**Міжнародна програма**
**"ЕВРИСТИКА ТА ДИДАКТИКА ТОЧНИХ НАУК"**
**International program**
**"HEURISTICS and DIDACTICS of EXACT SCIENCES"**
**Международная программа**
**"ЭВРИСТИКА И ДИДАКТИКА ТОЧНЫХ НАУК"**

# ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:
## проблеми і дослідження

**DIDACTICS of MATHEMATICS:**
**Problems and Investigations**

**ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:**
**проблемы и исследования**

**Міжнародний збірник наукових робіт**

International Collection of Scientific Works
Международный сборник научных работ

## Випуск 3(13)

## Засновники:

**Донецька школа евристики та точних наук Донецької фірми наукоємних технологій (Фірми ТЕАН) Національної академії наук України**

**Національний педагогічний університет ім.М.П.Драгоманова**

**Донецький національний університет**

**Інститут педагогіки Академії педагогічних наук України**

**Донецьк - 2000**

ББК В1 р
УДК 51(07)+53(07)
Е26

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів у галузі постановки і розв'язання задач.

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету 27.10.2000 (протокол № 9).

**Дидактика математики: проблеми і дослідження**. Міжнародний збірник

Е26 наукових робіт. /Міжнародна програма «Евристика та дидактика точних наук».- Вип.3(13).-Донецьк: Фірма ТЕАН, 2000.- 117 с.

ISBN 966-7507-0-9 (серія)

ISBN 966-7507-03-3 (Фірма ТЕАН, Україна)

Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. International Collection of Scientific Works. /International Program «Heuristics and Didactics of Exact Sciences. - Vol.3(13).- Donetsk: TEAN Company, 2000.- 117 c.

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

Дидактика математики: проблемы и исследования. Международный сборник научных работ. /Международная программа «Эвристика и дидактика точных наук».-

Вып. 3(13).-Донецк: Фирма ТЕАН, 2000.- 117 с.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся в области постановки и решения задач.

**Видавець:** Донецька фірма наукоємних технологій НАН України (Фірма ТЕАН)

**Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1991 році.**

**Редакція збірника:**

**Науковий редактор** – канд. пед. наук, доц. Скафа Олена Іванівна.
Узгоджені матеріали надсилати за адресою: а/с № 41, 83000, Донецьк, Україна
**Тел.:(38)-(0622)-919244 (р.), (38)-(0622)-554429 (д.), код для СНД (0622).**
E-mail: skafa@univ.donetsk.ua
**Адреса:** Кафедра вищої математики та методики викладання математики,
Донецький державний університет, вул.Університетська, 24, Донецьк, 83055, Україна

**Відповідальний секретар** - ст.викл. Хорольська Олена Вікторівна
Тел.:(38)-(0622)-992375 (р.), (38)-(062)-3378985 (д.).
E-mail: horol@bio.donetsk.ua
Директор Донецької фірми наукоємних технологій НАН України
Носовицька Галина Йосипівна, E-mail: tean@an.dn.ua

**ББК В1 р**
**УДК 51(07)+53(07)**

ISBN 966-7507-0-9 (серія)
ISBN 966-7507-03-3 (Фірма ТЕАН, Україна)

# ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ ВО ВТУЗАХ: МЕЖДУ «МАТЕМАТИКОЙ-РЕЗУЛЬТАТОМ» И «МАТЕМАТИКОЙ-ПРОЦЕССОМ»

*Хореа Баниа,*
*Университет «Трансильвания», г.Брашов, Румыния*

Минуло не более века с тех пор, как один из величайших математиков всех времен, Анри Пуанкаре, получил высшее образование в Политехнической Школе и Горной Школе.

Сегодня два вида изучения математики: для нее самой, т.е. для профессии математика, исследователя или преподавателя, и для ее использования, т.е. для профессии физика, инженера, экономиста – разделены разными учебными заведениями.

В каком-то смысле преподавание математики во втузах сложнее, поскольку из множества материала нужно выбрать количество ограниченное временем и объемом преподавания, которое удовлетворяло бы различные потребности:

– поднять математические знания будущего инженера на уровень, требуемый современной эпохой;
– создать основу некоторых курсов общего технического образования (механика, сопротивление материалов, электротехника и т.д.) и курсов по специальности (детали машин, двигатели и т.д.);
– обеспечить математическое мышление, способствующее в дальнейшем более глубокому изучению или проведению исследований в новых областях знания.

Будущий инженер прослушивает в среднем в первые два года различные курсы математики, будь-то со специфическими названиями (математический анализ, дифференциальные уравнения) или более интегрированные (высшая математика, специальные разделы математики). Количество знаний довольно велико. Лекторы редко отказываются от чисто математических доказательств. Чаще всего доказательный результат, можно так сказать, не стоит затраченных сил, что хотя результат важен с теоретической точки зрения, он вряд ли будет использован будущим инженером. Во всех теоретических аспектах студентам представляют «последний» вариант, «лучшее», «самое быстрое» доказательство. Поэтому для студентов втузов математика становится все более «математикой-результатом» и не отражает в нужной степени «математику-процесс». Множество глав из курсов начинаются с «Пусть …» с последующими логическими объяснениями, но не отвечающие на вопрос, который некоторые ставят ясно или нет: *для чего «пусть»?* Правда, во время семинаров будет указано применение нарисованных на доске теорий и формул. Данная глава становится более или менее важной с практической точки зрения и со следующей главой произойдет то же самое. Эту ситуацию отмечали многие профессора, и позволим себе привести здесь несколько свидетельств.

Так, один из основателей современной румынской школы математического анализа, бывший президент Румынской Академии Наук, незабываемый профессор Мирен Николеску (1903 – 1974) писал в [5] «Методы исследования и метод преподавания фактов – две разные вещи: нужда в концентрации и организации курсов заставляет студентов игнорировать, в большинстве случаев, все пробы, все колебания, все перепутья, закоулки, пройденные исследователем ради построения теории». Из цитаты заметно, что непосредственное изложение теории рассматривается как нужное зло! Далее профессор признается: «Лично я делал и впоследствии буду делать подобные рассечения теорем *ради введения студента в исследовательскую технику*»[1].

Не отрицая возможное вступление в исследование, рассмотрим другой аспект, связанный с демонстрацией «перепутий, закоулков, рассечений», а именно *повышение мотивации изучения*.

Из [4] можно цитировать целые страницы, смысл которых – методика преподавания математики в вузах, но ограничимся лишь несколькими идеями: «Логика предмета, без учета психолого-педагогических факторов,

[1] Курсив наш. – Ред.

сплошь и рядом бессильна… Однако, решающим в обучении часто является влияние психолого-педагогических факторов» (с.11). «Действительно, продуктивность мышления человека не постоянна. В первую очередь она зависит от того, как человек относится к учению, интересует оно или нет, понимает он его необходимость или не понимает» (с.13). Идея, которую мы желаем здесь представить: повышение мотивации для введения и усвоения студентами новых понятий при помощи проблемного обучения. Та система обучения, пригодность которой в средней школе была не раз подмечена (см. [3]), подходит и для вуза (см. [1]).

Подчеркнем лишь что, было бы ошибкой думать о проблемном обучении как лишь о решении задач, ибо это использовалось всегда в процессе преподавания математики. Важно использование задачи или проблемной ситуации для побуждения к развитию теории. Психологи и дидакты считают положительным предложение задачи до предъявления «официального» метода ее решения. Конфликтное состояние, проявившееся в противоречии между потребностями задачи и отсутствием теоретических методов решения, создает напряжение и мобилизирует для решения всех сложностей в данном частном случае, возбуждает интерес к проблематике последующей главы. Выбранная задача должна отвечать следующим требованиям: быть относительно простой, в изложении ясной (в том, что имеется и что требуется); не решаться с помощью известных алгоритмов; содержать идею, важную для последующей главы; быть привлекательной.

Заметим, что. по сравнению со средней школой, диалог «профессор-студенты» и метод «соучастия» практикуется не очень часто во время чтения курсов; решение выдвинутых задач остается обязанностью профессоров, хотя не мешало бы изменить этот порядок.

Представим ниже несколько таких задач, решение которых не отвечает правилам «типичных» решений; напротив, (а в этом состоит наука) выявление затруднений наталкивает на поиск быстрых, правильных, теоретически обоснованных решений.

1. Есть знакомый результат:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

откуда $\frac{\sin x}{x} = 1 + r(x)$ и $\lim\limits_{x \to 0} r(x) = 0$,

значит,

$$\sin x = x + xr(x). \qquad (1)$$

Мы ищем лучшую оценку для $\sin x$ чем (1). Для этого мы должны оценивать как $r(x)$ стремится к нулю. Можно $r(x) \approx x$? Вычислим

$$\lim_{x \to 0} \frac{r(x)}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\sin x - x}{x^2} = \text{(правило Лопиталя)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{2x} = \lim_{x \to 0} \frac{-\sin x}{2} = 0\text{, откуда } \Gamma(x) = o(x),\ \ x \to 0.$$

Вычислим:

$$\lim_{x \to 0} \frac{r(x)}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{\sin x - x}{x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{3x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{-\sin x}{6x} = -\frac{1}{6}.$$

Значит:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + r_1(x), \qquad (2)$$

$$r_1(x) = o(x^4),\ \ x \to 0.$$

Мы ищем лучшую оценку для $\sin x$, чем (2). После $\lim\limits_{x \to 0} \frac{r_1(x)}{x^4} = 0$ находим

$$\lim_{x \to 0} \frac{r_1(x)}{x^5} = \frac{1}{120}.$$

Значит, $\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + r_2(x)$.

Шаг за шаг (или с помощью математической индукции) приходим к разложению

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots \quad .$$

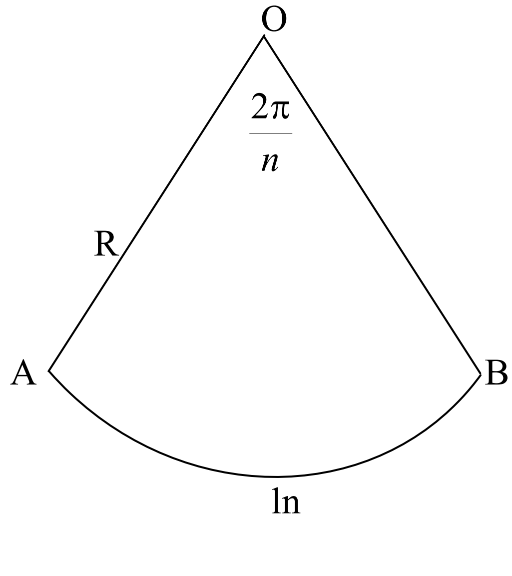
которое можно трактовать в асимптотическом смысле (при $x \to 0$), а затем – как ряд.

2. Среди замкнутых кривых, имеющих заданную длину *l*, найти кривую охватывающую максимальную площадь.

Если мы согласимся начать с правильных многоугольников, наблюдается, что для правильного треугольника периметр *l*, площадь $S_3 = \frac{l^2\sqrt{3}}{36}$,

площадь для квадрата $S_4 = \frac{l^2}{16}$. Конечно, $S_3 < S_4$. Для правильного $n$-угольника

$$l_n = \frac{l}{n}, \quad R = \frac{l_n}{2\sin\frac{\pi}{n}}$$




$$S_{AOB} = \frac{R^2 \sin\frac{2\pi}{n}}{2} = \frac{l^2 \sin^2\frac{\pi}{n}}{8n^2 \sin^2\frac{\pi}{n}} =$$

$$= \frac{l^2 \cos\frac{\pi}{n}}{4n^2 \sin\frac{\pi}{n}}.$$

итак $S_n = \frac{l^2 \cos\frac{\pi}{n}}{4n^2 \sin\frac{\pi}{n}}$

Мы можем доказать, что $S_n$ – возрастающая функция, т.е. $n \operatorname{tg}\frac{\pi}{n}$ убывает,

когда $n \to \infty$. При замене $\frac{\pi}{n} = x$ функция $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x}$ убывает, когда *x*, убывая, стремится к нулю, т.е. функция $f(x)$ должна быть возрастающей для $x > 0$. Действительно,

$$f'(x) = \frac{\frac{x}{\cos^2 x} - \operatorname{tg} x}{x^2} = \frac{x - \sin x \cos x}{x^2 \cos^2 x} > 0,$$

потому что для $u(x) = x - \sin x \cos x, \quad u(0) = 0$ и $u'(x) = 1 - \cos 2x \geq 0$.

Переходя к пределу, получаем

$$\lim_{n \to \infty} S_n = \lim_{n \to \infty} \frac{l^2 \cos \frac{\pi}{n}}{4n \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{l^2}{4\pi},$$

т.е. площадь круга радиус которого $R = \frac{l}{2\pi}$.

Внимательный читатель найдет много возражений. Желательно, чтобы студенты находили их самостоятельно, что позволило бы им прийти к корректному представлению о соответствующей теме.

В первом примере ссылаемся на формулу Тейлора, второй представляет введение в вариационное исчисление.


1. Арстанов М.Ж., Пидкасистый П.И., Хайдаров Ж.С. Проблемно-модульное обучение. Вопросы теории и технологии. Проблемное изучение в вузе. – Алма-Ата, 1980.
2. Бескин Н.М. Об одной ошибке // Математика в школе, 1985, №6.
3. Махмутов М.И. Теория и практика проблемного обучения. – Казань, 1972.
4. Потоцкий М.В. Преподавание высшей математики в педагогическом институте. – М., 1975.
5. Математика и научное познание. Бухарест научное издательство, 1965 (рум.)



**Резюме.** Ідея цієї статті – це підвищення мотивації до вивчення математики у вищих технічних закладах. Для введення та засвоєння студентами нових понять використовуються засоби проблемного навчання та задачі, що спонукають до розвитку теорії.

**Summary**. The present article draws attention to the fact that during Mathematics lectures traught in a technical university the students are presented theorems, formulas, results accurately rendered yet not sufficiently motivated. There is following the tradition of teaching-problem, where I have submited to discussion four examples of problems which, because of their particular solving, based on an insufficiently enlarged upon theoretical ground, and because of their presentation prior to studying the theory, should trigger the introduction of the theory in question.

# НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ ОБ УЧЕБНИКАХ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

*В.М.Дрибан, доцент, Г.Г. Пенина, канд. экон. наук, доцент*
*Донецкий государственный университет экономики и торговли*
*Украина, 83000, Донецк, Артема, 64-7, тел.: (8)(062)3353829*

Тезис известного педагога К.Д.Ушинского о том, что учебник является фундаментом хорошего обучения в полной мере относится и к современной высшей школе. Высшая математика изучается студентами различных специальностей и по различным программам. Но даже авторы учебников, адресованных одному и тому же контингенту читателей (мы будем, в основном, иметь в виду студентов нематематических специальностей), решают вопросы построения учебника по-разному и далеко не всегда лучшим образом.

Важнейшим принципом обучения является принцип научности, который реализуется прежде всего при разработке учебных программ и учебников. Хорошее по научному уровню изложение материала может быть как более, так и менее полным, как более, так и менее подробным в зависимости от того, кому предназначен учебник. Сама по себе неполнота, отсутствие некоторых подробностей научного уровня не снижают, так как содержание учебного предмета и соответствующей отрасли знания не могут быть идентичными. В этом плане важно лишь, чтобы не упускалось главное с точки зрения руководящих идей данной науки (разумеется, с учетом учебных программ).

К вопросу о научности тесно примыкает проблема математической строгости в учебнике. Отрицать необходимость математической строгости значит отрицать необходимость систематического воспитания у студентов культуры математического, точного мышления. Нельзя выдавать нестрогое за строгое, правдоподобное – за доказанное. Между тем в ряде учебников (особенно для экономистов) правдоподобные рассуждения или та или иная интерпретация теоремы иногда выдаются за доказательства. Это не только дезориентирует «сильных» студентов, но и противоречит принципу научности, так как доказательство в математике может быть только строгим с учетом известной относительности самого понятия строгости. Иначе это не доказательство.

Не следует, однако, считать нарушением понятий строгости и научности неполноту изложения, *если только студентов прямо предупреждают, что по той или иной причине доказательство (или его часть) сознательно опускается или заменяется правдоподобным рассуждением или различными интерпретациями.* Ведь при этом не стирается грань между «строго доказанным» и «кажущимся правдоподобным» и не прививается привычка к «неряшливым» рассуждениям. Однако и в этих случаях, по возможности, следует освещать план доказательства и его основные идеи. На наш взгляд, вряд ли можно считать оправданным такое положение дел, когда только для доказательства одной теоремы приводятся доказательства многих промежуточных теорем, как это, например, имеет место в учебнике [4] при доказательстве теоремы существования определенного интеграла. Приведем еще один пример. Применяя определенный интеграл в практических задачах, инженер никогда не следует строгим математическим предписаниям. Нецелесообразно поэтому приводить доказательства формул для различных приложений определенного интеграла. Достаточно и даже значительно полезнее ограничиться правдоподобными рассуждениями в рамках инженерной схемы приложения интеграла. Но обязательно надо сказать, что эти «доказательства» не являются строгими, и что очень важно, указать, в чем эта «нестрогость» состоит.

В учебниках для экономистов прибегать к замене более или менее сложных доказательств правдоподобными рассуждениями или интерпретациями следует, на наш взгляд, значительно чаще. Тем не менее злоупотреблять такими заменами нельзя, потому что доказательства в курсе математики имеют непреходящую ценность. В чем же ценность доказательств и почему вообще лучше доказывать, чем просто сообщать готовые результаты? Студенты ведь принимают без всякой проверки преподносимые им фактические сведения из области географии, истории и других наук.

Приведем некоторые доводы в пользу необходимости доказательства.

1. Вся сущность математического знания состоит в том, что одни положения логически выводятся из других.
2. Доказательства развивают логическое мышление, вырабатывают математическую культуру, необходимую для приложений математического аппарата.
3. Доказательства раскрывают связи доказываемых положений с другими фактами, границы и условия применимости, возможности обобщений.
4. Доказательства способствуют раскрытию глубинного смысла вводимых понятий, помогают лучше овладеть ими как в теоретическом плане, так и в плане возможных приложений.
5. Способствуя усвоению логической структуры курса, доказательства в значительной степени облегчают понимание и запоминание учебного материала.

Об этом можно было бы и не говорить, если бы иногда не высказывались прямые сомнения в необходимости проведения доказательств при обучении математике тех, кому нужны будут лишь ее приложения [2].

Можно привести немало доводов и в пользу увеличения удельного веса правдоподобных рассуждений в учебниках для студентов технических и гуманитарных специальностей. Каждая из этих точек зрения имеет право на существование. Вопрос, на наш взгляд, заключается в разумном сочетании в учебнике доказательств и правдоподобных рассуждений и интерпретаций.

Особого разговора заслуживает вопрос о стиле изложения материала в учебниках. К сожалению, достаточно часто научность сочетается с «научным стилем» написания: изложение материала во многих случаях чисто формальное, сухое, идеи, лежащие в основе разделов, тем, определений, доказательств не освещаются, словесные объяснения сведены к минимуму. Тем самым учебник по стилю изложения материала иногда приближается к научной монографии, что совершенно недопустимо. В подавляющем большинстве учебников отсутствуют даже элементы эвристики.

Научное изложение само по себе не учитывает дидактические принципы, оно рассчитано на соответствующим образом подготовленного, «идеального» читателя. В учебнике же игнорировать методические принципы нельзя, и прежде всего нельзя игнорировать принцип доступности. В противном случае такой учебник не сможет понять не только «рядовой», но и хороший студент.

Изложение материала в учебнике должно быть, по возможности, таким, чтобы читатель мог видеть источник и идею того или иного определения, идею и общий ход доказательства, уметь отличать существенное от второстепенного. Сам характер изложения должен возбудить интерес к изучению предмета. Существенно помочь в этом может включение в учебник проблемных ситуаций, как это сделано в [1]. «Автор учебника должен не просто последовательно излагать факты, а умело вести за собой читателя по увлекательной дороге познания, руководить им, разъяснять ему смысл и значение возникающих понятий и доказываемых теорем, иллюстрировать на примерах применения излагаемых теорий» [3, 140].

В ряде случаев полезно отказаться от схемы «теорема – доказательство». Например, при изложении темы «Условия независимости криволинейного интеграла по координатам от пути интегрирования» можно обратить внимание читателя на существование потенциальных полей, откуда вытекает, что криволинейный интеграл может не зависеть от пути интегрирования. Математическая запись этого факта сразу же приводит к выводу, что должен быть равен нулю криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Отсюда легко выводится аналитическое условие независимости интеграла от пути интегрирования. Таким образом, перед читателем раскрывается как бы «внутренняя кухня» процесса открытия теоремы. И пусть такие примеры единичны, но они производят большое эмоциональное впечатление. По словам Кондорсэ, Л. Эйлер «… думал, что недостаточно сделал бы для науки, если бы не прибавил к открытиям, которыми он обогатил науку, чистосердечного изложения идей, приведших его к этим открытиям» [5, 115].

Освещение идей, лежащих в основе важнейших определений, должно быть одной из главных задач учебника. Существенно важно, чтобы формальная оболочка понятий не заслоняла бы в глазах студента конкретного содержания этих понятий и их практического значения. А между тем это положение игнорируется практически всеми общепринятыми учебниками. Например, в [4] изложение темы «Предел переменной величины» сразу же начинается с эпсилон-определения предела, а тема «Предел функции» начинается с эпсилон-дельта-определения. Как показывает педагогическая практика, эти определения сами по себе, без соответствующих разъяснений не воспринимаются студентами. Между тем в основе эпсилон-определения лежит простая идея *неограниченного* приближения переменной к некоторому числу. Неограниченного в том смысле, что если на пути стремящейся к этому числу переменной поставить «преграду», то она эту «преграду» все равно преодолеет. После освещения этой идеи эпсилон-определение становится естественным и понятным, а в условиях лекции его могут сформулировать сами студенты при несущественных эвристических подсказках преподавателя. Аналогично эпселон-дельта-определение предела функции является естественным формальным описанием идеи неограниченного приближения функции к числу при условии, что к некоторому числу неограниченно приближается аргумент.

Ни в одном из известных нам общепринятых учебников не отражена идейная сторона таких важнейших понятий анализа, как дифференциал функции и определенный интеграл. При общепринятой методике изложения понятия дифференциала он вообще воспринимается как нечто второстепенное. Между тем нельзя говорить о понимании студентом основных идей анализа, если дифференциал функции он представляет только как произведение производной на приращение аргумента и не видит основного смысла этого понятия, открывающего возможность линеаризировать неравномерные процессы.

При изложении темы «Определенный интеграл» необходимо раскрыть идейную сторону этого понятия как «суммы» бесконечно большого числа бесконечно малых величин, подготовить студентов к пониманию идеи суммирования бесконечно большого числа бесконечно малых как общей идеи, которая остается единой в своем существе как в том случае, когда ею пользуются при определении объема тела или работы, так и тогда, когда составляют дифференциальное уравнение технической задачи. Существенно важно органически увязать понятие интеграла с понятием дифференциала, выступающего в конкретных задачах интегрального исчисления в роли «элемента» определяемой величины.

Давно назрела необходимость создания учебника, в котором вышеуказанные (и многие другие) недостатки современных учебников были бы сведены к минимуму.

1. Дрибан В.М., Пенина Г.Г. Теория вероятностей: Учебное пособие. – Донецк: ДИП, 1995.
2. Клайн М. Логика против педагогики //Сборник научно-методических статей по математике. Вып. 3. – М.: Высш. шк., 1973.
3. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание. – М.: Наука, 1985.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. В 2-х т. – М.: Наука, 1970.
5. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Иностр. литер., 1957.

**Резюме.** Розглянуто деякі питання, пов’язані з побудовою підручників з вищої математики.

**Summary.** The author studies some issues, connected with the creation of textbooks on Higher Mathematics.

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В СИСТЕМІ ЕКОНОМІЧНОЇ ОСВІТИ

*Л.І.Нічуговська, канд.екон.наук, доцент,*
*Полтавський кооперативний інститут, кафедра фізики і математики*
*math@pci.poltava.ua*

На порозі нового тисячоліття наша держава почала перехід до ринкової економіки і зустрілась з проблемами, які до цього часу не ставились ні перед суспільством взагалі, ні перед системою економічної освіти зокрема.

Автори «Концепції неперервної освіти з економіки» підкреслюють, що економіка є найважливішою компонентою соціального середовища, його опорним стрижнем, специфічним простором, в якому перебуває людина як соціальна істота, яка своїми певними діями одночасно створює середовище і користується ним. В зв'язку з цим і виникла «необхідність наукового пізнання економічних відносин в усій їх складності та різноманітності як сфери професійної діяльності, як галузі науки, як навчальної дисципліни» [1, с.2]. Тому головним завданням спеціалістів економічного фаху слід вважати вивчення та оцінку ефективності господарювання на різних рівнях ієрархічної системи управління, економічне регулювання виробничих, розподільчих та обмінних процесів у суспільстві, створення умов для подальшого зростання добробуту нації.

Як писав Дж.М. Кейнс, «…економічна теорія не є набором вже готових рекомендацій, що використовується безпосередньо в економічній політиці. Вона є скоріше методом, аніж вченням, технікою мислення, допомагаючи тому, хто володіє нею, дійти правильних висновків» [2, с.23]. Отже, перш за все, перед вищими закладами освіти економічного профілю постає проблема розвитку економічного мислення студентів, майбутніх фахівців, суть якого визначається наступними положеннями:

- вся система сучасних уявлень про предмет і мету економічної освіти полягає в розумінні, що сукупність матеріальних потреб суспільства перевищує виробничі можливості природних ресурсів навколишнього середовища, і тому виникає проблема вибору раціональної поведінки кожним членом суспільства;

- цілісне уявлення про економіку як систему досягається оволодінням категоріальним апаратом, фундаментальними економічними поняттями та механізмами їх взаємодії, які дозволяють одержати інформацію про соціальне середовище та його поведінку, озброює суспільство правилами ринкових ігор та прийняттям раціональних рішень при співставленні сукупних затрат та прибутку в підприємницькій діяльності;
- фінанси – основа ринкових відносин і тому більшість населення починає усвідомлювати, що підприємницький успіх – це не тільки стартовий капітал і свобода вибору виду діяльності, а й наявність нестандартної підприємницької ідеї, яку може генерувати тільки творча особистість з високим рівнем відповідальності і якій добре знайомі правила економічних дій в ринкових умовах.

Враховуючи, що нашому суспільству взагалі притаманний «економічний романтизм, густо замішаний на економічній малограмотності» [3, с.27], особливу актуальність набуває переорієнтація консервативно-традиційної економічної поведінки студента в напрямку розвитку ініціативності, самостійності, прагматичності, працьовитості та інших якостей, основою яких є економічне мислення. Це вимагає необхідності формування у студентів стратегії раціонального мислення і закріплення його на рівні поведінки.

У зв’язку з цим, особлива роль у формуванні раціонального мислення студентів економічних спеціальностей вищого закладу освіти відводиться математичним дисциплінам, що вивчаються у курсі «Математика для економістів». Передумовою подібного висновку може слугувати те, що багато сучасних психологів розглядають математичні операції, як «вищий рівень операціональної системи в мисленні» [4, с.129]. Операціональність, можливість забезпечення того чи іншого теоретичного поняття числовою оцінкою завжди цінувалась дуже високо і тому постановка різноманітних (навчальних, науково-дослідницьких, пошуково-практичних та ін.) проблем та оцінка результатів дослідження вимагала застосування адекватних математичних знань.

