Міжнародний збірник наукових робіт
Международный сборник научных работ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблеми і дослідження

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

Випуск 26

Засновники:

Донецький національний університет

Інститут педагогіки Академії педагогічних наук України

Національний педагогічний університет ім.М.П.Драгоманова

Донецьк: ДонНУ, 2006

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році.

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету 24.11.2006 (протокол №9).

Д44 **Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. –** Вип. 26. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – 168 с. (Міжнародна програма «Евристика та дидактика точних наук»).

ISBN 966-639-288-7

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів та студентів.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся и студентов.

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
ISBN 966-639-288-7

International Collection of Scientific Works

DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations

Issue # 26

Donetsk, DonNU, 2006

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

A periodic semiannual edition founded by Professor Yurii Palant in 1993.

Recommended for publication by Scientific Council
of Donetsk National University on 24.11.2006 (minutes # 9).

Д44 **Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. –** issue # 26. – Donetsk: DonNU, 2006. – 168 p. (International program «Heuristics and didactics of hard sciences»).

ISBN 966-639-288-7

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

ISBN 966-639-288-7

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу "Педагогічні науки" включено наш збірник наукових робіт "Дидактика математики: проблеми і дослідження" (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання "Евристика та дидактика точних наук" міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

ЗМІСТ

CONTENT

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ПЕРЕДУМОВИ АКТИВІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНО-ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ ВНЗ

Л.І.Нічуговська,
доктор педагог. наук, доцент,
Університет споживчої кооперації України,
м. Полтава, УКРАЇНА

В статті розглядаються психолого-педагогічні аспекти активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів ВНЗ в процесі навчання математичним дисциплінам.

Сучасний ринок праці ставить надзвичайно високі вимоги до кваліфікаційного рівня фахівців економічного профілю, а отже, і до ступеневої економічної освіти взагалі, і математичної зокрема. У цьому контексті доцільно згадати Дж. Дьюї, якому належить стратегічне твердження: “Фундаментальна мета сучасної освіти полягає не в тому, щоб просто доставляти інформацію учням, а в тому, щоб розвивати критичний спосіб мислення. Освіта орієнтована на майбутнє, яке не визначене. Отже, першочергове значення має розвиток тих навичок мислення, які дозволяють нам адекватно оцінити нові обставини і сформувати стратегію розвитку прихованих у них проблем”. [6, С.19]

Саме тому суттєво зростає роль математичних знань, які є підґрунтям для фахових економічних дисциплін, що формують професійний рівень спеціаліста.

Адже, універсальність методичного інструментарію математики, полягає в тому, що він може надати одній і тій же математичній структурі різноманітну змістовну інтерпретацію в різних галузях знань. Водночас, ефективне використання математичних знань значною мірою обумовлюється достатнім рівнем мотивації, активізацією навчально-пізнавальної діяльності студентів, диференціацією та індивідуалізацією їх навчання, контролі та відповідному коригуванні з боку викладачів.

При цьому, активізація пізнавальної діяльності студентів при навчанні математичним дисциплінам є однією із проблем, успішне розв’язання якої дає відчутні результати й сприяє подоланню багатьох існуючих суперечностей навчально-виховного процесу. Саме тому, з позицій дидактики “навчально-пізнавальна активність” розглядається як риса особистості, що характеризує її спроможність до здійснення навчально-пізнавальної діяльності шляхом відшукання раціональних варіантів досягнення поставлених цілей.

Існуючі підходи до суті навчально-пізнавальної діяльності в педагогіці та психології (В.В.Давидов, О.М.Леонтьєв, Ю.К.Бабанський, М.М.Скаткін та ін.) свідчать, що навчально пізнавальна діяльність є різновидом загального процесу пізнання і тому не має істотних відмінностей в структурі, методах та прийомах мислення.

Це, в свою чергу, дозволяє трактувати навчально-пізнавальну діяльність як виявлення глибокого інтересу до знань, процесу розв’язання проблем, інтенсивної розумової діяльності, обумовленої підвищеною інтелектуальною реакцією до навчального матеріалу на основі наявності пізнавальних потреб індивіда.

Не дивлячись на наявність різних підходів до інтерпретації поняття “активізація навчально-пізнавальної діяльності”, дослідники цієї проблеми погоджуються в одному, що активізація – це й процес, й результат стимулювання активності особистості студентів за рахунок знаходження оптимального співвідношення між традиційними та інноваційними педагогічними методами, організаційними формами й засобами в сучасній освіті.

Досягнення успіху при активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів у процесі навчання математичних дисциплін передбачає стимулювання її складових, а саме: мотиваційної, операціональної, інформаційної та регуляторної.

Операціональній складовій пізнавальної активності притаманні ті якості особистості, які забезпечують реалізацію процесуально-діяльнісного перебігу її пізнавальних функцій, обумовлених специфічними особливостями її мислення й розумових вмінь, розвитком мовно-розумової діяльності, наявністю потенціалу для виконання монотонно-напруженої та інтенсивної діяльності тощо.

До інформаційної складової пізнавальної активності доцільно віднести ті якості особистості, що зумовлюють її здібності та можливості реалізувати себе в різноманітних сферах діяльності на основі наявності індивідуального потенціалу.

Стимуляція регуляторної складової пізнавальної діяльності тісно пов’язана з існуванням проблем адаптації студентів-першокурсників та їх подальшої самореалізації в процесі навчання. При цьому, на думку психологів, важливе розуміння того, що наявність зв’язку між інтелектом особистості та її творчими здібностями в різноманітних поєднаннях приводить до досить несподіваних результатів [3].

Наприклад, якщо особистість студента поєднує високий інтелект та високі творчі здібності, то йому притаманні такі якості як автократизм (від грец. “autocrateia” – самовладність), харизматичність (від грец. “charisma” – особливий дар), самовпевненість, віра в свої можливості, наполегливість в досягненні мети, висока здатність до концентрації уваги, інтерес до всього нового, схильність до ризику з елементами бунтарства, і все це – на фоні високої розвивальної мотивації та соціальної інтеграції.

Якщо індивідуму характерні високі творчі здібності, але низький інтелект, то його уява про навколишній світ і, зокрема, про навчальний заклад, в якому він навчається, постійно конфліктує з власним уявленням про своє місце та роль у певному середовищі (студентська група, коло друзів, сім’ї тощо) і, як наслідок, недостатня віра в свої можливості та недостатня самоповага.

При поєднанні високого рівня інтелекту та слабких творчих здібностей особистість студента характеризується орієнтацією на успіх при будь-яких умовах, але при цьому будь-яка невдача сприймається як світова катастрофа. Індивід в цьому випадку виглядає обмеженим у спілкуванні, має досить низький рівень комунікативності та явно виражене відчуття страху перед власною самооцінкою.

Якщо індивіду характерний низький рівень як інтелекту, так і творчих здібностей, то він, на його думку, повністю адаптований до життя й задоволений тим, що має, коло його інтересів досить обмежене, хоча в деяких випадках це компенсується певною соціальною активністю студента (наприклад староста групи), хоча не виключено й повну його пасивність.

Таким чином, очевидно, що процес стимуляції регуляторної складової в активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів досить складний і не повинен носити епізодичний характер. Урахування вищеозначених особливостей створює основу для реалізації індивідуального підходу при навчанні математичним дисциплінам та формування необхідного для майбутньої бізнес-діяльності рівня його компетентності.

До мотиваційної складової пізнавальної активності слід віднести такі психологічні утворення як: загальний рівень орієнтації студента на пізнання, на навчальну діяльність, на майбутню професійну діяльність; спрямованість навчально-пізнавального та професійного інтересу; сформованість пізнавальної потреби як спонукання до діяльності; ступінь готовності до сприйняття, розуміння, осмислення навчальної інформації та виявлення ініціативності до її глибинного пізнання тощо.

Відомо, що лише потреба особистості є початковим спонуканням до діяльності. Саме тому, викладачі вищого навчального закладу мають володіти й активно використовувати спонукаючі фактори навчання, такі як: позитивна мотивація, переконання, відношення, установки та ін., що виступають як компоненти складної системи – мотиваційної сфери особистості. Під мотиваційною сферою особистості розуміють всю сукупність її мотивів як віддзеркалення потреб, що формуються й розвиваються в залежності від обставин протягом усього життя. При цьому домінування певних мотивів визначають спрямованість особистості.

Питання про те, звідки беруться мотиви та як вони виникають, є одним із основних в сучасних теоріях мотивації.

Згідно когнітивних підходів до теорії мотивації, всі дії особистості внутрішньо мотивовані, причому мотивація розглядається як відображення в його індивідуальній свідомості форми поведінки як результат взаємозв'язків і відносин з іншими людьми на фоні психологічно, фізично та емоційного стану індивіда в даний момент та реалізації цільових стратегій відповідно його власних уподобань [3].

У сукупності різноманітних мотивів, притаманних особистості, домінують ті, що обумовлені належністю до певної спільноти (студентське середовище, сімейний статус, родинні зв'язки тощо). Отже, розвиток мотиваційної сфери студентів доцільно розглядати в контексті перерізу потреб, властивих різним спільностям людей. Відзначимо те, що студенти в процесі навчальної діяльності виявляють досить широкий спектр мотивів пізнавальної та соціальної спрямованості із перевагою останніх. Це підтверджується даними моніторингу навчальної діяльності студентів, який щорічно проводиться в Полтавського університету споживчої кооперації України.

Моніторинг проводився за допомогою анкети, яка включала семантично протилежні пари тверджень стосовно навчальної діяльності студента, його почуттів, задоволеності, оцінок того, що відбувається під час лекцій, семінарів, самостійної роботи тощо.

Викликає інтерес оцінка активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів (її основних складових або підсистем) в результаті обробки останніх даних моніторингу (її психологічної частини).

Отримані результати представлені в таблиці 1.

Таблиця 1

Оцінка ефективності навчальної діяльності студентів у розрізі підсистеми

Назва підсистеми	Середній бал
І частина анкети	
1. Мотиваційна	+4,3
2. Операціональна	+6,4
3. Інформаційна	+3,1
4. Регуляторна	+3,4
Середній бал	+4,23

Середній бал першої частини анкети склав 4,23 бали, що відповідає достатньо високому рівню ефективності навчальної діяльності студентів відносно шкали оцінки, діапазон якої варіювався від (-15) до (+15) балів.

У той же час, на думку студентів, найвищий рейтинг належить операціональній, а найменший – інформаційній та регуляторній підсистемам.

При цьому із загальної кількості опитуваних студентів – 11,4% оцінюють рівень ефективності навчальної діяльності за психологічними критеріями як досить низький (2,1%) та низький (9,3%), тобто певній частині студентів нецікаво вчитись, вони не розуміють зв'язок навчання з майбутньою професією, на заняттях часто відволікаються, займаються іншими справами тощо.

Близько 30% респондентів оцінюють рівень ефективності навчальної діяльності як середній та 58,7% – як високий та дуже високий.

Аналіз мотиваційної сфери засвідчує про необхідність впровадження нових технологій навчання. Потрібні такі форми організації навчального процесу при навчанні студентів вищих навчальних закладів взагалі та математичним дисциплінам зокрема, які б викликали у студентів інтерес до процесу пізнання, збуджували до активної творчості, сприяли активізації розумової діяльності, створювали можливості для реалізації індивідуальних здібностей та розвивали їх, що в свою чергу, потребує проектування нових стратегій та конкретних тактик тощо.

Особливої уваги в цьому контексті потребує реалізація одного із головних принципів розвиваючого навчання "від монологу викладача" – до діалогу "студент-викладач-студент", що набуває особливої актуальності при розгляді проблемних ситуацій, які виступають як каталізатори творчого мислення особистості.

Отже, основний засіб спілкування – діалог, в ході якого окреслюються можливі напрямки аналізу досліджуваної проблемної ситуації, яку можна вважати процесом з невизначеним початком.

У зв'язку з цим, особливу роль у цьому процесі діалогу набувають коректно поставлені питання, які за дидактичними цілями можна класифікувати наступним чином:

– концептуальні питання, які виносяться на розгляд та активізують розуміння поставлених задач. При цьому можна використовувати як загальні питання, так і специфічні, але мета їх одна – представити досліджуваний об'єкт (ситуацію, задачу) у несподіваному для студентів ракурсі;

– питання, які допоможуть знайти закономірне, загальне, повторюване, інваріантне, типове, тобто сприяють виявленню схожості та відмінності ступеня специфічності заданої проблеми, тому що складно аналізувати те, що ні з чим порівняти. Мета подібних питань полягає в тому, щоб використавши метод аналогій, визначити тип проблеми та сформувати множину альтернативних напрямків аналізу;

– питання, що стимулюють мислення. Їх мета полягає в тому, щоб спонукати студентів до процесу мислення, подолати обмеження на існуючі стереотипи, усвідомити необхідність розвитку навичок аналізу, які забезпечують певну швидкість виконання дій та сприяють переносу вироблених навичок і умінь у нову проблемну ситуацію, ефективно функціонуючи на новому матеріалі.

Таким чином, при діалоговій взаємодії викладача і студентів у процесі нестандартної навчальної діяльності забезпечується можливість індивідуального вибору певної стратегії поведінки кожним індивідом. Але слід зауважити про те, що варіант вибору й розв'язання ситуаційних завдань проблемного характеру тісно пов'язаний з впливом певних чинників, що активно формують стратегії мислення індивіда. Серед них:

– індивідуальні відмінності у здібностях, рівні інтелекту, мотивації, структурі особистості;

– здатність встановлювати взаємозв'язки між певною проблемою та елементами власного досвіду;

– рівень базових знань та уміння їх здобувати, рухаючись по спіралі пізнання від абстрактних знань до конкретних та навпаки;

– наявність творчої компоненти, для якої характерна пластичність, гнучкість та оригінальність підходів при розв'язанні будь-яких проблем.

Слід відзначити, що на думку психологів, індивіди з більшими здібностями в галузі математичних наук та просторової уяви, динамічніші в своїх ініціативах. Така відносна незалежність спонукає їх вчитись працювати самостійно, активно взаємодіючи з об'єктами зовнішнього світу [2]. При цьому, якщо їм притаманне конвергентне мислення, вони можуть сконцентруватись на досліджуваній проблемі, аналізувати можливі підходи, користуючись банком фіксованих ідей, і доводити розв'язання до його логічного завершення.

У випадку дивергентного мислення, яке лежить в основі творчого мислення, глибинне занурення в галузь дослідження призводить до деякої інтуїтивної здогадки, що є першим орієнтиром щодо можливого розв'язання проблеми, яку ще А.Ейнштейн розглядав як "нераціональну форму думки" [4], бо її виникнення є нелогічним з точки зору загальноприйнятих підходів. Так, при розв'язанні будь-якої математичної задачі студент має зрозуміти, яку з тих теорем, наслідків, формул, що є в його інформаційній базі, потрібно вибрати для її розв'язання. Очевидно, що такий вибір не потребує кардинальної ломки закономірностей логічного мислення, але, як правило, механізм цього вибору не розгортається в усвідомленому вигляді, а з'являється як щось інтуїтивно очевидне й фактично здійснюється на основі сходження від конкретного до абстрактного, але поки що у логічно неоформленому вигляді. І лише включаючи у діяльність мислення механізм діалектичного взаємопереходу чуттєвого та раціонального, підсвідомого й усвідомленого, інтуїтивного та логічного, можна отримати перетворення логічно неоформленої здогадки у конкретну, щодо даної проблеми, ідею.

Але ідеї, які виникають у процесі аналізу будь-якої проблеми, можуть бути як правильними, так і хибними, тому необхідна їх перевірка. Така перевірка може здійснюватись різними способами. Найбільш поширена серед них полягає у висуванні різноманітних, можливо навіть нереальних, гіпотез, які обумовлені певним мисленим змістом ідеї, впливом суб'єктивних факторів, рівнем знань (досить згадати метод "мозкової атаки"). Зауважимо, що гіпотези не є лінійним аналогом певної думки, а по суті представляють конструкцію, що відображає опорні точки процесу мислення, його зміст, направленість, та реально втілюються в множині альтернативних варіантів, що, в свою чергу, потребують подальшого аналізу для знаходження серед них оптимального.

Отже, можна стверджувати про те, що успішне відпрацювання стратегій мислення студентів можливе на психологічному фоні усвідомленням того, що колектив студентів не є однорідним конгломератом індивідуумів, що "головною складністю педагогічної діяльності є те, що її об'єкт (студент) являє собою суб'єкт спілкування, пізнання і співпраці; його (цей об'єкт) можна розвити, перетворити, тільки не вбиваючи в ньому творчу особистість" [1, С.60], що особливо актуально в підготовці спеціалістів економічного спрямування для управлінської сфери.

1. Аксьонова О.В. Методика викладання економіки: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 1998. – 280 с.

2. Гальперин П.Я. Основные результаты исследования по проблеме «Формирование умственных действий и понятий». – М.: Педагогика, 1965. – 176 с.

3. Годфруа Ж. Что такое психология; пер. с франц.; Под ред. Г.Г.Аракелова. – М.: Мир, 1996. – 496 с.

4. Лутай В.С. Філософія сучасної освіти: Навчальний посібник. – К.: Центр „Магістр-S" творчої спілки вчителів України, 1996. – 256 с.

5. Нічуговська Л.І. Математичне моделювання в системі економічної освіти: Монографія. – Полтава РВВ ПУСКУ, 2003. – 289с.

6. The Cambridge dictionary of philosophy / Robert Audi (General Ed.) – Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 1998. – P.200.

Резюме. **Ничуговская Л.И. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ АКТИВИЗАЦИИ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ВУЗов.** *В статье рассматриваются психолого-педагогические аспекты активизации учебно-познавательной деятельности студентов ВУЗов в процессе изучения математических дисциплин.*

Summary. **Nichugovska L. THE PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL BASIS OF ACTIVIZATION OF COGNITIVE ACTIVITY OF HIGHER EDUCATION ESTABLISHMENTS STUDENTS**. *The creating basis of psychological and pedagogical aspects of the activization of cognitive activity towards mathematical disciplines of the students are considered in this article.*

Надійшла до редакції 28.08.2006 р.

МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ОБРАЗОВАНИЯ: ВНУТРИУНИВЕРСИТЕТСКИЙ АСПЕКТ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Е.И.Скафа,
доктор педагог. наук, профессор,
А.В.Мазнев,
канд. физ.-мат.наук, доцент,
Донецкий национальный университет,
г. Донецк, УКРАИНА

Розглядаючи з позицій створення єдиного освітнього середовища в Європі розробку стандартів забезпечення якості освіти, треба враховувати як єдині Європейські стандарти, так і внутрішні, які регламентуються кожним ВНЗ. Автори пропонують на прикладі Донецького національного університету проектування внутрішніх механізмів управління якістю.

Развитие Украины в третьем тысячелетии определяется в контексте европейской интеграции и вхождения в единое образовательное пространство. Сегодня актуальным является вопрос разработки общеевропейских стандартов качества образования. Они призваны определять не только общие и незыблемые подходы в рамках европейского сотрудничества, но и учитывать внутривузовские подходы к обеспечению качества образования с учетом создания специальной модели управления качеством учебного процесса.

Целью такой модели, на наш взгляд, должны быть модернизация образовательного процесса университета и со-действие в создании комфортных условий для деятельности преподавателей и студентов по обеспечению качества обучения.

Со-действие предполагает создание совместных действий, что четко прослеживается в нашей дальнейшей работе.

Построение любой модели предполагает вычленение основных принципов, на которых она базируется, методов, заложенных в ее основу, механизмов, являющихся основным ее инструментом.

Предлагаем, на примере построения модели деятельности научно-методического управления организации и контроля качества учебного процесса Донецкого национального университета, раскрыть структуру и содержание основных механизмов, включенных нами в обеспечение внутривузовских стандартов качества.

В проекте европейских стандартов относительно внутреннего обеспечения качества образования предлагается заложить следующие компоненты:

- политику учебного заведения относительно обеспечения качества обучения;
- утверждение, мониторинг и периодический пересмотр программ и дипломов;
- оценивание студентов;
- обеспечение качества преподавательского состава;
- учебные ресурсы и поддержка студентов;
- информационные системы;
- публичность информации[1].

Эти компоненты и являются структурой механизмов управления качеством в рамках каждого высшего учебного заведения.

На наш взгляд, они в полной мере отображают политику вуза по обеспечению качества подготовки современного специалиста, качества преподавания, т.е. качества образования в целом.

Раскроем содержание механизмов управления качеством обучения на примере ДонНУ.

Политика университета относительно обеспечения качества обучения

С целью разработки и внедрения стратегии постоянного мониторинга и повышения качества в ДонНУ создано научно-методическое управление организации и контроля качества учебного процесса.

В рамках этого управления планируется функционирование университетской системы обеспечения качества и отслеживание его эффективности.

Моделируя создание такой системы, мы предполагаем включить:

✓ *отношения между преподаванием и научно-исследовательской работой в университете* (имеется в виду закрепление нормативных дисциплин за кафедрами университета на основании их научных интересов и учебно-методической деятельности. Эта работа лежит в компетенции созданной при управлении комиссии по определению направления дисциплин направлению подготовки специалиста);

✓ *организацию системы обеспечения качества* (в рамках научно-методического совета университета созданы специальные рабочие группы, в состав которых входят заместители деканов по учебной работе, ответственные за организацию кредитно-модульной системы на факультетах, председатели учебно-методических комиссий (УМК) факультетов. Одна из таких групп – комиссия по мониторингу качества подготовки специалистов в университете);

✓ *ответственность кафедр и факультетов за обеспечение качества* (постоянный контроль со стороны УМК факультетов по выполнению учебных программ, создание на факультетах таких учебных программ, которые имели бы четко определенные результаты обучения, кроме этого создание условий, при которых студенты смогут достичь этих результатов);

✓ *привлечение студентов к обеспечению качества* (эту работу возможно осуществить через формирование устойчивой мотивации студентов на профессионально-ориентированную деятельность, а также повышение роли студенческого самоуправления);

✓ *создание материально-технической базы для функционирования структуры управления качеством подготовки специалистов от предоставления сметы управлению до организации рабочих мест сотрудникам.*

Утверждение, периодический пересмотр учебных планов подготовки студентов в соответствии с выбранным направлением, рабочих программ курсов, читаемых в ДонНУ

По кредитно-модульной системе обучения (КМС) все кафедры университета разрабатывают аннотации рабочих программ дисциплин и сами программы. Научно-методическое управление уже подключилось к управлению этой работой в качестве эксперта. Созданная при управлении рабочая группа по мониторингу качества преподавания анализирует рабочие программы дисциплин для 1-го курса, читаемых в рамках КМС. На основании анализа будет предложена некоторая методическая модель разработки рабочей программы по дисциплине и стратегия обеспечения качества выполнения программ.

Важно провести согласование чтения нормативных дисциплин для студентов одного направления подготовки, т.е. управление постоянно должно помогать в согласовании разрабатываемых учебных планов разных факультетов для специальностей одного направления подготовки студентов.

