия токсиканта, то оценка опасности веществ может проводиться на основе

определения концентраций веществ в окружающей среде (например, это распространено при ингаляционных воздействиях).

В зависимости от степени воздействия вещества формы проявления токсического процесса могут быть различными, как по специфике, так и по тяжести эффектов [73]. Для примера характеристики токсического процесса для человека при загрязнении атмосферного воздуха формальдегидом приведены в таблице 8.5.

Таблица 8.5. – Зависимость между концентрацией формальдегида во вдыхаемом воздухе и выраженностью токсического процесса

Концентрация		Клинические проявления
см ³ /м ³ – ppm	мг/м ³	
0,01 – 0,05	0,012 – 0,06	Раздражение глаз
0,05 – 1,00	0,06 – 1,23	Непереносимый запах
1,00 – 3,00	1,23 – 3,69	Раздражение верхних дыхательных путей
3,00 – 10,0	3,69 – 12,3	Сильное раздражение слизистой дыхательных путей
10,0 – 30,0	12,3 – 36,9	Раздражение глубоких дыхательных путей
30,0 – 100,0	36,9 – 122,9	Воспалительный процесс в легких, токсический отек

Оценка зависимости «доза-эффект» осуществляется на основе проведения специальных экспериментов, методики которых стандартизованы [42, 84]. Изучение токсичности веществ проводится в остром опыте на животных путем однократного или кратковременного поступления химического соединения естественным путем – вдыхание с воздухом, введение в желудок или нанесение на кожу, а в хроническом опыте – путем длительного воздействия вещества на объект исследования (время воздействия до 3 – 4 месяцев). Для экспериментов животных особым образом отбирают. В зависимости от задач исследования это могут быть мыши, крысы, кролики, морские свинки и т.д. Обычно используются животные одного пола, возраста и веса, содержащиеся на определенной диете и при стандартизованных условиях окружающей среды. Группы животных для опытов формируют методом случайных выборок. В процессе опыта изучают целый ряд показателей организма, позволяющих судить об интенсивности воздействия. В остром и хроническом опыте периодически во времени оценивается количество объектов, у которых возникают устойчивые негативные эффекты определенной степени

тяжести. При этом могут рассматриваются следующие категории тяжести эффекта: «нет эффекта», «слабый эффект», «умеренный эффект», «выраженный эффект». С увеличением дозы увеличивается часть животных в изучаемых группах, у которых выражено развился оцениваемый эффект. В летальном опыте основной критерий воздействия – смерть животного (смертельный эффект). Краткая методика эксперимента и обработки данных на примере изучения ингаляционных воздействий приведены в разделе 5.2 (зависимости (5.1) – (5.3)).

Вероятностную оценку проводят по частоте возникновения тех или иных событий, которые и являются опытным фактом возникновения того или иного эффекта [42]. Для определения вероятности (частоты) эффектов применяют уравнение (5.1). Оценка функционального состояния организма проводится не менее чем по 4–6 интегральным и 3–4 специфическим показателям, то есть установление факта появления события (наличие повреждения, заболевания, последствий и т.д.) основывается на методах комплексной оценки. Это связано с тем, что сложное событие, связанное с заболеванием или неявным повреждением, не всегда можно абсолютно достоверно констатировать. Поэтому результаты экспериментов в исследуемой группе всегда сравнивают с результатами в контрольной группе, где воздействие отсутствует. Для обоснованности выводов используют статистические критерии: изменения в испытываемой группе достоверно отличаются от контрольной группы ($p < 0,05$) и выходят за пределы статистически не значимых изменений. Совокупность принципов и методических приемов для принятия решения об отклонении показателей от нормы позволяет дифференцированно подходить к обоснованию критериев вредности воздействия [42, 73, 84, 100].

На основе полученных данных проводится вероятностная оценка зависимости «доза-эффект», которая представляет собой кумулятивную кривую относительных частот, где процент животных с положительной ответной реакцией на воздействие является функцией дозы (или функцией концентрации и времени действия вещества).

В общем виде зависимость «доза-эффект» в полулогарифмических координатах (логарифм дозы – процент эффекта в группе) имеет вид S-

образной кривой. Левая ветвь этой кривой стремится к нулю или совмещается с абсциссой в точке, соответствующей нулевому эффекту; правая ветвь ограничена асимптотой в 100% (рис. 8.6). Основным параметром зависимости «доза-эффект» для определенного токсиканта и биообъекта является величина среднеэффективной дозы (концентрации), обозначаемая $ED_{50}(EC_{50})$. Согласно определению ED_{50} – это такая доза (концентрация) вещества, при действии которой на объект развивается эффект, равный 50% от максимально возможного эффекта (или у 50% особей). Доза (концентрация), вызывающая 50-ти процентную гибель подопытных животных в частном случае обозначается как $DL_{50}(CL_{50})$.

Чаще всего график зависимости «доза-эффект» представляет собой кривую логарифмически-нормального распределения, симметричную относительно средней точки (рис. 8.6). Выделяют ряд характеристик этой кривой [73].

1. Средняя точка кривой (значение 50% эффекта, ED_{50}) является наиболее точной количественной характеристикой токсичности, поскольку значение 95% доверительного интервала здесь минимально.

2. Чувствительность большинства животных в популяции близка к значению ED_{50} . Небольшая часть популяции в левой части кривой реагирует на малые дозы токсиканта – это группа сверхчувствительных особей. Другая часть популяции в правой части кривой реагирует лишь на большие дозы токсиканта – это группа малочувствительных особей.

3. Наклон кривой «доза-эффект» (особенно вблизи среднего значения) характеризует разброс доз, вызывающих эффект, и определяет то, как изменяется реакция популяции с изменением дозы. Крутой наклон указывает на то, что большая часть популяции реагирует примерно одинаково в узком диапазоне доз. Пологий наклон свидетельствует о существенных различиях в чувствительности особей к токсиканту. Опасные вещества имеют высокую крутизну зависимости «доза-эффект».

Параметры зависимости «доза-эффект» позволяют оценить максимально недействующую дозу (концентрацию) токсиканта, согласно известной методики, которую разработал Годдам [73].

График зависимости строится в координатах «логарифм дозы – выраженность эффекта».

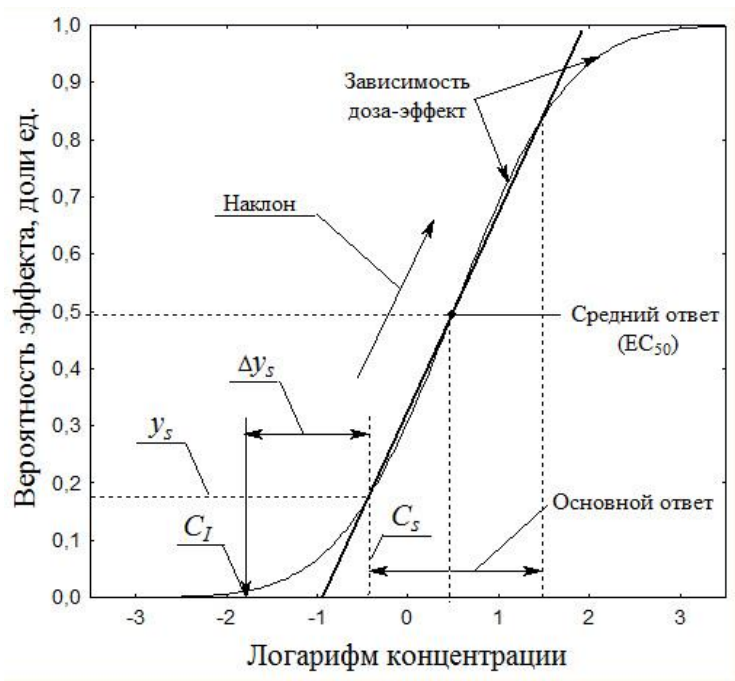


Рис. 8.6 – Типичная кривая зависимости «доза-эффект» для группы исследуемых животных

На полученной S-образной кривой выделяют участок, в пределах которого зависимость имеет линейный характер. Находят крутизну этой прямой (b) по отношению к оси абсцисс и определяют пороговый эффект (y_s) и безопасную дозу (D_I) или концентрацию (C_I):

$$y_s = t \delta; \quad \log(C_I) = \log(C_s) - \Delta y_s; \quad \Delta y_s = 6 \frac{\delta}{b}, \quad (8.15)$$

где t – коэффициент Стьюдента; δ – величина стандартного отклонения, определяемая из опыта. Максимально недействующую дозу (МНД) или максимально недействующую концентрацию (МНК) принимают равной значению безопасного уровня $D_I(C_I)$. Дозу (концентрацию) $D_s(C_s)$ определяют по значению величины y_s [42, 73].

Кроме указанных выше параметров зависимости «доза-эффект» существует также ряд показателей, позволяющих оценить токсичность веществ. В таблице 8.6 приведены основные показатели токсичности, применяемые при оценке опасности в случае ингаляционных воздействий, а в таблице 8.7 даны их значения для некоторых веществ. Химические загрязнители атмосферного воздуха по общетоксическому действию подразделяются на 4 класса опасности: I – чрезвычайно опасные; II – высокоопасные; III – умеренно опасные; IV – малоопасные.

Таблица 8.6. – Параметры токсикометрии, используемые для установления опасности химических загрязнителей атмосферного воздуха

Показатели токсикометрии	Обозначение	Количественные критерии для класса опасности			
		I	II	III	IV
Средняя смертельная концентрация, мг/м ³	CL_{50}	< 500	500 – 5000	5001 – 50000	> 50000
Средняя смертельная доза, мг/кг	DL_{50}	< 15	15 – 150	151 – 1500	> 1500
Зона острого действия	Z_{ac}	< 6	6 – 18	18,1 – 54	> 54
Зона хронического действия	Z_{ch}	> 625	625 – 126	125 – 25	< 25
Зона биологического действия	Z_{biol}	> 50000	50000 – 5001	5000 – 500	< 500
Зона специфического действия	Z_{sp}	> 9	9 – 3,1	3 – 1,0	< 1,0
Значение наименьшей величины порога хронического действия, мг/м ³	Lim_{ch}	< 0,01	0,01 – 0,1	0,11 – 1,0	> 1,0
Значение максимально недействующей или минимально неэффективной концентрации (с учетом спонтанного фона), мг/м ³	MHK	< 0,001	0,001 – 0,01	0,011 – 0,5	> 0,5

При ингаляционных воздействиях веществ для оценки потенциальной опасности применяют различные показатели, например, величины $DL_{16}(CL_{16})$ и $DL_{84}(CL_{84})$, позволяющие определять диапазоны опасных доз при 16% и 84% вероятности эффекта; отношение CL_{16}/CL_{84} , характеризующее наклон зависимости «доза-эффект»; зоны острого, хронического, биологического и специфического действия, которые определяются в соответствии со следующими формулами:

$$Z_{ac} = \frac{CL_{50}}{Lim_{ac}}; Z_{ch} = \frac{Lim_{ac}}{Lim_{ch}}; Z_{biol} = \frac{CL_{50}}{Lim_{ch}}; Z_{sp} = \frac{Lim_{inf}}{Lim_{sp}}. \quad (8.16)$$

Таблица 8.7. – Показатели токсичности некоторых опасных веществ

Вещество	Показатели токсичности опасных веществ при ингаляционных воздействиях на мышей							
	CL_{50} мг/л	Lim_{ac} мг/л	Lim_{ch} мг/л	MHK мг/м ³	Z_{ac}	Z_{ch}	$KBIO_{CL}$	$KBIO_{ch}$
Диоксан	43,0	0,5	0,1	0,42	86,0	5	3,1	1 398
Толуол	32,0	0,7	0,05	2,7	49,0	13	3,0	2 398
Сероуглерод	1,26	0,02	0,014	0,03	10,0	--	126	--
Озон	0,003	0,001	0,0008	0,23	28,0	1,2	685700	2 399 875
Бензол	45,0	1,1	0,02	0,6	40,9	55	8,8	19 900
Фуран	2,30	0,1	0,004	0,06	23,0	20	560	450 000
Этиленамин	0,40	0,01	0,0004	0,0075	40,0	--	935	935 500
Хлорбензил	0,39	0,1	0,001	0,375	3,9	100	17,7	6 900

КВИО – коэффициент возможности ингаляционного отравления (острого смертельного – $KBIO_{CL}$, хронического отравления – $KBIO_{ch}$) и т.д. [100].

Эмпирические закономерности в токсикологии

Конечная цель установления зависимости «доза-эффект» состоит в определении уровня доз, при которых появляются неблагоприятные эффекты различной степени тяжести от действия токсиканта на организм. Однако в токсикологии часто отсутствует исчерпывающая информация о зависимости «доза-эффект» на всей области определения значений опасных параметров даже для достаточно известных веществ. Это связано, в первую очередь, с неопределенностью токсикологических данных. Причины и механизмы появления неопределенности объясняются многими факторами. Основными из них являются: огромное количество токсикантов и разная степень их изученности; отсутствие в ряде случаев достоверных экспериментальных данных (например, при смертельных эффектах у человека); вариабельность свойств изучаемого биологического объекта и условий окружающей среды; выраженный вероятностный характер опытных данных; видовые, межвидовые и популяционные отличия; практическая необходимость экстраполяции данных (например, распространение выводов на иные, нежели в экспериментах, условия и объекты); неопределенность выводов при оценке воздействий;

необходимость комплексных оценок при выявлении неблагоприятных эффектов и т.д. Поэтому в литературе имеется доступная информация о наиболее важных точках, областях или параметрах зависимости «доза-эффект» только для наиболее изученных веществ.

Ученые признают, что в основе высокой степени неопределенности результатов лежит скудность наших знаний в области токсикологии, несовершенство методологии определения токсичности и недостаточно полное исследование общих законов этой науки. Сегодня в методологии токсикологии отсутствует теория, построенная на математическом аппарате, которая позволяла бы обобщать эмпирические данные. В свое время такая же ситуация наблюдалась и в термодинамике. И по мере накопления данных термодинамических экспериментов и развития теории произошло качественное изменение методологии.

Накопленный в токсикологии объем опытных данных создает условия для обобщения информации и возможности развития математической теории. Ниже приводится один из возможных способов создания такой теории, основанный на методе системодинамики. Однако только эксперимент и практика могут подтвердить эффективность теории и возможность ее принятия научной общественностью.

Перед тем как перейти к развитию математических методов в токсикологии, обобщим основные эмпирические закономерности, которые имеются в этой науке и необходимы будут в дальнейшем.

По аналогии с разделом 6.2, вначале определим содержание основных элементов понятийно-категорийного аппарата, который будет использоваться для формализации в процессе построения моделей. В простейшем варианте токсикология, как и другие науки в области безопасности систем, оперирует сложными системами, в которые входит опасная окружающая среда и биологический объект, находящийся под воздействием этой среды. Длительное или интенсивное действие опасной среды обычно приводит к необратимым последствиям у объекта. Одним из таких опасных факторов среды может быть наличие токсиканта, который поступает в живой организм. В данном случае опасная среда воздействует на объект через опасные факторы, в связи с чем у него появляются негативные эффекты и последствия в виде различных проявлений

токсического процесса: повреждений, нарушений, заболеваний, смерти. Эти эффекты и последствия регистрируются в виде неблагоприятных событий определенной частоты. Используем далее следующие определения и результаты, которые возьмем из работ [2, 12].

Окружающая среда – совокупность химических, физических, биологических и других условий, в которых находится биологический объект.

Опасный фактор – химические, физические и биологические компоненты и условия окружающей среды, обладающие опасными свойствами и способные вызвать негативные эффекты и последствия у объектов воздействия при реализации опасности.

Объект воздействия – биологические (живые) объекты, на которые воздействует опасный фактор окружающей среды.

Воздействие – действие опасного фактора окружающей среды на уровне, создающем внешне регистрируемые негативные эффекты и последствия у объектов воздействия.

Таким образом, опасность окружающей среды реализуется через опасный фактор, который обладает определенными вредными для биообъекта свойствами и может характеризоваться несколькими параметрами. Исходя из вышесказанного, сформулируем для нашего случая понятие опасной системы в следующем виде.

Опасная система – концептуальная совокупность окружающей среды, формирующей опасность, и объекта воздействия, находящегося под действием опасных факторов среды, которые с течением времени обеспечивают при воздействии появление у данного объекта негативных эффектов и последствий в виде неблагоприятных событий.

В общей теории систем, в отличие от термодинамики, принято, что состояния сложных систем определяются целым набором свойств, характеризующихся параметрами, которые в свою очередь динамически меняются во времени, поддерживая тем самым устойчивое состояние гомеостаза. Это наблюдение имеет непосредственное отношение к биологическим системам. Динамика гомеостаза в принципе не предполагает возможность существования равновесных состояний. Известно, что гомеостаз представляет собой устойчивое динамическое

равновесие, или, иначе, динамически относительное постоянство состава и свойств системы. В этом уже видно существенное концептуальное отличие рассматриваемых нами сложных систем от термодинамических систем.

Под действием опасного фактора окружающей среды свойства объекта могут обладать трендом – изменяться во времени в сторону формирования у него различных проявлений токсического процесса. Возникновение негативных эффектов и последствий у биологического объекта в виде неблагоприятных событий характеризуется определенной вероятностью, которая в общем случае называется риском. Применительно к рассматриваемому случаю дадим следующее определение риска.

Риск – вероятность существования особых (опасных) состояний системы, при которых у объекта воздействия под действием опасного фактора среды возникают устойчивые негативные эффекты и последствия.

Частота появления соответствующих событий и может быть принята в качестве оценки вероятности существования таких состояний.

Все методики анализа данных в токсикологии построены на возможности получения зависимости «доза-эффект». Чаще всего эту зависимость ищут в виде (5.1) – (5.3) на основе статистической обработки данных токсикологических экспериментов. Методика подобной обработки данных учитывает базовую эмпирическую закономерность, свойственную опасным процессам при воздействии химических веществ, которые имеют логарифмически-нормальное распределение вероятностей неблагоприятных событий:

$$\text{Pr} = \alpha + \beta_{\tau} \ln C + \beta_c \ln \tau = \alpha + \beta_c \ln(C^n \tau), \quad (8.17)$$

где Pr – пробит, C – концентрация (доза), τ – время воздействия опасного вещества, $n = \beta_{\tau} / \beta_c$.

Наиболее статистически значимые результаты токсических воздействий получают в исследованиях при использовании высоких доз токсикантов (острый и подострый опыты). Для достоверного выявления слабых токсических эффектов, связанных с легкими отравлениями токсикантами в малых дозах, необходимо проведение экспериментов на тысячах животных, что часто практически не возможно. Существуют модели экстраполяции данных, полученных в опытах с высокими дозами токсикантов, в область слабых воздействий. Однако в рамках

существующего знания отсутствует возможность экспериментальной верификации этих моделей. В области сильных воздействий имеются адекватные модели в виде уравнений (8.17), хорошо описывающие зависимость «доза-эффект». Например, параметры такой зависимости при воздействиях на человека приведены в таблице 8.8 [81, 101].

Использование зависимости для фактора опасности в виде (8.17) обосновано эмпирической закономерностью, суть которой заключается в том, что произведение концентрации, возведенной в степень, и времени воздействия есть величина постоянная при получении эффекта определенной степени тяжести [81, 84, 101]:

$$C^n \tau = const, \quad (8.18)$$

где n – показатель степени для определенного опасного вещества.

Таблица 8.8. – Параметры зависимости «доза-эффект» (8.17) при летальных поражениях производственного персонала (C – ppm, τ – мин).

Вещество	α	β_c	n
Акролеин	-9,931	2,049	1,00
Акрилонитрил	-29,42	3,008	1,43
Аммиак	-35,90	1,850	2,00
Бензол	-109,8	5,300	2,00
Бром	-9,04	0,920	2,00
Четыреххлористый углерод	-6,290	0,408	2,50
Угарный газ	-37,98	3,700	1,00
Хлор	-8,290	0,920	2,00
Формальдегид	-12,24	1,300	2,00
Соляная кислота	-16,85	2,000	1,00
Цианистоводородная кислота	-29,42	3,008	1,43
Фтористоводородная кислота	-35,87	3,354	1,00
Сероводород	-31,42	3,008	1,43
Бромистый метил	-56,81	5,270	1,00
Метилизоцианат	-5,642	1,637	0,65
Диоксид азота	-13,79	1,400	2,00
Фосген	-19,27	3,686	1,00
Окись пропилена	-7,415	0,509	2,00
Диоксид серы	-15,67	2,100	1,00
Толуол	-6,794	0,408	2,50

Построение зависимостей вида (8.17) при воздействии веществ осуществляется отдельно для каждой категории тяжести эффекта.

Если рассматривать области возникновения хронического, острого несмертельного и смертельного эффектов, где значения времени воздействия и концентрации вещества существенно отличаются, то напрашиваются определенные аналогии с уравнениями состояния в термодинамике. Обычно вся область возможных воздействий, при которых возникают как хронические (слабые), так смертельные (сильные) эффекты, разбивается на зоны, где системе присущи существенные, в данном случае качественные, различия в проявлениях токсического процесса. Все это указывает на то, что в зависимости «доза-эффект» вида (8.17) коэффициенты α , β_τ и β_c , являются переменными величинами, которые зависят от концентрации и времени воздействия опасного вещества, а пробит может определяться по вероятностям возникновения различных событий, отличающихся категорией тяжести эффекта.

В теории безопасности систем при ранжировании опасностей одного класса часто применяется пороговый принцип, определяющий безопасную границу опасного процесса:

$$HI_i = I_i / P_i, \quad (8.19)$$

где P_i – порог (уровень) безопасного воздействия i -того токсиканта, заданный в тех же единицах, что и количественный показатель фактора опасности I_i , например, концентрация.

В свою очередь принято, что многие опасности одного класса обладают свойством аддитивности. При оценке опасностей данные положения позволяют пользоваться различными аддитивными индексами. Обычно, индекс опасности рассчитывается по формуле:

$$HI = \sum_{i=1}^m HI_i. \quad (8.20)$$

Если индексы опасности считают аддитивными величинами, то риски негативных эффектов и последствий находят исходя из основных положений теории вероятностей.

Риски реализации опасности и нанесения ущерба объекту являются вероятностями сложных событий, в связи с чем для их определения используют теоремы сложения и умножения вероятностей событий. За

конкретный период времени риски могут рассматриваться как вероятности совместных зависимых или независимых сложных событий. Риски в различные периоды времени могут определяться как вероятности возникновения несовместных событий. Сложность проблемы состоит в классификации опасных событий на множестве большого количества различных инициирующих событий, которые обусловлены многообразием причинно-следственных связей.

В классическом определении риск представляет собой вероятность реализации сложного опасного события, приведшего к определенному ущербу или негативным последствиям и определяется согласно уравнения:

$$R(j) = \sum_{i=1}^m W_j(I_i) P_j(I_i), \quad (8.21)$$

где $W_j(I_i)$ – условная вероятность нанесения вреда человеку (биосистеме, объекту) в случае реализации опасности величиной I_i при наступлении негативных событий j ; $P_j(I_i)$ – вероятность реализации опасности I_i при наступлении негативных событий j ; m – число возможных опасностей одного класса.

С другой стороны риск, как вероятность реализации сложного события, связан с опасностью, которая может быть измерена или подходящим образом количественно определена, а также со временем, характеризующим длительность воздействия опасного фактора:

$$R = R(I, \tau). \quad (8.22)$$

В определении риска на основе зависимостей (8.21) и (8.22) риск рассматривается как вероятность реализации сложного опасного события, состоящего из более простых событий.

Так как при исследовании опасностей изучается некоторое количество однородных объектов в одинаковых условиях окружающей среды, то оценку вероятностей состояния объектов проводят на основе зависимости (5.1). При этом состояния могут определяться несколькими параметрами, на практике чаще всего не более двух-трех параметров. Каждая точка характеризуется набором определенных значений этих параметров и этой точке устанавливается в соответствие вероятность w некоторого события, определенная эмпирически по опытным данным согласно (5.1). Оценка вероятности w проводится динамически во времени

при выбранных значениях показателя I_i до достижения объектами определенной статистически значимой категории эффекта.

Покажем, что на основе использования приведенных эмпирических закономерностей вида (5.1) – (5.3), (8.17) – (8.22) и математического аппарата системодинамики можно получить целый ряд новых закономерностей общего характера.

Уравнения состояния токсикологических систем

Сегодня в процессе моделирования имеющийся объем количественных знаний о свойствах и закономерностях поведения различных систем часто представляется в форме уравнений состояний вида (6.14). Исходные идеи для построения уравнений состояния могут существенно отличаться даже для одного класса систем, однако практика показывает, что зависимости вида (6.14) могут быть построены во многих случаях. Как отмечалось ранее, в термодинамике известны термические и калорические уравнения состояния, принципы построения которых различны. В токсикологии распространены зависимости «доза–эффект», во многих прикладных науках – различные балансовые и эмпирические уравнения и т.д.

Уравнения состояния могут быть построены исходя из принципа соответственных состояний, о котором упоминалось ранее. Практический опыт показывает, что данный принцип применим к разным классам сложных систем, отличающихся относительной однородностью свойств.

Рассмотрим систему, включающую опасную воздушную среду, которая содержит вредный газ, и объект воздействия – биологические организмы. Будем считать, что теория описания такой системы должна основываться на использовании уравнений состояний.

Введем гипотезу существования менсуры в виде некоторого индекса θ , определяющего уровень опасности при воздействии по комплексу параметров. Будем считать, что величина θ является мерой опасности, заданной в относительных величинах. Далее менсуру θ , ориентируясь на специфику токсикологии, будем называть *индексом опасности* состояния системы.

Проведем некоторые аналогии. Известно, что в термодинамике есть относительная величина – температура, которая является комплексным

параметром термодинамического состояния системы и определяет уровень нагрева тела. Численная величина температуры измеряется с помощью термометров. В свою очередь, если биологический объект поместить в опасную среду, то по истечении определенного времени у него возникают неблагоприятные эффекты, тем опаснее, чем опаснее окружающая среда. В термометрии, если термометр, приводимый в соприкосновение с различными телами, дает одно и тоже показание, то говорят, что эти тела имеют одинаковую температуру. В свою очередь, в токсикометрии опасность среды «измеряют» с помощью особых «термометров» – живых объектов, в качестве которых чаще всего выступают белые мыши и крысы. Последствия негативных воздействий для этих биообъектов можно «градуировать» по неблагоприятным эффектам на основе токсикологических экспериментов. Поэтому, если такой биоиндикатор, помещенный в воздушную среду с различными опасными газами, будет давать одинаковое показание (будет наблюдаться одинаковый неблагоприятный эффект), то можно говорить, что изучаемые среды при заданных параметрах имеют одинаковую опасность. При этом отметим, что понятие эффекта носит в токсикологии комплексный и специфический характер и обычно учитывает целый ряд показателей и характеристик организма, которые отражают негативные последствия. Оценка опасности среды кроме этого носит вероятностный характер, так как неопределенность данных в токсикологии существенно более выражена, чем в термодинамике. В связи с этим процесс «градуировки» шкал опасности будет значительно более сложен, нежели общепринятые процедуры термометрии в термодинамике.

Исходя из сделанного выше пояснения, можно использовать следующую логику оценки уровня опасности окружающей среды. Предположим, что опасность среды измеряется особым видом «термометров», а именно специальным образом стандартизированными живыми объектами – биоиндикаторами, к которым выдвигаются определенные требования (по виду, полу, весу, возрасту и т.д.). Опасность шкалируется по явно выраженным негативным эффектам, которые могут возникать у этих биообъектов при действии опасной среды. Воздействие среды на различные живые объекты оценивается путем установления

относительного соответствия между параметрами среды, состоянием биоиндикаторов и состояниями других живых объектов. При этом в процессе анализа опасности необходимо использовать сравнительную шкалу для измерения параметров состояния опасной системы. Эта шкала является эмпирической, так как должна быть связана с оценкой появления негативных эффектов у биоиндикаторов. Уравнение состояния опасной системы может быть построено в том случае, если оценки опасности по эмпирической шкале для биообъектов однозначно зависят от параметров окружающей среды.

Таким образом, индекс опасности состояния θ также, как и температура, может быть относительной величиной и тоже должен привязываться к определенным опорным точкам или характерным состояниям. Без введения этой величины нельзя связать качественные признаки состояния опасной системы с параметрами окружающей среды на всей области определения воздействий, когда время и концентрация вредного вещества изменяются в широких пределах. Например, при заданных значениях времени воздействия и концентрации опасного вещества, которым соответствует определенное значение θ , может быть получен смертельный эффект с вероятностью 5, 50 и 100%. В другой категории эффекта (например, хроническое воздействие, которое естественно менее опасное, чем смертельное) при тех же значениях θ также можно получить определенные вероятности эффекта, характеризующего уже опасность возникновения хронического заболевания. Причем это будет наблюдаться при иных временах воздействия и концентрациях опасного вещества. Кроме того для живых организмов смертность 50% наблюдается при безопасных значениях концентрации вредного вещества, но при среднем времени жизни биологического объекта данного вида. Поэтому для параметрического описания состояний опасной системы необходимо использовать три параметра, а именно величину времени воздействия τ , концентрацию вредного вещества C и индекс опасности состояния θ . Особо отметим, что для получения универсальной шкалы θ необходимо использовать некоторое характерное и легко констатируемое событие, например, смерть объекта. Поскольку все параметры системы «равноправны» с точки зрения

задания состояния системы, то её поведение будет однозначно определено уравнением состояния вида:

$$f(\tau, C, \theta) = 0. \quad (8.23)$$

Для решения задачи оценки опасности необходимо ввести относительную шкалу, характеризующую опасную окружающую среду, для чего установить соответствие индекса θ и определенных опорных точек. Например, при отсутствии воздействия следует принять $\theta = 0^\circ$ опасности, а для *эталонного* опасного вещества и значений τ и C , при которых наблюдается определенный выраженный эффект, определить $\theta = \theta_0$ градусов опасности. Назовем данную шкалу θ *абсолютной* и будем считать, что индекс θ характеризует уровень опасности окружающей среды, исходя из значений τ и C на всей возможной области изменения этих величин. Все остальные вещества необходимо «привязать» по вызываемым категориям эффектов к шкале индекса θ . Для этого следует использовать *эмпирическую* шкалу опасности φ , построенную с учетом воздействий на живой объект, выступающий в качестве биоиндикатора. Эмпирическая шкала опасности должна градуироваться исходя из соответствия негативным эффектам, которые наблюдаются у биоиндикатора при действии опасной среды. Специфику и меру опасного воздействия веществ в эмпирической шкале φ следует определить по опытным данным, получаемым при использовании определенного вида биоиндикаторов – белых мышей, как наиболее распространенных и изученных экспериментальных животных. Это позволит путем установления соответствия эмпирической шкалы опасности φ и абсолютной шкалы θ , связанной с параметрами окружающей среды, получить уравнение состояния для опасной системы. Будем изучать ингаляционное влияние опасностей на биоиндикаторы для всех возможных случаев воздействий (разных опасных веществ, их различных концентраций и времени действия).

Для анализа экспериментальных данных и построения шкал θ и φ примем в качестве основной опорной точки область 50% смертности мышей при определенном времени действия опасного вещества. В данном случае категория эффекта «смерть объекта» однозначно характеризует переход системы в новое качественное состояние. Таким образом, между

двумя опорными точками: точка A «нет воздействия» ($\tau = \tau_{\min}$ и $C = C_{\min}$) и точка B «50% смертность объектов», возможно построение только линейной эмпирической шкалы. Значение величины θ в точке B при заданных значениях концентрации C_0 и определенном времени воздействия τ_0 определим в 100° опасности по шкале θ , при этом $\theta = \theta_0$. Выбор величин C_0 и τ_0 представляет собой важную задачу в области шкалирования опасности при ингаляционных воздействиях.

Уравнение состояния опасной системы может быть построено разными способами. Например, представим уравнение состояния вида (8.23) поверхностью в декартовой системе координат относительно параметров τ, C, θ . Можно предположить, что эта поверхность, определяемая явным уравнением $\theta = F(\tau, C)$, будет являться линейчатой поверхностью n -мерного порядка [82], так как образуется относительно θ прямолинейными образующими, проходящими через точку A ($\theta = 0, \tau = 0, C = 0$). Уравнение $\theta = F(\tau, C)$ удовлетворяет также условиям:

$$\text{- если } \tau = 0, \text{ то } \theta = 0^\circ \text{ при любых } C; \quad (8.24)$$

$$\text{- если } C = 0, \text{ то } \theta = 0^\circ \text{ при малых значениях } \tau; \quad (8.25)$$

$$\text{- если } \tau = 0 \text{ и } C = 0, \text{ то } \theta = 0^\circ. \quad (8.26)$$

Обобщая все вышеприведенное, а также учитывая условия (8.24) – (8.26) и раскладывая $\theta = F(\tau, C)$ в ряд Тейлора, получим уравнение состояния опасной системы в следующем виде:

$$\theta = F(\tau, C) = B_1 \tau C + B_2 \tau^2 C + B_3 \tau C^2 + B_4 \tau^2 C^2 + \dots, \quad (8.27)$$

где B_i – постоянные коэффициенты. Если ограничиться при малых значениях комплекса $(\tau \cdot C)$ одним членом ряда (8.27), то получим уравнение состояния для оценки опасности в приближенном виде:

$$\tau C = R_i \theta, \quad (8.28)$$

где константа $R_i = 1/B_1$ должна являться индивидуальной токсической постоянной для определенного опасного вещества. Логическим аналогом уравнения (8.28) в термодинамике является уравнение Клапейрона для идеальных газов вида (1.7).

В таблице 8.9 приведены основные параметры, характеризующие опасность веществ в соответствии с данными источника [100].

Таблица 8.9. – Опасность вредных веществ при ингаляционных токсических воздействиях на мышей

Вещество	CL_{50}^{20}	Lim_{ac}	Lim_{ch}	Вещество	CL_{50}^{20}	Lim_{ac}	Lim_{ch}
1,3 хлорбромпропан	7260	410	45	Озон	3	1	0,8
Азота диоксид	900	--	--	Оксид углерода	2250	--	--
Аммиак	4600	--	--	Пентахлорацетон	430	20	3
Ангидрид метакриловой кислоты	440	9,8	2	Пиперидин	6200	20	2
Бензол	45000	1100	20	Сероводород	1200	20	14
Бромацетопропил ацетат	100	7	3	Сероуглерод	1040	1000	13
Бромбензол	21000	250	20	Тиофен	9400	1500	180
Гексахлорацетон	890	20	5	Толуол	32000	700	50
Гидразин	1000	15	1	Триэтиламин	6000	100	50
Диметиламин	100	5	4	Фенол	300	--	--
Диметилацетамид	17300	1230	340	Формальдегид	300	--	--
Диметилформаид	9600	1200	80	Фуран	2300	100	4
Диметилэтанолламин	3240	1200	50	Фурфурол	12220	400	50
Изопропилхлоркарбонат	230	32	9	Хлорангидрид трихлоруксусной кислоты	460	10	0,3
Дитоллиметан	40	6	5	Хлористый бензил	390	100	1
Диэтиламин	5600	600	300	Хлористый метил	5300	230	20
Диэтилхлортиофосфат	700	196	20	Хлористый метилен	63000	1000	250
Диэтилэтанолламин	4880	1100	610	Хлорметилтрихлорсилан	60	10	7
Изопропилнитрит	2740	300	5	Цианамид кальция	369	90	10
Диоксан	43000	500	100	Цианистый бензил	100	7	3
Метилфуран	8290	75	10	Циклопентадиен	1400	5000	350
Моноизопропиламин	1920	10	3	Этиленимин	400	10	0,4

В таблице CL_{50}^{20} – половинная смертельная концентрация для белых мышей при экспозиции 120 мин и температуре 20 °С, мг/л; Lim_{ac} – пороговый уровень острого несмертельного воздействия, мг/л; Lim_{ch} – пороговый уровень хронического воздействия, мг/л.

Если для определения токсической постоянной использовать состояние, соответствующее точке B , то уравнение (8.28) будет иметь вид:

$$\tau C = \frac{\tau_0 C_0}{\theta_0} \theta. \quad (8.29)$$

Так как в уравнении (8.28) принят во внимание только один член ряда (8.27), то соотношение (8.29) приближенно справедливо при малых значениях комплекса $(\tau \cdot C)$ или при $C \rightarrow 0$.

Обратим внимание на основополагающую закономерность в области токсических воздействий на живые организмы. Известно, что при оценке воздействий опасных веществ применяется пороговый принцип, определяющий границу опасного процесса. Для большинства веществ для каждого негативного эффекта опасное или вредное воздействие на живой объект начинает наблюдаться только при достижении определенного минимального значения концентрации вредного вещества. Это значение концентрации и называется пороговым уровнем.

Порог действия применительно к определенному эффекту характеризует переход системы из безопасного в опасное состояние:

$$HC_i = \frac{C_i}{P_i}, \quad (8.30)$$

где P_i – порог (уровень) воздействия для i -того вещества, заданный в тех же единицах, что и концентрация C_i , который характеризует границу области определения заданной категории эффекта (порог хронического действия, порог смертельного действия и т.д.). При возникновении опасного воздействия данной категории эффекта $HC_i > 1$.

В общем случае пороги вредных воздействий связаны со временем действия веществ. Они характерны для всех категорий эффектов (смертельный, острый, хронический), однако существует порог, при котором воздействие на живой объект на всем протяжении жизни не является опасным. Это так называемый безопасный уровень, который для опытных животных представляет собой максимально неэффективную концентрацию (*МНК*), определяемую в хроническом эксперименте. Эта величина может быть приближенно оценена по методике [42] с использованием данных о значениях предельно допустимых концентраций.

Таким образом, следует важный вывод, заключающийся в том, что воздействие на живой объект в течении всей жизни абсолютно не зависит от вида вещества при условии, что его концентрация меньше самого малого значения *МНК* среди всех изученных вредных веществ.

Следовательно, в пределе уравнение (8.28) для всего периода жизни живого объекта имеет вид:

$$\lim_{C \rightarrow 0} (\tau C) = R_i \theta. \quad (8.31)$$

Таким образом, опорную точку B необходимо «увязать» с состоянием, определяемым параметрами $\tau = \tau_0$ и $C = C_0$, для которого наблюдается 50% смертность мышей от старости при достижении средней продолжительности жизни.

Будем считать, что в точке B опасность по шкале φ определена в 100 градусов, аналогично по шкале θ для данной точки $\theta = \theta_0$. За величину τ_0 примем среднее время жизни биологического вида, которое для самцов мышей составляет 24 месяца, а значение C_0 определим соответственно равным MHK . В этом случае для определения величины R_i имеем уравнение:

$$\lim_{C \rightarrow 0} (\tau C)_\theta = \lim_{C \rightarrow 0} (\tau C)_B \frac{\theta}{\theta_0}, \quad (8.32)$$

где $(\tau C)_B$ является значением этого произведения в опорной точке B . Из уравнения (8.32) получим, что:

$$R_i = \frac{1}{\theta_0} \lim_{C \rightarrow 0} (\tau C)_B. \quad (8.33)$$

Величина R_i является индивидуальной токсической постоянной, численное значение которой зависит от выбора единиц измерения для концентрации, времени и индекса θ . Принимая для этих величин соответственно единицы измерения $мг/м^3$, мин и градус опасности ($^\circ\Gamma$), получим размерность коэффициента R_i в виде: $(мг\ мин)/(м^3\ ^\circ\Gamma)$.

Таким образом, индивидуальные токсические постоянные могут быть найдены экспериментальным путем при условии установления соответствия между шкалами опасности θ и φ .

Теперь установим соответствие между этими шкалами опасности путем построения линейных шкал, привязанных к линии AB . Учитывая уравнение (8.4) можно записать, что $\varphi = 100 \frac{\rho - \rho_A}{1 - \rho_A}$, где ρ – мера относительных изменений для произвольного состояния; $\rho_A = \frac{(\tau C)_A}{\tau_0 C_0}$.

Для упрощения определим время τ_A равным 120 мин.

Таким образом, имеем две опорные точки с четко заданными

параметрами: точка A «нет воздействия» ($\tau_A = 120$ мин, $C_A = C_0$ и $\varphi = 0^\circ$) и точка B «50% смертность объектов от старости» ($\tau_0 = 1036800$ мин, $C_B = C_0$ и $\varphi = 100^\circ$). С учетом этих данных и уравнения (8.4) получим, что $\varphi = -0,0116 + 100,0116 \rho$, откуда в качестве абсолютного индекса опасности θ принимаем положительную величину равную $\theta = \varphi + 0,0116$. Для состояния, определяемого параметрами τ_0 и $C_0 = MNK$, индекс равен $\theta_0 = 100,0116$ градуса опасности. Малое отличие значений θ и φ в опорной точке B ($\theta \cong \varphi$), связано с тем, что опорная точка A принята очень близко к началу координат ($\tau = 0$, $C = 0$). Поэтому значения измерений по шкалам опасности θ и φ практически будут одинаковы с точностью 1,2%.

Теперь построим универсальную шкалу индекса θ , которая будет характерна для всех вредных веществ. Уравнение (8.28) связывает параметры токсикологической системы для определенного вещества. Поэтому соответствующая шкала индекса должна быть «привязана» как к опорным точкам, так и к виду веществ. Предположим, что имеются два вредных вещества, для которых при низких концентрациях справедливы следующие соотношения:

$$\tau_1 C_1 = R_1 \theta \quad \text{и} \quad \tau_2 C_2 = R_2 \theta.$$

Исходя из этого, для универсальной шкалы θ при одинаковом индексе опасности имеем следующее равенство:

$$\frac{\tau_1 C_1}{(\tau C)_{1B}} = \frac{\tau_2 C_2}{(\tau C)_{2B}} = \frac{\tau_i C_i}{(\tau C)_{iB}} = const. \quad (8.34)$$

Таким образом, шкала индекса θ должна быть также привязана к одному определенно выбранному веществу.