Зрозуміло, що вивчення математики само по собі не може замінити впливу базових навчальних дисциплін економічного циклу на рівень формування економічного мислення, але її застосування в комплексі з іншими дисциплінами необхідне для розвитку інтелекту і, зокрема, може служити базою у використанні математичних засобів і методичних прийомів для більш чіткого і лаконічного опису досліджуваних об'єктів; у наданні можливостей, шляхом математичного моделювання, звести дослідження нематематичного об'єкту до розв'язання математичної задачі і, користуючись універсальним математичним апаратом, одержати не тільки кількісну, а й якісну інформацію про досліджуваний об'єкт. Оскільки, одна і та ж математична структура (математична модель) може мати різну інтерпретацію в різноманітних сферах знань, цей факт надає реальну можливість узагальнювати різного роду знання і виробляти методичні вміння, які в свою чергу будуть сприяти формуванню раціонального мислення.

Крім того, математичне моделювання можна вважати філософським осмисленням системи загальнометодологічних закономірностей, які розкривають взаємопроникнення математики в економіку та, навпаки, з метою формування у студентів економічного способу мислення як основи мотиваційного механізму раціональної поведінки майбутнього спеціаліста за умов ринку.

Серед нормативних фундаментальних загальноосвітніх дисциплін вищого закладу освіти економічного профілю особливої уваги потребують такі, як: «Вища математика», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Математичне програмування» (для деяких спеціальностей замінено курсом «Дослідження операцій»), які забезпечують студентів основами універсального математичного апарату, необхідного для розв'язання теоретичних і практичних задач економіки; виробляють навички математичного дослідження прикладних задач, наприклад, шляхом побудови економіко-математичних моделей на мікро- та макрорівнях з використанням елементів дисперсійного та регресійного аналізів; орієнтують на вивчення в систематизованій формі та активне засвоєння студентами основних методів знаходження екстремуму функції на множині допустимих варіантів у широкому спектрі теоретико-економічних та практичних проблем на всіх рівнях ієрархії управління; створюють основу для викладання професійно-орієнтованих та фундаментальних економічних дисциплін – макроекономіки, мікроекономіки, статистики, економічного аналізу, економічного ризику та методів його вимірювання, фінансів підприємства, інформатики та комп'ютерної техніки, економетрії та ін.

Таким чином, в системі економічної освіти у вищому навчальному закладі можна констатувати потреби зростання ролі і рівня математичної підготовки взагалі і математичного моделювання, зокрема як наукового методу оволодівання спеціальними знаннями та логікою економічного мислення на рівні бакалаврів, спеціалістів, магістрів, які необхідні фахівцю економічного профілю для ефективної праці на підприємстві, в фірмі, установі чи закладі або для продовження освіти.

Однак, для практичного оволодівання методологією математичного моделювання, як невід'ємною складовою математичної освіти студентів економічних спеціальностей, важливі певні умови: початкова математична підготовка студентів; ступінь володіння ПЕОМ; їх відношення до математики та інтерес до майбутньої професії з орієнтацією на певну галузь економіки; час, відведений для неї навчальною програмою дисципліни; наукове обґрунтування місця математичного моделювання в структурі математичних дисциплін та його методичне забезпечення тощо.

Враховуючи ці умови, сформулюємо завдання математичного моделювання як специфічної компоненти навчальної дисципліни «Математика для економістів».

Перш за все, це завдання методологічного обґрунтування необхідності і корисності застосування математичного інструментарію в економічних дослідженнях і практичній діяльності, а також завдання усвідомлення предмету та спеціальних методів математичного моделювання в контексті математики як науки і її прикладних аспектів.

Наступними мають бути завдання демонстрації особливостей економіко-математичних та математико-економічних інтерпретацій, що конституюють математико-економічні знання та вміння студентів. При цьому особливу увагу слід приділити психологічній адаптації студентів до цих інтерпретацій введенням та уточненням понятійного економічного словника і вибором необхідного мінімуму математичних засобів, які в першому наближенні достатні для сприймання економічних та математичних взаємних відображень, і на яких базується більш складний математико-економічний апарат моделювання.

Нарешті, необхідно систематизувати математичні методи та економіко-математичні моделі, виходячи із загальних задач або сфер діяльності економістів, які обов'язкові в кожній економічній галузі і розв'язання яких професійно важливо для спеціальності бакалавра з економіки та підприємництва. Це задачі економічного аналізу, економічного прогнозу та управління за допомогою математичного моделювання. Вони не в однаковій мірі застосовуються різними фахівцями економічного профілю. Перевага віддана задачам математико-економічного аналізу, для яких уже напрацьований значний за обсягом і застосуванням методичний інструментарій та методологія прогнозування динаміки економічних показників [6].

В той же час завдання управління успішно реалізуються впровадженням експериментів на ЕОМ з математичними моделями, які з певним ступенем достовірності описують закономірності функціонування реальних систем і об'єктів з урахуванням їх особливостей, таких як:

- емерджентність, тобто «... наявність в економічній системі таких властивостей, які не характерні ні одній складовій системі елементів і розглядаються окремо, поза системою. Емерджентність є результат виникнення між елементами системи синергетичних зв’язків, які забезпечують збільшення загального ефекту до величини більшої, ніж сума ефектів елементів системи, що діють порізно» [5, с. 10];
- динамічність економічних процесів, що обумовлюють зміну структури та варіацію параметрів під впливом зовнішніх факторів;
- випадковий характер та невизначеність шляхів розвитку економічних явищ та процесів, їх масовість;
- висока інерційність та помірна адаптація економічної системи до кардинальних структурних перебудов.

Діапазон застосування імітаційного моделювання надзвичайно високий у зв’язку з можливостями варіації параметрів і факторів моделі без будь-яких обмежень на їх значення, адаптації до появи нової інформації, аналізу проміжних результатів та необхідного корегування управляючих параметрів, врахування стохастичного характеру досліджуваних процесів від прогнозування розвитку національної економіки до розробки і впровадження інформаційних систем управління, від дослідження впливу результатів функціонування майбутніх виробництв на екологію навколишнього середовища до машинного моделювання в автоматизованих навчальних системах тощо.

З метою визначення відносної цінності математичних методів в щоденній науковій роботі було опитано велику групу дійсних членів Американського товариства в галузі дослідження операцій. В результаті обробки індивідуальних опитувань встановлено, що найвищий рейтинг мають методи теорії ймовірностей (0,182), математико-економічного аналізу (0,150) та машинної імітації (0,143). Інші методи мають нижчі рейтинги [7, с.8] (див. табл. 1).

Таблиця 1. Застосування методів дослідження операцій в науковій роботі

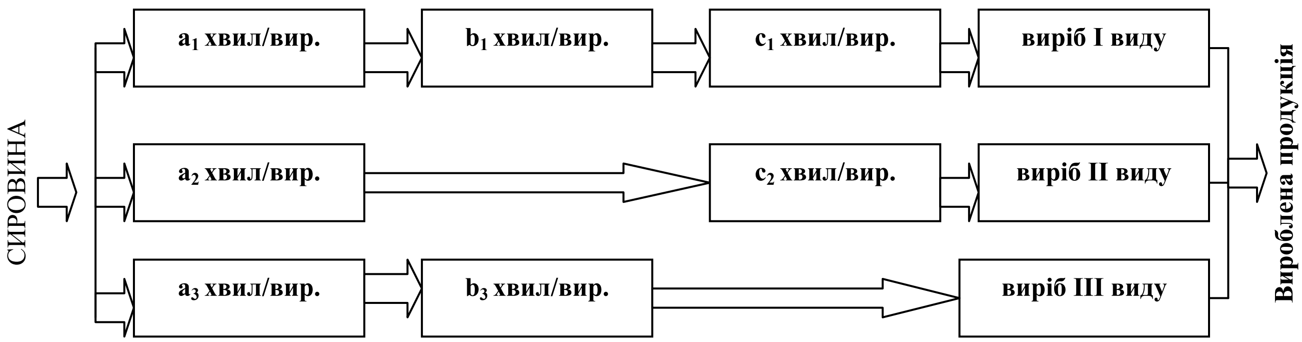
| № п/п | Методи | Відносна цінність |
|---|---|---|
| 1. | Теорія ймовірностей (і статистичні оцінки) | 0,182 |
| 2. | Математико-економічний аналіз (і оцінка ефективності витрат) | 0,150 |
| 3. | Машинна імітація | 0,143 |
| 4. | Лінійне програмування | 0,120 |
| 5. | Управління запасами | 0,097 |
| 6. | Масове обслуговування (теорія черг) | 0,085 |
| 7. | Сіткові методи (упорядкування операцій) | 0,072 |
| 8. | Моделі заміни | 0,042 |
| 9. | Теорія ігор | 0,040 |
| 10. | Динамічне програмування | 0,031 |
| 11. | Методи пошуку | 0,020 |
| 12. | Нелінійне програмування | 0,018 |
| | Разом | 1,000 |

Перелік математичних методів, відображений в таблиці 1, повністю співпадає з відповідними темами того чи іншого курсу згідно державної програми з математики для спеціальності  – бакалавр з економіки і підприємництва.

Наведемо деякі типові приклади економічних проблем, які доцільно розв'язувати, використовуючи методи та моделі математичного моделювання. Це задачі оптимальної організації технологічного процесу; оптимального використання ресурсів виробництва, визначення оптимальних кормових раціонів; оптимізація структури портфеля, сформованого з цінних паперів; транспортні задачі; задачі про асортимент продукції та ін. Крім того, це моделювання і оптимізація ризику, тобто прийняття раціональних рішень в умовах ризику та невизначеності економічних ситуацій тощо.

Наприклад, економічна постановка задачі про асортимент продукції може мати такий вигляд.

Фірма випускає три види продукції. В процесі виробництва використовуються три технологічні операції. Інформація про тривалість технологічних операцій при виготовленні одного виробу кожного виду продукції представлена наступною схемою:




В зв’язку з тим, що технологічні операції використовуються фірмою і для інших виробничих цілей, фонд робочого часу, протягом яких технологічні операції I, II, III можуть бути використані для виробництва продукції, обмежений наступними граничними значеннями (за добу):

для I операції – $d_1$ хвил.,

для II операції – $d_2$ хвил.,

для III операції – $d_3$ хвил.

На основі маркетингових досліджень попиту на вироблену продукцію очікуваний прибуток від реалізації одного виробу I, II та III виду становить $\alpha_1$, $\alpha_2$ і $\alpha_3$ (грн.) відповідно. Який асортимент продукції, виробленої протягом доби, найбільш вигідний фірмі?

Для побудови математичної моделі ідентифікуємо змінні. Нехай $x_1$ – кількість виробів $i$-ого виду, $i$ = 1, 2, 3.

При використанні цих позначень математична модель задачі прийме вигляд:

Знайти найбільше значення функції

$$Z = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 \text{ (величина прибутку за добу)}$$

при обмеженнях

$$\begin{array}{r} \text{для операції I}: \\ \text{для операції II}: \\ \text{для операції III}: \end{array} \begin{cases} a_1x_1 + b_1x_2 + c_1x_3 \le d_1 \\ a_2x_1 \qquad\quad + c_2x_3 \le d_2 \\ a_3x_1 + b_3x_2 \qquad\quad \le d_3 \end{cases}$$

$$x_i \ge 0, \quad i = 1, 2, 3$$

Отже, одержана типова задача лінійного програмування, оптимальний план якої може бути знайдено симплексним методом.

Слід зауважити, що побудовану математичну модель можна ефективно використовувати для подальшого економічного аналізу. Для цього необхідно сформулювати подвійну задачу та знайти її оптимальний план; знайти інтервал сталості подвійних оцінок по відношенню до динаміки тривалості технологічних операцій кожного типу; виявити границі варіації величини прибутку впродовж доби, що визначається оптимальним планом випуску продукції при різноманітних варіантах використання технологічних операцій тощо.

Таким чином, можна констатувати, що математичні моделі та методи займають значне місце в практиці економічних досліджень, що ще раз підкреслює необхідність посилення глибини та фундаментальності знань взагалі і математичних, зокрема, та потребує розробки стратегії і тактики навчання фундаментальним дисциплінам, вдосконалення їх змісту на засадах національної концепції ступеневої економічної освіти вищих навчальних закладів на рівні бакалавра, спеціаліста, магістра.

1. Концепція неперервної освіти економіки. – К., 1995.
2. Хейне П. Экономический образ мышления. – М.: Новости, 1991.
3. Шмелев Н. Авансы и долги // Новый мир. – 1987. – №6.
4. Пиаже Ж. Избранные психологические труды: Пер. с франц. – М.: Просвещение, 1969.
5. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учебн. пособие для вузов / Под ред. В.В. Федосеева. – М: ЮНИТИ, 1999.
6. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решения. – М.: Аудит, 1997.
7. Ситник В.Ф., Орленко Н.С. Імітаційне моделювання: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 1998.

**Резюме.** Рассматривается роль математического моделирования как неотъемлемой компоненты математической подготовки студентов в контексте экономического образования.

**Summary.** The problems of mathematical modeling as an inseparable component of students of mathematical training in the context of economic education.

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ТОРГОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВУЗАХ

*Н.В.Ванжа, аспирант*
*Полтавский кооперативный институт, кафедра физики и математики*

Переход Украины к рыночным отношениям обуславливает повышение роли и значения экономического образования в решении серьезных проблем настоящего времени. Преподаватели вузов экономического профиля из всего арсенала форм и методов преподавания должны выбирать такие, которые способствуют формированию у студентов профессионально необходимых качеств, таких как инициативность, предприимчивость, творческий подход к решению производственных задач, стремление экспериментировать, умение разумно рисковать и др. Наиболее успешно такие качества развиваются у учащихся в процессе активной самостоятельной учебной деятельности. Самостоятельная работа студентов является существенным резервом повышения эффективности подготовки специалистов.

В научно-методической литературе даются различные определения понятия «самостоятельная работа студентов». Мы рассматриваем ее с одной стороны как форму обучения, а с другой  как деятельность учащихся по приобретению и применению умений, знаний и навыков без непосредственного участия преподавателя.

В педагогике существуют разнообразные классификации видов самостоятельной работы учащихся. По месту выполнения действий она делится на аудиторную и внеаудиторную, По организационным формам самостоятельную работу можно разделить на:

- индивидуально-групповую, которая предусматривает индивидуально-самостоятельное выполнение каждым учащимся общих заданий;
- индивидуально-дифференцированно-груповую, когда студентам предлагают разные задания;
- работу в малых группах (по 4-6 человек);
- парную (сильный студент работает в паре со слабым, пары сменного состава по В.К.Дьяченко);
- индивидуальную.

Беря за основу классификации степень самостоятельности при выполнении работы, К.Б.Бабенко [1] выделяет следующие типы самостоятельных работ:

1) воспроизводящие (репродуктивные), самостоятельные работы по образцу.
2) реконструктивно-вариативные, направленные на актуализацию и перенос умений, знаний и навыков и варьирование системы способов деятельности для решения новых задач и проблем;
3) частично-поисковые, эвристические;
4) исследовательские, творческие самостоятельные работы.

Л.Журавская [2] в зависимости от дидактической цели делит самостоятельную работу студента на: 1) подготовку к контролю; 2) закрепление полученных знаний; 3) самостоятельное приобретение теоретических знаний (работа с источниками информации) и практических навыков (выполнение практических заданий); 4) приобретение умений и навыков самообразовательной деятельности.

Принимая во внимание деятельностную сущность самостоятельной работы, выделим следующие виды самостоятельной работы со студентами торгово-экономических вузов при изучении математических дисциплин: а)самостоятельная работа на практических занятиях, лабораторные работы, подготовка к практическим и лабораторным занятиям, индивидуальные семестровые задания; б) подготовка к рубежным и итоговым контрольным работам, коллоквиумам, зачетам, экзаменам, подготовка к олимпиадам;

в)подготовка к предстоящей лекции, самостоятельное изучение теоретического материала по учебно-методической и научной литературе, работа со справочниками, работа с компьютером; г) занятия в математических кружках, подготовка к научным конференциям, научно-исследовательская работа.

В последние годы в области высшего образования произошли некоторые изменения, связанные с повышением внимания к роли самостоятельной работы в формировании грамотного специалиста. Это нашло свое отражение в принятом Положении «Про організацію навчального процесу у вищих навчальних закладах». В нем зафиксированы нормы часов, отведенных на самостоятельную работу: от 1/3 до 2/3 общего объема учебного времени, запланированного для изучения каждой конкретной дисциплины. Такое количество часов, выделенных на самостоятельную работу дает возможность формировать самостоятельность как черту характера личности студента, развивать познавательную активность, способность к творческому решению современных производственных задач, умение принимать решение и нести за него ответственность. Однако, организуя самостоятельную работу, преподаватель должен иметь четкие представления о готовности своих студентов к полноценной самостоятельной работе.

Как отмечает В.А.Казаков [3], комплексные социально-психологические исследования студенческих групп в разных вузах показали, что количество лиц с явно выраженной самостоятельностью составляет примерно 20-30 % от их общего числа, 15% студентов не склонны к самостоятельным действиям. Остальные готовы к такой работе в различной степени. На базе кооперативного института были проведены исследования готовности наших студентов к самостоятельной работе. Нас интересовал уровень сформированности умений поиска необходимых источников информации, а также наличие желания работать самостоятельно. Помимо этого, мы сравнили количество часов, выделенных на самостоятельную работу с реальными затратами на нее времени по каждой конкретной дисциплине.

Заметим, что недельная загруженность студентов аудиторными занятиями составляет 36-38 часов. На самостоятельную работу отводится 18 часов в неделю. Анализ анкет студентов показал, что 93 % студентов реально уделяют самостоятельной работе по предметам явно недостаточно времени. (табл.1).

Таблица 1. Затраты времени на самостоятельную работу

| Время на самост. работу, ч. | 1-5 | 6-10 | 11-15 | 16-20 | Более 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| К-во студентов, % | 32,8 | 39,7 | 20,7 | 3,4 | 3,4 |

При этом основные источники информации, которыми студенты пользуются регулярно – это конспекты лекций, семинарских и практических занятий (соответственно 67% и 48 % ). Регулярно читают учебники всего 16% студентов. Дополнительные источники (специальную литературу, журналы, учебники, выбранные самостоятельно) постоянно используют 14%. Для выяснения психологической готовности студентов к самостоятельной работе респондентам было предложено выбрать 3 оптимальные на их взгляд формы проведения практических занятий по математике. Результаты исследования сведены в таблицу.(табл.2)

Таблица 2. Наиболее предпочтительные формы проведения практических занятий

| № п/п | Форма занятий | К-во студентов, % |
|---|---|---|
| 1. | Подробное объяснение преподавателя | 91,4 |
| 2. | Решение на доске всех задач студентами | 50 |
| 3. | Самостоятельная работа в гомогенной группе (2-4 чел.) | 29,3 |
| 4. | Самостоятельная работа в гетерогенной группе (2-4 чел.) | 19 |
| 5. | Индивидуальная самостоятельная работа С консультацией преподавателя | 68,9 |
| 6. | Индивидуальная самостоятельная работа С использованием учебников, методических пособий | 13,7 |

На первом месте в шкале предпочтений стоит подробное объяснение преподавателя – 91,4 %. Этот показатель – результат десятилетней практики обучения в школе, где учитель, работая в переполненном классе, ориентируясь на «среднего» ученика, стремится все растолковать, «разжевать». 68,9 % студентов готовы работать самостоятельно, если преподаватель, при необходимости, сможет вовремя оказать ему помощь. Некоторая часть студентов (13,7 %) хотели бы работать самостоятельно, пользуясь учебниками и методическими пособиями. Анализ нашего исследования, а также работ современных дидактов позволяет сделать вывод: большая часть студентов хотят работать самостоятельно, но не имеют надлежащих умений и навыков, а также не уделяют должного внимания такой работе.

Весь учебный процесс в вузе ориентирован на самостоятельную деятельность, которая сегодня стала основным средством приобретения умений, знаний, навыков. Современная вузовская дидактика изменила свое отношение даже к лекции, которая традиционно выполняла в основном информационную и развивающую функции. В настоящее время лекция «должна превратиться в проблемную, целью которой должно стать стимулирование познавательного процесса и активизация творческой самостоятельной работы студента…». [4, с. 17]

Если лекция по отношению к внеаудиторной самостоятельной работе выполняет направляющую и стимулирующую роль, то самостоятельная работа по отношению к лекциям способна выполнять пропедевтическую функцию. Опережающая самостоятельная работа может иметь различные формы: работа с учебной и научной литературой, сбор эмпирических данных, проведение статистического эксперимента, попытка решения задачи при отсутствии достаточной информации и т.д. Такая пропедевтическая деятельность стимулирует интерес к предстоящей лекции и готовит к восприятию нового материала.

Большими потенциальными возможностями в формировании умений и навыков самостоятельной деятельности обладают практические занятия по математике, на которых идет непосредственное обучение приемам и методам такой работы. Эффективность учебного процесса обеспечивается с одной стороны его высокой интенсивностью, а с другой – обеспечением достаточного времени для обдумывания математического материала. Выполнение этих требований достигается путем дифференциации обучения. Целесообразно использование на занятиях подготовленного раздаточного материала с заданиями разного уровня сложности, содержащего как типичные задачи, решаемые на основе известного алгоритма, так и творческие, требующие догадки, новой идеи, выдвижения гипотезы. При этом каждый студент должен иметь возможность самостоятельного выбора уровня сложности задания в соответствии со своими способностями и притязаниями. Задача преподавателя – создать все необходимые условия для такой работы, а также оказать помощь студенту в преодолении затруднений.

Лабораторные работы – качественно новая ступень в самостоятельной деятельности студента. К сожалению, программы по математике не предусматривают проведение лабораторных работ. Как известно, прикладные курсы, в частности математическое программирование, математическая статистика, читаемые в экономических вузах, содержат большое количество задач, основанных на реальных процессах, решение которых вручную громоздко, трудоемко, а иногда и невозможно. Решение таких задач на основе использования компьютерных технологий могло бы стать основой лабораторного практикума по математике.

Внедрение компьютерных технологий в учебный процесс существенно повышает его эффективность, стимулирует интерес и познавательную активность студентов. Последние годы высшие учебные заведения Украины получили возможность подключиться к системе ИНТЕРНЕТ, которая открывает широкие перспективы в использовании новейших интерактивных форм обучения. Доступ к фондам программных обучающих средств, использование компьютерных баз данных автоматизированных библиотечных систем, материалов теле и видеоконференций, возможность получать информацию с помощью каталогов поисковых серверов значительно расширяют возможности самостоятельной работы, повышают информационную насыщенность процесса обучения.

При организации самостоятельной работы студентов во внеаудиторное время полезно использовать новые идеи и передовые методические технологии, реализуемые в развитых странах. В США в последнее время получила широкое распространение модель «кооперированное обучение» на основе использования метода малых групп. Каждый член группы получает свое задание. В его обязанности входит подготовиться самому и обеспечить изучение материала другими членами группы. При этом достигается максимальный эффект усвоения знаний, так как нет лучшего способа понять материал, чем объяснить его другому человеку. Психологи считают работу в малых группах одной из важнейших форм преподавания, потому что групповые дискуссии повышают мотивацию обучения и развивают коммуникативные способности студента. Эту форму обучения целесообразно чаще использовать преподавателям экономических торговых вузов, поскольку выпускники данных учебных учреждений – финансисты, менеджеры – имеют интенсивный характер работы: широкая сеть контактов, частая смена вида деятельности, преобладающее речевое общение. В процессе такого обучения у студентов вырабатываются навыки делового партнерства, они приобщаются к коллективной выработке решений, учатся доказывать свою точку зрения и прислушиваться к чужому мнению.

Высшим уровнем самостоятельной работы студентов является научно-исследовательская работа. Именно в ходе научной деятельности формируется творческий потенциал будущего специалиста, определяются его научные интересы, развиваются качества, необходимые для самообразования: целеустремленность, настойчивость, инициативность, умение планировать и организовывать свою работу. В современной практике подготовки специалистов более эффективными являются сквозные научноисследовательские работы по комплексной тематике, проводимые на протяжении нескольких лет. В этом случае студент или группа студентов занимаются одной профессионально-ориентированной проблемой. Руководителями таких работ являются преподаватели специальных кафедр, а соруководителями – преподаватели остальных кафедр. Мы считаем, что в планы курсовых и дипломных проектов должна быть включена математическая составляющая, поскольку математика в современных условиях служит научной основой для экономических исследований. Это, с одной стороны, повысит научно-теоретический уровень работы, а с другой, будет способствовать непрерывному математическому образованию студента на протяжении всего срока обучения.

Такая система организации  самостоятельной работы при изучении математических дисциплин апробируется в Полтавском кооперативном институте. Мы считаем, что самостоятельная работа служит основой всех форм учебной деятельности студентов. Однако проблема заключается в отсутствии методических рекомендаций для такой работы. Кафедра математики работает над созданием соответствующего методического обеспечения.

1. Бабенко К.Б. Педагогические основы научной организации самостоятельной работы студентов младших курсов педагогических институтов. Дисс. канд. пед. наук. Одесса, 1982 – 173 с.
2. Журавська Л. Концептуальні умови управління самостійною роботою студентів // Освіта і управління. – 1999. – №2. – С.110-115.
3. Казаков В.А. Самостоятельная работа студентов и ее информационно-методическое обеспечение. К.: Вища школа, 1990.
4. Гарунов М.Г. Развитие самостоятельности и творчества студентов в условиях перестройки высшей школы //Самостоятельная работа студентов. Поиск, проблемы, решения. Изд-во Ростовского ун-та, 1991.

**Резюме**. Розглядаються форми та методи  організації самостійної роботи студентів при вивченні математичних дисциплін в торгово-економічних ВНЗ.

**Summary**. This article deals with the forms and methods of the organization of independent work in the process of teaching mathematics.

# УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ С ПОЗИЦИИ ЛИЧНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ПОДХОДА К ОБУЧЕНИЮ

*И.А.Лебедева, преподаватель*
*Донецкий государственный университет*

В учреждениях системы последипломного образования педагогических кадров образовательные услуги оказываются взрослым людям, обладающим определенным жизненным и профессиональным опытом. Демократизация общества, происходящая в современных условиях, вполне закономерно определила гуманизацию в качестве стратегии всей образовательной политики. Одним из направлений гуманизации последипломного образования является личностно-ориентированное образование, что убедительно доказывает Н.Г.Протасова [10, с.77]. Мы пришли к аналогичному выводу на основе результатов констатирующего эксперимента [4].

Данная проблема стала особенно актуальна в наши дни. Реформирование системы образования, пропагандирование концепции личностно-развивающего обучения в современной школе предъявляет ряд достаточно жестких требований к учителю, включающих в себя и высокий уровень профессионализма, и систематическое самообразование, самосовершенствование, и педагогическое творчество, в самом широком смысле этого слова. Предполагается также, что педагог должен в совершенстве владеть технологиями духовного влияния на учащихся.

Все вышеперечисленное требует от учителя колоссального напряжения; в определенной степени, ломки устоявшихся представлений о содержании своей профессиональной деятельности, а при нынешнем незавидном социальном статусе педагога – в известной мере, подвижничества.

Новой школе, школе будущего нужен и новый учитель. Однако, учительству, в целом, не по силам мгновенно перестроиться, стать тоньше, гуманнее, умнее. Многие продолжают работать по-старинке, зачастую подменяя процесс преподавания неким формальным урокодательством.

Причин, объясняющих данное явление, достаточно много. Среди них не последнее место занимает социальная незащищенность современного учителя. Не следует сбрасывать со счетов и тот факт, что профессия педагога давно уже превратилась в исконно «женскую». Работающая же женщина, особенно семейная, подсознательно противится успехам в профессиональной деятельности; зачастую сама саботирует собственные достижения, руководствуясь прежде всего чувством вины перед семьей [2].

Решающим фактором является и недостаточная психологическая готовность педагогов к реализации личностно-ориентированного обучения [1].