Система оценивания студентов

Это является одним из существенных механизмов обеспечения качеством обучения, которое разрабатывает научно-методическое управление. Для 1-го курса нами создано и утверждено унифицированное положение о контроле и оценивании знаний и умений студентов, работающих по КМС [2]. Одним из важных положительных моментов предложенной системы оценивания является ее прозрачность, что позволяет уйти от субъективизма в оценивании учебных достижений студентов. Теперь происходит диверсификация оценивания знаний и умений за счет оценивания различных видов деятельности студентов несколькими преподавателями по одному предмету.

Кроме того, студенты должны быть четко проинформированы о стратегии оценивания, о том какие экзамены или другие методы оценивания будут при-меняться по дисциплине, какие критерии будут использованы при оценивании их деятельности.

В этой связи встает вопрос об институте академического куратора, сопровождающего обучение студента по кредитно-модульной системе. Управление работой и обучение академических кураторов организовывает, созданная при научно-методическом управлении, комиссия по организации работы академических кураторов. Разработано положение об академических кураторах, согласно которому осуществляется их деятельность [2].

Обеспечение качества преподавательского состава

Традиционно факультеты проводят правильную кадровую политику по этому вопросу. В рамках же управления предлагается организовать работу по совершенствованию профессионального мастерства преподавателя, повышение его компетентности. Это и проведение систематических научно-методических университетских конференций, и специальные пособия и монографии, подготовленные учеными университета (например, см. [3]).

Для молодых же преподавателей планируется организовать систему психолого-педагогических семинаров, ставящих целью повышение их личностного и профессионального роста. Лаборатория научной организации учебного процесса (НОУП) взяла на себя организационные вопросы в этом направлении.

Качество преподавания связано и с нормированием нагрузки преподавателей. Невозможно обеспечить качество в организации учебного процесса по дисциплине без учета современных требований по нормированию учебной нагрузки преподавателя.

Проблема состоит в необходимости пересмотра норм нагрузки преподавателей, действующих еще с 1993 года.

Говоря о качестве преподавательского состава необходимо особое внимание уделить умению создавать ими качественное методическое обеспечение Читаемых курсов. Качество обучения напрямую зависит от учебно-методического комплекса по дисциплине, включающего кроме традиционного обеспечения дисциплины, создание интерактивных средств обучения студентов, разработки электронных учебников, дистанционных курсов и тем для организации самостоятельной работы студентов и проведения индивидуально-консультативной работы преподавателя со студентом. Особое внимание должно быть уделено созданию контрольно-диагностического инструментария по дисциплинам. Рабочая группа университета при научно-методическом управлении по разработке организационного и методического сопровождения КМСО вместе с лабораторией НОУП работает над созданием возможных единых подходов к разработке такого инструментария.

Что касается использования преподавателями информационно-компьютерных технологий, то в этом вопросе научно-методическое управление полагается на тесное сотрудничество с научно-техническим советом по информатизации, созданном в университете. Обучение преподавателей по разработке дистанционных курсов, электронных учебников, презентаций и других компьютерных средств – это совместный проект с научно-техническим советом по информатизации.

Учебные ресурсы и поддержка студентов

В процессе обучения у студентов должны формироваться различные виды деятельности от привития навыков и умений до профессионально-ориентированный эвристической деятельности. Кроме преподавателей они должны полагаться на целый спектр ресурсов, которые сопровождают их обучение. Эти ресурсы включают как библиотеки и компьютеры, так и индивидуальную помощь разного рода консультантов. Первые шаги в этом направлении уже осуществлены. Имеется в виду функционирование института академических кураторов.

Кроме того, важным в этом направлении является установление обратной связи с выпускниками университета. Именно они работают на имидж университета и никто другой как они могут сказать обо всех достоинствах и недостатках системы обучения в вузе. Поэтому через ассоциацию выпускников, существующих на многих факультетах, планируется изучить многие проблемы, связанные с современными требованиями на рынке труда и тем самым через научно-методическое управление и связь со всеми факультетами найти возможности для улучшения качества обучения.

Информационные системы

Традиционно роль собирателя информации (от министерских приказов и указаний до университетских) выполняет учебный отдел университета (собирает, анализирует и использует соответствующую информацию для эффективного управления учебными программами, планами и другой деятельностью).

Сегодня невозможно управлять учебным процессом без внедрения системы компьютерного администрирования, т.е. создания единой компьютерной внутриуниверситетской сети, которая связала бы все факультеты и кафедры с управлением и ректоратом, позволила бы упростить работу учебного отдела, помогла бы в работе комиссии по мониторингу качества подготовки специалистов, позволила бы осуществить прозрачность и открытость контроля качества преподавания. Определенные предложения по внедрению компьютерной системы уже обсуждаются нами с предполагаемыми разработчиками и роль научно-методического управления заключается в создании грамотного технического задания для разработчиков.

Предполагается, что оно будет отражать:

- ключевые показатели деятельности университета, каждой его структуры и их управление;
- эффективность работы каждого преподавателя;
- достижения студентов и показатели их успешности;
- характер студенческого состава и другое.

И, наконец, качество обучения неразрывно связано сегодня с **публичностью информации**. Это также важный механизм управления качеством. Он обеспечивается тесной связью научно-методического управления с печатными изданиями университета, размещением на сайтах университета и факультетов вопросов, связанных с КМСО, размещением информационных пакетов, аннотаций рабочих программ, дисциплин, модульных контролей и другой информации.

Таким образом, спроектированные внутренние механизмы обеспечения качества способствуют более четкому управлению учебным процессом университета, позволяют провести его модернизацию и служат внедрению основных положений кредитно-модульной системы обучения.

1. Стандарти і рекомендації щодо забезпечення якості в Європейському просторі вищої освіти. – К.: Ленвіт, 2006. – 35с.

2. Організація навчального процесу за кредитно-модульною системою в Донецькому національному університеті: Тематичний збірник для професорсько-викладацького складу / Укладачі: В.В.Христіановський, О.В.Мазнєв, О.І.Скафа, за редакцією академіка НАН України В.П.Шевченка.- Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2006.- 260 с.

3. Кучерявий О. Модульно-розвивальне навчання у вищій школі: аспекти проектування: Монографія. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2006. – 304 с.

Резюме. **Скафа Е.И., Мазнев А.В. МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ОБРАЗОВАНИЯ: ВНУТРИУНИВЕРСИТЕТСКИЙ АСПЕКТ ПРОЕКТИРОВАНИЯ.** *Рассматривая разработку стандартов обеспечения качества образования надо учитывать как единые Европейские стандарты, так и внутренние, которые регламентируются каждым ВУЗом. Авторы предлагают на примере Донецкого национального университета проектирование внутренних механизмов управления качеством.*

Summary. **Skafa O., Maznev A. THE MANAGEMENT MECHANISMS OF QUALITY EDUCATION: ASPECT OF THE DESIGNING INWARDLY UNIVERSITY.** *Designing internal mechanisms of management quality education is considered. They are structured element to model of governing the organization and quality of the educational process which created the authors.*

Надійшла до редакції 20.09.2006 р.

ПОСТРОЕНИЕ СТРУКТУРЫ ДИСТАНЦИОННОГО КУРСА ПО МАТЕМАТИКЕ

Н.В.Игнатова,
преподаватель Центра новых технологий в образовании,
Донецкий национальный университет,
г. Донецк, УКРАИНА

Розглядається побудова структури дистанційного курсу з математики. Робота призначена для розробників дистанційних курсів, особливий акцент зроблений на створення курсів з математики.

В Украине понятие дистанционного обучения (ДО) относится к тем дидактическим понятиям, место которых среди дидактических категорий не является строго определенным. В настоящее время существуют различные взгляды на ДО – от его абсолютизации как новой универсальной формы образования, способной прийти на смену традиционной, до сведения к набору средств и методов передачи учебной информации.

Дистанционное обучение строится в соответствии с теми же целями, что и очное обучение (если оно строится по соответствующим программам образования), тем же содержанием. Но форма подачи материала, форма взаимодействия преподавателя и учащихся между собой иные. Дидактические принципы организации дистанционного обучения в основе своей (принципы научности, системности и систематичности, активности, принципы развивающего обучения, наглядности, дифференциации и индивидуализации обучения и др.) также должны быть теми же, что и при очном обучении, но реализуются они способами, обусловленными спецификой дистанционной формы обучения, возможностями информационной среды Интернет, ее услугами. Требования для организации дистанционного обучения еще четко не сформулированы.

Мы провели анализ множества курсов, которые уже созданы и функционируют в России и Украине, выделили их основные составляющие и сформировали общую структуру дистанционных курсов и отдельных их модулей. Обобщив весь собранный материал, мы создали два модуля курса по математике для абитуриентов. Специфика предметной области, конечно, диктует свои направления разработки курсов, мы остановимся подробнее на разработке дистанционных курсов по математическим дисциплинам.

В условиях дистанционного обучения различные виды и формы дифференциации обусловлены самой спецификой обучения в сетях, где собираются в группы учащиеся разного уровня обученности. Поэтому по уровням подготовки обучаемых необходимо в ряде случаев предусматривать уровни обучения. Система гиперссылок позволяет осуществлять подобную дифференциацию за счет отсылок к соответствующим дополнительным упражнениям, справочным материалам, дополнительным разъяснениям и пр. Возможны и дополнительные консультации преподавателя. При дистанционном обучении значительно в большей мере, чем при очном проблема дифференциации приобретает свою актуальность, поскольку контингент обучаемых, объединяемых в одну группу, может быть чрезвычайно неоднородным. Именно поэтому каждый такой курс начинается со знакомства с учащимися, кто бы они ни были и с тестирования на определение уровня подготовленности по данному направлению обучения. С учетом результатов тестирования педагог строит всю тактику обучения каждого обучаемого, с учетом этих результатов в соответствии с принципами обучения в сотрудничестве формируются группы обучения.

Поэтому виды и формы дифференциации, предусматриваемые в любом обучающем курсе, справочном материале, могут и должны быть различными: с учетом общей и специальной подготовки обучаемых, по интересам, по профессиональной ориентации, для продвинутых (одаренных) учащихся. Это так называемая внешняя дифференциация, которая находит свое отражение в проектировании самих курсов: целей и задач, конечных и промежуточных, в отборе учебного материала, количестве сносок и отсылок к справочным материалам, количестве иллюстраций, поясняющих сказанное, в сложности заданий на осмысление и применение усвоенного материала. Возникает необходимость вместе с тем использования и внутренней дифференциации, в ходе самого процесса обучения – использовании соответствующих педагогических технологий, разнообразных средств обучения.

Разумеется, при разработке курсов необходимо учитывать четкую ориентацию на возраст потенциальных обучаемых. Стиль изложения, иллюстрирование курса, отбор содержания, задания, вся организация процесса обучения определяются возрастными особенностями обучаемых.

И, наконец, вполне понятно, что особенности технологической базы, на которой планируется использовать тот или иной курс, имеет непосредственное влияние на содержание и структурирование всего учебного материала. Если проектировщик курса предполагает, что курс будет функционировать полностью в сетях, без опоры на другие средства компьютерных и прочих информационных технологий, решение может быть одно. Если же планируется использовать помимо сетевых ресурсов какие-то дополнительные источники информации (печатные, видео, звуковые, мультимедийные, средства массовой информации) в качестве компонентов курса, то структура курса и его содержательная сторона, а также организация самого процесса обучения будут несколько иными.

В любом случае, какие бы курсы дистанционного обучения не разрабатывались, объективно возникает необходимость предусмотреть инвариантные компоненты. В общей **структуре** любого дистанционного **курса** мы выделяем два основных блока:

1. Нулевой блок

1.1. *Описание курса* (цели и задачи, курса; знания, умения и навыки, необходимые для изучения курса; знания, умения и навыки, которые обучаемый получит при изучении курса; возрастная категория обучаемых).

1.2. *Программа курса* (подробное описание тем и подтем).

1.3. *Библиография* (описание основной и дополнительной литературы для изучения, список сайтов по смежной тематике).

1.4. *Глоссарий* (справочник по теме, связанный гиперссылками и сопровождающийся примерами)

1.5. *Новостной форум* – форум, в котором регулярно добавляются новости об отличившихся учащихся, новых элементах курса, пополняются галереи лучших работ.

2. Тематический блок

Создав несколько тематических блоков по различным темам курса по математике, мы выделили общую структуру тематического блока:

1. Учебные материалы.
2. Элементы контроля.
3. Занимательные материалы.
4. Наглядности.
5. Обратная связь.

Остановимся поподробнее на каждом из этих элементов относительно курса по математике.

1. Учебные материалы

1.1. *Теоретические материалы* (формы подачи нового теоретического материала)

1.1.1. Лекция (неуправляемая структура) – форма подачи материала одной порцией, допускается скрытие некоторого дополнительного материала в кнопках или ссылках.

1.1.2. Урок (управляемая структура) – форма подачи учебного материала, позволяющая управлять учебной деятельностью учащегося. Весь материал урока разбивается на небольшие фрагменты, каждый из которых заканчивается вопросом. При верном ответе на вопрос обучаемый переходит к изучению следующей порции материала, в противном случае он возвращается к повторному изучению предыдущей порции.

1.2. *Справочники* (формульные справочники, теоретические справочники, сопровождающиеся большим количеством иллюстраций, что особо важно при обучении математике)

1.3. *Практикумы*

1.3.1. Обучающий практикум – форма подачи учебного материала практического характера. Включает в себя образцы решения задач по теме различных степеней сложности.

1.3.2. Практикум с элементами самоконтроля – форма подачи учебного материала практического характер, позволяющая обеспечить самоконтроль учащихся. Самоконтроль организуется посредством скрытия решений в кнопках. Учащимся предлагается попробовать самостоятельно решить задания и сравнить ответ и способ решения (самоконтроль), а в случае затруднений щелкнуть на кнопке и посмотреть решение (обучение).

1.4. *Презентации* – форма подачи материала в сжатом, наглядном виде. Включает в себя ключевые моменты изучаемого материала, преподнесенные в яркой форме, предназначенные для быстрого запоминания. Так, например, в нашем курсе мы использовали учебные презентации для быстрого запоминания формул бинома Ньютона, треугольника Паскаля, метода математической индукции и др.

1.5. *Видеолекции* – форма подачи материала, менее приспособленная для дистанционного изучения математики, чем другие из-за больших размеров и слабой гибкости (нет возможности управления активностью).

2. Элементы контроля

2.1. *Тематический контроль* – проводится в процессе изучения темы как промежуточная форма контроля.

2.1.1. Тест – важно использование различных видов теста (с одним или несколькими правильными ответами, открытые и закрытые).

2.1.2. Задание – задание общего характера, включающее решение задач по образцу, систематизацию и обобщение изученного материала.

2.1.3. Рабочая тетрадь – заполнение шаблонов, сформированных разработчиком курса.

2.1.4. Форум – дискуссия на заданную тему.

2.1.5. Групповой проект – выполнение общего задания группой обучаемых, например, формирование библиотеки ресурсов по теме или поиск всевозможных методов решения заданной задачи.

2.2. Самоконтроль

2.2.1. Практикум с элементами самоконтроля (см. 1.3.2).

2.2.2. Дидактические игры.

2.2.3. Тест в режиме обучения – тест без ограничений во времени, с несколькими попытками на ответ и комментариями на каждый ответ.

2.3. *Итоговый контроль (тестирование)* – заключительное тестирование в конце изучения темы с целью контроля.

3. Занимательные материалы

3.1. Занимательный дополнительный материал

3.1.1. Историческая справка

3.1.2. Практическое применение изученного материала в жизни

3.1.3. Это интересно знать

3.2. Занимательные задания

3.2.1. Ребусы

3.2.2. Головоломки, закономерности и др.

3.2.3. Кроссворды

3.3. Дидактические игры

4. Наглядности

4.1. Презентации

4.2. Графическое оформление учебных материалов

4.2.1. Статическое

4.2.2. Динамическое

4.3. Интерактивные модели

5. Обратная связь

5.1. Опросы

5.2. Форумы

5.2.1. Ваши вопросы

5.2.2. Обратная связь (пожелания и предложения, технические затруднения, новизна, полезность)

5.3. Чаты

Таким образом, мы построили общую структуру для создания дистанционных курсов по математическим дисциплинам.

1.Койчева Т.І. Підготовка майбутніх учителів гуманітарних спеціальностей як тьюторів для системи дистанційної освіти. Дис. канд. пед. наук. Одеса. – 2004.

2.Кравец В.А., Кухаренко В.Н. Основы дистанционного обучения // Материалы Шестой международной конференции по дистанционному образованию. – М., 1998. – С.243-250.

3.Скафа Е. Эвристическое обучение математике: Теория, методика, технология. Монография. – Донецк: ДонНУ, 2004. – 439с.

Резюме. **Игнатова Н.В. ПОСТРОЕНИЕ СТРУКТУРЫ ДИСТАНЦИОННОГО КУРСА ПО МАТЕМАТИКЕ.** *В статье рассматривается построение структуры дистанционного курса по математике. Работа предназначена для разработчиков дистанционных курсов, особый акцент сделан на создании курсов по математике.*

Summary. **Ignatova N. CREATION OF STRUCTURE OF DISTANCE MATHEMATICAL COURSE.** *This article shows the common structure of the distance course of math.*

Надійшла до редакції 11.06.2006 р.

ВПРОВАДЖЕННЯ КРЕДИТНО-МОДУЛЬНОЇ СИТЕМИ НАВЧАННЯ НА ЗАОЧНОМУ ВІДДІЛЕННІ ПЕДАГОГІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

О.Є.Волянська,
кандидат педагог. наук, доцент,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м.Київ, УКРАЇНА

Розглядається проблема впровадження кредитно-модульної системи, наводяться зразки організації навчальної діяльності студентів заочного відділення з методики навчання математики та елементарної математики, йдеться про особливості вивчення певної теми.

Сучасні умови реформування вищої освіти, а саме впровадження кредитно-модульної системи, потребують суттєвих змін організації навчального процесу і на заочному відділенні.

В межах кредитно-модульної системи відбувається поділ навчального матеріалу на модулі та перевірка якості його засвоєння.

Система кредитів – це систематичний спосіб опису освітніх програм шляхом присвоєння кредитних одиниць її компонентам (дисциплінам).Європейська система переведення та накопичення кредитів (ECTS) – це система, яка ґрунтується на визначенні навчального навантаження студентів, необхідного для досягнення мети програми підготовки спеціаліста. Модульно-рейтингова система – це синтез модульної системи навчання та рейтингової системи оцінювання результатів навчання.

Специфіка навчання студентів елементарної математики і методики математики вимагає від викладача більше часу відводити на самостійну роботу. Тому одним з головних напрямів навчання методичних дисциплін стає активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів-заочників.

Особливо важливо це ще й тому, що педагогічний університет готує вчителя, який на протязі всієї трудової діяльності повинен самостійно працювати над собою, весь час підвищувати рівень знань, педагогічну майстерність.

Методика навчання математики в педагогічному вузі – це навчальна дисципліна професійно-практичної підготовки, яка входить до структури "Методика навчання і елементарна математика".

Вона має забезпечувати засвоєння основ методики математики як науки, формувати і розвивати професійну компетентність майбутнього вчителя.

В сучасних умовах приєднання України до Болонського процесу необхідно студентів підготувати до роботи за кредитно-модульною системою, а саме:

1) Модернізувати робочі програми з урахуванням модульно-рейтингового навчання.

2) Розробити загальні положення, щодо контролю навчальних досягнень студентів, які стосуються навчання за новою системою.

3) Ознайомити із системою нарахуванням балів.

4) Скласти графіки проведення поточного, модульного і підсумкового контролю самостійної роботи студентів.

5) Дати модульно-тематичний план вивчення дисципліни з вказаними темами для самостійного вивчення.

6) Запропонувати зразки модульних контрольних робіт.

7) Вказати літературу до самостійної роботи.

Наведемо зразок організації навчальної діяльності студентів заочного відділення з методики навчання математики і елементарної математики, якій містить структуру залікових кредитів, перелік тем, що виносяться на самостійне опрацювання із вказаною кількістю годин та форми і терміни контролю.

Структура залікових кредитів. Кількість годин			
	Лекції	Практичні	Самостійна і індивідуальна
Модуль 1. Загальна методика математики у школі	8м+2ел		40
Модуль 2. Методика навчання математики5-6 кл., 7кл.	2мет+8ел	4	40
Модуль 3. Методика навчання алгебри. Розв'язування задач	4 мет.	4 мет.	40
Модуль 4. Методика навчання геометрії	6 мет.	6 мет.	40

Наведемо зразок організації вивчення тем змістового модуля 2. Методика навчання математики в 5-6 класах (2 год. – лекцій) та елементарної математики (8 год. – лекції + 4 год. практичні).

Модуль 2 з методики навчання математики	Лекції	Практичні	с.р.
Методика навчання математики в 5-6 кл. Звичайні дроби, десяткові дроби. [Проценти, додатні і від'ємні числа]	2		4
Модуль 2 з елементарної математики			
Розв'язування текстових задач. [Вирази та їх перетворення]	2	2	4
Розв'язування рівнянь в 5-6, 7 класах. [Наближені обчислення]	2	2	4
Задачі на побудову. [Сума кутів трикутника]	2		4
Формули скороченого множення в 7 класі	2		
[Доведення тотожностей]			

Зразок контрольної роботи в 7 класі

1. Розв'язати рівняння;

а) $\frac{3x+1}{2}+\frac{4x+3}{5}-\frac{7x-1}{10}=6$;

б)

$0,5-2x-\left(0,7x-2,1\right)=0,1-0,9\left(3x-1\right)$.

2. $\left|7x+9\right|=48$

3. Задача. 20% одного числа дорівнюють 40% іншого числа. Знайти ці числа, якщо їх різниця дорівнює 25.

4. За 5 год. човен проходить за течією річки таку ж відстань, як і за 7 год. проти течії. Знайти власну швидкість човна, якщо швидкість течії річки 2 км/год.

Особливого значення на заочному відділенні в нових умовах набуває система контролю знань, навичок та умінь. Деякі форми контролю є традиційними і вони відображені у картці навчального навантаження викладача, а саме контрольні роботи, заліки, екзамени.

До системи поточного, модульного і підсумкового контролю знань, умінь і навичок необхідно віднести також самостійні роботи, які проводяться в аудиторії (СР), опрацювання матеріалу, який виноситься на домашнє вивчення (СРД – самостійна робота домашня), індивідуальні домашні завдання (ІДЗ), відвідування лекцій (ВЛ).

Наведемо зразок розподілу балів, які нараховуються студентами 4 курсу заочного відділення з курсу "Методика навчання математики і елементарна математика".