Для нахождения характерного значения $\lim_{C \rightarrow 0} (C \tau)_B$ используем данные для одного из веществ, опасность которого будет условно фиксирована. Для того, чтобы в дальнейшем установить аналогии с термодинамическими свойствами веществ, это должно быть сравнительно известное неорганическое вещество. Примем для этой цели водород фосфористый (PH_3), значение MNK которого достаточно мало по сравнению с другими опасными веществами. В результате этого для фосфористого водорода получим значение токсической постоянной:

$$R_{PH_3} = \frac{1}{100,0116} \lim_{C \rightarrow 0} (\tau C)_B = 62,201 \frac{мг \text{ мин}}{м^3 \text{ } ^\circ Г}.$$

Введем понятие относительной опасности вещества при низких концентрациях $\mu_i = \frac{МНК_i}{МНК_{PH_3}}$ и назовем эту величину токсическим весом вещества. Величина μ_i будет являться в токсикологии своего рода логическим аналогом молекулярного веса вещества в термодинамике.

Токсический вес показывает, во сколько раз при воздействии низких концентраций на протяжении всей жизни объекта данное вещество является менее опасным, чем фосфористый водород.

Из уравнения (8.34) следует, что при одинаковых индексах опасности (θ) и одинаковых концентрациях опасных веществ (C) $\tau/\mu = const$. Это отношение не зависит от вида опасного газа или пара.

Таким образом, индивидуальная токсическая постоянная будет равна $R_i = R_{PH_3} \mu_i$, откуда уравнение (8.28) представится в виде:

$$C \tau = R_i \theta = \mu_i R \theta. \quad (8.35)$$

Здесь R является универсальной токсической постоянной, $R = R_{PH_3}$.

Индивидуальные токсические постоянные R_i , величины μ_i и максимально неэффективные концентрации $МНК$ для различных веществ приведены в таблице 8.10. При этом отметим, что при воздействии на уровне $C=МНК$ и $\tau = \tau_0$ для любых вредных веществ абсолютный индекс опасности системы θ равен $100,012^\circ$ опасности. Это естественно, так как в этом состоянии наблюдается смертность 50% объектов от старости.

Теперь можно определить *идеальную* токсикологическую систему как опасную систему, строго подчиняющуюся уравнению (8.28). При этом вредный газ термодинамически удовлетворяет законам поведения идеального газа, так как выполняется условие $C \rightarrow 0$.

Токсикологические эксперименты проводятся при атмосферном давлении (p_*) и температуре около $20^\circ C$, поэтому, считая опасное вещество при малых концентрациях в атмосферном воздухе идеальным газом, можно записать, что:

$$p_i = C_0 R_{Ti} T, \quad (8.36)$$

где R_{Ti} – индивидуальная газовая постоянная вредного вещества, Дж/(кг °К); p_i – парциальное давление газа, Па; T – абсолютная температура, равная 293,15 °К.

Таблица 8.10. – Характеристика опасности и термодинамические свойства веществ при ингаляционных воздействиях на мышей

Вещество	M_i	R_{Ti}	MHK	μ_i	R_i
1	2	3	4	5	6
1,3-бутадиен	54,1	153,68	3	500	31101
N-метиламин	31,07	267,59	0,18	30	1866,0
Азота диоксид	46,01	180,70	0,24	40	2488,0
Азота оксид	30,01	277,04	0,27	45	2799,0
Акролеин	56,07	148,28	0,18	30	1866,0
Аммиак	17,04	487,91	0,12	20	1244,0
Анилин	93,14	89,263	0,18	30	1866,0
Ацетальдегид	44,06	188,70	0,045	7,5	466,51
Бензол	78,12	106,43	0,6	100	6220,1
Бромбензол	157,01	52,952	0,18	30	1866,0
Водород бромистый	80,91	102,76	0,45	75	4665,1
Водород фосфористый	34,00	244,53	0,006	1,0	62,201
Водород фтористый	20,01	415,49	0,03	5	311,01
Водород цианистый	27,03	307,58	0,06	10	622,01
Диметиламин	45,08	184,43	0,03	5	311,01
Диметилацетамид	87,14	95,410	0,036	6	373,21
Диметилформаид	73,04	113,83	0,18	30	1866,0
Диметилэтанолламин	89,16	93,248	0,18	30	1866,0
Диоксан	88,10	94,370	0,42	70	4354,1
Диоксид серы	64,06	129,78	0,225	37,5	2332,5
Дитоллиметан	196,31	42,352	0,18	30	1866,0
Диэтиламин	73,14	113,67	0,15	25	1555,0
Диэтилхлортиофосфат	204,62	40,631	0,06	10	622,01
Диэтилэтанолламин	117,21	70,933	0,18	30	1866,0
Йод	253,8	32,76	0,18	30	1866,0
Кислота уксусная	60,06	138,43	0,27	45	2799,0
Метилфуран	82,11	101,25	0,09	15	933,02
Моноизопропиламин	31,07	267,59	0,045	7,5	466,51
M-хлоранилин	112,61	73,83	0,075	12,5	777,51
Нафталин	128,18	64,862	0,009	1,5	93,302
Озон	48	173,21	0,225	37,5	2332,5
Оксид углерода	28,01	296,82	9,0	1500	93302
Пиперидин	85,15	97,639	0,075	12,5	777,51

Продолжение таблицы 8.10

1	2	3	4	5	6
П-хлоранилин	112,61	73,83	0,06	10	622,01
Серная кислота	98,08	84,768	0,6	100	6220,1
Сероводород	34,08	243,96	0,048	8	497,61
Сероуглерод	76,13	109,21	0,03	5	311,01
Скипидар			3	500	31101
Спирт н-бутиловый	74,14	112,14	0,45	75	4665,1
Стирол	104,16	79,820	0,012	2	124,40
Толуол	92,14	90,232	2,7	450	27990
Трихлорэтилен	131,53	63,21	4,5	750	46650
Триэтиламин	101,22	82,138	0,63	105	6531,1
Фенол	94,12	88,334	0,018	3	186,60
Формальдегид	30,03	276,86	0,018	3	186,60
Фуран	68,08	122,12	0,06	10	622,01
Фурфурол	96,09	86,523	0,225	37,5	2332,5
Цианистый бензил	117,15	70,969	0,045	7,5	466,51
Циклопентадиен	70,14	118,53	0,3	50	3110,1
Хлор	71,00	117,10	0,18	30	1866,0
Хлорбензол	112,51	73,90	0,45	75	4665,1
Хлористый бензил	126,59	65,677	0,375	62,5	3887,6
Хлороводород	36,46	228,03	1,2	200	12440
Этилацетат	88,12	94,35	0,3	50	3110,1
Этилен	28,06	296,29	13,5	2250	139952
Этиленмин	43,07	193,03	0,0075	1,25	77,751

Здесь M_i – молекулярная масса вещества, $кг/кмоль$; R_{Ti} – индивидуальная газовая постоянная вещества, $Дж/кг \cdot ^\circ K$; μ_i – безразмерный токсический вес вещества; R_i – индивидуальная токсическая постоянная вещества, $(мг \cdot мин)/(литр \cdot T)$; MHK – максимально неэффективная (недействующая) концентрация вредного вещества, $мг/м^3$.

Уравнение (8.36) является следствием уравнения Клайперона вида:

$$p_i v_0 = R_{Ti} T. \quad (8.37)$$

Индивидуальную газовую постоянную R_{Ti} вычисляют на основе опытных данных по плотности газа (ρ_*) при нормальных условиях:

$$R_{Ti} = \frac{p_* v_*}{273,15} = \frac{p_*}{273,15 \rho_*}, \quad (8.38)$$

где $p_* = 1,01325 \cdot 10^5 Pa$, а v_* – удельный объем (объем 1 кг газа при давлении 1 атм. и температуре $t = 0^\circ C$). В таблице 8.10 для основных вредных веществ приведены значения молекулярных масс (M_i) и газовых постоянных (R_{Ti}). С учетом (8.38) можно записать, что:

$$R_i = K \frac{C_0}{\rho_* R_{Ti}} \quad \text{или} \quad R_i R_{Ti} = \text{const}, \quad (8.39)$$

где ρ_* – плотность газа или пара, $\text{кг}/\text{м}^3$ (при давлении в 1 атм и температуре $t = 0^\circ\text{C}$), C_0 – значение максимально неэффективной концентрации для данного газа или пара, заданное в единицах измерения $\text{кг}/\text{м}^3$ ($C_0 = \text{МНК}$), а константа K равна:

$$K = \frac{\tau_0 p_* \cdot 10^{-2}}{273,15} = 3,846 \frac{\text{мин Па мг}}{^\circ\text{K } ^\circ\text{Г кг}}.$$

При этом R_{Ti} измеряется в $\text{Дж}/(\text{кг К})$, а R_i – $\text{мг мин}/(\text{м}^3 ^\circ\text{Г})$.

Соотношение (8.39) устанавливает аналогию между токсическими и термодинамическими свойствами опасного вещества через опорные точки абсолютной температурной шкалы (T) и абсолютной шкалы индекса опасности (θ).

Построение системы измерения опасности по эмпирической шкале

Для измерения опасности по эмпирической шкале φ необходимо установить связь данной величины с параметрами, характеризующими влияние негативного воздействия на состояние биоиндикатора. В качестве объекта измерения величины φ используем вероятность возникновения определенной категории негативного эффекта w у биоиндикаторов, которая тесно связана со временем действия опасного вещества. При этом, в зависимости от эффекта, имеется возможность построить несколько шкал величины φ , например, при хроническом, остром или смертельном ингаляционном воздействии, при смертельном пероральном воздействии и т.д. Другими словами, можно устанавливать связи между определенным эмпирическим индексом опасности φ и вероятностями появления негативных эффектов у биоиндикаторов. Так как негативные эффекты рассматриваем как события, то между вероятностями различных событий можно искать связи в виде зависимостей, например:

$$w_{ch} = f_1(\varphi); \quad w_{ac} = f_2(\varphi); \quad \varphi = f(w_s), \quad (8.40)$$

при этом опасность по эмпирической шкале φ должна увязываться, с одной стороны, с вероятностями смертельных эффектов, а с другой стороны – с параметрами воздействия опасной среды τ и C .

В токсикологии обработка опытных данных проводится путем установления зависимости «доза-эффект». В большинстве случаев графики зависимости представляют собой линейные уравнения в координатах *пробит – время воздействия*, где время задается обычно в логарифмических величинах, а выраженность эффекта – в пробитах (рис. 5.1). Пробит определяется на основе использования инверсной функции нормального распределения вида (5.2).

Построим систему измерения опасности по эмпирической шкале φ при смертельном ингаляционном воздействии, так как в этом случае имеются наиболее достоверные эмпирические данные. Между линейной шкалой φ и линейной зависимостью *пробит – время воздействия* можно установить связь при $C \rightarrow 0$, если задать все значения используемых величин для опорных точек.

Вероятность смертельных эффектов w_s , связанных только с возрастом биологического объекта, при условии, что концентрация $C \rightarrow 0$, может быть определена как вероятность естественной смерти мышей, которую можно представить как функцию времени. Известно, что на момент рождения вероятность смертности лабораторных мышей составляет приблизительно $w_p = 0,04 \div 0,06$ (перинатальная смертность), а в момент времени $\tau = 24$ месяца величина вероятности естественной смертности равна $w_0 = 0,5$. Таким образом, таблицы смертности могут служить основой для построения эмпирической шкалы индекса опасности. При этом объектом измерения будет выступать время на всем интервале жизни биоиндикатора.

На рисунке 8.7 представлена зависимость вероятности естественной смертности самцов мышей от времени, которая может быть дана в виде:

$$Pr_s = -1,64485 + 1,5581 \cdot 10^{-9} \tau^{3/2}. \quad (8.41)$$

Уравнение (8.41) построено согласно данных [135], при этом пробит определяется в соответствии с (5.2), а время задается в минутах.

Построим шкалу индекса φ , для чего используем линейное уравнение и две опорные точки, используемые ранее. Так как вести измерения вероятности в пробитах неудобно, применим для этого шкалу, градуированную в градусах опасности. Для первой точки (точка А) при

градуировке шкалы примем значение $\varphi_p = 0^\circ$ при вероятности смертельных эффектов w_p ($\text{Pr}_p = -1,64485$) на начало жизни. Время оценки вероятности перинатальной смертности определим в $\tau = 120$ мин после рождения объектов.

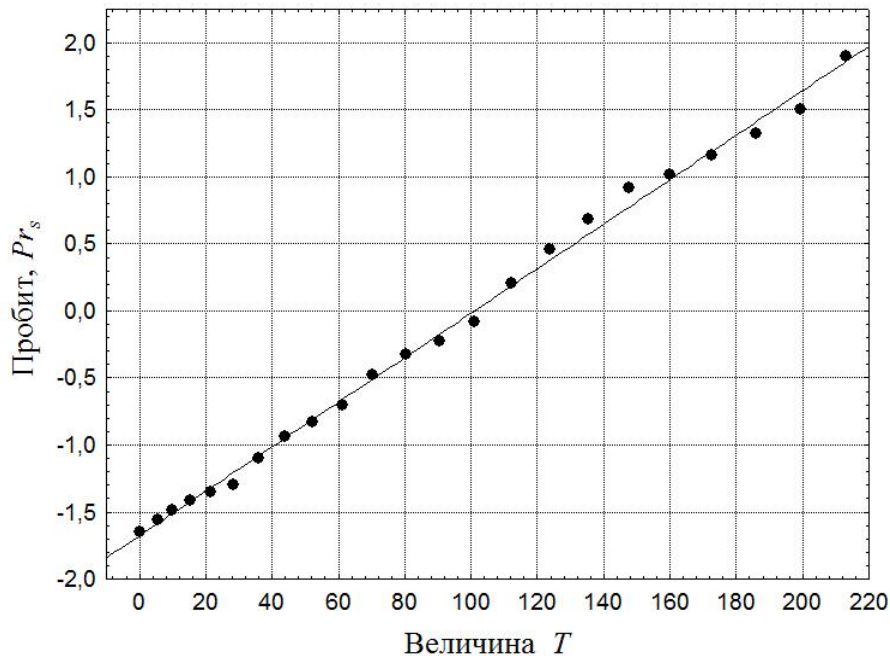


Рис. 8.7. – Зависимость вероятности $\text{Pr}_s = \text{Pr}(w_s)$ естественной смертности самцов мышей от возраста τ_s ; $T = \tau_s^{3/2} \cdot 10^{-7}$

Для второй опорной точки (точка B) при градуировке шкалы примем значение $\varphi_0 = 100^\circ$ при вероятности среднесмертельных эффектов от старости $w_0 = 0,5$ ($\text{Pr}_0 = 0$) при средней продолжительности жизни τ_0 . В результате получаем эмпирическую шкалу индекса φ при $C \rightarrow 0$ в виде:

$$\varphi = 100 + 60,796 \text{Pr}_s(\tau). \quad (8.42)$$

Таким образом, выполнена градуировка эмпирической шкалы φ на основе вероятности возникновения смертельных эффектов от возраста, которая однозначно связана со временем.

Для установления при низких концентрациях соответствия абсолютной шкалы θ , определенной согласно (8.28), и эмпирической шкалы φ (формула (8.42)) рассмотрим воздействие в области максимально недействующих концентраций, когда опасная система является идеальной. Определяя величины φ и θ как функции времени при $C = C_0 = \text{МНК}$,

получим зависимость между абсолютной и эмпирической шкалами опасности, которая имеет вид:

$$\theta = 4,642 \left(\varphi + 1,2452 \cdot 10^{-4} \right)^{2/3}, \quad \varphi \geq 0. \quad (8.43)$$

Индексы θ и φ обладают одинаковой размерностью градуса опасности ($^{\circ}\Gamma$), при этом уравнение состояния (8.28) может быть представлено через индекс опасности φ в виде:

$$\theta = 4,642 \left(\varphi + 1,245 \cdot 10^{-4} \right)^{2/3} = C \tau / R_i. \quad (8.44)$$

Результаты обработки данных для области слабых воздействий ($C \rightarrow 0$) приведены на рисунке 8.8. Таким образом, понятие идеальной токсикологической системы следует рассматривать в качестве предельной закономерности для реальных процессов. При увеличении концентрации вещества будут наблюдаться отклонения в состоянии системы от уравнения (8.28), однако для области слабых воздействий ($C \rightarrow 0$) идеальная система строго подчиняется уравнению (8.44).

Если рассматривать интервалы времени, несколько удаленные от момента рождения ($\varphi \geq 1^{\circ}\Gamma$, $\tau \geq 1$ мес.), то со степенью точности $1,25 \cdot 10^{-4}$ уравнение (8.44) можно представить в виде:

$$\theta = 4,642 \varphi^{2/3} = C \tau / R_i. \quad (8.45)$$

Теперь оценку опасности по эмпирической шкале можно распространить на всю область изменения концентраций и времени воздействия. Например, для линии постоянной вероятности негативного эффекта ($Pr = const$) справедлива закономерность вида (8.18). Среднее значение показателя n в зависимости (8.17) – (8.18) может быть установлено заданием двух характерных точек, определяющих среднесмертельные эффекты:

$$n = \frac{\ln \tau_0 - \ln \tau_d}{\ln C_d - \ln C_0}, \quad (8.46)$$

где $C_d = CL_{50}^{20}$ – среднесмертельная концентрация вредного вещества; $\tau_d = 120$ мин (табл. 8.9); $\tau_0 = 1036800$ мин – среднее время жизни мышей (самцов); $C_0 = MНК_{PH_3}$. Эмпирические значения показателя степени n для различных опасных веществ приведены в таблице 8.11.

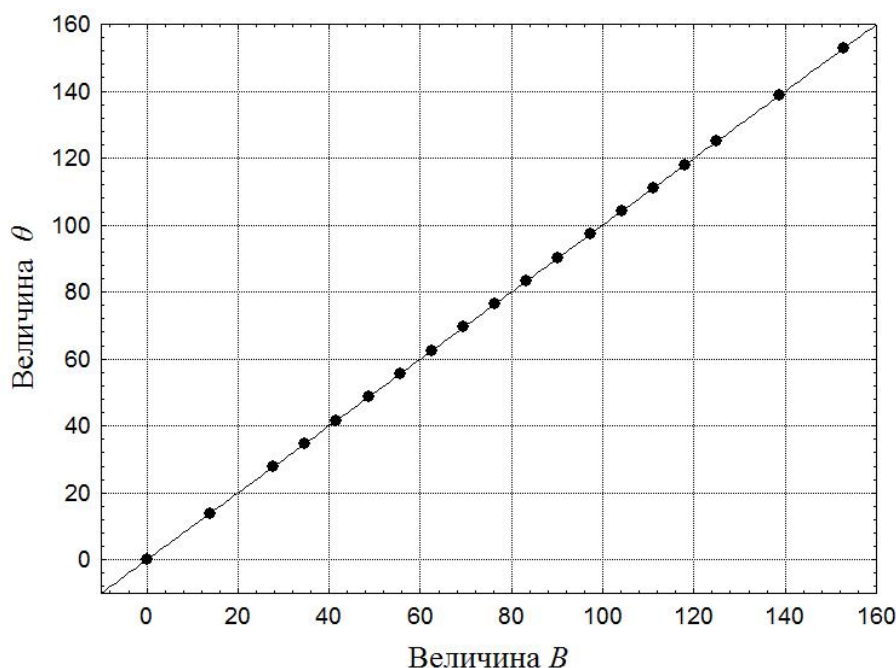


Рис. 8.8. – Зависимость между абсолютной шкалой θ и эмпирической шкалой опасности φ для идеальной токсикологической системы,

$$\theta = C \tau / R_i, \quad B = 4,642 \left(\varphi + 1,245 \cdot 10^{-4} \right)^{2/3}$$

Определяя коэффициент n для конкретных веществ и используя зависимости (8.17), (8.42) и (8.44), можно найти значения эмпирического индекса опасности для любых состояний токсикологической системы при изменении концентраций и времени действия опасных веществ в широких пределах ($0 < C < CL_{50}^{20}$; $0 < \tau < \tau_0$).

Проблема построения эмпирической шкалы индекса опасности представляет исключительный интерес, так как её решение создает реальную возможность измерения опасности путем установления связи между принудительной и естественной смертностью биоиндикатора.

Универсальное уравнение состояния токсикологической системы

В общем случае уравнение (8.44) является приближенным вне области слабых воздействий и это может вносить ошибки в оценку уровня опасности.

Когда концентрация вещества C при данном времени воздействия τ находится существенно выше MHK , а шкалой индекса опасности необходимо охватить все категории эффектов (хронический, острый и смертельный), не исключена необходимость внесения в уравнение (8.44) поправок.

Таблица 8.11. – Параметр n , характеризующий среднесмертельные эффекты и оцененный согласно (8.46)

№, п\п	Вещество	n	№, п\п	Вещество	n
1	Азота диоксид	1,1014	17	Моноизопропиламин	0,8502
2	Азота оксид	1,4200	18	Озон	3,4993
3	Аммиак	0,8589	19	Оксид углерода	1,6416
4	Бензол	0,8075	20	Пиперидин	0,8005
5	Бромбензол	0,7769	21	Сероводород	0,8950
6	Диметиламин	1,1174	22	Сероуглерод	0,7125
7	Диметилацетамид	0,6928	23	Толуол	0,9663
8	Диметилформаид	0,8328	24	Триэтиламин	0,9894
9	Дитолилметан	1,6774	25	Фенол	0,9324
10	Диэтилхлортиофосфат	0,9679	26	Формальдегид	0,9324
11	Диметилэтанолламин	0,9251	27	Фуран	0,8588
12	Диэтиламин	0,8610	28	Фурфурол	0,8314
13	Диэтилэтанолламин	0,8880	29	Циклопентадиен	0,8431
14	Диоксан	0,7857	30	Цианистый бензил	1,1762
15	Диоксид серы	1,1618	31	Хлористый бензил	1,3048
16	Метилфуран	0,7930	32	Этиленимин	0,8328

При определении порога хронического действия Lim_{ch} время воздействия в эксперименте составляет до 4 месяцев, а при оценке эффектов в области острых воздействий может составлять несколько часов. Аналогичные значительные изменения характерны и для пороговых значений концентраций вредных веществ при различных видах воздействий (табл. 8.9).

Таким образом, при средних концентрациях и временах действия вредных веществ могут наблюдаться отклонения от уравнения состояния, которое получено путем обработки данных для области слабых воздействий, где токсикологическая система является идеальной.

Для уточнения уравнения состояния можно искать регрессионные зависимости в виде:

$$Z = \frac{C \tau}{R_i \theta} = f(\theta_*, C_*, \tau_*), \quad (8.47)$$

где $\theta_* = \frac{\theta}{\theta_d}$; $C_* = \frac{C}{CL_{50}^{20}}$; $\tau_* = \frac{\tau}{120}$ – приведенные токсические свойства вещества. При этом индекс θ следует определять согласно уравнений

(8.44) или (8.45). В данном случае для уточнения уравнения применяется принцип соответственных состояний. В качестве характерной опорной точки можно использовать область 50% смертности мышей при концентрации CL_{50}^{20} и времени действия вредного вещества 2 часа (точка d имеет координаты $\theta = \theta_d$; $\varphi = 100$; $C_d = CL_{50}^{20}$; $\tau = 120$). Данная гипотеза требует опытного подтверждения, которое основывается на возможности построения уравнений вида (8.47) для различных вредных веществ.

Другой метод позволяет получить уравнение состояния в виде (8.27):

$$R_i \theta = b_1 C \tau + b_2 C \tau^2 + b_3 C^2 \tau + b_4 C^2 \tau^2 + \dots, \quad (8.48)$$

где $b_1 = 1,0$, $b_2 = 0$, так как при $C \rightarrow 0$ уравнение (8.48) должно строго переходить в уравнение (8.28).

Третий метод дает возможность распространить уравнение состояния вида (8.44) или (8.45) на область сильных воздействий. С этой целью поступим следующим образом.

На линии постоянной вероятности негативного эффекта ($Pr = const$, $\varphi = const$) значение времени воздействия τ для различных концентраций C может быть определено согласно (8.18):

$$\tau = \tau_s \left(\frac{C_0}{C} \right)^n. \quad (8.49)$$

Предположим, что показатель n в процессе, когда наблюдается постоянная вероятность эффекта $w = const$, постоянен в области наблюдаемых смертельных эффектов при высоких концентрациях некоторого опасного вещества. В общем случае эта величина должна определяться опытным путем на всей возможной области воздействия. Для смертельных, острых и хронических эффектов показатель степени n связан с наклоном прямой, сглаживающей опытные данные в координатах $Pr - \ln C$ и может отличаться для различных областей воздействия, а также различных токсикологических признаков.

Таким образом, каждой точке возможной области исходных параметров ($0 \leq C < C_{50}^{20}$ и $0 < \tau < \tau_0$) может быть поставлено в соответствие значение индекса опасности по эмпирической шкале φ . В свою очередь, этой же точке может быть поставлено в соответствие значение индекса θ . Исходя из связи индексов опасности φ и θ , возможно уточнение

уравнения состояния (8.45) для различных значений величин τ и C . В качестве примера, для установления соответствия индексов θ и φ рассмотрим опасное вещество оксид азота и область воздействий, для которой $C_0 \leq C \leq C_{50}^{20}$.

Генерируя равномерно распределенным генератором случайных чисел значение концентрации от нуля до C_{50}^{20} , а текущее время τ_s от нуля до τ_0 , получим исходные данные для определения величин θ и φ . При этом индекс θ определяем согласно (8.28) и (8.49), а индекс φ с учетом уравнений (8.42) и (8.49). Статистическая обработка вычислительных экспериментов дает следующую зависимость связи величин θ и φ при коэффициенте корреляции $k=0,96$ (рис. 8.9):

$$\theta = \frac{C\tau}{R_i} = 0,417\varphi^{0,685}. \quad (8.50)$$

Аналогичным образом обработка вычислительных экспериментов для формальдегида (рис. 8.10) дает зависимость вида ($k=0,96$):

$$\theta = \frac{C\tau}{R_i} = 8,329\varphi^{0,669}. \quad (8.51)$$

В свою очередь, для оксида углерода имеем $\theta = 0,260\varphi^{0,653}$.

Таким образом, используя опытные данные по естественной смертности, можно определить состояние системы на всей области опасных воздействий, т.е. построить эмпирическую шкалу индекса опасности. Однако построение шкалы требует наличия достоверных экспериментальных данных по вероятностям возникновения негативных эффектов в токсических процессах, значениям концентраций вредных веществ C и времени воздействия τ . Следует, однако, отметить достаточно существенную неопределенность опытных данных в токсикологии.

Например, согласно [41] для оксида углерода величина CL_{50}^{20} для белых мышей равна 2230 мг/м^3 , а согласно данным [100] значение CL_{50}^{20} составляет 3970 мг/м^3 . Аналогичная ситуация наблюдается и для многих других опасных веществ. Поэтому тщательное определение показателей, характеризующих опасность веществ, представляет собой важную задачу в области шкалирования опасности, так как любая шкала формируется путем установления к ней требований как к объекту стандартизации.

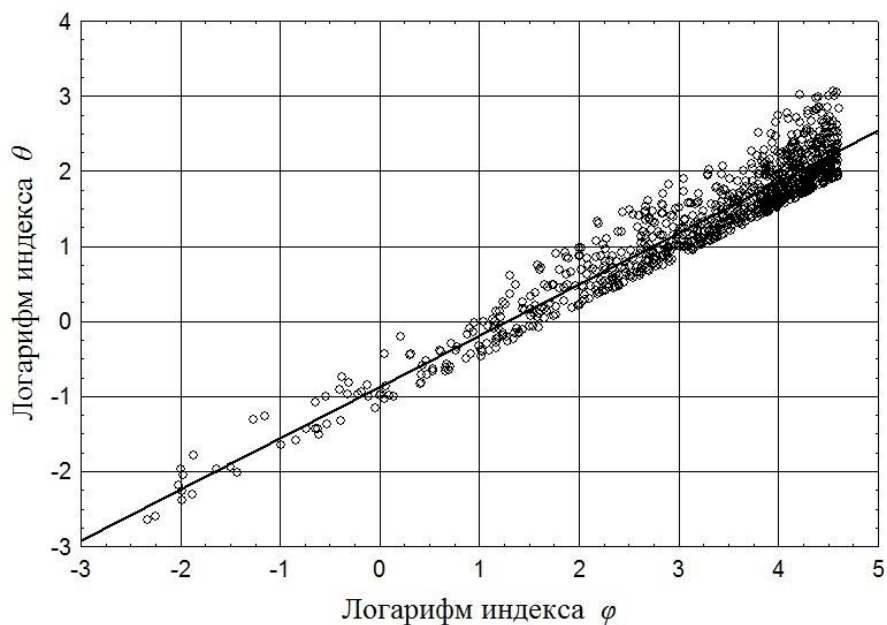


Рис. 8.9. – Взаимозависимость индексов опасности для оксида азота согласно уравнения (8.50)

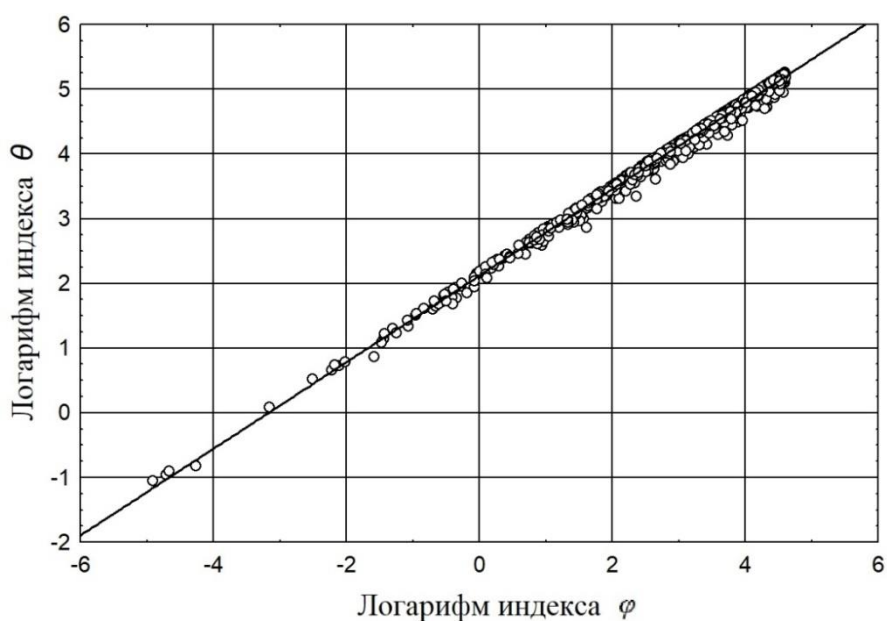


Рис. 8.10. – Взаимозависимость индексов опасности для формальдегида согласно уравнения (8.51)

Предложенный метод позволяет производить оценку опасности среды путем установления связи между принудительной и естественной смертностью биоиндикаторов. Это дает возможность обобщить опытные данные и получить универсальную методику оценки опасности среды при ингаляционных воздействиях.

Основные соотношения и дифференциальные уравнения токсикологии

Теперь сформулируем основные соотношения и дифференциальные уравнения для токсикологии, которые являются логическими аналогами некоторых математических соотношений в термодинамике.

Эмпирические данные свидетельствуют о том, что состояния токсикологических систем, для которых справедливо условие $w=const$, обладают одним качеством – заданной категорией тяжести эффекта с определенной вероятностью возникновения этого эффекта. Данная вероятность находится согласно уравнения (5.1) по частоте возникновения характерных неблагоприятных событий. Вероятность состояний системы, определенная по характерным событиям тяжести эффекта, представляется зависимостью (8.17), где пробит Pr определяется через уравнение (5.2). Из уравнения (8.17) получим, что

$$d Pr = \beta_{\tau} \frac{dC}{C} + \beta_c \frac{d\tau}{\tau}. \quad (8.52)$$

Для областей воздействия, которые характеризуют одну категорию эффекта, согласно (8.52) справедливы следующие уравнения:

$$\left(\frac{\partial Pr}{\partial C} \right)_{\tau} = \frac{\beta_{\tau}}{C} \quad \text{и} \quad \left(\frac{\partial Pr}{\partial \tau} \right)_{C} = \frac{\beta_c}{\tau}. \quad (8.53)$$

Уравнение (8.17) можно представить также в виде:

$$Pr - Pr_0 = \beta_{\tau} \ln \frac{C}{C_0} + \beta_c \ln \frac{\tau}{\tau_0}, \quad (8.54)$$

где C_0 , τ_0 – некоторые начальные значения концентрации и времени воздействия, характеризующие получение определенной категории тяжести эффекта с заданной вероятностью, например, смертельный эффект с вероятностью 5%. Таким образом, в качестве величины Pr_0 можно задавать значение этого показателя для определенных порогов воздействия соответствующей категории тяжести эффекта.

Из данных результатов следуют определенные аналогии с термодинамическими методами расчета энтропии вещества. По крайней мере, при определении величины Pr может быть использована аналогичная логическая схема расчетов. Обратим внимание на то, что в показатель Pr входит время, а также на то, что Pr в выражении (5.2) –

величина безразмерная. По аналогии с энтропией вещества, пробит Pr может быть представлен размерной величиной. В этом случае размерность Pr будет определяться размерностью величин β_τ и β_c .

Рассмотрим теперь всю область возможных воздействий на биологический объект $E^2(0 \leq \tau < \tau_0; 0 \leq C < \infty)$, где τ_0 – средняя продолжительность жизни биологического вида. Предположим существование на всей области определения концентрации и времени воздействия однозначной функции вероятности состояния системы, которая комплексно охватывает все категории тяжести эффектов.

Так как уравнения вида (8.17) задаются для определенной категории тяжести эффекта, возникает необходимость построения более общих уравнений, например, уравнений следующего вида:

$$\text{Pr} = \alpha(\theta) + \beta_\tau(\theta) \ln C + \beta_c(\theta) \ln \tau. \quad (8.55)$$

В этом случае возможна оценка вероятности состояния системы по характерным событиям, наблюдаемым на всей области определения переменных τ и C , например, по смертельным эффектам. Другими словами, функция вероятности состояния определяется по наиболее тяжелому эффекту – смертности объектов. Естественно, что в данном случае смертность является следствием как принудительных причин (например, опасного уровня загрязнения воздуха), так и естественных факторов (например, преклонного возраста объекта). На основе такой оценки возможно установление соответствия между различными видами эффектов, которые наблюдаются в области E^2 .

Введем уравнение (8.55) формально. При этом предположим, что величина Pr может иметь размерность. В данном случае переменная θ представляет собой индекс опасности состояния системы – относительный количественный показатель, комплексно характеризующий уровень опасности окружающей среды при воздействии.

Для дальнейших выводов используем простейшее эмпирическое уравнение состояния токсикологической системы (8.35), которое было получено ранее. Уравнения (8.17) и (8.55) дают возможность установить связь между статистическими и геометрическими вероятностями при оценке состояний токсикологической системы.

Таким образом, в рамках данного исследования мы подошли к построению некоторого уравнения сохранения вида (7.14). Пока не делаем никаких предположений относительно этого уравнения и попробуем вывести его из имеющихся эмпирических соотношений.

Определим с учетом уравнений (8.17) и (8.35) количество воздействия в следующем виде:

$$dQ = \theta dPr = \theta \left(\beta_\tau \frac{dC}{C} + \beta_c \frac{d\tau}{\tau} \right) = \frac{1}{R_i} (\beta_\tau \tau dC + \beta_c C d\tau). \quad (8.56)$$

Также как и ранее, преобразуя данное уравнение, получим следующее соотношение:

$$dQ = dU + C d\tau, \quad (8.57)$$

где величина dU равна: $dU = \frac{1}{R_i} (\beta_\tau \tau dC + \beta_c C d\tau) - C d\tau$.

Применяя к последнему уравнению признак Эйлера для пфаффовых форм, получим, что dU является полным дифференциалом (функцией состояния) при выполнении следующего условия:

$$\beta_c - \beta_\tau = R_i. \quad (8.58)$$

Легко показать, что в этом случае $dU = \beta_\tau d\theta$, $d(U + C\tau) = \beta_c d\theta$ и $n = \beta_\tau / \beta_c$, а величины dU и $d(U + C\tau)$ зависят только от индекса опасности θ . В результате, в нашем случае, получен логический аналог уравнения Майера в термодинамике.

Обратим внимание на то, что пока не вводится никаких новых определений, так как суть величин U и $(U + C\tau)$ далека от соответствующих аналогов (энергия и энтальпия) в термодинамике. Например, размерности этих величин задаются как $[мг \cdot мин / м^3]$, а уравнение (8.57) является формой закона сохранения массы и определяет интенсивность поглощения вредного вещества биологическим объектом. Уравнение (8.58) позволяет определять размерность величин β_τ и β_c через величину R_i в виде $[мг \cdot мин / (м^3 \cdot \Gamma)]$.

Известно, что для каждого биологического вида имеются характерные показатели, отличающие данный вид от других видов. При оценке риска ингаляционных воздействий широко используют осредненные для особей одного вида такие показатели как скорость

дыхания V [$\text{м}^3/\text{мин}$] и масса тела M [кг], а также средняя продолжительность жизни биологического вида τ_0 [мин]. Стандартные значения этих величин приведены, например, в [84]. Умножив (8.57) на постоянную величину $\gamma = V/M$, представим это уравнение в виде закона сохранения дозы:

$$d\bar{Q} = d\bar{U} + \bar{I} d\tau, \quad (8.59)$$

где $\bar{Q} = Q \frac{V}{M}$, $\bar{U} = U \frac{V}{M}$, $\bar{I} = C \frac{V}{M}$, при этом \bar{Q} и \bar{U} имеют размерность дозы [$\text{мг}/\text{кг}$], а \bar{I} – интенсивности дозы [$\text{мг}/(\text{кг} \text{ мин})$].

После того, как показана справедливость уравнения (8.57), легко вывести целый ряд других дифференциальных соотношений. Например, логические аналоги термодинамических уравнений Максвелла в токсикологии могут быть получены из уравнений $dU = \theta d\text{Pr} - C d\tau$, $d(U + C\tau) = \theta d\text{Pr} + \tau dC$ и др. в виде:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau}\right)_{\text{Pr}} &= -\left(\frac{\partial C}{\partial \text{Pr}}\right)_{\tau}; & \left(\frac{\partial \theta}{\partial C}\right)_{\text{Pr}} &= \left(\frac{\partial \tau}{\partial \text{Pr}}\right)_{C}; \\ \left(\frac{\partial C}{\partial \theta}\right)_{\tau} &= \left(\frac{\partial \text{Pr}}{\partial \tau}\right)_{\theta}; & \left(\frac{\partial \tau}{\partial \theta}\right)_{C} &= -\left(\frac{\partial \text{Pr}}{\partial C}\right)_{\theta}. \end{aligned} \quad (8.60)$$

Из соотношения (8.17) с учетом (8.35) можно получить уравнения:

$$\text{Pr} = \alpha' + \beta_{\tau} \ln \theta + (\beta_c - \beta_{\tau}) \ln \tau, \quad (8.61)$$

$$\text{Pr} = \alpha'' + \beta_c \ln \theta - (\beta_c - \beta_{\tau}) \ln C, \quad (8.62)$$

где α' и α'' – некоторые постоянные. Из уравнений (8.57) и (8.58) найдем:

$$\beta_{\tau} = \theta \left(\frac{\partial \text{Pr}}{\partial \theta}\right)_{\tau} \quad \text{и} \quad \beta_c = \theta \left(\frac{\partial \text{Pr}}{\partial \theta}\right)_{C}. \quad (8.63)$$

Дальше легко получить все другие логические аналоги уравнений термодинамики, которые изложены, например, в [105].

Из приведенного материала видны определенные аналогии в построении моделей в термодинамике и токсикологии. Нами предложен математический аппарат токсикологии на основе использования эмпирической зависимости (8.17) применительно к вероятности состояний системы, а также простейшего уравнения состояния вида (8.35).

Сформулируем основные определения для полученных величин и приведем их размерности. При этом придется дать новые названия некоторым величинам. Используемые величины сведены в таблицу 8.12.