Не подлежит сомнению, что все реформы, все теоретические изыскания обретут воплощение в реальной педагогической практике, только преломляясь в личности учителя.

Современная наука рассматривает педагогический процесс как взаимодействие двух зависимых друг от друга субъектов: учителя и ученика, то есть в центре внимания – постоянно развивающаяся  система «учитель – ученик». Необходимо оговорить синхронность данного процесса развития. Мы вправе говорить о реализации личностно-развивающего подхода в обучении только в том случае, как утверждает Л.М.Митина, когда «Учитель не только создает оптимальные условия для развития позитивных потенций каждого ученика, но и сам активно, страстно увлечен процессом познания жизни, человека, природы, и способен ученика зажечь своей страстью» [7, с.8].

Иными словами, чтобы воспитать личность, учитель сам должен быть личностью, в самом высоком понимании. В таком контексте личность педагога вообще, и учителя математики, в частности, заслуживает особого внимания.

Необходимо заметить, что говоря о личностно-ориентированном последипломном образовании учителей математики, мы имеем в виду, в первую очередь, обогащение и развитие качеств личности, способствующих профессиональному росту, а также оказание помощи в устранении профессиональных деформаций.

На наш взгляд, задача всех образовательных услуг, предоставляемых системой последипломного образования (курсы повышения квалификации, семинары, пропагандирование передового педагогического опыта и т.д.) заключается не только в том, чтобы снабдить учителей математики, к примеру, некоторым запасом определенных знаний по вопросам дидактики, методики преподавания математики, психологии и др., а, скорее, в том, чтобы через это, в какой-то мере, управлять условиями, средствами, движущими причинами и механизмами развития личности учителя.

Вовлечение человека в профессиональную деятельность, становление его как специалиста, накладывает на личность определенный отпечаток, способствует формированию и развитию качеств, присущих, в значительной степени, всем представителям данной профессии. Некоторые особенности выражаются явно. Так, Е.Н.Рогов приводит примеры следующих внешних проявлений, характеризующих педагогов: упрощенное восприятие проблем; тяготение даже и во внеслужебных отношениях к авторитарности, властности, категоричности; дидактическая, поучающая манера речи; центрированность речи на себе; излишняя самоуверенность; догматичность взглядов; завышенная самооценка [12, С.144; 158; 162].

Однако, более важными являются внутренние изменения, происходящие с личностью, профессионально занимающейся педагогической деятельностью.

Понятие «личность педагога» в психолого-педагогической литературе разными авторами трактуется неоднозначно, ведь «педагог» – это и профессия, и вид деятельности, и социальная роль и т.д. В зависимости от угла рассмотрения данного понятия, авторы предлагают собственные концепции модели личности учителя. Единого подхода в этом вопросе пока не существует.

На наш взгляд, наиболее широко данное понятие освещено в работах Л.М.Митиной [7].

Автором предложена структурно-иерархическая модель личности учителя (в трех уровнях).

Первый (низший) уровень составляют частные свойства личности, напрямую зависящие от индивидуальных свойств субъекта, наследственных задатков. Комбинации данных элементарных свойств формируют профессионально-значимые качества, располагающиеся на втором (центральном) уровне модели: педагогическую направленность, педагогическое целеполагание, педагогическое мышление, педагогическую рефлексию и педагогический такт. На третьем (высшем) уровне – педагогические способности: проектировочно-гностические и рефлексивно-репцептивные. Все составляющие системы связаны друг с другом и по горизонтали, и по вертикали. Основополагающим качеством автором определена педагогическая направленность, т.е. направленность на ребенка.

Следует заметить, что профессия учителя давно уже отнесена к разряду массовых. Вследствие чего было бы неверным говорить о заранее (до начала профессиональной деятельности) сформировавшихся педагогических способностях. Именно деятельность и ее цели определяют особенности личности. Если требования профессиональной деятельности совпадают с индивидуальной предрасположенностью субъекта, то педагогические способности могут достигать высокого уровня. И наоборот, если компоненты структуры личности вступают в противоречие с требованиями деятельности, то уровень педагогических способностей снижается [12, с.21-30].

Предложенная Л.М.Митиной модель личности учителя, как нельзя лучше, учитывает именно роль деятельности в формировании личностных особенностей.

Нам импонирует данное описание личности педагога, однако рассуждая о личности учителя математики, в первую очередь, необходимо учитывать предметную направленность.

Е.И.Роговым приведены экспериментальные данные значимости качеств учителя для успешного выполнения профессиональной деятельности. Эти данные получены в результате работы с учителями, проходившими курсовую подготовку в системе повышения квалификации [12, с.164]. Автор приводит рейтинг значимости отдельных качеств личности для учителей, объединенных несколько условно в три различные группы: математики, физики, биологи. Рейтинг, определенный представителями разных групп, в достаточной мере, различен.

К примеру, из 15 рассматриваемых качеств, «математики» в первую пятерку включают высокий интеллект, общую культуру, высокую нравственность, профкомпетентность, организованность (свойства указаны в порядке снижения рейтинга). По мнению «филологов», первые пять качеств – это высокий интеллект, профкомпетентность, общая культура, организованность, наблюдательность.

Вполне естественно, что человек, составивший мнение о наиболее важных для успешного осуществления профессиональной деятельности качествах, будет культивировать их в себе.

Подобный эксперимент проводила и Л.М.Митина, выделив при этом 55 наиболее важных личностных свойств учителя, которые характеризуют представленные на среднем уровне модели профессионально-значимые качества [7, с.21].

Следует заметить, что полученные экспериментальным путем и данные Л.М.Митиной, и данные Е.И.Рогова во многом совпадают с моделью идеального педагога, предложенной в статье И.Подласого и С.Трипольской [9]. Учителя считают наиболее важными для себя именно те качества, совокупность которых присуща идеальному педагогу. Человеку свойственно стремиться к идеалу.

Учитель математики, получивший специальное образование, обладает так называемым математическим складом ума, то есть математическими способностями той или иной степени выраженности, которые, в свою очередь, предполагают развитый числовой (формально-символический), пространственный и вербальный интеллект [3, с.264]. Кроме того, как утверждают психологи, уровень математических способностей выше у мужчин, чем у женщин. У женщин с мужскими чертами характера математические способности выражены ярче, чем у типичных представительниц женского пола [3, с.124-125].

По-видимому, так можно объяснить и тот факт, что ученики-победители математических олимпиад гораздо чаще являются воспитанниками учителей-мужчин. Сюда же можно отнести такие сферы профессиональной деятельности учителей математики, как преподавание в физико-математических школах, классах с углубленным изучением математики, ведение математических спецкурсов и факультативов – повсюду, как правило, тон задают учителя-мужчины.

Данное свойство необходимо, на наш взгляд, учитывать при изучении личности учителя математики, относя его к первому уровню модели. На этом же уровне нам представляется разумным рассмотрение такого фактора, как взаимосвязь темперамента с особенностями познавательной деятельности индивида [13].

Человеческая личность – образование, в высшей степени, пластичное и динамичное, претерпевающее изменения на протяжении всей жизни субъекта. Основной способ бытия личности – развитие, в том числе и в профессиональной деятельности. Неизменность и косность личности в профессии указывают или на профессиональную непригодность, или на профессиональную деформацию [12, с.61].

Рассуждая о личности учителя математики, особенно в свете требований, предъявляемых современной действительностью, мы вправе говорить о гармоничном развитии, предполагающем сбалансированность мотивов, потребностей, ценностей, самооценки, образов «Я-реального» и «Я-идеального» и др. [15, с.31].

Механизмами развития личности служат противоречия, причем ведущая роль отведена противоречиям внутриличностным. Внешние условия – всего лишь причина изменений. Обострение противоречий вызывает внутренние конфликты, кризисные ситуации. Одной из причин внутриличностных противоречий является диссонанс между самооценкой и ожидаемой оценкой окружающих, то есть между «Я-действующим» и «Я-отраженным» [6].

Если личность адекватно осознает возникшее противоречие и испытывает потребность в самоактуализации, то мы вправе говорить о развитии. В иных же случаях данное противоречие может не только затормозить развитие, но и вызвать профессиональную деформацию.

Вопрос о возникновении профессиональных деформаций учителей математики и их устранении пока еще не решен ни в теории, ни на практике.

Среди профессиональных деформаций личности педагогов выделяют общепедагогические, типологические, предметные и индивидуальные [12, с.161-162].

Общепедагогические деформации характеризуют личностные изменения, присущие, в некоторой степени, всем лицам, профессионально занимающимся педагогической деятельностью. Типологические изменения личности, по мнению Е.И.Рогова, обусловлены «слиянием личностных особенностей с соответствующими структурами функционального строения педагогической деятельности в целостные поведенческие комплексы» [12, с.162]. Определенный отпечаток на личность учителя накладывает специфика преподаваемого предмета, что способствует возникновению предметной деформации. Индивидуальные деформации, в первую очередь, обуславливаются направленностью личности учителя и зависят не только от процесса педагогической деятельности.

Одним из важнейших факторов, вызывающих профессиональную деформацию, считают напряженность труда учителя. Л.М.Митина приводит следующие данные. У 30 % учителей со стажем работы в школе 15-20 лет уровень социальной адаптации ниже, чем у больных неврозами [8]. Вследствие чего ею предлагается рассматривать фрустрационную толерантность (стрессоустойчивость) как профессионально-значимое качество педагога.

Стрессоустойчивость учителей находится в прямой зависимости от уровня их педагогического мастерства: у педагогов-мастеров она способствует профессиональному росту, самореализации, в то время как механизмы стрессоустойчивости педагогов с более низким уровнем педагогического мастерства тормозят и становление их как профессионалов, и личностное развитие [11].

У лиц, занимающихся педагогической деятельностью продолжительное время, вероятность возникновения профессиональных деформаций гораздо выше (имеются в виду общепедагогические, типологические и предметные, так как механизм возникновения индивидуальных деформаций сложнее, зависит от большего числа факторов, напрямую, быть может, и не связанных с профессиональной деятельностью).

Из полученных нами экспериментально данных следует, что 90 % учителей математики высшей категории (стаж работы: 20-25 лет) полностью удовлетворены результатами своей деятельности, ничего не хотят менять и к прохождению курсов повышения квалификации относятся как к тягостной обязанности, не видя в них никакого смысла [4]. Что это, как не проявление профессиональной деформации: и общепедагогической, и типологической, и предметной ?

Рост самооценки, присущий учителям, также может принимать парадоксальные, вычурные формы.

«Застревание» на определенной ступени профессионального развития, сужения сферы деятельности, наличие единственной цели – все это ведет к дисгармоничности личности учителя математики, а, следовательно, к деформации.

Проиллюстрируем этот факт примером из опыта нашей работы на курсах повышения квалификации учителей математики.

Входное диагностирование слушателей курсов включает в себя контрольную работу. Предлагаемая работа составлялась из заданий продвинутого уровня, входящих в сборник экзаменационных заданий на аттестат о среднем образовании [16]. Более 40 % учителей не могли справиться с контрольной работой, объясняя это тем, что они работают только в классах основной школы, и подобные знания и умения им не нужны. Таким образом, налицо и сужение целей деятельности, и либо деформация личности, либо ее предвестники.

Все вышеизложенное указывает на необходимость учета данных факторов при организации личностно-ориентированного последипломного образования учителей математики.


1. Бочелюк В.Й. Психологічна готовність вчителя до особистісно-орієнтованого навчання: Автореф. дис. канд. псих. наук.: 19.00.07/ НПУ ім.М.П.Драгоманова / К., 1998. – 17 с.
2. Гаврилица О.А. Чувство вины у работающей женщины // Вопросы психологии.— 1998. – № 4. – С.65-70.
3. Дружинин В.Н. Психология общих способностей. – СПб.: Питер Ком, 1999. – 368 с.
4. Лебедєва І.А., Швець В.О. Особистісно-орієнтована післядипломна освіта вчителів математики: постановка проблеми // Евристика та дидактика точних наук: Міжнародний зб. наук. робіт. Вип.10. – Донецьк, ТЕАН, 1999. – 80 с.
5. Миронова М.Н. Попытка целостного подхода к построению модели личности учителя // Вопросы психологии. – 1998. – № 1. – С.44-53.
6. Митина Л.М., Кузьменкова О.В. Психологические особенности внутриличностных противоречий учителя // Вопросы психологии. – 1998. – №3. – С.3-16.
7. Митина Л.М. Учитель как личность и профессионал (психологические проблемы). – М.: «Дело», 1994. – 216 с.
8. Митина Л.М. Профессиональное здоровье учителя: стратегия, концепция, технология // Народное образование. – 1998. – № 9-10. – С.166-170.
9. Підласий І., Трипольська С. Формування професійного потенціалу як мета підготовки вчителя // Рідна школа. – 1998. – № 1. – С.3-8.
10. Протасова Н.Г. Гуманізація післядипломної освіти педагогів.— К., 1998.— 156 с.
11. Реан А.А., Баранов А.А. Факторы стрессоустойчивости учителей // Вопросы психологии.— 1997. – № 1. – С.45-54.
12. Рогов Е.Н. Личность в педагогической деятельности. – Ростов н/Д: Изд-во Рост. пед. ун-та, 1994. – 240 с.
13. Трофимова И.Н. Взаимосвязь характеристик темперамента с некоторыми особенностями познавательной деятельности человека // Вопросы психологии. – 1997. – № 1. – С.74-82.
14. Фонарев А.Р. Формы становления личности в процессе ее профессионализации // Вопросы психологии. – 1997. – № 2. – С.88-93.

15. Шевандрин Н.И. Психодиагностика, коррекция и развитие личности. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 1998. – 512 с.
16. Литвиненко Г.М., Федченко Л.Я., Швець В.О. Збірник завдань для екзамену з математики на атестат про середню освіту. Частина І. Алгебра та початки аналізу. Частина ІІ. Геометрія. Львів, ВНТЛ, 1998.

**Резюме.** У статті розглянуті питання, пов'язані з особливостями особистості вчителя математики та врахуванням їх при організації особистісно-орієнтованої післядипломної освіти.

**Summary.** There are considered aspects of the problem of the organization of the post-graduate education of the orientation towards to personality of the teachers of mathematics as qualities of the personality of the teacher of mathematics in this article.

## ДЕЯКІ ПОГЛЯДИ НА ШЛЯХИ ПЕРЕБУДОВИ СИСТЕМИ ПІДВИЩЕННЯ КВАЛІФІКАЦІЇ ВЧИТЕЛІВ

*О.Е.Валльє, ст.викладач, В.Г.Страхов, канд.біол.наук, доцент,*
*Одеський інститут удосконалення вчителів*
*О.П.Свєтной, канд.фіз.-мат.наук, доцент,*
*Південноукраїнський державний педагогічний університет*
*ім. К.Д. Ушинського (м. Одеса)*

Сьогодні провідною ідеєю відродження національної школи України є гуманізація та демократизація навчально-виховного процесу, основою яких є диференціація навчання. Тільки в тому випадку, коли вчитель має інформацію про те, чому і для чого навчати, він може і повинен розв'язати питання про вибір адекватних методів навчання. Таким чином і на курсах підвищення кваліфікації йдеться про перехід до нових підходів до навчання. Разом з тим, сьогодні вчителі шкіл багато в чому все ж таки є послідовниками традиційного методу навчання – пояснювально – ілюстративного.

Між тим, залишаючись в межах традиційних методів навчання учнів, тобто однакового підходу до навчання всіх учнів не можна розв'язати поставленої вище задачі – диференціації навчання. Тут виникає проблема, пов'язана з переорієнтацією педагогічного мислення вчителя, з диференційованим підходом до навчання вчителів на курсах підвищення кваліфікації. Випускник вузу, який отримав диплом, стає вчителем тільки після деякого часу, в результаті становлення психолого-педагогічного комплексу всіх співвідношень системи «вчитель – учень». Даний комплекс є базовою компонентою моделі компетентності вчителя, або, у дещо спрощеному вигляді, професіограми, та визначає всю багатогранність контактів вчителя з учнем. Кожен з вчителів-практиків є індивідуальністю, що чітко випливає з однозначності структурно-функціональних особливостей психіки, психологічних характеристик кожної людини. Тому, в ідеальному варіанті учбовий процес на курсах підвищення кваліфікації вчителів повинен бути диференційованим.

Диференціація навчання; диференційоване навчання; диференційований підхід до навчання, тощо. Термінів предостатньо, а чи однозначна їх сутність, чи розкриті всі пласти даної проблеми. Поділ цілого...? Щодо учбового процесу це все має місце ще на початку навчання в структурному та функціональному аспектах. Якщо в цьому контексті розглянути не учбовий процес в цілому, а лише його бажаний підсумок – отримання вчителем визначеного, заданого обсягу професійних знань, умінь, навичок, то з точки зору дидактики одним з напрямків диференційованого підходу є вибір комплексу методів, прийомів навчання для групи вчителів (селективне навчання, селективна диференціація), або для кожного вчителя індивідуально (індивідуальний підхід). Останнє є граничним випадком диференціації.

Вибір методів та прийомів навчання може бути проведений і проводиться на основі та з урахуванням декількох критеріїв. Перший критерій (його можна назвати традиційним) ураховує обсяг знань. Тут критерієм чи основою диференціації є оцінка, що вносить у даний підхід помітні елементи суб'єктивності.

Градація вчителів на групи за даним критерієм була і є в значній мірі спрощеною, говорячи образно – «вульгаризованою». Більш чітким, коректним підходом до створення моделі диференційованого навчання на курсах, може бути такий, при якому, на фоні тих чи інших показників знань, будуть враховані характерні особливості процесу педагогічного мислення вчителя, інакше говорячи – його здібності оперувати новою інформацією, здібності до самостійного навчання. Як відомо, існує за кваліфікацією чотири рівні фахівців: спеціалісти, вчителі другої, першої та вищої категорій. Актуальним у концепції диференційованого підходу до підвищення кваліфікації вчителів є питання діагностики рівня професійної підготовки вчителя згідно з моделлю його компетентності.

Вихідною позицією загального підходу до диференційного підвищення кваліфікації є по-перше, модель компетентності вчителя, а по-друге модель навчання вчителів під час підвищення кваліфікації на курсах.

Цілком природним є твердження, що процес навчання обумовлений та випливає з загального ходу процесу пізнання та його закономірностей. Оскільки основними етапами пізнавальної діяльності є сприймання, осмислення, закріплення та застосування, адекватною є модель навчання, яка складається з трьох компонентів: мотиваційного, операційно-пізнавального та контрольно-оцінюючого. Зауважимо, що модель зберігається при вивченні будь-якого обсягу учбового матеріалу. Згідно такої моделі для визначення справжнього рівня професіоналізму вчителя, проводиться вхідне діагностування, тестування (серія тестів) на вибірках респондентів, що з більшою або меншою адекватністю дозволить виявити у кожній виборці групи вчителів з однаковим або близьким характером професійних знань та педагогічного мислення. З урахуванням того, що вміння розв’язувати задачі, керувати учбовим процесом є одним з основних показників професіоналізму, для більш глибокої диференціації навчання доцільно включити в тести основні типи задач шкільного курсу, питання щодо вміння керувати учбовим процесом, спілкуватися з учнями, та за результатами сформувати умовно-відокремлені групи вчителів.

Напрямки подальшої роботи з такими групами або окремими вчителями, форми, методи, підходи, повинні визначатись з детального аналізу всіх отриманих даних (результатів) проведених тестувань, діагностувань. Одним з підходів до формування реального диференційованого навчання є помітно більший демократизм учбового процесу підвищення кваліфікації, який виявляється у значно більшому обсязі самостійної роботи, оскільки саме самостійна робота є одним з основних факторів ефективного підходу, найбільш чітко пристосованому сьогодні для здійснення диференційованих, індивідуальних підходів до перепідготовки вчителя. Тому виникає необхідність у виконанні вчителем докурсової роботи з елементами дослідницької діяльності.

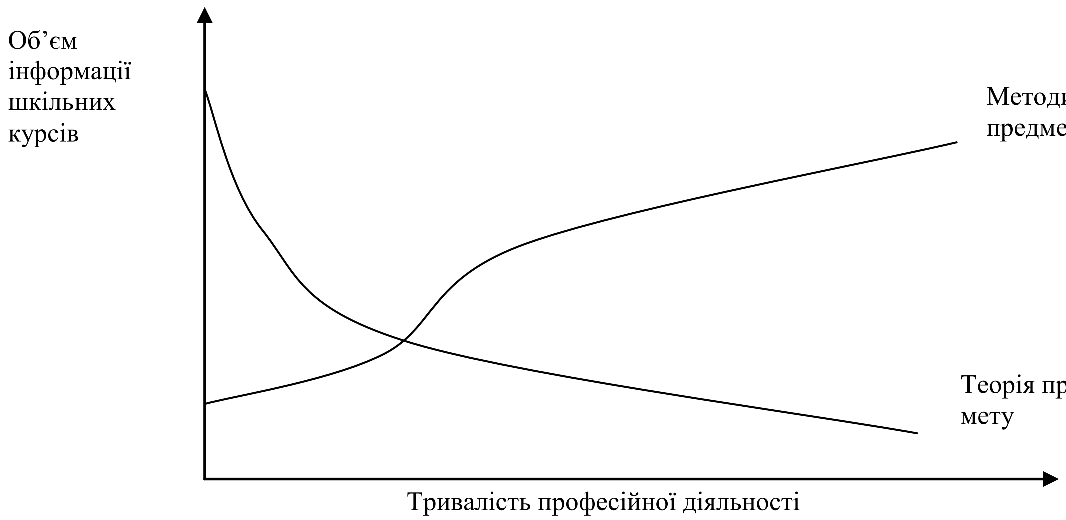
У процесі навчання необхідно нейтралізувати ті професійні установки слухачів, які є негативними по відношенню до нових установок. Тут в першу чергу йдеться про нові позиції, точку зору, нові способи викладання, тобто нові аспекти професійної діяльності слухачів. Важливо досягти сприйняття слухачами нового в системі власних ціннісних орієнтацій. Тобто, на основі прийнятої моделі професіограми найбільш чітко можливо реалізувати диференційовані підходи до відповідних рекомендацій встановлення або підтвердження кваліфікації вчителя за фахом. Тому і програма та учбові плани навчання вчителів різної категорії повинні бути різнорівневими. Програма мусить вміщувати найбільш важливі питання теоретичної та методичної підготовки вчителя за фахом. Основне призначення цього розділу – ознайомити вчителів з сучасними новими тенденціями та технологіями навчання учнів, всіляко сприяти розвитку творчого підходу до вирішення проблем викладання предмету та самоосвіти вчителя. Така програма може надати вчителю можливість підвищити або підтвердити свою категорію, дати кваліфіковані відповіді на підсумкових заняттях.

Кінцева оцінка результатів перепідготовки вчителів залежить від кількох компонентів: аналізу тестування на схильності вчителя до самостійної творчої роботи, яка може забезпечити виконання ним науково обґрунтованої методики підготовки учнів. Тому і підсумкова частина перепідготовки має бути для вчителя варіативною: складання іспиту в будь-якій формі, співбесіда з найбільш кваліфікованими викладачами кафедр ІУВ, змістовний виступ на конференції з обміну досвідом роботи з теоретичними та практичними пропозиціями, розробка методичних рекомендацій. Це не може не стимулювати самостійну роботу вчителя, його творчий пошук, а тому і рівень підготовки його учнів.

Завершуючи наше бачення підвищення ефективності процесу підвищення кваліфікації вчителів, хочемо обміркувати можливості підходу до більш радикальної його перебудови.

Спочатку акцентуємо увагу на тому, що в ідеальному варіанті при підвищенні кваліфікації вчителів повинен бути індивідуальний підхід. Звичайно такий підхід доцільний також при навчанні школярів, студентів. Однак, як ми вказали вище, повна, коректна оцінка індивідуальних особливостей мислення навчаємого виключно складна, якщо можлива взагалі. Зважаючи, що в одному випадку переважує процес сприймання знань, умінь і навичок, тобто процес засвоєння учбової інформації, то припустимим та достатньо ефективним може бути диференційований підхід до навчання з розподілом на відповідні групи.

Вчителя, як відомо, в системі учбового процесу є об'єктом, що передає, транслює знання учням. В цьому аспекті, на перший план виходить комплекс психолого-педагогічних характеристик, які забезпечують ефективність даного процесу. Оскільки такий комплекс формується на основі особистості з всією багатогранністю її функціональної структури (відчуття, сприймання, почуття, мислення і т.п.), то він є принципово індивідуальним для кожної особистості, для кожного вчителя. Далі, вважаємо, з відомим наближенням, що на протязі діяльності вчителя масиви його знань, вмінь і навичок, тобто теорії та методики предмету в значному числі випадків змінюються так:




При цьому вид відповідних кривих різний, як для окремих особистостей так і для даної конкретної особистості з окремих розділів тем предмету. Ці фактори повністю визначають необхідність не тільки диференціації, але індивідуалізації учбового процесу під час підвищення кваліфікації вчителів. З урахуванням сказаного, основою, стержнем учбового процесу підвищення кваліфікації вчителів, повинна бути концепція безперервної педагогічної освіти, яка починається з першого дня навчання у вузі та продовжується на протязі всієї професійної діяльності під контролем і на основі відповідних учбових структур (інститутів удосконалення вчителів, інститутів післядипломної освіти тощо). Не розглядаючи технології даного процесу докладно, покажемо лише деякі з вузлових моментів пропонованого підходу.

По-перше, наявність чіткої системи постійних, професійних контактів студентів педвузів, університетів з вчителями-практиками, що можливо в процесі проведення «Ярмарок педагогічних ідей», конкурсів «Вчитель року», конференцій, круглих столів і т.п.

По-друге, на основі та з урахуванням результатів педагогічних практик студентів, за допомогою проведення різносторонніх психолого-педагогічних тестувань, докладного багатоаспектного аналізу безпосередньої викладацької діяльності практиканта, з урахуванням обсягу та якості знань створити своєрідний «паспорт спеціаліста», інакше говорячи – професіограму. Остання повинна служити базою для подальшого підвищення кваліфікації в системі відповідних закладів освіти (ІУУ, ІПК, ФПК і т.д.). Ця професіограма повинна включати не тільки кількісну та якісну характеристику процесів мислення, але й оцінку акторської та режисерської майстерності володіння педагогічною технікою, комунікативних здібностей та ін.

По-третє, з перших днів професійної діяльності, вчитель повинен бути відомим, «взятим на облік» у райметодкабінеті та інституті удосконалення, на основі та під керівництвом яких він повинен удосконалювати свою педагогічну майстерність (кваліфікацію). Тут основою процесу може бути модель компетентності, а також система індивідуальних завдань для міжкурсової та курсової підготовки, система контролюючих, навчаючих, корегуючих тестів та постійний творчий обернений зв'язок між вчителем – методичним кабінетом району – інститутом. Фіксацією всіх етапів, які відображають динаміку комплексу показників психолого-педагогічних характеристик вчителя, доцільно проводити на основі вихідної моделі компетентності (професіограми). Такий, або близький до такого підхід до диференціації, індивідуалізації процесу підвищення кваліфікації вчителя є, на наш погляд, ефективним та доцільним для втілення у практику.

**Резюме.** В работе рассмотрен общий подход к дифференциации обучения на курсах повышения квалификации учителей естественно-математических дисциплин, показаны возможности более радикальной перестройки процесса обучения учителей, обсуждена роль непрерывного педагогического образования в учебном процессе повышения квалификации учителей.

**Summary.** The work touches upon the general attitude to mixed ability groups in in-service natural-science and mathematics teacher training. The poccibilities of more radical changes in the process of teacher training is shown, the role of continuous pedagogical education in the system of in-service teacher training is discussed.

# ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ГЕТЕРОГЕННЫХ КЛАССАХ

*О.С.Чашечникова, канд. пед. наук, доцент,*
*Сумский государственный педагогический институт им. А.С.Макаренко*

Большинство учителей математики работают в «обычных» гетерогенных классах, в которых обучаются учащиеся с разным уровнем знаний и умений. Но даже специализированные математические классы, в которые проводится определенный отбор, нельзя назвать абсолютно гомогенными за счет индивидуально-психологических отличий детей и объективных причин. Поэтому проблема уровневой дифференциации актуальна и для этих классов.

Основная деятельность учащихся на уроке – выполнение упражнений, поэтому дифференциацию можно осуществлять за счет создания систем упражнений с четко определенными дидактическими и развивающими целями, а не использования обычного «набора» заданий [5].

**ДИДАКТИЧЕСКИЕ**

**ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ** **СИСТЕМА УПРАЖНЕНИЙ**

**РАЗВИВАЮЩИЕ**

На современном этапе нельзя недооценивать также роли самообразования в жизни современного человека, в связи с этим системы упражнений должны включать в себя упражнения, направленные на формирование у учащихся способности работать самостоятельно, способности решать проблемные задания [4].

Проблемное задание – задание, вызывающее познавательную потребность в новых знаниях, которые служат для правильного выполнения действий, приводят к осуществлению цели (А.М.Матюшкин). Уровень проблемности определяется как степенью несоответствия имеющихся знаний и умений личности тем, которые необходимы для решения задачи (В.И.Андреев), так и отношением количества нешаблонных шагов, необходимых для решения задачи, к общему количеству шагов решения (В.И.Загвяздинский).

Мы предлагаем учащимся задания, выполняя которые они не просто учатся проделывать определенные операции, но и вооружаются разнообразными методами решения, умением применять их в измененных и новых ситуациях и, при необходимости, – комбинировать.

Например, решая неравенство $x^3 + x + 2 > 0$, учащийся может сначала найти единственный действительный корень соответствующего уравнения (воспользовавшись теоремой Безу и ее следствиями или, разложив трехчлен на множители, пользуясь методом «слагаемого-невидимки»), а затем выяснить, что знак зависит только от знака значения выражения $x + 1$, что значительно упрощает решение.

Но моделирование задания с помощью графиков позволяет решить неравенство даже тем учащимся, которые не знакомы с вышеперечисленными способами. Для этого целесообразно сначала записать неравенство в виде $x^3 > -x - 2$. На следующем этапе перекодируем информацию: $f(x) = x^3$, $g(x) = -x - 2$. Неравенство примет вид: $f(x) > g(x)$.

Важно обратить внимание учащихся на то, что последняя запись означает: значение функции $y = f(x)$ от конкретного аргумента больше значения функции $y = g(x)$ от того же аргумента. Следовательно, для таких значений $x$ график функции $y = f(x)$ располагается выше графика функции $y = g(x)$ на координатной плоскости (устанавливается соответствие «значение функции больше – график функции располагается выше»).

Построив схематически графики данных функций, учащийся видит, что они имеют только одну общую точку, следовательно уравнение $x^3 = -x - 2$ имеет единственный действительный корень. К этому же выводу можно прийти и аналитически: функция $y = x^3$ монотонно возрастающая, функция $y = -x - 2$ – монотонно убывающая на множестве действительных чисел.

Вывод: можно попытаться подобрать корень уравнения. В данном случае $x = -1$.

С помощью графика делается второй вывод: справа от прямой $x = -1$ график функции $f(x) = x^3$ располагается выше графика функции $g(x) = -x - 2$ $\rightarrow$ $f(x) > g(x)$ для $x > -1$ $\rightarrow$ $x^3 > -x - 2$ $\rightarrow$ $x^3 + x + 2 > 0$ для $x > -1$.

Полезно также предложить учащимся трансформировать неравенство иначе: $x^3 + 2 > -x$, $x > -x^3 - 2$, $x^3 + x > -2$.

Решая подобные задания, учащиеся учатся использовать нетрадиционные подходы, которые впоследствии могут облегчить выполнение как аналогичных, так и новых заданий.

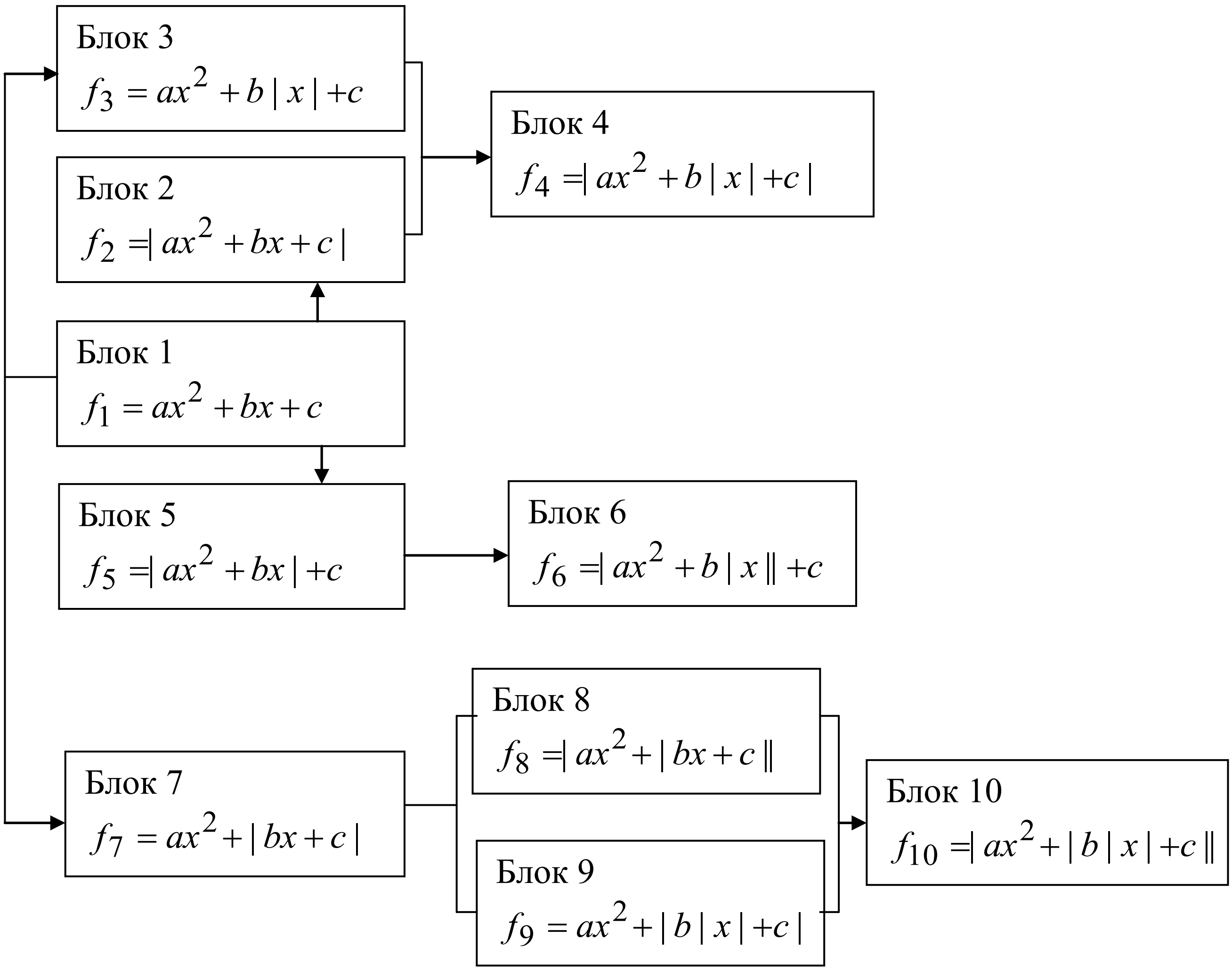
Например, не вызовет уже затруднений решение неравенства $\left(\frac{1}{2}\right)^x > x + 1$.

Умения использовать свойства функций, мысленно представлять расположение их графиков развиваются при выполнении устных упражнений по решению таких уравнений: $3^x = -\sin x - 1$, $5^x = -\frac{1}{|x|}$, $|\sin x| = -|\cos x|$.

Решая первое из вышеперечисленных уравнений, достаточно установить, что область значений функции $y = 3^x$ $(0; +\infty)$, а множество значений функции $y = -\sin x - 1$ $[-2; 0]$, т.е. пересечений нет. Аналогично выполняется решение и второго уравнения. Решая же третье уравнение, легко увидеть, что области значений функций $y = |\sin x|$ и $y = -|\cos x|$ $[0; 1]$ и $[-1; 0]$ соответственно, пересечения множеств значения есть, но функции обращаются в 0 не одновременно: $|\sin x| = 0$ для $x = \pi n$, $-|\cos x| = 0$ для $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$. Уравнение корней не имеет.

Нами в практике работы также используются системы вариативных упражнений по определенным темам, разбитые на взаимосвязанные блоки, включающиеся в себя упражнения разной степени сложности. Рассмотрим на примере фрагмента системы по теме «Функция $y = ax^2 + bx + c$».

Схема 1.




БЛОК 1. Отвечает уровню обязательных результатов обучения. При выполнении упражнений блока важно отработать у учащихся умения строить график функций $y = ax^2 + bx + c$, изображать эскиз графика в зависимости от значений а и дискриминанта соответствующего уравнения, сопоставлять графики квадратичных функций с задающими их формулами.

БЛОК 2. Учащемуся достаточно заменить, что данная функция принимает только неотрицательные значения. Вывод: часть графика, расположенная выше оси ОХ остается неприкосновенной, часть графика, расположенная ниже оси ОХ, зеркально отображается относительно этой оси.

БЛОК 3. Функция является четной, поэтому часть графика $y = y_1(x)$ расположенная правее оси ОУ остается неприкосновенной, а затем зеркально отображается относительно этой оси.

БЛОК 4. Выполняя упражнения этого блока, учащиеся должны увидеть, какой из двух путей более рациональный, эффективный, менее трудоемкий для данных конкретных значений *a, b, c:*

1) $y = f(x) \to y_1(x) = f(|x|) \to y_2(x) = |f(|x|)|$;

2) $y = f(x) \to y_1(x) = |f(x)| \to y_2(x) = |f(|x|)|$.

БЛОК 5. Для выполнения упражнений этого блока достаточно увидеть, что $y = |f(x)| + c$, где $f(x) = ax^2 + bx$. Таким образом, алгоритм работы над построением можно представить так: 1) построить график функции $f(x) = ax^2 + bx$; 2) выполнить зеркальное отображение части построенного графика, лежащей ниже оси ОХ; 3) перенос графика на вектор $\vec{c}(0;C)$.

БЛОК 6. Используется знание о том, как влияет свойство четности функции на ее график.

БЛОК 7. Деятельность по выполнению упражнений носит эвристический характер, происходит поиск алгоритма:

1) строится исходный график $y = ax^2 + bx + c$;

2) $|bx + c| = \begin{cases} bx + c, & \text{если } bx \geq -c, \\ -bx - c, & \text{если } bx < -c; \end{cases}$

3) неприкосновенной остается часть графика, для абсцисс точек которой $bx \geq -c$, и выполняется зеркальное отражение ее относительной прямой $x = -\frac{c}{b}$.

Выполнение упражнений блоков 8, 9, 10 происходит на основе выполнения блока 7 и алгоритмов выполнения блоков 2, 3, 4.

Выполняя упражнения этой системы, учащиеся приобретают опыт самостоятельной творческой работы эвристическим методом, учатся оценивать уровень собственных знаний, выбирая задания соответствующей степени сложности.


1. Андреев В.И. Эвристическое программирование учебно-исследовательской деятельности. – М.: Высшая школа, 1981.
2. Загвяздинский В.И. Измерение уровня проблемности в обучении // Объективные характеристики, критерии, оценки и измерения педагогических явлений и процессов. – М., 1973.
3. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. – М.: Педагогика, 1972.
4. Разумовский В.Г. Развитие творческих способностей учащихся. – М.: Просвещение, 1975.
5. Чашечникова О.С. Диференційований підхід до учнів як один з напрямків індивідуалізації. – Суми: ВВП «Мрія-1» ЛТД, 1996.



**Резюме.** Розглядається проблема диференціації навчання в класах з різним рівнем вмінь та навичок учнів, наводиться приклад реалізації її за допомогою створення систем справ, потребуючих евристичного підходу з теми «Квадратична функція».

**Summary.** The article is about the problem of study differentiation in classes with different levels of students knowlages and skills. There is example of its realization though system of exercises on «Square function» with heuristical approach.


## ФОРМИРОВАНИЕ ПРИЕМОВ МЫСЛИТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ КАК НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ВОСПИТАНИЯ ИХ АКТИВНОСТИ И САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ


*Л.И.Малыхина, ассистент,*
*Кировоградский государственный педагогический университет им. Владимира Винниченка*


На современном этапе развития педагогического образования осуществляется переход от субъект-объектной к личностно ориентированной парадигмы образования, которая отрицает манипулятивный подход к ученикам, ориентирует на сотрудничество учителей и учеников как полноправных партнеров.

Традиционное понимание образования в виде овладения школьниками знаниями, навыками умениями, и подготовки их к жизни должно быть переосмыслено. Образование – это прежде всего становление личности с ее неповторимой индивидуальностью, духовностью, творчеством. «Образование возвращается к формуле времен классической древности: non scholae, sed vitae discimus (учимся не для школы, а для жизни)» [1,с.8]. Поэтому важно не то, какую массу фактов сумел запомнить ученик, а насколько развиты его «сила ума», склонности и способности рассуждать, критически мыслить, находить правильное решение, применять знания на практике, переносить известные ему способы действия в новые для него ситуации и открывать новые способы деятельности.

Чтобы изучаемый материал стал предметом умственных и практических действий каждого ученика, у него необходимо сформировать умение воспринимать, перерабатывать, фиксировать новую учебную информацию, самостоятельно управлять процессом ее изучения.

Обрабатывая новую информацию, ученики должны проделать значительную аналитико-синтетическую работу: выделить узловые моменты, сопоставить, связать факты, сделать выводы.

О сформированности таких мыслительных операций, как сравнение, анализ, синтез, абстрагирование, обобщение, у учеников можно судить по их умению выделять существенное, главное.

Поиск существенного в предметах и явлениях – сложная задача. Сущность и явления связаны как общее и единичное, внутреннее и внешнее, как устойчивое и меняющееся.

Рассмотрим задачу о составлении уравнения окружности с центром в точке A(a;b) и радиусом R:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2.$$

Единичная здесь – данная конкретная задача, общее – схема решения задач на составление уравнения геометрического места точек (ГМТ), удовлетворяющих заданным условиям. Внешнее в решении – общее уравнение окружности. Внутреннее – процесс мышления в соответствии со схемой решения задачи. Устойчивое – способ, схема решения. Меняющееся – конкретные заданные множества точек, удовлетворяющие конкретным данным условиям.

Существенное, главное в этой задаче – обобщенная схема решения задач данного вида и само уравнение окружности. По такой же схеме будут позже составлены уравнения прямой, плоскости, сферы и других ГМТ, удовлетворяющих данным в задачах условиям.

Несущественно для решения, какими буквами обозначены координаты центра и где находится центр окружности относительно начала координат. Некоторые учителя считают, что главное в задаче – уравнение окружности, а на уяснение обобщенной схемы решения часто не обращают внимания. Поэтому ученики и заучивают теоремы о выводе уравнений прямой, плоскости, сферы как независимые друг от друга, как не принадлежащие к одному классу задачи.

При поиске существенного надо иметь в виду, что многие существенные свойства предметов, понятий чувственно не воспринимаются, а выявляются только в процессе анализа. Так, свойства прямой и обратной пропорциональности раскрываются только в результате сравнения отношений соответствующих значений переменных и обобщений. Связь величины вписанного в окружность угла с величиной дуги, на которую он упирается, с величиной центрального угла устанавливается путем дедуктивных рассуждений.

Чтобы научить школьников выделять существенное в понятиях, психологи (Е.Н.Кабанова-Меллер, Д.Н.Богоявленский, Н.А.Менчинская и др.) рекомендуют варьировать несущественные свойства при сохранении существенных [2, 3, 4]. Например, варьировать чертежи при введении не только определений, но и теорем, задач. В этом случае школьники осознают и устойчивые существенные свойства, и те, которые не влияют на способ решения задачи, не меняют принадлежности предмета к определенному виду.

Например, решив задачу «Найдите на оси Ох точку, равноудаленную от точек (1;2) и (2;3)», учащиеся называют несущественное в ее условии: конкретные координаты данных точек; на какой оси искать точку. Существенно, что искомая точка лежит на оси и равноудалена от заданных точек. Если подняться на следующую ступень обобщения, то можно сказать, что существенно в задаче то, что искомая точка удовлетворяет двум условиям. Причем для обобщенного способа решения несущественно какие это конкретные условия. Их можно варьировать.

Существенные свойства понятий, по мнению ряда психологов, следует находить с помощью анализа и сопоставления, затем сделать вывод об общем свойстве. Часто в практике обучения на несущественное совсем не обращают внимания, не говорят о нем вообще. Несущественные свойства воспринимаются как фон; их называют, но не стараются обобщить и разъяснить принцип варьирования.

Психологические исследования показывают, что несущественные свойства часто оказывают на учащихся, предоставленных самим себе, большее влияние, чем существенные, что обнаруживается не при объяснении нового материала, а на следующем этапе – применении знаний, когда наблюдается ошибочное отнесение учениками новых фактов к изученным понятиям и правилам. Поэтому психологи рекомендуют с одной стороны, находить существенные свойства, а с другой – отделять несущественные, доводить работу с ними до уровня осознания принципа их варьирования.

Осознание учениками принципа типических вариаций практически означает не что иное, как предупреждение ошибок уже в момент первичного знакомства с новым понятием, и тем более во время самостоятельной работы школьников. Нужно уметь доказывать учащимся несущественность свойств. Так, в тождестве $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ несущественно, в какой форме записан аргумент, но это должен быть один и тот же аргумент для синуса и косинуса.

Для обучения школьников умению выделять главное, существенное в изученном материале, отделять существенное от несущественного, следует добиваться, чтобы они понимали суть терминов «существенное», «главное», «несущественное». Кроме того, школьникам следует знать, что считать главным в определении, теореме, задаче, теории.

Объясняя новый материал, необходимо постоянно разграничивать существенное и несущественное. Рассмотрим примеры. При обучении решению систем неравенств с двумя переменными заменим одно из неравенств (несущественно какое) равенством и построим график соответствующего уравнения в системе координат. Для выбора области, удовлетворяющей данному неравенству, возьмем точку, не лежащую на графике, с несложными координатами (несущественно конкретное значение координат). Подставим координаты данной точки в неравенство. Если неравенство истинно, решением является та часть плоскости, которая содержит данную точку, в противном случае – решением будет другая часть плоскости. Аналогично поступаем с другим неравенством системы. Общее решение находим на пересечении всех областей. Несущественно для решения, какого вида неравенства входят в систему, сколько их, в каком порядке находить решение каждого из них. Таким образом, здесь не только несущественное отделено, противопоставлено существенному, но и до сознания учеников доведен принцип вариации несущественного. Это расширяет их творческие возможности в составлении аналогичных задач данного типа, облегчает перенос способа, схемы, алгоритма решения в новые условия, что повышает уровень самостоятельности учеников.

Важно, чтобы учащиеся осознавали план доказательства теоремы, принцип выполнения дополнительных построений, не ставя их в зависимость от несущественных изменений чертежа. Но учащимся трудно сделать вывод о плане доказательства теоремы. Причина в том, что доказательство теоремы рассматривается по одному чертежу, учащиеся не имеют возможности сделать обобщенный вывод о плане доказательства, поскольку не учитывают варьирующихся свойств, не осознают при каких измененных условиях усвоенный ими план доказательства теоремы может быть применен.

Разграничение существенных и несущественных свойств необходимо также для отделения данного понятия от других, сходных с ним в каком-либо отношении, и служит средством предупреждения возможностей интерференции при изучении сходного материала.

Дидакты рекомендуют разные приемы обучения школьников выделению существенного, главного в изучаемом материале. Один из наиболее важных приемов состоит в том, что учитель так организует обучение, чтобы школьники усвоили важнейшие теоретические положения темы, раздела как можно раньше, на одном-двух типовых примерах, фактах, а затем упражнялись в применении их к конкретному фактическому материалу.

Это не только главный путь развития мышления школьников, но и кратчайший путь ликвидации пробелов в их знаниях. И, наоборот, как справедливо отмечают многие дидакты, задержка учеников на уровне фактов, примеров, многократных механических упражнений, вопреки ожиданию некоторых учителей, так и не ведет к ожидаемым положительным сдвигам в учении, не уменьшает главной причины неуспеваемости – слабого развития мышления школьников.

Такой подход нужно широко использовать при повторении материала из предыдущих классов. Повторяя доказательство формул площади многоугольников, учащиеся под руководством учителя выдвигают идею: фигуру преобразовать к такой фигуре (фигурам), площадь которой мы умеем находить. Тогда вывод всех формул площадей становится упражнениями на применение общей идеи. Повторив способ нахождения скалярного произведения векторов и алгоритм вычисления длины отрезка с помощью векторов, ученики применяют эти теоретические положения к доказательству теорем: косинусов, Пифагора, о средней линии треугольника; к вычислению медианы треугольника по трем сторонам, нахождению числового значения равнодействующей сил; значения суммарной скорости и др.

При повторении основных типов задач и способов их решения за предыдущие годы целесообразно дать учащимся эвристические схемы и алгоритмы их решения. На их основе восстанавливаются утраченные умения и навыки решения задач.

Передовые учителя математики обучению выделения главного, существенного начинают с первых минут урока, ставя перед классом цели урока разъясняя, какими основными знаниями, умениями и навыками следует овладеть на протяжении урока. Особенно полезно вовлечение учеников в процесс формулирования главной задачи урока, выделения его главной мысли. При изучении темы «График функции $y=ax^2+bx+c$» учащиеся, по аналогии с предыдущими уроками, главные задачи урока формулируют так: узнать, какая линия будет графиком этой функции, и научиться строить этот график.

При усвоении алгебраического материала индуктивным путем учащиеся постепенно привыкают к такой логической схеме изучения материала: рассмотрение конкретных примеров, поиска их общего, существенного, формулирование вывода (правила, определения, понятия), рассмотрение частных случаев понятия, применение знаний к решению задач. Опорные точки в этой схеме: выводы, формулировки. Для обеспечения высокого уровня самостоятельности важно научить учащихся самостоятельно двигаться по этой логической схеме. Например, при формировании понятия функции учитель руководит аналитико-синтетической деятельностью учащихся и ориентирует их мышление так, чтобы после всех рассмотренных примеров учащиеся самостоятельно сформулировали определение.

Психологи и дидакты подчеркивают, что умение выделять существенное тесно связано с умениями анализировать и обобщать явления и факты. Эмпирическое обобщение формулируется через процесс сравнения, но такое сравнение еще не гарантирует выделения существенного.

Основой теоретического обобщения является поиск существенного через анализ, синтез и абстракцию. Систематическое применение приемов сравнения, обобщения, анализа и синтеза в их естественной взаимосвязи будет активно способствовать формированию умения выделять существенное в изучаемом материале.

Обучение школьников приемам мыслительной деятельности, несомненно, оказывает им значительную помощь при усвоении знаний, повышает уровень их познавательной активности и самостоятельности.


1. Бим-Бад Б.М., Петровский А.В. Образование в контексте социализации // Педагогика. – 1996. – №1. – С.3-8.
2. Богоявленский Д.Н., Менчинская Н.А. Психология усвоения знаний в школе. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959. – 347 с.
3. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении (Логико-психологические проблемы построения учебных предметов). – М.: Педагогика, 1972. – 423 с.
4. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. – М.: Просвещение, 1968. – 288 с.



**Резюме:** В статті розглянуто деякі шляхи формування в учнів таких розумових операцій, як порівняння, аналіз, синтез, узагальнення. Особлива увага приділяється формуванню в школярів уміння виділяти головне, істотне в матеріалі, що вивчається.

**Summary:** The paper views some ways of the formation of such mental operations as comparison, analysis, synthesis and generalization in pupils. The skill to identify the main idea in the learning material is emphasized.


## РОЛЬ АНАЛОГІЇ ПРИ ФОРМУВАННІ МАТЕМАТИЧНОГО МИСЛЕННЯ


*Г.В.Іщенко, викладач,*
*Чернігівський державний педагогічний університет імені Т.Г.Шевченка.*
*м.Чернігів, вул.Фрунзе 52,кв.91.*


Одним із завдань загальноосвітньої школи є створення необхідних умов для повноцінного духовного та інтелектуального розвитку підростаючого покоління. Саме з цих причин ми звертаємо увагу на розвиток форм мислення в процесі навчання математики, адже математичне мислення є не тільки одним з найважливіших компонентів процесу пізнавальної діяльності учнів, але і таким компонентом без цілеспрямованого розвитку якого неможливо отримати ефективні результати в навчанні.

З точки зору формальної логіки мислення характеризується трьома основними формами: поняттями, судженнями, умовиводами [1]. Одним із найважливіших типів умовиводів є аналогія (гр. analogia – відповідність, схожість, подібність). При умовиводі за аналогією знання, отримані при вивченні якого-небудь об'єкту, переносяться на інший, менш вивчений, менш доступний для дослідження, менш наглядний в якомусь смислі об'єкт. Роль аналогії в навчанні математиці особливо важлива.

Аналогія в процесі математичної творчості може грати деяку роль одного з евристичних методів. Вона може підказувати існування нового, ще невідомого положення, але це положення є спочатку тільки гіпотезою. Виникає завдання: довести або спростувати цю гіпотезу. Аналогія може підказувати спосіб доведення, але потрібно перевірити, чи вірні ці припущення: потрібно виконати доведення. Аналогія може підказати шлях розв'язування задачі, а знаходження цього розв'язку перевіряє припущення. Терміном «аналогічно» широко користуються в школі і при формуванні понять [2], [3]. Вона може допомогти краще усвідомити програмний матеріал і міцніше його запам'ятати. Наприклад, за аналогією з натуральними числами пояснюються правила додавання десяткових дробів, аналогії між тотожностями і числовими рівностями сприяють свідомому засвоєнню тотожних перетворень, методика вивчення другої ознаки рівності трикутників аналогічна методиці вивчення першої ознаки, аналогією можна скористатися при введенні поняття первісної з відомими учням прикладами взаємообернених операцій та ін. Аналогію можна ефективно використовувати і як засіб систематизації [4].

Використання аналогії в математиці, як вже було сказано вище, є однією з основ пошуку розв'язування задач. Часто міркування за аналогією приводять до необхідного результату. Але цим міркуванням треба навчати учнів. Систематична робота, спрямована на навчання школярів способам міркування за аналогією сприяє як більш глибокому засвоєнню знань, так і закріпленню умінь користуватися евристичними методами. Наведемо приклади задач направлених на відпрацювання таких пізнавальних методів, як проведення словесних аналогій і знаходження аналогій між фігурами на матеріалі, що відповідає курсу математики 5 класу.

Практика показала, що при розв'язуванні цих задач створюються сприятливі можливості для проявлення ініціативи і самостійності, розвитку творчого потенціалу навіть у слабких учнів. Задачі запозичені з деякими змінами з журналів « Квантор « та «Математика в школе « .

*Тема «Залежність між результатом і компонентами дій».*

1. Великими літерами виділені слова. Подумайте, яким чином пов'язані перші два з них і вкажіть в списку а) – е) слова, які таким же чином пов'язані з третім та четвертим:

ЗМЕНШУВАНЕ – РІЗНИЦЯ, МНОЖНИК – ?, ДІЛЕНЕ – ?