Семестр 1, залік

Зміст модуля 1			Зміст модуля 2						
ВЛ	СРД	Кр.1	ВЛ	ІДЗ	СР	СРД	Кр.2	Залік	Сума
10	10	20	10	5	5	10	20	10	100

Семестр 2, залік, екзамен

Зміст модуля 1				Зміст модуля 2						
ВЛ	СРД	ІДЗ	Кр.1	ВЛ	ІДЗ	СР	СРД	Кр.2	Залік	Сума
10	10	5	10	10	5	10	10	10	10	100

Особливої уваги потребує оцінювання педагогічної практики в школі студентів заочного відділення. Вона відрізняється від практики студентів стаціонару тим, що уроки студентів-заочників викладач-методист університету не має можливості відвідувати, аналізувати і фактично практика оцінюється після її проходження і перевірки індивідуальних планів, конспектів уроків, позакласних і виховних заходів. Тому тут теж важливо розробити критерії оцінювання педагогічної практики.

Наведемо зразок оцінювання педпрактики.

Конспект уроків	Захист проведених уроків	Конспект поза класних заходів	Конспект виховних заходів	Виготовлення наочності	Наявність звіту, характеристики
10 уроків по 3 бали = 30 балів	10 уроків по 3 бали = 30 балів	10 балів	10 балів	10 балів	10 балів
Всього 100 балів					

Студенти-заочники, які працюють в школі вчителями математики і мають підтверджуючі документи, оцінюються автоматично і отримують 100 балів.
Також слід приділити належну увагу написанню студентами кваліфікаційних робіт. Критерії оцінювання такої роботи можуть бути наступними.

		Кіл-ть балів	Дата
1	Вибір теми, складання плану і бібліографії	10 балів	Жовтень
2	Написання I розділу кваліфікаційної роботи і перевірка керівником	20 балів	Січень
3	Написання II розділу кваліфікаційної роботи	20 балів	Квітень
4	Оформлення і передзахист кваліфікаційної роботи	20 балів	Травень
5	Остаточне оформлення і захист роботи	30 балів	Червень
		Разом 100 балів	

Розглянемо особливості вивчення теми «Текстові задачі», які розв`язуються арифметичними способами. Методика навчання учнів розв`язуванню текстових задач арифметичними способами в сучасних умовах розроблена С.М.Лук`яновою [4]. При розгляді цієї теми доцільно зупинитися на аналізі програми 5-6 класів щодо текстових задач і згадати основні види:

1) Задачі на знаходження невідомих за результатами дій.

2) Сюжетні текстові задачі (на рух, календарні дати, роботу, процеси).

3) Здачі на дроби і відсотки.

4) Задачі на середнє арифметичне.

5) Задачі на розчини і сплави.

Ще О.М.Астряб [3] класифікував задачі, що розв'язуються арифметичними способами в 5-6 класах, на дві групи. В основу поділу покладено поняття про різницеве і кратне порівняння числових значень величин.

На думку О.М.Астряба, для того, щоб учень зміг самостійно розв`язати незнайому текстову задачу він повинен :

1)з`ясувати, які величини описані в тексті і які існують між ними залежності;

2) на основі цих залежностей які арифметичні дії і в якій послідовності треба виконати над даними в умові числовими значеннями відповідних величин, щоб знайти шукане.

Якщо залежності нескладні, то пошук шуканого відбувається за допомогою синтетичного або аналітичного методу.

Варто навести деякі типи задач.

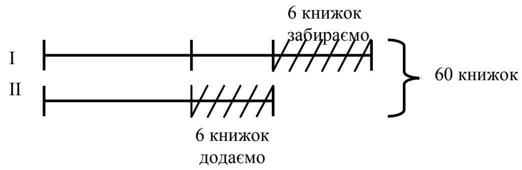
Задача 1.

У Тані 16 червоних олівців, зелених на 4 більше ніж червоних, а синіх на 8 менше ніж зелених. Скільки олівців було у Тані?

Це задача на визначення чисел за різницевими відношеннями.

Задача 2 (на заміну одного з невідомих іншим).

На двох полицях 60 книжок. Скільки книжок на кожній полиці, якщо на першій на 12 книжок більше?



Ідею розв'язання можна показати за допомогою наведеної вище схеми.

Задачу можна розв'язувати чотирма способами: 1) виключити більше невідоме, замінивши його на менше; 2)виключити менше невідоме через заміну його більшим невідомим; 3)замінити більше і менше невідомі їх середнім арифметичним; 4)спосіб припущення, пов'язаний з одночасним збільшенням або зменшенням обох доданків.

Задача 3 (на зрівнювання даних).

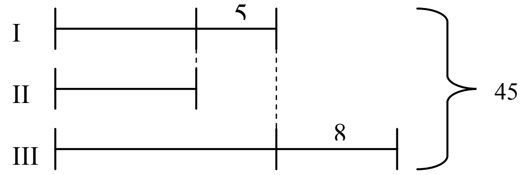
За 6 яблук і 5 груш заплатили 11 гривень. За 3 яблука і 2 груші заплатили 5 гривень.

Щоб легше розв'язати задачу доцільно запропонувати їм таку схему:

6 яблук і 5 груш – 11 гривень
3 яблука і 2 груші – 5 гривень

Кращому усвідомленню учнями особливостей різних видів задач сприяє використання схем, таблиць.

Наприклад, схема:



Під час розв'язування текстових задач в 7-9 класах алгебраїчним методом слід згадати також, як варто розв'язати таку задачу спочатку арифметичним способом. Тут доцільно виділити спільні і відмінні риси.

Задача 4.

Четверо друзів купили човен. Перший вніс $\frac{1}{2}$ суми, внесеної рештою, другий $\frac{1}{3}$ суми, внесеною рештою, третій $\frac{1}{4}$ суми, внесеною рештою, а четвертий вніс 1300 грн. Скільки коштує човен і скільки вніс кожний з друзів?

I спосіб (арифметичний). Якщо перший вніс половину суми внесеної її товаришем, то від загальної вартості човна його гроші становлять $\frac{1}{3}$ частину, а другий $\frac{1}{4}$, третій $\frac{1}{5}$.

1) $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{47}{60}$ – разом,

2) $1-\frac{47}{60}=\frac{13}{60}$ – вніс четвертий,

3) $1300:\frac{13}{60}=6000$ грн. – вартість човна.

II спосіб (алгебраїчний). Необхідно розв'язати систему з 3-х рівнянь:

$$\begin{cases} x=\dfrac{y+z+1300}{2} \\ y=\dfrac{x+z+1300}{3} \\ z=\dfrac{x+y+1300}{4} \end{cases}$$

де x, y, z – суми, які внесли перший, другий і третій із друзів.

Отже, при розв'язуванні текстових задач необхідно використовувати різні способи, прийоми розв'язування та методи, організаційні форми і засоби навчання, що, безперечно, буде сприяти активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів і студентів. Можна використати синтетичний метод міркувань, тобто від умови до шуканого, або аналітичний метод міркувань (від шуканого до даних). Варто на прикладах показати студентам переваги того чи іншого з методів і способів розв'язання.

1. Вища освіта України і Болонський процес: Навчальний посібник / під ред. В.Г.Кременя. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан. 2004. – 384 с.

2. Сікорський П.І. Дидактичні поняття кредиту і модуля в контексті Болонського процесу // Шлях освіти. – 2004. – № 2. – С.15-19.

3. Астряб О.М. Принципи систематизації арифметичних задач. – К.: Радянська школа, 1939. – 55 с.

4. Лук`янова С.М. Методи навчання учнів розв`язуванню текстових задач арифметичними способами р умовах особистісно-орієнтованого навчання // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип.20. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – С.160-171.

5. Маєргойз Д.М., Дубинку О.С. Методика викладання арифметики. – К.: Радянська школа, 1966. – 395 с.

Резюме. **Волянская Е.Е. ВНЕДРЕНИЕ КРЕДИТНО-МОДУЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ НА ЗАОЧНОМ ОТДЕЛЕНИИ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.** *Рассматриваются особенности изучения методики математики и элементарной математики в условиях кредитно-модульной системы.*

Summary. **Volyanska H. INTRODUCTION OF THE CREDIT-MODULE SYSTEM ON THE CORRESPONDENTS DEPARTMENT OF PEDAGOGICAL UNIVERSITY.** *The features of study the methods of studying mathematics and elementary mathematics in case the credit-module system is using are examined.*

Надійшла до редакції 24.09.2006 р.

ДО ПИТАННЯ ПРО ВИБІР ПРОФЕСІЙНОГО СПРЯМУВАННЯ СТУДЕНТАМИ АГРАРНИХ ВНЗ

Ю.І.Овсієнко,
аспірант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м.Київ, УКРАЇНА

Питання соціалізації молоді досить складне і актуальне. Розглядаються деякі причини, що зумовлюють вибір напрямку майбутньої професійної діяльності, зокрема увага зосереджена на студентах ВНЗ аграрного профілю.

Сучасний етап розвитку суспільства характеризується активним проведенням реформ, які впливають на всі сфери і галузі діяльності, не винятком є і освіта. Їх кінцева мета – розвиток виробничих сил, прискорення науково-технічного прогресу, що є необхідною умовою інтеграції у світову систему господарства та визначення ролі і місця освіти у суспільному житті. Для досягнення мети обрано шлях – перегляд ролі особистості у навчально-виховному процесі.

Оскільки процес формування, розвитку та становлення особистості, безпосередньо пов'язаний з навчальною діяльністю і найбільш ефективний у цей період, як вважають вчені психологи: О.Леонтьєв, С.Рубінштейн, К.Ушинський, В.Сухомлинський, Г.Костюк, І.Кон, Ж.Піаже, Р.Уейсон та ін., то особлива увага приділяється середнім та вищим закладам освіти, які сьогодні обрали в розбудові освітнього процесу "особистісно зорієнтований курс". Послідовність і узгодженість у педагогічних підходах освітньої системи "школа-ВНЗ" – запорука результативності дій.

Система освіти спрямована на передачу підростаючому поколінню суспільного досвіду, який повинен стати міцним фундаментом професійних якостей майбутніх фахівців. Їх формування і становлення відбувається в процесі вивчення дисциплін, визначених освітньо-професійною програмою підготовки фахівців, відповідно до освітньо-кваліфікаційних характеристик кожної спеціальності.

Оскільки освіта є основою соціально-економічного прогресу, то актуальним у всі часи залишається питання соціалізації студентської молоді, включення її у суспільне життя. Розгляду та спробам його вирішення присвятили роботи дослідники минулого століття: З.Єсарєва, Є.Мерзон, Є.Степанова, Л.Лісовський, А.Дмітрієв, В.Шубін, Т.Саженкова, Б.Рубін, М.Смірнов і т.д.; сьогодення: І.Гайванович, М.Дмитрієва, О.Балакірєва, О.Яременко, Б.Нагорний, М.Яковенко, М.Мовчан, Є.Єгорова, А.Яковенко, І.Столярова і т.ін.

Першим і одним із найважливіших кроків у житті молодої людини є вибір професії. Тому надзвичайно відповідальною є виваженість у виборі її та закладу освіти, який дозволяє її отримати.

Зупинимось окремо на питаннях, пов'язаних із підготовкою фахівців в галузі АПК (Аграрно Промислового Комплексу). Сьогодні аграрний сектор країни знаходиться у фазі пошуку шляхів реформування та активного впровадження європейського досвіду, нових форм власності, передових технологій. Ефективність такого процесу багато в чому залежить від перегляду освітніх підходів під час підготовки майбутніх фахівців АПК. Одним із кроків на шляху змін є Наказ Міністерства освіти та науки України №48 від 23.01.2004 "Про проведення педагогічного експерименту з кредитно-модульної системи організації навчального процесу" у вищих навчальних закладах ІІІ-IV рівнів акредитації; методичні рекомендації засідання навчально-практичного семінару проректорів із навчальної роботи аграрних вищих навчальних закладів III-IV рівнів акредитації "Болонський процес та інтеграція у європейський освітній простір". Названі документи – офіційне свідчення активного входження України у Болонський процес. Його кінцевою метою є влиття у європейський освітній простір. Оскільки у експерименті задіяні вищі навчальні заклади III-IV рівнів акредитації всіх профілів, то сама ідея реформи полягає в підвищенні ролі освіти в суспільстві та в поширенні її престижу серед молоді. Для ВНЗ аграрного профілю питання введення сучасних форм та методів підготовки фахівців актуальне і складне, оскільки ця галузь знаходиться у стані пошуків та реформувань.

Рівень професійної підготовки випускників професійно-технічних і вищих закладів освіти свідчить про те, що на сьогодні він не відповідає технологічному рівню виробництва, що пов'язано із прогресуючим відставанням матеріально-технічної бази навчальних закладів, неякісною організацією виробничої практики; неузгодженістю між ростом наукової і навчальної інформації, яка викликає ряд протиріч, що виникають між вимогами виробництва до фахівця конкретного профілю і швидким старінням знань, особливо спеціальних, між зростаючим обсягом інформації і терміном навчання у вищій школі [2, с.110; 5].

Проблема пошуку шляхів оптимізації навчально-виховного процесу у ВНЗ тісно пов'язана, перш за все, з психологічною неоднорідністю студентського контингенту. У значної частини першокурсників спостерігається несформованість професійного самовизначення та почуття відповідальності. Навчальний процес, особливо на першому курсі ВНЗ, має академічний характер. Всі види навчальної діяльності студента узгоджені і скоординовані викладачем. Підготовка здійснюється в основному з дисциплін природничо-наукового циклу до переліку яких включено вищу математику.

Для фахівців аграрного профілю математика є основою для засвоєння спеціальних дисциплін. Математичні методи спрямовані на встановлення причинно-наслідкових зв'язків процесів і явищ природи, за їх допомогою проводиться прогнозування, моделювання та передбачення протікання виробничих процесів. Успішне вивчення та засвоєння математики залежить від знань шкільного курсу, що створюють фундамент для подальшого її вивчення. Як свідчать дані проведеного нами експерименту [6], студенти, які вступають до ВНЗ на факультети, де математика є профілюючою дисципліною, мають вищий рівень загальної шкільної підготовки, ніж ті, де цей предмет входить до переліку дисциплін науково-природничої підготовки, але не є профілюючим. Це нормальне явище, але питання покращення математичної підготовки спеціалістів аграрного профілю, зокрема таких факультетів як агрономічний і технологічний, де в силу суб'єктивних причин немає вступного іспиту з математики і вона не відноситься до головних, базових дисциплін, залишається відкритим. Оскільки освітньо-кваліфікаційні характеристики фахівців-аграріїв включають питання аналізу, пошуку і оптимізації в процесі вирішення виробничих завдань та прийнятті управлінських рішень, математична освіта є необхідною складовою формування фахівців всіх профілів і напрямків підготовки.

Кожна діяльність починається із постановки мети та створення позитивної мотивації, яка б стимулювала особистість до її виконання, забезпечуючи успіх, та розвиваючи інтерес до її змісту. Питанням формування пізнавальної мотивації в процесі навчання займались вчені: А.Маслоу, О.Леонтьєв, Б.Зейгарник, М.Чиксентмихалі, С.Занюк, С.Максименко, В.Соловієнко, Г.Балл, Ю.Машбиць, А.Маркова, Г.Костюк, З.Решетова та ін. На їх думку мотиви мають різну природу, але для кожної діяльності – це рушійні сили, які є необхідною умовою активізації і мобілізації потенціалу особистості.

Оскільки формування позитивної мотивації у навчальній діяльності є запорукою її ефективності, то для визначення причин вступу, вибору спеціальності та ставлення студентів до вивчення математики в аграрних закладах освіти, нами було проведене опитування першокурсників ряду ВНЗ України. Наведемо окремі результати такого експерименту. Перший етап опитування включав анонімне анкетування, збір даних про респондентів. Другий – систематизацію, обробку, порівняння та аналіз отриманих даних. Респонденти були умовно поділені на групи:

1) студенти фізико-математичного факультету, де математика є провідною навчальною дисципліною, і при вступі складається обов'язковий іспит з шкільного курсу алгебри та геометрії;
2) студенти вищих аграрних закладів освіти фінансово-економічних факультетів, де математика не є профілюючою дисципліною, але іспит із цієї дисципліни складають при вступі;
3) студенти вищих аграрних закладів освіти факультетів технології переробки продукції тваринництва та агрономічного, де математика належить до дисциплін природничо-наукового циклу, елементи знань якої використовуються під час вивчення спеціальних дисциплін, а вступний іспит – відсутній.

Третій етап – аналіз результатів опитування серед студентів ВНЗ аграрного профілю щодо причин, які зумовили вибір майбутньої професії та порівняння їх із даними схожих соціологічних досліджень, проведених іншими дослідниками.

Результати порівняння привели до висновку, що проблеми минулого та сьогодення, незалежно від профілю ВНЗ подібні і в чомусь, навіть, ідентичні. Головною причиною такого співпадання є, на нашу думку, особливості вікової категорії студентської молоді.

Психологи та фізіологи характеризують період юності (17-25 років) певним переліком істотних особливостей і рядом протиріч. На думку Н.Волкової, В.Сухомлинського, Б.Ананьєва та ін., юність – завершальний етап фізіологічного розвитку індивіда, статевого дозрівання, що проявляється у підвищенні фізичної витривалості і працездатності організму. В юнацькому віці закріплюються і вдосконалюються психічні властивості особистості. Водночас відбуваються якісні зміни всіх показників психічної діяльності, які є основою становлення особистості. Одним із важливих аспектів психічного розвитку у юнацькому віці є інтенсивне інтелектуальне дозрівання, провідна роль в якому належить розвитку мислення.

Особливістю формування особистості в такому віці є надзвичайно велика кількість індивідуальних відмінностей. Якщо в середній школі навчання і виховання випереджає інтелектуальний розвиток учнів, то у вищих закладах освіти, іноді, розвиток студентів випереджає навчання і виховання [2, с.18-21].

Ю.Самарін відмітив ряд характерних протиріч соціально-психологічного характеру, які можна спостерігати у розвитку студентської молоді. В цей період людина визначає свій життєвий шлях, здобуває професію і починає пробувати себе в різних сферах. У неї формується світогляд, етичні і естетичні погляди, на основі синтезу вже накопичених знань, певного життєвого досвіду, самостійних роздумів і дій. Багато понять із області теоретичних уявлень переходять в сферу практичного здійснення (кохання, одруження, сім'я), що часто стає причиною різких змін у поведінці молоді [3, с.36].

Таким чином, студентство має всі ознаки характерні як для дорослої людини, так і школяра, який 2-3 місяці до початку навчального року у ВНЗ ще був учнем.

В учнів старших класів, на відміну від молодших школярів, формується нова мотиваційна структура, коли домінуюче місце починають займати мотиви, пов'язані із самовизначенням, підготовкою до майбутнього самостійного життя та професійної діяльності. Ці мотиви набувають особистісного сенсу, стають дійовими, спостерігається поява позитивного ставлення до навчальних предметів, що будуть потрібні у подальшому житті (практичний підхід до навчання) і з'являється недостатня увага до всіх інших. Тому одним із запитань анкети було: "Яким предметам у школі Ви надавали перевагу?". На рис.1 добре видно студенти яких факультетів найбільше цікавились математикою у школі.

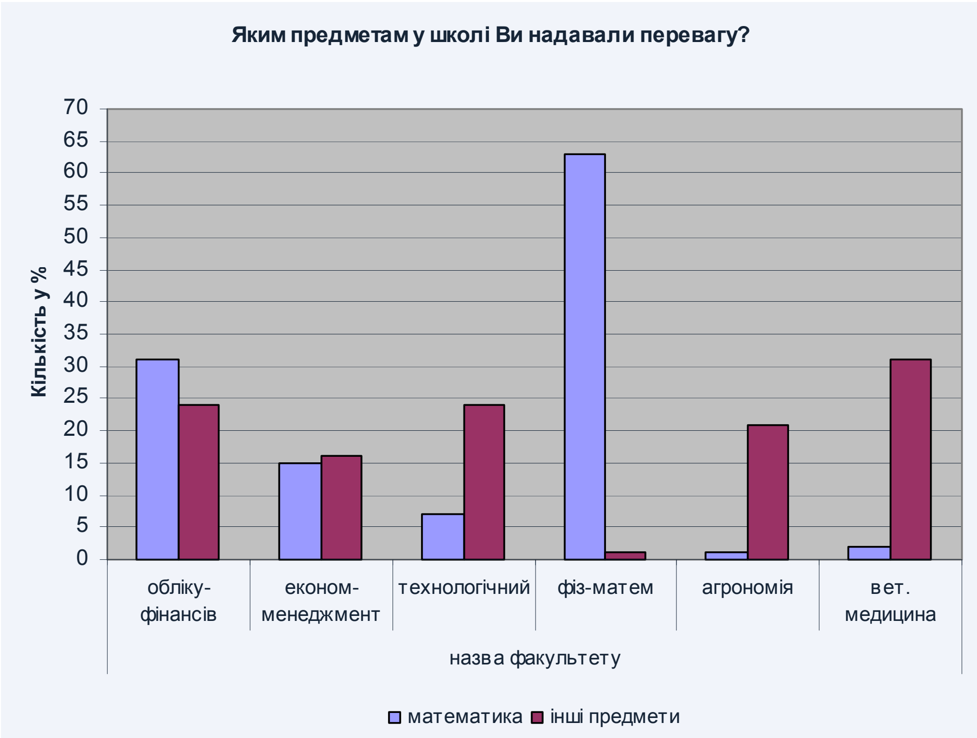


Рис.1

Для факультетів: обліку та фінансів – математиці віддали перевагу 30%-35% респондентів, на другому місці – іноземна мова (20%-25%); економіки та менеджменту – перевагу мали українська мова, історія, іноземна мова (15%-20%); технології виробництва та переробки продукції тваринництва – перше місце займають біологія, історія, фізкультура (20%-25%); фізико-математичний – перевагу математиці надали 60%-65% респондентів, на другою місці - іноземна мова (0%-5%). Респонденти агрономічного факультету віддали перевагу біології, іноземній мові, українській мові, фізичній культурі (20%-25%); ветеринарної медицини – біології, українській мові, фізкультурі (30%-35%). Поясненням того, що респонденти із таких факультетів як агрономічний, технології виробництва та переробки продукції тваринництва, ветеринарної медицини не зазначили у переліку улюблених предметів шкільного курсу математики є те, що цей предмет не "потрапив до списку потрібних", і навпаки – біологія – один із найулюбленіших [1, с.233-259].

Цікавим є факт, що на другому, третьому місцях після улюбленого предмету шкільної програми найчастіше спостерігаються: іноземна мова, українська мова, фізична культура. Поясненням такого феномену може бути перспектива проходження стажування за кордоном, яке практикується в останні роки в аграрних закладах освіти або подальший кар'єрний ріст – орієнтація на працевлаштування у спільних підприємствах, які зв'язані з іноземними фірмами. Щодо української мови та історії, то це результати ефективності громадянського і патріотичного виховання, на яке з часу проголошення незалежності України все більше звертається увага в закладах освіти. Серед інших причин може бути також, авторитет вчителів, які ці предмети викладали у школі, їх педагогічна майстерність, вміння зацікавити своїм предметом, створити всі умови для його успішного засвоєння.