Таблица 8.12. – Основные используемые величины и их размерности

Величина	Обозначение	Размерность
Концентрация	C	$мг/м^3$
Время	τ	$мин$
Масса биологического объекта	M	$кг$
Скорость дыхания объекта	V	$м^3/мин$
Биопоказатель вида	$\gamma = V/M$	$м^3/(мин \cdot кг)$
Вирулентура – уровень опасности при воздействии	θ	$^{\circ}Г, градус опасности$
Пробит (размерный)	Pr	$мг \cdot мин/м^3 \cdot ^{\circ}Г$
Вирулентность	\bar{U}	$мг/кг$
Количество воздействия	\bar{Q}	$мг/кг$
Доза	$\bar{I} \cdot \tau$	$мг/кг$
Интенсивность дозы	\bar{I}	$мг/(кг \cdot мин)$
Удельная вирулентность	$U = \bar{U}/\gamma$	$мг \cdot мин/м^3$
Удельное воздействие	$Q = \bar{Q}/\gamma$	$мг \cdot мин/м^3$
Вируемкость	$B = d\bar{Q}/d\theta$	$мг/(кг \cdot ^{\circ}Г)$
Вируемкость при постоянном времени	B_{τ}	$мг/(кг \cdot ^{\circ}Г)$
Вируемкость при постоянной концентрации	B_c	$мг/(кг \cdot ^{\circ}Г)$
Удельная вируемкость	$\beta = B/\gamma$	$мг \cdot мин/м^3 \cdot ^{\circ}Г$
Удельная вируемкость при постоянном времени	$\beta_{\tau} = B_{\tau}/\gamma$	$мг \cdot мин/м^3 \cdot ^{\circ}Г$
Удельная вируемкость при постоянной концентрации	$\beta_c = B_c/\gamma$	$мг \cdot мин/м^3 \cdot ^{\circ}Г$
Индивидуальная токсическая постоянная вещества	R_i	$мг \cdot мин/м^3 \cdot ^{\circ}Г$

Ранее используемый индекс опасности при токсикологическом воздействии θ назван *вирулентурой* – от слова вирулентный (лат. *virulentus* – ядовитый), что означает болезнетворный, способный вызвать

заболевание или смерть. Данная величина является индексом, она определяет уровень опасности среды по комплексу опасных свойств и его шкала строится путем градации возможной области воздействия. Единица измерения величины θ – градус опасности (*gradus* – ступень).

Каждый биологический организм в заданном состоянии обладает внутренней мерой, определяющей его жизнеспособность, упрощенно говоря «жизненной силой». Для оценки опасности это может быть общая мера жизнеспособности, относительное изменение которой следует вести от состояния «смерть объекта». Назовем эту меру *вирулентностью*, и определим ее как общую меру жизненной активности объекта.

Вирулентность \bar{U} может комплексно характеризовать состояние живого объекта при токсическом воздействии. Как было показано выше, вирулентность является функцией состояния и величина $d\bar{U}$ представляет собой полный дифференциал. Поэтому изменение вирулентности $\Delta\bar{U}$ в каком-либо токсическом процессе зависит только от ее значений в начальном \bar{U}_1 и конечном \bar{U}_2 состояниях и не зависит от характера этого процесса или от значений вирулентности в промежуточных состояниях данного процесса.

Химическое воздействие опасной окружающей среды на биологический объект осуществляется путем поглощения им определенной дозы вредного вещества. Доза – это форма переноса вирулентности между объектом и опасной средой. Поглощение дозы вредного вещества приводит к изменению вирулентности объекта. Доза является функцией токсического процесса и определяется произведением интенсивности дозы \bar{I} на время воздействия. Не всякое поглощение дозы может привести к явно выраженному негативному воздействию на живой организм, что характеризуется изменением величины вирулентности. В данном случае наличие воздействия понимается как изменение негативного эффекта, т.е. необратимый дрейф состояния биологического объекта в шкале качеств и увеличение вероятности появления негативных эффектов. Поэтому второй формой изменения вирулентности является количество воздействия \bar{Q} , приводящее к изменению негативного эффекта у объекта.

Таким образом, воздействие и доза не являются видами вирулентности, а представляются формами ее переноса. Первая величина определяет получение негативного эффекта объектом и, следовательно, нанесение ему ущерба, а вторая величина характеризует влияние внешних условий на биологический объект.

Производная от количества воздействия \bar{Q} по вирулентуре, в каком-либо токсическом процессе названа *вируемкостью*:

$$V = \frac{d\bar{Q}}{d\theta}. \quad (8.64)$$

Все другие величины сведены в таблицу 8.12.

В заключение сформулируем положения системодинамики применительно к токсикологии:

- вирулентность является функцией состояния и ее изменение не зависит от пути перехода системы из одного состояния в другое;
- необратимость токсических процессов определена вероятностными закономерностями возникновения неблагоприятных событий, которые наблюдаются во времени, исходя из причинно-следственных связей;
- пробит является однозначной функцией состояния и его изменение не зависит от пути перехода системы из одного состояния в другое.

Таким образом, путем логической аналогии предложен понятийно-категорийный и математический аппарат для описания токсических воздействий на биологические объекты. При этом существующий аппарат открывает определенные возможности для математического описания токсических процессов.

8.3 Событийная оценка процессов развития объектов

Под событийной оценкой обычно понимается анализ состояния и развития сложных систем на основе наблюдения, регистрации и изучения событий и их апостериорных вероятностей [57]. В качестве примера применения метода событийной оценки изучим реальный курс валют стран мира и проанализируем некоторые статистические закономерности развития глобальной финансовой системы, что является актуальной задачей глобальной экономики. Данному направлению исследований посвящены многие аналитические работы, однако, так как проблема, по большому счету, носит междисциплинарный характер, объективных методов оценки и сравнения реальных курсов валют пока нет.

При анализе курсов валют необходимо учитывать политические, финансовые, социально-экономические, торговые, инвестиционные, энергетические и другие особенности развития стран. Сейчас в мире насчитывается 159 валют, при этом некоторые из валют имеют хождение во многих странах.

В экономике деньги как товар имеют свою цену, которая определяется курсом валюты, зависящим от многих ценообразующих факторов. Однако, стоимость валюты и ее курс могут существенно различаться. Стоимость определяется количеством товаров и услуг, которые можно купить за единицу валюты, а курс – балансом спроса и предложения за валюту на рынке.

Реальный обменный курс валюты представляет собой номинальный курс, скорректированный с учетом инфляции, которая наблюдается в данной стране. Однако реальный обменный курс чаще всего не соответствует реальной цене национальной валюты. По отношению к стоимости курс валюты может быть завышен или занижен. Другими словами, любая национальная валюта может быть переоценена или недооценена, что определяется многими геополитическими, экономическими и финансовыми факторами.

Установление реальной стоимости национальных валют является достаточно сложной задачей системного анализа в области финансово-денежной деятельности государств. Имеется много способов такой оценки,

один из наиболее простых известных подходов, хотя и не очень обоснованных экономически, связан с так называемым индексом бигмака. Идея оценки основана на паритете покупательской способности, рассчитанной с помощью одинакового во всех странах мира одного продукта. Журнал Economist публикует индекс бигмака для стран мира дважды в год. Например, по индексу бигмака российский рубль стоит всего 20,2 рубля за доллар. Для сравнения: официальный курс доллара, установленный Центробанком на конец 2019 года, составлял 62,0 рублей, на конец 2020 года – 74,4 рублей. Получается, что рубль недооценён примерно в 3,1 – 3,6 раза. Как отмечают многие исследователи, российский рубль сейчас является одной из самых недооценённых валют мира. По данному индексу также недооценена украинская гривна, румынский лей, южноафриканский рэнд и т.д. Самые переоценённые валюты мира, кроме доллара – это швейцарский франк, шведская крона, канадский доллар и т.д.

За время существования индекса бигмака появились другие аналогичные подходы. Например, Австралийский банк Commonwealth Securities использует для анализа покупательной способности валют индекс iPod, аналитическая компания ValuePenguin оценивает валюты по чашкам латте из «Старбакса» (tall latte). Немецкий банк Deutsche Bank для анализа покупательной способности валют применяет аналогичный индекс Cheap Date и т.д.

В целом подобные сравнения являются не корректными и слабо отражают реальное состояние происходящих процессов. В данном случае, с точки зрения многих специалистов, необходимо проводить комплексную оценку влияния совокупности экономических факторов на реальную стоимость валют мира. К основным таким факторам обычно относят производительность труда, реальную цену на нефть, чистый отток частного капитала, долю государственных расходов в ВВП и т.д.

Проведем анализ аспектов реальной стоимости валют мира в зависимости от сложившихся макроэкономических показателей экономики и энергетики стран с учетом среднестатистических тенденций развития данных секторов мирового хозяйства.

Выбор основных индикаторных показателей у многих авторов отличается между собой. Некоторые аналитики используют для оценок отношение чистых международных резервов к импорту, отношение широкой денежной базы к ВВП, отношение дефицита бюджета к денежной базе и т.д. Другие авторы применяют показатели прироста отношения международных резервов к импорту, экспортную цену нефти, показатель разности между ВВП и экспортом, показатель прироста объема международных резервов, внешний долг и т.д. В качестве фундаментальных факторов реального курса валют рассматриваются также показатели: производительность труда (ВВП на душу населения), условия торговли (экспорт, импорт, реальная цена на нефть марки Brent и т.д.), а также чистые иностранные активы – разность между величиной зарубежных активов, которыми владеют национальные резиденты, и величиной национальных активов, приобретенных нерезидентами.

Считается, что одним из основных факторов, влияющих на обменный курс валюты, является производительность труда в секторе торгуемых товаров в национальной и зарубежной валюте. Другим из существенно важных факторов обменного курса являются условия торговли, а также показатели уровня развития энергетики стран мира.

Интересной задачей событийной оценки является установление реальной стоимости валют стран, исходя из их вклада в формирование мировой экономики или энергетики. При этом анализ стоимости валют необходимо основывать на объективных методах комплексной оценки макроэкономических показателей развития стран с учетом тенденций развития мирового хозяйства.

Статистические данные и методика анализа.

Существуют различные базы данных, которые несут информацию о компонентах и аспектах развития стран мира. Наиболее известные из них – это база данных Программы развития ООН (ПРООН), база данных индикаторов развития стран мира Всемирного банка, статистические данные ООН, Книга фактов ЦРУ и т.д.

База данных Программы развития ООН включает статистические таблицы данных почти по 100 странам в период 1975–1980 годов и по 187 странам в период 2011–2020 годов и содержит около 100 индикаторов, по

которым определяются несколько индексов, характеризующих различные аспекты человеческого развития [20].

В свою очередь, база данных Всемирного банка является значительно более обширной нежели БД ПРООН. Всемирный банк открыл свободный доступ к более чем 1200 показателям развития стран, многие из которых имеют ретроспективу до 50 лет [19].

Статистические ресурсы ООН охватывают около 60 миллионов записей по странам мира в аспектах сельского хозяйства, преступности, связи, образования, энергетики, здравоохранения, окружающей среды, финансов, рынка труда, производства, населения, торговли и т.д. [19].

Книга фактов ЦРУ содержит статистические данные о странах мира с разделами география, демография, государственный строй, экономика, телекоммуникации, транспорт, вооруженные силы, энергетика и т.д. [133].

В данном анализе используем статистические данные [133], хотя предлагаемый подход может быть реализован при анализе структурированных данных из любых источников. Соответствующая база данных Книги фактов ЦРУ, характеризующая состояние демографии, экономики и энергетики, включает информацию по каждой из 204 стран. В анализе для каждой страны использовалась информация по 79 показателям, которые формировали 3 группы статистической информации: демография (24); экономика (32 показателя); энергетика (23). В результате выполненных работ был сформирован массив статистических данных, который включал 14 таблиц информации (с 2005 по 2018 годы) для 204 стран по 79 показателям. Из данных таблиц выбирались группы показателей для анализа процессов развития стран по различным аспектам.

При анализе финансово-экономического положения стран выполнена комплексная оценка реальной стоимости валют мира и связи их значений с макропоказателями развития стран в сфере экономики и энергетики. При этом использовали значения курсов валют стран (z) на конец каждого календарного года, которые были заданы в долларовом эквиваленте.

Для примера при изучении влияния экономических факторов на валютные курсы стран выбраны следующие показатели (z_k) развития:

- ВВП по паритету покупательной способности на душу населения z_1 , долларов США/чел.;

- импорт на душу населения z_2 , долларов США/чел.;
- экспорт на душу населения z_3 долларов США/чел.

Для изучения влияния энергетических факторов на валютные курсы стран были выбраны следующие показатели:

- потребление электроэнергии на душу населения z_4 , кВт·час/чел.;
- потребление газа на душу населения z_5 , м³/чел.;
- потребление очищенных нефтепродуктов на душу населения z_6 , баррелей/чел.

В базе данных «Книга фактов ЦРУ» все приведенные выше показатели имеются для 199 стран за последние 10 лет.

При событийной оценке в качестве эмпирической меры принимается величина, связанная с вероятностью состояния объекта, которая определяется по характерным событиям. Поэтому в данном случае вполне можно использовать методику обработки и анализа эмпирических данных, изложенную в разделе 7.3.

Метод событийной оценки позволяет любое наблюдаемое изменение в состоянии объекта рассматривать как некое событие. Для комплексной оценки состояний объектов выделяются совместные события одновременного наблюдения значений переменных состояния. Данные события являются индикативными и наряду со значениями других показателей однозначно характеризуют состояния изучаемых объектов. Факт одновременного наблюдения значений нескольких показателей объекта в определенный момент времени можно рассматривать как сложное совместное событие и оценивать вероятность такого события известными методами. В свою очередь, любое значение какого-нибудь показателя, если это рассматривать как наблюдаемое событие, может быть изучено в причинно-следственной связи с индикативными событиями.

Комплексная оценка развития группы объектов основывается на изучении связи вероятностей различных сложных событий. При этом используется метод непосредственного алгоритмического подсчета апостериорных вероятностей событий на основе имеющихся статистических данных. Подобный подход дает возможность проверить гипотезу о существовании многомерного статистического распределения

индикативных событий и изучить связь вероятностей этих событий с вероятностями других характерных событий.

На основе полученных данных находятся уравнения состояния в виде многомерных статистических распределений:

$$\Pr_s = a_0 + s; \quad s = \sum_{k=1}^n a_k \ln\left(\frac{z_k}{z_{k0}}\right);$$

$$w = b_0 + b_1 w_s; \quad w_s = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\Pr_s} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt, \quad (8.65)$$

где w , w_s – статистическая (апостериорная) вероятность соответственно анализируемого и индикативного совместного события; \Pr (пробит) – инверсная функция нормального распределения со средним, равным нулю, и дисперсией, равной единице; s – энтропия состояния объектов; a_k , b_k – коэффициенты регрессии; z_k – переменные состояния.

Среднестатистическая оценка реального курса валют стран мира

Для изучения взаимосвязи курса валют различных стран рассматривались два совместных индикативных события наблюдения значений трех указанных выше переменных состояния, характеризующих экономическое или энергетическое положение стран мира. Далее алгоритмически находились вероятности таких событий на основе имеющихся массивов данных. Наблюдение значения курса валюты в стране в определенный период времени рассматривалось как простое событие, для которого тоже находилась статистическая вероятность. Между вероятностями простого (w) и совместного событий (w_s) определялись уравнения связи с помощью регрессионного анализа. В качестве опорных величин принимались значения соответствующих переменных состояния (z_{k0}) для России, которые наблюдались в анализируемом году. В результате получены следующие регрессионные зависимости:

- для совместного события наблюдения значений трех показателей, характеризующих экономическое положение стран мира, получена зависимость статистической вероятности (w_s) от энтропии состояния объектов (s):

- для 2013 года

$$\Pr_s = 0,060 + s; \quad s = 0,151 \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + 0,147 \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + 0,278 \ln\left(\frac{z_3}{z_{30}}\right); \quad (8.66)$$

- для 2017 года

$$\Pr_s = -0,111 + s; \quad s = 0,211 \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + 0,165 \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + 0,214 \ln\left(\frac{z_3}{z_{30}}\right); \quad (8.67)$$

- для совместного события наблюдения значений трех показателей, характеризующих положение стран мира в области энергетики, получена зависимость вероятности (w_s) от энтропии состояния объектов (s):

- для 2013 года

$$\Pr_s = 0,266 + s; \quad s = 0,109 \ln\left(\frac{z_5}{z_{50}}\right) + 0,061 \ln\left(\frac{z_6}{z_{60}}\right) + 0,362 \ln\left(\frac{z_7}{z_{70}}\right); \quad (8.68)$$

- для 2017 года

$$\Pr_s = -0,414 + s; \quad s = 0,085 \ln\left(\frac{z_5}{z_{50}}\right) + 0,126 \ln\left(\frac{z_6}{z_{60}}\right) + 0,389 \ln\left(\frac{z_7}{z_{70}}\right); \quad (8.69)$$

- для простого события наблюдения значений курса валют получена зависимость статистической вероятности (w) от энтропии состояния (s):

- для 2013 года

$$\Pr = -0,417 + s; \quad s = 0,293 \ln\left(\frac{z}{z_0}\right); \quad (8.70)$$

- для 2017 года

$$\Pr = -0,373 + s; \quad s = 0,292 \ln\left(\frac{z}{z_0}\right). \quad (8.71)$$

Изучение связи простого события (события наблюдения курса валюты в стране) и совместного события (события наблюдения значений трех показателей в сфере экономики или энергетики) основывалось на регрессионном анализе данных о взаимосвязи вероятностей этих событий. В результате получены две регрессионные зависимости:

- для сферы экономики (2017 г.)

$$w = 0,201 + 0,823 w_s; \quad (8.72)$$

- для сферы энергетики (2017 г.)

$$w = 0,219 + 0,717 w_s. \quad (8.73)$$

Коэффициенты корреляции уравнений (8.66) – (8.71) составили $0,97 \div 0,99$, а уравнений (8.72) и (8.72) – $0,70 \div 0,73$. Результаты обработки данных приведены на рисунках 8.11 – 8.14.

Из приведенных данных видно, что существуют уравнения состояний в виде статистических распределений высокого качества, а также связь между вероятностями простого и совместных событий, характеризующих экономическое и энергетическое положение стран мира.

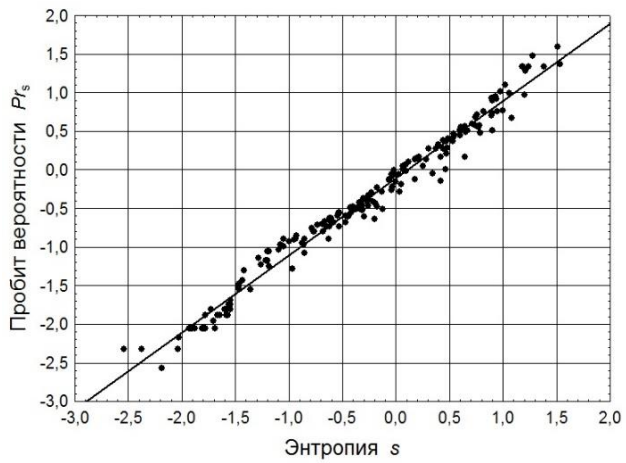
Из рисунков 8.13 и 8.14 также видно, что реальная стоимость валют стран мира в зависимости от макроэкономических показателей и с учетом сложившихся среднестатистических тенденций развития секторов мировой экономики и энергетики может быть переоценена или недооценена. Разброс данных относительно линии регрессии достаточно существенен, что указывает на множество факторов, влияющих на формирование реальной стоимости валют. Однако, несмотря на разброс данных, статистическая связь между вероятностями событий значима. Наблюдается также определенная динамика наблюдаемых изменений во времени.

Анализ полученных результатов

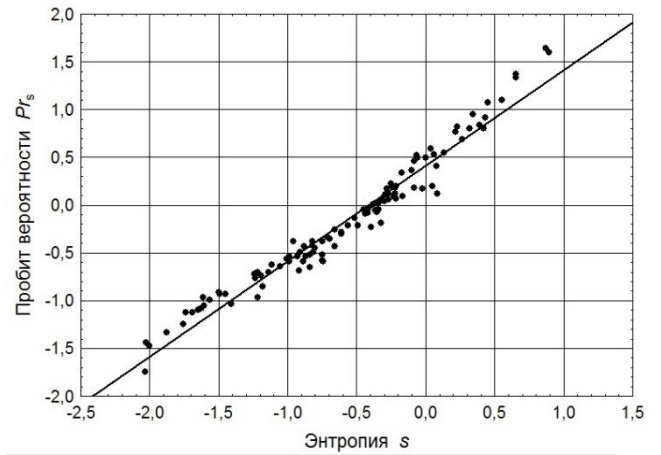
Изучение данных рисунка 8.13 показывает, что существует среднестатистический уровень, определяющий глобальную тенденцию взаимосвязи реальной стоимости валют мира и макроэкономических показателей развития экономики (линия регрессии на рисунке 8.13).

Анализ положения стран отражает существование развитой группы стран над линией регрессии, для которых национальные валюты переоценены (Греция, Испания, Оман, Кувейт, Австрия, Бельгия, Германия, США и др.). Группа развивающихся стран в левой части рисунка над линией регрессии (Афганистан, Доминикана, Эритрея, Папуа-Новая Гвинея, Судан, Таджикистан, Тонга и др.) имеет также переоцененные национальные валюты.

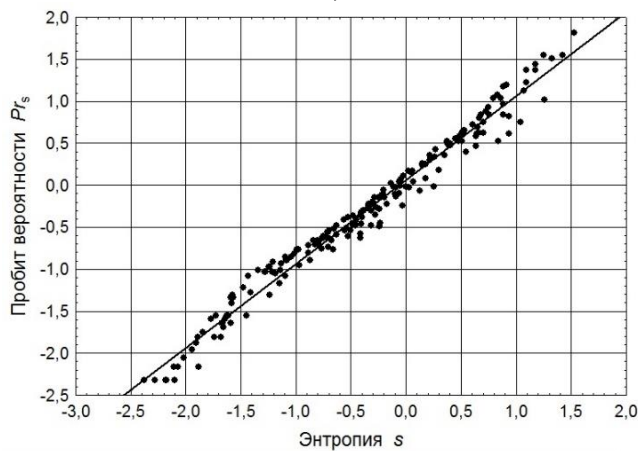
В свою очередь, в группе развитых стран (Чехия, Дания, Венгрия, Япония, Норвегия, Катар, Сингапур, Швеция, Тайвань и др.) национальные валюты недооценены. Группа развивающихся стран в левой части рисунка под линией регрессии (Бирма, Колумбия, Гвинея, Индонезия, Иран, Ирак, Лаос, Ливан, Узбекистан, Венесуэла, Вьетнам и др.) имеет также недооцененные национальные валюты.



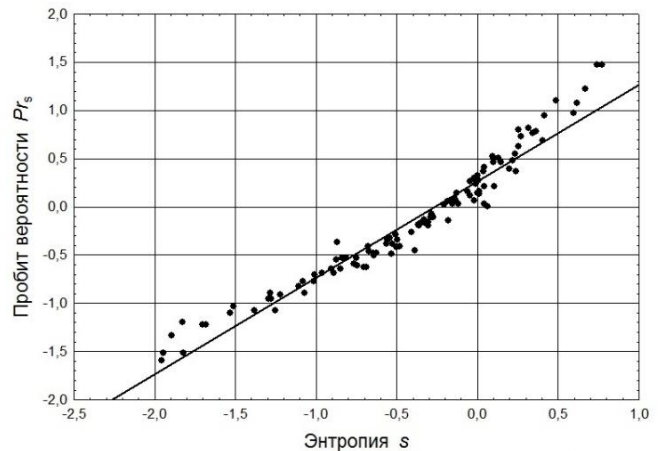
а)



б)



в)

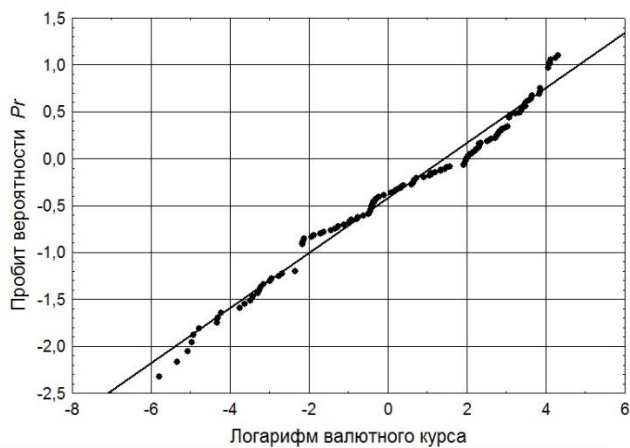


г)

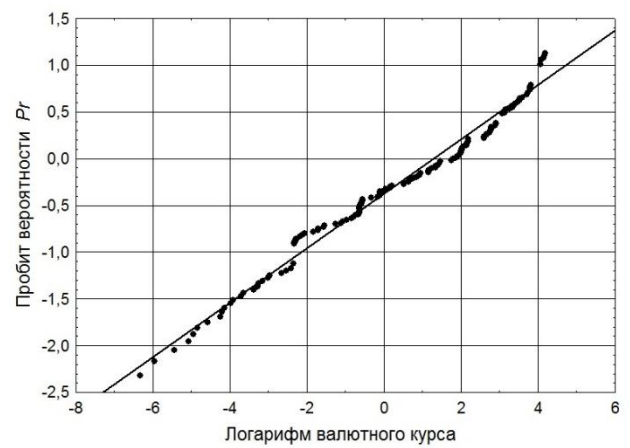
Рис. 8.11. – Зависимость статистической вероятности w_s совместного события наблюдения значений трех показателей от энтропии s :

а) экономика 2017 г.; б) энергетика 2017 г.;

в) экономика 2013 г.; г) энергетика 2013 г.



а)



б)

Рис. 8.12. – Зависимость статистической вероятности w простого события наблюдения значений курса валют от энтропии s : а) 2013 г.; б) 2017 г.

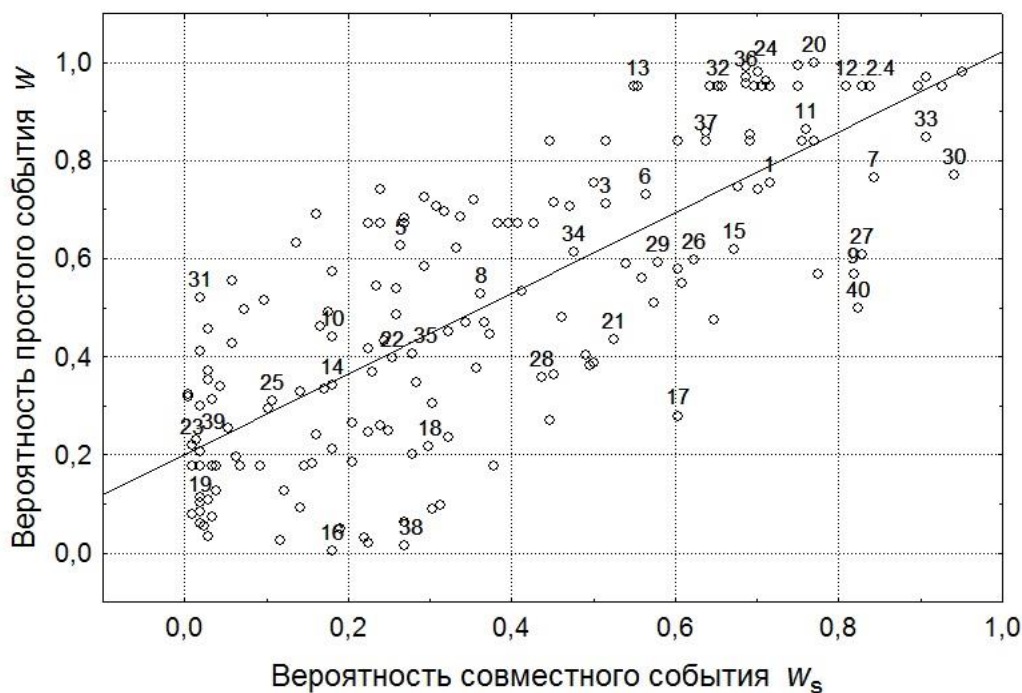


Рис. 8.13. – Взаимосвязь вероятностей простого и совместного событий для сферы экономики стран мира в 2017 году

- | | | | |
|----------------|-------------------|-------------------------|----------------------|
| 1 – Австралия; | 11 – Финляндия; | 21 – Мексика; | 31 – Афганистан; |
| 2 – Австрия; | 12 – Германия; | 22 – Никарагуа; | 32 – Испания; |
| 3 – Беларусь; | 13 – Греция; | 23 – Нигерия; | 33 – Швейцария; |
| 4 – Бельгия; | 14 – Индия; | 24 – Оман; | 34 – Турция; |
| 5 – Бразилия; | 15 – Израиль; | 25 – Пакистан; | 35 – Украина; |
| 6 – Болгария; | 16 – Венесуэла; | 26 – Польша; | 36 – Великобритания; |
| 7 – Канада; | 17 – Япония; | 27 – Катар; | 37 – США; |
| 8 – Китай; | 18 – Казахстан; | 28 – Россия; | 38 – Вьетнам; |
| 9 – Дания; | 19 – Южная Корея; | 29 – Саудовская Аравия; | 39 – Йемен; |
| 10 – Египет; | 20 – Кувейт; | 30 – Сингапур; | 40 – Швеция. |

Стоимость валют Австралии, Новой Зеландии, Китая, Турции, Ирландии, Люксембурга, Финляндии, Бангладеш, Индии, Пакистана и др. соответствует среднестатистическому уровню развития мировой экономики.

Если исходить из развития энергетики в странах мира, то из данных рисунка 8.14 видно, что также существует среднестатистический уровень, определяющий глобальную тенденцию связи реальной стоимости валют мира и показателей развития энергетики (линия регрессии на рисунке 8.14). Исходя из потребления энергии имеется энергетически развитая группа стран над линией регрессии, для которых национальные валюты переоценены (Австрия, Бахрейн, Бельгия, Эстония, Финляндия, Франция,

Германия, Ирландия, Италия, Латвия, Нидерланды, Оман, Швейцария, Великобритания и др.).

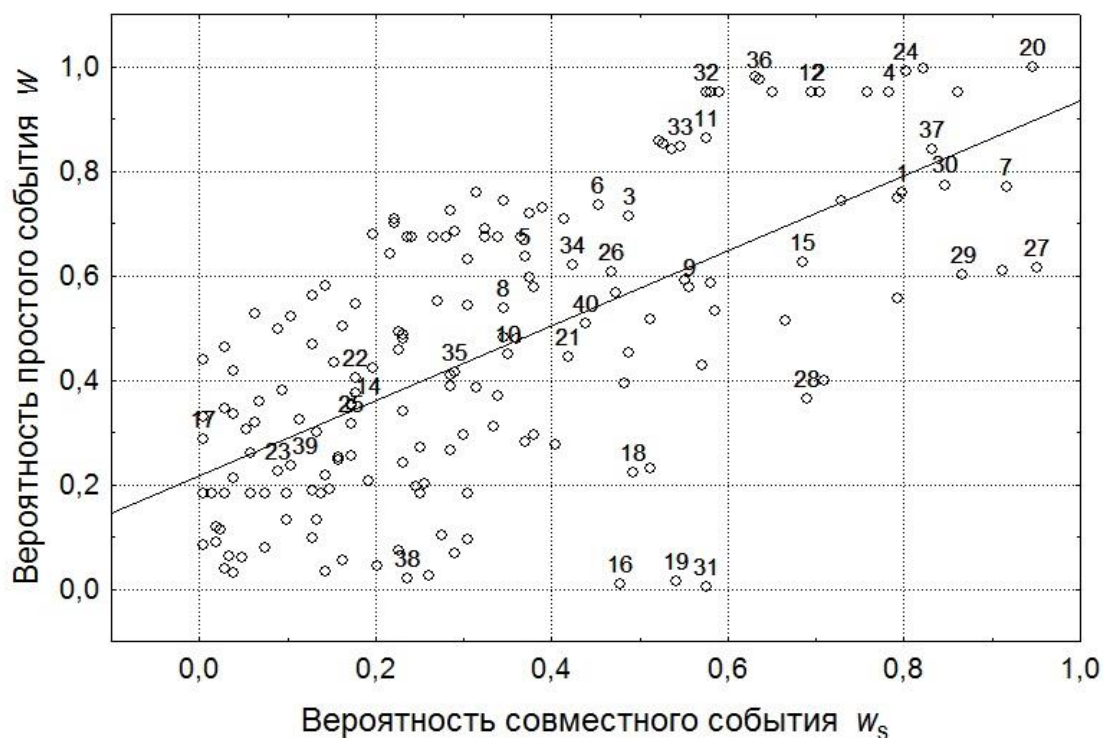


Рис. 8.14. – Взаимосвязь вероятностей простого и совместного событий для сферы энергетики стран мира в 2017 году

1 – Австралия;	11 – Финляндия;	21 – Мексика;	31 – Ливия;
2 – Австрия;	12 – Германия;	22 – Никарагуа;	32 – Испания;
3 – Беларусь;	13 – Греция;	23 – Нигерия;	33 – Швейцария;
4 – Бельгия;	14 – Индия;	24 – Оман;	34 – Турция;
5 – Бразилия;	15 – Израиль;	25 – Пакистан;	35 – Украина;
6 – Болгария;	16 – Венесуэла;	26 – Польша;	36 – Великобритания;
7 – Канада;	17 – Япония;	27 – Катар;	37 – США;
8 – Китай;	18 – Казахстан;	28 – Россия;	38 – Вьетнам;
9 – Дания;	19 – Иран;	29 – Саудовская Аравия;	39 – Йемен;
10 – Египет;	20 – Кувейт;	30 – Сингапур;	40 – Швеция.

Группа энергетически слабо развитых стран в левой части рисунка над линией регрессии (Афганистан, Доминикана, Эритрея, Эфиопия, Гана, Молдова, Папуа-Новая Гвинея, Судан, Тонга, Замбия и др.) имеет также переоцененные национальные валюты.

В группе энергетически развитых стран (Катар, Россия, Саудовская Аравия, Тайвань, Объединенные Арабские Эмираты и др.) национальные валюты недооценены. Группа стран с относительно слабым потреблением

энергии в левой части рисунка под линией регрессии (Колумбия, Гвинея, Индонезия, Ирак, Лаос, Ливан, Мадагаскар, Монголия, Парагвай, Танзания, Уганда, Узбекистан, Вьетнам и др.) имеет также недооцененные национальные валюты.

В самой нижней части рисунка 8.14 находятся Иран, Венесуэла и Ливия, в которых национальные валюты очень сильно недооценены. Вклад этих стран в мировой энергетический сектор значим, а политическая обстановка приводит к недооценке национальных валют.

Полученные данные позволяют оценить реальный курс валюты любой страны исходя из среднестатистических тенденций развития глобальной экономики и энергетики. Например, на рисунке 8.13 экономическое положение России (п.28) определено значениями вероятностей $w_s=0,436$ и $w=0,356$. Исходя из среднестатистических тенденций в экономике, которые определены представленной регрессионной зависимостью (8.72), оптимальное значение вероятности должно составлять $w=0,560$. При данной вероятности из уравнения (8.71) получим значение для курса рубля в интервале 8–10 рублей за доллар.

В свою очередь, на рисунке 8.14 положение России (28) в области энергетики определено значениями вероятностей $w_s=0,69$ и $w=0,356$. Исходя из среднестатистических тенденций в энергетике, которые определены регрессионной зависимостью (8.73), значение вероятности должно составлять $w=0,810$. При данной вероятности из уравнения (8.71) получим значение для курса рубля в интервале 1,5–2,5 рублей за доллар. Таким образом видно, что российская валюта существенно недооценена. Американская валюта при оценке по выбранным показателям экономики переоценена, а по показателям энергетики – практически соответствует среднестатистической глобальной тенденции (рис. 8.13 и 8.14). Валюта Китая в обоих случаях несколько переоценена, а валюта Индии соответствует глобальной тенденции.

При изучении связи простых событий в 2013 и 2017 годах (события наблюдения курсов валют в странах) получена регрессионная зависимость в виде (рис. 8.15, а):

$$w_{2017} = -0,007 + 0,992 w_{2013} . \quad (8.74)$$

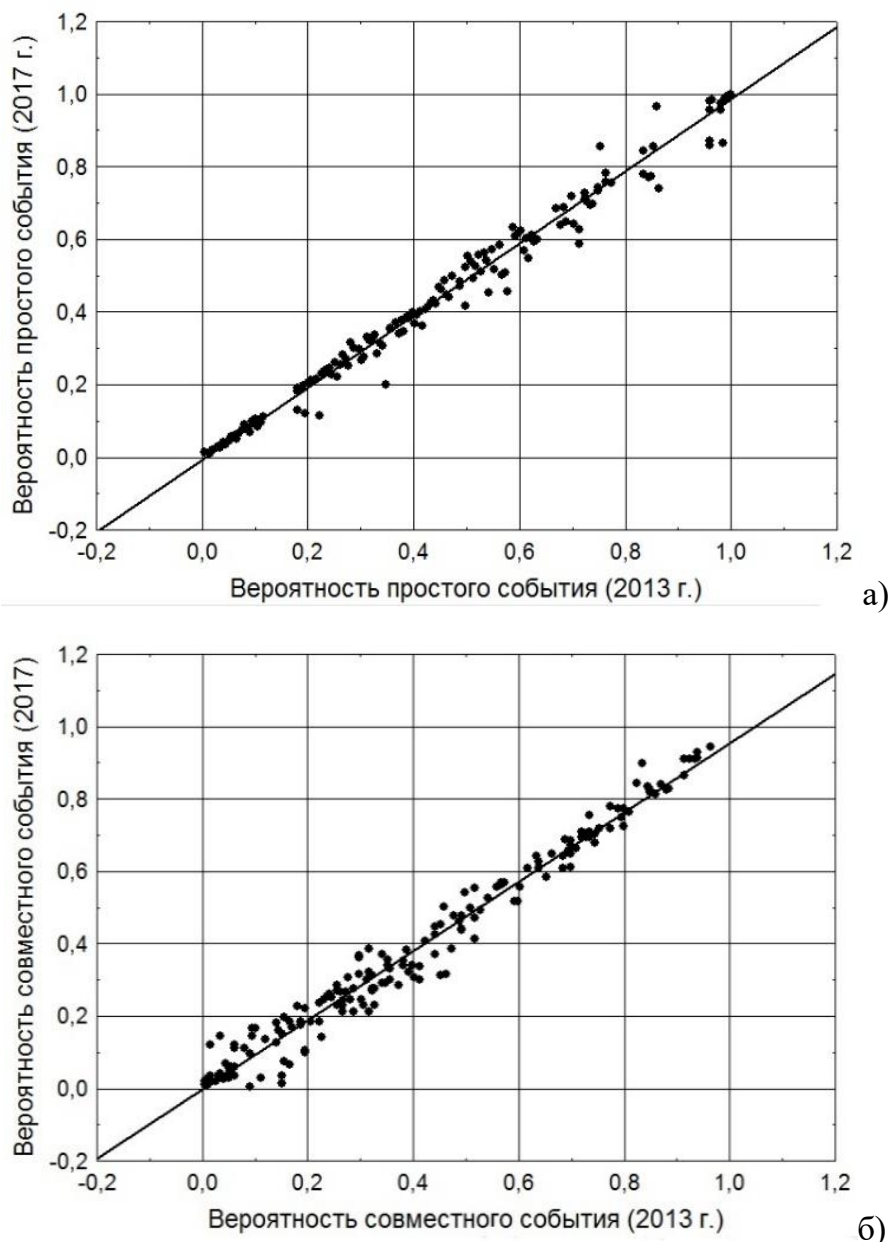


Рис. 8.15. – Зависимость статистических вероятностей различных событий:
 а) вероятность w простых событий наблюдения значений курса валют в 2013 и 2017 годах; б) вероятность w_s совместных событий наблюдения значений показателей в сфере экономики в 2013 и 2017 годах

Из данной зависимости и рисунка 8.15, а видно, что глобальная тенденция формирования реальной стоимости национальных курсов валют в 2017 году существенно не изменилась по отношению к 2013 году (коэффициент регрессии в (8.74) почти равен 1,0).

В целом для сферы экономики динамика процессов характеризуется регрессионной зависимостью вида (рис. 8.15, б):

$$w_{s,2017} = -0,002 + 0,956 w_{s,2013} \cdot \quad (8.75)$$

Здесь коэффициент регрессии равен 0,956. Вид графика говорит о том, что наблюдается определенное снижение интенсивности глобальных экономических процессов в течении пяти лет.

Таким образом, из приведенных результатов видна возможность оценки реальной стоимости национальных валют в зависимости от макроэкономических показателей развития стран. При этом учитываются вклад стран и сложившиеся среднестатистические тенденции в развитии экономических и энергетических секторов мирового хозяйства. Метод событийной оценки позволяет устанавливать закономерности между вероятностями событий, которые связаны с наблюдением значений различных показателей развития стран. Подобный подход позволяет анализировать процессы развития как стран мира, так и других социально-экономических объектов. Это дает возможность выявить тенденции в развитии городов, регионов и стран, а также установить влияние экономических факторов на положение отдельных объектов по отношению ко всей группе изучаемых объектов.

8.4 Комплексная оценка сложности систем

Системодинамика как междисциплинарная наука должна открывать перспективы получения новых законов в конкретных областях знаний. Познание системы любой природы как целого непосредственно связано с представлениями о простоте и сложности объектов исследования [76]. В связи с тем, что все науки в своем содержании опираются на анализ и обобщение эмпирических данных, возникает проблемный вопрос: каким образом на основе имеющихся данных наблюдений можно количественно оценить сложность той или иной системы?

В науке представления о сложности класса объектов выполняют особую роль. Однако сегодня все понятия простоты/сложности сформулированы на качественном уровне и слабо связаны с эмпирическими данными. Путь к представлениям о простоте и сложности целого проходит через поиски объединяющих понятий и комплексных оценок. Поэтому количественные критерии позволяют придать

конкретный смысл объективному изучению сложных систем в контексте системного подхода в познании законов природы и общества.