а) сума, б) від'ємник, в)добуток, г)множення, д)частка, є) дільник, е)ділення.

*Тема «Одиниці вимірювання довжин, площ і об'ємів».*

2. Великими буквами виділені три слова. Подумайте, яким чином пов'язані перші два з них і вкажіть в списку а) – д) четверте слово яке таким же чином пов'язане з третім:

САНТИМЕТР – МІЛІМЕТР, ГЕКТАР – ?

а) кілометр, б)квадратний дециметр, в) площа, г) метр, д) кубічний метр.

3. Великими буквами виділені чотири слова. Подумайте, яким чином пов'язані перші два з них і вкажіть в списку а) – є) слова які таким же чином пов'язані з третім та четвертим:

МЕТР – ДЕЦИМЕТР, ДЕЦИМЕТР – ?, САНТИМЕТР – ?

а) гектар, б) довжина, в) міліметр, г) кілометр, д) периметр, є) сантиметр

*Тема «Куб. Прямокутний паралелепіпед».*

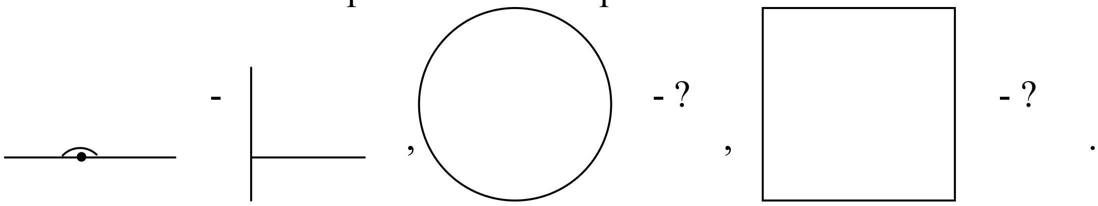
4. Великими буквами виділено три слова. Подумайте, яким чином пов’язані перші два з них і вкажіть в списку а) – г) слово яке таким же чином пов’язане з третім:

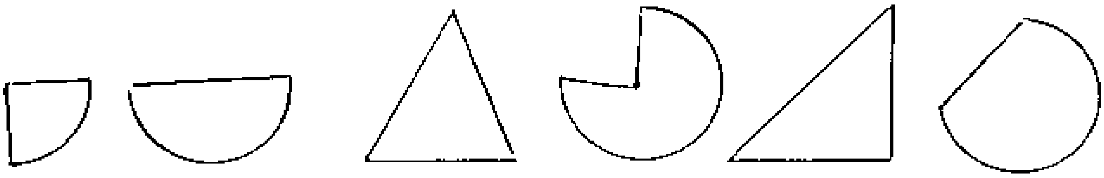
КВАДРАТ – ПРЯМОКУТНИК, КУБ – ?

а) прямокутний паралелепіпед, б) куля, в) чотирикутник, г) піраміда.

*Тема «Геометричні фігури».*

5. На малюнку у верхньому ряду зображено чотири фігури. Подумайте, як пов’язані перші дві з них і вкажіть у наборі а) – є) фігуру, яка таким же чином пов’язана з третьою та четвертою.



а) б) в) г) д) е)

Досить таки цінним є вміння школярів складати свої задачі по наперед відомим умовам, за аналогією з даною задачею. Але в шкільному навчанні математиці мало приділяється уваги такому важливому виду математичної діяльності учнів. Між іншим випускнику середньої школи прийдеться розв’язувати не тільки життєві задачі, але й самому ставити певні задачі і проблеми, враховуючи різні фактори, що впливають на їх розв’язання і т.п.

На це звертає увагу П.Ерднієв в книжці [5], де можна знайти цікаві конкретні приклади.

Показ вчителем способу складання деякої задачі перетворює аналогічне завдання не тільки в посильне для всіх завдання, але навіть в стандартне. Зрозуміло, що вчитель при цьому надає розумну дидактичну допомогу.

Розглянемо приклад, як розв' язування готового рівняння супроводжується самостійним складанням аналогічних рівнянь:

| | |
|---|---|
| $5^{x+1} + 5^x = 750,$ | $3^{y+1} + 3^y = 324,$ |
| $5^x\,5 + 5^x = 750,$ | $3^y\,3 + 3^y = 324,$ |
| $5^x\,6 = 750,$ | $3^y\,4 = 324,$ |
| $5^x = 125,$ | $3^y = 81,$ |
| $5^x = 5^3,$ | $3^y = 3^4,$ |
| $x = 3.$ | $y = 4.$ |
| Вчитель пропонує скласти і записати справа рівняння того ж виду, відносно у, яке має коренем число 4. | Вірність складеного рівняння учень перевіряє, проглядуючи запис зверху вниз, тобто розв'язуючи своє рівняння. |

Міркування за аналогією не строгі, вони не мають «доказової сили». Іноді вони приводять до правильних висновків, а іноді – до неправильних [3], вона може бути і причиною багатьох досить поширених помилок, які негативно впливають на знання учнів. Вчитель повинен передбачати це і запобігти тим типовим помилкам, які виникають при неявному використанні аналогії. Такі «шкідливі» аналогії часто виникають у учнів стихійно, особливо у невстигаючих, які не усвідомлюють походження цих помилок. Тому вчитель повинен їх попередити, а якщо вони виникають, то відповідно підібрані коректуючі вправи дають можливість їх виправити.

Обмежимося декількома прикладами.

1. Наявність деяких спільних властивостей при додаванні і множенні чисел іноді приводять до виникнення в учнів помилкової аналогії про схожість цих дій і в інших властивостях. Так, наприклад, при розв'язуванні вправ виду за хибною аналогією з скороченням на спільний множник учні «скорочують» цей вираз на доданок: $\frac{a+x}{b+x} = \frac{a}{b}$.

Коректуючі вправи можуть бути при цьому такого типу:

а) Обчислити: $\frac{3+5}{10+5}$; $\frac{3\cdot 5}{10\cdot 5}$.

б) Спростити: $\frac{(2a+b)+a}{(4-a)+a}$; $\frac{(2a+b)\cdot a}{(4-a)\cdot a}$.

2. Поширена помилка виду $\sqrt{a^2+b^2}=a+b$ також є результатом хибної аналогії з способом добування квадратного кореня з добутку $\sqrt{a^2b^2}=|ab|$.

Тому на уроці, де учні будуть мати справу з подібними виразами, слід актуалізувати їх знання виконуючи вправи типу:

а) Обчислити: $\sqrt{25+9}$; $\sqrt{25\cdot 9}$;

б) Спростити: $\sqrt{4x^2+9x^2}$; $\sqrt{4x^2\cdot 9x^2}$.

3. Дуже часто в стереометрії при встановленні властивостей стереометричних фігур використовують, за аналогією, властивості відповідних планіметричних фігур. Помічаючи це, учні переносять їх в ситуації, де вони виявляються хибними. Цим, напевно, можна пояснити досить поширені помилкові відповіді учнів X-XI класів: «Через дану на прямій точку в просторі можна провести тільки один перпендикуляр до цієї прямої», або «Дві прямі в просторі, перпендикулярні до однієї і тієї ж прямої, завжди паралельні між собою» і т.п. Ці помилкові відповіді можна спростувати контрприкладами.

Зрозуміло, що вчителю треба своєчасно попередити учнів від хибних аналогій, вказуючи при цьому на походження тих чи інших помилок, яку вони допускають.

Використання аналогії є одним з ефективних прийомів, які дають можливість збудити в учнів живу зацікавленість до предмету, залучити їх до дослідницької діяльності.

1. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1983. – 158 с.
2. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике. – К.: Рад.шк.,1983. –192 с.
3. Бевз Г.П. Методика викладання математики. – К.: Вища шк., 1989. – 367 с.

4. Каплан Б.С. и др. Методы обучения математике. Некоторые вопросы теории и практики. – Мн.: Нар. асвета, 1981 – 191 с.
5. Эрдниев П.М. Очерки по методике преподавания математики в средней школе. – Элиста: Калмкнигиздат, 1968.

**Резюме.** В статье рассмотрен вопрос формирования такого компонента процесса познавательной деятельности учащихся как умозаключение по аналогии. Указывается на двойную роль аналогии: или она выступает как положительный эвристический фактор, или она при неправильном использовании может привести к ложным выводам. Приведены примеры на отработку таких познавательных приёмов, как проведение словесных аналогий и нахождение аналогий между фигурами, а также примеры корректирующих упражнений, дающих возможность исправить ошибки, допущенные при ложной аналогии.

**Summary.** Analogy – based method of educating as means of forming cognitive activity of pupils is revieused in the article.

But such a method dangerously double-faced. On one hand it can help keep pupils’ wits up, make their cognitive activity warm, alive either at school or during their self-education. But on the other hand many of pupils and not only them, risk to sfart jumping to false conclusion.

The main point is to find the clue to a problem and as for the teacher, he is to show the places where those clues are and ways to distinguish true from false.

The article has various samples of exercises in the process of education and self – educating of pupils.

## ОСОБИСТІСНА ЗОРІЄНТОВАНІСТЬ КОНТРОЛЮ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

*І.А. Дремова, аспірант,*
*Національний педагогічний університет ім. М.П. Драгоманова, м. Київ*

Зміст і структуру всього навчально-виховного процесу, і зокрема його контролюючої компоненти, визначають цілі шкільної освіти. Головна мета навчання в сучасній школі полягає в максимальному розвитку особистості учня відповідно до його здібностей, можливостей, нахилів. З огляду на це, в результаті вивчення математики в школі учень має, перш за все, опанувати методами наукового пізнання, загальними підходами до розв’язання різноманітних проблем, набути досвід творчого застосування знань. У нього мають бути сформовані логічне мислення, просторові уявлення, аналітичні можливості, узагальненість і усвідомлення розумових операцій. Учень повинен вміти спостерігати і аналізувати, виділяти головне, будувати моделі процесів і явищ, що вивчаються, систематизувати, узагальнювати, робити висновки, використовувати знання в різних умовах. Він має навчитися працювати з текстом, довідковою літературою, керувати своєю пам'яттю, увагою.

У зв'язку з цим при вивченні математики учням необхідно опановувати також знаннями про зміст і послідовність здійснення розумових дій, що забезпечують ефективне засвоєння навчального матеріалу. Набуття математичних знань, умінь та навичок при цьому виступає як необхідна умова розвитку певних якостей особистості, проте, їх роль не є визначальною. В умовах реалізації особистісно орієнтованого навчання в шкільній практиці знання, вміння та навички, що визначають розвиток особистості, мають входити до змісту освіти, контролюватися і оцінюватися вчителем [1]. І акценти в контролі результатів навчання, зокрема математики, мають бути перенесені саме на них.

Існує два підходи в контролі результатів навчання учнів:

1) за досягнутим учнем результатом;
2) за процесом досягнення цього результату.

Перший підхід відображає зовнішню (результативну) сторону засвоєння. Показниками при цьому є точність і повнота відтвореного навчального матеріалу, правильність розв'язання типових задач. Процес досягнення результатів при такому підході залишається не розкритим. Тому інформативність оцінки за результатом обмежена. Така оцінка фіксує лише той факт, що учень виконав або не виконав завдання. Причини цього залишаються невідомими. І, як наслідок, вчитель не в змозі своєчасно і ефективно допомогти учневі. Крім того, контроль за результатом не завжди позитивно впливає на формування мотиваційної сфери учня, його самооцінки. Проте, у деяких випадках контроль за результатом виправданий. Наприклад, коли мова йде про точність обчислень, грамотність записів, знання основних формул і теорем тощо. Однак, такий контроль має відігравати лише допоміжну роль. Визначальним має стати контроль за процесом досягнення результату.

Другий підхід базується на розумінні навчання учнів математики як процесу, спрямованого на особистісний розвиток учня. При цьому математичні знання, вміння та навички є умовою розвитку. Тому контроль результатів навчання математики має відображати не тільки результат, а і процес його досягнення. Переваги контролю результатів навчання з цієї точки зору полягають у тому, що він виявляє сильні і слабкі сторони процесу засвоєння знань, дає відомості про темп просування учня в навчанні, про причини його неуспіхів і резерви зростання. Така інформація носить яскраво виражений діагностичний характер, а тому дає змогу забезпечити диференційований підхід у навчанні математики, урахувати індивідуальні особливості кожного учня, організувати ефективну корекційну роботу.

Отже, особистісна спрямованість контролю результатів навчання математики передбачає пріоритетність другого підходу, тобто об’єктивне відображення процесу опанування учнями навчальним матеріалом, діагностику і корекцію індивідуального розвитку кожного з них.

Для реалізації контролю цілі навчання мають бути певним чином сформульовані. Виникає проблема конкретизувати цілі навчання математики у вимогах до результатів навчання.

У шкільній практиці найчастіше використовуються дидактичні вимоги до якості результатів навчання, розроблені у працях І.Я.Лернера [2], М.Н.Скаткіна [3] та інших. Автори розрізняють такі характеристики якості знань: повноту, глибину, системність, систематичність, усвідомлення, оперативність, гнучкість. Знання, що засвоюються учнем, можуть бути узагальненими або конкретними, згорнутими або розгорнутими. В залежності від глибини, повноти, системності знання можуть бути по-різному усвідомлені і використані.

В умовах реалізації особистісно орієнтованого навчання найважливішою якістю засвоєння матеріалу є усвідомлення знань [4]. Ця якість виражається в розумінні учнем зв'язків між знаннями, в умінні виділяти суттєві і несуттєві зв'язки, в опануванні ним способами отримання знань. Усвідомлення знань – найбільш узагальнена якість, що відображає кінцевий результат засвоєння і синтезує інші показники.

Інший підхід у встановленні вимог до результатів навчання полягає у визначенні рівнів, яких досягає учень у процесі опанування знаннями, вміннями та навичками. У різноманітних дидактичних і методичних дослідженнях виділені три рівні засвоєння знань, умінь та навичок: відтворення, їх застосування за зразком або в знайомих умовах, використання знань у нестандартній ситуації. Характерною рисою такого підходу є тенденція уникнути рекомендацій, що стосуються змісту навчання.

Для виявлення рівнів засвоєння математичних знань, умінь та навичок використовується навчальний матеріал різної складності, розробляються багаторівневі системи задач і вправ, створюються методичні посібники, розробляються програмні вимоги, де відображаються змістовні критерії оцінки знань, умінь та навичок (об'єм, системність, узагальненість тощо).

Для того, щоб охарактеризувати рівень розвитку учня, здійснювати діагностичну і корекційну роботу доцільно контролювати не тільки інформативний рівень учня, а і метод отримання цієї інформації, характер організації навчальної діяльності учня, яка сприяє (або перешкоджає) міцному засвоєнню, рівень опанування учнем різними логічними операціями, логічними прийомами опрацювання інформації.

Однак, опанування учнем певного запасу знань, умінь, навичок з математики, відтворення ним схем логічних дій характеризує навченість, а не його розвиненість, як особистості. Учень може добре відтворювати нормативні зразки під контролем учителя, але не керуватися ними поза цим контролем. Тому, на нашу думку, найважливіший показник шкільної успішності – це міра самостійності, продуктивності, гнучкості, ініціативності, критичності мислення. Ці якості мають контролюватися поряд з рівнем засвоєння знань і опануванням логічними операціями і прийомами навчальної роботи. Тому пропонується враховувати в контролі результатів навчання:

- характер використання знань, умінь, навичок (під контролем вчителя, при жорсткій регламентації; за власною ініціативою);
- опанування способами навчальної роботи, що забезпечує економне і ефективне засвоєння;
- усвідомлення учнем способів навчальної роботи.

Зазначені критерії, по-перше, характеризують самостійність, активність учня при опануванні ним навчальним матеріалом, і мають бути основою для оцінки його розумових (пізнавальних) можливостей, для виявлення розвитку особистості. По-друге, оскільки, ці критерії характеризують процес досягнення результатів навчання і дають вчителю інформацію про індивідуальні особливості роботи кожного учня, то вони мають бути використані з метою індивідуалізації і диференціації навчання математики.

Реалізація особистісної зорієнтованості навчання в шкільній практиці через здійснення диференційованого підходу, і зокрема, вимога контролювати індивідуальний розвиток кожного учня потребує переорієнтації (а можливо і зміни) системи оцінювання.

У діючій системі оцінювання математична (і не тільки) підготовка учня порівнюється з деяким максимальним рівнем засвоєння навчального матеріалу, який оцінюється в «5» балів. Оцінювання при цьому здійснюється за принципом «віднімання»: в залежності від помилок і недоліків, припущених учнем, його оцінка знижується. По суті, оцінювання проводиться за відсутністю знань, тобто за тим, що учень не засвоїв, або засвоїв з помилками. Проте, явно незаданий той рівень засвоєння навчального матеріалу, досягнення якого є обов’язковим для кожного учня. Відсутні єдині об’єктивні критерії виставлення мінімальної позитивної оцінки.

Альтернативним традиційному підходу є оцінювання підготовки учнів за принципом «додавання»: оцінка виставляється за досягнення певного рівня підготовки (обов'язкового, підвищеного або поглибленого). Такий підхід, з точки зору особистісно орієнтованого навчання, є педагогічно виправданим.

Оскільки, в такому разі навчання виявляється ланцюжком неперервних маленьких перемог, а не ланцюжком поразок у «боротьбі» за досягнення певного рівня. А це сприяє формуванню стійкої позитивної мотивації навчання.

Досягнення рівня обов'язкової підготовки свідчить про виконання вимог, що пред'являються програмою на тому мінімальному рівні, який є необхідним і одночасно достатнім для позитивної атестації. В цьому випадку оцінка «задовільно» свідчить про засвоєння учнем мінімуму математичних знань, умінь і навичок, які відповідають програмним вимогам і достатніх для продовження навчання. Відповідно змінюється зміст оцінок «добре» і «відмінно», які характеризують досягнення більш високих рівнів навченості (підвищеного або поглибленого).

Визнання нового змісту оцінок дозволить використовувати їх як об'єктивні показники виконання учнем програмних вимог і глибини опанування навчальним матеріалом, характеризуватиме пізнавальні інтереси учня, його можливості, здібності, інтелектуальний і психічний розвиток особистості учня.

Таким чином, в умовах впровадження особистісно орієнтованого навчання в шкільну практику контроль результатів навчання має стати дійовим засобом розкриття індивідуальності дитини і підтримки її особистісного розвитку.

1. Бондаревская Е.В. Гуманистическая парадигма личностно ориентированного образования // Педагогика. – 1997. – №4. – С.11-17
2. Лернер И.Я. Качества знаний учащихся. Какими они должны быть? – М., 1978. – 96 с.
3. Скаткин М.Н. Проблемы современной дидактики. – М.: Педагогика, 1980. –96 с.
4. Якиманская И.С. Личностно ориентированное обучение в современной школе. – М., 1996. – 96 с.

**Резюме.** В статье рассмотрены некоторые аспекты контроля результатов обучения математике в условиях реализации личностно ориентированной направленности учебного процесса.

**Summary.** In this article there in the speech about personal direction of control by the results of mathematical teaching.

## ОЦІНКА СКЛАДНОСТІ ЗАДАЧ ПРИ ПОБУДОВІ РІВНЕВОЇ СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

*В.В.Мацюк, аспірант,*
*Бердянський державний педагогічний інститут ім. П.Д. Осипенко,*
*71112, Бердянськ, вул. Шмідта, 4, тел. (8)(06153) 3-40-09*

Концепція математичної освіти в Україні передбачає необхідність реалізації диференційованого підходу до навчання в різних ланках системи освіти. Державні стандарти загальної середньої освіти, регулюючи відносини суб'єктів освітнього процесу, є основою побудови рівнів навчання математики. Стандарт визначає компетенцію і взаємну відповідальність учасників освітнього процесу, державні гарантії в одержанні загальної середньої освіти та контроль за дотриманням вимог даного Стандарту. Тому майбутній вчитель повинен бути готовий до забезпечення обов'язкових результатів навчання на різних освітніх рівнях, а також до здійснення диференційованого підходу до навчання і як невід'ємної його частини – побудови рівневої системи контролю результатів навчання.

Для цього необхідно не тільки складати зі студентами тексти рівневих контрольних робіт в курсі «Методика викладання математики», а й проводити рівневий контроль результатів навчання студентів з усіх фундаментальних математичних дисциплін. Методична система контролю повинна бути зразком для їх майбутньої діяльності.

У зв'язку з розширенням мережі різнопрофільних шкіл, зростає роль визначення студентом свого місця в системі середньої освіти тому, що вимоги до фахівців загальноосвітніх шкіл та закладів фізико-математичного спрямування значно відрізняються як за рівнем математичної так і методичної підготовки. Тому доцільно будувати систему контролю результатів навчання рівневою та за її допомогою регулювати формування адекватної самооцінки студентів. Це можливо як показують у своїх роботах відомі вчені (Б.Г.Ананьєв, Л.І.Божович, С.Л.Рубінштейн, П.Р.Чамата та ін.).

Аналіз методичних систем викладання фундаментальних математичних дисциплін у педагогічних вищих навчальних закладах показує, що на цей час відсутня методика проведення рівневого контролю результатів навчання. Однією з причин такого недоліку є недостатня розробленість методики визначення складності задач.

Існує декілька підходів до визначення складності задач.

Такі психологи як Г.С.Костюк, Н.А.Менчинська, А.А.Смірнов запропонували наступні критерії для визначення ступеня складності задач на використання знань:

1) в якій формі виражена в умові вимога використання відомих знань (прямій, непрямій або ця вимога взагалі відсутня, тобто той хто розв'язує задачу повинен з власної ініціативи застосовувати знання);
2) наскільки явно міститься в задачі те загальне (поняття, принцип, закон), що повинне служити основою переносу його на конкретні випадки.

Польський дидактик В.Оконь [1] вважає складними такі проблеми, які необхідно до розв'язування розчленувати на прості, причому складність розв'язку може бути двоякою:

1) необхідна актуалізація цілком визначеної частини попереднього досвіду;
2) необхідно дочасно одночасно знаходити дещо нове, що дозволить розв'язати проблему.

А.А.Столяр [2], приділяючи багато уваги систематизації математичних задач, вважає, що слід відрізняти складність задачі як її об'єктивну властивість (яку ми не вміємо точно оцінювати) від трудності задачі як відношенням між задачею і тим, хто її розв’язує. Для оцінки трудності задач пропонується розглядати структуру цих задач, причому під структурою А.А.Столяр розуміє послідовність підзадач, на які може бути розкладена дана задача. Послідовність задач для учнів повинна бути побудована так, щоб при розв’язуванні важких задач спиратися на вже розв’язані підзадачі (задачі-компоненти). Вважаючи складність задачі інтуїтивно зрозумілим поняттям, А.А. Столяр вважає трудність даної задачі для даних учнів рівнозначною складності цієї задачі без складності раніше розв’язаних задач-компонентів.

І.Я.Лернер, відмічаючи відсутність у дидактиці сталих критеріїв складності пізнавальних задач, пропонує як критерії:

1) кількість даних, що підлягають взаємоспіввідношенню для розв’язування;
2) кількість проміжних суджень (логічних ланок) між запитанням і відповіддю задачі;
3) кількість ряду висновків-елементів, що підлягають знаходженню в процесі розв’язування.

Існування об’єктивних, що визначаються змістом задачі показників складності її стверджується І.Я.Лернером досить визначено.

Л.Т.Турбович поділяє задачі на стандартні (план розв’язку відомий, тому хто розв’язує задачу) і нестандартні (потребують розробки плану розв’язку). Одне із завдань навчання – переведення деяких класів задач із нестандартних у стандартні, а також вироблення здатності самостійного переходу від перших до других.

Л.Н.Ланда вважає в принципі можливим визначення факторів, що зумовлюють степінь самостійності мислення і степінь, в якій даний інтелектуальний процес є творчим; звідси принципово можливо і створення критеріїв для оцінки ступеня трудності задач. Л.Н.Ланда вказує, що підхід до задач з точки зору теорії інформації (обчислення ентропії) дозволяє підійти до формування об’єктивних критеріїв трудності задач.

О.К.Тихомиров [3] відмічає майже повну відсутність робіт, де спеціально аналізується питання про те, чому одні задачі розв’язуються легко, а інші – важко. Дослідження О.К. Тихомирова показали, що існує деяка об’єктивна складність задач, причому число і конкретний склад елементів, що входять в задачу, не впливають на її складність. Основним джерелом об’єктивної трудності, як з’ясувалося, є конфлікт між цінностями різних перетворень заданої ситуації. Це дозволяє висунути на перший план прагматичну характеристику розв’язку і поставити під сумнів такий показник складності, як кількість інформації, що переробляється при розв’язуванні.

Г.О.Балл [4] вважає доцільним поділ області використання понять трудність і складність, при цьому кожне з цих понять, на його думку, потребує подальшої диференціації. Здійснюючи її, використовуються поняття суб’єктивності і об’єктивності у гносеологічному смислі.

Задача, віднесена до розв’язуючого, що має деякі (обмежені) ресурси (засоби розв’язування задач, час, на протязі якого ці засоби можуть функціонувати), може характеризуватися рівнем трудності цієї задачі, тобто мірою фактичного або передбачуваного (прогнозованого) витрачення ресурсів розв’язуючого на її розв’язування. Звідси випливає, що поняття рівня трудності безпосередньо відноситься не до задачі як такої, а до процесу її розв’язування. Тому якщо деяка задача може бути розв’язана різними способами, то рівень її трудності може суттєво залежати від того, яким саме способом вона розв’язується.

Г.О.Балл вказує на те, що має сенс розрізняти інтегральну трудність задачі, що характеризує об’єм витрачення ресурсів, та диференціальну трудність, що характеризує інтенсивність витрачення.

Для кількісної оцінки трудності задач використовують різні показники – суб’єктивні та об’єктивні. Суб’єктивні показники можна поділити на дві групи. Показники першої групи відображають погляди або враження самих об'єктів, що розв'язують задачі, про їх трудність, а показники другої групи – погляди експертів (вчителів, методистів). На дві групи поділяються і об'єктивні показники. До першої відносяться ті з них, які характеризують витрачення ресурсів суб'єктом. Сюди входять: 1) фізіологічні показники; 2) тривалість процесу розв'язування; 3) дискретні показники поведінки, що характеризують об'єм витрачення ресурсів. Показники другої групи характеризують степінь успішності процесу розв'язування задач або якість досягнутого результату.

Рівень складності задачі трактується Г.О.Баллом, як складність реального або передбачуваного процесу розв'язування задачі. При цьому розрізняється два види складності задач: реальна, тобто складність реального або можливого процесу розв'язування задачі, і нормативна, тобто складність процесу її розв'язування нормативним способом.

Співвідношення об'єктивних і суб'єктивних факторів для трудності задач і різних видів складності неоднакове. Трудність задачі – це найбільш суб'єктивна характеристика, вона залежить і від об'єктивних факторів, але ця залежність повністю опосередкована характеристиками суб'єкта. Великий вплив здійснюють суб'єктивні фактори на реальну складність задач. Нормативна складність задачі в більшій мірі має об'єктивний характер, бо вона не залежить від особливостей окремих суб'єктів.

Найбільш чітко зміст понять реальної і нормативної складності задач виявляється при алгоритмічному підході до оцінки складності. У відповідності з ним реальну складність задачі оцінюють за кількістю ефективних операцій у реально здійснюваному алгоритмічному процесі розв'язування цієї задачі, а нормативну складність задачі – за кількістю таких операцій у нормативному алгоритмічному способі її розв'язування.