Вибір фізичної культури теж не є випадковим, адже за свідченням фізіологів, педагогів та психологів для старшого шкільного віку характерна посилена увага до особистої зовнішності, пропорційності фігури, вправності у спортивних іграх, збільшення м'язової сили і т.п. [1, с.238-235; 8, с.354-355].

На наступне запитання: "Моє ставлення до вивчення математики у ВНЗ", було передбачено п'ять варіантів відповідей, перші два з яких свідчили про позитивну внутрішню мотивацію студентів до вивчення математики, а останні – про формальне ставлення як до матеріалу, так і до самого предмету. Серед респондентів, які обрали варіанти відповідей, що пов'язані із формальним ставленням до вивчення математичних дисциплін ("вивчаю, бо цього вимагає програма", "вивчаю лише, щоб скласти іспит", "вивчаю, щоб отримати вищий середній бал за результатами сесії") найменша кількість серед представників фізико-математичного факультету (0%-5%); на другому місці студенти факультетів обліку та аудиту й економіки та менеджменту (5%-10%). Найбільша кількість відповідей у яких відображене формальне ставлення до вивчення математичних дисциплін спостерігалась серед студентів факультетів технології виробництва та переробки продукції тваринництва та агрономічного (10%-15%). Учасники тестування з факультету ветеринарної медицини до уваги не бралися, оскільки вивчення дисципліни "вища математика" програмою не передбачене, хоча елементи математичних знань присутні при вивченні циклів дисциплін науково-природничої, гуманітарної, соціально-економічної, професійної та практичної підготовки [7].

Варіанти відповідей на запитання "Для чого треба вивчати математику у ВНЗ?" передбачають визначення думки, відношення та ставлення студентів, щодо введення державним стандартом математики у вищих освітніх закладах.

Аналіз відповідей показав, що студенти всіх без винятку спеціальностей розуміють, що вивчення математики – це підготовка до оволодіння майбутньою професією, що завдяки їй – відбувається інтелектуальний розвиток особистості, формується науковий підхід до розв'язування практичних задач.

Це дає підстави стверджувати, що студенти правильно розуміють місце математики в ієрархії спеціальних і фундаментальних дисциплін. Таким чином маємо прояв зовнішньої мотивації.

Запитання "Чи присутні елементи математичних знань у вивченні Вами спеціальних дисциплін?" спрямоване на визначення розуміння студентами прикладного змісту дисциплін природничо-наукової підготовки та їх застосування під час вивчення циклів дисциплін професійної та практичної підготовки. Опитування показало розуміння студентами того, що використання математичних знань не на заняттях з цього предмету відбувається у переважної більшості "час від часу (інколи)" або "постійно" (рис.2).

Але на запитання "Як Ви вважаєте, чи обов'язкового студентам всіх спеціальностей вивчати математику у ВНЗ?", найбільша кількість відповідей "обов'язково всім" серед опитуваних факультетів: обліку та фінансів, фізико-математичного, агрономічного, найменша – ветеринарної медицини.

Це свідчить про те, що студенти зі слів викладачів знають про важливість і прикладну спрямованість курсу математики, але по-справжньому не розуміють її і вивчати не хочуть, вважаючи, що знань шкільного курсу достатньо для їх майбутньої професійної діяльності. Причинами є: складність математичних методів, алгоритмів, доведень, прогалини у знаннях, відсутність внутрішньої мотивації як до навчання взагалі, так і до вивчення математики зокрема.

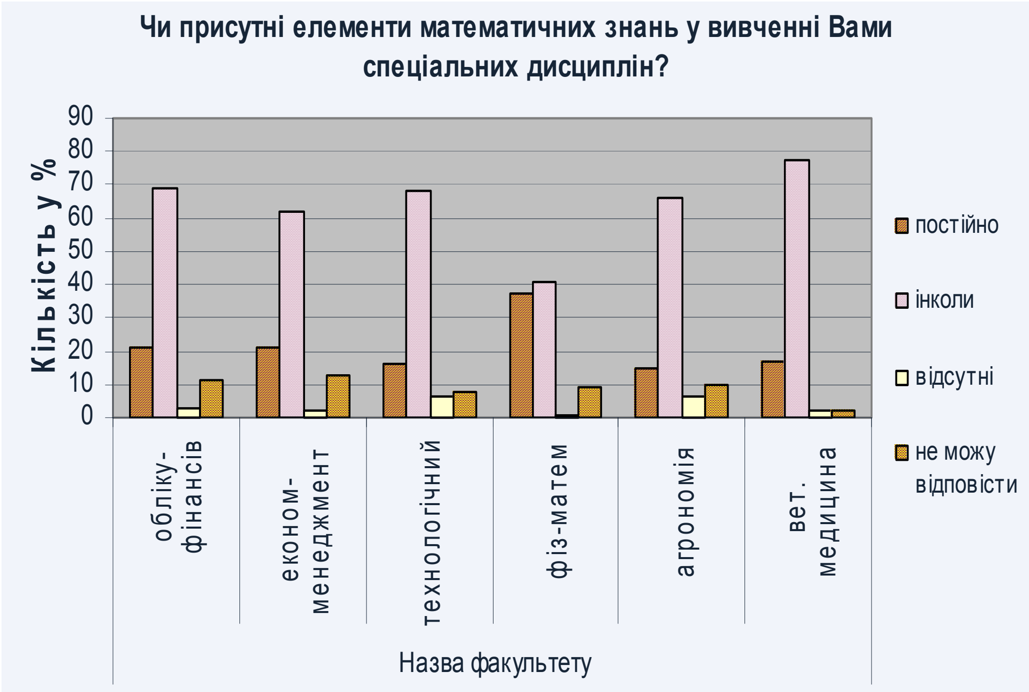


Рис.2.

Одним із першочергових завдань у школі є формування вміння здобувати, опрацьовувати та застосовувати наукову інформацію. Завдання ВНЗ полягає у тому, щоб навчити вчитися самостійно, творчо підходити до вирішення професійних та виробничих проблем. Весь навчальний процес у вищій школі спрямований на самостійну роботу студентів, пов'язану із пошуком, опрацюванням, відтворенням та застосуванням наукової інформації.

Відповіді на наступні два взаємопов'язані запитання анкети: "Чи користуєтесь Ви підручниками і методичними посібниками під час вивчення математики?", "Скільки часу, відведеного для самостійної роботи, Ви витрачаєте на вивчення математики?" свідчать про несистематичне використання додаткових літературних джерел під час вивчення математики. Найбільша кількість респондентів, які постійно працюють із підручниками та іншою науковою літературою, це представники фізико-математичного факультету (33%); наступними є студенти факультетів економіки та менеджменту (30%) й обліку та фінансів(28%). Обмежуються лише конспектом студенти факультетів: ТВППТ (28%), агрономічного (16%), економіки та менеджменту (14%), фізико-математичного (11%), обліку та фінансів (10%). Про нетривалість процесу підготовки до занять свідчать наступні дані: до 30 хвилин на день готується найчисельніша група студентів із факультетів: агрономічного (31%), обліку та фінансів(27%) й економіки та менеджменту (27%). До 1 години на день витрачають на вивчення математики більшість студентів факультетів обліку та фінансів (40%), агрономічного (38%) та ТВППТ (36%). Більше 1 години на день працюють над вивченням математики студенти фізико-математичного факультету (37%), факультету економіки та менеджменту (26%) і обліку та фінансів (22%); найменша кількість представників агрономічного (18%) та ТВППТ (19%) факультетів.

Наступні запитання: "Звідки Ви дізнались про існування майбутньої професії?", "Що відіграло вирішальну роль у виборі Вашої професії?" спрямовані на з'ясування визначальних факторів при виборі професії студентами. Як бачимо із діаграми (рис.3) для всіх без винятку респондентів, сім'я і авторитет батьків (родичів) є вирішальними.

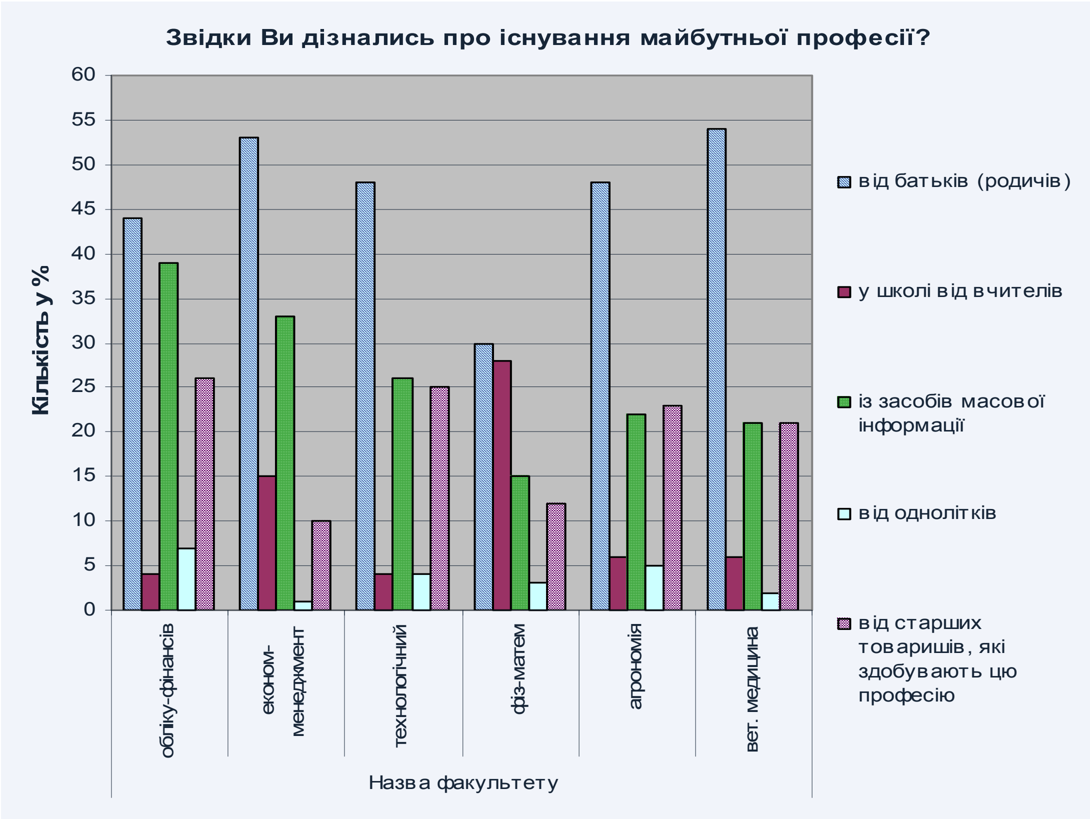


Рис.3

Неабияка заслуга у розв'язанні проблем профорієнтаційної роботи належить і засобам масової інформації. Відзначимо факт послаблення ролі цієї роботи у школі. Це свідчить про недостатній зв'язок ВНЗ із загальноосвітніми навчальними закладами.

Цікаво, що студенти фізико-математичного факультету педагогічного університету інформацію про майбутню професію отримали здебільшого від вчителів у школі. Якщо враховувати попередні результати опитування, математика для них – улюблений предмет, рівень знань найвищий. Ймовірно, особистість шкільного вчителя, його майстерність, професійна компетентність стали визначальними у виборі професії.

Розглянемо детальніше фактори, які відіграли вирішальну роль у виборі професії. Для "модних" фінансово-економічних – це престиж, батьки студентів націлені на перспективу, зовнішня привабливість. Щодо студентів фізико-математичного факультету, на першому місці – детальна інформація про майбутню професію, що зумовила усвідомлений вибір. Виходячи із відповідей на ці запитання, інформація, яку отримали старшокласники від вчителів – перейшла із зовнішнього мотивуючого фактора у внутрішній. Якщо із випуску хоча б один учень обирає професію, скориставшись порадами і особистим прикладом вчителя – це, на нашу думку, найбільше визнання майстерності навчання предмету, який він викладає.

Ще одним цікавим фактом є (рис.3) те, що для респондентів із факультетів технології виробництва та переробки продукції тваринництва й агрономічного профорієнтаційна інформація, одержана від старших товаришів, які здобувають цю професію, по значущості займає другу та третю позиції. Але професію більшість представників цих факультетів (25%-35%) "обрали випадково".

Отримані результати і висновки узгоджуються із даними подібних досліджень. Український соціолог В.Подшивалкіна стверджує, що вибір здійснюється на основі інтересу до певних шкільних дисциплін, які не повною мірою відбивають специфіку різноманітних професій вищої кваліфікації. Дані опитувань 2001-2005 років, свідчать що основними мотивами вибору спеціальності є: престиж 52,7% (дані за 2001 р.), 55,2% (дані за 2004 р.). Відповідно перспектива високооплачуваної роботи за спеціальністю 50,1%; 42,6%; та поради батьків 40%; 38%; можливість у майбутньому займатись науковою працею 12,7% – найменша кількість [4, с.52-54].

Проведене нами анкетування дає підстави зробити загальні висновки:

- вибір майбутньої професії студентами аграрних ВНЗ обумовлений великою кількістю випадкових факторів, особливо це помітно серед представників факультетів технології виробництва та переробки продукції тваринництва й агрономічного;
- більшість студентів довіряють порадам батьків, не маючи детальної інформації про особливості подальшої професійної діяльності;
- спостерігається послаблення профорієнтаційної роботи у шкільних закладах освіти. Що негативно впливає на процес формування позитивних мотивів до вивчення предметів циклу науково-природничої підготовки;
- навчаючи студентів-аграріїв математики таких факультетів, як ТВППТ та агрономічного, слід враховувати такі важливі фактори:

1. мотиви вибору: навчального закладу, напрямку майбутньої професійної діяльності, вивчення навчальних дисциплін;
2. рівень шкільної підготовки;
3. рівень сформованості самостійності при вивченні та підготовці до занять;
4. рівень вмінь та навичок працювати із науковою та методичною літературою.

Втрата інтересу і формальність у засвоєнні знань студентами знижує рівень підготовки фахівців аграрного профілю. Ця проблема не втрачає актуальності, вимагаючи нових підходів до її вирішення.

1. *Вікова та педагогічна психологія: Навчальний посібник / О.В.Скрипченко, Л.В.Долинська, З.В.Огороднійчук та ін. – К.: Просвіта, 2001. – 416 с.*

2. *Есарева З.Ф. Особенности деятельности преподавателя высшей школы. – Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1974. – 110с.*

3. *Литовський В.Т., Дмитриев А.В. Личность студента. – Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1974. – 184 с.*

4. *Нагорний Б.Г., Яковенко М.Л., Яковенко А.В. Студентство і сучасність. – К.: Арістей, 2005. – 164 с.*

5. *Ніколаєнко С. Роль освіти у формуванні та розвитку трудового потенціалу України // Вища школа. – 2005. – №2. – С.16-22.*

6. *Овсієнко Ю.І. Дослідження рівня знань з математики студентів аграрних вищих навчальних закладів // Наука і сучасність: Зб. наук. ст. – К.: НПУ, 2005. – Т. 52. – С. 66-80.*

7. *Освітньо-кваліфікаційна характеристика спеціаліста за спеціальністю 7.130501 "Ветеринарна медицина" напряму підготовки 1305 "Ветеринарна медицина" Міністерство освіти і науки України К. – 2004. – 113 с.*

8. *Сухомлинський В.О. Вибрані твори в 5-ти томах. Т.1. – К.: Радянська школа, 1976. – 654 с.*

Резюме. **Овсиенко Ю. К ВОПРОСУ О ВЫБОРЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО НАПРАВЛЕНИЯ СТУДЕНТАМИ АГРАРНЫХ ВУЗ.** *Вопрос социализации молодёжи достаточно сложен и актуален. Рассматриваются причины, которые обуславливают выбор направления будущей профессиональной деятельности, в частности внимание акцентируется на высшие учебные заведения аграрного профиля.*

Summary. **Ovsienko Y. TO QUESTION ABOUT CHOICE OF PROFESSIONAL DIRECTION BY STUDENTS OF HIGHER EDUCATIONAL ESTABLISHMENTS OF AGRARIAN TYPE.** *The question of socialization of young people is difficult enough and actual. Reasons which are explained choice of direction of future professional activities are examined, in particular attention is accented on higher educational establishments of agrarian type.*

Надійшла до редакції 15.10.2006 р.

РОЗВИТОК ЯКОСТЕЙ СПЕЦІАЛІСТА В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ ЯК ОДИН ІЗ ШЛЯХІВ МОТИВАЦІЇ СТУДЕНТІВ

Л.І.Вовк,
кандидат педагог. наук,
Полтавський університет споживчої кооперації України,
м. Полтава, УКРАЇНА

Розглянуто деякі аспекти актуалізації навчально-пізнавальної діяльності студентів в сучасних умовах. Даються пропозиції по розвитку інтересу студентів до навчання.

Вектор економічного розвитку, спрямований в бік ринкового господарювання, визначив новий погляд на ключову складову виробничої діяльності – людські ресурси. Це виражається, з одного боку, у підвищенні вимог до персоналу, а з іншого – у збільшенні витрат на розвиток людських ресурсів державою та приватним бізнесом.

Інтенсивність змін, які відбуваються у економіці України, визначає ряд нових вимог до якості персоналу підприємств. Робітники повинні бути так підготовлені, щоб змогли забезпечити адекватне реагування на ці зміни без втрат або з нарощуванням ефективності функціонування. Персонал повинен бути націленим не тільки на виконання своїх функціональних обов'язків, а й на розв'язування задач, які виникають.

Інформацію про те, які вимоги ставляться до спеціаліста на сучасному етапі розвитку суспільства ми знайшли у новому науковому напрямку – управлінні персоналом. У роботі [1] розглядаються питання відбору персоналу та методи і технології оцінювання персоналу при наймі. Свідоцтвам приділяють велике значення при безконтактному оцінюванні претендентів. При вивченні шкільних свідоцтв ряд спеціалістів на основі оцінок роблять припущення про придатність кандидата. Наприклад, власник автомобільного дома „Шпехт" К.-Х.Шпехт звертає увагу при наймі на роботу претендента на його успішність по математиці і фізиці. Глибокий аналіз оцінок шкільних свідоцтв провів вчений П.Рюдигер. На його думку, досягнення з математики, хімії та фізики свідчать про здібності концентруватися, абстрагуватися, виконувати розрахунки [1, с.104].

У роботі [2] представлена сучасна концепція антикризового управління організацією, що функціонує в умовах ринкової економіки "Якщо людина володіє розвинутим інтелектом, вираженою індивідуальністю, заповзятливістю, новаторським складом характеру – це не просто робоча сила, це – цінний капітал" [2, с.324], який стоїть на першому місці при розв'язуванні критичних ситуацій.

У роботі [3] ми знайшли модель робочого місця, модель спеціаліста та механізм розвитку персоналу підприємства. Представляють інтерес критерії, за якими оцінюються ділові та організаційні якості спеціаліста [3, с.147]. 1.Здатність організовувати та планувати роботу. 2. Професійна компетентність 3.Усвідомлення відповідальності за виконану роботу. 4.Здатність до нововведень. 5. Контактність та комунікабельність. 6.Працездатність. 7. Уміння своєчасно приймати та реалізовувати рішення.

Таким чином, розвиток особистих якостей спеціаліста такий же важливий, як і професійна компетентність. Знання цього факту значно підвищує інтерес студента до навчання, оскільки в процесі навчання відбувається формування ділових та організаційних якостей особистості.

Метою даної роботи є з'ясування можливостей підвищення інтересу студентів до навчання та встановлення умов для підтримання активної навчально-пізнавальної діяльності у сучасних умовах.

Питанню активізації навчально – пізнавальної діяльності та формуванню мотивацій присвячено чимало робіт (Д.Б.Ельконіна, В.В.Давидова, А.Н.Леонтьєва, А.Маслоу, Р.А.Нізамова, З.І.Слєпкань, С.Л.Рубінштейна, Л.М.Фрідмана, Є.П.Ільїна).

Кожен викладач вибирає свою траєкторію формування у студентів бажання навчатися. Проведене нами опитування показало, що в усіх студентів виникає бажання бути творчими, тільки б їх цьому навчили. На заняттях з математики ми застосовуємо такі інтелектуальні дії як порівняння, аналогію, протиставлення, абстрагування, аналіз, синтез, узагальнення, систематизацію. Нам вдавалося визвати інтерес у студентів до вивчення математики, впевненням у тому, що вони отримують інтелектуальний розвиток, який приводить до творчості.

Важливим у формуванні інтересу до навчання є знайомство з кваліфікаційними характеристиками спеціалістів та демонстрація можливостей працевлаштування на прикладах випускників. При цьому потрібно підкреслювати кращі можливості успішних студентів.

Якщо студент спізнився можна зауважити, що йому потрібно виховати звичку приходити вчасно як майбутньому керівнику. Спеціаліст-технолог може мати 20 підлеглих з самого початку трудової діяльності.

Студентів необхідно впевнювати у тому, що професіоналізм формується під час навчання: якщо відношення до навчання позитивне, то цей позитив переноситься і у будь-яку іншу діяльність. Іншими словами: якщо ти чимось займаєшся, то роби це професійно і з задоволенням.

Зрозуміло, що ми навчаємо студентів з різним рівнем знань, умінь і навичок. У педагогіці діє закон: ”Приймати студента таким, який він є і робити його таким, яким він повинен бути”. Нажаль, не всі викладачі це усвідомлюють. Важливо вірити у студента, що він зможе опанувати предмет, що зможе стане кращим у навчанні. Згадаємо класичну п’єсу Б.Шоу “Пігмаліон”. Витончений професор Хіггінс склав заклад із своїм другом про те, що зможе перетворити звичайну продавщицю квітів, Елізу Дулітл, у справжню леді. Його теорія полягає у тому, що риси людини залежать від того, як з ним поводяться. Так як з міс Дулітл поводяться як з леді і навчають її говорити як леді, вона становиться леді. Те, що ми підтримуємо у людях, те і отримуємо у реальності.

Можна провести аналогію між людиною і айсбергом. Те, яким людина постає перед нами, включаючи її вміння і здібності – це тільки десять процентів того, що у дійсності являє собою людина. Особистість – це більш суттєва і важлива частина людини, яка знаходиться під поверхнею. Важливо допомогти студентам усвідомити свою значущість. Допомогти розвинути свої можливості та якості.

Студенту потрібно покращити самооцінку. Цьому будуть сприяти шість принципів, які розробив Д.Дорнан і подає їх у бестселері “Пианино на берегу. Примеры принципы и перспективы достижения успеха в лидерстве и жизни”. Ми адаптували ці принципи для студентів:

1. *Запозичуйте віру у тих, хто вірить у вас самих.* Ми говоримо студентам: „Вам вірять батьки, Вам віримо ми – викладачі, повірте і Ви в те, що подолаєте всі труднощі у навчанні і станете конкурентноздатним спеціалістом”.