Поиску таких критериев в системном анализе, общей теории систем и кибернетике посвящены работы многих авторов, обзор которых дан в энциклопедическом труде [138]. Из полученных ранее результатов видна реальная возможность сравнения между собой различных классов объектов, исходя из их сложности и существующих эмпирических данных. В этом плане имеем крайне актуальную научную задачу, которую можно решить путем использования критериев для сравнения состояний объектов между собой. Такие критерии должны позволять оценить сложность систем на основе сравнения статистических вероятностей событий, характеризующих состояния реальных и аналогичных им модельных систем, организованных специальным образом.

Чтобы систематизировать существующие классы объектов по факту наблюдаемых статистических закономерностей, необходимо изначально выделить (сформировать) некий простой класс как основу для всех относительных сравнений, своего рода опорный или эталонный класс объектов. Для этого будем использовать представления о хаотических системах. Этим мы подчеркиваем роль хаоса как категории в современной науке, для которого строго определения пока нет.

В теории хаоса под хаотической системой обычно понимают динамическую систему, которая имеет следующие основные свойства:

- система детерминированна, подвержена динамическому хаосу и может быть описана дифференциальными уравнениями;
- система нелинейна, чувствительна к начальным условиям, имеет ряд топологических свойств и т.д.;

Таким образом, современная математическая теория хаоса изучает нелинейные детерминированные системы.

Для нашего случая данное понятие не приемлемо, т.к. в качестве хаотических систем мы не будем рассматривать детерминированные системы. Используем следующее понятие хаотической системы.

Предположим, что хаотическими являются однородные системы (классы объектов), в которых при любых процессах изменения свойств формируются независимые и равновозможные состояния. Хаотические

системы в пространстве состояний отличаются равномерными распределениями индикативных событий и обладают самыми простыми статистическими закономерностями. При моделировании распределения вероятностей состояний для таких систем будут определяться размерностью пространства состояний и диапазонами изменения значений переменных состояния и могут быть заданы в каждом конкретном случае с использованием имитационных моделей.

Сложно пока сказать, существуют ли в природе абсолютно хаотические системы или это только идеализация, своего рода моделирующая среда. Даже для идеального газа в термодинамике принцип равновозможности состояний нарушается, так как в любом произвольном процессе изохорная и изобарная теплоемкости не равны между собой.

Реальные объекты характеризуются наличием неравновозможных состояний, поэтому оценка сложности объектов может быть осуществлена на основе представления состояний объектов, с одной стороны, как совокупности значений основных параметров свойств в некоторый момент времени, а, с другой стороны, как совместное событие наблюдения значений этих же параметров (переменных состояния) в тот же момент времени. В этом случае сложность объектов может быть оценена по отношению ко всему классу изучаемых реальных объектов путем сравнения их характеристик с аналогичными характеристиками модельного класса хаотически организованных объектов, принятого за эталонный. Если в обоих случаях указанное совместное событие рассматривать как основное индикативное событие, то можно сформулировать способы обработки и анализа многомерной и разноплановой информации путем непосредственного алгоритмического подсчета апостериорных вероятностей этих индикативных событий по опытным данным. На основе оценки эмпирических распределений для изучаемой группы объектов и аналогичной модельной группы можно определить статистические закономерности, характерные для этих групп. В качестве критериев сложности могут использоваться меры сходства классов или методы сравнения статистических распределений, найденных для каждой из двух групп объектов.

Таким образом, будем применять хаотические системы как эталоны при сравнении между собой различных классов объектов по факту их сложности. При этом для каждого класса реальных объектов создаем свой эталонный класс хаотических объектов аналогичной размерности с учетом наблюдаемых диапазонов изменения переменных состояния.

Для этого возьмем две однородные группы объектов, одинаковые по числу экземпляров и изучаемых свойств. Первая группа формируется из экземпляров изучаемого класса реальных объектов, вторая – из аналогичных модельных объектов, имеющих равновероятные состояния. В последнем случае в пространствах состояний сформируем независимые и равновозможные состояния, свойственные модельной группе объектов. С этой целью будем использовать генераторы случайных чисел с равномерным распределением, которые генерируют значения переменных состояния в диапазонах, наблюдаемых для реальных объектов.

Вероятности состояний для экземпляров обеих групп определяем алгоритмически на основе непосредственной оценки статистических вероятностей совместных событий наблюдения значений переменных состояния, также как это делалось в предыдущих разделах.

Методика обработки и анализа данных заключается в выборе таблицы опытных данных «объекты – параметры свойств» (группа реальных объектов). Далее определяется набор переменных состояния и для каждой переменной находятся описательные статистики. В данной таблице формируются также данные для аналогичной группы модельных объектов, для которых задаются равновероятные значения переменных состояния. В обоих случаях за индикативное событие принимаем совместное событие наблюдения значений параметров свойств, при этом состояние объекта будет характеризоваться этим событием. В качестве эмпирической меры состояния принимаем оценку статистической вероятности состояния в заданном объеме пространства состояний. Далее используя метод регрессии, находим эмпирические распределения для каждой из групп объектов и сравниваем их между собой.

Например, для оценки сложной системы состоящей из 3756 позвоночных животных по показателю продолжительности жизни получим статистические одномерные распределения состояний для

реальных и хаотически организованных модельных объектов. Соответствующие распределения показаны на рисунке 8.16, а. В свою очередь, на рисунке 8.16, б приведено сравнение состояний стран мира по значениям курсов валют. В обоих случаях сравниваются одномерные статистические распределения.

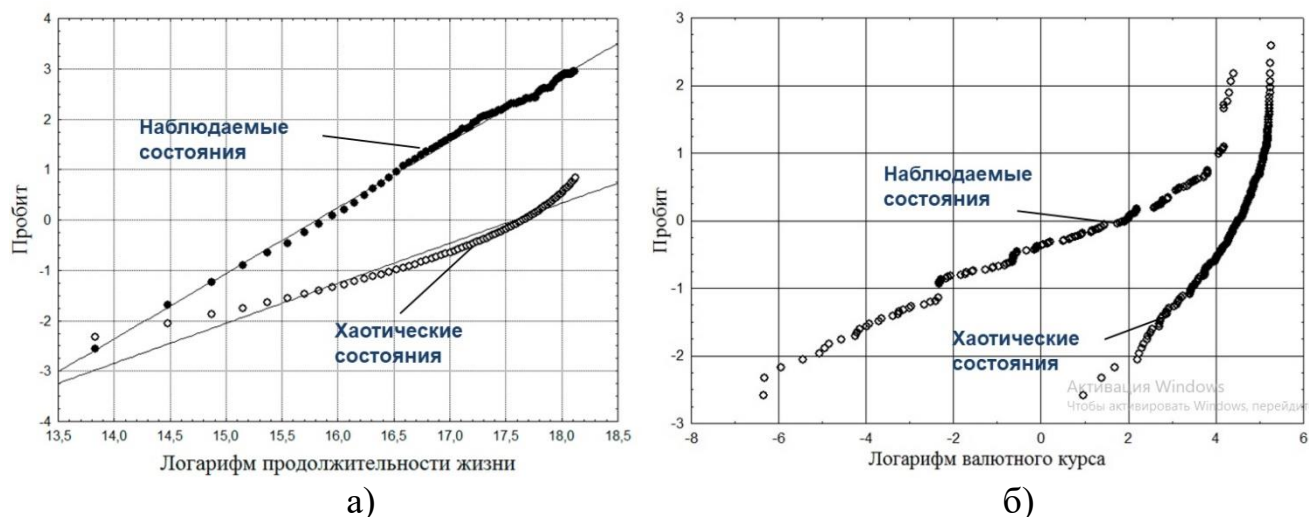


Рис. 8.16. – Оценки классов объектов по уровню сложности: а) распределение вероятностей событий наблюдения значений продолжительности жизни животных; б) распределение вероятностей событий наблюдения значений курсов валют стран в 2015 году

Рассмотрим теперь многомерные системы. Для комплексной оценки сложной системы состоящей из 199 стран мира в качестве переменных состояния выберем показатели, используемые в разделе 8.3:

- потребление электроэнергии на душу населения z_4 , кВт·час/чел.;
- потребление газа на душу населения z_5 , м³/чел.;
- потребление очищенных нефтепродуктов на душу населения z_6 , баррелей/чел.

На рисунке 8.17, а приведено сравнение состояний стран мира по указанным переменным с хаотически организованными состояниями аналогичных модельных объектов.

В свою очередь, на рисунке 8.17, б приведены распределения вероятностей совместных событий наблюдения слов со смыслом и хаотически организованных бессмысленных слов (раздел 7.4). На рисунке 8.17 представлены многомерные статистические распределения.

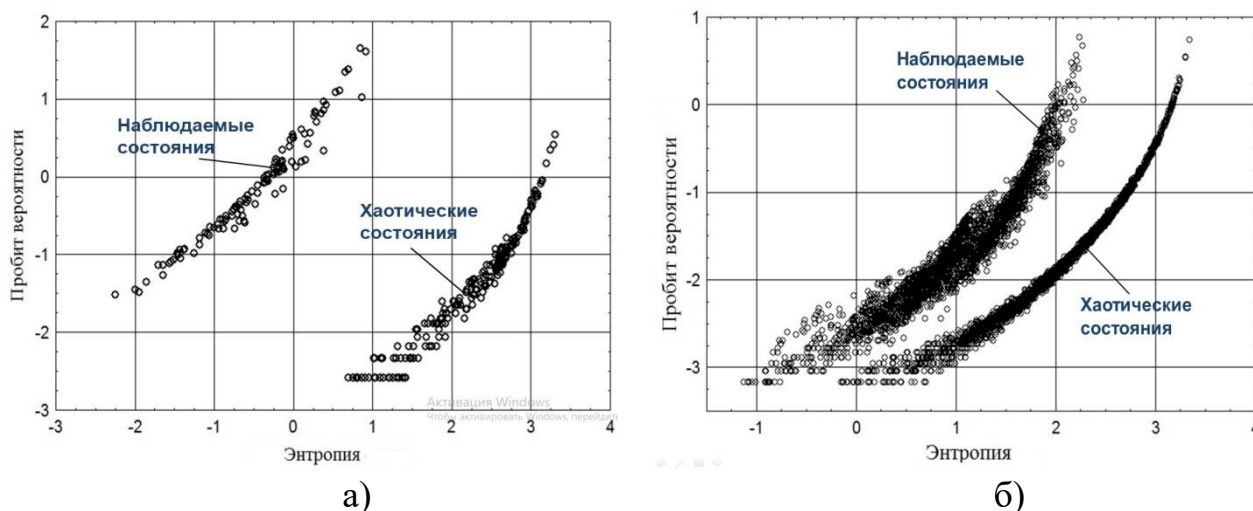


Рис. 8.17. – Оценки классов объектов по уровню сложности: а) распределение вероятностей совместных событий наблюдения значений показателей потребления энергии странами мира в 2015 году; б) распределение вероятностей совместных событий наблюдения букв в словах со смыслом и без смысла (слова из четырех букв)

Из приведенных данных видны явно выраженные вероятностные закономерности, которые отличаются для реальных и аналогичных им простейших хаотических систем. При этом энтропия хаотически организованных систем при том же значении вероятности состояния всегда выше.

Покажем на примере процесс сравнения статистических распределений для реальной и модельной группы объектов. Для комплексной оценки сложной системы, состоящей из 80 регионов России, в качестве переменных состояния выберем показатели развития:

- объем товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами по виду экономической деятельности «Обрабатывающие производства» z_1 , тыс. руб./чел.;
- объем товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами по виду экономической деятельности «Производство и распределение энергии, газа и воды» z_2 , тыс. руб./чел.;
- оборот розничной торговли z_3 , тыс. руб./чел.

Статистические распределения вероятностей состояний объектов приведены на рисунке 8.18 и представлены зависимостями (8.76) – (8.77).

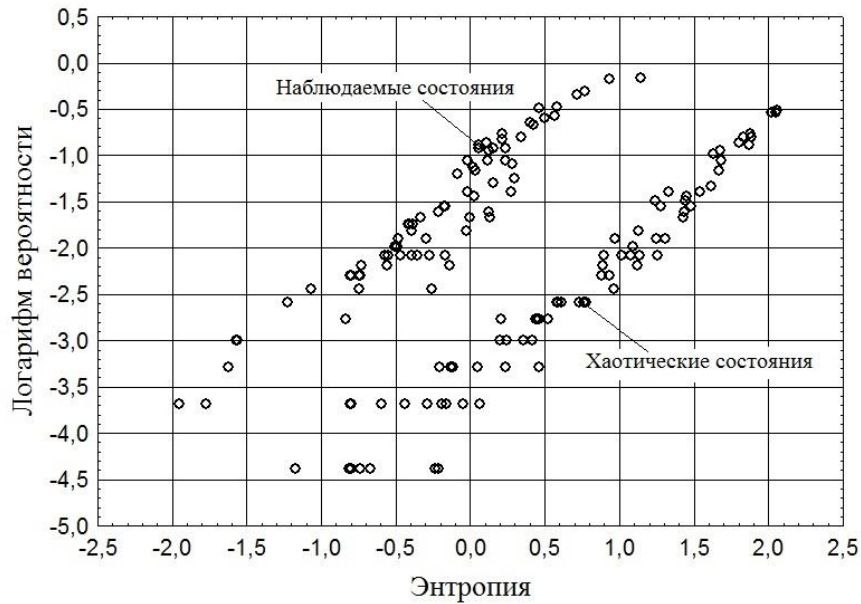


Рис. 8.18. – Распределения вероятностей совместных событий наблюдения значений показателей развития для регионов России в 2018 году

Для для регионов России:

$$\ln w = -1,222 + s ;$$

$$s = 0,5311 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,4611 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 1,2211 \ln \frac{z_3}{z_{30}} . \quad (8.76)$$

Для аналогичных хаотически организованных объектов:

$$\ln w_{ch} = -3,291 + s ;$$

$$s = 0,672 \ln \frac{z_1}{z_{10}} + 0,962 \ln \frac{z_2}{z_{20}} + 0,647 \ln \frac{z_3}{z_{30}} , \quad (8.77)$$

где w , w_{ch} – статистическая вероятность состояния соответственно для реальных и модельных объектов, определенная алгоритмическим методом; s – эмпирическая энтропия; z_k, z_{k0} – соответственно значения переменных состояния для регионов России и опорного объекта (Белгородская область). Коэффициент множественной корреляции зависимости (8.76) составил 0,954, а зависимости (8.77) – 0,975.

Как видно из полученных распределений (8.76) – (8.77), в качестве критерия сложности может быть использована разность коэффициентов α_0 в уравнениях $\ln w = \alpha_0 + s$. Для реальной системы величина α_0 всегда выше, чем у хаотически организованной аналогичной системы. Это

позволяет построить измерительную систему оценки сложности для различных классов объектов в шкале эмпирической энтропии.

Полученные результаты указывают на возможность построения критериев и измерительных шкал, позволяющих оценить сложность того или иного класса объектов по отношению к аналогичному классу хаотически организованных объектов, принятых в качестве эталонов. Тем самым может быть сделан вклад в современную теорию сложности путем развития метрологических методов комплексных измерений.

8.5 О законе возрастания энтропии и области его применения

В науку понятие энтропии и принцип ее возрастания внесены Р. Клаузиусом почти полтора века назад [143]. Данное логическое обоснование проблемы, выполненное Р. Клаузиусом, было проанализировано проф. В. Эткиным в работе [128] и приведено в следующей сжатой и наглядной форме.

Известно, что все макроскопические системы, обладающие термической степенью свободы, стремятся к равновесию. Чтобы найти математическое выражение этой закономерности, основоположник термодинамики Р. Клаузиус разбивает произвольный цикл тепловой машины рядом изотерм и адиабат на бесконечное число элементарных циклов Карно с температурами подвода и отвода тепла T' и T'' и элементарными количествами подведенного и отведенного тепла $\delta Q'$ и $\delta Q''$ [143]. Выражая затем известным образом термический к.п.д. цикла

Карно через эти температуры в виде $\eta_k = 1 - \frac{T''}{T'}$ и, полагая само собой разумеющимся, что термический к.п.д. η любой необратимой тепловой машины $\eta = 1 - \frac{\delta Q''}{\delta Q'}$ меньше, чем в обратимом цикле Карно η_k (при тех же значениях температур T' и T'' в цикле), он приходит к неравенству:

$$\eta = 1 - \frac{\delta Q''}{\delta Q'} < \eta_k = 1 - \frac{T''}{T'}. \quad (8.78)$$

Отсюда следует, что $\frac{\delta Q'}{T'} < \frac{\delta Q''}{T''}$, т.е. сумма приведенных теплот $\oint \frac{\delta Q}{T}$ в цикле необратимой машины меньше, чем в обратимой, где $\frac{\delta Q}{T} = ds$, а $\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$. Поэтому имеем для необратимой машины $\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$. Отсюда Р.Клаузиус делает вывод о том, что в необратимых процессах изменение энтропии $ds > \frac{\delta Q}{T}$.

Если рассмотреть изолированную систему, состоящую из двух частей (тел), находящихся при температурах T_1 и T_2 ($T_1 > T_2$), то при контакте между этими частями системы будет происходить процесс теплообмена. При условии, что от первого ко второму телу переходит количество тепла dQ , энтропия первого тела уменьшается на величину $ds_1 = -dQ/T_1$, а энтропия второго тела увеличивается на величину $ds_2 = dQ/T_2$, откуда $ds_{сум} = dQ \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$. Из этого соотношения следует, что $ds_{сум} > 0$, т.к. $T_1 > T_2$. Таким образом, в изолированных системах при протекании любых необратимых процессов энтропия возрастает.

Именно так возник принцип возрастания энтропии. Не видя ограничений этого принципа, Р. Клаузиус не только возвел его в ранг второго закона термодинамики, но и экстраполировал данный принцип на всю Вселенную. Так появилась его крылатая фраза: «Энергия Вселенной неизменна. Энтропия Вселенной возрастает».

Из приведенного выше вывода видна противоречивость доказательства данного принципа.

Во-первых, принцип получен путем логических обобщений некоторых представлений, связанных с работой тепловых машин, причем без какого-либо обоснования принято, что для необратимых процессов возможно применение понятия энтропии, как функции состояния термодинамической системы. Особо отметим, что в термодинамике понятие энтропии введено на основе рассмотрения обратимых циклов (т.е. циклов, состоящих из обратимых процессов). В этом случае изменение

энтропии $s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$ может быть определено только для обратимого процесса. Можно ли в необратимом процессе считать энтропию функцией состояния? – вопрос пока остается открытым.

Во-вторых, априори данный принцип распространен на все тепловые процессы во Вселенной, чем явно нарушаются принципы термодинамики как феноменологической науки. В третьих, самое главное, исходный вывод Р. Клаузиуса не опирается на опытные данные и энтропия экспериментально не определяется. Если полтора века назад данный вывод отражал прогрессивную идею в науке, то по истечении этого времени логическая последовательность выводов Р. Клаузиуса совершенно не убеждает в правильности обоснования второго закона термодинамики, как универсального принципа природы, т.к. абсолютно не ясна область его применения. При этом отметим, что по истечении такого большого периода времени в литературе так и не появились результаты опытного подтверждения данного исторического вывода. Имеются только косвенные обоснования принципа возрастания энтропии, без данных обработки экспериментов для процессов различной природы. И здесь основная проблема заключается в том, каким образом в любом процессе (не только термодинамическом) по данным опыта оценить энтропию.

В целом, изучение всего логического вывода Р. Клаузиуса, посвященного принципу возрастания энтропии, оставляет осознание явной неудовлетворенности, т.к. стиль изложения качественно отличается от общепринятых научных доказательств в физике, которые, опираясь на опыт и феноменологию предметной области, формируют новые представления и законы. В данном «сухом» выводе Р. Клаузиуса не ясно, какой физический феномен определяет рост энтропии. Мало того, что энтропия явно в опыте не определяема, ей еще приписывается свойство абсолютной универсальности по отношению к подавляющему большинству процессов и явлений, причем без множественных фактов обработки опытных данных.

Наблюдается та же проблема, что и с принципом «адиабатической недостижимости» К. Каратеодори – этот принцип дает возможность

доказать факт существования энтропии, но в чем физическая сущность принципа и как он может проявляться в опыте абсолютно не ясно.

То, что принцип возрастания энтропии отражает некоторый фундаментальный закон природы сомнению не подвергается, однако обоснование этого закона должно основываться на определенном физическом феномене, для которого характерна некоторая общесистемная закономерность, присущая всем наблюдаемым процессам и явлениям. Так же факт возрастания энтропии должен подтверждаться множеством опытов или наблюдений. Отметим, что таким универсальным феноменом может быть только течение времени.

Здесь мы подходим к необходимости раскрытия понятия необратимости процессов, исходя из течения времени. Сегодня в философии необратимость рассматривается как переход системы в качественно новое состояние или как характеристика изменения процесса, при котором не возможен возврат в начальное состояние. В термодинамике, как уже указывалось ранее в разделе 3.1, необратимым называется процесс, который нельзя провести в обратном направлении через все те же самые промежуточные состояния.

Будем рассматривать квазистационарные и нестационарные процессы, используя ранее принятые определения. Считаем, что для квазистационарного процесса эмпирическая мера представима в виде (3.2) $W(\tau) = W(z_1(\tau), z_2(\tau), \dots, z_n(\tau))$, а для нестационарного процесса в виде (3.3) $W(\tau) = W(\tau, z_1(\tau), z_2(\tau), \dots, z_n(\tau))$. Ранее мы рассматривали исключительно квазистационарные процессы, для которых применимы понятия энтропии и обратимости. Если в пространстве состояний существует поле эмпирической меры вида (3.2), то возможно осуществление обратимых процессов. В свою очередь, если в пространстве состояний существует поле эмпирической меры вида (3.3), то процессы являются необратимыми, так как влияние параметра времени τ приводит к дрейфу поля эмпирической меры.

Из полученных в данной книге результатов следует два вывода. Во-первых, понятие энтропии распространяется на системы, для которых в пространстве состояний существует поле эмпирической меры, отличающееся квазистационарностью. В этом случае, как было показано ранее, в каждой

точке M пространства состояний существует поле потенциала $P(z_1, z_2, \dots, z_n) = C$. Данное поле порождает поле градиента $\Gamma_z(z_1, z_2, \dots, z_n) = grad(P)$, векторные линии которого, в свою очередь, определяются уравнениями (3.52) или (7.5) и являются векторными линиями энтропии. Так как векторное поле Γ_z потенциально, то циркуляция вектора Γ_z по простому замкнутому контуру всегда будет нулем, а линейный интеграл по многомерной кривой любого процесса l , соединяющей два произвольные состояния, оказывается не зависящим от формы кривой. Откуда следует обратимость процессов в таком пространстве состояний.

Во-вторых, принцип существования энтропии определенного вида является следствием наличия в пространстве состояний поля некоторой эмпирической меры. Если поле эмпирической меры не существует, то этот принцип утрачивает достоверность. Поэтому ранее введенное понятие энтропии для квазистационарных процессов не может быть распространено на системы, для которых в пространстве состояний существует поле эмпирической меры, отличающееся нестационарностью вида (3.3). Хотя для этого случая тоже может быть введено понятие энтропии, однако данная величина будет явно зависеть от времени. Другими словами, соответствующие зависимости для энтропии квазистационарных и нестационарных полей эмпирических мер будут уже по форме отличаться между собой.

Последовательность доказательства этого факта аналогична доказательствам, приведенным в разделах 3.3 или 7.1. Например, используем те же самые постулаты системодинамики 1 – 4, которые изложены в разделе 7.1. При этом оговариваем, что скалярное поле величины θ явно зависит от времени $\theta = \theta(\tau, z_1, \dots, z_n)$. Зададим некоторую вещественную функцию $T(\tau, z_1, z_2, \dots, z_n)$, на основе которой будет формироваться модель пространства состояний, при этом предполагаем, что существует связь между величинами T и θ вида: $\theta = T(\tau, z_1, z_2, \dots, z_n)$ или $\theta = T(\tau, z_1, z_2, \dots, z_n) + const$. Тогда уравнение (7.2) представляется в виде:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial Q}{\partial z_1} dz_1 + \dots + \frac{\partial Q}{\partial z_n} dz_n. \quad (8.79)$$

Добавляя к соотношениям (7.3) величину $\left(\frac{\partial Q}{\partial \tau}\right) = c_\tau \left(\frac{\partial T}{\partial \tau}\right)$, где c_τ –

темпоральность нестационарного процесса изменения состояния объектов во времени, приходим к необходимости анализа формы Пфаффа вида:

$$dQ = c_\tau \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \right) d\tau + c_1 \left(\frac{\partial T}{\partial z_1} \right) dz_1 + \dots + c_n \left(\frac{\partial T}{\partial z_n} \right) dz_n. \quad (8.80)$$

Решение задачи зависит от выбора вида функции $T(\tau, z_1, z_2, \dots, z_n)$. В математической физике при описании нестационарных скалярных полей величин широко используется метод Фурье, когда частные решения ищутся в виде произведений функций, зависящих от времени и параметров свойств $T = \varphi_\tau(\tau) \varphi_1(z_1) \varphi_2(z_2) \cdot \dots \cdot \varphi_n(z_n)$. Также как и при выводе соотношений (3.41) – (3.42) можно показать, что для уравнения (8.80) обязательно существует интегрирующий делитель, который обращает данное уравнение в полный дифференциал. Интегрирующим делителем уравнения (8.80) будет функция $T = \varphi_\tau(\tau) \varphi_1(z_1) \varphi_2(z_2) \cdot \dots \cdot \varphi_n(z_n)$.

В результате получаем энтропию состояния в случае нестационарного поля эмпирической меры в виде

$$s - s_0 = c_\tau \ln \left(\frac{\varphi_\tau(\tau)}{\varphi_\tau(\tau_0)} \right) + c_1 \ln \left(\frac{\varphi_1(z_1)}{\varphi_1(z_{10})} \right) + \dots + c_n \ln \left(\frac{\varphi_n(z_n)}{\varphi_n(z_{n0})} \right), \quad (8.81)$$

где $s_0, \tau_0, z_{10}, \dots, z_{n0}$ – параметры опорного состояния.

В свою очередь, для квазистационарного поля эмпирической меры зависимость для энтропии ранее была получена в виде (3.42):

$$s - s_0 = c_1 \ln \left(\frac{\varphi_1(z_1)}{\varphi_1(z_{10})} \right) + c_2 \ln \left(\frac{\varphi_2(z_2)}{\varphi_2(z_{20})} \right) + \dots + c_n \ln \left(\frac{\varphi_n(z_n)}{\varphi_n(z_{n0})} \right). \quad (8.82)$$

Таким образом, для нестационарных процессов, которые мы считаем необратимыми, в зависимости для энтропии (8.81), в отличие от зависимости (8.82), появляется слагаемое в виде частной энтропии

$$\Delta s_\tau = c_\tau \ln \left(\frac{\varphi_\tau(\tau)}{\varphi_\tau(\tau_0)} \right), \text{ где присутствует параметр времени } \tau. \text{ В частном}$$

случае задания функции $T = \tau \cdot z_1 \cdot \dots \cdot z_n$ энтропия (8.81) имеет вид:

$$s - s_0 = c_\tau \ln \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right) + c_1 \ln \left(\frac{z_1}{z_{10}} \right) + \dots + c_n \ln \left(\frac{z_n}{z_{n0}} \right). \quad (8.83)$$

Из данной зависимости видно, что для любых необратимых (нестационарных) процессов изменение энтропии $\Delta s > 0$, так как всегда

$\tau > \tau_0$. Аналогичные результаты можно получить и для случая однородных функций T , определяющих модель пространства состояний.

Таким образом, из вышеприведенного можно сделать следующие выводы:

- принцип существования энтропии распространяется на необратимые процессы при условии существования нестационарного поля эмпирической меры, однако в соответствующую зависимость для определения энтропии входит параметр времени τ ;

- необратимое течение времени определяет рост энтропии в необратимых процессах;

- для случая нестационарного поля эмпирической меры также будет существовать в каждой точке пространства состояний соответствующее векторное поле $\Gamma(\tau, z_1, z_2, \dots, z_n)$ и поле потенциала $P(\tau, z_1, z_2, \dots, z_n)$, однако данные поля будут зависеть от времени. В этом случае, процессы совершаемые объектами, являются необратимыми, так как воздействия на них происходят не одномоментно, поэтому изменение потенциала будет определяться траекторией процесса и его темпоральностью. Исходя из этого, циркуляция вектора Γ по простому замкнутому контуру отлична от нуля, а линейный интеграл по многомерной кривой любого процесса l , соединяющей произвольные два состояния, оказывается зависящим от формы кривой, откуда следует необратимость процессов в таком пространстве состояний;

- подобные представления о сущности необратимых процессов позволяют по массивам темпоральных данных количественно оценивать энтропию и проверять справедливость принципа возрастания энтропии применительно к системам различной природы.

Таким образом, необратимое течение времени и принцип существования энтропии позволяют логически и экспериментально обосновать закон возрастания энтропии для необратимых процессов. В данной книге пока не касаемся вопросов экспериментальной проверки данного принципа, хотя уже видно, что это возможно.

Глава девятая

О СОЗДАНИИ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ВРЕМЕНИ

9.1 Предмет темпорологии

Одна из самых актуальных проблем современной науки связана с феноменологическими исследованиями природы времени. Время в философии и физике основная категория и фундаментальное понятие. Разнообразие точек зрения, концепций, моделей и конструкций времени в современном научном знании не может не удивлять. Однако феномен времени остается такой же загадкой, как и 2400 лет назад во времена Аристотеля.

Сегодня можно говорить, что существует геометрическая модель научной картины мира. Частные примеры – это специальная и общая теория относительности, геометродинамика, геометрофизика и т.д. Несмотря на то, что все эмпирические данные в том или ином виде являются темпоральными, так как отражают динамику изменения и развития объектов и систем во времени, пока нельзя говорить о существовании темпорологической модели научной картины мира. Однако понятно, что на первом этапе такая модель будет являться феноменологической.

Гейзенберг под «феноменологической» теорией понимал такую формулировку закономерностей, в которой наблюдаемые процессы и явления не сводятся к общим законам природы. В развитии науки феноменологические теории всегда играли значительную роль, так как опирались на опытные данные и являлись первым шагом на пути построения системно-феноменологических или фундаментальных теорий в различных областях естествознания.

Основные законы, отражающие природу времени, еще не известны, именно поэтому феноменологический подход может указать путь к поиску принципов и закономерностей темпорологии – науки, изучающей время и его свойства. На данном этапе ключевая проблема темпорологии – это отсутствие продуктивных идей в области изучения природы времени,

которые основывались бы на представительных опытных данных, статистической информации или эмпирических фактах. В научных исследованиях наблюдается явное противоречие. Анализ многих работ, посвященных изучению времени, указывает на преобладание гипотетических и теоретических моделей, которые слабо связаны с опытом. Результатам обработки опытных данных в области темпорологии посвящены только отдельные немногочисленные работы. Это видно из содержания информационных ресурсов темпорологии [62, 144, 154]. Без развития феноменологии предметной области нельзя получить адекватные и достоверные теоретические описания и модели.

Сегодня время в большинстве разделов физики представляется временной шкалой в смысле абсолютного времени Ньютона. В этом плане время выступает общим арифметизированным параметром свойств объектов и систем и не обладает собственными свойствами. Все физические модели строятся в детерминированной моделирующей среде на основе формулировки различных динамических теорий, где абсолютное время фундаментально. Практически можно говорить об использовании шкалы для измерения времени, которая не имеет опорных точек, является непрерывной и равномерной, а начало отсчета задается по соглашению в каждом конкретном случае. Такая шкала времени является шкалой интервалов и используется в большинстве моделей физики и во многих других науках естествознания как данность.

В классической термодинамике время исключено из рассмотрения благодаря использованию понятия равновесного процесса – бесконечно медленного процесса. В неравновесной термодинамике время в теорию вводится искусственно через соотношение Гиббса, при этом, что это за величина нигде не поясняется. Если исходить из анализа уравнений неравновесной термодинамики, то можно сделать вывод, что время в этом случае является универсальным внешним параметром в смысле абсолютного времени Ньютона. В свою очередь, термодинамика конечного времени, учитывающая интенсивность и продолжительность термодинамических процессов, не получила своего развития.

В специальной теории относительности (СТО) время и пространство органично связаны в единое целое. Четырехмерное пространство-время

имеет три пространственных измерения и одно временное. В данном случае можно говорить о геометрической модели пространства-времени. Однако сущность времени в данной модели тоже не раскрывается. По определению Эйнштейна: время есть то, что измеряется часами, а собственное время объекта – это время, измеряемое по часам, которые движутся вместе с объектом. Другими словами, каждый объект в СТО имеет свою собственную временную шкалу, при этом каждая такая шкала при измерениях несет содержание абсолютного времени Ньютона.

В большинстве разделов математической физики, геологии, метеорологии, биологии, астрономии, археологии, палеонтологии, токсикологии и т.д. преимущественно используются ньютоновские представления о времени, хотя в подавляющем числе случаев это явно не оговаривается.

В свою очередь реляционные модели времени основываются на анализе системы отношений между объектами и событиями. На первое место при построении конструкций времени выходят свойства объектов, их изменения и наблюдаемые причинно-следственные события, связанные с этим. Наше измеряемое время, в виде общепринятой шкалы времени, рассматривается как одна из эмпирических величин, позволяющая оценить свойства особого, специфического, собственного времени для определенного класса объектов. Подобные реляционные модели есть в физике, биологии, стратиграфии и т.д. В случае реляционных моделей сущность времени как величины должна вытекать из созданной теории.

Ранее указывалось, что научное представление о том, что любому процессу или явлению может быть поставлено в соответствие несколько шкал измерения времени, а каждый процесс обладает своим хроногенезом [35, 40], становится распространенным.

В данном разделе в качестве обобщения представлений о времени, основанных на изменении свойств объектов различной природы, будем использовать понятие системного времени, о котором говорилось ранее. Так как проблему времени мы рассматриваем с позиций общей теории систем, то, на наш взгляд, это наиболее удачное название. Под системным временем будем понимать собственное, внутреннее, особое время применительно к системам различной природы. Системное время, также

как и температура в термодинамике, будет являться особой величиной, которая в целом характеризует состояния конкретных объектов, исходя из динамических изменений их свойств.

Сегодня устоявшегося названия науки о времени в общем то нет. Чаще всего в литературе встречаются названия темпорология и хронофизика. Учитывая специфику данного раздела, где тема времени выходит за пределы физики в научные области теории систем, будем придерживаться первого названия.

Таким образом, темпорология – междисциплинарное научное направление, изучающее понятие времени, его концепции, свойства, методы измерения и описания в различных науках. Предметом ее изучения являются все факты и закономерности природы и общества, связанные со временем.

Целью данного раздела является разработка способов измерений и установление закономерностей и свойств системного времени применительно к различным классам объектов как основы создания феноменологической теории времени.

9.2 О логических парадоксах специальной теории относительности

Появление специальной теории относительности привело к изменению представлений о пространстве и времени. СТО положена в основу современной физики, в связи с чем занимает в ней особое место. Однако, исторически эта теория [124, 125] связана с рядом парадоксов и проблематичных суждений [14, 28, 35, 36, 107, 108], по многим ее положениям уже более ста лет не утихают дискуссии.

Уравнения Лоренца в теории относительности получают, представляя фронт распространения световой волны в двух инерционных системах отсчета XYZ и $X'Y'Z'$. Из условий однородности и изотропности пространства и времени, а также принципа постоянства скорости света $c = c'$ в обеих системах XYZ и $X'Y'Z'$, следует вывод для преобразований координат и времени в разных инерционных системах [108].

В процессе вывода уравнений предполагают, что системы координат XYZ и $X'Y'Z'$ в начальный момент времени размещены таким образом, что координатные оси OX и OX' , OY и OY' , OZ и OZ' совпадают, также как и начала координат O и O' [108]. Далее началу координат системы $X'Y'Z'$ сообщается постоянная скорость v в направлении оси OX (ось OX' скользит по оси OX). Используя часы, связанные с началами отсчета O и O' , определяется соответственно время t и t' . Далее в мысленном эксперименте, основываясь на световых сигналах, посылаемых в качестве сообщений, вводится понятие одновременности пространственно разобщенных событий. Исходя из однородности и изотропности пространства, в общем виде устанавливаются уравнения связи между координатами и временем в «неподвижной» системе XYZ с координатами и временем в «движущейся» системе $X'Y'Z'$:

$$\begin{aligned}x' &= f_1(x, y, z, t), \\y' &= f_2(x, y, z, t), \\z' &= f_3(x, y, z, t), \\t' &= f_4(x, y, z, t)\end{aligned}\tag{9.1}$$

и доказываемая линейность этих уравнений [см., например, 108].

Основываясь на постоянстве скорости света в системах XYZ и $X'Y'Z'$ и используя зависимости для фронта распространения светового сигнала из начала координат в начальный момент времени, когда точки O и O' совпадали, записывают уравнения для точек фронта волны в обеих системах в виде [108]:

$$c^2 t^2 = x^2 + y^2 + z^2,\tag{9.2}$$

$$c^2 t'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2.\tag{9.3}$$

Это позволяет получить конкретный вид зависимостей (9.1).

Согласно этого достаточно известного вывода показывают, что уравнение распространения света (9.3) преобразуется в (9.2) при переходе $X'Y'Z' \rightarrow XYZ$ только в том случае, когда координаты x и время t связаны с координатами x' и временем t' движущейся системы $X'Y'Z'$ соотношениями [108, стр. 32]:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (9.4)$$

которые используются совместно с уравнениями для координат $y' = y$ и $z' = z$.

Известно, что соотношения (9.4) образуют группу лоренцевых преобразований, из которой получаются все практически важные следствия теории относительности, при этом утверждают, что преобразования Лоренца выражают общие свойства пространства и времени для любых физических процессов.

Сразу после становления СТО были сформулированы парадоксы этой теории, основными из которых являются: парадокс сокращения движущихся масштабов в направлении движения, парадокс замедления хода движущихся часов, парадокс эйнштейновского поезда, парадокс связи массы и скорости объекта в теории Минковского и т.д. [35, 36, 107, 108].

Скорее всего, парадоксы теории относительности определяются тем, что гипотетические модели не в полной мере отражают физическую реальность процессов и сформулированы на недостаточно обширной опытной базе. Отметим некоторые положения дискуссионного характера, сущность которых связана исключительно с геометрическими представлениями, а не с физикой процессов.

При анализе логической системы СТО возникает ряд проблемных вопросов, а именно: Почему в данной системе используются только механические движения и не учитываются изменения других свойств объектов и другие материальные движения? Почему рассматривается четырехмерное пространство состояний, а не многомерное и насколько условия четырехмерности являются фундаментальными? Чем обоснована необходимость принятия геометрической модели пространства состояний, и почему не используются другие модели, например, событийно вероятностная? Почему в СТО нет отличий между физической и геометрической системами координат (между физикой процессов и их математическими моделями)? В СТО не принимается во внимание даже масса объектов. В чем физический смысл преобразований Лоренца? Почему ключевое понятие времени в СТО крайне нечетко определено?

Почему вся теория СТО построена на мысленных, а не на физических экспериментах и чем можно объяснить противоречия их результатов [85] по проверке такой важной для физики теории? и т.д.

На фоне физических экспериментов, подтверждающих теорию относительности [83], имеется ряд экспериментов ее опровергающих [85], причем бывают случаи, что один и тот же эксперимент трактуется специалистами по разному.

В данном случае мы не будем касаться физической проблематики СТО, а рассмотрим ее задачи в общем виде с позиций теории систем и системного подхода.

Для того чтобы показать, что с логическими положениями СТО не все обстоит так благополучно, как кажется, изложим несколько модельных представлений времени на основе гипотетических подходов, рассматривая при этом многомерные пространства свойств для различных классов объектов и систем, которым свойственны разные материальные движения.

1. В первом случае пусть имеется многомерное пространство состояний E_z^n , отнесенное к системе прямоугольных координат z_1, z_2, \dots, z_n параметров свойств, а также другое пространство $E_{z'}^n$ с системой координат z'_1, z'_2, \dots, z'_n . Рассмотрим две области Ω_z^n и $\Omega_{z'}^n$ в этих пространствах, ограниченные соответственно поверхностями S_z и $S_{z'}$. Допустим, что данные пространства связаны между собой взаимно однозначным непрерывным соответствием вида $z'_k = z_k(z_1, z_2, \dots, z_n)$. Поэтому каждой точке M_z области Ω_z^n однозначно соответствует точка $M_{z'}$ области $\Omega_{z'}^n$, причем точкам поверхности S_z отвечают именно точки поверхности $S_{z'}$ и наоборот.

Если в каждой точке M_z области Ω_z^n существует некая скалярная величина θ , то в Ω_z^n задано поле этой величины $\theta = \theta(z_1, z_2, \dots, z_n)$. Очевидно, что при строгой однозначности соответствия между областями Ω_z^n и $\Omega_{z'}^n$ поле величины θ существует в обеих областях и не зависит от выбора координатной системы.

Будем исходить из того, что допущения, принятые в разделе 6.2 для пространства состояний E_z^n , справедливы. Ранее было показано (глава 7,

уравнение 7.21), что для многомерных континуальных пространств состояний систем E_z^n , опытные данные для которых могут быть описаны математическими моделями с использованием мультипликативных, однородных или аддитивных функций, существует потенциал (функция меры) вида:

$$dP = d\left(\frac{z_1^2}{2c_1} + \frac{z_2^2}{2c_2} + \dots + \frac{z_n^2}{2c_n}\right), \quad (9.5)$$

где c_k – величины, характеризующие континуальные закономерности пространства E_z^n по направлениям осей координат z_k .