Поряд з алгоритмічним поширений ентропійний (статистико-інформаційний) підхід до оцінки складності задач. У відповідності з ним реальна складність задачі оцінюється за величиною невизначеності, яка усувається в реальному успішному процесі розв’язування задачі, а нормативна складність – за величиною невизначеності, яка повинна усуватися, якщо розв’язування задачі здійснюється у відповідності з деякою нормою (в тому числі задумом експериментатора, вчителя). Складність задачі $\chi$, тобто невизначеність, що усувається, трактується при цьому як деяка кількість інформації (у смислі статистичної теорії інформації К.Шеннона). Якщо конкретніше, то $\chi = H_1 - H_2$, де $H_1$ і $H_2$ – значення ентропії деякої випадкової величини, що характеризує предмет задачі; значення $H_1$ відноситься до початкового стану цього предмета, а значення $H_2$ – до того, що вимагається.

При використанні ентропійного підходу поряд з оцінкою початкової складності задачі з’ясовують і те, як зменшується ця складність у процесі розв’язування. Таким чином, відкривається можливість співставлення різних стратегій розв’язування задач на основі порівняння того, наскільки в середньому зменшується невизначеність ситуації в результаті кожної операції, що здійснюється суб’єктом у відповідності з обраною стратегією.

На основі проведеного аналізу, нами зроблено висновок, що однозначних підходів до визначення складності задач не існує. Тому при розробці рівневої системи контролю результатів навчання нами використовуються як алгоритмічний так і ентропійний підходи до визначення складності задач.


1. Оконь В. Основы проблемного обучения. – М.: Просвещение, 1968.
2. Столяр А. А. Педагогика математики. – Минск: Вышейшая школа, 1969.
3. Тихомиров О.К. К анализу факторов, создающих трудность решения задач человеком. В сб.: «Психологические исследования», Вып.2. Изд. МГУ, 1970.
4. Балл Г.А. Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект. – М.: Педагогика, 1990.



**Резюме.** Рассматриваются разные подходы к определению трудности и сложности задач в контексте построения уровневой системы контроля результатов обучения.

**Summary.** Different ways to determine the difficulty and complexity of the tasks in context of many- levels system of control of the results of the education are observed.

## ПЕРЕВАГИ ЕВРИСТИЧНОГО ПІДХОДУ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

*І.А.Горчакова, ст.викладач*
*Донецький державний інститут штучного інтелекту*
*83050 Донецьк, пр. Б. Хмельницького 84*
*e-mail: info@iai.donetsk.ua*

Необхідність розв'язання багатьох соціальних, економічних і наукових проблем, які накопичені в нашій країні, актуалізують дослідження предметної діяльності людини в аспекті націленості на освоєння широкого спектру нестандартних ситуацій і програм практичної життєдіяльності. Це говорить про те, що евристичний компонент пронизує всю багатогранність предметних діяльностей людини у світі природного і соціального універсума, відображаючи живу проблемність людського буття, його принципову відкритість і сприйняття до нового.

Задачі, які людина повинна вміти розв'язувати в процесі своєї діяльності, вкрай різноманітні. Навчити в школі розв'язанню всіх задач, які можуть зустрітися в житті, неможливо: їх кількість практично неосягнена. В той же час школа повинна навчити загальному підходу до розв'язування задач, підготувати учнів до того, щоб в майбутньому вони вміли розв'язувати самі різні задачі. Зробити це можна єдиним способом: навчати учнів розв'язанню конкретних задач, загальним і спеціальним прийомам розумової діяльності, методам і способам розв'язування задач, вмінню шукати розв'язання в будь-якій новій ситуації.

Необхідність розробки і використання в процесі розв'язання задач, поряд з алгоритмами, евристичних прийомів полягає в тому, що для багатьох задач неможливо знати чи передбачити всіх тих умов і операцій, які необхідно виконати для розв'язання (побудова ж алгоритму передбачає виділення певної системи таких умов і операцій), неможливо також знати послідовність операцій, яка потребується, зв'язок певних операцій з певними умовами і т.д. Адже розв'язання багатьох задач – це не просто застосування відомих знань і способів діяльності до конкретної ситуації: це пізнання непізнаного, відкриття невідомого учню. Саме тому, що при розв'язанні більшості з них все наперед врахувати і передбачити неможливо, неможливо наперед побудувати і алгоритми розв'язання. Можна лише вказати деякі способи підходу до розв'язання, які частково спрямовують дії того, хто розв'язує, але не детермінують їх повністю. Людина, яка користується такими прийомами, повинна по ходу розв'язання знаходити і здійснювати такі дії, які потребує ситуація, ознаки якої будуть виявлені чи відкриті в самому процесі розв'язування.

В якості прикладу неалгоритмічних методів, які не детермінують повністю дій суб'єкта, можна вказати методи криміналістичного аналізу ситуацій. Так, автор однієї з книг логіки судового дослідження Старченко О.О. [1] пише: «Для того, чтобы быстро, по «горячим следам» вести расследование дела, необходимо иметь хотя бы предположительные ответы на вопросы, *где* искать доказательства, *как* их искать, а самое главное – *что* искать, какие факты в данном конкретном случае могут выполнить роль доказательств по делу». Але саме на ці питання у слідчого і немає спочатку відповіді. Необхідні дані він може отримати тільки в процесі самого розслідування. Побудувати загальний, універсальний алгоритм криміналістичного аналізу ситуацій неможливо, оскільки наперед неможливо передбачити всіх тих предметів, їх ознак і зв'язків, які можуть виявитися суттєвими для розкриття злочину. Завжди може виявитися суттєвою така нова обставина, яка раніше не була відомою, ніколи не зустрічалася і тому не могла бути наперед урахована і включена до алгоритму.

Однак по мірі того, як точно виявляються суттєві для розв'язання певних задач умови, складається їх вичерпаний перелік (там, де це можливо здійснити), визначаються їх зв'язки і способи їх виявлення, становиться можливим на основі методів неалгоритмічного характеру будувати алгоритмічні методи, перетворювати приписи, які містять невизначені вказівки, в приписи, які детермінують процес розв'язання повністю. Ці алгоритмічні методи (алгоритми) всеодно не будуть всеохоплюючими, оскільки вичерпати процес пізнання неможливо, вони можуть бути гідними для розв'язання тих задач, умови і методи розв'язання яких на даний момент пізнані. Ці алгоритми – як би своєрідний підсумок визначень і ступеню пізнання деякої області явищ.

Розглянемо евристичну діяльність в плані технічної творчості. З давніх часів перед людиною поставала така ситуація: існуючі засоби або знаряддя виробництва не задовольняли новим вимогам, мали певні недоліки. Треба було знайти нове технічне рішення шляхом або логічного аналізу недоліків і їх усунення застосуванням якоїсь *аналогії,* запозиченої з природи, з іншої технічної галузі, або випадкових змін прототипу (випадковий пошук). Такі не дуже систематизовані спроби пошуку називають методом «спроб і помилок». На його основі у 40-і роки був створений *евристичний метод* [2-5]. Він ґрунтується на певному узагальненні винахідницького досвіду і містить досить розмиті рекомендації щодо напряму дій, що можуть навести на шукане рішення (не гарантуючи результатів). Інтегруючи в методично доступному вигляді досвід багатьох винахідників, цей метод може бути використаний для пошуку нових технічних рішень, для створення нових технологій.

В.А.Моляко [6-7] підкреслює важливість ознайомлення з евристиками не тільки інженерів-конструкторів, студентів вищих технічних закладів, а також і учнів, що прагнуть навчитися технічної творчості.

Певний аналіз цих прийомів і конкретних задач, пов'язаних з їхнім застосуванням, може стати у пригоді й викладачеві математики.

Розглянемо такий приклад:

**Приклад 1.** Як відкрити нову зірку?

Астроном щодня фотографує зоряне небо і шляхом порівняння фотографій (фотоплівок, фотоплатівок) може визначити появлення нової зірки. Проблема полягає в тому, що помітити нову зірку серед десятків (або сотень) тисяч зображених на фото досить непросто.

Евристика підказує шлях: для порівняння картин зоряного неба можна застосувати *накладання* однієї платівки на іншу. При цьому виникають варіанти (перебір): негатив, позитив. Що на що накладати? Повний перебір чотирьох варіантів призводить до розв'язання задачі: можна взяти негатив вчорашньої картини зоряного неба і *накласти* на нього позитив сьогоднішньої картини. І тоді нова зірка засяє – одна серед повної темноти!

З точки зору евристики ця задача цікава ще тим, що дозволяє ознайомити учнів з основою так званого *морфологічного підходу* (спосіб організації повного перебору можливих рішень). Вона справляє велике емоційне враження проблемністю, природністю, несподівано простим розв'язанням. Постановка задачі та перші кроки розв'язання обговорюються вчителем в евристичній бесіді; далі учні самостійно перебирають комбінації, більшість з них робить це відкриття і приходить на наступне заняття з одержаним результатом.

Наведемо декілька прикладів, які демонструють особливості (а певним чином – і переваги) евристичного підходу до розв'язання математичних задач.

**Приклад 2.** Розкладіть на множники вираз

$$F = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz.$$

Традиційний підхід заснований на алгебраїчних перетвореннях цього виразу з тим, щоб одержати спільний множник у декількох його частинах – доданках. Цей підхід досить штучний, але нема аніяких причин відмовити йому в праві на існування.

Евристичний підхід заснований на застосуванні принаймні трьох евристик: шукаємо *симетрію*; перевіряємо *розмірність*; застосовуємо *метод невизначених коефіцієнтів.*

Якщо вираз F розкладається на множники, то, з урахуванням його *розмірності*, яка дорівнює трьом, слід очікувати, що один з двох множників буде першого ступеню, а інший – другого ступеню відносно змінних x, y, z. З урахуванням *симетрії* можна вважати, що перший множник матиме вигляд $x+y+z$, а другий - $a\left(x^2+y^2+z^2\right)+b(xy+yz+zx)$. Отже, слід шукати числа a, b такі, щоб для будь-яких значень змінних здійснювалася тотожність

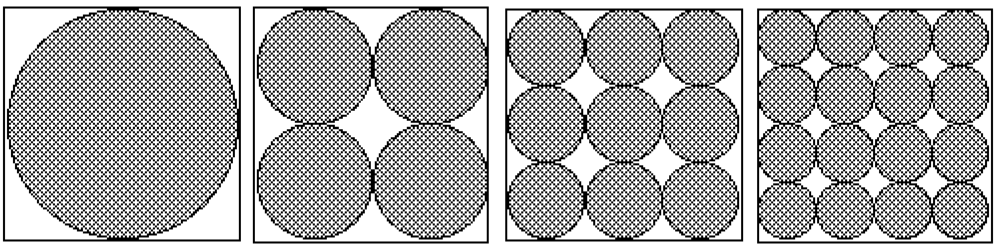
$$F=(x+y+z)\left(a\left(x^2+y^2+z^2\right)+b(xy+yz+zx)\right)$$

У цій рівності a, b – так звані *невизначені коефіцієнти.* Надаючи змінним значення (1, 0, 0), маємо 1 = a, себто a = 1, а надаючи значення (1, 1, 1) маємо $0=3\cdot(3a+3b)$, звідки b = - 1.

Отже, остаточна відповідь така:

$F=(x+y+z)\left(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx\right)$.

**Приклад 3.** На якому з малюнків площа затемненої фігури є найбільшою?



**Малюнок 1** **Малюнок 2** **Малюнок 3** **Малюнок 4**

А: на малюнку 1

Б: на малюнку 2

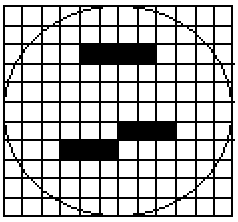
В: на малюнку 3

Г: на малюнку 4

Д: вони всі мають однакову площу

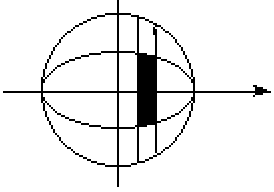
Це – одна з задач Міжнародного математичного конкурсу «Кенгуру – 99», рівень «Кадет» (VIII-IX кл.), її розв’язали правильно 45% учнів. Автори запропонували таке розв'язання, засноване на безпосередньому підрахунку кожної площі: площа затемненої частини на мал. 1 є $\frac{\pi}{4}$, на мал. 2 є $4\pi\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{\pi}{4}$, на мал. 3: $9\pi\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{\pi}{4}$, на мал. 4: $16\pi\left(\frac{1}{8}\right)^2=\frac{\pi}{4}$. Отже, всі затемнені фігури мають *однакову площу.*

Евристичний варіант розв'язання цієї задачі не вимагає аніяких підрахунків. Фігура 2 складається з чотирьох квадратів, сторона кожного з



них удвічі менша за сторону першого квадрата. При такому пропорційному зменшенні (подібність) відношення затемненої площі до площі квадрата повинно *зберігатися.* Чому саме?

Якщо підраховувати площу круга через число малесеньких квадратиків, які в ньому вміщуються, то слід зауважити, що їх число при такому стискуванні зберігається, як і число таких малесеньких квадратиків у даному квадраті. Це нестрого? – Дорослі математики знають, що обговорювана ідея покладена відомим математиком К. Жорданом в основу так званої «жорданової міри». Окрім того, згадаємо, що за умовами конкурсу потрібна лише *вірна відповідь* (але *швидко*!). Тому такий підхід за вказаних обставин певною мірою адекватний. (До речі, не можна однозначно відповісти на питання: що перевіряє ця задача? Здатність швидко обчислювати або певний рівень евристичного мислення. Зауважимо, що обидві вказані властивості допомагають розв'язувати задачі правильно і швидко).



Описана ідея може *варіюватися* в інших задачах. Наприклад, якщо розглянути еліпс як результат рівномірного стискування круга вздовж однієї осі; простежити вплив такої деформації на площу круга. Оскільки площа кожної вертикальної смужки, на котрі можна розрізати круг, помножається при такому стискуванні на множник $\lambda = \frac{b}{a}$, та площа еліпса дорівнюватиме $\frac{b}{a} \cdot \pi a^2 = \pi ab$. Строге доведення потребує застосування інтеграла.

Математична теорія не повинна розглядатися обмежено, лише в одному аспекті – логічному. Математична теорія має три аспекти:

1) інтуїтивний;
2) формальний логічний зміст;
3) застосування.

Висвітлення в процесі викладання математики цих трьох аспектів сприяє формуванню евристичної діяльності учнів.

Навчання евристичній діяльності значно покращується в разі широкого використання методики, яка характеризується наступними особливостями:

1. При введенні нових понять і встановленні нових істин використовуємо комп'ютерний експеримент – спеціально поставлений дослід у вигляді практичної роботи, яка виконується всіма учнями.
2. Результати досліду слугують аргументами для виявлення індуктивним шляхом загальних закономірностей.
3. Ведеться роз'яснення значення і недостатності досліду, індуктивних виведень, що поступово підводить учнів до розуміння необхідності строгого доведення.

Математика не є експериментальною наукою, і, як наслідок, експериментальне підтвердження не може слугувати достатньою основою істинності її висловлювань. Це вірно, якщо під математикою розуміти тільки одну її фазу – дедуктивну теорію, але геометрія має ще дві фази – фазу накопичення фактів, яке передує дедуктивній теорії і наступну за дедуктивною теорією фазу застосувань. При навчанні математики в школі ці дві фази відіграють важливу роль: перша, зокрема, для розуміння дедуктивної теорії, друга – для її виправдання.

Продемонструємо використання *комп'ютерного експерименту* щодо «відкриття» разом з учнями **алгоритму побудови графіка функції** $y = ax^2 + bx + c$ **і формули для коренів квадратного тричлена.**

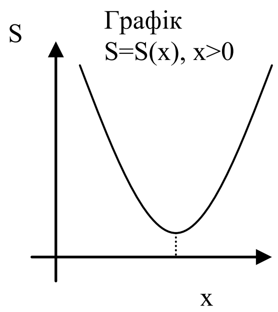
На першому етапі задаємо креслити графіки (по 1 – 2) різних тричленів, користуючись для обчислення калькулятором (комп'ютером).

На другому – обговорюємо результати і підштовхуємо учнів до гіпотези про те, що графік $y = ax^2 + bx + c$ можливо отримати із $z = ax^2$ шляхом пересування вздовж конкретних осей. Тобто $y = ax^2 + bx + c$ можна представити у вигляді $y = a(x - x_0)^2 + y_0$. Шукаємо $x_0$, $y_0$. Це і будуть координати вершини параболи! Цим надбанням можна скористатися, щоб вивести формулу для коренів.

Комп'ютерний експеримент стає у пригоді і при розв'язуванні задачі на пошук **найкращої форми консервної банки** (або сосуду для нафти) з учнями основної школи.

Знайти найкращу – це значить таку, щоб при даному об'ємі V було затрачено якнайменше матеріалу. Вважаючи, що банка має циліндричну форму, і позначаючи через x радіус основи циліндра, запишемо формулу для повної поверхні:

$$S = 2\pi x^2 + 2\pi xh = 2\pi x^2 + 2\pi x \cdot \frac{V}{\pi x^2} = 2\pi x^2 + \frac{2V}{x}, x > 0$$




Графік S=S(x) учні креслять по точках за допомогою калькулятора. Вигляд цього графіка такий: при малих x можна наближено вважати, що це гіпербола ($x^2$ мале!), а при великих x – парабола ($\frac{1}{x}$ мала!). Найменше значення шукаємо *наближено* по графіку. Потім можна повернутися до цієї задачі та розв'язати *через похідну.*

Конкретні завдання учням можуть відрізнятися даними (V). Важливо дійти до гіпотези, що отримаємо як найкращу форму таку, що осьовий перетин є квадратом.

Таким чином застосування евристичного підходу до розв'язання задач сприяє

- розвитку діалектичного мислення учнів;
- перетворенню знань в переконання, оскільки робить навчальний матеріал більш доказовим;

- в значній мірі сприяє розвитку критичності, економічності, раціональності та гнучкості мислення.

Глибокі інтелектуальні почуття задоволення від самостійного відкриття нових знань, почуття впевненості в своїх можливостях і здібностях завдяки засвоєнню евристик розв'язання задач захоплюють школярів, формують серйозний інтерес до наукового знання.


1. Старченко А.А. Логика в судебном исследовании, - М.: Госюриздат, 1958.
2. Альтшуллер Г.С. Алгоритм изобретения. – М.: Московский рабочий, 1975.
3. Альтшуллер Г.С. Творчество как точная наука. – М.: Сов. радио, 1979.
4. Буш Г.Я. Рождение изобретательских идей. – Рига: Лиесма, 1976.
5. Буш Г.Я. Основы эвристики для изобретателей. – Рига: Знание, 1977.
6. Моляко В.А. Психология решения школьниками творческих задач. – К.: Рад. школа, 1983.
7. Моляко В.А. Психология конструкторской деятельности. – М.: Машиностроение, 1983.



**Резюме.** На конкретных примерах рассматриваются возможности и преимущества эвристического подхода к решению задач.

**Summary.** The opportunities and advantages of the heuristic approach to the decision of tasks are considered on concrete examples.


## НОВІ ПІДХОДИ ДО КЛАСИФІКАЦІЇ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ (РОЗВИВАЮЧИЙ АСПЕКТ)


*А.Ю.Карлащук, вчитель математики,*
*Загальноосвітня спеціалізована фізико-математична школа № 35,*
*м.Донецьк*


В учбово-методичній літературі розглядаються різні підходи до класифікації задач з параметрами. В.М.Лейфура пропонує основні типи задач за наступними ознаками: знаходження розв'язків, їх кількість, розташування на числовій прямій в залежності від певних умов [1]. С.О.Тинянкін, Г.А.Ястребинецький класифікують задачі з параметрами в залежності від виду функцій, які входять до цих задач [2,3]. П.І.Горнштейн, В.Б.Полонський, М.С.Якір класифікують задачі з параметрами за прийомами та методами розв’язання задач з параметрами [4]. На недолік такої систематизації задач з параметрами вказує Г.В.Дорофєєв у передмові до роботи Горштейна [4].

Вищевказані класифікації націлені на той факт, що задачі з параметрами – це засіб діагностики рівня математичної підготовки. С.О.Тинянкін відмічає з цього приводу: «Практика вступних іспитів та робота зі школярами виявляє, що задачі з параметрами є найбільш складним в логічному і технічному планах розділом елементарної математики. Поряд з цим уміння розв’язувати такі задачі абітурієнтом означає, що ця молода людина одержить іспит з математики на високий бал, та в випадку вступу до вузу він буде навчатися в ньому без проблем. В цьому сенсі ці задачі є індикатором загального оволодіння технікою та логікою математики»[2].Нажаль у вищевказаних класифікаціях практично ігнорується розвиваючий аспект цих задач. Зокрема, можливість використання задач з параметрами як матеріалу для реалізації дослідницької діяльності школярів ( наприклад, погляд на задачі з параметрами як моделі прикладних процесів дозволяє пройти учневі усі етапи учбового дослідження).

Погляд на задачі з параметрами з нової ідейної точки зору дозволяє пропонувати ці задачі для шкіл з поглибленим теоретичним і практичним вивченням математики та спеціалізованих шкіл фізико-математичного профілю, а також означити перспективні напрямки для загальноосвітньої школи.

Ми пропонуємо класифікацію задач з параметрами, яка відображає їх розвиваючий потенціал, прикладну цінність, яка розкриває можливість реалізації розвитку дослідницьких умінь школярів.

Класифікація, яку ми пропонуємо, проводиться за декількома ознаками, тобто одна задача не обов’язково належить одному класу.

Перша ознака – *за мовою постановки*. Задачі з параметрами можуть бути математично сформульованими, вони можуть пропонуватись в готовому вигляді.

Клас цих задач позначимо **М**. З цим класом задач пов'язаний спосіб введення параметра – узагальнення.

Клас задач з параметрами, потребуючих математичного моделювання, тобто формалізації, ми позначимо **Ф**.

Іншою важливою основою для класифікації є *визначеність даних.*

Задачі з параметрами можуть бути з визначеною постановкою та з невизначеною. У другому випадку необхідним є пошук додаткових відомостей про досліджуваний об'єкт. Є також задачі з параметрами з перевизначеною постановкою, тобто з забагатою кількістю умов або даних. Відповідні класи позначемо В, Н, П. На важливість задач з невизначеними та перевизначеними постановками в навчанні звертав увагу І.М.Фейгенберг в [5].

Наступною основою для класифікації є *характер постановки задачі.* Беручи за основу типологію постановки задач, описану Ю.О.Палантом у [6], ми пропонуємо її певну модифікацію, орієнтовану на ідеологію математичного моделювання.

Задачі про існування розв'язку - І. До цього класу відносяться задачі з параметрами, у яких потрібно знайти повний клас розв'язків, а також пошук модифікованих умов, обумовлюючих існування розв'язку, коли у вихідному сенсі розв'язку нема.

Задачі про знаходження розв'язків, які задовольняють певному комплексу умов – У.

Задачі єдності – Є. До цього класу відносяться задачі на пошук умов, які гарантують єдність.

Стійкість властивостей – С. У цих задачах з параметрами аналізуються змінювання властивостей розв'язків при малих збуреннях параметрів в умовах задачі.

Задачі на екстремум Ек. Знаходження екстремальних випадків в залежності від параметрів.

Динаміка поведінки при змінюванні параметрів Д. Як змінюються властивості розв'язку та сам розв'язок задачі при певних змінюваннях параметрів. Гранична поведінка розв'язків задачі при граничному змінюванні параметрів.

Постановка оберненої задачі О. Обернення – один з ефективних засобів отримання суттєво нових різновидів задач. В умову задачі упровадяться якісь дані із розв'язку, а деякі дані із умов задачі переводяться у вимоги.

Пошук параметрів за експериментальними даними Е. По даним, отриманим експериментально, шляхом пошуку модифікованих умов знайти параметри пропонованої залежності .

При розв'язанні задач з параметрами доцільним є використання евристичних прийомів (про які йдеться у Д.Пойа та Л.Ларсона [7,8]): досліджуй за частинами; намалюй картинку; сформулюй еквівалентну задачу; модифікуй; вибери ефективну систему позначень; використовуй симетрію; поділяй на випадки; обертай дії; роздивись екстремальні випадки; узагальнюй; шукай модель; використовуй аналогію та роздивись граничний випадок, а також деяких запропонованих нами: «заморожування» та «розморожування» параметрів задачі.

Вживання евристик для розв'язання задач можливо використовувати як ще одну основу для класифікації задач з параметрами . Але, на наш погляд, ця основа має розмитий характер, оскільки кожен учень знайде свій підхід (евристику), який є притаманним математичній підструктурі його інтелекту. Тому при розгляді систем задач ми будемо відзначати, який з евристичних прийомів може бути доцільним для певного типу задач з параметрами.

Наведемо декілька прикладів задач з параметрами, з'ясував при цьому, до яких класів вона має відношення.

1.Задачі типа МВІ. Задачі математично сформульовані, з достатньою кількістю даних, на пошук існуючих розв'язків.

При усіх значеннях параметру а  розв'язати рівняння:

|x|=a; |x+a|=10; |4-x|=ax; |x-2a|=1+a; |x|+|x+10|=a; |x|+a|x+10|=4; |x-a|+|x+a+10|=3; ||x|-2| - |x-4|=a.

2.Літак пролетів від А до В по вітру і повернувся з В до А проти вітру. Вітер дув весь час з однаковою силою. Потім літак виконав цей же маршрут в безвітря. У якому випадку на весь маршрут минуло меньш часу?

Ця задача потребує формалізації, а також визначення даних. Введемо параметри: x – швидкість літака, y – швидкість повітря, x>y>0. Покладаючи AB=1, для отримання розв’язку нам необхідно порівняти $\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x-y}$ та $\frac{2}{x}$.

Цю задачу можливо віднести до типу ФНІ.

3. У алгебраїчний дріб $d(x)=\frac{ax^2+bx+c}{px+l}$ (1) підібрати параметри *a, b, c, p, l* так, щоб $\lim\limits_{x\to-\frac{l}{p}} d(x)=k$. Ця задача про знаходження об’єкту, задовольняючого певному комплексу умов. Вона математично сформульована та має визначену постановку. Тому можемо віднести її до типу МВУ.

4.З експериментальних спостережень відомо, що в певному середовищі за певний час t маємо певну кількість бактерій N . Дані з цього приводу запропоновані у таблиці

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T, хв. | 1 | 3 | 6 | 9 | 10 | 15 | 20 | 25 |
| N, млн. | 5 | 10 | 15 | 25 | 30 | 45 | 90 | 100 |

Знайти початкову кількість бактерій $N_0$.

Ця задача потребує формалізації. Крім цього, дані задачі перевизначені, тому вона також потребує модифікації умов. В ній потрібно знайти параметр $N_0$ за експериментальними даними. Маємо віднести цю задачу до типу ФПЕ.

Відмічаємо також, що пропонована нами класифікація задач з параметрами не претендує на повноту. Вона є досить гнучкою та можливо ще потребує розвитку та доробки. Але ще раз підкреслюємо її корисність в плані розвитку дослідницьких умінь учнів.

1. Лейфура В.М. Про задачі з параметрами // У світі математики. – 1996. – №1.
2. Тынянкин С.А. 514 задач с параметрами. – Волгоград, 1991. – 158 с.

3. Ястребинецкий Г.А. Задачи с параметрами: Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1986. – 128 с.
4. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – К.: РИА «Текст», 1992. – 288 с.
5. Фейгенберг Й.М. Задачі в школі та задачі в вузі // Евристика та дидактика точних наук. – Сб.наук.робіт. – Вип.6. – Донецьк: ТЕАН, 1997.
6. Палант Ю.А. О типологии постановок математических задач // Эвристика и дидактика точных наук. Сб. науч. работ. – Вып.1. – Донецк: ТЕАН, 1993.
7. Пойа Д. Математическое открытие. – М.,1976; Математика и правдоподобные рассуждения. – М., 1957.
8. Larson L.C. Problem-Solving Through Problems. Springer – Verlag. New York, 1993.
9. Лысов В.И., Карлащук А.Ю. Методические указания по решению задач с параметрами, Донецк: ДонГУ, 1992.
**Резюме.** В статье предложены новые подходы к классификации задач с параметрами, с учетом развивающего аспекта этих задач. Предложено классифицировать задачи по нескольким основаниям: языку постановки, определенности данных в задаче, характеру постановки.