2. *Вибирайте книги, які сприяють позитивній самооцінці*. Існує ряд класичних книг по наданню допомоги самому собі, написані позитивними, успішними людьми.

3. *Створюйте позитивні компанії*. Ми пропонуємо успішним студентам займатися з менш успішними і за таку діяльність добавляємо додаткові бали у сумарну кількість балів за семестр. При цьому підкреслюємо, що така діяльність корисна обом. Успішні студенти тренують свої уміння у постановці задачі, роз’ясненні її суті, у вмінні ставити питання тощо.

4. *Досягайте успіхів крок за кроком*. Ми спостерігали поступове зростання студентів з низьким рівнем знань, але з позитивною улаштованістю до навчання, яке дало їм можливість скласти іспит задовільно і з першої спроби.

5. *Почніть надихати себе*. Потрібно наполегливо працювати над виправленням негативних оцінок. Якщо викладач побачить, що студент вміє працювати, то він його буде більше підтримувати.

6. *Погляньте у вічну перспективу*. Кожен володіє унікальними якостями, сильні сторони і таланти потрібно розкривати в собі і розвивати. Цьому сприяє навчання. Потрібно тільки бути відкритим до навчання.

Для сприяння розвитку студента ми намагаємось хвалити його за кожне досягнення. Студентів потрібно націлювати на подолання труднощів у навчанні. У цьому допоможуть слова: "Успішні люди не кидають справу, коли стає важко. Успішні люди роблять речі, які неуспішні люди не хочуть робити!"

З'ясуємо, якими якостями володіють співробітники успішних компаній. Р.Р.Мамлєєва досліджувала успішні компанії та виявила, що це ті організації, де співробітники щасливі [4]. Автор виділяє загальні моменти характерні для щасливих людей: щаслива людина отримує задоволення від усього, що робить у житті; щаслива людина має можливість розвивати здібності, талант, втілювати ідеї і задуми; щаслива людина налаштована позитивно по відношенню до людей.

Для створення невимушеної творчої атмосфери деякі успішні компанії вводять вільний графік роботи співробітників. В організаціях, які пішли по цьому шляху (це консалтингові, науково-дослідні та IT-компанії) співробітники самостійно планують свій день. Керівництво реалізує постулат: "керувати – значить спрямовувати, а не контролювати!". Головне – це завершити роботу вчасно. Але не всі можуть прийняти ці правила. Люди, які працюють за вільним графіком, *повинні розвиватись, бути достатньо самостійними, мати відчуття особистої відповідальності за результат справи та її успіх* [5].

Ми знайомимо студентів з характеристиками успішних та неуспішних студентів (таблиця 1).

Таблиця 1

Характеристики студентів

Успішний студент	Неуспішний студент
Нова проблема викликає готовність до розв'язання її	Наперед не хоче вирішувати проблему
Рішучий	Нерішучий
Розуміє, що все необхідне краще всього робити прямо зараз, не відкладаючи	Буде зволікати з необхідними діями, сподіваючи, що завтра буде легше виконати їх
Думає позитивним чином, діє позитивним чином та живе позитивним чином	Налаштований по відношенню до всього негативно
Знає, що часом він буває неправий, і вміє признаватися у власних помилках.	Знайде того, на кого звалити провину.

В залежності від ситуації ми оцінюємо дії студентів згідно цих характеристик, оскільки успіх у навчанні є необхідною умовою успіху у житті.

Успіх базується на таких принципах: мотивація, захопленість навчанням, потужні зусилля, дисципліна. Якщо чекати, що хтось навчить, то це не приведе до успіху, а взагалі залишить студента на низькому рівні рейтингу у навчанні. Якщо наполегливо і самостійно працювати, то обов'язково буде позитивний результат. Дисципліна та концентрація відрізняють людей, які є творцями подій, від тих, хто спостерігає за цими подіями. До цього слід додати і такі поради студентам:

– вкладати всю душу у навчання, бути невтомним і не припиняти зусиль, пізнавати свої сильні сторони. Студенти, які наполегливо працювали, обов'язково отримували позитивні відмітки, хоч би який початковий рівень знань не був; бути оптимістом. Добиватись великих досягнень не так важко, як здається;

– навчатись співіснувати і співпрацювати з іншими людьми;

– навчитись всебічно обдумувати кожну виниклу проблему. Якщо не можна прийти до розв’язування сьогодні, то потрібно повернутись до цього питання на наступний день. Привчити свій розум до думки, що у Вас є здібності упоратися з задачею. Прийде час, коли в голові виникне ідея, яка допоможе розв’язати проблему;

– жити з захопленням; не засмучуватись своїми неприємностями.

Ніхто не може передбачити, на які досягнення він здатен. Тільки активна діяльність зможе привести до успіхів. На шляху до отримання диплома про закінчення університету студента чекають немало труднощів, відмова від багатьох радостей життя, самозречення. Не всі першокурсники починають інтенсивно навчатись математиці. Якщо у школі були проблеми з вивченням математики, то студент і у ВНЗ не намагається справитись з ними. Якщо математика не спеціальний предмет, а тільки загальноосвітній, то вважають, що вона не потрібна у майбутній професійній діяльності. (Тобто це студенти, які не відкриті до навчання). Успішного студента потрібно спрямовувати на навчання так, щоб його не відволікали подібні міркування, щоб він був хазяїном своєї долі.

Один із компонентів досягнення успіху є досягнення довершеності. Прагнення довершеності означає: націлити своє життя на застосування закладеного у собі потенціалу, на максимально повне застосування усіх своїх здібностей. Довершеність потребує високої якості при керівництві, виробництві товарів та послуг тощо. Справжній успіх залежить від якості. Часи низького сорту безповоротно минули. Різниця між звичним та довершеним – міститься у додатковому зусиллі. Ми намагаємось, щоб студенти це зрозуміли і знали, що людина, яка досягає успіху, націлена на довершеність.

Що ж потрібно для досягнення успіхів? “Щоб привести у рух всі свої сили, людині потрібно помістити попереду себе яку-небудь шляхетну мету, яка здатна його надихати”, – говорить Е.Ренан [6, с.55]. Мета надихає та допомагає зосередитись на головному, спрямувати наші здібності на розвиток, планувати діяльність.

Таким чином ми прийшли до дидактичної концепції активізації навчального процесу – теорії цілепокладання, яка базується на тому, що важливим спонукальним фактом, який безпосередньо впливає на діяльність і поведінку людини, є мета [7, с. 65].

Досвід показує, що студенти хочуть бути творчими, успішними, конкурентноздатними. Якщо показувати, що в процесі навчання вони наблизяться до такого образу, то активність студентів зростає. Оскільки внутрішня установка співпадає із зовнішнім впливом, то це призводить до ефективного навчання. Якщо образ успішної та конкурентноздатної людини можна вважати віддаленою і найважливішою метою, то стати творчим можна уже протягом першого року при вивченні фундаментальних дисциплін.

На початку вивчення “Вищої математики” ми пропонували студентам оцінити ступінь володіння якостями спеціалістів за трьома балами (таблиця 2). 1 бал – слабке володіння якістю, 2 бали – середнє володіння якістю, 3 бали – найвища степінь володіння якістю.

Після оцінювання, ми пояснили, що за цими критеріями оцінюються ділові та організаційні якості спеціаліста при наймі на роботу. Студентам було рекомендовано розвивати ці якості для покращення їх конкурентноздатності. Протягом року ми намагались давати оцінку цих якостей студентів при виконанні різних видів робіт. (Не встиг виконати домашню роботу – значить погано плануєш свій день. Не підготував теоретичний матеріал, тому не зможеш ефективно працювати на занятті –

значить не відповідально відносишся до роботи. Це ж стосується неправильно виконаного завдання. І тому подібні оцінки.) Порівняння результатів такого оцінювання в кінці вивчення "Вищої математики" показав збільшення результатів, особливо по здатності організовувати та планувати роботу. Для розвитку якостей під номерами 2, 3, 4, 7 потрібен більш тривалий період.

Таблиця 2

Оцінювання ступенем володіння якостями спеціалістів

Номер якості	Якість	Середній бал на початку вивчення математики	Середній бал в кінці вивчення математики
1	Здатність організовувати та планувати роботу	1,8	2,5
2	Професійна компетентність	2	2,1
3	Усвідомлення відповідальності за виконану роботу	1,8	2
4	Здатність до нововведень	2	2,1
5	Контактність та комунікабельність	2,2	2,5
6	Працездатність	1,8	2,2
7	Уміння своєчасно приймати та реалізовувати рішення	1,6	1,8

Постановка мети перед студентами стати конкурентноздатними та демонстрація шляхів досягнення цієї мети приводить не тільки до полегшення керування навчальним процесом, а й до створення творчої атмосфери та розвитку якостей спеціаліста.

Накопичено багатий досвід роботи успішних організацій з персоналом. Викладачам необхідно вивчати цей матеріал, щоб враховувати сучасні вимоги до спеціаліста. Ми вважаємо, що творче застосування у навчанні методів, розроблених для розвитку персоналу, приведе до стійкої мотивації навчання студентів.

1. Кибанов А.Я., Дуракова И.Б. Управление персоналом организации: отбор и оценка при найме, аттестация: Учебное пособие для студентов вузов. / А.Я.Кибанов, И.Б.Дуракова – М.: Изд-во «Экзамен», 2003. – 336 с.

2. Антикризисное управление: Учебник / Под. Ред. Э.М.Короткова.- М.: ИНФРА-М, 2000. – 432 с.

3. Лысенко Ю.Г. Стратегическое управление персоналом. – Донецк: ООО "Юго-Восток, Лтд", 2005. – 201с.

4. Мамлеева Р.Р. Свободные компании. Прихоть или необходимость? Менеджмент в России и за рубежом, №6, 2005. - С. 79–84.

5. Майстер Д. Делай то, что проповедуешь. Что руководители должны делать для создания корпоративной культуры, нацеленной на высокие достижения. М.: Альпина Бизнес Букс, 2003. – 251с.

6. Могущество знания. Афоризмы отечественных и зарубежных авторов. Композиция В.Воронцова. – М. Знание, 1979. –320с.

7. Семиченко В.А. Проблемы мотивации поведения и деятельности человека. Модульный курс психологии. Модуль "Направленность". (Лекции, практические занятия, задания для самостоятельной работы). –К.: Миллениум, 2004. –521с.

Резюме. **Вовк Л.И. РАЗВИТИЕ КАЧЕСТВ СПЕЦИАЛИСТА В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ КАК ОДИН ИЗ ПУТЕЙ МОТИВАЦИИ СТУДЕНТОВ.** *Рассматриваются некоторые аспекты актуализации учебно-познавательной деятельности студентов в современных условиях. Даны предложения по развитию интереса к обучению.*

Summary. **Vovk L. THE DEVELOPMENT OF SPECIALIST'S QUALITIES IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS AS ONE OF THE WAYS STUDENT'S MOTIVATING.** *Some aspects of development of student's activity under nowadays conditions are considered. The suggestions on the development an interest to education are given.*

Надійшла до редакції 17.09.2006 р.

НЕКОТОРЫЕ ДИДАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКОМУ ТВОРЧЕСТВУ

Н.Д.Черкасов,
кандидат техн. наук, доцент,
Е.А.Емченко,
ст. преподаватель,
А.Т.Лебедев,
кандидат техн. наук, доцент,
Украинская инженерно-педагогическая академия,
г. Харьков, УКРАИНА

Розглядаються окремі недоліки сучасного навчального процесу, які перешкоджають формуванню у тих, кого навчають, творчого мислення й розкриттю їх творчого потенціалу, викладається організаційно-методична алгоритмізація навчання винахідництву.

Стало уже общепризнанным, что техническое творчество, высшей стадией которого является изобретательство, доступно любому нормальному человеку, однако степень готовности к этому у каждого находится на разных уровнях. Однако существующие образовательные системы большинства развитых стран пока ещё не уделяют обучению техническому творчеству должного внимания, и поэтому выпускники технических вузов не нацелены на творчество, на то, чтобы создавать новые материальные объекты лучше, чем существующие, хотя в переводе с латинского языка слова «инженер» буквально означает «творец, создатель новой техники». И это при том, что уже сейчас (и тем более в будущем) не нужны «массовые специалисты» – исполнители чужих идей и инструкций, а нужны специалисты с творческим мышлением и подходом к делу, специалисты, способные распознавать и решать проблемы не только сегодняшнего, а главное, завтрашнего дня. Всё это бросает серьёзный вызов системе высшего образования, требуя от неё существенных инноваций. От системы высшего образования, основанной главным образом на воспроизводстве авторитарной системы знаний и накопленного опыта, необходимо перейти к системе образования, адекватной тем условиям, которые сложатся через несколько лет. Поэтому высшее образование должно не столько воспроизводить старый опыт и традиции, сколько предвидеть особенности общества будущего и готовить своих воспитанников к жизни и работе в нём [1, 2]. *Отсюда проблема поиска новых методов и средств обучения студентов творческому мышлению и техническому творчеству приобретает в настоящее время особую актуальность. Изучением комплекса вопросов активизации познавательной деятельности вообще, разработке эвристических методов обучения, их теоретическим и методическим аспектам посвящены многочисленные научные работы М.И.Жалдака, М.И.Бурды, Т.Г.Щукиной, А.Т.Шумилина, А.В.Чус, В.Н.Данченко, С.Г.Альтшуллера, А.В.Антонова, А.И.Половинкина и др.*

Целью данной статьи является обратить внимание преподавателей на некоторые недостатки существующего учебного процесса, которые не позволяют развить у обучаемых творческое мышление; дать организационно-методические советы начинающим заниматься техническим творчеством и изобретательством с целью активизации их творческого потенциала.

Выполнить эти целевые установки весьма затруднительно, поскольку сама существующая система образования обладает в этом отношении рядом изъянов, не позволяющих формировать молодых специалистов с творческим научно-техническим потенциалом, способных самостоятельно ставить и решать вопросы совершенствования технологии и оборудования.

Творчество по своей природе предполагает активность, инициативу, свободу духовного и практического самовыражения и самоутверждения человека, чего именно не обеспечивает своим выпускникам высшая школа.

Во-первых. Учебный процесс в высшей школе основан на фиксированных методах и правилах, которые позволяют обучаемым справляться лишь с уже известными, повторяющимися ситуациями. При этом освоение готовых знаний (наборов рецептов) занимают у студентов основную часть времени и сил, и не позволяет им развить у себя системный, диалектический и творческий подход к техническим задачам и путям их решения. В такой системе обучения студенту даётся излишне много теоретических знаний, пассивных и непрочных, в ущерб изучению самого материального объекта. Основное время в учебном процессе затрачивается на всякого рода упражнения, эквилибристику с моделями, макетами, уравнениями, которые лишь в той или иной степени отражают реальный объект и его свойства. В методологии, которой мы вооружаем студентов, формально-логическое явно преобладает над творческим, эвристическим, хотя должно быть наоборот – будущих специалистов необходимо учить методам, подходам не репродуктивной деятельности, а именно эвристической деятельности, которая, по сути, и должна составлять главный смысл работы специалиста.

Во-вторых. В каждом знании студентов следует обучать свободе собственного выбора. Движение общества к рынку – это движение к новому типу личности, способной успешно действовать и реализовывать себя в условиях рыночной многовариантности, неопределенности и малопредсказуемости. Следовательно, необходимо учить студентов принятию собственных решений и моделям их выработки, умению соизмерять желания и возможности. А между тем сам выбор, как один из основных актов умственно-логической деятельности человека, из поля зрения всей нашей системы образования просто-напросто выпал. С самого раннего детства обучаем на готовых задачах, «натаскивая» исключительно на правильных ответах, о каком бы знании ни шла речь. Любая самостоятельность как правило подавляется, хотя в жизни всё наоборот – готовые решения не проходят, ценится способность к нестандартным решениям, анализу и самостоятельному выбору. Проблема принятия решений особенно обостряется в нестандартных ситуациях рыночных отношений, усугубляемых дефицитом времени, поскольку отсутствие своевременных решений лишь на руку отрицательным тенденциям. Поэтому в процессе обучения необходимо в любом знании давать как можно больше версий, вариантов, не подводя обучаемого к определенному выводу. Надо открыто обсуждать как прогрессивные, так и ошибочные, тупиковые и даже реакционные пути, но сам выбор своего личного решения оставлять за обучаемым. Преподаватель не должен навязывать и тем более делать за обучаемого этот выбор.

В-третьих. Поскольку все методы активного обучения и деловые игры включают всевозможные суждения, в том числе обязательно и ошибочные, то следует ввести в учебный процесс метод проб и ошибок, незаслуженно забытый в угоду другим методам. А между тем метод проб и ошибок является универсальным жизненным методом обучения, постоянно присутствующим в реальной профессиональной деятельности любого специалиста, хотя его роль явно недооценивается практикой высшей школы. В основе распространённой его трактовки как ненаучного и недостоверного метода лежит заблуждение, будто специалист действует в полностью «о наученном» мире и полностью в подконтрольной ему сфере деятельности. Реально же любой (и особенно творчески мыслящий) специалист имеет дело с недостаточной, односторонней, подчас недостоверной или искажённо интерпретируемой информацией. В таких условиях метод проб и ошибок не только неизбежен, но и достаточно плодотворен, ибо он ценой малой, пробной, своего рода «модельной» ошибки предохраняет от более существенных просчётов и непоправимых оплошностей. Однако до сих пор в системе образования любая ошибка воспринимается как сугубо негативное явление, и тем самым метод проб и ошибок оказался полностью исключенным из учебного процесса. Такое положение не способствует развитию у обучаемых умения учиться на просчётах, неистинных концепциях и теориях, которыми изобилует наука и техника, не позволяет самостоятельно аккумулировать собственный опыт, который связан как раз с осмыслением допускаемых ошибок и пробных действий.

В-четвёртых. Система вузовского обучения в значительной мере направлена на формирование «инструментальных возможностей» обучаемых, т.е. на выработку у них конкретных умений и навыков, усвоение методов и способов решений технических задач. Причём акцент в обучении ставится лишь на физической стороне дела (принципах функционирования технических систем, надёжности их работы, эффективности эксплуатации и т.д.), при этом совершенно не уделяется внимание анализу соотехнической системы в целом. В тоже время известно, что более половины всех катастроф в авиации, судовождении, использовании АСУ и др. связаны как раз не с несовершенством технических систем, а с ошибками работающих с ними операторов. И эта проблема человека как слабого звена в системе «человеко-машинная среда», будет всё более возрастать по мере роста сложности управляемых систем и устройств, количества средств отображения информации и органов управления, по мере убыстряющейся концентрации энергетических мощностей (а соответственно и больших потенциальных опасностей) в руках небольшого числа операторов при ограниченно надёжных средствах защиты и управления. Противоречие между человеком и техникой приобрела такой характер, что достижение их гармонии – задача не столько техническая, сколько социальная, гуманитарная. В то же время в системе технического образования сам человек как субъект и участник научно-технической деятельности, общеметодологические, философские и психологические аспекты этой деятельности, её широкий социальный и культурный контексты остались как бы на втором плане. Поэтому, в процессе обучения, студентам инженерных специальностей необходимо давать систематические знания о сущности человеческого фактора в технике, о распределении функций между человеком и машиной, о возможностях и ограничениях человека в приёме, переработке информации и принятия решений, о его сенсомоторных координациях, о структуре и организации инструментальных исполнительных действий, о видах и динамике функциональных состояний и их влиянии на эффективность деятельности, о структуре трудовой деятельности человека как таковой и др.

Имеются и другие подобные изъяны в методологии учебного процесса, не способствующие развитию и формированию у обучаемых творческого мышления. Следствием этого студенты в своём большинстве не находят радости в получении знаний, а самое главное (и это наихудшее) считают себя неспособными к самостоятельному творческому мышлению. А между тем уверенность в себе – одна из предпосылок успешной изобретательской деятельности. И это несмотря на то, что за последние годы во многих вузах страны уже читаются специальные учебные курсы по техническому творчеству, проведены на эту тему десятки научно-технических конференций, издан ряд монографий. Тем не менее обучение техническому творчеству в вузах пока ещё носит сугубо авторский и чаще всего декларационный характер. Этому способствует также и отсутствие стройной методической и учебной литературы не только по техническому творчеству, но и особенно по теории и практики изобретательства.

Сложный и очень специфический процесс изобретательского творчества можно систематизировать и представить в виде определённой последовательности выполняемых действий (алгоритма), включающей в себя готовность изобретать, выбор темы, обоснование целесообразности работы над темой, формирование замысла и постановка задачи, экспериментирование идеи, превращение замысла в техническое решение, составление заявки не изобретение (патент). В патентно-технической литературе алгоритмов решения изобретательских задач известно несколько, однако все они рассматривают лишь техническую сторону вопроса и поэтому доступны лишь лицам, уже знакомым с изобретательством. В предлагаемом же алгоритме акцент смещён в сторону организационно-методического подхода к изобретательскому творчеству.

ГОТОВНОСТЬ ИЗОБРЕТАТЬ

Начинающий изобретатель должен понять, что изобретательство это не сиюминутный процесс, а очень сложная и кропотливая работа, требующая большого времени и труда, что изобретательство это своеобразный «образ мышления и жизни». Поэтому изобретатель постоянно должен вырабатывать и развивать в себе систему определённых качеств, которые стали бы для него «тренингом». Первым делом он должен вырабатывать в себе изобретательский взгляд, иными словами научиться на всё окружающее смотреть с позиций «А почему это сделано и устроено именно так? Нельзя ли сделать по-другому, лучше?» Такой подход позволяет не только доискиваться до первооснов того или иного явления или конструкции, но и способствует накоплению важных практических знаний. Другое качество, которое должен воспитывать в себе изобретатель – это настойчивость. Именно настойчивость поможет ему преодолеть неудачи и трудности, которые обязательно встретятся на пути к новому, не позволит разрушить веру в собственное изобретение. Изобретатель обязан также овладеть искусством мобилизовать для творчества всю свою эмоциональную энергию, т.е. подходить к проблеме с такой целеустремлённостью, как если бы от её решения зависела вся его карьера. Кроме того необходимо развивать в себе умение «отключать» самокритику, «думать руками», развивать пространственно-временное воображение и многое другое. Будущему изобретателю непременно придётся пережить моменты уныния, когда проблема будет казаться не заслуживающей внимания. Успеха добьётся лишь тот, у кого хватит сил продолжать борьбу, даже когда исход её кажется безнадёжным.

ВЫБОР ТЕМЫ

Прежде всего, необходимо правильно выбрать тему изобретательства, причём такую тему, на которую больше всего способен начинающий изобретатель. Трудно представить себе изобретателя, не понимающего ни физической сущности своего изобретения, ни области применения, ни целей, для которых оно предназначено. При выборе темы следует учитывать: актуальность для какого-либо производства, непротиворечие её законам природы, личный интерес к теме, общественную пользу от её разработки, заинтересованность в ней других изобретателей. В случае, если изобретательской темы нет, то можно самостоятельно разработать новую идею, применив для этих целей один из известных индивидуальных или коллективных методов генерации новых идей, таких как метод гирлянд случайностей и ассоциаций, мозговой штурм, синектику, морфологический анализ, АРИЗ, направленные графы и др. Все эти методы подробно описаны в соответствующей литературе.