Отсюда вытекает несколько результатов, существенных для развития методов моделирования в темпорологии, поэтому для их представления проведем некоторые аналогии.

Рассмотрим изменение функции меры для пространства E_z^n согласно (9.5). Данное уравнение справедливо для любых многомерных континуальных пространств, для которых выполнены условия и допущения, принятые в разделе 6.2.

Координаты движения могут быть представлены как свойства объектов в трехмерном пространстве. Поэтому предположим, что в частном случае изучается множество движущихся пространственных инерциальных трехмерных систем (объектов), которые мы признаем равноправными. Поставим задачу формального получения известных лоренцовых преобразований из уравнений вида (9.5), по которым можно найти значения координат и времени в некоторой инерциальной системе по отношению к другой системе.

Выделим из множества две произвольные системы XYZ и $X'Y'Z'$. Предположим, что наблюдение за состоянием систем осуществляется из системы XYZ , которую будем считать неподвижной, а пространство состояний – изотропным и однородным. Примем в качестве параметров свойств систем координаты их положения в трехмерном пространстве, для системы XYZ – это $z_1 = x$, $z_2 = y$ и $z_3 = z$, а для системы $X'Y'Z'$ – это $z'_1 = x'$, $z'_2 = y'$ и $z'_3 = z'$. Далее для системы XYZ выберем начало отсчета, размещенное в точке O с координатами $x = 0$, $y = 0$ и $z = 0$. Аналогично,

для системы $X'Y'Z'$ начало отсчета зададим в точке O' ($x'=0, y'=0$ и $z'=0$). Пусть система $X'Y'Z'$ движется относительно системы XYZ со скоростью v вдоль оси OX , т.е. система $X'Y'Z'$ скользит осью OX' по оси OX , а координаты y и y' , а также координаты z и z' , совпадают. В начальный момент времени (до начала движения) точки O и O' также совпадают. Этим самым мы полностью выполнили условия и приняли обозначения (рис. 9.1), использованные в СТО при исходной постановке задачи.

Для общего случая из уравнения (9.5) определим меру как математическую функцию пространства состояний XYZ по отношению к ее началу отсчета, для которого примем значение $P(0,0,\dots,0)=0$:

$$P = \frac{1}{2} \left(\frac{z_1^2}{c_1} + \frac{z_2^2}{c_2} + \dots + \frac{z_n^2}{c_n} \right). \quad (9.6)$$

Аналогичным образом, мера пространства состояний $X'Y'Z'$ по отношению к началу отсчета O' будет иметь вид:

$$P' = \frac{1}{2} \left(\frac{z_1'^2}{c_1'} + \frac{z_2'^2}{c_2'} + \dots + \frac{z_n'^2}{c_n'} \right). \quad (9.7)$$

Сохраняя общепринятые в теории относительности представления, введем следующие обозначения для системы XYZ , имея в виду, что мера пространства P и величины c_k положительны, а многомерное пространство состояний изотропно и однородно, в результате получим:

$$P = t^2 \text{ и } c_1 = c_2 = \dots = c_n = c^2/2. \quad (9.8)$$

После преобразований и замены координат уравнение (9.6) примет вид:

$$c^2 t^2 = x^2 + y^2 + z^2. \quad (9.9)$$

В системе $X'Y'Z'$, которая движется вдоль оси OX' со скоростью v , уравнение (9.7) с учетом аналогичных обозначений имеет вид:

$$c'^2 t'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2. \quad (9.10)$$

Также как и в теории относительности, определим величины t и t' как время, регистрируемое соответственно в системе XYZ и в системе $X'Y'Z'$, при этом мы считаем также, что $c = c'$. В этом случае уравнения (9.9) – (9.10) совпадают с уравнениями (9.2) – (9.3).

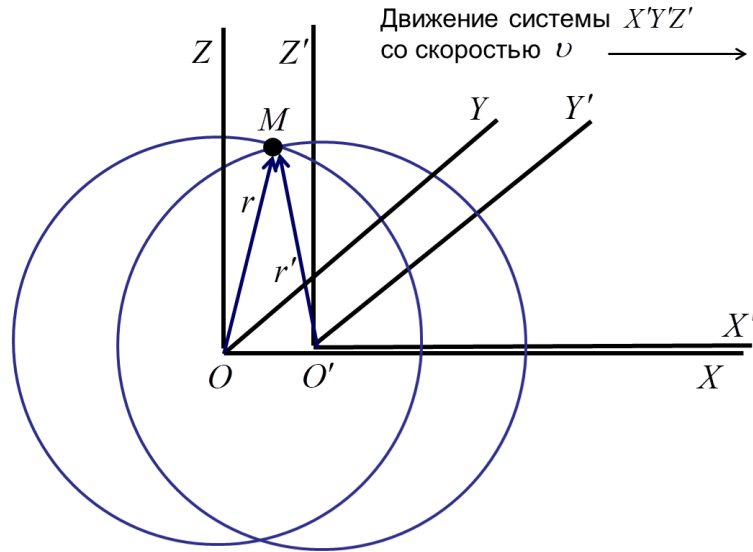


Рис. 9.1. – Схема представления двух пространств состояний XYZ и $X'Y'Z'$, движущихся относительно друг друга

Таким образом, на основе использования уравнений для меры пространства состояний вида (9.6) и (9.7) в результате известных предположений и простого вывода можно формально получить преобразования Лоренца, если провести вывод этих уравнений на основе зависимостей (9.9) – (9.10) и принятых как в СТО гипотетических представлений [108]. При этом использована логика системного анализа и не привлекались данные физического опыта.

Однако, обратим внимание на то, что именно опыт признается единственно возможной основой для создания теорий. Поэтому будем осторожно относиться к гипотетическим моделям, для которых отсутствуют опытные данные, полученные в процессе прямого наблюдения.

2. Теперь покажем, что основные положения СТО в своей сути относятся исключительно к геометрическим построениям и вообще могут быть не связаны с физическим опытом.

Для этого рассмотрим многомерное пространство состояний E^n для некоторого класса объектов, который характеризуется параметрами свойств z_1, z_2, \dots, z_n . В частном случае (только для наглядности представления и полного соответствия обозначениям, принятым в СТО) изобразим на рисунке два трехмерных пространства состояний XYZ и $X'Y'Z'$ (рис.9.1).

Также как и ранее считаем, что для системы XYZ параметры свойств $z_1 = x$, $z_2 = y$ и $z_3 = z$, а для системы $X'Y'Z'$ – $z'_1 = x'$, $z'_2 = y'$ и $z'_3 = z'$ (не обязательно x, y, z – это координаты движения). Принимаем также все изложенные ранее условия для взаимного движения систем XYZ и $X'Y'Z'$ и выбора начал отсчета.

Возьмем в пространстве состояний XYZ произвольную точку M , характеризующую некоторое состояние. Построим из начала координат O до точки M радиус-вектор \vec{r} , квадрат модуля которого равен:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2. \quad (9.11)$$

Так как уравнение (9.11) при геометрическом подходе справедливо для любой точки пространства состояний, то предположим, что соотношение (9.11) может быть представлено в параметрическом виде:

$$r^2(t) = x^2(t) + y^2(t) + z^2(t). \quad (9.12)$$

Определим параметр t как $t = r/c$, где c – произвольная константа.

При прямолинейном и равномерном движении точки M в евклидовом пространстве состояний (при совершении линейного процесса) параметры свойств x, y, z будут линейно зависеть от t и всегда будет выполняться равенство:

$$c^2 t^2 = x^2 + y^2 + z^2. \quad (9.13)$$

Аналогичным образом для системы $X'Y'Z'$ выполним те же действия. Построим до точки M радиус-вектор \vec{r}' и определим квадрат его модуля:

$$r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2. \quad (9.14)$$

Далее представим уравнение (9.14) в параметрическом виде и зададим параметр t' как $t' = r'/c'$, где c' – произвольно выбранная константа. В результате получим равенство:

$$c'^2 t'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2. \quad (9.15)$$

Так как константы c и c' выбираются произвольно, то в частном случае примем, что $c = c'$. В результате уравнения (9.13) и (9.15) будут полностью соответствовать уравнениям (9.2) и (9.3), из которых выводят преобразования Лоренца (9.4).

Приведенная модель легко обобщается на многомерное пространство состояний. Особо отметим, что в данном случае не было необходимости использовать физические представления об относительности законов, по которым изменяются состояния физических систем (принцип относительности), и постулат о постоянстве скорости света, привлекать информацию о световых сигналах, использовать положение о сферическом распространении фронта световой волны, применять методы синхронизации часов и т.д. Более того в исходной постановке задачи данные о физических процессах вообще не учитывались. В связи с этим у нас нет ни малейших оснований связывать геометрические параметры t и t' с физическим временем измеряемым часами соответственно в системах XYZ и $X'Y'Z'$. Получается, что вся модель пространства-времени СТО является исключительно гипотетической и представляет собой чисто искусственную геометрическую конструкцию. При этом вопрос о том, в какой мере принятая модель пространства состояний физической системы отвечает данным физического опыта в СТО обосновывается мысленными экспериментами и общепринятыми идеализированными представлениями о движении света.

Приведенные выше два примера указывают на то, что исходные модели, приводящие к преобразованиям Лоренца, могут быть абсолютно разными и не основываться на физических процессах. Отсюда следует, что логические парадоксы СТО связаны с противоречием, возникающим между реальным физическим явлением и предложенной моделью этого явления, а также некорректным определением понятия времени, когда показания измерительных часов (каких, среди их множества?) принимают за фундаментальные свойства времени.

Наиболее известными парадоксами теории относительности являются сокращение движущихся масштабов в направлении движения и замедление хода движущихся часов. Первый парадокс, в общем случае, является следствием второго парадоксального вывода.

Из положений СТО вытекает, что события, одновременные относительно неподвижной координатной системы, не одновременны при рассмотрении их из координатной системы, движущейся относительно

этой системы [124, 125]. Данный вывод вытекает из уравнений Лоренца (9.4) и является основным логическим парадоксом СТО, который получил название «парадокса часов». Во втором уравнении (9.4), в случае если события отделены расстоянием, наличие в числителе члена $(vx)/c^2$ приводит к выводу о нарушении одновременности событий в движущейся системе. Автор известной концепции времени А. Бергсон уделил много внимания данному парадоксу, который вытекает из противоречивости исходных положений специальной теории относительности [28]. Позиция Бергсона и основные результаты его работы достаточно ясно и кратко представлены в статье [14]. Гипотетический «парадокс часов», распространенный на живые организмы, породил известный в популярной литературе «парадокс близнецов». Популяризация теории относительности привела к множеству проблематичных образов и утверждений, которые поражают воображение, однако слабо обоснованы, так как прямой опыт их подтверждения отсутствует.

Ранее отмечалось, что утверждение А. Эйнштейна, что «время есть то, что измеряется часами», не является определением и никак не раскрывает природу времени. Здесь возникает обширный предмет обсуждения, начиная от вопроса – что это за «часы»? , до вопроса – а можно ли вообще измерять (а не рассчитывать) «особое время» в движущейся координатной системе, где присутствует наблюдатель? Ведь мы пока не можем поставить такой опыт с материальным телом, имеющим скорость, соизмеримую со скоростью света. Эйнштейн утверждал, что «всякая система отсчета имеет свое особое время». Это в целом верно, если любую координатную систему рассматривать не как математическую абстракцию, а как материальную систему, обладающую свойствами, изменения которых регистрирует присутствующий в ней наблюдатель, и отличающуюся собственным хроногенезом протекающих процессов. Однако, он не дал ответа на вопросы – в чем суть понятия времени; каким образом оно характеризуется, как и чем измеряется в разных системах; как задаются и сравниваются шкалы времени; тождественны ли шкалы «особого» (собственного) времени во множестве различных координатных систем с физическим временем явлений; правомерно ли вообще считать, что собственное время в разных системах с различными свойствами – это

величина одной и той же природы; почему привносимые наблюдателем извне «часы» (например, атомные), должны отражать собственное время системы и замедляться в движущейся системе; эффект замедления времени – это физическая реальность или модельная абстракция; если этот эффект – физическая реальность, то какова природа замедления времени; если этот эффект – абстракция, то где проходит граница между физикой и применением математики в СТО? Проще говоря, нет ответа на ключевой вопрос: каким образом при прямолинейном и равномерном движении скорость объекта будет оказывать влияние на электромагнитные колебания, излучаемые атомами при переходе из одного энергетического состояния в другое, в атомных часах, движущихся вместе с объектом.

Образно, суть данной проблемы мы видим в том, что из логических и математических моделей (уравнений Максвелла), которые с определенным приближением описывают некоторое физическое явление (в частности, электромагнитное), установлено, что «нечто», как говорил А. Пуанкаре, подчинено определенной закономерности, например, преобразованиям Лоренца. В нашей реальной действительности (в области опыта и практики) это «нечто» с определенным допущением можно связать с некой величиной, которая условно называется временем и характеризуется измерительной шкалой, общепринятой в хронометрии, например, атомной шкалой. Данная шкала широко применяется в практической деятельности человека для измерения моментов и длительностей событий с помощью системы измерений, основанной на атомных часах. Причем данная величина отражает только отдельные аспекты всей необъятной проблемы, связанной с феноменом времени. Мы не можем с полной уверенностью утверждать, что уравнения Максвелла, которые относятся к классу моделей математической физики, отражают все реальные свойства электромагнитного поля.

В гипотетической ситуации движущейся материальной системы со скоростью, соизмеримой со скоростью света, принимается гипотеза (которую, нельзя на данном этапе науки и практики подтвердить прямым опытом), что это «нечто» является той же самой величиной с той же самой шкалой измерения и отображается теми же самыми часами для измерения длительностей («нечто» и величина тождественно равны). Естественно,

что в процессе моделирования следствием этого является то, что модельная закономерность явления в одних условиях для одной величины переносится на другую величину в иных условиях. В результате, как итог модельного описания, возникает парадокс замедления хода движущихся часов, который переносится на реальность физических явлений.

В данном случае абсолютно прав А. Бергсон: Эйнштейн принял способ описания систем за действительность, а результат описания – за реальность, уверяя всех, что так устроен мир, что время в нем зависит от скорости перемещения [28].

Из приведенных выше двух примеров видно, что выводы СТО могут быть формально распространены на различные материальные движения и любые многомерные пространства состояний систем различной природы и, в своей сути, эти выводы являются исключительно результатом модельных описаний изучаемых реальных процессов.

3. Покажем, что можно предложить варианты модельных описаний четырехмерного пространства-времени, в которых логические парадоксы СТО отсутствуют. Будем придерживаться взглядов А. Бергсона на всю проблему СТО и представлений А. Пуанкаре о принципе относительности: «Уравнения электромагнитного поля не изменяются в результате некоторых преобразований, которые мы будем называть преобразованиями Лоренца; две системы, одна неподвижная, другая перемещающаяся поступательно, представляют собой, таким образом, точное изображение одна другой». Оба ученых исключали присутствие наблюдателей в движущихся координатных системах и, как следствие, наличие в них физических часов. Исходя из чего, время в движущейся системе может только моделироваться и рассчитываться, а не измеряться.

Будем также четко отделять само физическое явление от модельного представления этого явления, предполагая всегда, что любая модель – это по своей сути упрощенное представление о реальном объекте, явлении или процессе. Причем создание модели всегда осуществляется в несколько этапов: установление закономерностей явления; принятие основных положений, гипотез и допущений; разработка модели; адаптация параметров модели по результатам опыта; проверка адекватности и достоверности модели сравнением с опытными данными.

Примем гипотезы, которые используются в теории относительности, относятся к окружающему пространству, времени и физическим явлениям и являются общепринятыми феноменологическими фактами, связанными с наблюдениями систем:

а) пространство является изотропным, в связи с чем все пространственные направления равноправны;

б) пространство и время однородны, т.е. наблюдается независимость свойств пространства и времени от выбора начальных точек отсчета (начала координат и начального момента времени);

в) соблюдается общий принцип относительности – полное равноправие всех инерционных систем отсчета (физические явления в инерционных системах протекают одинаково).

Также как и ранее, предположим, что изучается множество движущихся пространственных инерциальных трехмерных систем (объектов), которые мы признаем равноправными, исходя из сформулированного принципа относительности. Выделим из данного множества произвольную систему XYZ , которую будем считать неподвижной. Предположим, что наблюдение за состоянием систем осуществляется из системы XYZ , причем окружающее физическое пространство отнесем к системе прямоугольных координат x, y, z . Начало отсчета координат разместим в точке O , которую свяжем непосредственно с системой XYZ , считая, что координаты точки O равны: $x = 0$, $y = 0$ и $z = 0$ (рис. 9.1).

Следуя представлениям Бергсона, будем считать, что наблюдатель присутствует в неподвижной системе XYZ и отслеживает течение времени, используя общепринятые и стандартизированные процедуры измерения времени с помощью часов. Как утверждал Бергсон, наблюдатель является носителем «длания», которое можно оценивать часами, причем куда бы наблюдатель не переносил систему отсчета, он всегда несет систему принятого измерения времени с собой. Поэтому, пусть в системе XYZ расположены неподвижные по отношению к системе часы для измерения времени, например, атомные часы. Течение времени измеряем по шкале абсолютного времени в виде равномерной стандартизированной величины τ , которая оценивается этими часами.

Начало наблюдений примем за начальное событие для изучаемой группы объектов, которое будем считать началом отсчета времени ($\tau = 0$) по шкале времени τ . Также как и в теории относительности, определим понятие события местом (т.е. тремя координатами x, y, z в неподвижной системе отсчета), где оно произошло, и временем τ , когда оно произошло. Например, факт наблюдения местоположения объекта есть совместное событие, которое происходит в четырехмерном пространстве, причем значения пространственных координат определяют положение точки, где произошло событие, а значение времени – момент наблюдения события по времени системы XYZ .

Относительно неподвижной системы XYZ построим систему четырехмерных координат пространства-времени (τ, x, y, z) . Тогда множество равномерно и прямолинейно движущихся объектов может быть представлено точками в четырехмерном пространстве координат τ, x, y, z (рис. 9.2). В таком четырехмерном пространстве событие обычно изображается точкой, называемой мировой точкой. Изменение координат точки с течением времени означает движение по линии, называемой в теории относительности мировой линией.

В специальной теории относительности, если время рассматривается как одна из координат четырехмерного пространства, его называют координатным временем, мы же его будем пока называть абсолютным временем τ , как это было пояснено ранее. Это независимая переменная, которая отображается в шкале международного атомного времени.

Отметим, что «абсолютное время» это не совсем удачное название, т.к. шкала времени τ является шкалой интервалов, а не шкалой отношений. Лучше было бы говорить об эмпирическом времени τ , однако будем придерживаться в этом случае ньютоновских определений времени.

Каждая система будет осуществлять процесс равномерного и прямолинейного движения в пространстве (τ, x, y, z) с постоянной скоростью. При этом координаты x, y, z будут описывать процесс движения. В свою очередь, если изучаемое четырехмерное пространство-время эвклидово, то каждая точка (система, объект) описывает в процессе движения в этом пространстве линию, которая является прямой.

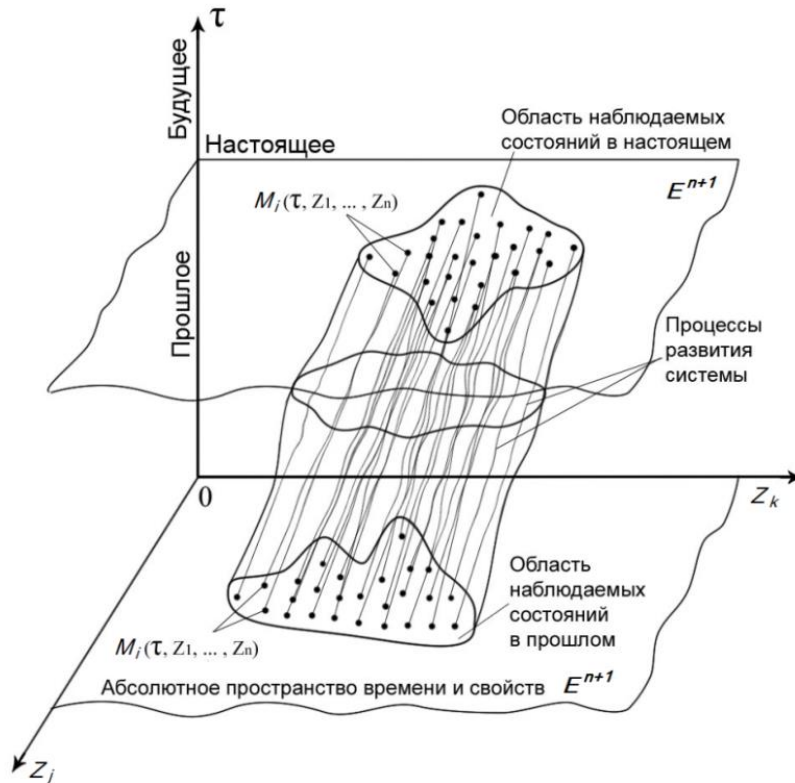


Рис. 9.2. – Пространство состояний системы в ретроспективе абсолютного времени τ

Практический опыт человечества показывает, что наблюдаемое физическое пространство в неподвижной системе координат является евклидовым. Поэтому примем описанное выше четырехмерное пространство-время за основную среду моделирования. Учитывая четырехмерное обобщение евклидовой геометрии, введем в рассмотрение некоторую величину S для точки в пространстве состояний, которая равна квадрату инварианта пространственно-временного интервала:

$$S = \rho^2 = \tau^2 + x^2 + y^2 + z^2. \quad (9.16)$$

Данная величина вместе с уравнением движения будет характеризовать определенное положение точки в четырехмерном пространстве, исходя из принятой математической модели.

Пока мы не говорим о единицах систем измерения величин τ, x, y, z , так как на этапе разработки модели нас интересует математический формализм получения модельного описания.

Теперь рассмотрим некую функцию пространства состояния системы, которую представим в виде $\theta = \theta(\tau, x, y, z)$ и назовем ее

эмпирической мерой состояния. На этапе разработки модели предположим, что скалярная функция θ существует, причем пока не будем останавливаться на природе этой величины. Просто считаем, что наблюдается однозначная связь данной величины с фактами физического опыта, которые отражают результаты движения системы или объекта. Таким образом, имеем две величины S и θ , одна из которых напрямую соотносится с моделью пространства состояний, а другая однозначно связана с результатами физического опыта.

Таким образом, пусть имеется пространство наблюдаемых состояний системы E^4 , где координатные оси соответствуют абсолютному времени τ и пространственным координатам x, y, z четырехмерного пространства свойств. Пространство E^4 будем рассматривать как многомерное пространство точек M , каждая из которых соответствует некоторому состоянию системы. В данном пространстве как результат опыта наблюдаются процессы прямолинейного и равномерного движения N систем (объектов). Если пространство состояний рассматривать непрерывным, то каждой точке $M(\tau, x, y, z)$ этого пространства может быть поставлено в соответствие значение эмпирической меры θ и величины S . При этом результаты опыта являются как-бы некоторой выборкой данных из пространства E^4 и отражают закономерности данного пространства состояний.

Введем в рассмотрение следующие гипотезы, которые относятся к пространству как к среде моделирования процессов.

1. Пусть в пространстве состояний системы E^4 каждой точке M поставлено в соответствие действительное число θ , которое является результатом опыта и которое будем называть эмпирической мерой состояния.

2. Величина $\theta(M)$ является функцией точки и образует скалярное поле, которое является непрерывным в области E^4 .

Для величины θ примем также следующую гипотезу.

3. Для всего многообразия траекторий движения, проходящих через произвольную точку M , изменения величин θ и S однозначно связаны между собой, при этом для любого элементарного отрезка в окрестности

точки M справедливо соотношение $d\theta = c_l dS$, где c_l – эмпирические величины, которые, в общем случае, являются функциями процесса и определяются по результатам опыта.

Согласно данной гипотезы, в окрестности точки M имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = c_\tau \frac{\partial S}{\partial \tau}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = c_s \frac{\partial S}{\partial x}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = c_s \frac{\partial S}{\partial y}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} = c_s \frac{\partial S}{\partial z}. \end{aligned} \quad (9.17)$$

Здесь при обозначении величины c_s принято, что физическое пространство является изотропным, в связи с чем $c_s = c_x = c_y = c_z$. Кроме того, для рассматриваемого случая, исходя из однородности пространства-времени, величины c_s и c_τ можно считать константами. Величина c_l зависит от этих величин и наблюдаемой траектории движения.

Учитывая, что величина S является однородной функцией второй степени вида $\alpha^2 S = S(\alpha \tau, \alpha x, \alpha y, \alpha z)$, из соотношений (9.17) и свойств однородной функции (формула Эйлера) получим следующее уравнение:

$$\frac{\tau}{2c_\tau} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{x}{2c_s} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{y}{2c_s} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{z}{2c_s} \frac{\partial \theta}{\partial z} = S, \quad (9.18)$$

откуда характеристики уравнения (9.18) определяются системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$2c_\tau \frac{d\tau}{\tau} = 2c_s \frac{dx}{x} = 2c_s \frac{dy}{y} = 2c_s \frac{dz}{z} = \frac{d\theta}{S} = ds. \quad (9.19)$$

Из данных уравнений легко определить энтропию состояния:

$$ds = \frac{1}{2} \left(c_\tau \frac{d\tau}{\tau} + c_s \frac{dx}{x} + c_s \frac{dy}{y} + c_s \frac{dz}{z} \right). \quad (9.20)$$

Уравнение (9.18) приводит к следующему уравнению Пфаффа:

$$\frac{\tau}{c_\tau} d\tau + \frac{x}{c_s} dx + \frac{y}{c_s} dy + \frac{z}{c_s} dz + 2S d\theta = 0. \quad (9.21)$$

Если рассматривать поверхности уровня для величины $\theta = \theta(\tau, x, y, z)$, то $d\theta = 0$ и уравнение (9.21) приводится к полному дифференциалу, для которого общий интеграл будет иметь вид:

$$P(\tau, x, y, z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\tau^2}{c_\tau} + \frac{x^2}{c_s} + \frac{y^2}{c_s} + \frac{z^2}{c_s} \right). \quad (9.22)$$

Здесь принято, что $P(0,0,0,0)=0$. Уравнение (9.22) представляет поверхность в четырехмерном пространстве-времени E^4 и, следовательно, решениям уравнения Пфаффа соответствует семейство поверхностей, ортогональных характеристическим линиям энтропии s (9.19). Поверхности (9.22) представляют собой поверхности уровня $\theta = const$ для скалярного поля величины θ , причем через каждую точку M пространства E^4 проходит одна поверхность уровня.

Исходя из гипотезы 2, так как величина θ образует скалярное поле, то значение этой величины в каждой точке пространства не зависит от выбора системы координат. В свою очередь, величина $P = P(\tau, x, y, z)$ является математической функцией, описывающей криволинейную координатную сетку в однородном евклидовом пространстве, поэтому математические выражения для описания поверхностей уровня зависят от выбора системы координат.

Теперь выберем из множества систем произвольную систему $X'Y'Z'$, которая движется равномерно и прямолинейно со скоростью v вдоль оси OX системы XYZ , и будем считать ее «неподвижной» системой отсчета с началом координат в точке O' и четырехмерными координатами τ', x', y', z' . Также принимаем, что в начальный момент времени $\tau = 0$ начало координат и направления всех осей системы $X'Y'Z'$ совпадали с началом координат и направлениями осей системы XYZ . Тогда, общий интеграл P' системы $X'Y'Z'$ для случая изотропного и однородного пространства-времени, будет иметь вид, аналогичный (9.22):

$$P'(\tau', x', y', z') = \frac{1}{2} \left(\frac{\tau'^2}{c_\tau} + \frac{x'^2}{c_s} + \frac{y'^2}{c_s} + \frac{z'^2}{c_s} \right). \quad (9.23)$$

Здесь также принято, что $P'(0,0,0,0)=0$, так как в начальный момент времени точки O и O' совпадают.

Так как после изменения системы отсчета наблюдатель находится в точке O' , то время τ' в системе $X'Y'Z'$ измеряется по той же самой шкале, что и в системе XYZ , поэтому $\tau' = \tau$ (т.к. часы наблюдатель привносит с собой). Исходя из этого, для систем XYZ и $X'Y'Z'$ преобразования координат связаны между собой взаимно однозначным соответствием, которое осуществляется по формулам:

$$\tau' = \tau; \quad x' = x - v\tau; \quad y' = y; \quad z' = z. \quad (9.24)$$

Известно, что данные формулы являются преобразованиями Галилея, которые преобразуют координаты материальной точки при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Различные координатные сетки систем отсчета лишь по-разному отображают одно и то же пространство, где задано скалярное поле реальной величины $\theta = \theta(M)$, связанной с опытом. Поэтому взаимосвязь между ортогональной криволинейной координатной сеткой в одной «неподвижной» системе координат с ортогональной криволинейной сеткой в другой «движущейся» системе координат не может быть произвольной.

Определим связь величин $P = P(\tau, x, y, z)$ и $P' = P'(\tau', x', y', z')$, учитывая формулы преобразования координат (9.24). Так как мы рассматриваем одни и те же поверхности уровня ($d\theta = 0, \theta = const$) для величины $\theta = \theta(M)$ в различных системах координат, то уравнение Пфаффа для системы $X'Y'Z'$ будет иметь вид:

$$\frac{\tau'}{c_\tau} d\tau' + \frac{x'}{c_s} dx' + \frac{y'}{c_s} dy' + \frac{z'}{c_s} dz' = 0. \quad (9.25)$$

Интегрирование (9.25) приводит к выражению (9.23). В свою очередь, заменяя в (9.25) переменные и учитывая, что из (9.24) $d\tau' = d\tau$, $dx' = d(x - v\tau)$, $dy' = dy$ и $dz' = dz$, получим общий интеграл в виде:

$$P(\tau, x, y, z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\tau^2}{c_\tau} + \frac{(x - v\tau)^2}{c_s} + \frac{y^2}{c_s} + \frac{z^2}{c_s} \right). \quad (9.26)$$

Делая обратную замену переменных согласно (9.24), получаем естественно опять уравнение (9.23). Таким образом, при переходе от «неподвижной» к «движущейся» системе координат и обратно мы используем только преобразования Галилея.

Теперь ясно видна суть логического парадокса «часов» специальной теории относительности. Раскроем сущность этого парадокса, используя для наглядности обозначения:

$$P = t^2, \quad P' = t'^2 \quad \text{и} \quad c_s = c^2/2, \quad \text{а также} \quad \lambda = c_s/c_\tau = c^2/(2c_\tau), \quad (9.27)$$

тогда уравнения (9.22) и (9.23) будут иметь вид:

$$\lambda \tau^2 + x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0, \quad (9.28)$$

$$\lambda \tau'^2 + x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0. \quad (9.29)$$

Таким образом, при моделировании любого процесса (не только физического) в качестве независимой переменной использовано время, которое показывают часы наблюдателя τ . Данное время измеряется по шкале в смысле абсолютного времени Ньютона и привносится в любую систему извне. Коэффициент λ должен определяться при выборе единиц измерения и создании шкал времени и свойств в процессе моделирования процессов. Например, определяя секунду, как время, равное 9192631770 периодам излучения соответствующего перехода между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия 133, а метр – как путь, проходимый светом в вакууме за время в $1/299792458$ секунды, устанавливается соответствие между расстоянием и временем и в модель вводится скорость света. Построение шкал измерений является первым шагом при адаптации параметров модели по результатам опыта. Здесь отметим, что гипотезы об изотропности пространства и однородности пространства и времени приняты для упрощения модельного представления явления. В общем случае, они вовсе не обязательны, так как величины c_k и c_t можно рассматривать как непрерывные функции свойств x, y, z и времени, при этом уравнение (9.18) также имеет решение.

В частном случае (СТО), в уравнениях (9.28) – (9.29) при исключении времени наблюдателя $\lambda = 0$, имеем следствия в виде выражений, которые в СТО являются исходными уравнениями движения фронта световой волны и из которых получают преобразования Лоренца в виде (9.2) и (9.3):

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0, \quad (9.30)$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0. \quad (9.31)$$

В специальной теории относительности величина t называется координатным временем, величина t' – собственным временем, которое измеряется часами, жестко связанными с движущейся системой, а величина абсолютного (эмпирического) времени наблюдателя τ вообще не принимается во внимание. На самом деле в уравнениях (9.28) – (9.29) величины абсолютного времени τ и τ' одинаковы, так как наблюдатель переносит одни и те же часы с собой при переходе из одной системы

отсчета к другой. Поэтому шкалы времени τ и τ' , которые отражают принятый в хронометрии способ измерения времени, тождественны между собой.

В процессе построения теории Эйнштейн практически принял ошибочную гипотезу, что математические функции $P = t^2$ и $P' = t'^2$, которые как координатные сетки описывают поверхности уровня некоторой величины в пространстве состояний, являются наблюдаемым координатным и собственным временем системы. При этом принято, что данные математические функции однозначно характеризуют физическое время любых явлений и отражают изменение свойств систем с течением времени. Однако с опытом непосредственно связаны не эти функции, а эмпирическая мера θ . Так как было показано ранее, может существовать несколько различных моделей времени, поэтому при разработке теории необходимо было доказать на опыте, что координатное и собственное время, в том виде в каком эти величины приняты в СТО, однозначно связаны с эмпирическим временем, измеряемым по шкале τ (τ').

Вторая логическая ошибка СТО состоит в том, что измеряемые времена в системах XYZ и $X'Y'Z'$ (величины τ и τ' , которые регистрируются наблюдателем и отражают физику периодических процессов часов) не взаимно тождественны. Эйнштейном практически принято предположение, что величина τ тождественна координатному времени, а величина τ' тождественна собственному времени системы. Образно говоря принято, что «модель первична, а реальность вторична».

Указанные выше две логические ошибки приводят к тому, что закономерности, полученные на модели, переносятся на реальность физических явлений и считается, как говорил А. Бергсон, что так устроен мир, что время в нем зависит от скорости перемещения.

Отметим, что мы пока ведем дискуссию практически только на этапе разработки математической модели системы и еще даже не подошли к этапу адаптации параметров модели по результатам опыта и тем более этапу проверки ее адекватности и достоверности путем сравнения результатов моделирования с опытными данными.

Обратим также внимание на то, что при построении исходной модели не использовался постулат о постоянстве скорости света. Вывод

был основан только на том, что величина $c_s = c^2/2$ постоянна в связи с изотропностью пространства состояний, однако отсюда абсолютно не следует то, что постоянная, которая обозначена значком c , это скорость света. При задании единицы измерения расстояния с помощью пути, проходимым светом в вакууме, это скорость света, в других случаях это может быть иная постоянная.

Последние два этапа создания модели должны быть также связаны с обоснованием на основе опытных данных справедливости принятых гипотез, например, проверки факта существования функции θ , оценки допущения о постоянстве параметров модели, разработкой систем оценки и измерения величин и т.д. Однако, мы не ставим таких задач, так как целью раздела было теоретически раскрыть логические парадоксы специальной теории относительности, которые являются следствием принятой логики и допущений при моделировании. Данные задачи являются предметом исследований физики и выходят из области исследований теории систем, так как связаны с физическим опытом.

Таким образом, в предложенном варианте модельного описания четырехмерного пространства-времени отсутствуют логические парадоксы СТО. Все приведенное выше указывает на то, что данные парадоксы – результат принятого А. Эйнштейном при моделировании способа описания физических систем и логических ошибок, вытекающих из некорректного представления времени. Естественно, что никакого замедления хода обычных часов в движущейся координатной системе не будет. Наши математические абстракции не могут изменять реальную действительность. Кроме того, на данном этапе развития науки и практики, данные парадоксы во многом являются следствием невозможности проведения прямого опыта по проверке положений СТО и осуществления сравнения результатов моделирования с результатами этого опыта. Все существующие эксперименты в этой области являются косвенными, причем в основном они относятся к физическим объектам, обладающим массой (элементарные частицы, астрообъекты и т.д.)¹, что в СТО в геометрической постановке задачи никак не учтено. Только этим можно

¹ наверное, возникновение общей теории относительности как следующего этапа развития СТО, в какой-то степени, связано с желанием внести в теорию более наглядное физическое содержание.

объяснить тот удивительный факт, что парадоксы СТО присутствуют в естествознании уже более ста лет, прочно вошли в формализм современной науки и воспринимаются догматически, несмотря на обширную их критику.

Теперь можно сделать некоторые выводы.

1) Теория относительности является моделью пространства и времени, которая учитывает существующую между ними геометрическую взаимосвязь, установленную не на основании данных опыта, а на основе проведения мысленных экспериментов. Такие модели относятся к классу динамических закономерностей и в этом смысле строго детерминированы. Парадоксы СТО объясняются исключением из процесса моделирования независимой переменной – времени наблюдателя τ , которое как шкала должно использоваться в любых инерциальных системах.

2) Обратим внимание на то, что в обозначениях (9.8) – (9.10) квадраты координатного ($P = t^2$) и собственного ($P' = t'^2$) времени были приняты равными математической мере пространства состояния. Время, согласно уравнений (9.6) – (9.10), определено (введено) как общий параметр, исходя из изменения пространственных свойств фронта движения световой волны. Данное представление времени коренным образом отличается от модели абсолютного времени Ньютона, которое исторически имеет свою шкалу τ , реализованную в опыте с периодическим физическим процессом. Причем, для такой системы (физических часов) будет существовать своя мера, связанная с изменением свойств. Другими словами «часы» для измерения времени в обоих случаях будут иметь различную природу, и, естественно, разные шкалы измерений, что будет определено хроногенезом используемых в них физических процессов. Отсюда следует, что модели различных процессов и физические реализации шкал для этих процессов всего лишь условно связаны между собой, так как отражают только уровень наших знаний о явлениях.

3) Другой важный вопрос: можно ли считать величину t , квадрат которой равен математической мере P , временем? Скорее всего, данная величина может выступать лишь одной из характеристик времени. В теории относительности координатное время t явно не определяется, а

связано зависимостью (9.9), поэтому оно является параметром неизвестной природы. Данная величина коренным образом отличается от измеряемого часами времени τ , эти величины имеют разную природу и, естественно, что при построении систем измерений для них должны быть созданы разные шкалы. Для величины τ существует общепризнанная система и шкала измерений, для величины t такой шкалы нет, и такая задача в физике даже не ставилась. Глубоко не вдаваясь в суть проблемы, Эйнштейн ответил на вопрос о природе времени очень просто: время есть то, что измеряется часами. Таким образом, в самом начале постановки всей задачи принято, что указанные величины тождественно равны между собой в любой координатной системе как неподвижной, так и движущейся. Однако, шкала величины τ построена на использовании периодических процессов, генерирующих регулярные события, а шкала величины t должна быть разработана с учетом генерации событий, основанных на использовании процессов равномерного и прямолинейного движения материальных тел со скоростями, соизмеримыми со скоростями света, или процессов движения света в вакууме. В этом случае пока нет идей, как это можно сделать, не говоря уже об устройствах для измерений величины t (или t') с учетом свойств системы XYZ (или $X'Y'Z'$). Кроме того, величина τ изначально по определению аддитивна, является внешней переменной и соответствует понятию системы положительных скалярных величин, т.е. обладает свойствами транзитивности, коммутативности и монотонности сложения, возможности реализации деления и т.д. Этого не скажешь о величине t , так как эта скалярная функция нелинейна относительно параметров свойств согласно зависимости (9.9).

Подводя итог, можно отметить, что величина τ , как внешняя независимая переменная, не будет зависеть от скорости перемещения координатной системы. В свою очередь, величина t , как внутренняя переменная, может зависеть от скорости перемещения, так как ее значение определяется свойствами (координатами) объекта. Таким образом, часы, измеряющие время по шкале τ , будут идти одинаково во всех инерциальных системах отсчета, а часы, измеряемые время по шкале t (если будут созданы), могут идти медленнее в движущихся системах отсчета, причем в обоих случаях – это устройства разной природы.

4) Таким образом, системы определения (измерения) времени в представлениях специальной теории относительности и современной хронометрии относятся к разным фундаментальным концепциям времени. Сегодня исходная шкала времени в теории относительности в «неподвижной» инерциальной системе отсчета бездоказательно формируется из тождественности с абсолютной шкалой времени, т.е. $t = \tau$. Аналогично, в подвижной инерциальной системе координат $t' = \tau'$ – ведь «время есть то, что измеряется часами» (Эйнштейн). Насколько правомерно подобное априори принятое допущение в теории относительности не оговаривается, прямым опытом данная гипотеза никак не подтверждена. С другой стороны, как видно из (9.9) – (9.10), время t и t' может быть определено через координаты движения (через свойства систем). Получается, что время в теории относительности задано как-бы два раза, причем разными способами с использованием часов различной природы. При этом из модели следует вывод о «замедлении» времени t' в движущейся системе и весь этот вывод переносится на реальность.

5) Согласно приведенных результатов, можно по иному подойти к четырехмерному формализму Минковского, где не будет необходимости вводить комплексную величину $u = ict$ ($i = \sqrt{-1}$) для представления инварианта группы Лоренца $S = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$ в виде $S = x^2 + y^2 + z^2 + u^2$. Если использовать действительную переменную, которая пропорциональна шкале эмпирического времени τ : $u = \alpha \tau$, то можно рассматривать четырехмерное пространство-время в действительной области с использованием евклидовых метрик. Константа α будет устанавливать соответствие между шкалами измерения времени и расстояния (или свойств) в принятых измерительных системах. Это дает возможность определить физический смысл интервала S , что невозможно сделать в геометрическом формализме Минковского. Кроме того такой подход можно развить на формализм многомерных пространств состояний систем, относительно множества свойств, где могут быть органично связаны между собой как результаты опыта (опытные точки в пространстве состояний), так и модели для их описания (не обязательно геометрические). При этом для систем различной природы возможна

формулировка реляционных моделей времени, основанных на учете изменений любых свойств объектов. Подводя итог, следует сказать, что СТО является физической теорией электромагнетизма и ее исключительное место в физике ничем не оправдано [36].