**Summary.** A new approach to classification of problems with parameters are proposed. The classification take into account a developed aspect of problems with parameters. In the article is offered to classify problems with parameters on the some foundation: the statement language, data determination in problems, the character of statement.

## СЮЖЕТНЕ РОЗМАЇТТЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

*Левченко А.В. , викладач,*
*Тальнівський будівельно-економічний коледж*

У методичній літературі розглядається два підходи до означення поняття «текстова задача». Перший (широкий) трактує під цим поняттям усі задачі, які подані в словесній формі і зводяться до розв’язування рівнянь, нерівностей або їх систем ([1], [5]). Розглянемо для прикладу три задачі з підручника Г.П.Бевз «Алгебра 7-9», 1997 (8 клас).

299. а) *Розв’яжіть рівняння*:

2x(x+5)=7x

372. *Квадрат суми двох послідовних натуральних чисел більший від суми їх квадратів на 264 Знайдіть числа.*

376. *У кінотеатрі було 320 місць. Після того як число місць у кожному ряді збільшили на 4 і додали ще один ряд, у залі стало 420 місць Скільки стало рядів у кінотеатрі?*

Згідно цього підходу, текстовими є задачі № 372 і № 376, а задача № 299 не є текстовою.

Другий підхід звужує клас задач , які відносяться до текстових. До них належать лише ті задачі, подані в словесній формі , в яких мова йде про реальні предмети та явища ([4], [3]). Оскільки у задачі № 372 мова йде тільки про абстрактні об'єкти (натуральні числа), то в цьому підході текстовою є лише задача №376, при розв'язуванні якої учням потрібно буде абстрагуватись від конкретної ситуації, опис якої подано в умові (кінотеатр) та самим відшукати математичні об'єкти (натуральні числа), які найбільш повно відображатимуть властивості та залежності реальних об'єктів (ряди, місця). Тобто, другий підхід, на відміну від першого, проводить чітку границю між задачами в умові яких усі об'єкти математичні (числа, геометричні фігури, функції тощо) та задачами, де ще тільки потрібно створити математичну модель, що адекватно відображатиме суттєві властивості свого оригіналу і описуватиме реальний процес або явище на мові математичних понять, формул та відношень. Саме до останніх задач застосовують термін «текстові». Такі задачі часто називають «сюжетними», «фабульними», «практичними», «життєвими» тощо.

Детальний аналіз переваг і недоліків цих підходів вимагає окремого дослідження, яке виходить за рамки даної статті.

Будемо розглядати лише сюжетні текстові задачі, роль яких у математичній підготовці учнів багатогранна, тому не можна недооцінювати її. Перелічимо лише найбільш важливі з функцій, які покладені на ці задачі у шкільному курсі математики.

Насамперед, текстові задачі виконують навчаючу функцію, тобто, ці задачі використовуються як засіб вивчення теоретичного матеріалу, так як в процесі їх розв’язування відбувається засвоєння учнями математичних знань і навичок.

Використання на уроках математики фізичних, хімічних, біологічних, географічних, історичних текстових задач сприяє реалізації у навчально-виховному процесі реалізації міжпредметних зв’язків.

Розвиваюча функція текстових задач полягає у розвитку інтуїції, логічного та абстрактного мислення, спостережливості учнів. Школярі вчаться аналізувати ситуацію, описану в умові, знаходити суттєві та несуттєві характеристики об’єкта чи явища, робити порівняння, узагальнення і конкретизацію. Це все сприяє формуванню професійно значимих навиків розумової діяльності – плануванню роботи, знаходженню раціональних шляхів її виконання, критичній оцінці результатів.

Текстові задачі виконують також виховну функцію. Культурне, естетичне, економічне, екологічне, трудове виховання учнів на уроках математики в найбільшій мірі забезпечується при розв’язуванні текстових задач, умова яких містить певний виховний елемент.

Перелічені вище функції сюжетних задач є провідними, але ми перелічимо також допоміжні функції текстових задач, що підпорядковуються тій чи іншій головній функції.

Текстові задачі створюють значні можливості для реалізації прикладної направленості вивчення математики. Розв’язуючи текстові задачі, учні вчаться будувати математичні моделі найбільш простих реальних ситуацій, знайомиться з трьохетапною схемою математичного моделювання: 1)етап формалізації; 2)розв’язування математичної задачі, сформульованої на першому етапі; 3)етап інтерпретації результату.

Мотиваційна функція текстових задач у вивченні математики полягає у стимулюванні пізнавальної діяльності при засвоєнні нового теоретичного матеріалу. Учителям рекомендують використовувати на уроці текстові задачі, які викликають зацікавленість у школярів, створюють проблемну ситуацію. На прикладі уміло підібраних задач учні переконуються у важливості математичних знань для різних напрямків людської діяльності.

Уміння розв'язувати текстові задачі завжди піддавалось перевірці, оскільки це дає можливість визначити та оцінити ступінь оволодіння математичними поняттями, здатність аналізувати, міркувати, обґрунтовувати свої висновки. У цьому проявляється контролююча функція текстових задач.

Гуманізація навчально-виховного процесу призвела до трансформації пріоритетів змісту шкільного курсу математики. Більша увага тепер звертається на систему математичних знань, які мають загальноосвітнє і загальнокультурне спрямування. Скорочення навчального часу, зумовлене необхідністю оптимізації навчального навантаження, призвело до зменшення кількості текстових задач, які пропонуються учням для розв'язування. Це потребує від учителів більш скрупульозного і виваженого підходу до відбору задач, врахування не лише математичної цінності задачі (хоч це також надзвичайно важливо!), а і її сюжетного та смислового наповнення. При бажанні вчитель зможе навіть у звичайних шкільних підручниках відшукати такі текстові задачі, які будуть розвивати не лише математичні вміння учня, а і давати йому різні практичні, історичні, культурологічні відомості.

Ми провели вибірковий аналіз підручників з математики, які пропонуються сьогодні для роботи у школі, на наявність у них текстових задач та їх тематику. Дані аналізу подамо у таблицях (див. таб. 1 і таб.2).

Аналіз діючих у загальноосвітній школі підручників з математики щодо кількості та сюжетної різноманітності текстових задач, дає можливість сформулювати такі висновки.

1. Найбільша кількість текстових задач міститься у підручниках для 5-х і 6-х класів (близько 1/3 загальної кількості завдань). Прикро, що у старших класах, учні яких на теоретичному рівні уже підготовлені до сприймання і усвідомлення особливостей трьохетапної схеми методу математичного моделювання, який використовується при розв'язуванні саме

текстових задач, пропонована підручниками кількість таких задач, на нашу думку, не достатня (не перевищує 1/20-ої загальної кількості завдань).

2. Майже в усіх підручниках містяться задачі на рух і на спільну роботу, це пов'язано, насамперед з тим, що ці задачі на етапі формалізації умови викликають в учнів найбільші труднощі, але чомусь менше уваги автори підручників приділяють таким складним для учнів задачам, як задачі на суміші, сплави тощо.

3. Слід відмітити сюжетне різноманіття текстових задач у підручниках для 5-х і 6-х класів та порівняно біднішу тематику задач у підручниках для середніх та старших класів. Наприклад, ці підручники зовсім не містять історичних, космічних, військових задач, мало представлені побутові, технологічні, астрономічні, стародавні задачі, які могли б розвивати кругозір учнів, підвищувати їх загальну культуру, формувати свідомий вибір майбутньої професії.

Згідно нової концепції математичної освіти в Україні, однією з головних цілей навчання математики на рівні загальної середньої освіти поряд з естетичним, економічним, трудовим вихованням є і екологічне виховання, оскільки екологічна криза, що постійно загострюється накладає на освітні установи велику відповідальність за виховання належного ставлення до проблем навколишнього середовища. Екологізація математики може проявлятися у використанні в навчальному процесі задач, фабула яких має екологічне спрямування, але такі задачі зовсім відсутні у підручниках з математики, аналіз яких було зроблено.

Наведемо приклади екологічних задач, які можна пропонувати для розв'язання на уроках математики учням 5-х і 6-х класів (знак * стоїть біля задач, взятих з посібника [2]).

**5 клас. Тема: «Дії другого ступеня».**

1*. В середньому кожна людина споживає 170 л води за добу при фізіологічній потребі 2 л. Підрахуйте, який об'єм води споживають жителі вашого міста за добу.

2*. Підраховано, що за добу дощовий черв'як пропускає через свій кишечник 4-5 г грунту. Кількість черв'яків на 1 га чорнозему становить 0,5 – 2 млн штук. Оцініть кількість землі, що переробляється черв'яком за рік на 1 га орної землі.

3*. У недалекому минулому глибина Аральського моря становила близько 30 м. Тепер його рівень падає на 40 см щорічно. Підрахуйте, коли Арал може припинити своє існування, якщо не вжити термінових природоохоронних заходів.

4. На території України кожен рік у повітря викидається більше 20 млн. т шкідливих речовин. Обчислити, яка кількість шкідливих речовин припадає на одного жителя України, якщо населення України – 52 млн. чол.

**6 клас. Тема: «Відсотки»**

1*. Відомо, що оснащення двигунів регулятором подачі палива на ЗО – 40% зменшує витрати мастильних речовин. Підрахуйте, скільки мастильних речовин може заощадити господарство, яке за рік використало 1200 кг мастила.

2. Загальна площа України – 60,4 млн. га. Дізнатися, який процент території України було затоплено водосховищами на Дніпрі, якщо було затоплено 700 тис га.

3. 20 % населення України проживає в зоні санітарно-недопустимого електромагнітного навантаження. Скільки людей проживає в цій зоні, якщо офіційно населення України становить 52 млн. чоловік?

4. Різними формами ерозії на Україні охоплено 20 млн. га ріллі. Дізнатись, скільки це становить процентів від площі всієї ріллі на Україні, яка займає 43 млн. га.

5. Визначте площу території України, яку втрачено після Чорнобильської аварії внаслідок радіаційного забруднення земель, якщо ці землі займають 4-5% території країни. Загальна площа України – 60,4 млн. га.

**6 клас. Тема: «Відношення і пропорції»**

1*. У великих промислових центрах повітря містить 125-500 мг/м3 вуглекислого газу при нормі 3 мг/м$^3$. У скільки разів перевищується норма?

2*. Одним із засобів захисту навколишнього середовища є розсіювання шкідливих речовин за допомогою високих труб. Відомо, що димова труба висотою 100 м дає змогу розсіювати шкідливі речовини в радіусі до 20 км. Визначте радіус розсіювання речовин, якщо висота труби 80 м.

3*. Встановлено, що 1 т нафти утворює на поверхні води пляму площею близько 6 км$^2$. Яку площу акваторії вкриє нафтова пляма у випадку аварії танкера водотоннажністю 5000 т?

4*. В басейн Дніпра щорічно скидається близько 10 млрд м3 неочищених стічних вод. Скільки потрібно води для 20-кратного розбавлення цих стоків?

Таблиця 1

| № п/п | Автори, назва, рік видання підручника | Загальна кількість завдань у підручнику, Х | Кількість текстових задач у підручнику, У | Процентне відношення, У/Х, % |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Віленкін Н.Я., Чесноков О.С., Шварцбурд С.І., «Математика 5», 1988. | 1345 | 475 | 35,5 |
| 2 | Возняк Г.М., Литвиненко Г.М., Малањюк М.П., «Математика 5», 1996. | 1313 | 444 | 33,8 |
| 3 | Литвиненко Г. М., Возняк Г. М., «Математика 6», 1996. | 1239 | 408 | 32,9 |
| 4 | Макаричев Ю. М., Миндюк Н.Г., Нєшков К. І., Суворова С.Б., «Алгебра 7»,1990. | 1292 | 152 | 11,8 |
| 5 | Бевз Г.П., «Алгебра 7-9», 1997 (7 клас). | 604 | 63 | 10,4 |
| 6 | Макаричев Ю. М., Миндюк Н.Г., Нєшков К. І., Суворова С.Б., « Алгебра 8», 1994. | 1110 | 120 | 10,8 |
| 7 | Бевз Г.П., «Алгебра 7-9»,1997 (8 клас). | 604 | 63 | 10,4 |
| 8 | Макаричев Ю. М., Миндюк Н. Г., Нєшков К. І., Суворова С. Б., «Алгебра 9», 1991. | 1210 | 59 | 4,9 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 9 | Бевз Г.П., «Алгебра 7-9», 1997 (9 клас). | 449 | 67 | 14,9 |
| 10 | Колмогоров А.М., Абрамов О.М., Вейц Б.Ю. та ін., «Алгебра і початки аналізу 10- 11», 1992. | 3128 | 83 | 2,7 |
| 11 | Шкіль М.І., Слєпкань З.1., Дубінчук О.С., «Алгебра і початки аналізу 10 –11», 1995. | 1913 | 91 | 4,8 |

Таблиця 2

| № | Тематика текстових задач | Порядковий номер підручника див. табл. №1) | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 1 | життєві | + | + | + | + | + | + | + | | + | | + |
| 2 | на шкільну тематику | + | + | + | + | + | + | | + | + | | + |
| 3 | на визначення віку | | + | + | + | + | | + | | | | |
| 4 | виробничі | + | + | + | + | + | | + | + | + | | + |
| 5 | технологічні | + | + | + | | | | | | + | | + |
| 6 | сільськогосподарські | + | + | + | + | + | + | + | + | | | + |
| 7 | будівельні | + | + | + | + | + | + | | + | + | + | + |
| 8 | комерційні (продаж, купівля) | + | + | + | + | + | | + | | + | | |
| 9 | фінансові | + | | + | | | | | + | + | | |
| 10 | на визначення вартості | + | | | + | + | + | | | + | | + |
| 11 | на гроші та зарплату | + | + | + | + | + | | | | + | | + |
| 12 | оптимізаційні | + | + | + | | | | | | | + | + |
| 13 | на продуктивність праці | + | + | + | + | | | | | | | + |
| 14 | на роботу одного виконавця | + | + | + | | | | | | | | |
| 15 | на суспільну роботу | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| 16 | на кількість працівників | + | + | + | + | + | | | | + | | |
| 17 | на рух | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |
| 18 | на визначення ваги або маси | + | + | + | + | + | + | | + | | + | + |
| 19 | на визначення температури | + | + | + | + | | | | | | | |
| 20 | на визначення рівня рідини | + | + | + | + | | | | | | | |
| 21 | на заповнення посудини рідиною | + | + | + | + | | + | | + | + | + | |
| 22 | на визначення часу | + | + | + | | | | | | | + | + |
| 23 | на визначення тиску | | | | | | | | | + | | |
| 24 | на роботу сили | | | | | | | | | | + | + |
| 25 | електротехнічні | | | | | | | | | | | + |
| 26 | астрономічні | + | | | + | | + | | | | | |
| 27 | космічні | + | + | | | | | | | | | |
| 28 | радіологічні | | | | | | | | | | + | + |
| 29 | на довжину | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |
| 30 | на площу | + | + | + | + | + | + | + | | + | + | + |
| 31 | на об’єм | + | + | + | + | | | + | | + | + | + |
| 32 | про людей | + | | | + | | + | | | | | |
| 33 | про тварин | + | + | + | | + | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 34 | про риб | | | + | | | | | | | | + |
| 35 | про рослини та дерева | + | + | + | | | | | | | | |
| 36 | про бактерії | | | | | | | | | + | | + |
| 37 | на харчовий раціон | | + | + | | | | | | | | |
| 38 | про кількість населення | | + | + | | | | | | + | | |
| 39 | про розмір географічних об’єктів | | + | + | + | | | | | + | | |
| 40 | на масштаб | + | + | + | | | | | | + | | |
| 41 | про історичні події | | + | + | | | | | | | | |
| 42 | про знаменитих людей | | + | + | | | | | | + | | |
| 43 | стародавні задачі | | | | + | + | | + | | + | | |
| 44 | на сплави, суміші, розчини | + | + | + | | + | | + | | + | | + |
| 45 | військові | + | | + | | | | | | + | + | + |
| 46 | спортивні | + | + | + | | | + | | | | | + |
| 47 | задачі-жарти | | + | + | + | + | | + | | + | | |

Лурье М.В., Александров Б.И. Задачи на составление уравнений. – М.: Наука, 1990.
Пустовіт Н.0., Плечова З.Н. Екологічні задачі, ігри та вікторини: Навч. посібник. – К.: Наук. думка, 1995.
Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. – М.: Просвещение, 1989.
Хабиб Р.А., Чесноков А.С. О задачах в учебниках математики для IV и V классов // Математика в школе. – 1977. – № 5. – С.91-92.
Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач : Учеб. пособие для 10 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1989.

**Резюме**. В статье указываются два подхода к понятию «текстовая задача», рассматриваются функции текстовых задач в школьном курсе математики, предлагается аналитико-статистические данные о количестве и сюжетном разнообразии текстовых задач в школьных учебниках.

**Summary**. In the article the context of the concept «the problem with the text» is analyzed, she considers the functions of these mathematics problems in the school course of mathematics. The analytic-statistic facts no the quantity a plot diversity of the problems with the text in school textbooks are given.

## АКТИВІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНО-ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ У ПРОЦЕСІ ДОВЕДЕННЯ ФОРМУЛ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

*Г.О.Корінь, викладач,*
*14038, м. Чернігів, Свердлова, 53,*
*Чернігівський державний педагогічний університет імені Т.Г.Шевченка, кафедра педагогіки, психології і методики викладання математики*

У наш час, коли здійснюється  процес гуманізації освіти, навчання учнів доведенням набуло більшого значення.

Доведення в шкільному курсі математики сприяють кращому засвоєнню програмного матеріалу, дають учням уявлення про математику як дедуктивну науку, розвивають в них логічне мислення.

Одним з найкращих способів розвивати логічне мислення на уроках математики є вивчення і відшукання різних доведень.

На думку Притуло Ф.Ф., «розглядаючи доведення як ланцюг, як систему умовиводів, його можна вважати і логічною вправою: саме в доведенні здійснюється найбільш безпосереднє, найбільш повне і послідовне застосування і використання законів і форм логічного мислення.

Ніде (за винятком самої логіки) так чітко, виразно і послідовно не застосовується і не здійснюється вимога обґрунтованості мислення, як в доведенні: сам зміст доведення ставить нас в найближче, пряме і безпосереднє зіткнення з законами і формами логічного мислення» [1].

У сучасних підручниках з алгебри для загальноосвітніх шкіл більшість сформульованих в них тверджень супроводжуються різними доведеннями.

Навіщо потрібно вивчати доведення математичних тверджень? Насамперед, щоб переконувати кожного разу учнів у справедливості того чи іншого твердження.

На думку Репьєва В.В., «математичну освіту можна вважати повноцінною лише тоді, коли учні не тільки запам’ятовують доведення теорем, передбачених програмою, а й усвідомлюють основні методи, які застосовуються в математичних предметах і навчаються використовувати їх в доступних для їх розвитку питаннях» [4].

За останні роки психологією, дидактикою, методикою нагромаджено досить великий матеріал, який безпосередньо або опосередковано стосується проблем активізації пізнавальної діяльності учнів. Аналіз цих праць дає змогу вважати, що процес навчання полягає не тільки в передаванні знань учителем і опануванні їх учнями, а й вимагає активної пізнавальної діяльності учнів.

І.Ф.Харламов визначає пізнавальну активність як стан учня, який характеризується прагненням до навчання, розумовим напруженням і виявом вольових зусиль у процес оволодіння знаннями [3].

Активізація пізнавальної діяльності учнів розвиває розумові здібності учнів, формує інтереси, збуджує допитливість, виховує любов, повагу і звичку до праці.

У дослідженнях дидактів є різні тлумачення поняття «активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів». Г.І.Щукіна вважає, що активізація навчально-пізнавальної діяльності – «це процес, спрямований на посилену спільну навчально-пізнавальну діяльність вчителя і учнів, на спонукання до її енергійного цілеспрямованого здійснення, на подолання інерції, пасивності та стереотипних форм викладання і навчання» [5].

Наочність у викладанні математики – важливий дидактичний принцип, один із засобів активізації навчального процесу.

Органи чуття людини мають різну чутливість до зовнішніх подразнень. Органи зору «пропускають» у мозок майже в 5 разів більше інформації, ніж органи слуху, і майже в 13 разів – порівняно з органами дотику.

У процесі вивчення математики потрібно частіше використовувати моделі, які не тільки підводять учнів до самостійного формулювання ними означень, теорем, але й допомагають спростувати неправильні уявлення, доводити деякі твердження.

Формулу «квадрат суми» виводять безпосереднім множенням.

Вивівши формулу, вчитель повинен допомогти учням запам’ятати її.

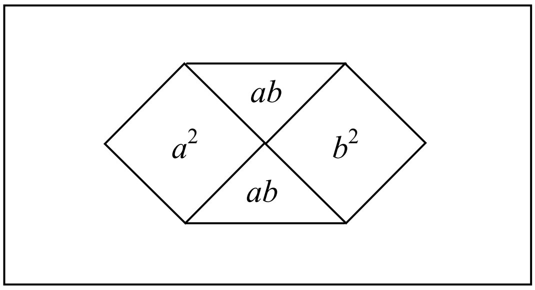
Геометрична інтерпретація формули «квадрата суми» значно покращує міцність запам’ятовування формули і спростовує хибну і досить поширену учнівську помилку: $(a+b)^2 = a^2 + b^2$.

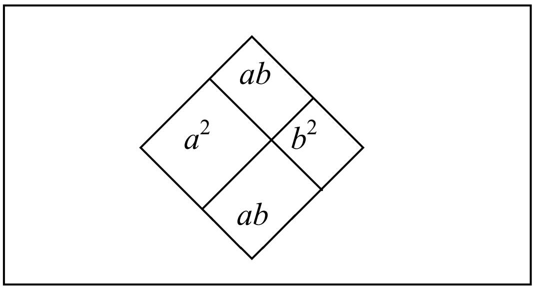
У випадку, коли $a$ і $b$ одночасно дорівнюють нулю або $a = 0$ і $b \neq 0$ (чи навпаки, $a \neq 0$ і $b = 0$) рівність $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ є тотожністю.

Щоб учні не забували про подвоєний добуток $a$ і $b$, варто продемонструвати наступну модель.

На цупкий картон наклеюємо шестикутник, у якому виділяємо різними кольорами два трикутники і два квадрати.

Склеюємо ще дві цупкі картонки між собою. В одній з цих картонок прорізаємо квадрат. Вставляємо першу картонку з наклеєним на неї шестикутником у дві – «футляр» – склеєні між собою другу і третю картонки.

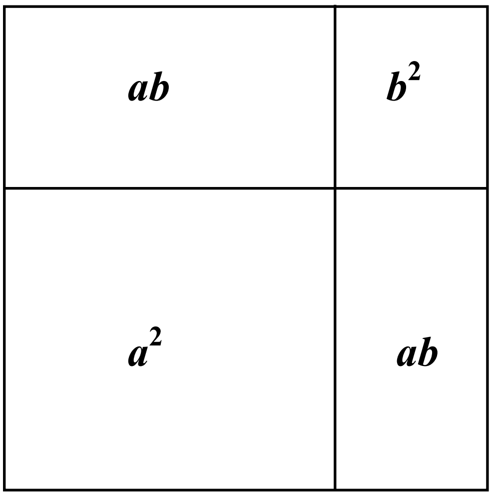



Сторона квадрата дорівнює $a+b$, а площа квадрата дорівнює сумі площ двох квадратів зі сторонами $a$ і $b$ і двох прямокутників зі сторонами $a$ і $b$, тобто, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

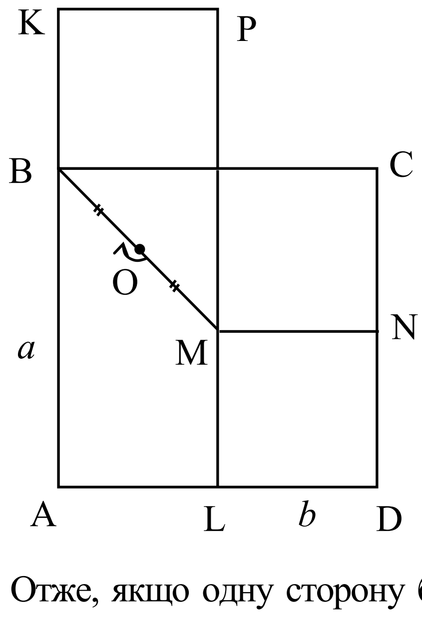
Першу картонку можна рухати, ілюструючи геометричний зміст формули $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

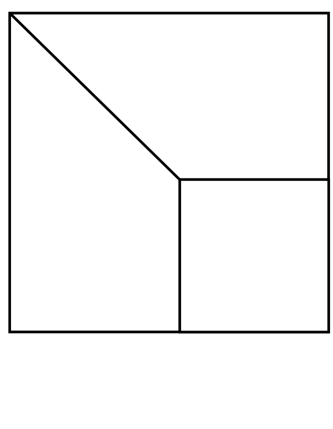
Можна також повідомити учням, що формулу $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ Евклід у своїх «Началах» подавав так: квадрат, побудований на сумі двох відрізків, рівновеликий квадратам, побудованим на кожному з них, і двом прямокутникам, побудованим на цих відрізках [7].



Під час вивчення множення різниці двох виразів на їх суму варто проілюструвати геометричний зміст формули $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ з допомогою такої моделі.

На цупкий картон наклеюємо квадрат зі стороною $a$ (наприклад, блакитного кольору). На цей квадрат наклеюємо квадрат зі стороною $b$, $b<a$, іншого кольору (наприклад, сірого). Другий квадрат наклеюємо на перший так, щоб сумістився один прямий кут. Накладаємо прозору плівку з лінією, що з'єднує вершини двох квадратів, далі накладаємо плівку з двома трапеціями (жовтого кольору) і демонструємо їх рівність. Одну з трапецій залишаємо нерухомою, а другу обертаємо навколо середини відрізка – точки O – так, щоб одержати прямокутник з двох трапецій. Тоді $AK=a+b$, $AL=a-b$. Площа прямокутника $AKPL$ дорівнює $(a+b)(a-b)$. З іншого боку, ця площа дорівнює $a^2-b^2$. Отже, $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$.



Отже, якщо одну сторону будь-якого квадрата зменшити на декілька одиниць (на $b$) і одночасно другу сторону збільшити на стільки ж одиниць, то площа отриманого прямокутника буде менша, ніж площа початкового квадрата на $b^2$.