ОБОСНОВАНИЕ ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ РАБОТЫ НАД ТЕМОЙ

Чтобы избежать напрасных затрат времени и труда, изобретателю сразу же следует обосновать целесообразность работы над выбранной темой. Часто бывает так, что при соблюдении определённых условий проблема отпадает сама по себе, и, следовательно, тема теряет актуальность, тем более, что иногда такие условия создать гораздо легче, чем найти новую идею и её техническую реализацию. С этой целью изобретатель должен уяснить и ответить на вопросы:

- для чего необходимо решать данную тему;
- при каких обстоятельствах или условиях не возникла бы проблема;
- что можно предпринять, чтобы отпала необходимость в поиске решения темы;
- не будет ли проще создать такие условия, при которых отпадает необходимость поиска решений поставленной задачи;
- какие выгоды принесёт решение данной темы и каковы ориентировочные затраты на её осуществление.

В большинстве случаев ответы на эти вопросы позволят стать убеждённым в правильности выбора темы, после чего изобретатель уже не должен расставаться с темой и от него требуется настойчивый поиск нужного решения.

ФОРМИРОВАНИЕ ЗАМЫСЛА И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Идея технического решения должна отвечать трём основным требованиям: технической реализуемостью, мировой новизной, положительным эффектом. На этом этапе из научно-технической и патентной литературы подробно изучаются аналогичные решения данной темы, т.е. подбираются аналоги. Начинающий изобретатель допускает серьёзную ошибку, пренебрегая изучением известных решений проблемы, полагая, что непроизводительно расходует время, вследствие чего попадает в нелепое положение уже после того, как найдёт решение и создаст свою идею, к сожалению уже давно существующую, т.е. изобретает уже изобретенное. Поэтому необходимо выявить все известные решения по данной или подобной теме, а затем каждое из решений подвергается тщательному анализу методом расчленения сложного на составляющие части и определения недостатков и достоинств по каждой в отдельности с занесением в специальную таблицу. При формировании замысла идеи и для преобразования основных показателей аналогов необходимо использовать следующие эвристические приёмы: неология, адаптация, мультипликация, дифференциация, интеграция, инверсия, импульсация, динамизация, аналогия, идеализация, эмпатия. Например, сущность метода инверсии состоит в следующем: сделай наоборот (подвижное выполни неподвижным, неподвижное подвижным), поменяй отдельные части конструкции местами, сделай внутреннее внешним и наоборот, переставь «всё с ног на голову» и т.д. Этот популярный эвристический приём применён, например, в конструкциях велотренажеров, велоэргометров, в которых сама дорога выполнена подвижной, а спортсмен – неподвижным (сделано наоборот). Эти эвристические приёмы сводятся в специальную матрицу поиска, в строках которой записаны основные изменяемые показатели, характеристики технического объекта, а в столбцах – эвристические приёмы. Каждая ячейка матрицы соответствует определённому изменению какого-либо из основных параметров объекта, однако готовых технических решений ещё не содержит, тем не менее, способствует возникновению ассоциаций, активизирующих поиск идеи решения. При постановке задачи нельзя впадать в противоположные крайности: нельзя сужать задачу и нельзя её слишком широко трактовать. Сужая задачу, тем самым сужаем рассмотрение возможных альтернативных путей поиска, а неоправданно расширяя задачу, тем самым упускаем, «размываем» условия задачи, что впоследствии усложнит её решение. В этой связи, в постановке задачи всегда надо быть весьма осторожным, чтобы поиск решения был не слишком широк, но и не слишком узок. Кроме того, постановка задачи не должна содержать специальных терминов, поскольку термины всегда имеют привычные границы, сковывающие воображение изобретателя и не позволяющие ему отойти от стереотипа мышления.

ЭКСПЕРИМЕНТИРОВАНИЕ ИДЕИ

Замысел идеи технического решения необходимо опробовать, убедиться в том, что идея не противоречит законам природы, технически реализуема, для чего следует составить полную схему замысла, изобразив её с помощью условных обозначений. Схема позволяет лучше представить суть и принцип идеи, определить её положительные и отрицательные стороны, выявить сомнительные места, которые необходимо поэкспериментировать. Экспериментировать идею – это не значит построить устройство или воспроизвести технологических прогресс, это не всегда возможно, да и не требуется. Под экспериментом идеи понимается проверка реальности принципа элементов схемы, вызывающих сомнение, практическое опробывание с помощью простых приспособлений и упрощённых моделей.

ПРЕВРАЩЕНИЕ ЗАМЫСЛА В ТЕХНИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Из выявленных в патентно-технической литературе аналогов выбирается прототип, т.е. техническое решение, наиболее близкое по своей сущности и достигаемому положительному эффекту к предлагаемому. Прототип подвергается схематичному конструктивному решению в соответствии с целью изобретения. На этой стадии применяются приёмы изобретателя, которых в литературе насчитывается более сорока и которые являются результатом анализа разрешений технических противоречий большого количества изобретений. Каждый из них универсален и отражает наиболее эффективные принципы преобразования технических объектов. Названия приёмов для лучшего запоминания приняты умышленно простыми и образными, отражающими их сущность. Так, например, такие принципы (приёмы) изобретателя как: «матрёшки», принцип «проскока», принцип «обрати вред в пользу» и другие (более 40 приёмов). Чаще всего используется не один, а комбинация из нескольких приёмов или определённой их последовательности.

СОСТАВЛЕНИЕ ЗАЯВКИ НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

Данный этап алгоритма выполняется строго в соответствии с существующей методикой оформления заявки на предполагаемое изобретение. Все материалы заявки являются нормативными и поэтому регламентируются соответствующими документами института УКРПАТЕНТ. Требования к составлению заявки изложены в специальной литературе.

Вполне очевидно, что приведенные фрагменты организационно-методической алгоритмизации изобретательского творчества являются дискуссионными. Разработка доступной для студентов теории изобретательства будет во многом зависеть от широкого творческого участия преподавателей вузов и профессиональных изобретателей.

1. Черкасов Н.Д., Чаусов А.А., Емченко Е.А. О фундаментализации учебного процесса //Новий Колегіум. Х., 2003. №5/6. с. 14-18.

2. Тринг М., Лейтуэйт Э. Как изобретать? /Пер. с англ. А.С.Добровolького. М., 1980. 272с.

3. Чус А.В., Данченко В.Н. Основы технического творчества. Киев-Донецк, 1983. 183с.

Резюме. **Черкасов Н.Д., Емченко Е.А., Лебедев А.Т. НЕКОТОРЫЕ ДИДАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКОМУ ТВОРЧЕСТВУ.** *В статье рассматриваются недостатки современного учебного процесса, которые не разрешают сформировать творческое мышление у тех, кого учат, излагается организационно-методическая алгоритмизация изобретательского творчества.*

Summary. **Cherkasov N., Emchenko E., Lebedev A. SOME DIDACTIC ASPECTS OF TEACHING THE TECHNICAL CREATIVE ACTIVITY.** *In article the separate lacks of modern educational process interfering formation at trained creative thinking and disclosing of their creative potential are considered, organizational - methodical algorithmization of training is stated to invention.*

Надійшла до редакції 10.09.2006 р.

ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ ВИВЧЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ З МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН СТУДЕНТАМИ ВНЗ

Ю.А.Галайко,
аспірант,
Інститут педагогіки АПН України,
м.Полтава, УКРАЇНА

Розглядаються методичні особливості організації процесу навчання математичним дисциплінам студентів – майбутніх менеджерів організацій.

Сучасний процес розвитку суспільства потребує від майбутніх менеджерів глибоких професійних знань й належної фундаментальної підготовки. Тому, процес підготовки спеціалістів, здатних приймати конструктивну участь у вирішенні економічних проблем, потребує новацій та постійного вдосконалення не лише при вивченні спеціальних та професійно-орієнтованих дисциплін, а й також в процесі опанування математичними дисциплінами зокрема.

Аналіз науково-методичної літератури, пов’язаною з математичною підготовкою студентів, дозволяє відмітити наявність широкого спектру публікацій, у яких розглядаються шляхи опанування математичними курсами з урахуванням професійної спрямованості згідно потреб кожної спеціальності [4, 5, 6, 7 та ін.].

Основу математичних знань, без яких неможливе розв’язання практичних завдань майбутньої професійної діяльності, становлять теоретичні знання.

Зокрема, згідно сучасних уявлень щодо різних напрямів діяльності організації, неодноразово підкреслюється необхідність посилення теоретичної складової професійної підготовки її співробітників. Саме завдяки теоретичному знанню створюється можливість для випереджального розвитку організації, адже «теоретичне знання дедалі більшою мірою стає стратегічним ресурсом суспільства, його осьовим принципом» [2, С. 257]. Виникає необхідність пошуку організаційно-методичних шляхів і способів інтенсифікації вивчення теоретичного матеріалу у процесі навчання математичним дисциплінам студентів менеджерського спрямування ВНЗ.

Відомо, що лекція з математичних дисциплін є одним із найпотужніших джерел надходження навчального матеріалу. Адже, за дві академічні години студенти отримують стільки інформації, на самі тільки пошуки, сприйняття й розуміння якої довелося б витратити набагато більше часу. Разом з тим, лінійний підхід до організації навчального процесу у вищих закладах освіти, тобто рознесення лекцій у часі згідно розкладу, обмежує можливості студентів щодо ефективного накопичення теоретичних знань. Це обумовлено тим фактом, що після припинення надходження теоретичної інформації її обсяг значно зменшується «за кривою забування Еббінгауза, яку наближено можна відтворити експоненційним законом» [3, С.77]. Саме тому, необхідна концентрація всіх видів навчальної діяльності й зближення їх у часі, для того щоб відбулось осмислення та включення одержаної інформації в достатньому обсязі до системи базових знань, необхідних для успішного сприйняття наступного матеріалу. Реалізація цього процесу починається з проведення лекцій й органічно поєднується з самостійною роботою студентів як в аудиторній, так і в позааудиторній формах. Результати засвоєння студентами теоретичного матеріалу, їх обсягу, глибини тощо відслідковується різними шляхами. Найбільш раціональні з них наступні, а саме:

- математичний диктант, в якому закладено система контрольних питань з певної теми (розділу); (можлива реалізація – практичне заняття з математичних дисциплін);
- експрес-опитування (в усній формі) щодо розуміння концептуальних понять, взаємозв'язків між ними, основних підходів до їх застосування на оглядовій або тематичній лекції, або на практичному занятті;
- виконання індивідуальних завдань підвищеної складності, розв'язання яких вимагає самостійного опрацювання додаткової тематичної інформації;
- тестування та самотестування (у різних формах) якості засвоєння теоретичних аспектів навчальної інформації з певної теми переважно з комп'ютерною підтримкою;
- модульна контрольна робота або модульний тест із включенням теоретичних питань згідно змісту навчального модуля;
- складання опорного конспекту-схеми певної теми з урахуванням самостійно опрацьованого додаткового матеріалу як спосіб формування у студентів вмінь виділяти суттєві аспекти математичної інформації й самостійно приходити до нових узагальнень. Це як правило, позааудиторна форма навчальної діяльності студентів ВНЗ.

Слід зазначити, що всі вищеозначені позиції повинні бути ретельно спланованими, методично забезпеченими як певними розробками (наприклад системою контрольних питань, індивідуальних завдань, наборів тестів тощо), так і методичними рекомендаціями до їх виконання.

Зокрема в методичних рекомендації (паперовий або електронний варіант) щодо самостійного опрацювання теоретичних питань з певного навчального модуля доцільно наголосити на важливості у цьому процесі такого елемента як складання відповідного конспекту-схеми. Адже, конспект схема однієї із тем (розділів) навчального модулів, виконаного студентом є не лише однією із індивідуальних форм його самостійної роботи, а й своєрідним тренінгом для його розумової діяльності щодо засвоєння математичних знань та їх можливих застосувань.

Методичні рекомендації щодо складання конспекту схеми можна запропонувати студентам у вигляді блок-схеми, хоче це зовсім не виключає наявність й інших підходів (див. рис. 1).

Слід зазначити, що представлення навчальної інформації у формі блок-схемі є не тільки зручною формою її унаочнення, а й можливість значно зменшити обсяг формальних знань, концентруючись на концептуальних підходах та поняттях.

Саме останнє й виявляються в процесі апробацій студентами блок-схем щодо опанування ними навчальною інформацією. Цей процес може відбутися під час оглядової або заключної лекції, на практичному занятті або під час проведення тематичної консультації з певного навчального модуля. Особливої кульмінації апробація блок-схем в студентській аудиторії може досягти, якщо викладач використовуючи метод навчання «групи рівних» запропонує власний варіант її розробки. Такий методичний прийом буде не лише стимулювати пізнавальну активність студентів й забезпечувати з ними зворотній зв'язок, а й значною мірою сприяти поступовому виведенню їх навчальної діяльністю за межі репродуктивного засвоєння.

Ураховуючи, що майбутня діяльність студентів менеджерського фаху пов'язана з командною роботою в організації, вони мають реальну можливість співставити одержаний ними результат з відповідними досягненнями інших й оцінити свій власний рейтинг.

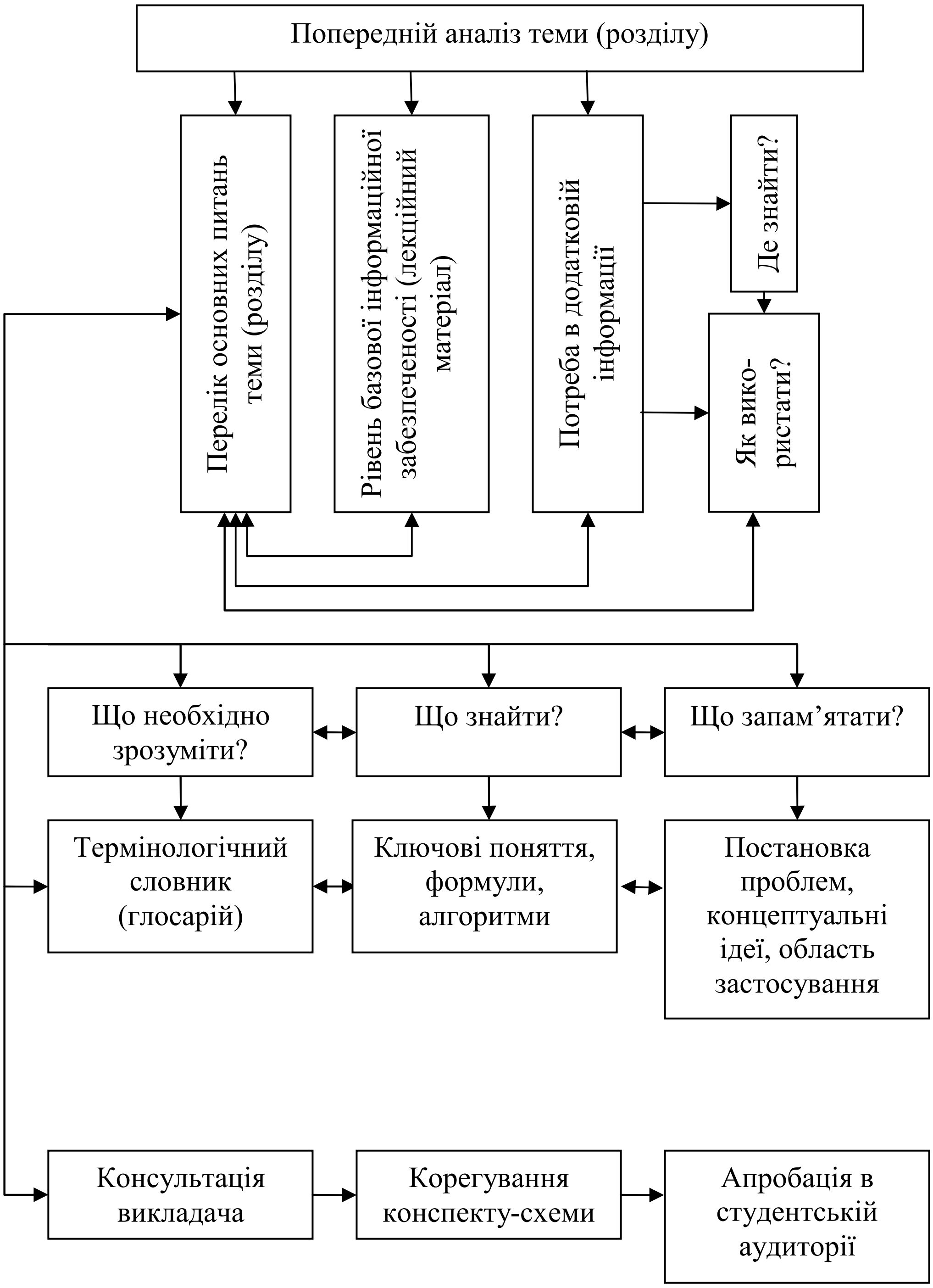


Рис. 1. Блок-схема методичних рекомендацій студентам

Ми невипадково виділили блок-схеми як одну із важливих складових самостійної роботи студентів-менеджерів щодо опанування ними теоретичного матеріалу. Намагання структуризувати навчальний матеріал в плані його згортання з опорою на найбільш інформативні математичні поняття й факти є однією із психологічних особливостей сприйняття, відбору та запам'ятовування інформації.

Це співзвучно твердженням психологів і представників інших гуманітарних наук, які встановили, що «за силою й глибиною впливу на учня (студента) суб'єкти та об'єкти його оточення розташовуються таким чином:

- професійний педагог – вихователь, референтна група й ін.;
- великі екранні засоби відтворення рухомих зображень з звуковим супроводом;
- малі екранні засоби, телебачення, комп’ютерні дисплеї добре організовані демонстраційні заходи;
- великі кольорові картини, таблиці, зразки та ін.;
- книги, малі пласкі зображення тощо» [3, С.76].

Все вищезазначене, на нашу думку, повинно знайти методичне відображення в усіх формах навчальної діяльності студентів ВНЗ в цілому та при проведенні лекцій зокрема. В цьому аспекті особливої уваги потребує організація і проведення слайд-лекцій.

Ефективність проведення слайд-лекцій значною мірою обумовлюється реалізацією наступної системи вимог. Серед них ми виділяємо наступні: аналітичні, тактичні, редакційні, орієнтаційні.

Зокрема, аналітична вимога – полягає у необхідності розробки теоретичної концепції лекції на основі структурно-логічної схеми викладу навчальної інформації. Її реалізація спонукає до проблемного аналізу теми, окреслення кола основних питань, що потребують вирішення й пошуку методичних шляхів одержання відповідей на кожне із них.

Стратегічна вимога передбачає чітке формулювання цільової установки щодо обґрунтування необхідності (важливості та ін.) даної теми в контексті потреб математичних, професійних-орієнтовних дисциплін та майбутньої професійної діяльності. Крім того, особливої ваги у цьому аспекті набуває визначення дидактичної мети лекцій, яка повинна бути реальною, досяжною й доведеною до відома студентів. При цьому, доцільною є постановка відповідних стратегічних завдань з поділом навчальної діяльності студентів на аудиторну і позааудиторні її форми та з чітким визначенням навичок та вмінь студентів щодо рівнів опанування навчальним матеріалом.

Тактична вимога пов’язана з відбором системи базових понять, фактів, аргументів й розкриттям їх змісту та виявленням динаміки й взаємозалежності, тобто з розробкою композиційної структури лекцій. Останнє передбачає раціональний вибір методичних прийомів, засобів активізації навчально-пізнавальної діяльності проблемний виклад навчального матеріалу, постановка навчальних проблем та формування системи аналітичних процедур для їх аналізу й вирішення.

Редакційна вимога спрямована на якість мовної основи лекцій, на строго математичне визначення понять, термінів та їх чітке роз’яснення, на зменшення повторів, штампів та ін.

Представлення в процесі слайд-лекції математичної інформації у формі графіків, діаграм, таблиць та ін. не лише значно економить навчальний час, а й сприяє формуванню культури математичних знань студентів, майбутніх менеджерів.

Орієнтаційна вимога потребує сполучення різноманітних методичних прийомів, методів та засобів навчання на основі попередньо виконаної діагностики рівня підготовленості студентської аудиторії до сприйняття математичної інформації та визначення щодо неї нижньої межі можливої продуктивної діяльності.

Слід зазначити, що лише творча реалізація вищезазначеної системи методичних вимог до підготовки й проведення слайд-лекцій буде сприяти досягненню студентами запланованих результатів навчання.

Водночас, у процесі розробки методичної моделі лекції потребує уваги той блок, що пов'язаний з активізацією навчально-пізнавальної діяльності студентів шляхом створення проблемних ситуацій в процесі її проведення. Щодо основних способів та прийомів створення проблемних ситуацій, та за основу можна взяти ті, що пропонуються в монографії В.М. Дрибана, а саме:

- спонукання студентів до порівняння, співставлення, протиставлення та узагальнення фактів, явищ і дій, в результаті яких може виникнути проблемна ситуація;

- зіткнення студентів з логічним протиріччям (або уявним протиріччям) між життєвими уявленнями про деякі факти, явища з науковими відомостями про ці факти;
- ознайомлення студентів із задачами інших наук, які породжують навчальну проблему в науці, що вивчається (проблемні ситуації, що створюються на основі міжпредметних зв'язків);
- ознайомлення студентів із суперечливими або нез'ясованими, на перший погляд, фактами, що привели в історії конкретної науки до постановки наукової проблеми;
- зіткнення студентів з життєвими або дослідними явищами й фактами, що вимагають теоретичного пояснення або нестандартних практичних дій;
- створення проблемної ситуації шляхом розгляду парадоксів, софізму;
- висування гіпотез та їх аналіз;
- постановка дослідницьких на практичних завдань[1, С.9].

Водночас, у цьому процесі необхідне урахування потреб сучасної менеджмент-освіти щодо формування у студентів відповідного фаху здатності конструктивно вирішувати на лише типові задачі майбутньої професійної діяльності. Й тому, методично обґрунтовано створення й використання різноманітних проблемних ситуацій при навчанні математичним дисциплінам, в яких якнайповніше реалізуються вимоги щодо поєднання теоретичних знань й діяльності наближеної до практичної. При цьому, розкриваються можливості математичних знань, демонструється їх універсальність в контексті аналізу різних за змістом управлінських ситуацій.

Розглянемо приклад створення проблемних ситуацій й постановки навчальних проблем при проведенні слайд-лекції з вищої математики для студентів ВНЗ з фахового спрямування «Менеджмент».

Дисципліна «Вища математика» (навчальний модуль І).