Для того, чтобы показать справедливость высказанных критических замечаний, изложим различные феноменологические модели представления времени в реляционной концепции времени и попытаемся установить их взаимосвязь на основе данных опыта.

9.3 Формализация понятий и определений

Четырехмерное пространство-время, исходя из его представления в виде пространства Минковского, является лишь одной из возможных моделей реальности, причем не самой удачной. Последние годы начинает формироваться новая концепция времени, которая связана с материальными изменениями и в которой время представляет собой лишь величину, отражающую эти изменения. Данный вопрос интенсивно дискутируется, однако то, что в течении почти сто лет идея представления времени как четвертого измерения не принесла особого прогресса в понимании природы времени, является очевидным.

Покажем, что на основе феноменологического подхода может быть предложена реляционно-полевая модель времени, где время представляет собой некоторую меру материальных движений и является проявлением свойств объектов и происходящих с ними изменений. Для этого предложим вариант представления времени в виде многомерного скалярного поля некой величины (величин), характеризующих наблюдаемые материальные движения. С этой целью используем понятие системного времени как одной из динамических функций пространства состояний. Предполагаем, что данная величина представляет собой универсальную комплексную характеристику, которая может быть выражена через параметры свойств объекта (системы) и которая будет тесно связана с абсолютным (эмпирическим) временем.

Понятия и определения

Будем рассматривать объекты и системы различных классов (физические, биологические, социальные и т.д.), которым свойственно многообразие форм материальных движений. В самом общем виде под материальным движением будем подразумевать любое наблюдаемое изменение или взаимодействие объектов. Особо подчеркиваем, что суть любых движений выражается в изменениях состояний объектов. Исходя из этого, известный афоризм Гераклита «Нельзя дважды войти в одну и ту же реку» образно отражает сущность всех наблюдений, связанных со временем. Любые объекты, процессы и явления необратимо изменяются с течением времени. Даже самые простые циклические процессы, например, ход часов или периодические вспышки света, необратимы и постоянно требуют затрат энергии на поддержание, иначе они закономерно затухают. Из приведенного следует, что в природе невозможно *абсолютно точное и полное* повторение состояний объектов во времени естественным путем. Это основное суждение, которое мы априори принимаем за фундаментальное и объективное свойство феномена времени.

Примем следующие определения и понятия из раздела 6.2, повторив и дополнив их с учетом изучаемой проблематики.

Система (объект) – совокупность взаимосвязанных элементов, находящихся в отношениях и связях между собой и образующих некоторую целостность, единство. *Класс систем (объектов)* – множество однотипных объектов, обладающих общими свойствами и качественными признаками. *Свойство* – объективная и атрибутивная характеристика, которая отражает существенный и неотъемлемый признак или отличительную особенность объекта. *Параметр* свойства – количественная величина, характеризующая свойство объекта и имеющая численное значение.

Под *состоянием* объекта (системы) будем подразумевать совокупность его свойств и текущих значений их параметров, которые формируются под действием внешних и внутренних условий в конкретный момент наблюдения за поведением объекта. Считаем также известными все определения для различных свойств: местоположения, направления, длины, площади, формы, объема, массы, плотности, упругости, скорости, цвета, численности, рождаемости, смертности, стоимости и т.д.

Введем следующие дополнительные определения. *Событие* – любой наблюдаемый факт, связанный с материальными движениями, который выражается в изменении состояния объекта (системы). *Последовательность* событий – последовательный ряд однородных событий, происходящих одно за другим в определенные моменты наблюдения, которые могут быть пронумерованы в нарастающем порядке при совершении определенного процесса. Введем также понятие *одновременности* – существование разных событий в один и тот же момент наблюдения. Это позволяет нам использовать понятия раньше и позже для событий, которые характеризуют материальные движения. Будем предполагать, что изменения состояний объектов отражаются в соответствующих событиях, которые регистрируются в наблюдаемых процессах. Поэтому определим *процесс* как закономерное изменение состояния объекта в последовательные моменты наблюдения, связанное с материальными движениями. Нас, в первую очередь, будут интересовать последовательности однородных событий, которые свойственны определенному классу объектов, постоянно регистрируются при длительном наблюдении за этими объектами и характеризуют эволюционные изменения в их состояниях (отражают хроногенез естественных процессов [83]).

Использование понятия «событие» связано с необходимостью построения темпорологических моделей пространства состояний для определенного класса объектов. Время в этом плане будем рассматривать как общее свойство опытных данных, отражающих состояние и развитие (функционирование) конкретного класса объектов (систем). Поэтому «событие» будет характеризовать причинно-следственный порядок, формирующийся в данном пространстве, исходя из реализуемых в процессах последовательностей простых и совместных событий наблюдения значений параметров свойств или других сложных событий, а также их вероятностей.

Это не единственная возможность построения темпорологической модели пространства состояний. В зависимости от используемых гипотез, как будет показано далее, можно говорить о вероятностной, геометрической, алгоритмической, эмпирической и т.д. темпорологической модели пространства состояний. Однако

вероятностно-статистический подход, на наш взгляд, является наиболее продуктивным при построении феноменологической теории времени.

Таким образом, свойства будут являться основными характеристиками состояния объекта, а изменения свойств и связанные с ними наблюдаемые последовательности событий – основными характеристиками процесса. Свойства и события в процессе наблюдения отражают в совокупности состояние объекта и все происходящие с ним изменения. При этом считаем, что в любой момент наблюдения состояние объекта однозначно определено значениями всех его параметров z_k (в общем случае n), а процесс – регистрируемыми событиями A_j (в общем случае m). Предположим, что при совершении произвольного процесса l , в котором изменяется состояние объекта, параметры свойств всегда измеряемы, а события всегда регистрируемы.

Для указанного случая построим среду моделирования в виде пространства состояний E^n , где координатные оси соответствуют независимым переменным состояния z_1, z_2, \dots, z_n – параметрам свойств.

Теперь приведем несколько понятий и определений, необходимых для развития представлений о времени как меры интенсивности и длительности процессов и характеристики последовательной смены состояний объектов.

Эмпирическое время – это время, определение которого основано на применении некой эмпирической шкалы, использующей для непосредственной оценки периодический физический процесс.

Таким образом, эмпирическое время можно рассматривать как установленную опытным путем сравнительную меру одновременности событий для процессов материальных движений различных объектов. В зависимости от того, какой эталонный объект и реализуемый им процесс будет принят в качестве часов, существует несколько различных шкал измерения времени.

Эмпирическое время, как объект измерения, привносится извне в процесс наблюдения, исследования или моделирования системы любой природы. Данное время будем определять по атомной шкале τ , в основу которой положены электромагнитные колебания, излучаемые атомами или молекулами при переходе из одного энергетического состояния в другое.

Измерения времени в данной шкале связаны с применением физического процесса, использующего факт периодического излучения атома изотопа цезия 133. Сегодня международная атомная шкала является основной эталонной шкалой измерения времени в практической деятельности человека.

Данная система включает в себя часы как устройство для определения времени, реализующее периодический физический процесс, шкалу и единицу измерения времени, а также общепринятые процедуры и методы измерения времени. При этом атомные часы являются эталонным устройством для определения эмпирического времени.

В процессе моделирования считаем, что эмпирическое время есть физическое воспроизведение универсальной арифметизированной шкалы времени в смысле абсолютного времени Ньютона. Шкала эмпирического времени является шкалой интервалов. Данная шкала времени ориентирована на измерение длительностей в последовательностях любых событий, так как она построена *вне отношения* к конкретным объектам. Шкала является удобной для относительных сравнений моментов возникновения событий, но она не отражает внутренних закономерностей в изменениях состояний объектов (систем), так как в любой опыт система измерения эмпирического времени привносится извне как закономерность, характерная для систем совсем иной природы.

В отличие от данного способа измерения времени существует и другой способ измерения: каждой системе (объекту, классу объектов) может быть поставлена в соответствие некая собственная шкала отсчета времени (набор шкал). Данная шкала будет основана на использовании характерной для системы наблюдаемой последовательности событий, поэтому она должна быть тесно связана с изменением свойств этой системы. В этом плане будем использовать следующее определение.

Системное время – комплексная характеристика, в целом характеризующая состояние объекта (системы) при динамических изменениях и использующая для непосредственной оценки внутренних процесс изменения его состояния.

Системное время отражает хроногенез процессов, протекающих в конкретных объектах или системах, и является относительной величиной,

характеризующей в динамике меру отклонения состояний изучаемого объекта от опорных состояний, установленных по соглашению для определенного класса объектов (систем). Под хроногенезом будем понимать комплекс особенностей и закономерностей формирования и течения во времени естественных процессов, характерных для определенного класса объектов.

Для конкретных объектов (систем) системное время устанавливается на основании шкалы, в основу которой положены закономерности изменения параметров свойств и связанных с этим событий. Шкала системного времени будет являться шкалой отношений для объектов, входящих в один класс.

Таким образом, эмпирическое и системное время являются различными мерами для оценки состояний объектов и их изменений.

Крайне важный вопрос связан также с темпорологической оценкой процессов, совершаемых объектами. В наблюдаемых процессах переход из одного состояния объекта в другое может осуществляться за разные периоды времени при различных интенсивностях этих процессов. Поэтому для комплексной оценки процессов будем использовать дополнительную переменную – количество материального воздействия.

Количество воздействия – величина, характеризующая интенсивность и продолжительность процессов изменения состояния объекта (системы) и отражающая воздействие внешней среды и влияние внешних и внутренних условий на объект.

Будем считать, что количество воздействия однозначно характеризует процесс изменения состояния объекта l , может быть определено через некую эмпирическую величину Q_l и принятую по соглашению систему ее измерения. В пространстве состояний переходы объекта из состояния 1 в состояние 2 могут осуществляться при помощи бесчисленного множества процессов l_{12} , поэтому изменение количества воздействия будет с необходимостью определяться заданием этой величины на кривых процессов в целом. Геометрически количество воздействия отражает динамику процессов изменения состояния объектов как многомерных кривых в пространстве E^n .

Как и ранее, функцией состояния (функцией точки) будем называть

величину, значения которой при изменении состояния в наблюдаемом процессе не зависят от процесса перехода объекта из одного состояния в другое и определяются только начальным и конечным состоянием объекта. Математически функция состояния является функцией нескольких переменных, ее дифференциал в процессе является полным дифференциалом.

В свою очередь, функцией процесса (функцией линии, например, количество воздействия) будем называть величину, значения которой при изменении состояния объекта зависят от того, по какому пути идет процесс. Дифференциал такой функции не является полным дифференциалом. Математически функция процесса представляется разными функциями нескольких переменных по отношению к различным кривым процессов изменения состояний.

Состояния объектов при моделировании будут изображаться точками многомерного пространства E^n , а процессы изменения состояния – линиями этого пространства.

Опытные факты

Идею создания феноменологической модели представления времени свяжем с опытным фактом существования возможности измерения времени. Данное положение состоит в том, что когда за произвольным объектом ведется полное наблюдение, то можно говорить о том, что в заданный момент времени имеется информация обо всех значениях параметров его свойств. При этом наблюдение значения отдельного свойства можно рассматривать как исход опыта в виде простого регистрируемого события, одновременное наблюдение нескольких значений различных свойств – как совместное событие.

Всегда изучаемое в опыте множество объектов счетное, причем каждый объект может иметь признак, отличающий его от других объектов. Данный признак будем обозначать в виде верхнего индекса в скобках, который будет представлять номер объекта.

Для множества существующих и одновременно наблюдаемых объектов одного класса этот факт можно представить в виде соотношений:

в заданный момент всем объектам ставится в соответствие некоторое одинаковое значение эмпирического времени, определенное в соответствии со стандартизированной системой его измерения.

Примем условие существования возможности измерения времени как эмпирический факт, который подтверждается опытом и практикой человечества.

Следующим опытным фактом является то, что очень часто процесс изменения состояния объекта (от состояния 1 до состояния 2) в зависимости от внешних и внутренних условий может протекать с различной интенсивностью. Для любого объекта и любого его свойства мы всегда можем определить скорость процесса, связанного с материальными движениями. Поэтому, исходя из опытных данных, в любом наблюдаемом процессе изменения параметра свойства можно задать скорость процесса, которая не обязательно будет постоянной:

$$v_{z_k^{(q)}} = \left(\frac{dz_k^{(q)}}{d\tau} \right)_{l_z} . \quad (9.33)$$

Возможность определения в опыте величины $v_{z_k^{(q)}}$ приводит к обобщенному феноменологическому наблюдению. Этот опытный факт, вытекающий из практики человека, связан с ходом времени, о котором мы образно говорим, что «время течет». Ход времени определяет хроногенез процессов и приводит к тому, что наблюдаемые события настоящего становятся событиями прошлого, а произошедшие события прошлого отодвигаются еще глубже во времени. Сегодня практически во всех физических моделях времени данный опытный факт не учитывается. Для того, чтобы показать течение измеряемого нами времени необходимо задать некую величину, систему отсчета, реальную или абстрактную среду, по отношению к чему можно было бы показать необратимое течение времени, которое отражается в наблюдении событий, характерных для процессов. Для определенного класса объектов подобная величина (среда) должна формироваться из опыта. Поэтому, чтобы учесть факт течения времени и возможность задания в совокупности скорости изменения параметров свойств в произвольном процессе, следует использовать гипотезу о существовании некой величины, которая тесно связана с течением времени и однозначно характеризует хроногенез процессов

материальных движений для данного класса объектов. По аналогии с логикой построения термодинамики, где есть понятие количества теплоты, в этом плане будем использовать понятие количества воздействия и будем считать, что эта величина комплексно характеризует уровень и интенсивность воздействий на объекты при совершении процессов и позволяет количественно сравнить между собой различные процессы. Будем также считать, что количество воздействия тесным образом связано с системным временем.

Тогда для любого процесса материального движения l подобные эмпирические уравнения, связывающие величину Q_l с системным временем θ , могут быть представлены в виде:

$$c_l = \left(\frac{dQ}{d\theta} \right)_l. \quad (9.34)$$

Определим величину c_l как темпоральность процесса l .

В каждом конкретном случае по опытным данным необходима проверка гипотезы существования величины Q_l , которая характеризует данный род материального движения, а также разработка системы измерения или оценки данной величины. Отметим, что это не простая задача, требующая накопления множества опытных данных. Однако, только после этого и при наличии систем оценки системного времени и величины Q_l , можно говорить о возможном определении величин c_l , которые будут в целом отражать темпоральную интенсивность разных процессов в различных условиях.

Практический опыт всей термодинамики указывает на то, что такие эмпирические величины могут быть определены.

В заключение данного раздела отметим, что в качестве опытных данных будем использовать массивы темпоральных данных. Под такими данными понимаем массивы наблюдений, хранящие временные данные. В широком смысле – это произвольные данные, которые явно или неявно связаны с определенными датами или промежутками времени. Особенность таких данных в том, что они несут в себе информацию о любых процессах, происходящих в природе и обществе.

9.4 Положения феноменологической теории времени

Используем среду моделирования в виде пространства состояний E^n , где координатные оси соответствуют независимым переменным z_1, z_2, \dots, z_n . Пусть в пространстве E^n представлены опытные данные в виде состояний множества объектов, число которых равно p . Так как мы опираемся на феноменологический подход, то считаем, что все объекты наблюдаемы в опыте, который является единственно возможной основой для создания и проверки теорий.

Пусть каждое состояние любого объекта однозначно характеризуется n независимыми переменными состояния z_1, z_2, \dots, z_n , причем область определения для каждой переменной распространяется на всю положительную числовую ось $z_k(0, \infty)$, а системы измерения переменных стандартизованы. Начало отсчета для переменных выбирается таким образом, чтобы соответствовать нулевым значениям параметров свойств.

Рассматриваем существование объектов только в материальных движениях (состояния объектов должны изменяться с течением времени), причем подчеркиваем, что мы изучаем преимущественно естественные (самопроизвольные) процессы, связанные с изменением состояний объектов.

Предположим, что в пространстве E^n имеется замкнутая область Ω^n множества точек M . Область Ω^n будем называть наблюдаемым пространством состояний. Процесс абстрактного моделирования, в отличие от процесса реального наблюдения, мы можем соотносить с бесконечным количеством объектов и их состояний, поэтому будем считать, что точки M непрерывно заполняют область Ω^n . Таким образом, Ω^n будем рассматривать как многомерное пространство точек M , каждая из которых соответствует определенному состоянию и которому может соответствовать некий объект (состояние объекта), не обязательно существующий в реальности (наблюдаемый в опыте).

Так как в опыте рассматривается ограниченное количество объектов, равное числу p , то на начало наблюдений в области Ω^n можно отобразить

p точек $M^{(q)}$, каждая из которых соответствует состоянию определенного q -того наблюдаемого объекта. Каждый объект осуществляет некий процесс материального движения из прошлого в настоящее, поэтому с течением эмпирического времени τ каждая точка $M^{(q)}$ будет описывать многомерную кривую. Данная кривая в многомерном пространстве является линией процесса и каждому объекту будет соответствовать своя собственная кривая. Кроме того, классу объектов будет отвечать свой спектр кривых для p процессов. Каждой кривой, а также всему спектру кривых в целом будут соответствовать последовательности состояний и событий, отражающих изменения в состояниях объектов.

Хотя определение значений параметров свойств изучаемых объектов чаще всего осуществляется дискретно в заданные моменты наблюдения, однако для упрощения задачи будем считать, что кривые процессов непрерывны. Поэтому при моделировании условимся рассматривать непрерывное (континуальное) пространство состояний E^n .

Свойство необратимости времени и факты наблюдения существующих объектов во времени закономерно приводят к представлениям о непрерывности процессов. Данные линии не имеют особых и кратных точек. Первый случай характеризуется тем, что для линии процесса производные всех параметров свойств по времени одновременно равны нулю, второй случай – тем, что одна и та же точка M может отвечать двум и более значениям эмпирического времени τ .

Теперь предположим, что в момент времени τ_0 имеем таблицу темпоральных данных наблюдений объекты-значения параметров размером $p \times n$. Если для всех объектов проведено m наблюдений в различные моменты времени, то общее число опытных данных составит $N = p \times n \times m$. При этом каждому процессу (из общего их числа p) соответствует m упорядоченных во времени опытных точек. Таким образом, в пространстве состояний E^n весь спектр кривых будет отображаться $p \times m$ состояниями (точками $M^{(q)}$). Эти опытные данные будем рассматривать как ограниченную выборку точек из непрерывного пространства состояний E^n . Все опытные точки и кривые процессов будут лежать в области Ω^n .

Изложение феноменологической теории будем основывать на постулировании существования многомерного поля системного времени. Исходя из этого, каждой точке $M(z_1, z_2, \dots, z_n)$ пространства состояний E^n поставим в соответствие значение времени θ . Это позволяет ввести гипотезы для системного времени и возможности его скалярного представления.

1. Пусть в пространстве состояний E^n каждой многомерной точке M поставлено в соответствие действительное число θ , которое является результатом опыта и которое будем называть системным временем.

2. Величина $\theta(M)$ является функцией точки и образует скалярное поле, которое является непрерывным и упорядоченным в пространстве E^n .

Данные гипотезы отражают опытные факты, которые сегодня связаны с понятием времени и возможностью его измерения. Далее мы должны построить систему измерения времени θ по имеющимся опытным данным.

Так как системное время является функцией точки, то скалярное поле величины $\theta(M)$ представляет собой поле, через каждую точку M которого в пространстве состояний E^n проходит только одна поверхность уровня. Во всех точках поверхности уровня значение величины θ будет одинаковым. Это следует из того, что один и тот же объект не может находиться в одном и том же времени в двух состояниях. Из данной модели следует, что если протекает процесс (изменяются свойства объекта), то при возрастании времени должен изменяться, как минимум, хотя бы один параметр свойства объекта.

Исходя из последовательности событий часов, все поверхности уровня системного времени могут быть пронумерованы в нарастающем порядке. Поэтому каждой поверхности уровня, кроме системного времени, может быть присвоено значение величины τ , которое возрастает с течением эмпирического времени. Таким образом, наблюдения, выполненные в шкале эмпирического времени, «присваивают» всем поверхностям уровня определенные значения τ , в зависимости от последовательности однородных событий, которые генерируются в часах. Другими словами, текущие значения величины τ в шкале эмпирического

времени *упорядочивают* поверхности уровня системного времени. Для этого используется шкала системного времени для опорного объекта. В зависимости от конкретных особенностей спектры кривых процессов в различных областях пространства E^n могут иметь свои закономерности относительно времени, однако неуклонное возрастание (необратимость) времени – это фундаментальная особенность для всех поверхностей уровня. Таким образом, мы рассматриваем только определенный (и достаточно узкий) класс многомерных геометрических пространств, которые могут быть упорядочены временем.

Различные процессы, выполняемые между некоторым произвольным состоянием M и любым другим близлежащим состоянием, будут отличаться между собой по интенсивности и направлению осуществления материальных движений. Для того, чтобы логически обосновать возможность существования процессов как непрерывного перехода между двумя ближайшими состояниями любого объекта, при построении модели времени необходимо использование дополнительных гипотез.

Исходя из этого, рассмотрим функцию количества материального движения, которую представим в виде $Q = Q(z_1, z_2, \dots, z_n)$. Предположим, что скалярная функция Q для каждого реализуемого процесса существует и пока не будем останавливаться на природе этой величины. Просто считаем, что имеется однозначная связь данной величины с фактами наблюдений или опыта, которые отражают результаты материальных движений, связанных с изменениями состояний объектов в конкретных процессах. Данная функция, наряду с системным временем, также будет отражать темпоральные особенности осуществления процессов в окрестности любого состояния.

Изложим дополнительные гипотезы в следующем виде.

3. Пусть в пространстве состояний E^n каждому процессу l , проходящему через точку M , ставится в соответствие величина Q , которую будем называть количеством воздействия. Данная величина является функцией процесса и определяется по результатам опыта.

4. Для всего многообразия кривых, проходящих через произвольную точку M , изменения величин Q и θ однозначно связаны между собой, при этом для любого элементарного отрезка линии процесса l справедливо

соотношение $dQ = c_l d\theta$, где c_l – эмпирические величины, которые определяются по данным опыта. Эти величины будем называть темпоральностями процесса l .

В целом, на абстрактном уровне предварительное вербальное описание феноменологической, и, в частности, реляционно-полевой модели времени завершено. Целью описания являлся учет при создании модели некоторых основных свойств времени. Введя понятие одновременности и, абстрактно связав его с поверхностью уровня системного времени, которой в заданный момент времени соответствуют наблюдаемые свойства объекта и соответствующие регистрируемые события, мы, тем самым, обеспечили формализацию понятий «раньше» и «позже». Так как можно пронумеровать поверхности уровня системного времени в нарастающем порядке с помощью часов по шкале τ , то тем самым учтено свойство времени, связанное с его способностью упорядочивать события. Свойство течения времени описано введением особой величины, по отношению к которой можно отразить становление событий во времени, отражающих реализуемые процессы. Необходимость этого связана с тем, что течение времени нельзя смоделировать по отношению к самому себе. Универсальность времени при моделировании определена представлением процессов изменения состояний объектов любой природы в обобщенном формализованном пространстве состояний. Свойство необратимости времени обеспечено тем, что состояния объектов строго формируются только в порядке возрастания времени, и ни один объект не может наблюдаться одновременно в двух и более временах.

Для построения феноменологической модели представления времени используем гипотезу, что скалярное поле системного времени может быть аналитически описано. Будем считать, что вблизи точки M осуществляется процесс изменения состояния некоторого объекта. Для задания скалярного поля времени $\theta = \theta(M)$ как функции независимых переменных z_1, z_2, \dots, z_n необходимо определить функцию точки. Пусть в окрестности любой точки скалярное поле системного времени может быть с достаточной точностью приближено аналитической функцией вида $\theta(M) = t(M)$, причем $t(M) = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$. Данную функцию при разработке модели следует задать.

В настоящее время в области опытного изучения свойств времени отсутствуют феноменологические закономерности, которые могли бы иметь общесистемный смысл и позволяли бы обобщать опытные данные на уровне зависимостей. Поэтому выбор функций $t = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$ может осуществляться исходя из имеющихся представлений об осуществлении различных процессов движения или из существующих подходов моделирования, принятых в науке, например, геометрического, вероятностного и т.д. Естественно, что разные виды функций $t = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$ могут соответствовать объектам и системам различной природы. В данном случае, чтобы сузить область исследований, будем использовать функции $t = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$, входящие в класс однородных функций. Этим самым мы охватываем основные классы моделей, которые часто используются и, в частности, геометрические, мультипликативные, степенные, аддитивные и т.д.

Определим скалярную функцию $t = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$ как модель системного времени в пространстве состояний E^n . Основное отличие скалярного поля системного времени $\theta(M)$ от его модели $t = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$ состоит в том, что поле θ не связано с выбором системы координат, а функция $t = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$ связана с выбором координатных осей для независимых переменных z_1, z_2, \dots, z_n .

Однородная функция согласно формулы Эйлера представляется в виде:

$$\alpha t = z_1 \frac{\partial t}{\partial z_1} + z_2 \frac{\partial t}{\partial z_2} + \dots + z_n \frac{\partial t}{\partial z_n}, \quad (9.35)$$

где α – степень однородности функции t .

Из соотношения $dQ = c_i d\theta$ и связи величины θ со скалярной функцией t , следует:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial Q}{\partial z_1} \right) &= c_1 \left(\frac{\partial t}{\partial z_1} \right); \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial z_2} \right) = c_2 \left(\frac{\partial t}{\partial z_2} \right); \dots; \\ \left(\frac{\partial Q}{\partial z_n} \right) &= c_n \left(\frac{\partial t}{\partial z_n} \right), \text{ откуда} \\ \frac{z_1}{\alpha c_1} \frac{\partial Q}{\partial z_1} + \frac{z_2}{\alpha c_2} \frac{\partial Q}{\partial z_2} + \dots + \frac{z_n}{\alpha c_n} \frac{\partial Q}{\partial z_n} &= t, \end{aligned} \quad (9.36)$$

где c_k – темпоральности процессов изменения состояния объектов, соответствующие переменным состояниям z_1, z_2, \dots, z_n и являющиеся функциями этих переменных.

Характеристики данного линейного неоднородного уравнения в частных производных первого порядка определяются системой дифференциальных уравнений:

$$\alpha c_1 \frac{dz_1}{z_1} = \alpha c_2 \frac{dz_2}{z_2} = \dots = \alpha c_n \frac{dz_n}{z_n} = \frac{dQ}{t} = ds. \quad (9.37)$$

В свою очередь, уравнение Пфаффа для (9.36) будет иметь вид:

$$\frac{z_1}{c_1} dz_1 + \frac{z_2}{c_2} dz_2 + \dots + \frac{z_n}{c_n} dz_n + \alpha t dQ = 0. \quad (9.38)$$

Для того, чтобы решить поставленную задачу необходимо задать вид модели системного времени $t = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$, далее определить функцию $Q = Q(z_1, z_2, \dots, z_n)$ для конкретного процесса и потом по опытным данным идентифицировать полученную модель, разработав предварительно системы измерения величин θ и Q . Здесь возможны разные подходы, связанные с созданием различных моделей описания системного времени.

Вероятностная среда моделирования времени

Будем считать, что модельное представление времени может быть связано с вероятностями наблюдаемых событий, которые отражают процессы изменения состояний объектов. Тогда используем модель системного времени $t(z_1, z_2, \dots, z_n)$ в виде геометрической вероятности точки многомерного пространства. Распространив это соотношение на всю область изменения величины, получим:

$$t = \beta_t \frac{z_1 z_2 \dots z_n}{R}, \quad (9.39)$$

где $R = z_{10} z_{20} \dots z_{n0}$, β_t – постоянная шкалирования, z_{10}, \dots, z_{n0} – параметры опорного состояния, и в частности, максимально наблюдаемые значения параметров свойств.

Из соотношения (9.37) получим энтропию состояния ($\alpha = n$):

$$s - s_0 = c_1 \ln\left(\frac{z_1}{z_{10}}\right) + c_2 \ln\left(\frac{z_2}{z_{20}}\right) + \dots + c_n \ln\left(\frac{z_n}{z_{n0}}\right), \quad (9.40)$$

где s_0 – значение энтропии в опорном состоянии.

При значении изменения величины $dQ = 0$ из уравнения (9.38) может быть определена математическая функция $P(z_1, z_2, \dots, z_n)$, которая имеет вид потенциала (меры) пространства состояний:

$$P - P_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{z_1^2 - z_{10}^2}{c_1} + \frac{z_2^2 - z_{20}^2}{c_2} + \dots + \frac{z_n^2 - z_{n0}^2}{c_n} \right), \quad (9.41)$$

где P_0 – значение потенциала в опорном состоянии.

Энтропия и потенциал являются естественными криволинейными координатами пространства состояний для изучаемого класса объектов.

Для любого процесса изменения состояния объекта при возможности представления его уравнения в параметрическом виде относительно эмпирического времени уравнение (9.36) может быть решено.

В данной модели построение по опытным данным систем измерения величин θ и Q может быть основано на непосредственном определении статистических вероятностей совместных событий одновременного наблюдения значений параметров свойств, которые однозначно характеризуют состояния объекта. Пример определения этих величин будет приведен далее.

Геометрическая среда моделирования времени

Несколько иные результаты могут быть получены, если рассматривать многомерное пространство E^n , как геометрическое пространство. Будем считать, что многомерное пространство состояний E^n эвклидово. Тогда используем модель системного времени в виде геометрического инварианта пространства состояний:

$$t = z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2. \quad (9.42)$$

Если составить характеристики для уравнения (9.36), то для этого случая получим энтропию состояния в виде:

$$s - s_0 = \frac{2}{n} \left(c_1 \ln \left(\frac{z_1}{z_{10}} \right) + c_2 \ln \left(\frac{z_2}{z_{20}} \right) + \dots + c_n \ln \left(\frac{z_n}{z_{n0}} \right) \right), \quad (9.43)$$

а мера пространства состояний может быть представлена:

$$P - P_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{z_1^2 - z_{10}^2}{c_1} + \frac{z_2^2 - z_{20}^2}{c_2} + \dots + \frac{z_n^2 - z_{n0}^2}{c_n} \right). \quad (9.44)$$

В данной модели построение систем измерения величин θ и Q может быть основано, также как и в СТО, на оценке геометрических

расстояний в пространстве состояний E^n . Для этого необходимо использовать данные об опытных точках.

Эмпирическая среда моделирования времени

Если строить линейную шкалу измерения системного времени относительно параметров свойств, то модель $t = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$ является аддитивной функцией вида: $t = \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \dots + \alpha_n z_n$. Для этого случая энтропия состояния будет иметь вид:

$$s - s_0 = \frac{1}{n} \left(c_1 \ln \left(\frac{z_1}{z_{10}} \right) + c_2 \ln \left(\frac{z_2}{z_{20}} \right) + \dots + c_n \ln \left(\frac{z_n}{z_{n0}} \right) \right), \quad (9.45)$$

а функция потенциала будет представлена уравнением (9.41).

В данной модели построение по опытным данным систем измерения величин θ и Q может быть основано на построении линейных шкал системного времени относительно параметров свойств. Примеры создания таких шкал даны ниже.

Таким образом, можно предложить различные варианты реляционно-полевых моделей представления времени, основанных на исследовании особенностей опытных данных. Очевидно, что получение, накопление и обработка опытных данных о времени должны касаться, в первую очередь, естественных процессов для всех основных классов объектов и систем.

В целом методика построения феноменологической модели времени и идентификация полученных зависимостей по опытным данным будет заключаться в следующем:

- составляется массив темпоральных данных для класса объектов;
- с использованием опытных данных разрабатывается система измерений системного времени θ и количества воздействия Q_i , исходя из принятой вероятностно-статистической, геометрической, эмпирической и др. модели времени. Для каждой опытной точки M_i находятся значения системного времени, аналогично для каждого естественного процесса (или участка процесса) определяется величина Q_i ;
- далее подбирается уравнение состояний для изучаемого класса объектов вида $\theta = t(z_1, z_2, \dots, z_n)$ и проверяется гипотеза о принятом виде модели времени;

- для каждого объекта согласно зависимости $dQ = c_I d\theta$ находится темпоральность наблюдаемых процессов для кривых в целом или участков кривых, описывающих эти процессы;

- далее на основе полученных моделей проводится эмпирическое изучение особенностей и закономерностей полевой структуры времени, отражающей свойства темпоральных данных, характеризующих изучаемый класс объектов.

Общий процесс построения феноменологической модели времени для различных классов объектов покажем ниже на примерах.

9.5 Построение комплексных шкал времени

Создание измерительных шкал системного времени является основополагающим вопросом всей теории темпорологии. Такие шкалы могут быть построены на основе использования в качестве темпометрического свойства эмпирического времени или статистической вероятности характерных событий. Это позволило бы сформировать экспериментальную базу темпорологии, которая отличалась бы обширным объемом опытных данных по отношению к системам различной природы, а не только опытными данными о развитии физических систем.

В первом случае для того, чтобы построить измерительную шкалу необходимо увязать эмпирическое время τ с системным временем, которое зависит только от значений параметров свойств. Для этого шкала системного времени θ строится с учетом соответствия этой величины, с одной стороны, параметрам свойств состояния объекта (переменным состоянием), а с другой стороны, переменной, однозначно отражающей универсальное темпометрическое свойство времени. Таким темпометрическим свойством и может быть принято эмпирическое время в виде существующей метрической шкалы.

Шкала системного времени реализуется следующим образом. Среди всех изучаемых объектов одного класса выбирается опорный объект. Для четко заданного периода эмпирического времени $\Delta\tau$ рассматривается реальный процесс развития этого объекта от начального состояния M_0

(точка 1) до конечного состояния M'_0 (точка 2). Данные состояния являются реперными точками для построения линейной шкалы системного времени θ . Весь интервал времени $\Delta\tau$ разбивается на одинаковое количество равных интервалов $\sigma = \frac{\Delta\tau}{n}$, где n – число интервалов.

Выбираем темпометрический объект в виде атомных часов, при этом эмпирическое время τ будет рассматриваться как темпометрическое свойство, характеризующее процессы изменения свойств объектов одного класса. Это позволяет создать шкалу для измерения системного времени и определить единицу измерения σ . Если состояние M_0 принять за ноль единиц системного времени, а состояние M'_0 – за 100 единиц системного времени, то уравнение шкалы будет иметь вид линейного уравнения:

$$\theta(\tau) = \frac{100}{\tau_2 - \tau_1} (\tau - \tau_1). \quad (9.46)$$

Далее каждой точке шкалы ставятся в соответствие наблюдаемые значения параметров свойств и устанавливается уравнение шкалы или с помощью регрессионного анализа или путем использования уравнения прямой в многомерном пространстве E^n . Схема построения линейной шкалы системного времени приведена на рисунке 9.3. После создания шкалы все состояния изучаемых объектов можно измерить в шкале системного времени, исходя из наблюдаемых значений параметров свойств.

Теперь на двух примерах покажем, как предложенный метод может быть использован на практике.

Например, рассмотрим регионы России, используя при анализе существующие базы темпоральных данных. Для исследований была сформирована статистическая база данных социально-экономических показателей субъектов РФ [22]. Она включала информацию по каждому из 80 регионов для более 40 показателей за 14 лет (с 2005 по 2018 гг.).

Для примера выберем для анализа данных в качестве переменных состояния семь удельных показателей развития, характеризующих сектор реальной экономики:

- объем товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами:

- добыча полезных ископаемых z_1 ;
- обрабатывающие производства z_2 ;
- производство и распределение энергии, газа и воды z_3 ;
- продукция сельского хозяйства z_4 ;
- объем работ в строительстве z_5 ;
- объем платных услуг населению z_6 ;
- оборот розничной торговли z_7 .

Размерность всех перечисленных величин – млн. руб./тыс. чел. (тыс. руб./чел.).

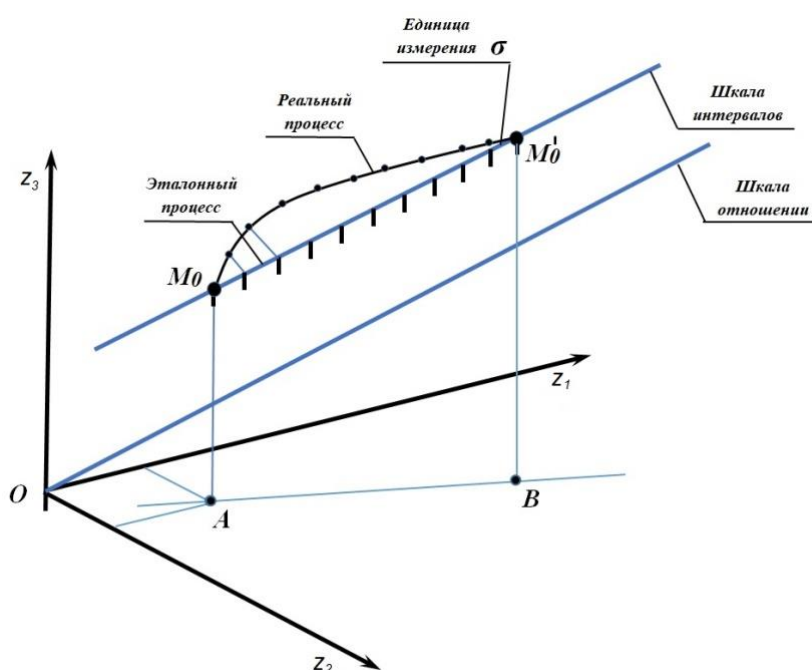


Рис. 9.3. – Построение линейной шкалы системного времени

Создадим измерительную шкалу на основе указанных семи переменных состояния. Будем использовать для построения линейной шкалы метод двух точек, для чего выберем опорный объект и несколько реперных состояний этого объекта. В качестве первого реперного состояния измерительной шкалы (точка M_0) примем состояние Белгородской области в 2005 году, в качестве второго реперного состояния (точка M'_0) – ее состояние в 2015 году. Другие реперные точки шкалы, как это видно из приведенной на рисунке 9.4 таблицы данных, будут определяться состояниями объекта для нескольких годов статистических

наблюдений в период с 2005 по 2018 годов. В данном случае условно принято, что системное время θ измеряется в градусах этой величины. Под градусом понимаем относительную единицу измерения в шкале системного времени.

Измерительная шкала формировалась путем установления линейной зависимости между величиной θ и удельными показателями развития $z_1 \div z_7$. Значения θ на интервале времени 2005–2018 гг. зависели линейно от времени: 2005 г. – $0^\circ\Gamma$, 2006 г. – $10^\circ\Gamma$ и т.д. до 2018 г. – $130^\circ\Gamma$.

Изменение одного деления было принято за единицу измерения шкалы ($1^\circ\Gamma$), каждому году соответствовало $10^\circ\Gamma$ (рис. 9.4).

Уравнение шкалы системного времени относительно всех семи переменных состояния в данном случае имеет вид:

$$\begin{aligned} \theta = & -27,754 + 0,101 z_1 + 0,128 z_2 + 0,490 z_3 - \dots \\ & - 0,254 z_4 - 0,0219 z_5 + 0,417 z_6 + 0,470 z_7. \end{aligned} \quad (9.47)$$

Максимальная погрешность шкалы не превышает $0,57^\circ\Gamma$, средняя $0,38^\circ\Gamma$, относительная – 1,1%. Реперные точки для двух годов (2008, 2009) были исключены.

Величину, получаемую путем прибавления константы $a_0 = 27,754$ к значению системного времени θ , назовем абсолютным системным временем и будем обозначать его буквой Θ ($\Theta = \theta + 27,754$). При $\theta_0 = -27,754$ получаем, что абсолютное системное время $\Theta = 0$, это состояние назовем абсолютным нулем для данного класса объектов, ему соответствуют значения всех переменных состояния $z_k = 0$. Использование абсолютной величины Θ для измерений определено ее положительными значениями в отличие от величины θ . Шкала величины абсолютного системного времени Θ является шкалой отношений.

Весь спектр процессов развития 80 регионов России в 2005 – 2018 годах отражается в 1120 состояниях, которые можно рассматривать как причинно-следственные совместные события наблюдения значений параметров. Если для каждого такого события в пространстве состояний задать значение геометрической вероятности состояния, то можно получить уравнение состояния для рассматриваемого класса объектов, используя вероятностную модель пространства состояний.