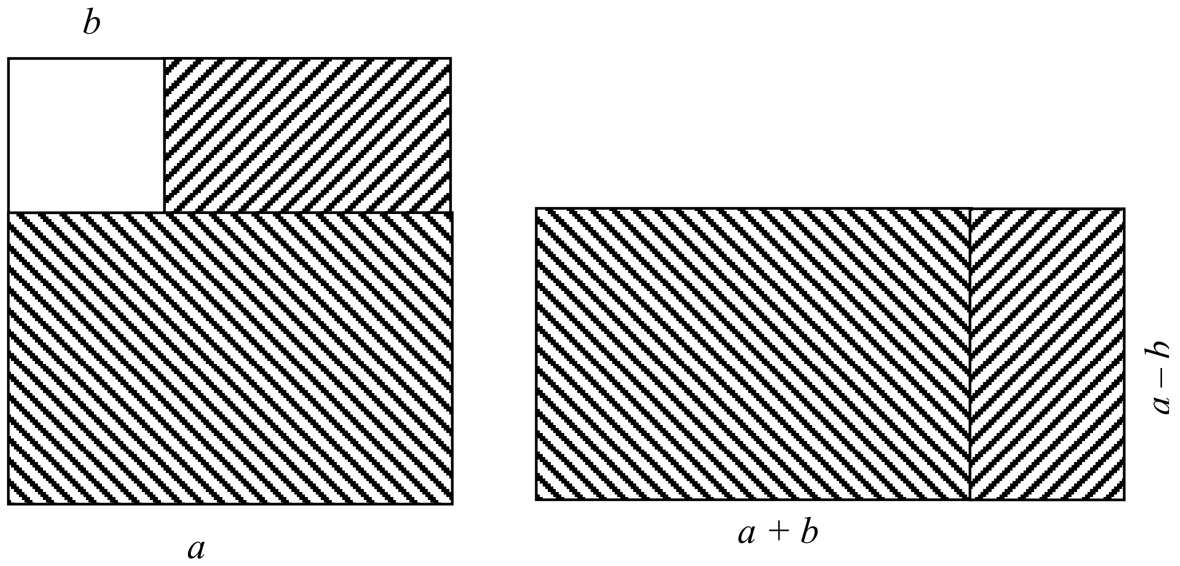
Слід особливу увагу звернути на геометричну інтерпретацію формули, переписаної у зворотному порядку:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b).$$

Ліва частина тотожності виражає різницю площ двох квадратів, а права її частина – площу прямокутника $(a-b)(a+b)$.

Учні можуть продемонструвати це на паперових моделях.

Візьмемо квадрат зі стороною $a$ (площа $a^2$). Відріжемо від нього другий квадрат зі стороною $b$ (площа $b^2$). Тоді дістанемо фігуру, що має площу $a^2 - b^2$. Її можна розрізати на два прямокутники і скласти з них один прямокутник із сторонами $a+b$ і $a-b$. Тому площа його дорівнює $(a+b)(a-b)$. Але це та сама площа. Тому $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.




Використання наочності в процесі доведення формул скороченого множення підсилює свідомість сприймання, активізує мислення, підвищує пізнавальний інтерес учнів.


1. Бевз Г.П. Методика викладання алгебри. – К.: Радянська школа, 1971. – 272 с.
2. Ігнатенко М.Я. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики. – К.: Тираж, 1997. – 300 с.
3. Притуло Ф.Ф. Методика изложения геометрических доказательств. – М.: Учпедгиз, 1958.
4. Репьев В.В. Общая методика. – М.: Учпедгиз, 1958. – 223 с.

5. Стратилатов П.В. О системе работы учителя математики. – М.: Просвещение, 1984. – 96 с.
6. Харламов И.Ф. Как активизировать учение школьников /Дидактические очерки / Изд. 2-е, дополненное и переработанное. – Минск: Народна асвета, 1975. – 207 с.
7. Черватюк О.Г., Шиманська Г.Д. Елементи цікавої математики на уроках математики. – К.: Радянська школа, 1968. – 191 с.
8. Щукина Г.И. Проблема познавательной деятельности учащихся в учебном процессе. – М.: Педагогика, 1979. – 178 с.

**Резюме.** В статье рассмотрены некоторые вопросы активизации познавательной деятельности учащихся в процессе доказательства формул сокращенного умножения.

**Summary.** In the article some questions of activization pupil's cognitive activity during the proof of the reduced multiplication formulas are considered.

## ФОРМУВАННЯ В УЧНІВ 5 – 6 КЛАСІВ УМІНЬ ВИКОНУВАТИ ГЕОМЕТРИЧНІ ПОБУДОВИ

*Н.В.Гібалова, аспірант,*
*Інститут педагогіки АПН України, м.Київ*

З метою підвищення рівня оволодіння учнями вмінь основних геометричних побудов у систематичному курсі геометрії, Державним стандартом математичної освіти передбачено формування вмінь виконувати найпростіші побудови в курсі математики 5-6 класів.

Аналіз психолого-педагогічної літератури дозволив нам виділити основні етапи формування найпростіших конструктивно-графічних умінь в умовах рівневої диференціації навчання. Розглянемо роботу на окремих етапах навчання.

Однією з важливих умов, що сприяють перенесенню геометричних навичок і умінь є усвідомлене засвоєння і узагальнення знань, які лежать в їх основі. Тому метою **підготовчого етапу** є актуалізація понять, умінь та навичок, необхідних для оволодіння новим способом дії, їх уточнення і корекція.

Виявлення необхідних для нового уміння знань і навиків здійснюється з урахуванням змісту і структури дії, їх уточнення і корекції.

Виявлення необхідних для нового уміння знань і навиків здійснюється з урахуванням змісту і структури дії, в такій послідовності: 1) виділення об'єкту дії; 2) виділення мети дії; 3) виділення змісту ООД (орієнтовна основа дії).

В зміст ООД входять знання про об'єкт, цілі, засоби виконання дії, знання для обґрунтування можливості і правильності практичної дії, а також знання про прийоми її використання. Наприклад, наведемо таку модель для побудови центрально-симетричних фігур (табл. 1).

Таблиця 1. Операційно-теоретична модель побудови центрально-симетричних фігур

| | Поняття | Операції |
|---|---|---|
| Об'єкт дії | - задана геометрична фігура<br>- характеристичні точки | - побудова заданої геометричної фігури |
| Мета дії | - центрально-симетричні фігури<br>- центр симетрії<br>- центрально-симетричні точки | - побудова півпрямої, що проходить через задану точку з даним початком;<br>- відкладання відрізка, рівного даному |

Згідно такої моделі учитель складає систему завдань, яка може виконувати *діагностичну* і *пропедевтичну* функції. Ця система включає завдання-запитання і завдання-вправи на побудову. Як показали експериментальні дослідження, в процесі розв'язування таких завдань та аналізу їх виконання відбувається не тільки виявлення стану оволодіння учнями необхідних для виконання дії знань, але і актуалізація цих знань у більшості учнів. В психолого-педагогічних дослідженнях відмічається, що актуалізація образу, відтворення ним тих операцій, які лежать в основі зразка, органічно входять в нього. Образ без дії суб'єкта не може бути ні відтворений ні використаний. Виконання учнями запропонованої системи *діагностико-пропедевтичних вправ* передбачає виконання тих операцій, які лежать в основі нового способу дії. Наприклад, система діагностико-пропедевтичних завдань при формуванні уміння будувати центрально-симетричні фігури буде така.

1. Побудуйте півпряму, позначте її. Що називається півпрямою?
2. Побудуйте довільний відрізок. Що називається відрізком?
3. Побудуйте півпряму, яка проходить через точку $A$ з початком у точці $O$ (точки $A$ і $O$ візьміть довільно). Скільки таких прямих можна провести?

4. На побудованій при виконанні другого завдання півпрямій від точки *A* відкладіть відрізок рівний *OA*. Яким інструментом це можна зробити? Скільки таких відрізків можна відкласти? Що можна сказати про точки *A* і *A'*? Як називається точка *O*?
5. Скільки точок необхідно для побудови прямої, променя, відрізка, кола, трикутника, *n*-кутника?

Завдання 1 і 2 призначаються для актуалізації знань учнів мінімально-базового і базового рівнів знань. Завдання 3 і 4 виконуються учнями всього класу. При необхідності «слабі» учні можуть використовувати пам'ятки-інструкції про виконання відповідних інструментальних умінь. Запитання п'ятого завдання з'ясовуються в ході фронтальної бесіди і систематизується в таблиці (табл.2).

Таблиця 2. Характеристичні точки геометричних фігур.

| Геометрична фігура | Характеристичні точки | Кількість характеристичних точок |
|---|---|---|
| Пряма | будь-які дві точки | 2 |
| Промінь | початок і будь-яка точка | 2 |
| Відрізок | кінці відрізку | 2 |
| Коло | центр і будь-яка точка кола | 2 |
| Трикутник | вершини трикутника | 3 |
| n-кутник | вершини n-кутника | n |

Після проведення необхідної підготовчої роботи учитель переходить до **ознайомлення із новим способом дії**. Особливості діяльності учителя на цьому етапі полягає в тому, що він розкриває свої розумові дії в матеріальній або матеріалізованій формі, а учні ще не володіють цією дією, використовують раніш сформовані вміння для складання ООД. Це дозволяє учню ознайомитися з умовами виконання нового способу діяльності, забезпечує розуміння логіки уміння та можливості його виконання.

Дослідження показало, що найбільш ефективно знайомити учнів із способом побудови методом *евристичної бесіди.* Наприклад, розглянемо застосування цього методу при ознайомленні із побудовою трикутника за трьома сторонами.

Бесіда починається зі створення проблемної ситуації: учням пропонується скласти трикутник із трьох «паличок». (Кожен учень виконує завдання самостійно, використовуючи необхідний дидактичний матеріал). Після цього учитель формулює наступну задачу: «Нехай дано три відрізки, різні за довжиною (на кресленні відрізки розташовані довільно), з них треба утворити трикутник, але ці відрізки «нерухомі», і попередній спосіб виконання неможливий. Як побудувати трикутник, сторони якого рівні даним відрізкам?»

Після постановки проблемного завдання учитель ілюструє креслення шуканого трикутника *ABC*, на кресленні відмічені довжини сторін (для цього можна використати кодоскоп або настінну таблицю) і задає наступні запитання:

1. На скільки сантиметрів віддалена точка *B* від точки *A*? точка *B* від точки *C*?
2. Яку фігуру утворюють точки віддалені від точки *A* на n см?
3. Як побудувати точки, віддалені від точки *C* на n см?
4. На перетині яких фігур знаходиться точка *B*?

Така система запитань підвищує рівень пізнавальної активності і продуктивної діяльності учнів кожної типологічної групи. Після закінчення бесіди учитель разом з учнями виконує побудову трикутника і складає орієнтовну основу дії, яка може мати вигляд пам'ятки, алгоритмічного припису, евристичної схеми тощо. Після первинного ознайомлення з новим матеріалом, коли прийом побудови достатньо усвідомлений але недостатньо міцно засвоєний, застосовуються *пробні вправи* – перші завдання на застосування алгоритму побудови. Матеріал цих вправ однорідний і забезпечує повторне виконання перших практичних дій при відносно постійних умовах, не вимагаючи від учнів повної самостійності. Розв'язування пробних вправ здійснюється з усним коментуванням (формування дії в гучній мові), при цьому учні спираються на складену ООД.

Опора на схеми, приписи дозволяє учням безпомилково виконувати операції, які входять в уміння, що формуються. Розв'язування 1-2 пробних вправ обов'язкове для всіх учнів, оскільки вербальне усвідомлення дії, яке відбувається при коментуванні, дає можливість запам'ятати послідовність операцій і дозволяє здійснити підготовку до самостійного виконання дії в інваріантних і варіативних умовах.

Для подальшого **формування і узагальнення вмінь** учням пропонуються *тренувальні вправи*, переважно для самостійного виконання. Кожна типологічна група учнів виконує завдання, які відповідають її рівню засвоєння знань. Приведемо приклад системи диференційованих вправ для формування вміння будувати трикутник за трьома сторонами.

***МІНІМАЛЬНО-БАЗОВИЙ РІВЕНЬ***

1. Побудуй трикутник із сторонами 2 см, 4 см, і 5 см. При виконанні використай алгоритмічний припис.
2. Розглянь зображення трикутника. Виміряй його сторони. Побудуй трикутник рівний заданому.
3. Побудуй рівносторонній трикутник із стороною 3 см. Знайди його периметр.
4. Побудуй рівносторонній трикутник, периметр якого 12 см.

***Базовий рівень***

1. Побудуй трикутник із сторонами 2 см, 4 см, 5 см.
2. Побудуй трикутник рівний даному.
3. Побудуй трикутник: а) рівносторонній, периметр якого 12 см; б) рівнобедрений з основою 4 см, периметр якого 10 см. При виконанні використовуй пам'ятку.

***Підвищений рівень***

1. Побудуй довільний рівнобедрений трикутник, побудуй трикутник рівний даному.
2. Побудуй рівнобедрений трикутник, основа якого 4 см, а бічна сторона 3 см.
3. Побудуй рівносторонній трикутник периметр якого 12 см.
4. Побудуй чотирикутник, який складається з двох рівних трикутників, що мають одну спільну сторону. Довжини сторін: 3 см, 4 см, 5 см.

При організації роботи на етапі формування уміння учитель може варіювати форми та прийоми роботи, поєднуючи самостійну роботу з фронтальною чи груповою для учнів окремих типологічних груп тощо.

Врахування вчителем індивідуальних можливостей учнів, а також психолого-педагогічних закономірностей формування способів дій може стати гарантом успішного вирішення проблеми навчання виконувати найпростіші геометричні побудови.

**Резюме.** В статье раскрываются методические основы дифференцированного формирования умений выполнять геометрические построения в учащихся 5 – 6 классов. Описывается методика выработки этих умений на каждом этапе обучения с помощью системы дифференцированных упражнений, ориентированных на три уровня усвоения знаний (минимально-базовый, базовый, повышенный).

**Summary.** The present article describes the methodic principles of practical skills in the mathematics' course of training in the 5 – 6$^{th}$ forms to make geometric constructions under the conditions of level defferentiation's studies. On the basis of this process and the proper systems of differentiated tasks were determined.

## РАЗРЕЗНЫЕ КВАДРАТЫ – ЭФФЕКТИВНОЕ СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ПОНЯТИЯ ПЛОЩАДЬ И ЕДИНИЦЫ ПЛОЩАДИ В ШКОЛЕ I-IV СТУПЕНИ

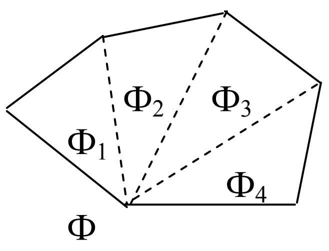
*Т.С.Михайлович, канд. пед. наук, доцент,*
*Харьковский государственный педагогический университет им.Г.С.Сковороды*
*e-mail: astra_pvu@www.ukrpost.net.*

Одним из основных математических понятий, которое учащиеся должны усвоить в начальной школе является понятие величины «площадь» и единицы площади.

Традиционно понятие «площадь» формируется через решение арифметических задач сельскохозяйственного содержания: «По плану участка найди, какая площадь выделена отдельно для огурцов, помидоров и салата» или производственного содержания: «Мастер из прямоугольного куска фанеры длиной 45 см и шириной 36 см вырезал часть прямоугольной формы размером 25х30 см. Найди площадь оставшейся части фанеры». Учащиеся ознакомятся с палеткой – средством определения площади фи-гуры и формулами для отыскания площадей прямоугольника S = $a \cdot b$ и квадрата S = $a \cdot a$. Затем проводится работа над переводом одних единиц площади в другие.

Наблюдения и анализ уроков математики в третьих (четвертых) классах показывает, что учащиеся формально подходят к нахождению площади фигуры. И этому есть обоснование – учащимися основные свойства величины «площадь» не усваиваются. Анализ учебно-методической литературы дал возможность констатировать тот факт, что методисты этому вопросу не уделяют должного внимания. Опрос учителей начальных классов показал, что свойства величин не все могут перечислить. Это сказывается на успешности овладения учащимися в средней школе геометрическими и алгебраическими понятиями.

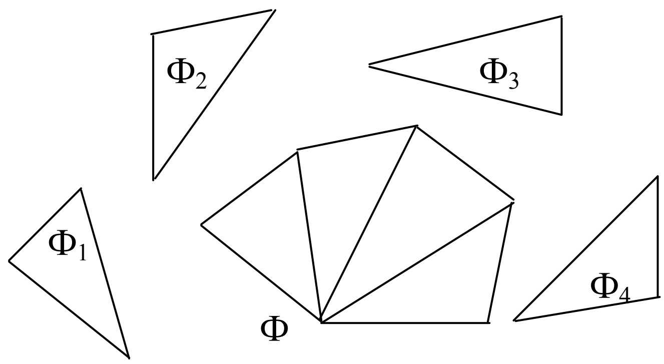
Говоря о площади как математическом понятии понимают величину внутренней области выпуклых плоских фигур – многоугольников. Причем площадь любой плоской фигуры можно представить в виде суммы площадей фигур образованных из ее внутренней области (рис.1) или сумма площадей нескольких фигур определяет площадь фигуры составленной из них (рис.2).




$Ф = Ф_1 \cup Ф_2 \cup Ф_3 \cup Ф_4$

$S(Ф)=S(Ф_1)+S(Ф_2)+S(Ф_3)+S(Ф_4)$

рис.1




$Ф_1 \cup Ф_2 \cup Ф_3 \cup Ф_4 = Ф$

$S(Ф_1)+S(Ф_2)+S(Ф_3)+S(Ф_4)=S(Ф)$

рис.2

Например, фигура Ф, изображенная на рис.1, образована из фигур $Ф_1$, $Ф_2$, $Ф_3$, $Ф_4$. Это значит, что фигура Ф является объединением этих геометрических фигур не имеющих общих внутренних точек.

Учащимся начальных классов доступно понимание выше изложеного. Поэтому кроме заданий на определение площади выпуклых фигур целесообразно предлагать задания на определения площадей не выпуклых фигур – флажков, звездочек и т.д. с предварительным разбиением их на составные части – фигуры, определение площадей которых учащимися уже усвоено.

При поиске средств, наиболее эффективно способствующих формированию у учащихся представления о площади как свойства плоской геометрической фигуры, было обращено внимание на разрезные квадраты.

Применение данного средства целесообразно проводить следующим образом.

На занятиях ручного труда учащимся предлагается изготовить наборы по образцам, изображенным на доске с уточнением фигур полученых при разрезании квадрата на семь частей. Геометрические фигуры равной площади окрашиваются в одинаковый цвет и на каждой проставляется чис-ловое значение площади.Набор складывают в конверт и на нем записывают числовое значение площади исходной фигуры – квадрата. Это поможет учащимся наглядно уяснить неизменяемость площади исходной фигуры при изменении ее конфигурации.

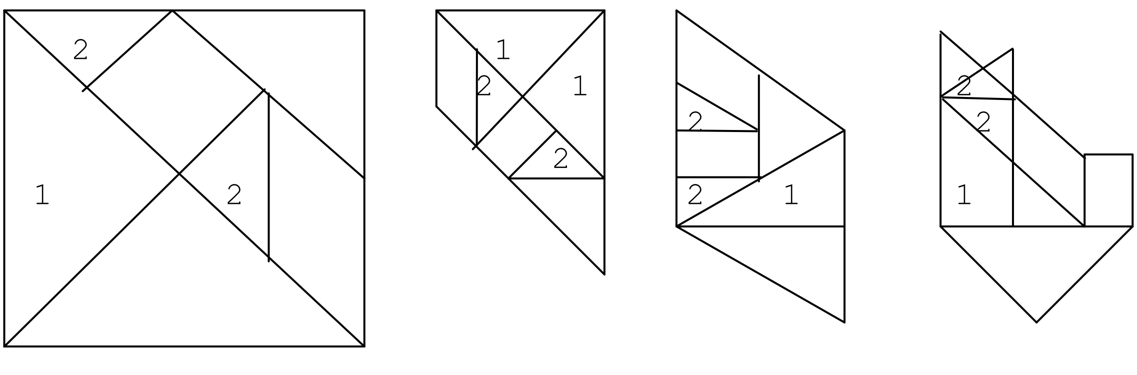
На занятиях по математике изготовленные наборы применяются с целью:

–формирования представления о плоской геометрической фигуре, как объединении плоских геометрических фигур;

–формировании понятия площадь фигуры как объединения площадей составляющих ее фигур;

–формирования представления о равновеликих фигурах.

Задание 1. Составь многоугольник по образцу. Посчитай количество фигур в каждой из плоских фигур и назови их. Найди площадь каждой из плоских фигур (рис.3а, б, в).



1 1 1

а) б) в)

Рис.3

$S$ = 8см х 8см =64 см

$S_1$= $S_2$ = 16см, $S_3$ = $S_4$ = 4см, $S_5$ = 8см, $S_6$ = 8см, $S_7$ = 8см

Анализируя каждую из предложеных плоских фигур учащиеся приходят к получению одного и того же результата – числовые значения площадей фигур одинаковые. Они должны уяснить, что причиной этого является:

- образование предложеных фигур из одной общей для них фигуры – квадрата при различном расположении составляющих его фигур;
- так как площадь квадрата известнв,то любые плоские фигуры образованные из геометрических фигур его составляющих будут иметь одинаковую площадь.

Задание 2. Образуй из набора фигуры-силуэты. (Рис. 4)

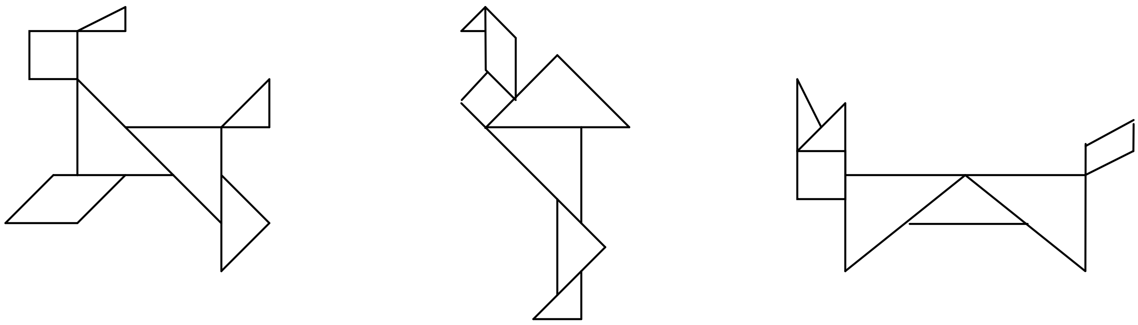


Рис.4

Для выполнения этого задания ученики должны по контурному изображению определить геометрические фигуры из набора и заполнить ими внутреннюю область фигуры-силуэта. При этом используется один и тот же набор – площадь квадрата неизменна.

Для более наглядного показа того, что площадь фигуры представляет собой сумму площадей составляющих ее фигур, целесообразно использо-



вать два набора розрізні квадрати. Такие комбинации зависят от предлагаемых фигур-силуэтов. Например, рис.5.

Рис.5

При определении площадей предлагаемых фигур учащиеся суммируют площади использованых геометрических фигур, определяют их равновеликость.

Задание 3. Образовать из набора многоугольник площадь которого равна: 4 см$^2$; 6 см$^2$; 7 см$^2$; 8 см$^2$. Сколько геометрических фигур для этого использовали?»

Задание 4. Известно, что многоугольник составлен из параллелограмма, двух одинаковых треугольников и еще одного треугольника. Площадь его равна 6 см$^2$. Подбери такие геометрические фигуры, чтобы суммы их площадей была равна площади многоугольника».

Задания такого содержания являются заключительными. При их выполнении учащиеся выясняют какие геометрические фигуры по числовому значению площадей подходят для выполнения предложенного задания и только после этого составляют фигур.

Это дает возможность показать учащимся, что площадью фигуры называется такое ее свойство, что:

– если фигура образована из конечного количества фигур, то ее площадь определяется как сумма площадей этих фигур;

– фигуры, имеющие равные площади называются равновеликими.

**Резюме.** В статті розглядається питання використання розрізних квад-ратів як засобу формування поняття площина та одиниці площини у по-чаткових класах.

**Summary.** The article deals nith the usage of the cut squares as the effective means of forming pupils comprehension of the definitions «square» and «measurement of squares» in primary school.

## ЗМІСТ

# *ДО УВАГИ ЧИТАЧІВ*

***Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу "Педагогічні науки" включено наш збірник наукових праць "Дидактика математики: проблеми і дослідження" (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання "Евристика та дидактика точних наук" міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.***

# ДО ВІДОМОСТІ АВТОРІВ

**В ЗБІРНИКУ ПУБЛІКУЮТЬСЯ ОРИГІНАЛЬНІ РОБОТИ З ДИДАКТИКИ МАТЕМАТИКИ, РОЗВИВАЮЧОГО НАВЧАННЯ, ЕВРИСТИКИ, ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ІДЕЙ ТА МЕТОДІВ У НАВЧАННІ. МОВА ПУБЛІКАЦІЇ - УКРАЇНСЬКА, РОСІЙСЬКА, АНГЛІЙСЬКА.**

Редколегія зберігає за собою право відхиляти роботи без обговорення та рецензування.

Витрати на публікацію сплачуються автором.

Об`єм статті не менш 6 сторінок.

Бажано раніше узгоджувати назву та об`єм роботи, надіслав її коротку анотацію.

Для публікації необхідно представити рекомендацію кафедри і відгук члена редакаційної колегії збірника.

**Автор надає:**

1) 1 екземпляр статті (яку набрано у WORD, на білім папері розміром 297х210 мм, підготовленої для репродуктування на резографі (чіткий та контрасний друк);
2) дискету з файлом своєї роботи.

Формули та малюнки теж набираються на комп`ютері, або вписуються чорними чорнилами (пастою). Малюнки розміщуються усередині тексту (не окремо!).

Поля: ліворуч - 25 мм, праворуч - 25 мм, зверху - 25 мм, знизу - 25 мм.

Номери сторінок не проставляти !

Через 1 інтервал друкується: назва роботи великими жирними літерами симетрично, далі - пропуск рядка і ініціали та прізвище автора (авторів), ступень, звання – курсивом, рядковими літерами, з симетричним розміщенням, потім на другому рядку місце роботи та адреса для спілкування (адреса вказується за бажанням авторів)- курсивом, рядковими літерами. Після цього - пропуск рядка і йде початок тексту роботи. Текст друкується через 1,5 інтервали. Пропуск спочатку абзацу - 5 литер. Посилання на літературу розташовуються номерами у квадратних дужках. Список літератури йде у кінці роботи після пропуску рядка через 1 інтервал, без додаткових назв. Оформлення бібліографії стандартне (ГОСТ 7.5-88). Після статті та списка літератури (якщо він є) треба додати резюме на двох мовах, відмінних від тієї, котрою написано статтю через 1 інтервал.

Екземпляр рукописа повинен бути підписаний автором. На звороті останнього аркуша автор повинен вказати своє призвище, ім`я по батькові повністю, ступень, звання, місце роботи та посаду, наукового керівника (якщо він є), домашню та робочу адресу з індексом, домашній та робочий телефони, fax, E-mail (якщо є).

При пересиланні рукопис та дискету повинно розмістити не згинаючи поміж двома аркушами картону або покласти у папку.

**МОЖЛИВЕ СПІЛКУВАННЯ ЕЛЕКТРОННОЮ ПОШТОЮ, ФАКСОМ.**

**РОБОТИ, ЯКІ НЕ ВІДПОВІДАЮТЬ ВКАЗАНИМ ВИМОГАМ,** ПУБЛІКУВАТИСЯ НЕ БУДУТЬ !

**Роботи надсилати за адресою:** пр.Миру 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна, Хорольській Олені Вікторівні.

Fax: (38)–(0622)-927112 ( Для Скафи О.І.).

E-mail: skafa@univ.donetsk.ua

E-mail: horol@bio.donetsk.ua

**Контактні телефони:**

Науковий редактор - доц. Скафа Олена Іванівна

Тел.:(38)-(0622)-919244 (р.), (38)-(0622)-554429 (д.), код для СНД (0622).

Відповідальний секретар - ст.викл. Хорольська Олена Вікторівна

Тел.:(38)-(0622)-992375 (р.), (38)-(062)-3378985 (д.).

Підписано до друку 06.11.2000 р. Формат 60х90/16. Папір типографський. Офсетний друк. Умовн. друк. арк. 5,5. Тираж 300 прим. Замовлення № 112

Видавництво: Фірма ТЕАН