Тема: Криві другого порядку (коло, еліпс, гіпербола, парабола).

Після актуалізації знань щодо кола (означення, його рівняння) $x^2+y^2=R^2$ (1) або $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ (2) доцільно підкреслити, що воно належить до кривих другого порядку. Загальне рівняння кривої другого порядку має вигляд:

$$Ax^2+By^2+Cxy+Dx+Ey+F=0 \text{ ,(3)}$$

де $\{A,B,C,D,E,F\}\subset R$ та хоча б один із коефіцієнтів A,B,C відмінний від нуля.

Студентам пропонується порівняти рівняння (2) із загальним рівнянням кривої другого порядку (3) й знайти відповідь на питання: 1). За яких умов рівняння (3) стане рівнянням кола?

Отже, створена проблема ситуація, яка базується на необхідності порівняльного аналізу інформації, представленої в різних формах й одержання узагальнюючого висновку, що певною мірою активізує увагу студентів й спонукає до пізнавальної діяльності.

Щоб підсилити одержаний ефект доречно запропоновувати ситуаційну задачу, наприклад, такого змісту.

Задача. Два виробничих підприємства А та В, що знаходяться на відстані 100 км одне від одного, виготовляють однотипну продукцію. Відпускна ціна цієї продукції однакова на обох підприємствах і дорівнює *p*. Відомо, що вартість перевезень одиниці продукції від підприємства А до споживачів в середньому становить 9 грн./км, а від підприємства В – 3 грн./км. Менеджер досліджує ринок збуту цієї продукції й просить Вас допомогти йому визначити, як буде розділено ринок збуту цієї продукції, якщо витрати споживачів мають бути однаковими?

У формі запропонованої ситуаційної задачі поставлена конкретна проблема (до речі, перед студентами першого курсу), яка вимагає вирішення. Однак студенти перебувають у стані інтелектуальної невизначеності. З одного боку, вони розуміють що поставлена проблема якимось чином пов'язана з попереднім матеріалом, тобто з рівнянням кола. З іншого боку, студенти інтуїтивно відчули, що традиційні методи розв'язання задач (тобто, за певним алгоритмом) навряд чи спрацюють.

Саме тут доречним є діалог лектора зі студентами, в основі якого пошуку відповіді на питання: У чому суть проблеми? Що в даній проблемі є невідомим, а що відомо? Чи можна вирішити цю проблему вже відомим способом, зокрема методами аналітичної геометрії? Що нове потрібно застосувати?

Останнє питання зорієнтує певну частину студентів на графічне представлення вихідної інформації з використанням прямокутної системи координат *XOY* й уведення довільної точки M(*x,y*) як точки знаходження споживача. Результатом колективного обговорення проблеми є наочне зображення умови ситуаційної задачі (див. рис. 2).

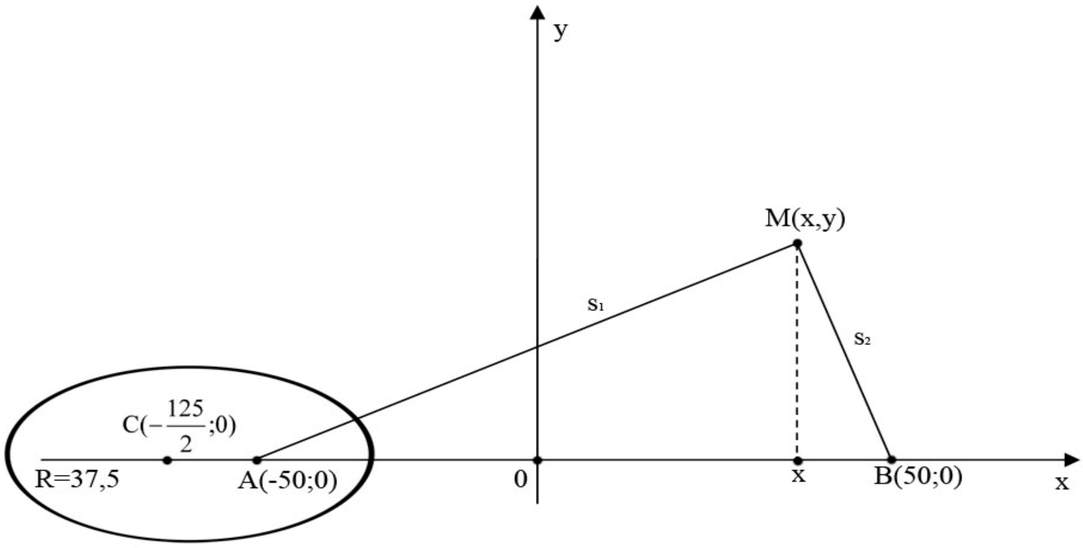


Рис. 2. Умова й розв'язок ситуаційної задачі

Зокрема, повне розв'язання поставленої проблеми з наданням відповідних рекомендацій менеджеру пропонується виконати самостійно. Одержанні результати пропонуються кожному студенту подати у формі міні-звіту на практичному занятті з цієї теми. При якісно виконаному дослідженні (детальне розв'язання та обґрунтування власного варіанту поділу ринку збуту продукції) дозволить деяким студентам одержати додаткову кількість балів за перший навчальний модуль.

На завершальному етапі цієї лекції як самостійне продовження вивчення теоретичного матеріалу можна запропонувати студентам визначити загальну процедуру приведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду. Наприклад, привести до канонічного вигляду рівняння параболи або рівняння «шкільної» гіперболи $xy=k$. (Пізніше виявиться, що для цього студентам знадобляться нові знання, а саме: паралельний перенос та поворот системи координат).

Крім того, для підсилення мотивації щодо більш глибокого опанування теоретичним матеріалом можна використати такий історичний факт.

Ще древньогрецькому математику Аполлонію (260-170р. до н.е.) було відомо, що всі лінії другого порядку (разом із випадками виродження) можна одержати при перерізі площинною конічної поверхні. В результаті цього можна одержати… Студентам пропонується самостійно виявити, що саме й яким чином можна одержати у такий спосіб. Повне дослідження з відповідними зображеннями рекомендовано провести у комп'ютерному класі з використанням ППЗ, наприклад, «GRAN 3D».

Слід підкреслити, що насиченість лекції проблемними ситуаціями не є типовою рисою при проведенні лекцій з математичних дисциплін. Однак, для слайд-лекцій, що реалізуються в системі комп'ютерно-орієнтованої технології щодо вивчення певної теми (розділу) відповідних навчальних модулів є цілком реальним. Це обумовлюється можливістю розподілу шляхів опанування навчальною інформацією як за формами пізнавальної діяльності, так і за способами використання різноманітних дидактичних методів і засобів у цьому процесі.

Таким чином, можна стверджувати, що якість вивчення теоретичного матеріалу з математичних дисциплін та менеджерського спрямування суттєво залежить від ефективності методичної стратегії і тактики щодо організації цього процесу.

1. *Дрибан В.М. Активизация обучения в высшей школе: аспект проблемного обучения / Монография. – Донецк: Издательство „Кассиопея", 1999. – 141 с.*

2. *Друкер Питер Ф. Задачи менеджмента в XXI веке. – Москва – Санкт-Петербург-Киев: Издательский дом „Вильямс", 2001. – 270 с.*

3. *Корсак К., Зінченко Т. Традиційні уроки та лекції: сучасний стан і перспективи // Вища освіта України. – 2002. - № 3. – С. 75-80.*

4. *Кудрявцев Л.Д., Криртлов А.И., Бурковская М.А. Математическое образование сегодня: тенденции и перспективы // 2002.-№ 4.-с.20-29.*

5. *Новожилова Е.Г. Методические аспекты активизации ученого процесса по математичке для экономистов // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт.-Вип. -Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003.-с.135-143.*

6. *Тю Н.С. Об использовании прикладных задач при изложении курса высшей математики студентам экономических специальностей // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт.-Вип. 20.-Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003.-с.22-35.*

7. *Фомкіна О.Г., Шурдук А.І. До питання прикладної спрямованості математичної підготовки студентів // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт.-Вип. 17.-Донецьк: Фірма ТЕАН, 2002.-с.129-134.*

8. *Romanovsky O.G. Conceptual approaches to the Training of Professional Managers in the System of Higher Education // Eszakkelet-Magyarorszag: gardasag-Kultura-Tudomany. – 2000. - №1, pp.63-65.*

Резюме. **Галайко Ю.А. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН СТУДЕНТАМИ ВУЗ.** *В статье рассматриваются методические особенности организации процесса изучения математических дисциплин студентами - будущими менеджерами.*

Summary. **Galayko J. ORGANIZATIONAL PECULIARITIES OF STUDYING THEORETICAL MATERIAL IN MATHEMATICAL DISCIPLINES BY THE UNIVERSITY STUDENTS.** *The article deals with the methodical peculiarities of organizing the process of studying mathematical curses by future specialists in the fields of Management.*

Надійшла до редакції 17.09.2006 р.

ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

А.І. Дзундза,
доктор педагог. наук, професор,
Донецький національний університет,
м.Донецьк, УКРАЇНА

В статті розглядається алгоритмічний підхід до організації самостійної роботи студентів. Розробка та впровадження алгоритмів організації СРС сприяє підвищенню самостійності, відповідальності за результати діяльності, створює умови для самореалізації майбутніх фахівців, виявлення їх індивідуальних здібностей, індивідуалізації процесу навчання.

В умовах запровадження передбаченої Болонською декларацією системи академічних кредитів (ECTS), як ефективного засобу підвищення мобільності студентів при переході з однієї навчальної програми на іншу, надзвичайно актуальним завданням, що постало перед сучасною педагогікою вищої школи, є підвищення ефективності самостійної роботи студентів (СРС). Проблема оптимізації самостійної роботи студентів не є новою, її вивченню присвячено наукові праці С. Архангельського, В. Бабкіна, Е. Брекотіна В. Бондаревського, А. Денисової, В. Загв'язинського, Л. Заякіної, С. Зинов'єва, В. Козакова, Л. Лужних, В. Слободана, В. Ужика та інших. Зокрема, Е. Брекотін стверджує, що науковий підхід до організації СРС ґрунтується на безупинному відновленні форм, методів і засобів навчання, широкому використанні евристичних методів проведення занять [1]. П. Підкасистий визначає самостійну роботу як "засіб організації та виконання учнями визначеної пізнавальної діяльності" [4], а В. Козаков розглядає самостійну роботу як один з видів навчальних занять, специфічною особливістю якого є відсутність викладача в момент навчальної діяльності студента [3]. З точки зору діяльнісного підходу самостійна робота – це сукупність дій студента у певних умовах, що передбачають відсутність безпосереднього керівництва та допомоги з боку викладача, з використанням наявних індивідуальних рис особистості, спрямованих на отримання продукту, відповідного заданій меті, внаслідок чого має бути сформована самостійність як риса особистості та засвоєна певна сукупність знань, умінь та навичок. В українському педагогічному словнику самостійність трактується, як одна з властивостей особистості, що характеризується двома факторами: по-перше, сукупністю засобів – знань, умінь і навичок, якими володіє особистість; по-друге, ставленням особистості до процесу діяльності, її результатів і умов здійснення [2].

Самостійна робота студентів із психолого-педагогічної точки зору набуває особливої важливості не тільки своїм підсумковим результатом, але й здатністю виховувати самостійність як рису характеру майбутніх фахівців. Остання проявляється в якостях мислення, у різних видах навчальної, наукової та громадської діяльності студентів та його соціальній поведінці.

Різні види СРС (планування навчальної та позанавчальної діяльності, самостійне вивчення навчального матеріалу, підсумовування результатів запланованої діяльності тощо) займають значне місце серед елементів системи навчально-методичної діяльності у сучасних ВНЗ. Безумовно, кожний з елементів навчально-методичної діяльності є об'єктом організації чи управління. Відповідно до цього визначимо дії, які повинні виконувати обидва учасники діяльності, і засоби, що використовуються ними під час організації самостійної роботи студентів. Дії викладача і засоби організації СРС схематично можна зобразити у вигляді наступної таблиці (табл. 1).

Таблиця 1

Схема організації СРС

Дії викладача	Навчально-методичне забезпечення та засоби організації СРС
Пояснення теоретичного матеріалу.	Навчально-методичний посібник, роздавальний матеріал, схеми, графіки, таблиці.
Розв'язання типового завдання біля дошки.	Навчально-методичний посібник із розв'язаннями типових задач.
Самостійне виконання типового завдання.	Набір задач, навчально-методичний посібник із розв'язаннями типових задач, електронний підручник.
Консультації студентів при індивідуальному розв'язанні типових задач.	Набір задач, навчально-методичний посібник із розв'язаннями типових задач.
Контроль за виконанням студентами типових задач.	Комп'ютерне тестування, набір контрольних вправ.
Консультації студентів при роботі з додатковою літературою і теоретичним матеріалом.	Інформаційні ресурси, у тому числі в мережі Інтернет, електронні підручники, навчально-методичні посібники.
Консультації студентів з питань написання повідомлень, доповідей і рефератів.	Інформаційні ресурси, у тому числі в мережі Інтернет, періодична література, наукові видання.
Діагностика результатів навчальної діяльності.	Тестування, опитування, бесіда.

Проаналізуємо дії і засоби, що є в арсеналі викладача, які зумовлюють відповідні дії студентів в процесі виконання останніми самостійної роботи. Викладач, пояснюючи теоретичний матеріал з певної теми, використовує навчально-методичний посібник, електронні носії інформації, статистичні таблиці, крейду, дошку, схеми, діаграми тощо. Його дії викликають у студента необхідність, працюючи з ними, у тій чи інший спосіб занотовувати матеріал, що викладається, заносити до свого зошиту теоретичні положення, приклади розв'язання задач, схеми, графіки тощо.

У процесі виконання студентом самостійних завдань: вивчення теоретичного матеріалу, роботи з додатковою літературою, розв'язання типового завдання, підготовки повідомлень, доповідей, рефератів відбувається формування в студентів внутрішньої мотивації, стійкого інтересу до навчального предмета. Це виявляється в організації ним самоконтролю за допомогою підручників, методичних посібників, конспекту, електронного тестування. Приймаючи звіт студента, викладач оголошує загальний підсумок його роботи, визначаючи при цьому рівень досягнення мети виконання ним самостійної роботи. Як показала практика, можливості управління елементами самостійної діяльності дуже різноманітні, кожний викладач, ґрунтуючись на власному досвіді включає ці елементи у навчальний процес.

Багаторічний досвід практичної роботи дозволяє нам наголосити на недостатній розробленості форм і методів організації СРС у навчальній діяльності ВНЗ через низку причин:

- ✓ викладачі часто перевантажені повсякденною навчальною й організаційною роботою;
- ✓ у вищих навчальних закладах загалом недостатній рівень індивідуалізації навчання;
- ✓ часто самостійна робота студентів перетворюється в роботу під керівництвом викладача;
- ✓ недостатніми є засоби, у тому числі електронні, за допомогою яких викладач міг би прискорити прийом звітів із самостійної роботи;
- ✓ недостатньо розвинуте навчально-методичне забезпечення СРС, що могло б

правити за своєрідний „самовчитель” для студентів.

Зауважимо, що будь-який процес навчання передбачає наявність потоків інформації, що йдуть від викладача до студента (за каналом прямого зв'язку) і назад (за каналом зворотного зв'язку). Для аналізу процесів самостійної переробки інформації в системі будь-якого виду, у тому числі навчання, широко використовується поняття алгоритму. Під алгоритмом мається на увазі точне і зрозуміле розпорядження (вказівка) виконавцю здійснити послідовність дій, спрямованих на досягнення певної мети чи на розв’язання поставленого завдання. Як відомо, основними властивостями алгоритмічної системи є: детермінованість, тобто чітка визначеність, однозначна дієвість, коли кожна стадія процесу однозначно визначає наступну стадію; послідовність, тобто виконання всіх дій у зазначеному порядку, включаючи пошук, розв’язання і проведення перетворень; визначеність, тобто застосовуючи алгоритм в одній і тій же ситуації кілька разів, дослідник повинний одержати той самий результат; масовість, тобто можливість застосування алгоритму до розв’язання задач певного типу; результативність, тобто, виконання запропонованих алгоритмом операцій повинне обов'язково привести до розв’язання задачі.

Процес самостійної роботи студентів дуже складний і різноманітний, тому необхідно чітко визначити послідовність виконання дій, можливість застосування цих дій при розв’язанні тих чи інших задач, тобто створити алгоритм організації СРС. Для цього доцільно виявити:

- ✓ труднощі, що виникають при виконанні самостійної роботи: а) об'єктивного характеру; б) суб'єктивного характеру;
- ✓ можливості керування самостійною роботою студентів: а) зміст керування; б) завдання керування;
- ✓ можливості контролю за перебігом виконання самостійної роботи студентами: а) зміст контролю; б) завдання контролю.

Цей алгоритм має всі перераховані вище властивості алгоритмічних систем, хоча і не в такому „суворому” розумінні, як це робиться в математичному моделюванні. Проілюструємо поняття алгоритму на прикладі аналізу організації самостійної роботи студентів при вивченні змістових модулів з навчальних дисциплін „Математичний аналіз ризиків у страхуванні” та „Ймовірнісні моделі страхової математики”. Основними формами організації СРС є

- ✓ розв’язання навчальних прикладних професійно-орієнтованих задач на практичних заняттях;
- ✓ самостійне вивчення відповідних тем і розділів змістових модулів за допомогою навчально-методичних посібників і електронних підручників;
- ✓ підготовку повідомлень, доповідей і виступ з ними на практичних заняттях;
- ✓ підготовку і написання рефератів;
- ✓ підготовку до контрольних заходів (написання контрольних і самостійних робіт, тестування, у тому числі електронне);
- ✓ участь у підсумкових заходах.

Наведемо приклад алгоритму проведення практичного заняття. Після пояснення теоретичного матеріалу з теми, викладач переходить до питання про необхідність виконання типового завдання біля дошки. Якщо в цьому є потреба, то він пояснює актуальність цієї задачі для майбутньої професійної діяльності та наводить розв’язання задачі біля дошки. Аналогічно розв’язується питання про необхідність роботи студентів з навчально-методичним посібником. Згодом студенти переходять до самостійного виконання типових завдань, після чого здійснюється самоконтроль та перехресний контроль, який полягає у виявленні помилок у власній роботі або у роботі товаришів. Якщо завдання розв’язане правильно, то можна вважати, що в студента сформована орієнтуюча і виконавча основа дій і він готовий до розв’язання більш складних завдань з теми. Якщо ж заданого рівня не досягнуто, то студент вирішує питання про необхідність повторного одержання консультації у викладача чи самостійного доопрацьовування матеріалу з навчально-методичного посібника або електронного підручника.

Як показала практика, одним із шляхів підвищення ефективності СРС є використання принципів і методів дистанційної освіти. Умовою застосування цих принципів і методів у практиці навчання є наявність навчально-методичного та матеріально-технічного забезпечення (навчально-методичних посібників, електронних посібників), що дозволяє реалізувати цілі освітньо-професійної програми при організації дистанційної освіти для студентів денної форми навчання, як важливого методу активізації СРС.

Наведемо приклад алгоритму проведення самостійної роботи студентів у системі дистанційного навчання. При роботі зі створеними нами електронними комплексами студенти можуть самостійно обирати тему вивчення з матеріалу навчальної дисципліни, тобто з низки запропонованих для вивчення блоків (індивідуальна модель страхування, колективна модель страхування, моделі банкрутства тощо). У процесі роботи з потрібною темою студентові пропонується для вивчення низка ключових питань, відпрацьовування яких допоможе надалі справитися з контрольними питаннями чи тестуванням. Якщо студент виконав завдання проміжного контролю, то йому необхідно перейти до розв'язання задач з розділу „засоби самодіагностики". В іншому випадку необхідно знову опрацювати теоретичний матеріал з обраної для вивчення теми. Якщо задачу не розв'язано, студент самостійно виділяє основні поняття і категорії, відсутність розуміння яких не дозволила йому розв'язати дану задачу, і, звернувшись у глосарій електронного підручника, може закріпити розуміння цих понять.

Розв'язавши задачу заново з врахуванням визначених для себе зауважень студент, який знову не зміг досягти заданого рівня засвоєння знань повинен звернутися до викладача і, одержавши його консультацію, спробувати виконати контрольне завдання ще раз. Якщо завдання розв'язане, то можна вибрати наступну тему для самостійної роботи. До того ж, залежно від вибору форми організації самостійної роботи студент визначає джерела інформації, які він хотів би використовувати. Це може бути або навчально-методичний посібник, що входить до інформаційної бази з визначеного змістового модуля, або інші підручники чи інформація запропонована глобальними мережами.

Отже, розробка та впровадження алгоритмів організації СРС сприяє підвищенню самостійності, відповідальності за результати своєї діяльності, що дає можливість створити умови для самореалізації майбутніх фахівців, виявити їх індивідуальні здібності, стимулює творчу роботу, індивідуалізує процес навчання в усіх формах навчальної та виховної діяльності вищого навчального закладу.

1. Брекотин Э.И. Совершенствование самостоятельной работы студентов – важный фактор повышения качества подготовки специалистов // Научная организация и контроль самостоятельной работы студентов как средство повышения их академической активности. – Барнаул, 1987.– С.25-29.

2. Гончаренко С. Український педагогічний словник. – К.: Либідь. – 1997. – 376с.

3. Козаков В.А. Вища освіта в Україні та у світі: проблема цілей і їх реалізація // Сучасні системи вищої освіти:порівняння для України. – К.: НаУКМА, 1997.– С. 60-82.

4. Пидкасистый П.И. Самостоятельно-познавательная деятельность школьников в обучении. – М.: Педагогика, 1980. – 229с.

Резюме. **Дзундза А.И. ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОРГАНІЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**. *В статье рассматривается алгоритмический подход к организации самостоятельной работы студентов. Разработка и внедрение алгоритмов организации СРС способствует повышению самостоятельности, ответственности за результати деятельности, создает условия для самореализации будущих специалистов, выявления их индивидуальних способностей, индивидуализации процесса обучения.*

Summary. **Dzundza A. PRACTICAL ASPECTS OF INDEPENDENT STUDENTS' WORK.** *In this article an algorithmic approach to the organization of independent students' work is being discussed. The development and introduction of independent students' work algorithms help to increase independence and responsibility for the results of work, create favorable conditions for self-realization, and revealing of students' individual capasities and benefit the individualization of tuition process.*

Надійшла до редакції 22.11.2006 р.

ШЛЯХИ ВДОСКОНАЛЕННЯ ВМІНЬ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ

Н.В.Ванжа,
кандидат педагог.наук,
Полтавський університет споживчої кооперації України,
м.Полтава, УКАРАЇНА

Пропонуються методи управління навчальною самостійною роботою студентів на практичних заняттях з вищої математики. Акцентується увага на диференціації самостійної роботи студентів.