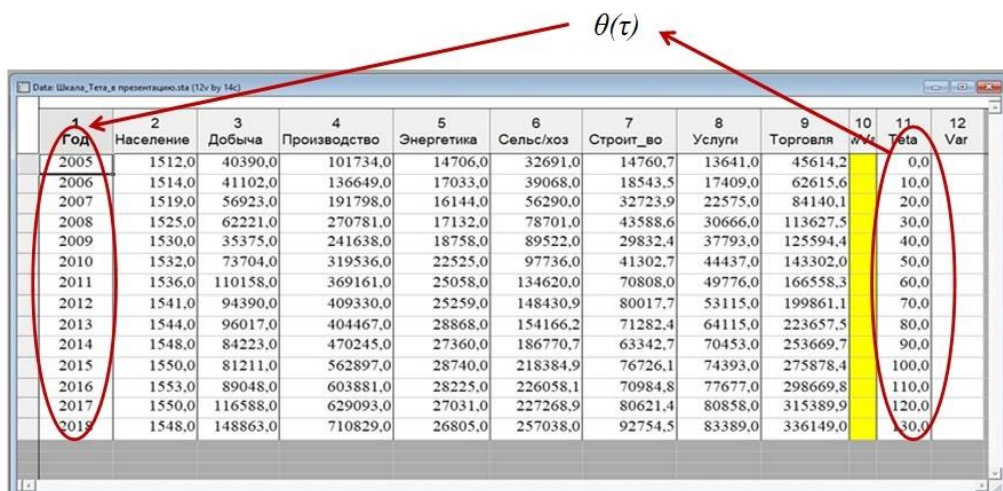


Рис. 9.4. – Построение линейной шкалы системного времени для процессов развития регионов России

Установим взаимосвязь между абсолютным системным временем Θ и функцией относительных изменений (9.39), которая однозначно связана с геометрической вероятностью. Обработка всех данных для 80 регионов России за 14 лет позволила получить уравнение состояния вида:

$$\ln t = -25,550 + 6,434 \ln \Theta. \quad (9.48)$$

Коэффициент корреляции зависимости (9.48) составил 0,91, результаты обработки данных приведены на рисунке 9.5, а.

Таким образом, получено уравнение состояний, характеризующее развитие регионов России, и связывающее абсолютное системное время с основными переменными состояния (свойствами объектов). При этом эмпирическое время τ выступает темпометрическим свойством при построении шкалы системного времени. Хорошее качество уравнения состояния подтверждает гипотезу о вероятностной природе системного времени для изучаемого класса объектов.

Рассмотрим второй пример – процессы землепользования в странах мира в соответствии с данными [151]. Создадим измерительную шкалу на основе переменных состояния, характеризующих данные процессы:

- площадь природных земель z_1 ;
- площадь мозаичных (управляемых) земель z_2 ;
- площадь обрабатываемых земель z_3 ;
- площадь маргинальных земель z_4 .

Размерность всех перечисленных величин – км².

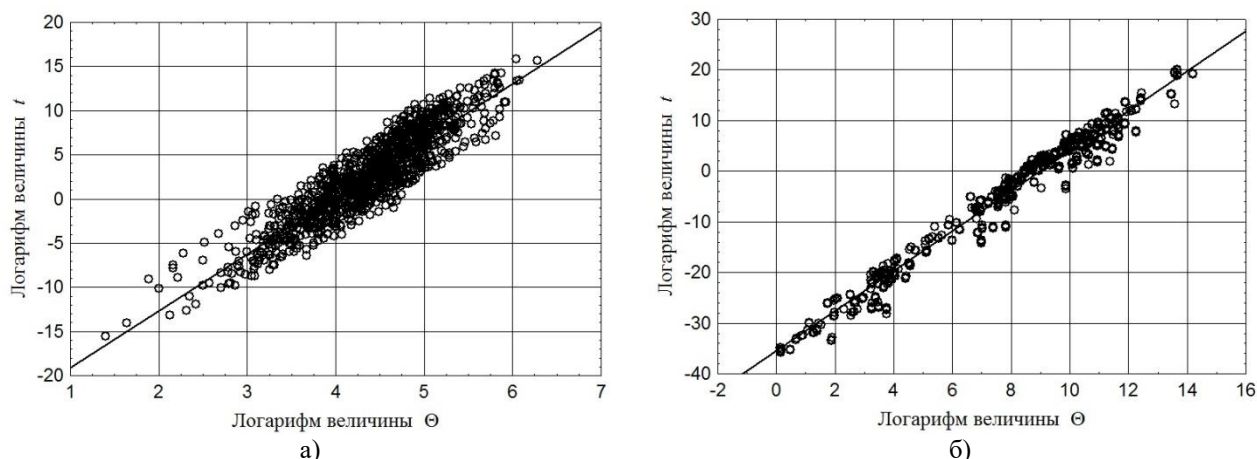


Рис. 9.5. – Уравнения состояний для двух классов объектов:

- а) регионы России относительно переменных состояния $z_1 \div z_7$ согласно (9.48);
 б) страны мира по показателям землепользования $z_1 \div z_4$ согласно (9.50)

Выберем опорный объект и несколько реперных состояний этого объекта. В качестве первого реперного состояния (точка M_0) примем состояние Австрии в 1995 году, в качестве второго реперного состояния (точка M'_0) – ее состояние в 2015 году. Другие реперные точки шкалы будут определяться состояниями объекта для различных годов статистических наблюдений в период с 1995 по 2015 годы.

В данном случае при анализе данных за темпометрическое свойство принято эмпирическое время τ , на основе которого определялось системное время θ , измеряемое в градусах этой величины. Измерительная шкала формировалась путем установления линейной зависимости между величиной θ и переменными $z_1 \div z_4$. Значения θ на интервале времени 1995 – 2015 гг. зависели линейно от времени: 1995 г. – $0^\circ G$, 2000 г. – $25^\circ G$ и т.д. до 2015 г. – $100^\circ G$. Таким образом, шкала в интервале времени 1995 – 2015 гг. разбивалась на 100 равных делений. Изменение одного деления было принято за единицу измерения шкалы ($1^\circ G$), каждому году соответствовало $5^\circ G$ системного времени.

Обработка данных позволила установить практически функциональную зависимость для построения шкалы:

$$\theta = -7680,52 + \Theta;$$

$$\Theta = 0,090 z_1 - 0,002 z_2 + 0,080 z_3 + 0,470 z_4. \quad (9.49)$$

Также как и ранее, величину, получаемую путем прибавления константы $a_0 = 7680,52$ к значению системного времени θ , назовем

абсолютным системным временем Θ . Зависимость (9.49) использована для измерения состояний стран мира по принятым показателям землепользования в шкале Θ , которая является положительной величиной.

Как и в предыдущем случае, установим взаимосвязь между системным временем и функцией вида (9.39).

Обработка всех данных для 245 стран мира за 20 лет позволила получить следующее уравнение состояния:

$$\ln t = -35,391 + 3,944 \ln \Theta. \quad (9.50)$$

Коэффициент корреляции зависимости (9.50) составил 0,99, результаты обработки данных приведены на рисунке 9.5, б. В данном случае также подтверждена гипотеза о вероятностной природе системного времени.

Теперь рассмотрим примеры, когда при построении шкал системного времени в качестве темпометрического свойства используется статистическая вероятность характерных событий.

Для этого шкала системного времени θ строится с учетом соответствия этой величины, с одной стороны, параметрам свойств состояния объекта (переменным состояния), а с другой стороны, вероятности характерных событий, отражающих причинно-следственный порядок, который наблюдается при течении естественных процессов в определенном классе объектов. При этом причинно-следственный порядок событий должен быть связан с временным порядком этих же событий, для чего следует использовать при построении шкалы значения эмпирического времени.

В качестве характерных событий, отражающих временные закономерности для всего спектра процессов изменения состояний объектов, будем использовать совместное событие наблюдения значений параметров свойств в определенное заданное время по отношению к конкретному объекту. Такие события для определенного класса объектов являются однородными, комплексно отражают динамические изменения в состояниях объектов и обладают причинно-следственным порядком в массиве темпоральных данных.

Общая структура темпоральных данных имеет вид трехмерных массивов «объекты – значения параметров – время». Таким образом, для

определенного момента наблюдения имеется таблица данных «объекты – значения параметров». Все такие таблицы данных привязаны к моментам времени – годам, месяцам, дням, часам и т.д.

Исходя из этого, в заданный момент времени наблюдения каждого конкретного параметра любого объекта можно рассматривать событие A , связанное с определением значения этого параметра, как характеристической величины данного события. Также в этот же момент времени реализуется совместное событие B , связанное с определением значений всех (нескольких) наблюдаемых параметров объекта в совокупности. Апостериорные вероятности указанных событий могут быть алгоритмически определены. С этой целью для совместных событий могут непосредственно оцениваться:

- статистическая вероятность наблюдения состояния объекта (точки M_i) в определенном объеме пространства состояний E^n при группировке опытных данных, исходя из заданного количества диапазонов группирования;
- относительная частота наблюдения состояний всех объектов в определенном объеме пространства E^n , образованного состоянием каждого объекта (точка M_i , представленная в виде правой верхней вершины многомерного параллелепипеда) и т.д.

Вероятности совместных событий определялись в отдельности для каждой таблицы темпорального массива данных по одному общему алгоритму.

В данном исследовании за *вероятность состояния* объекта (некоторого состояния M) принималась вероятность указанного совместного события наблюдения значений нескольких переменных состояния. Такие события считаем характерными (индикативными).

Алгоритм определения статистической вероятности совместного события, связанного с наблюдаемыми свойствами для опытных точек M_i , описан в разделе 6.3. Статистические вероятности для совместного события находятся в n -мерном пространстве согласно зависимости (6.6):

$$w_\lambda = P(z_1 < z_{1\omega}, \dots, z_n < z_{ng}) = \frac{I_\lambda}{N}, \quad (9.51)$$

где I_λ – число всех опытных точек, которые находятся в n -мерном

параллелепипеде, представляющим собой некоторую λ -область группирования; N – общее число точек (опытных данных в выборке).

Алгоритм группирования точек использовался при достаточно большом количестве данных опыта. Например, для трех параметров состояния и 7 – 8 интервалов группирования надо иметь порядка 300 – 400 точек (объектов наблюдения). В случаях, когда объем данных меньше, использовался алгоритм оценки относительной частоты наблюдения состояний объектов в объеме пространства E^n , образованного состоянием каждого объекта. В этом случае подсчитывалось количество точек, удовлетворяющих условию $z_1 < z_{1i}$, $z_2 < z_{2i}$, $z_3 < z_{3i}$ и т.д., где i – номер оцениваемого состояния i -того объекта (точка M_i). Скрипты непосредственной оценки статистических вероятностей совместных событий приведены в разделе 6.3.

Теперь покажем, как можно построить шкалу системного времени на основе учета вероятностей характерных событий. Рассмотрим города России, используя при анализе существующие базы темпоральных данных. Для исследований сформирована статистическая база данных социально-экономических показателей городов РФ с населением более 100 тыс. жителей [21]. Она включала информацию по каждому из 152 городов для более 50 показателей за 15 лет (с 2003 по 2017 гг.).

Выберем в качестве переменных состояния три удельных показателя развития, характеризующих сектор реальной экономики:

- объем товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами по виду экономической деятельности «Обрабатывающие производства» z_1 ;
- объем выполненных работ по виду деятельности «Строительство» z_2 ;
- оборот розничной торговли z_3 .

Размерность перечисленных величин – млн. руб./тыс. чел. (тыс. руб./чел.).

Измерительную шкалу для сравнения состояний объектов на основе трех указанных переменных создадим на основе определения эмпирических распределений для каждой таблицы данных в период 2003 – 2017 годов. Для

этого используем методику перевода вероятностей событий w в пробиты, описанную в разделе 5.2. В этом случае инверсное преобразование вероятностей в пробит-функции Pr выполняется с учетом функции нормального распределения:

$$w(Pr) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{Pr} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi, \quad (9.52)$$

а пробит Pr связывают с переменными состояниями зависимостями вида:

$$Pr = \alpha_0 + \alpha_1 \ln z_1 + \alpha_2 \ln z_2 + \dots + \alpha_n \ln z_n, \quad (9.53)$$

где α_k – константы. Для каждой таблицы данных и каждого объекта были определены вероятности совместных событий, связанные с наблюдением значений трех указанных выше переменных состояний. Далее вероятности переводились в пробиты и строилась линейная измерительная шкала системного времени вида

$$\theta(Pr) = \frac{100}{Pr_2 - Pr_1} (Pr - Pr_1). \quad (9.54)$$

В качестве опорного объекта был принят город Воронеж. Первая реперная точка шкалы определялась состоянием этого города в 2003 году, вторая – состоянием в 2013 году, для этих случаев $Pr_1 = -1,1504$ и $Pr_2 = -0,8046$. Системное время θ измеряется в градусах этой величины, при этом Pr рассматривается как темпометрический параметр, характеризующий процессы изменения свойств объектов на основе характеристических событий.

Таким образом, измерительная шкала формировалась путем установления линейной зависимости между системным временем θ и пробит-величиной Pr . При построении шкалы значения θ на интервале 2003 – 2017 гг. зависели линейно от времени: 2003 г. – $0^\circ\Gamma$, 2004 г. – $10^\circ\Gamma$ и т.д. до 2017 г. – $140^\circ\Gamma$. Изменение одного деления было принято за единицу измерения шкалы ($1^\circ\Gamma$), каждому году соответствовало $10^\circ\Gamma$.

Обработка данных для каждой таблицы в отдельности позволила получить уравнения состояния городов, которые приведены в таблице 9.1.

Как видно из уравнений состояния объектов $\theta = a_0 + a_1 \ln(t)$, приведенных в таблице 9.1, коэффициент a_0 линейно зависит от эмпирического времени τ , как это показано на рисунке 9.6.

Таблица 9.1. – Результаты обработки данных о развитии городов России

Год наблюдений	Уравнения состояния объектов	Коэффициент корреляции
2003	$\theta = -11,885 + 125,71 \ln(t)$	0,96
2005	$\theta = -174,02 + 145,73 \ln(t)$	0,97
2008	$\theta = -145,12 + 130,41 \ln(t)$	0,95
2011	$\theta = -211,15 + 128,34 \ln(t)$	0,96
2013	$\theta = -335,08 + 118,36 \ln(t)$	0,95
2015	$\theta = -303,63 + 108,37 \ln(t)$	0,95
2017	$\theta = -362,32 + 114,57 \ln(t)$	0,96

В таблице 9.1 использованы следующие обозначения $t = \frac{z_1 z_2 z_3}{z_{10} z_{20} z_{30}}$ – величина относительных изменений; z_{k0} – значения переменных состояния опорного объекта в 2003 году.

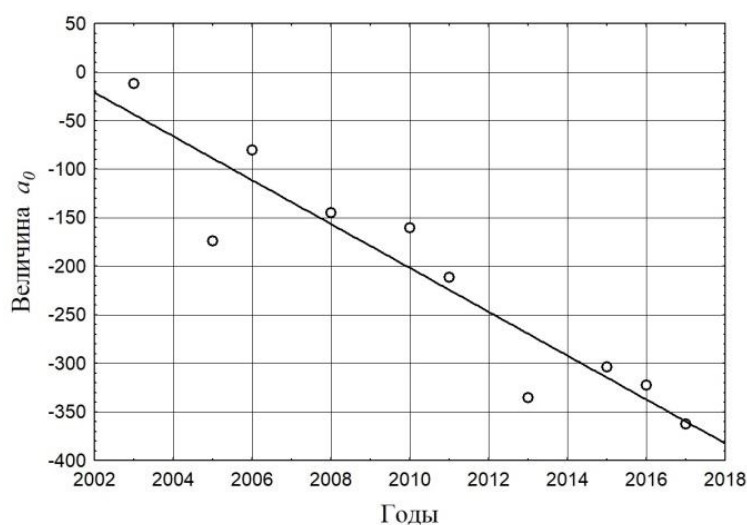


Рис. 9.6. – Зависимость величины a_0 от эмпирического времени

Если прибавить коэффициент $a_0(\tau)$ к системному времени θ ($\Omega = \theta + a_0(\tau)$), то получим шкалу относительно логарифма величины t , при этом эмпирическое время может быть исключено из общего уравнения состояния. Вместо нескольких уравнений (табл. 9.1) может быть предложено одно уравнение состояния для периода времени 2003 – 2017 гг.

Построим уравнение состояния для городов России, устанавливающие среднестатистическую зависимость между системным временем и мерой относительных изменений (9.39), которая однозначно

связана с геометрической вероятностью состояния объекта в пространстве E^3 . Обработка данных для 152 городов в период 2003 – 2017 гг. позволила получить уравнение состояния вида:

$$\Omega = 16,605 + 108,04 \ln t. \quad (9.55)$$

Результаты обработки данных приведены на рисунке 9.7, коэффициент корреляции уравнения (9.55) составил 0,95.

Из уравнения (9.55) видно, что можно построить шкалу отношений $\Theta = \theta + a_0(\tau) - 16,606$ относительно $\ln(t)$, т.к. $\Theta = 0$ при $\ln(t) = 0$. Величину Θ определим как абсолютное системное время, оцененное по характерным событиям.

Таким образом, совместные события наблюдения значений параметров свойств отражают причинно-следственный и временной порядок в процессах развития изучаемого класса объектов.

Рассмотрим второй пример – процессы развития регионов России. В качестве переменных состояния выберем три наиболее влияющих удельных показателя развития:

- объем товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами по виду экономической деятельности «Обрабатывающие производства» z_1 и «Производство и распределение энергии, газа и воды» z_2 ;
- оборот розничной торговли z_3 .

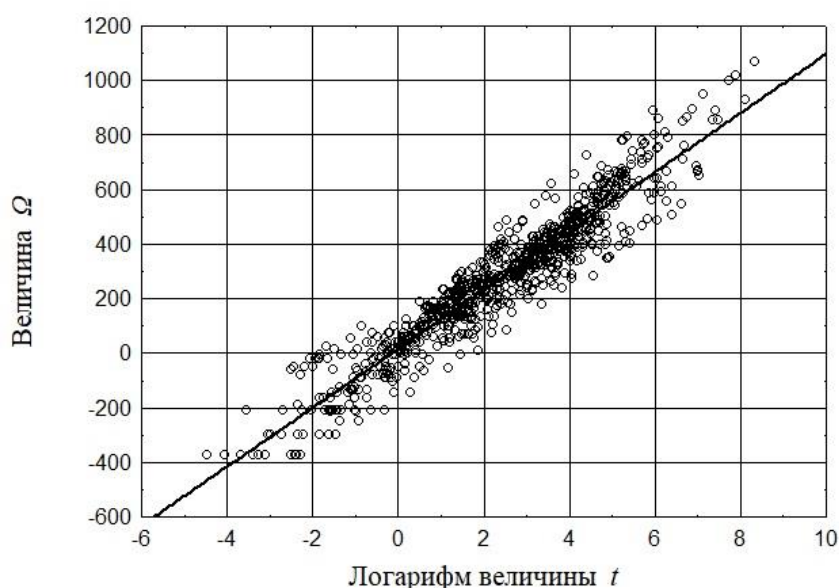


Рис. 9.7. – Зависимость величин Ω и t для городов России в 2003 – 2017 гг.

Размерность перечисленных величин – млн. руб./тыс. чел. (тыс. руб./чел.).

Измерительную шкалу для сравнения состояний объектов на основе трех указанных переменных создадим путем определения эмпирических распределений для каждой таблицы данных в период 2005 – 2018 годов. Обработку данных проведем аналогично предыдущему случаю.

В качестве опорного объекта примем Белгородскую область. Первая реперная точка шкалы определялась состоянием этого региона в 2005 году, вторая реперная точка – состоянием в 2015 году. Обработка данных для каждой таблицы в отдельности позволила получить уравнения состояния регионов, которые приведены в таблице 9.2.

Таблица 9.2. – Результаты обработки данных о развитии регионов России

Год наблюдений	Уравнения состояния объектов	Коэффициент корреляции
2005	$\theta = -202,75 - 648,80\ln(t)$	0,89
2007	$\theta = 608,53 - 778,15\ln(t)$	0,90
2009	$\theta = 1030,29 - 716,50\ln(t)$	0,90
2011	$\theta = 2033,88 - 797,32\ln(t)$	0,91
2013	$\theta = 2528,41 - 786,29\ln(t)$	0,92
2015	$\theta = 2757,97 - 717,91\ln(t)$	0,91
2017	$\theta = 3063,43 - 800,89\ln(t)$	0,94
2018	$\theta = 3121,52 - 771,69\ln(t)$	0,90

В таблице 9.2 использованы следующие обозначения $t = \frac{z_1 z_2 z_3}{z_{10} z_{20} z_{30}}$ – величина относительных изменений; z_{k0} – значения переменных состояния опорного объекта в 2005 году.

Т.к. коэффициент a_0 линейно зависит от эмпирического времени τ , то исключим эмпирическое время из общего уравнения состояния объектов, используя величину $\Omega = \theta + a_0(t)$. Обработка данных для 80 регионов России в период 2005 – 2018 гг. позволила получить уравнение состояния вида:

$$\Omega = -145,89 - 721,94\ln t. \quad (9.56)$$

Результаты обработки данных приведены на рисунке 9.8, коэффициент корреляции уравнения (9.56) составил 0,95.

На основе уравнения (9.56) можно построить шкалу отношений $\Theta = \theta + a_0(\tau) + 145,89$ относительно $\ln(t)$, т.к. $\Theta = 0$ при $\ln(t) = 0$, однако относительно переменных состояния такая шкала будет нелинейной. Величину Θ тоже определим как абсолютное системное время, оцененное по характерным событиям.

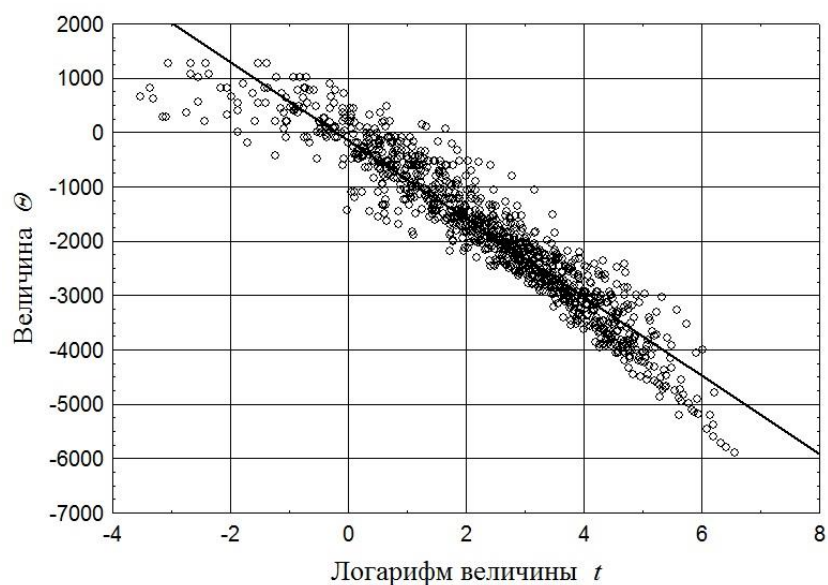


Рис. 9.8. – Зависимость величин Ω и t для регионов России в 2005 – 2018 гг.

Используя предложенный подход, могут быть построены измерительные шкалы системного времени для случая, когда сравнение состояний объектов основывается на геометрических мерах схожести по отношению к началу отсчета, текущему состоянию опорного объекта, центру тяжести для всего массива опытных точек и т.д.. Это дает возможность построить аналогичные темпометрические системы измерений величин для геометрической среды моделирования времени.

Таким образом, на примере нескольких классов объектов показан общий процесс построения измерительных шкал системного времени и составления уравнений состояний, который отличается объективным подходом при реализации процедуры измерений.

9.6 Построение системы измерения количества воздействия

Для описания процессов изменения состояний объектов по отношению к некоторому классу объектов следует построить систему измерения количества воздействия. При этом данная величина характеризует особенности процесса изменения состояния объекта и уровень внешних воздействий на объект.

Измерение значения некоторой величины требует ее сравнения с аналогичной величиной, для которой задается единица измерения. Рассмотрим некий процесс l в пространстве состояний E^n . Можно предложить различные способы задания величины Q_l по отношению к кривой l .

Например, будем использовать критерий сходства процессов в виде отношения величин q_l и δ_{l_0} : $Q_l = q_l / \delta_{l_0}$, где q_l – мера величины воздействия для произвольного процесса l ; δ_{l_0} – единица измерения. Примем отношение Q_l в качестве количества воздействия и определим соответствующее значение в виде единицы измерения $\delta_{l_0} = \delta$, которая будет отнесена к эталонному процессу $M_0M'_0$ в пространстве состояний. Также как и ранее, назовем данную единицу измерения количества воздействия темпорией, исходя из того, что любой процесс определяется, в первую очередь, его темпоральной длительностью. Данная единица измерения должна определяться каждый раз при изучении того или иного класса объектов и естественных процессов изменения состояний объектов как экземпляров класса.

В случае, если построена шкала системного времени θ , то для каждого состояния M на кривой процесса l может быть задана функция $\theta = \theta_l(M)$. Поэтому, самый простой и наиболее правильный способ сравнения процессов между собой заключается в определении по опытным данным криволинейных интегралов по кривой процесса l вида:

$$Q_l = \frac{q_l}{\delta} = \frac{1}{\delta} \int_l \theta_l(\varepsilon) d\varepsilon, \text{ где } \varepsilon \text{ – дифференциал дуги кривой } l. \text{ Здесь } \delta \text{ равно}$$

значению аналогичного криволинейного интеграла, который будет соответствовать, например, изменению в один градус (или несколько

градусов) системного времени для эталонного процесса $M_0M'_0$ вблизи первой опорной точки M_0 . Таким образом, в случае, когда системное время привязано к длине дуги кривой процесса l , то количество воздействия, как функцию линии, можно определить через криволинейный интеграл от величины θ по кривой процесса l . При этом величина θ будет отражать интенсивность процесса l , а длина кривой – продолжительность этого процесса.

Криволинейный интеграл $q_l = \int_l \theta(\varepsilon) d\varepsilon$ может быть найден путем представления системного времени $\theta(\varepsilon)$ в зависимости от длины дуги кривой l или путем представления системного времени и дифференциала дуги кривой l через параметры свойств объекта. В последнем случае параметры свойств могут быть определены в параметрическом виде как функции эмпирического времени $z_k(\tau)$.

Полученные результаты позволяют на основе темпоральных данных установить связь между изменениями количества воздействия и системного времени в различных процессах. Для этого будем использовать темпоральность c_l , определяемую для каждого процесса на основании данных опыта. Эта величина имеет большое значение, т.к. привносит в теорию опытные факты и эмпирические закономерности, характерные для реальных процессов.

На конкретном примере покажем процесс разработки системы измерения количества воздействия для некоторых классов объектов.

Рассмотрим процессы развития регионов России [22]. Будем использовать семь удельных переменных состояния, что и в предыдущем разделе. Эталонный процесс – развитие Белгородской области в 2005 – 2018 годах. Определим значение количества воздействия в виде

$$Q_l = \frac{q_l}{\delta} = \frac{1}{\delta} \int_l \theta_l(\varepsilon) d\varepsilon, \text{ при этом для любого процесса } q_l = \int_l \theta_l(\varepsilon) d\varepsilon, \text{ а для}$$

$$\text{эталонного процесса } l_0: \delta = \frac{1}{130} \int_{l_0} \theta_{l_0}(\varepsilon) d\varepsilon.$$

Здесь δ равно значению криволинейного интеграла, который соответствует изменению в один градус системного времени для

эталонного процесса $M_0M'_0$ вблизи первой опорной точки M_0 . На эталонный процесс развития Белгородской области в 2005 – 2018 годах приходится $130^\circ G$ системного времени. На основе статистических данных получим, что $\delta = 335,49$. Определяя далее для всех 79 процессов развития регионов России в 2005 – 2018 годах величину q_l , найдем в каждом случае величину количества воздействия Q_l . Соответствующее уравнение, устанавливающее связь между изменениями количества воздействия и системного времени для всего периода 2005 – 2018 годов имеет вид:

$$Q_l = c_l(\theta_{18} - \theta_{05}). \quad (9.57)$$

Коэффициент корреляции зависимости 0,97, результаты обработки данных приведены на рисунке 9.9, а.

Соответствующая зависимость для темпоральности процессов может быть представлена в виде:

$$c_l = 0,0016(\theta_{18} - \theta_{05})^{1,260}. \quad (9.58)$$

Данная нелинейная зависимость показана на рисунке 9.9, б. Для каждого региона России были определены темпоральности процессов развития, значения которых приведены в таблице 9.3.

Рассмотрим теперь процессы землепользования в странах мира на основе темпоральных данных [151]. Будем использовать те же четыре переменные состояния, что и в предыдущем разделе. Эталонный процесс – развитие землепользования в Австрии в 1995 – 2015 годах.

Определим, как и ранее, значение количества воздействия для всех 245 стран. На основе статистических данных получим, что $\delta = 108569,19$. Определяя далее для всех процессов развития стран мира в 1995 – 2015 годах величину q_l , найдем в каждом случае величину количества воздействия Q_l . Соответствующее уравнение, устанавливающее связь между изменением количества воздействия и изменениями системного времени для периода 1995 – 2015 годов, имеет вид:

$$Q_l = c_l(\theta_{15} - \theta_{95}). \quad (9.59)$$

Коэффициент корреляции зависимости 0,94, результаты обработки данных приведены на рисунке 9.10, а.

Соответствующая зависимость для темпоральности процессов имеет вид:

$$c_l = 0,0564(\theta_{15} - \theta_{95})^{0,956}. \quad (9.60)$$

Данная зависимость приведена на рисунке 9.10, б.

Аналогичным образом может быть найдено количество воздействия в случае, если при определении системного времени в качестве темпометрического свойства используется вероятность характерных событий или различные геометрические меры схожести состояний.

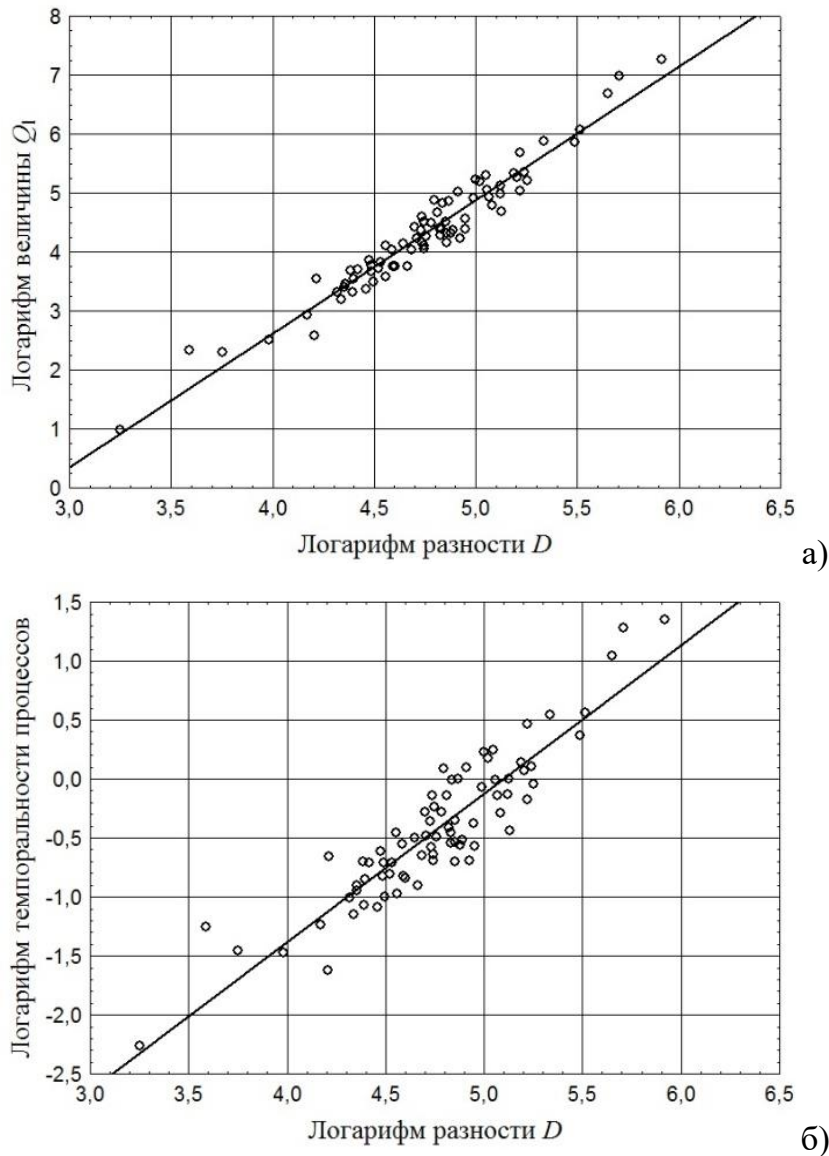


Рис. 9.9. – Зависимости количества воздействия и темпоральности процессов развития регионов России от изменений системного времени: а) количество воздействия согласно (9.57); б) темпоральность процессов согласно (9.58); $D = \theta_{18} - \theta_{05}$

Таблица 9.3. – Значения темпоральности c_t процессов развития регионов России в 2005 – 2018 гг.

№	Регион	Величина c_t
1	Белгородская область	1,001
2	Воронежская область	0,573
3	Курская область	0,609
4	Липецкая область	1,278
5	Московская область	0,842
6	Смоленская область	0,562
7	г.Москва	1,448
8	Архангельская область	0,879
9	Калининградская область	1,194
10	Псковская область	0,492
11	г.Санкт-Петербург	1,113
12	Республика Адыгея	0,433
13	Республика Калмыкия	0,267
14	Ростовская область	0,579
15	Республика Дагестан	0,343
16	Республика Ингушетия	0,104
17	Карачаево-Черкесская Республика	0,286
18	Ставропольский край	0,446
19	Республика Башкортостан	0,686
20	Республика Марий Эл	0,498
21	Республика Мордовия	0,516
22	Республика Татарстан	1,071
23	Пермский край	0,990
24	Нижегородская область	0,869
25	Самарская область	0,872
26	Саратовская область	0,439
27	Ульяновская область	0,493
28	Свердловская область	0,958
29	Тюменская область	3,601
30	Республика Тыва	0,233
31	Республика Хакасия	0,500
32	Алтайский край	0,405
33	Забайкальский край	0,368
34	Красноярский край	1,000
35	Иркутская область	0,753
36	Кемеровская область	1,097
37	Новосибирская область	0,577
38	Томская область	0,635
39	Республика Саха (Якутия)	1,718
40	Камчатский край	0,985
41	Приморский край	0,495
42	Магаданская область	1,752
43	Сахалинская область	3,865
44	Чукотский автономный округ	2,836

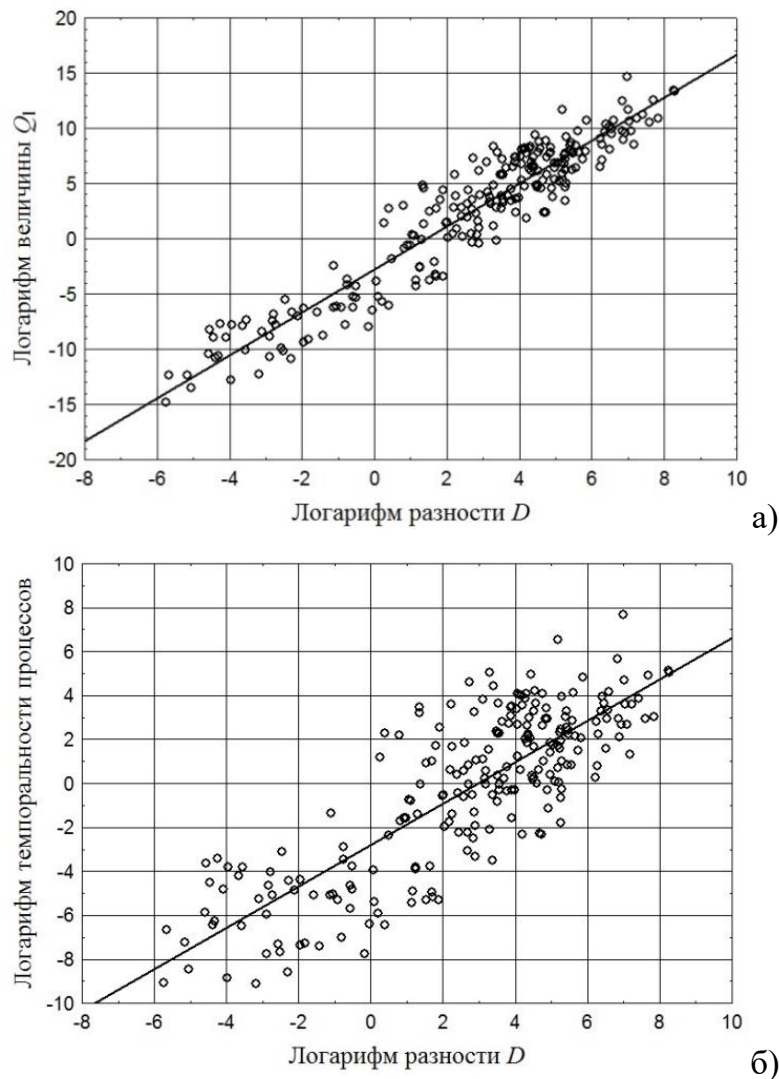


Рис. 9.10. – Зависимости количества воздействия и темпоральности процессов землепользования в странах мира от изменений системного времени: а) количество воздействия согласно (9.59); б) темпоральность процессов согласно (9.60); $D = \theta_{15} - \theta_{95}$

Приведенные примеры, связанные с нахождением количества воздействия, указывают на то, что для различных классов объектов на основе определения системного времени могут быть построены системы измерения интенсивности и продолжительности естественных процессов.

Отметим, что метод темпорологии по отношению к различным классам объектов является в определенной степени логическим развитием метода термодинамики, который обладает значительными феноменологическими возможностями обработки и анализа эмпирических данных.

9.7 Основное дифференциальное уравнение темпорологии

Определение системного времени в зависимости от переменных состояния позволяет предложить уравнения для описания поля времени. При этом основная задача темпорологии для систем различной природы связана с построением модели континуального пространства состояний по имеющимся дискретным темпоральным данным. В свою очередь, континуальному пространству состояний можно приписать феноменологические свойства. Для этого можно использовать дифференциальные уравнения.

Примем гипотезу об однородности поля системного времени. Это обосновывается линейностью используемых шкал величины θ , из которой следует уравнение:

$$z_1 \frac{\partial \theta}{\partial z_1} + z_2 \frac{\partial \theta}{\partial z_2} + \dots + z_n \frac{\partial \theta}{\partial z_n} = \theta. \quad (9.61)$$

Так как эту величину и параметры свойств можно представить как функции эмпирического времени, то продифференцировав по τ данное уравнение, получим параболическое дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z_1} \left(z_1 \frac{\partial \theta}{\partial z_1} \right) z_1'(\tau) + \frac{\partial}{\partial z_2} \left(z_2 \frac{\partial \theta}{\partial z_2} \right) z_2'(\tau) + \frac{\partial}{\partial z_n} \left(z_n \frac{\partial \theta}{\partial z_n} \right) z_n'(\tau) \quad (9.62)$$

или

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \alpha_1 \frac{\partial}{\partial z_1} \left(z_1 \frac{\partial \theta}{\partial z_1} \right) + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial z_2} \left(z_2 \frac{\partial \theta}{\partial z_2} \right) + \alpha_n \frac{\partial}{\partial z_n} \left(z_n \frac{\partial \theta}{\partial z_n} \right), \quad (9.63)$$

где α_k – функции эмпирического времени.

Таким образом, приходим к нестационарному уравнению диффузии, которое задается для многомерной полуограниченной области или части этой области, при этом феноменологические величины α_k следует определять по имеющимся опытным данным, исходя из решения обратных краевых задач. Приведенное уравнение при определенных краевых условиях математически характеризует свойства темпорального пространства состояний для различных классов объектов.

Исходя из полученных результатов видно, что при изучении полевой структуры времени можно использовать существующий инструментарий математической физики.

Если подвести итог данного раздела, то можно отметить следующее.

Сегодня самый важный вопрос дискуссии в темпорологии связан с проблемой: какая величина или система величин наиболее полно отображает наблюдаемые изменения объектов во времени и может выступать адекватной и универсальной оценкой времени? Выше речь велась об эмпирическом и системном времени, а также об энтропии и потенциале пространства состояний, которые также могут давать оценки времени. Естественно, что такой сложный феномен, как время, количественно может характеризоваться множеством величин и параметров. Для внешней системы измерений величиной для оценки времени выступает эмпирическое время τ , которое стандартизировано и имеет свою шкалу измерений. Для внутренней системы измерений, привязанной к пространству состояний объектов, основной характеристикой является системное время θ . Кроме этого универсальными характеристиками времени могут выступать энтропия и потенциал, которые являются функциями состояния в термодинамическом представлении и зависят от параметров свойств. Энтропия и потенциал связаны с системным временем. В этой области открываются возможности для проведения актуальных научных исследований с привлечением логических, теоретических и прикладных методов термодинамики, при этом естественно адаптированных под новую предметную область.

Из приведенных результатов также видны возможности, которые позволят сформировать обширную экспериментальную базу темпорологии по отношению к системам различной природы, т.к. основная проблема экспериментальной темпорологии – это получение, накопление, обработка и анализ опытных данных и фактов о времени.

Учитывая громадное множество изучаемых на практике классов систем, видов моделей (геометрических, вероятностных, эмпирических и т.д.) и количеств используемых переменных при моделировании, сразу видна трудоемкость задачи формирования экспериментальной базы темпорологии.

И последнее, может быть наиболее важное, сформулированный темпорологический подход анализа характерных событий естественных процессов для различных классов объектов позволяет предложить

вероятностно-статистические модели времени и от причинно-следственного порядка событий и их вероятностей перейти к феноменологическим моделям. Вероятностно-статистические модели времени – это явная альтернатива геометрическим моделям пространства-времени СТО.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, закончено изложение основных положений системодинамики и хотелось бы кратко подвести итоги. В процессе подготовки этой книги автор попытался найти ответы на некоторые важные вопросы методологии термодинамики, системного анализа и общей теории систем. Читатель может сам судить, насколько это удалось. Основная идея изложения была связана с универсальностью термодинамики, выделяющей ее из многих других теорий, и возможностями этой науки продуцировать новые знания.

Предлагаемый метод системодинамики расширяет области приложений системного анализа и общей теории систем и позволяет учитывать фундаментальные закономерности, которые имеют статистическую природу, свойственны различным классам объектов и систем и отражены в эмпирических данных. Системодинамика, как и термодинамика, опирается на феноменологический подход, при котором опыт признается единственно возможной основой для создания теорий, а в основе методологии этих наук лежит дедуктивный метод, определяющий логический вывод частных положений из общих. Аналогии между термодинамикой и системодинамикой крайне важны, так как позволяют придать импульс развитию общей теории систем и применить при исследовании и моделировании систем различной природы апробированные естественнонаучные методы.

В изложенном материале показано, что моделирование сложных систем может быть осуществлено на основе феноменологического описания темпоральных данных, характеризующих функционирование и развитие систем. Основным объектом моделирования является состояние системы (объекта), которое определяется с одной стороны свойствами, а с другой стороны эмпирическими мерами (геометрическими, вероятностными, темпоральными), которые отнесены ко всей группе (классу) наблюдаемых объектов в целом. Для условий соблюдения трех принципов системного анализа (принцип континуальности пространства состояний, принцип инвариантности эмпирических мер и принцип соответственных состояний) показывается, что для любой сложной

системы существуют характеристические функции пространства состояний (энтропия и потенциал), которые представимы математическими функциями. Из этого вытекают общесистемные следствия – принцип существования энтропии и закон сохранения меры (в частном случае – закон сохранения энергии в термодинамике).

На данном этапе научная значимость метода системодинамики, в первую очередь, связана с возможностью построения моделей биологических, экологических и социально-экономических систем, а также с формулировкой новых подходов в построении алгоритмов интеллектуального анализа данных, которые учитывают фундаментальные закономерности изменения и развития систем.

Уже видны все сложности научного поиска в этой области, которые определены медленным накоплением систематизированных опытных данных и крайне ограниченной конвергенцией разных областей знаний. Однако, будущее в области моделирования сложных систем лежит в синтезе методологий различных наук.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Абсолютное начало отсчета 93, 115
— пространство свойств 116
Абсолютный индекс 93, 400
Адиабатическая недостижимость 15, 64, 73, 245
- Безопасный уровень (порог) 397
Биоиндикатор 392, 394, 403
Биопоказатель вида 418
- Вектор**
— единичный 140, 144, 298
— эволюции 303, 312
Векторная линия 134, 303, 311, 446
— поверхность 303
Векторное произведение 289
Величина
— комплексная (системная) 104, 263
— скалярная 24, 114, 346
— случайная 154
— физическая 26, 136
— эмпирическая 122, 297
Вероятность 54, 56, 82, 83, 89, 152, 158
— апостериорная 106, 155, 209, 419
— априорная 106
— геометрическая 84, 122, 160, 203, 227, 282, 490
— классическая 55
— события 82, 106, 169, 183, 188, 213
— состояния 80, 122, 158, 500
— статистическая 183, 203, 227, 241
— условная 153
— термодинамическая 27, 54
Вещество термометрическое 32
Вируемкость 417, 418
— удельная 418
Вирулентность 416
— удельная 418
Вирулентура 416, 418
Взаимодействие 105
— потенциал 26, 30
— род 25
Воздействие 386
— ингаляционное 401
— количество 25, 74, 289, 291, 297, 418, 479, 487, 507
— объект 386
— острое 189
— смертельное 189
— удельное 418
— хроническое 189
Время 11, 355
— абсолютное 174, 191, 223, 228, 246, 362, 447, 462
— биологическое 195, 223
— внутреннее 223, 448
— геологическое 222
— координатное 462, 469, 471
— органическое 223
— относительное 223
— релаксации 22
— системное 218, 223, 241, 448, 478, 486, 493
— абсолютное 496, 498, 504, 506
— собственное 448
— таксонометрическое 223
— эмпирическое 218, 477, 493
- Голономность 73, 295
Гомеостаз 386
Градиент функции 131, 144
- Детерминизм 264
Дивергенция поля 304
Дисперсия 94, 424
Доза 378, 416, 418
— среднеэффективная 381
- Зависимость
— доза-эффект 378, 381
— линейная 86, 96, 164
— мультипликативная 171, 243
— регрессионная 171, 432
Задача Коши 132
Закон
— возрастания энтропии 148, 439
— Гей-Люссака 34
— Максвелла 82, 91
— распределения 82, 191, 196, 236
— сохранения меры 299, 339
— сохранения энергии 145
— Шарля 34
Закономерность 185
— динамическая 218, 227, 238, 266, 272
— статистическая 218, 227, 238, 266, 272
— темпоральная 258
— феноменологическая 365
— эмпирическая 387, 388

- Идеальный газ** 33, 37, 123
Измерение 32, 289
— абсолютное 115
— относительное 115
Изомера 367
Изоморфизм 181
Инвариант 260, 270
— пространственно-временного интервала 463
Индекс 84, 285
— человеческого развития 332
— абсолютный 86, 93
— опасности 389, 391, 416
— эмпирический 403
Индетерминизм 264
Индикатор 199, 200, 421
Интеграл
— Клаузиса 62
— криволинейный 291, 359, 508
— общий 63
Интегрирующий делитель (множитель) 63, 74, 126, 138, 243, 444
Интегральное решение 142
Интервал
— группирования 501
— доверительный 381
— пространственно-временной 463
Испытание 105
- Касательная** 49, 244, 294, 304
Качество 263
Квалиметрия 259, 262
Класс объектов (систем) 261, 475
Класс опасности 382
Компонент 23
Континуальность 101, 164
Координаты
— естественные 101
— обобщенные 170
Коэффициент эквивалентности 369
Критерий
— изоморфности 209, 257
— сходства 257
- Линия** 60
— векторная 346, 443
— мировая 462
— процесса 230
— регрессии 426
— энтропии 140, 143, 298, 303, 306, 443
Логит-регрессия 190
- Максимально неэффективная концентрация** 397
Менсура 285, 296, 353
— абсолютная 326, 335
Мера 264
— относительных изменений 281, 321
— попарного среднего 214
— пространства состояний 305, 346, 454
— сходства 214
— центроидная 214
— эмпирическая 17, 121, 135, 268, 275, 464
Метаболизм 357, 363
Метаболический диапазон 370
Метод
— аксиоматический 65, 70
— ансамблей 55
— двух точек 215, 495
— Монте-Карло 83, 159
— пробит-регрессии 93
— системодинамики 256, 316, 346, 516
— термодинамики 20, 123
— характеристик 131, 139, 184
— Фурье 127, 444
Модель пространства состояний 271, 281, 296, 345
- Общая теория систем** 180, 260
Объект 260, 262
Одновременность 476
Окружающая среда 21, 104, 386
Опасный фактор 386
Опорный объект 215
Опыт
— острый 387
— подострый 387
Относительная частота 81, 183, 213,
Оценка
— качеств 263, 282
— комплексная 422, 432
— опасности 378, 392
— событийная 419
- Парадокс**
— Гиббса 165
— теории относительности 451, 460
Параметр 104, 114, 261, 475
— абсолютный 116
— термодинамический 21
— независимый 30

- Переменная
— независимая 21, 157, 472
— состояния 25
- Плотность вероятности 238
- Поверхность
— интегральная 131, 303
— состояний 42, 99
— уровня 486
— характеристическая 42, 100
- Показатель изэнтропии 59
- Полный дифференциал 116, 129, 138, 147
- Поле
— векторное 131, 143, 294, 303, 308
— скалярное 131, 135, 270
- Порог действия 397
— безопасного действия 389
- Постоянная
— Больцмана 91
— индивидуальная газовая 402
— индивидуальная токсическая 398, 418
- Постулат о постоянстве скорости света 457, 469
- Потенциал 140, 298, 301, 306, 491
— взаимодействия 25
- Поток вектора 304
- Поток событий 217, 242
— ординарных 242
— регулярный 217, 223
— с последствием 218
— стационарный 218
- Предопределенность 265
- Преобразование
— Галилея 467
— Лоренца 449, 451, 456
- Признак Эйлера 126, 414
- Принцип
— инвариантности 271, 516
— континуальности 271, 516
— относительности 457, 461
— соответственных состояний 46, 271, 282, 516
— подобия 283
— существования энтропии 103, 148
- Пробит 94, 168, 185, 387, 418
- Пробит-регрессия 189, 201
- Пространство
— абсолютное 116
— Минковского 474
— многомерное (n -мерное) 257, 269, 273
— состояний 77, 99, 108, 135, 294, 452
— — евклидовое 456
— — континуальное 485
- Пространство-время 447
— геометрическая модель 448
— реляционная модель 448
— реляционно-полевая модель 474
— четырехмерное 466
- Процесс 22, 106, 476
— адиабатный 63, 133, 171
— изотермический 134, 171
— квазистатический 75, 79
— квазистационарный 79, 107, 175, 272, 442
— необратимый 22, 432
— неравновесный 22, 54, 79
— нестационарный 107, 175, 442
— обратимый 22
— равновесный 79, 107
— термодинамический 24, 136
— токсический 375
— эталонный 284
- Пфаффа форма 138, 243, 295
- Работа 25, 51, 61, 366
- Рабочее тело 61
- Равновозможность 82, 225
- Радиус-вектор 285, 456
- Распределение
— Вейбула 197
— вероятностей 185
— гамма 197, 200
— логистическое 95, 190
— логарифмически-нормальное 190, 193, 200
— Максвелла 91
— нормальное 89, 95, 193, 200
— Парето 197
— Пуассона 196, 200
— равномерное 84
— экспоненциальное 95
— эмпирическое 203
- Расстояние
— взвешенное евклидовое 212
— евклидовое 212, 275, 286
— манхэттенское 212
— степенное 212
— экспертное 212
- Реализация случайной функции 236
- Риск 190, 387, 390

- Свойство 104, 261, 475
 - необратимости времени 488
 - темпометрическое 493, 498
 - термометрическое 32,
 - транзитивности 31, 114, 118, 184
 - устойчивости частот 81, 183, 235
- Система 261, 475
 - адиабатная 27
 - идеальная токсикологическая 400
 - изолированная 27
 - закрытая 27
 - замкнутая 27
 - квазистационарная 261
 - опасная 386
 - открытая 27
 - отсчета инерциальная 467, 473
 - термодинамическая 21, 104
 - — гетерогенная 23
 - — гомогенная 23
 - хаотическая 433
 - эволюционно развивающаяся 245, 261
- Системодинамика 11, 16, 256
 - второй постулат 296
 - основное уравнение 309
 - первый постулат 296
 - третий постулат 297
 - четвертый постулат 297
- Системообразующий фактор 16, 216, 229
- Скалярное произведение 298, 305
- Скорость света 450, 468
- Сложность 433
 - критерии 435
- Случайность 82
- Смертность
 - естественная 404
 - перинатальная 404
- Событие 106, 176
 - достоверное 106
 - невозможное 106
 - сложное 106, 109
 - случайное 106
 - элементарное (простое) 106, 109
- События
 - зависимые 106, 236
 - независимые 106
 - несовместные 106, 236
 - одновременные 457
 - последовательность 106
 - равновозможные 106
 - регулярные 237, 242
 - совместные 93, 106, 109, 236, 276
 - характерные (индикативные) 108, 435, 501
- Соотношение Больцмана 163
- Состояние 104, 263, 475
 - координаты 2596
 - неравновесное 21
 - опорное 275, 284
 - равновероятное 55, 435
 - равновесное 21, 75, 104, 107
 - системы 21, 157
- Среда моделирования 136
- Среднесмертельная концентрация 406
- Степень свободы 25, 30, 108
- Стрела времени 16
- Температура 28, 117
 - абсолютная 33, 78, 88, 136
 - идеально-газовая 124
 - эмпирическая 31, 77, 119, 135
- Темпоральность 79, 283, 291, 297, 361 444, 483, 485, 508
- Темпоральные данные 15, 182, 211, 236 267, 500
- Темпория 289, 507
- Темпорология 246, 449
 - основное уравнение 512
- Теорема Коши 245
- Теория
 - относительности 447, 449
 - теплообмена 14, 174
 - феноменологическая 446
- Теплоемкость 39, 48, 77, 119, 292
 - изобарная 125, 159
 - изохорная 125, 159
- Теплота 25, 101, 117, 122
 - количество 137
- Термодинамика 12,
 - первый закон 20, 49, 51
 - первый постулат 28, 98
 - второй закон 20, 27, 52, 150
 - второй постулат 28, 98
 - третий закон 20
 - классическая 14, 103, 171
- Термометр 30, 31, 36, 99, 118, 224, 392
- Токсикология 190, 373
- Токсикометрия 376
- Токсические проявления (интоксикации) 290, 375
 - острые 290, 375
 - подострые 290, 375
 - хронические 290, 375

Токсический вес 400
Токсичность 374
Точка
— мировая 462
— опорная 354
— фигуративная 42,
Трансергия 301, 305, 346, 367

Уравнение
— Ван-дер-Ваальса 36, 46
— диффузии 174
— Клапейрона 35, 37, 87
— Клапейрона-Менделеева 46
— Майера 129
— Максвелла 58
— Мейкхама 193
— состояния 30, 40, 50, 119, 186, 286
354, 391
— — вириальное 46
— — идеального газа 35, 119
— — калорическое 44
— — термическое 44
— Пфаффа 63, 140, 244, 298, 490

Условие
— интегрируемости 295
— квазистационарности 74
— нормирования 121
— теплового равновесия 31, 118

Фаза 23
Филогенез 194
Формула Остроградского 304, 310
— Стокса 304
— Эйлера 131, 141, 465, 489

Функция
— аддитивная 281, 453
— квазистационарная 113
— процесса 24, 117
— случайная 236
— состояния 23, 116, 480
— — многокомпонентная 112, 273
— мультипликативная 139, 281, 453
— однородная 131, 140, 281, 453, 465,
489
— плотности вероятности 206, 234, 238
— процесса 465, 480, 486
— состояния 24, 53, 67, 112, 116, 345,
480
— точки 465, 486
— характеристическая 299, 517

Хаос 433
Характеристика 490
Хроногенез 458, 479
Хронометрия 459, 473

Цикл
— биоэнергетический 361, 363
— Карно 61, 170
— к.п.д. 61, 171, 366, 439
— многомерный 170, 172
— термодинамический 61, 117

Циркуляция вектора 304, 309, 312, 443

Часы 218, 468, 471, 478
— атомные 461, 478

Шкала 36, 41, 98, 99
— абсолютного времени 237, 461
— атомная 459, 478
— идеально-газовая 36, 118
— измерений 248
— интервалов 99, 219, 447, 478
— Кельвина (термодинамическая) 32,
33, 42, 88, 99
— квалиметрическая 288
— международная температурная 33,
36, 37
— менсуры 287, 318
— нормальная температурная 36
— опасности абсолютная 393
— опасности эмпирическая 393
— отношений 93, 99, 115, 220, 504, 505
— порядка 222
— системного времени 235, 247, 479,
493
— стратиграфическая 220
— Цельсия 32
— Фаренгейта 32
— эмпирического времени 478

Экземпляр класса 261
Энергия 24, 51, 129, 145, 440
— внешняя 26
— внутренняя 26, 50
— кинетическая 34, 91
— полная 26

Энтальпия 58, 101, 414
Энтропия 27, 53, 139, 149, 151, 156,
301, 346, 438, 491
— информационная 95, 122, 134, 152
— спектр линий 304

Эргодическая гипотеза 55

Эффект 109, 114, 168, 169, 187, 373,
378, 380, 386

— независимого действия 169

— неполной суммы 354

— острый несмертельный 389

— потенцирования 169

— смертельный 389

— суммы 169

— хронический 389

Явление 125, 207, 260, 460

ЛИТЕРАТУРА

1. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. Взаимосвязь термодинамической и информационной энтропии при описании состояний идеального газа // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, №1(4)–2(5), 2013. – С. 26–37.
2. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. Математические модели опасности и риска в теории техногенной безопасности // Вісник Донецького університету. Сер. природн. наук, №2, 2005. – С. 296–302.
3. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. Модели данных для отдельных проблемно-ориентированных баз данных // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, №1(8)–2(9), 2015. – С. 121–129.
4. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. Некоторые принципы создания феноменологических теорий в предметных областях // Знания-Онтологии-Теории (ЗОНТ-2015). Матер. междунар. конф. РАН: Сибирское отделение института математики им. С.Л. Соболева. Новосибирск. 2015. – С. 8–16. – Электр. рес. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=24405415> (18.10.21).
5. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. О справедливости принципа соответственных состояний для систем различной природы // Научные ведомости БелГУ. Сер. Экономика. Информатика, №16(265), вып. 43, 2017. – С. 104–112.
6. Аверин Г.В., Звягинцева А.В., Швецова А.А. О подходах к предсказательному моделированию сложных систем // Научные ведомости БелГУ. Сер. Экономика. Информатика. Т.45, №1, 2018. – С. 140–148.
7. Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В. О континуальном подходе к модельному представлению данных // ВКИТ, №10, 2016. – С. 47–52.
8. Аверин Г.В. О вероятностной природе смыслов в дискретных языковых единицах // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, №1(12)–2(13), 2017. – С. 11–18.
9. Аверин Г.В. О некоторых феноменологических закономерностях биологической жизни // Системный анализ и информационные

- технологии в науках о природе и обществе, №1(10)–2(11), 2016. – С. 11–31.
10. Аверин Г.В. О принципе существования и законе возрастания энтропии в свете общесистемных представлений системодинамики // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, №1(8)–2(9), 2015. – С. 11–31.
 11. Аверин Г.В. Реляционно-полевая модель представления времени // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, №1(4)–2(5), 2013. – С. 11–25.
 12. Аверин Г.В. Системодинамика. – Донецк: Донбасс, 2014. – 479 с.
 13. Аверин Г.В., Шевцова М.В. Решение дифференциального уравнения состояния идеального газа в изопроцессах // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. Математика. Физика. Т.51, №4, 2019. – С. 522–532.
 14. Аксенов Г.П. К истории понятий дления и относительности. – Электр. рес. URL: http://www.chronos.msu.ru/old/RREPORTS/aksyonov_spor_o_prirode.html (25.10.21).
 15. Александров А.А., Орлов К.А, Очков В.Ф. Теплофизические свойства рабочих веществ теплоэнергетики. – М.: МЭИ, 2009. – 224 с.
 16. Анохин П.К. Принципиальные вопросы общей теории функциональных систем. – Электр. рес. URL: http://www.bio.bsu.by/phha/downloads/anohin_obscaia_teoria_fs.pdf (21.10.21).
 17. Афанасьева-Эренфест Т.А. Необратимость, односторонность и второе начало термодинамики // Журн. прикл. физики. Т.5, вып. 3–4, 1928. – С. 3–28.
 18. База данных временных рядов. – Электр. рес. URL: <https://www.quandl.com> (12.10.21).
 19. База данных Всемирного банка. – Электр. рес. URL: <http://data.worldbank.org/> (15.11.21).
 20. База данных Программы развития ООН (1990–2018 гг.). – Электр. рес. URL: <http://hdr.undp.org/en/data> (15.11.21).
 21. База данных Федеральной службы госстатистики. Основные социально-экономические показатели городов. – Электр. рес. URL: https://www.gks.ru/free_doc/new_site/region_stat/sep_region.html (15.11.21).

22. База данных Федеральной службы государственной статистики. Регионы России. Социально-экономические показатели. – Электр. рес. URL: https://www.gks.ru/free_doc/new_site/region_stat/sep_region.html (15.10.21).
23. Базаров И.П. Заблуждения и ошибки в термодинамике / Изд. 2-е, испр. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 120 с.
24. Базаров И.П. Термодинамика. Изд. 4-е. – М.: Вс. шк., 1991. – 376 с.
25. Бекман И.Н. Информатика. Курс лекций / МГУ им. М.В. Ломоносова. 2009. – Электр. рес. URL: <http://profbeckman.narod.ru/InformLeks.htm> (28.10.21).
26. Белоконь Н.И. Основные принципы термодинамики. – М.: Недра, 1968. – 110 с.
27. Беляев Н.М. Термодинамика. – К.: Вщ. шк., 1987. – 344 с.
28. Бергсон А.Л. Длительность и одновременность (по поводу теории Эйнштейна). – Пг.: Академия, 1923. – 154 с.
29. Бергаланфи К.Л. Общая теория систем. Критический обзор // *General Systems*, Vol. VIII, 1962: 1–20.
30. Борн М. Критические замечания по поводу традиционного изложения термодинамики. – В кн.: Развитие современной физики: Пер. с нем. – М.: Наука, 1964. – С. 223–256.
31. Борн М. Физика в жизни моего поколения. – М.: Изд. ин. лит-ры, 1963. – 536 с.
32. Боровиков В.П. *Statistica: искусство анализа данных на компьютере*. – СПб.: Питер, 2001. – 656 с.
33. Вайдлих В. Социодинамика: Системный подход к математическому моделированию в социальных науках / Пер. с англ. Изд. 3-е. – М.: Либроком, 2010. – 480 с.
34. Вейник А.И. Термодинамика реальных процессов. – Минск: Навука і тэхніка, 1991. – 576 с.
35. Венгеров И.Р. Пространство и время: Артефакты классических парадигм. – Донецк: ООО «НПП «Фолиант», 2021. – 264 с.
36. Венгеров И.Р. Хроноартефакты термодинамики. – Донецк: Норд-пресс, 2005. – 235 с.
37. Вентцель Е.С. Теория вероятности. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
38. Вернадский В.И. Проблема Времени, Пространства и Симметрии. –

- Электр. архив В.И. Вернадского. – Электр. рес. URL: <http://vernadsky.lib.ru/> (04.11.21).
39. Википедия. Аксиоматика термодинамики. – Электр. рес. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Аксиоматика_термодинамики (27.10.21).
 40. Владимиров Ю.С. Природа пространства и времени: Антология идей. – М.: ЛЕНАНД, 2015. – 400 с.
 41. Вредные химические вещества. Неорганические соединения элементов V-VIII групп. Справочник / Под ред. Филова В.А. – Л.: Химия, 1989. – 592 с.
 42. Временные методические указания по обоснованию предельно допустимых концентраций (ПДК) загрязняющих веществ в атмосферном воздухе населенных мест. – М.: Минздрав СССР, 1989. – 110 с.
 43. Гейтс У.Г. Бизнес со скоростью мысли / Изд. 2-е, испр. – М.: ЭКСМО-Пресс, 2001. – 480 с.
 44. Гельфер Я.М. История и методология термодинамики и статистической физики / Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Вс. шк., 1981. – 536 с.
 45. Гиббс Дж. В. Термодинамика. Статистическая механика. Серия: Классики науки. – М.: Наука, 1982. – 584 с.
 46. Гоманьков А.В. Геологическое время и его измерение. – Электр. рес. URL: www.chronos.msu.ru/ru/relectropublications (04.10.21).
 47. Гухман А.А. Об основаниях термодинамики. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 383 с.
 48. Дойч Д. Структура реальности / Пер. с англ. Зубченко Н.А. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 179 с.
 49. Доклады о человеческом развитии (1990–2019 гг.). – Электр. рес. URL: <http://hdr.undp.org/en/reports/> (28.09.21).
 50. Ехилевский С.Г., Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В. Феноменологические соотношения для континуальных пространств состояний систем различной природы // Научные ведомости БелГУ. Сер. Экономика. Информатика, №23(272), вып. 44, 2017. – С. 139–147.
 51. Животные / Под ред. Д. Берни. – М.: Астрель, 2008. – 624 с.
 52. Завельский Ф.С. Время и его измерение. – М.: Наука, 1987. – 256 с.

53. Зак С.Е. Принципы и основные законы материалистической диалектики. Уч. пос. – М.: Вс. шк., 1974. – 176 с.
54. Защита окружающей среды Европы. Четвертая оценка / Пер. с англ. – Копенгаген: ЕАОС, 2007. – 451 с.
55. Звягинцева А.В., Аверин Г.В. Интегрирование отдельных многомерных уравнений Пфаффа, имеющих важное прикладное значение. Научные ведомости БелГУ. Сер. Математика. Физика, №27(248), вып. 45, 2016. – С. 102–114.
56. Звягинцева А.В., Аверин Г.В. О взаимосвязи статистической и информационной энтропии при описании состояний сложных систем // Научные ведомости БелГУ. Сер. Математика. Физика, №20(241), вып. 44, 2016. – С. 105–116.
57. Звягинцева А.В. Вероятностные методы комплексной оценки природно-антропогенных систем / Под науч. ред. Г.В. Аверина. – М.: Изд. дом «Спектр», 2016. – 257 с. – Электр. рес. URL: <http://dspace.bsu.edu.ru/handle/123456789/17837> (27.10.21).
58. Звягинцева А.В. Теоретические основы событийной оценки состояния и развития урбанизированных территорий. Дис. д-ра техн. наук: 05.13.01 / НИУ «БелГУ». – Белгород, 2018. – 486 с.
59. Зоммерфельд А. Термодинамика и статистическая физика. – М.: Ин. лит-ра, 1955. – 482 с.
60. Зотин А.И., Зотина Р.С. Феноменологическая теория развития, роста и старения организма. – М.: Наука, 1993. – 364 с.
61. Зотин А.И., Зотин А.А. Направление, скорость и механизмы прогрессивной эволюции. Термодинамические основы. – М.: Наука, 1999. – 432 с.
62. Институт исследований природы времени. Библиотека электронных публикаций. – Электр. рес. URL: www.chronos.msu.ru/relectropublications.html (25.10.21).
63. Капица П.Л. Эксперимент, теория, практика. – М.: Наука, 1981. – 495 с.
64. Каратеодори К. К аксиоматике специальной теории относительности. – В кн.: Развитие современной физики: Пер. с нем. – М.: Наука, 1964. – С. 167–187.
65. Каратеодори К. Об основах термодинамики. – В кн.: Развитие

- современной физики: Пер. с нем. – М.: Наука, 1964. – С. 188–222.
66. Кирилин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. Техническая термодинамика. – М.: Энергия, 1974. – 448 с.
 67. Коганов А.В. Реферативный обзор семестра «Время и энтропия» семинара «Изучение феномена времени». – Электр. рес. URL: <http://www.chronos.msu.ru/old/nameindex/koganov.html> (27.10.21).
 68. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. – М.: Наука, 1974. – 119 с.
 69. Костенко Б.Б., Кузнецов С.Д. История и актуальные проблемы темпоральных баз данных // Citforum, 2007. – Электр. рес. URL: <http://citforum.ru/database/articles/temporal/> (28.10.21).
 70. Кошляков И.С. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Вщ. шк., 1970. – 712 с.
 71. Кричевский И.Р. Понятия и основы термодинамики / Изд. 2-е, пересмотр. и доп. – М.: Химия, 1970. – 440 с.
 72. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Еругин Н.П., Штокало И.З. и др. – К.: Вщ. шк., 1974. – 472 с.
 73. Куценко С.А. Основы токсикологии. – СПб: Военно-медицинская академия им. С.М. Кирова, 2002. – 395 с.
 74. Леонова В.Ф. Термодинамика. – М.: Вс. шк., 1968. – 159 с.
 75. Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. Парадокс Гиббса // Успехи физических наук. Т.105, вып. 2, 1971. – С. 353–359.
 76. Мамчур Е.А., Овчинников Н.Ф., Уемов А.И. Принцип простоты и меры сложности. – М.: Наука, 1989. – 304 с.
 77. Маршал В.К. Основные опасности химических производств. – М.: Мир, 1989. – 672 с.
 78. Математическая энциклопедия / Под ред. И.М. Виноградова. – М.: Советская энциклопедия, т. 1–5, 1984.
 79. Материалы Второй всероссийской междисциплинарной конференции «Социофизика и социоинженерия». – М.: ИПУ РАН. 2018. – Электр. рес. URL: <http://soc-phys.ipu.ru> (25.10.21).
 80. Машинное обучение, распознавание образов и интеллектуальный анализ данных / Проф. информ.-аналит. ресурс. – Электр. рес. URL: <http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php> (28.10.21).

81. Методика оценки последствий аварийных выбросов опасных веществ «Токси», редакция 3.1.
82. Мухелишвили Н.И. Курс аналитической геометрии. – М.: Вс. шк., 1967. – 655 с.
83. Николенко А.Д. Введение в экспериментальную и практическую темпорологию // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика, №4, 2012. – С. 18–46.
84. Основы оценки риска для здоровья населения при воздействии химических веществ, загрязняющих окружающую среду / Онищенко Г.Г. и др. – М.: НИИЭЧ, 2002. – 408 с.
85. Отрицание теории относительности. – Электр. рес. URL: <http://tradition.wiki> (25.10.21).
86. Петров Н., Бранков Й. Современные проблемы термодинамики. – М.: Мир, 1986. – 285 с.
87. Планк М. Введение в теоретическую физику / Ч. 5. Теория теплоты. – М.–Л.: ОНТИ, 1935. – 228 с.
88. Пригожин И.Р, Кондепуди Д. Современная термодинамика / Пер. с англ. – М.: Мир, 2002. – 461 с.
89. Пригожин И.Р. От существующего к возникающему. Время и сложность в физических науках / Пер. с англ. – М.: Наука, 1985. – 328 с.
90. Пригожин И.Р., Стенгерс И. Время, хаос, квант. К решению парадокса времени / Пер. с англ. Изд. 5-е испр. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 240 с.
91. Программа развития ООН: Развитие человеческого потенциала в регионах России в 2013 году. – Электр. рес. URL: <http://gtmarket.ru/news/2013/06/17/6014> (25.10.21).
92. Пуанкаре А. О науке / Пер. с франц. – М.: Наука, 1983. – 560 с.
93. Путилов К.А. Термодинамика. – М.: Наука, 1971. – 375 с.
94. Пфанцагель И. Теория измерений. – М.: Мир, 1976. – 248 с.
95. Рейхенбах Г. Направление времени: Пер. с англ. Изд. 2-е стереотипное. – М.: Едитриал УРРС, 2003. – 360 с.
96. Ривкин С.Л. Термодинамические свойства газов: Справочник. – 4-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 288 с.
97. Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей / Пер. с англ., 3-е изд. – Л.: Химия, 1982. – 592 с.

98. Робертс Д. Теплота и термодинамика / Пер. с англ. под ред. Вукаловича М.П. – М.: Изд. технико-теор. лит-ры, 1950. – 592 с.
99. Садовский В.Н. Основания общей теории систем. – М.: Наука, 1974. – 280 с.
100. Саноцкий И.В., Уланова И.П. Критерии вредности в гигиене и токсикологии при оценке опасности химических соединений. – М.: Медицина, 1975. – 328 с.
101. Сафонов В.С., Одишария Г.Э., Швыряев А.А. Теория и практика анализа риска в газовой промышленности. – М.: Олита, 1996. – 208 с.
102. Словохотов Ю.Л. Физика и социофизика. Ч. 1–3 // Проблемы управления, №1: 2–20, №2: 2–31, №3: 2–34, 2012.
103. Смирнов В.И. Курс высшей математики. – М.: Наука. Т.4, ч. 2. 1981. – 550 с.
104. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Физматгиз, 1959. – 473 с.
105. Сычев В.В. Дифференциальные уравнения термодинамики. – М.: Вс. шк., 1991. – 214 с.
106. Сычев В.В. Сложные термодинамические системы – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 208 с.
107. Тейлор Э.Ф., Уиллер Дж. А. Физика пространства-времени. – М.: Мир, 1971. – 320 с.
108. Терлецкий Я.П. Парадоксы теории относительности. – М.: Наука, 1966. – 120 с.
109. Терлецкий Я.П. Статистическая физика. – М.: Вс. шк. – 1966. – 236 с.
110. Техническая термодинамика / Под ред. В.И. Крутова, 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Вс. шк., 1991. – 406 с.
111. Трайбус М. Термостатика и термодинамика. – М: Энергия, 1971. – 503 с.
112. Турчин П.В. Историческая динамика. На пути к теоретической истории. Пер. с англ. / Под общ. ред. Г.Г. Малинецкого, А.В. Подлазова и С.А. Боринской. Изд. 2-е. – М.: ЛКИ, 2010. – 368 с.
113. Фейнман Р., Лейтон Р. Фейнмановские лекции по физике. Кинетика. Теплота. Звук. – Пер. с англ. – М.: Мир, 1965. – 268 с.

114. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Изд. 7-е. – М.: Наука, т. 1–3, 1969.
115. Франкфурт У. К истории аксиоматики термодинамики. – В кн.: Развитие совр. физики: Пер. с нем. – М.: Наука, 1964. – С. 257–292.
116. Хазен А.М. Разум природы и разум человека. – М.: Мооблполиграфиздат, 2000. – 577 с.
117. Хайтун С.Д. История парадокса Гиббса. – М.: Наука, 1986. – 168 с.
118. Хокинг С.У. От большого взрыва до черных дыр. Краткая история времени / Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 168 с.
119. Шамбадаль П. Развитие и приложение понятия энтропии. – М.: Наука, 1967. – 280 с.
120. Швецова А.А. Эконометрическое обеспечение стратегического планирования устойчивого развития регионов Российской Федерации: автореф. дис. ... канд. эконом. наук: 08.00.13 / Швецова Анжела Александровна. Белгород, 2021. – 27 с.
121. Шиллер Н.Н. О втором законе термодинамики и одной новой его формулировке. – К.: Типография ун-та, 1898. – 12 с.
122. Шмидт-Ниельсен К. Физиология животных. Приспособление и среда. В 2 кн. / Перевод с англ.; Под ред. Е.М. Крепса. – М.: Мир, 1982. – 416 с., 384 с.
123. Шредингер Э. Что такое жизнь? – М.: Изд-во ин. лит-ры, 1947. – 150 с.
124. Эйнштейн А. О специальной и общей теории относительности. – Пг.: Науч. книгоизд-во, 1923. – 123 с.
125. Эйнштейн А. Сущность теории относительности. – М.: Ин. лит-ра, 1955. – 160 с.
126. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 424 с.
127. Эткин В.А. Актуальные задачи термодинамики. – Электр. рес. URL: http://samlib.ru/e/etkin_w_a/ (17.10.21).
128. Эткин В.А. О недоказуемости принципа возрастания энтропии в рамках равновесной термодинамики. – Электр. рес. URL: http://samlib.ru/e/etkin_w_a/ (28.10.21).
129. AnAge: The Animal Ageing and Longevity Database. Available at: <https://genomics.senescence.info/species/> (accessed December 16, 2021).

130. Azgaldov G., Kostin A., Omiste A. *The ABC of Qualimetry*. Ridero, 2015, 167 p.
131. Borodkin L.I. and Koval'chenko I.D. Two Paths of Agrarian Evolution in European Russia: An Essay in Multivariate Analysis. In: *Russian Review*. V.47. 1988, no.4.
132. Brooks D.R., Wiley E.O. *Evolution as Entropy: Toward a Unified Theory of Biology*. Chicago: Chicago Univ. Press. 1988, 415 p.
133. Central Intelligence Agency (US). Available at: <http://hdr.undp.org/en/data> (accessed December 12, 2021).
134. *Computer-Aided Thermodynamic Tables 3 / CATT 3*.
135. David E. Harrison et al. Rapamycin fed late in life extends lifespan in genetically heterogeneous mice // *Nature* (16 July 2009). V.460: 392–395. Doi:10.1038/nature 08221.
136. *Econophysics and sociophysics: trends and perspectives / B.K. Chakrabarti, A. Chakraborti, A. Chatterie (eds.)*. Berlin, Wiley-VCH, 2006, 622 p.
137. Eddington A.S. *The Nature of the Physical World*. – Ann. Arbor: University of Michigan Press, 1958, 361 p.
138. *Encyclopedia of complexity and systems science / R.A. Meyers (Editor-in-chief)*. Berlin, Springer, 2009, 10370.
139. Falk G. Die Rolle der Axiomatik in der Physik, erläutert am Beispiel der Thermodynamik // *Die naturwissenschaften*, 46, 1959, no.16: 480–486.
140. Falk G. und Jung H. Axiomatik der Thermodynamik // *Hdb. Phys. III/2*, Berlin, 1959: 119–175.
141. Gyarmati I. On the Fundamentals of Thermodynamics. *Acta Chimica Hung.* 30 (1962) 147–206.
142. International Commission on Stratigraphy. Available at: <http://stratigraphy.org> (accessed December 13, 2021).
143. Clausius R. *Die mechanische Wärmetheorie*. Braunschweig, Bd.I, 1876.
144. *KronoScope: Journal for the Study of Time*. Available at: <http://www.brill.nl/kron> (accessed December 17, 2021).
145. Lande A. Axiomatische Begründung der Thermodynamik durch Caratheodory // *Handbuch der Physik*, 9, 1926: 281–300.

146. Landsberg P.T. Main Ideas in the Axiomatics of Thermodynamics // Pure and Appl. Chem.22, 1970: 215–227.
147. Landsberg P.T. On Suggested Simplification of Caratheodory's Thermodynamics // Phys. Stat. Solidi, Vol. 1, no.2, 1961: 120–126.
148. Lieb E. H., Yngvason J. The physics and mathematics of the second law of thermodynamics // Physics Reports, Vol. 310, no.1, Elsevier, 1999: 1–96.
149. Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences / G. Naldi, L. Pareschi, G. Toskani (eds.). Berlin, Springer, 2010, 438 p.
150. Morowitz H.J. The Second Law of Thermodynamics. Available at: www.panspermia.com/seconlaw.htm (accessed December 17, 2021).
151. Protected Planet: The World Database on Protected Areas (WDPA). Available at: www.protectedplanet.net (accessed December 14, 2021).
152. Sears F.W. Simplified Simplification of Caratheodory's Treatment Thermodynamics // American Journal of Physics, 41, 2979, 1964.
153. The Hipparcos and Tycho catalogues. Available at: <https://www.cosmos.esa.int/web/hipparcos/catalogues> (accessed December 12, 2021).
154. The International Society for the Study of Time. Available at: <http://www.studyoftime.org> (accessed December 12, 2021).
155. Truesdell C., Bharatha S. The Concepts and Logic of Classical Thermodynamics as a Theory of Heat Engines. New York–Heidelberg–Berlin, Springer-Verlag, 1977, XVII, 154 p.
156. Truesdell C. Rational Thermodynamics. New York, Berlin–Heidelberg–Tokyo, Springer-Verlag, 1984, XVIII, 578 p.
157. Wehrle P. L'Univers aleatoire. Paris, Dunod, 1956, 660 p.
158. Wicken J.S. Evolution, Thermodynamics and Information. Oxford: Univ. Press. 1987, 243 p.
159. Zemansky M.W. Kelvin and Caratheodory – a Reconciliation // Am. J. Phys., 22, 371, 1970.



АВЕРИН ГЕННАДИЙ ВИКТОРОВИЧ окончил в 1980 году Николаевский кораблестроительный институт им. адмирала С.О. Макарова (НКИ), по квалификации инженер-механик. После окончания НКИ работал в Макеевском НИИ по безопасности работ в горной промышленности (МакНИИ), Донецком национальном техническом (ДонНТУ) и Белгородском национальном исследовательском (НИУ БелГУ) университетах. В 1986 году защитил кандидатскую диссертацию, в 1994 году - докторскую диссертацию, с 2005 года профессор по кафедре компьютерных систем мониторинга. Научный руководитель диссертаций – проф. Цейтлин Ю.А. (ИГТМ НАН Украины, г. Днепропетровск). В настоящее время занимает должность заведующего кафедры компьютерных технологий (КТ) физико-технического факультета Донецкого национального университета (ДонНУ).

Является автором более 150 публикаций, 15 монографий и учебных пособий. Известен как автор работ по теории термодинамики и системодинамики, оригинальной системы построения феноменологических теорий в предметных областях.

Более подробная информация на сайте кафедры КТ: <http://donnu.ru/phys/kt/averin-gennadiy-viktorovich> и в Русской Википедии.

Контакты: тел.: +38 (050) 134-41-29,

E-mail: averin.gennadiy@gmail.com

Научное издание

Г.В. Аверин

СИСТЕМОДИНАМИКА: ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ

Монография

Издание 2-е, переработанное и дополненное

В авторской редакции

Оригинал-макет: ООО «НПП «Фолиант»

Подписано в печать 29.03.2022 г. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Гарнитура Times. Печать лазерная.

Усл. печ. листов 31,08 Уч.-изд. л. 33,44.

Заказ № 4/22. Тираж 500 экз.

ISBN 978-5-6047945-0-0

Издательство ООО «НПП «Фолиант»

346333, Россия, г. Донецк, ул. Тимирязева, д. 41а, помещение 1

Контактный телефон: +79185290634

e-mail: contact@emi-book.ru

ООО «НПП «Фолиант», 2022.

Свидетельство о государственной
регистрации 61№008044237 от 30.09.2016 г.

Отпечатано в издательстве «Ноулидж»

(ФЛП Лазарев А.И.)

Свидетельство о регистрации № 11-0015382

91000, г. Луганск, ул. Ломоносова, 98-б.

e-mail: nickvnu@gmail.com

ISBN 978-5-6047945-0-0



9 785604 794500