Навчальний процес у вищому навчальному закладі значною мірою зорієнтований на самостійну діяльність студентів, що виявляється у великому розмаїтті форм цієї діяльності. Проте, як визначається в науково-педагогічній літературі і підтверджено результатами нашого дослідження, лише близько 30% студентів першого курсу мають достатній рівень розвитку самостійності і готові до нових, незвичних форм навчальної діяльності. Як відмічає В.А.Казаков [1] комплексні соціально-психологічні дослідження студентських груп у різних вузах показують, що кількість осіб з високим рівнем самостійності складають наближено 20-30% від загальної їх кількості, 15% студентів не мають схильності до самостійних дій, останні у той чи іншій мірі готові до такої роботи. О.В.Євдокимов [2] у процесі дослідження готовності студентів до самостійної роботи виділив основні труднощі, які виникають у студентів у такій роботі: відсутні вміння слухати та одночасно конспектувати лекції, працювати з науковою літературою, узагальнювати, систематизувати, немає навичок планування своєї самостійної діяльності.

Нами проводилися серед студентів Полтавського університету споживчої кооперації України дослідження, метою яких було визначення рівня готовності наших студентів до самостійної роботи. Зокрема з'ясовувалося наявність навичок подолання труднощів, що з'являються при розв'язанні математичних задач. За результатами анкетування 94,5% студентів у разі виникнення труднощів починають з розбору аналогічних задач у робочому конспекті, 43% студентів у випадку невдачі візьмуться за конспекти лекцій або підручники, інші скористаються порадою товаришів чи прийдуть на консультацію до викладача. Лише 5% продовжують шукати розв'язок за допомогою додаткової літератури у бібліотеці. На нашу думку такі дані свідчать про відсутність у значної частині студентства достатніх навичок та вмінь розв'язування математичних задач.

Методисти і педагоги пропонують навчати студентів самостійному розв'язуванню математичних задач під час аудиторних занять. Зокрема В.П.Беспалько [3] рекомендує на практичних заняттях організовувати самостійну роботу студентів з навчальними посібниками у безпосередньому контакті з викладачем. Е.В.Гапон [4] вважає за необхідне на перших курсах навчати студентів самостійної діяльності в аудиторний час, з подальшим переходом на позааудиторну самостійну роботу на старших курсах.

На наш погляд у практиці навчання математики в економічних вузах недостатня увага приділяється навчальній самостійній роботі під безпосереднім управлянням викладача. При організації такої роботи важливим є ретельний підбір навчальних завдань. На різних етапах оволодіння знаннями необхідно використовувати завдання різного рівня складності. Скажімо, на початкову роботи необхідні типові завдання, які розв'язуються за допомогою відомих алгоритмів, причому такі завдання потрібні усім студентам, але різною мірою. Якщо студентам з низьким рівнем навченості та научуваності треба давати достатню кількість найпростіших завдань, розбивати на частини складні завдання, для того, щоб визивати в них перевтоми, то студенти із високім рівнем швидше втомлюються від великої кількості типових завдань. Інтелектуальна працездатність останніх обернено пропорційна складності завдання. Тому для організації ефективної самостійної роботи на занятті треба розробити достатню кількість різних за рівнем складності завдань.

Для проведення навчальної самостійної роботи на практичних заняттях нами розроблено спеціальні картки, що мають розгалужену структуру і містять матеріал трьох рівнів складності (схема 1).

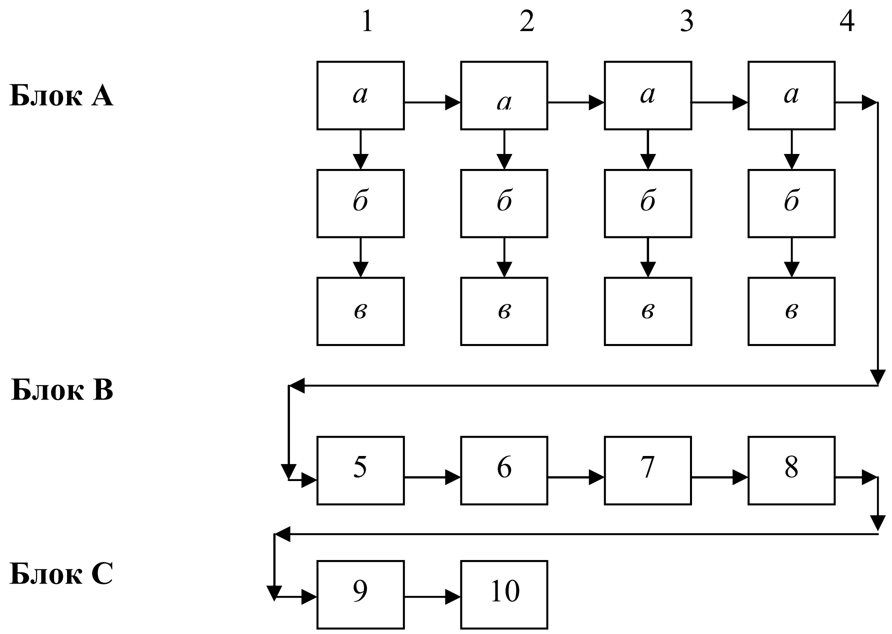


Схема 1 Структура картки для навчальної самостійної роботи

Блок А включає типові завдання для розв'язування яких достатньо знати основні формули, закономірності і вміти їх використовувати. Причому вертикаль *а* → *б* → *в* утворюють однотипні варіативні задачі, горизонталь 1→ 2 → 3 → 4 містить задачі різних типів, рівень складності яких може підвищуватись.

Блок В містить ускладнені задачі, які потребують перенесення досвіду розв'язання задач у нові умови, комбінації відомих способів розв'язання, включають матеріал попередніх тем.

Блок С складають проблемні, творчі задачі, для розв'язання яких необхідно використати різноманітні евристичні прийоми, такі, як наприклад різносторонній змістовний аналіз проблеми, конкретизація абстрагування, графічний аналіз, аналогії і т.ін.

Основне правило роботи з цими картками полягає у наступному. Якщо студент легко справився з завданням 1*а* блоку **А,** він може переходити до завдання 2*а*. Якщо ж у нього виникли труднощі з його виконанням (результат не співпав з відповіддю, знадобилася допомога педагога або товаришів), необхідно розв'язати ще кілька завдань цього типу. До блоку **С** можна переходити лише за умови виконання усіх завдань блока **В**.

Керуючись цим правилом студенти, яки мають слабкі знання і недостатній рівень самостійності повинні розв'язати усі завдання блоку **А**, для того, щоб опанувати базовим рівнем знань. Студенти, що володіють глибокими знаннями і високим рівнем самостійності виконавши завдання 1*а*, 2*а*, 3*а*, 4*а* блоку **А** переходять до завдань блоку **В**, потім **С**. Всі інші студенти розв'язують стільки однотипних завдань блоку **А**, скільки потрібно особисто їм, щоб засвоїти базовий рівень знань, і переходять на більш високий рівень – до завдань блока **В**. Таким чином, Кожен студент, працюючи за цими картками, може просуватися вперед у властивому йому темпі і досягати рівня знань, що відповідає його можливостям і потребам.

Особливо відзначимо, що працюючи над завданнями блоку **А**, кожен студент самостійно визначає скільки однотипних завдань йому потрібно розв'язати, перед тим, як перейти до блоку **В**.

Наводимо приклад завдання для навчаючої самостійної роботи.

Тема: «Інтегрування по частинах»

Блок А

1 ***а)*** $\int x^2 \ln x\, dx$ **2** ***а)*** $\int (2x+3) \cos x\, dx$

б) $\int x \sin x\, dx$ ***б)*** $\int 5y\, e^{4y}\, dy$

в) $\int x\, e^{x}\, dx$ ***в)*** $\int 3x \sin (5x+4)dx$

3 ***а)*** $\int x\, \mathrm{arctg}\, x\, dx$ **4** ***а)*** $\int x^2 \sin x dx$

б) $\int \arcsin x\, dx$ ***б)*** $\int x^3\, e^{x}\, dx$

в) $\int x^2\, \mathrm{arctg}\, x dx$ ***в)*** $\int 5x^3 4^{x}\, dx$

Блок В

5 $\int \mathbf{x} \arcsin x\, dx$ **6** $\int e^{x} \cos x dx$

7 $\int \mathbf{5}^{x} \sin x\, dx$ **8** $\int (\arcsin x)^2\, dx$

Блок С

9 $\int \cos (\ln x)dx$ **10** $\int \dfrac{x \cos x dx}{\sin^3 x}$

Відмітимо, що необхідність постійно контролювати ступінь розуміння матеріалу сприяє удосконаленню навичок самооцінки і самоконтролю своєї діяльності. Крім того, структура карток дозволяє студенту за результатами роботи співвіднести свою самооцінку з реальними досягненнями і в такий спосіб визначити адекватність самооцінки.

Функції викладача при такій організації самостійної роботи полягають у наступному: надавати диференційовану допомогу студентам у виконанні завдань; контролювати і корегувати при необхідності вибір завдань студентами.

Переваги даної форми організації самостійної роботи, на наш погляд є такими:

1. Максимальне навантаження на кожного студента, відповідно до його здібностей і можливостей.
2. Індивідуальний темп роботи.
3. Диференціація допомоги викладача залежно від рівня знань і ступеня самостійності студента.
4. Передача функцій управління і контролю за самостійною роботою від викладача студентам.

Дослідження психологів показали, що однією з найефективніших форм навчальної діяльності студентів є робота в малих групах. Потреба в спілкуванні – одна з найважливіших потреб людини. Реалізація цієї потреби під час навчального процесу підвищує зацікавленість студентів і сприяє їхньому розвитку. Студенти вчаться чітко і зрозуміло висловлювати свої думки, уважно слухати міркування товаришів, розуміти й аналізувати різні точки зору.

Слід зазначити, що для організації самостійної роботи у малих групах підходить не будь-який матеріал математичних дисциплін. Використовувати цю форму роботи при вивченні тем, де значна частина завдань розв'язується за допомогою алгоритмів, недоцільно. Її варто проводити на матеріалі тем, де при розв'язуванні завдань потрібно більш міркувати ніж обчислювати, відшукувати ідеї розв'язання. Це такі розділи математики як, наприклад, аналітична геометрія, векторна алгебра, теорія ймовірностей.

Наше дослідження показало, що самостійна робота в малих групах має розвиваючий вплив на всіх студентів. Їм простіше висловити свою думку під час обговорення завдання в невеличкій за складом групі. У цих умовах вони можуть попросити один одного в будь-який момент зупинитися, повторити сказане ще раз. У малій групі збільшується участь у роботі кожного студента. Найслабкіші студенти слухають міркування сильніших і поволі засвоюють їхні способи міркувань. Лідери груп, домагаючись, щоб усі її члени розібралися в розв'язанні завдання, пояснюючи незрозумілі місця, самі засвоюють матеріал глибше і міцніше, набуваючи вміння переконливо говорити, керувати людьми та ін.

Викладачу під час проведення самостійної роботи в малих групах відведена роль консультанта, який допомагає студентам налагодити роботу в групах, вирішує спірні питання, роз'яснює складні моменти в розв'язанні завдань.

Перевагами самостійної роботи в малих групах, на нашу думку є:

- підвищення інтересу до предмета, який вивчається, посилення пізнавальної мотивації;
- підвищення активності студентів;
- надбання навичок співробітництва в навчальній діяльності, розвиток комунікативних вмінь та навичок.

Досвід нашої роботи показав, що запропоновані методи організації навчальної самостійної роботи студентів сприяють розвитку вмінь та навичок самостійного розв'язування математичних задач.

1. Казаков В.А. Самостоятельная работа студентов и ее информационно-методическое обеспечение: Учебное пособие. – К.: Вища школа, 1990. – 248 с.

2. Євдокимов О.В. Нові педагогічні технології навчання студентів:Дис... канд. пед. наук. – Х.,1997. – 194 с.

3. Беспалько В.П. Слагаемые педагогических технологий. – М.: Просвещение, 1989. – 192с.

4. Гапон Э.В. Педагогические условия повышения эффективности самостоятельной работы студентов: Автореф. дис. канд. пед. наук. – К.,1991. – 30с.

Резюме. **Ванжа Н.В. ПУТИ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ УМЕНИЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.** *Предлагаются методы управления обучающей самостоятельной работой студентов на практических занятиях по высшей математике. Акцентируется внимание на дифференциации самостоятельной работы.*

Summary. **Vanzha N. THE WAY OF PERFECTS THE SKILLS TO SOLVE MATHEMATICAL PROBLEM.** *The article contains methods of the organization of the students' personal work in the studying of mathematical subjects.*

Надійшла до редакції 21.09.2006 р.

ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ У ПРОЦЕСІ ПРОВЕДЕННЯ ОЧНИХ ЗАНЯТЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

К.В.Власенко,
кандидат педагог. наук, доцент,
І.М.Главатських,
ст.викладач,
Українська інженерно-педагогічна академія,
м.Слав'янськ, УКРАЇНА

Розглядаються методичні рекомендації по організації самостійної роботи студентів у процесі проведення очних занять з вищої математики.

Перехід до кредитно-модульної системи (КМС) організації навчального процесу продиктований необхідністю підготовки конкурентоспроможних фахівців. Як свідчить міжнародна практика, однією з неодмінних умов ефективного застосування КМС є забезпечення високого рівня самостійної роботи, при якому вона стає рисою особистості студента і майбутнього фахівця.

Оцінку проблеми самостійного вивчення студентами програмного матеріалу як міжгалузеву і інтернаціональну дала академік Н.Г.Ничкало „... навчання самостійно працювати ЮНЕСКО розглядає як одну з складових, на якому тримається освіта, тобто професійні навички набуваються одночасно з умінням справлятися самостійно у будь-якій ситуації і працювати в колективі"[4].

В розробку теорії, практичних рекомендацій щодо організації проведення самостійної роботи з вивчення програмного матеріалу дисциплін навчальних планів спеціальностей різних освітньо-кваліфікаційних рівнів, освоєння практичних навичок за межами аудиторій вагомий внесок зробили вчені, педагоги: А.Г.Сон, В.А.Тюрина, В.А.Козаков, А.В.Вербицький, Ю.В.Попов, С.Г.Заскалета та інші.

Основною метою цієї статті є створення методичних рекомендацій по організації самостійної роботи студентів у процесі проведення очних занять з вищої математики. Під час лекційних або практичних занять ми пропонуємо застосування завдань, що націлені на формування уміння проводити *"розвиток задачі"*, який допомагає студентам набувати навичок самостійно конструювати нові задачі та, розв'язуючи їх, одержувати суб'єктивно нові знання, тобто стимулювати евристичну діяльність.

Розглянемо методичні вказівки на прикладі розділу „Числові та степеневі ряди".

Постійна потреба в освіті формується під впливом мотиваційних факторів і, природно, не розглядається як цільове, тимчасове явище. Тому під час лекції необхідно розкрити зміст дисципліни із вказуванням, для чого застосовуються знання набуті студентом під час вивчення цього розділу. Так, теорія рядів може розглядатись як обґрунтування таблиць значень експоненціальних та логарифмічних функцій та відомої таблиці В.М.Брадіса, якою користується вже багато поколінь школярів та студентів. Наближені значення цих функцій часто використовують при розв'язуванні задач, в тому числі і економічного змісту. Крім того, методи цього розділу застосовуються до: знаходження наближених значень інтегралів, які часто зустрічаються в теорії імовірності та у страховій справі і не можуть бути виражені елементарними функціями; при розв'язанні диференціальних рівнянь.

Для самостійного оволодівання матеріалом розділу студенту необхідно ознайомитись з навчальною літературою, якою він може користуватись. Для цього перед вивченням теми наводиться перелік основної та додаткової навчальної літератури з її характеристикою, а також перелік методичних розробок і матеріалів по даній дисципліні зі стислим поясненням. Але великою помилкою викладачів є те, що вони для цього застосовують більшістю тільки навчальну літературу, а студентам ще необхідно навчитись з цією літературою працювати. Для цього пропонується складання словника-таблиці.

У процесі самостійного опрацювання навчальних матеріалів студенти розглядають ряд запитань для самоперевірки, на які шукають відповіді у відповідних підручниках та конспектах лекцій. У словнику-таблиці зазначається кожний логічний крок пошуку студента (табл.1).

Таблиця 1

Фрагмент словника помилок

Код теми	Питання	Рекомендована теорія		
		[1]	[2]	[3]
1.1	Що таке числовий ряд?			
1.2	Що таке знакододатній числовий ряд?			
	...			

У першому стовпчику зазначається код теми, перша цифра якого відповідає номеру теми, а друга – номеру питання. У другому стовпці визначається питання, що розглядається студентом. Питання студент може брати з пункту „Питання для самоперевірки". Інші стовпці містять рекомендації до опрацювання з теоретичним матеріалом (рекомендована література наводяться в пункті „Навчальна література"). Студентові необхідно вказати номер розділу, параграфу, сторінки розташування відповіді на питання.

Види організації самостійної роботи можуть бути самими різними, однак завжди слід керуватись принципом активізації розумової діяльності, стимулюючи потребу в поглибленні одержаних знань шляхом використання різних видів самостійної роботи. Дуже важливо у кожному конкретному випадку застосовувати ті види самостійної роботи, які активно сприяють формуванню відповідних умінь.

За характером організації всі види самостійної роботи можна поділити на дві групи: види самостійної роботи у процесі проведення очних занять і види самостійної роботи, що проводяться у позаурочний час.

Однією із форм організації самостійної роботи, що присутня безпосередньо на лекції, є конспектування. Змістовне конспектування мотивує необхідність глибокого вивчення навчальної літератури, дозволяє зробити самостійну роботу цілеспрямованою.

На жаль, у практиці навчальної роботи часто відзначається невміння студентів правильно конспектувати лекційний матеріал, робити узагальнені висновки, що, природно, негативно впливає на рівень і якість підготовки фахівців.

Для ліквідації цих недоліків необхідно у методичних вказівках на конкретних прикладах показати важливість правильного конспектування, навести реальні методичні поради по організації ефективного конспектування і, особливо, з урахуванням специфіки матеріалу, що викладається.

З метою полегшення сприйняття та конспектування навчального матеріалу можуть використовуватись такі методичні розробки, як:

• видані раніше конспекти лекцій, що видаються студентам заздалегідь для попереднього ознайомлення з навчальним матеріалом лекції;

• по багатьох дисциплінах в процесі лекції практикується видача робочих зошитів, конспектів-схем, „опорних конспектів”, які не закінчено.

Студенти в процесі лекції повинні (можливо за участі викладача, який на даний момент виконує функції консультанта) завершити ці схеми, робочі зошити, скласти розділ „опорного конспекту”. У методичних вказівках необхідно навести зразки цих матеріалів.

Для активізації розумової діяльності на початку лекції (практичного заняття) або для перевірки усвідомленого сприйняття матеріалу наприкінці лекції (практичного заняття) ми пропонуємо:

✓ проведення стислого опитування (5-7 хвилин) на початку заняття по раніш вивченому матеріалу з метою акумулювання уваги студентів на тих положеннях, які необхідні для розкриття матеріалу, який вивчається.

✓ застосування системи опитувальних листів – переліку елементарних питань по матеріалу лекції, на які студенти, активно її слухаючи (працюючи), можуть без ускладнень надати відповідь. Опитувальні листи видаються кожному студенту за 5-6 хвилин до закінчення лекції.

Частота видачі опитувальних листів варіюється викладачем. Наведемо приклади різних питань опитувальних листів, що видаються студентам.

1. Сформулюйте ознаку, за допомогою якої можна дослідити на збіжність ряд $u_n = \left(\dfrac{2n}{4n+3}\right)^{n^2}$:

Збігається за радикальною ознакою Коши	Збігається за ознакою Лейбніца
Розбігається за ознакою Даламбєра	Збігається за ознакою порівняння

2. Визначте інтервал збіжності степеневого ряду $\sum\limits_{1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n(x-3)^n}{(n+1)5^n}$:

$-2<x\le 8$ $\quad$ $-2\le x\le 8$

$-2\le x<8$ $\quad$ $-2<x<8$

3. Дослідити на збіжність знакозмінний ряд $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n(n+1)}$ та вказати ознаку, за якою виконувалось дослідження:

Збігається за ознакою Лейбніца та абсолютно збігається за інтегральною ознакою	Розбігається за ознакою Лейбніца та абсолютно збігається за інтегральною ознакою
Збігається за ознакою Лейбніца та умовно збігається за інтегральною ознакою	Збігається за ознакою порівняння

4. Для приблизного обчислення визначеного інтегралу $\int\limits_{1}^{1,5}\dfrac{1}{x}arctg\dfrac{x}{4}dx$ необхідно розкласти підінтегральну функцію в степеневий ряд. Визначте вигляд степеневого ряду:

$\ldots=\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{x^3}{4^3\cdot 3}+\dfrac{x^5}{4^5\cdot 5}-\dfrac{x^7}{4^7\cdot 7}+\ldots\right)$
$\ldots=\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{x}{4}+\dfrac{x^3}{4^3\cdot 3}+\dfrac{x^5}{4^5\cdot 5}+\dfrac{x^7}{4^7\cdot 7}+\ldots\right)$
$\ldots=x\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{x^3}{4^3\cdot 3}+\dfrac{x^5}{4^5\cdot 5}-\dfrac{x^7}{4^7\cdot 7}+\ldots\right)$
інший вигляд

5. Визначте вид ряду (числовий ряд з додатними членами, степеневий ряд, функціональний ряд, знакозмінний ряд):

$\sum\limits_{1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n(x-3)^n}{(n+1)5^n}$	$u_n=(-1)^n\left(\dfrac{2n}{4n+3}\right)^{n^2}$
$u_n=\dfrac{1}{2^n+1}$	$u_n=\dfrac{n!n}{3^n+2}$

При проведенні практичних і лабораторних занять досягаються високі результати, як правило, при максимальній індивідуалізації завдань або робіт, що виконуються.

Шляхом аналізу послідовності розумових дій, спостережень за процесами розв'язання задач студентами було встановлено, що серед сформованих умінь самостійно шукати доведення теорем істотне значення має процес *"розвитку задачі"* (цей процес сприяє відкриттю формулювання нової теореми, а на деяких його етапах її доведенню). У добре підготовлених студентів осмислення цих компонентів безпосередньо сприяло осмисленню нового (переробленого) завдання, виконання якого давало можливість виконати основне завдання.

У практичній діяльності ми виявили ряд способів "розвитку задачі": перетворення задачі; конструювання задачі, аналогічної поданій, але більш складної; узагальнення задачі; конкретизація задачі й конструювання задачі, оберненої поданій. Тут вже нас цікавить скоріше не те, як студент розв'язує задачу, а які задачі він ставить перед собою.

Покажемо на прикладах, як способи "розвитку задачі" сприяють організації та управлінню самостійною діяльністю студентів. Перша задача розв'язується колективно, друга – самостійно.

Задача	*Перетворення задачі*
Дослідити на збіжність числовий ряд $u_n = \frac{n^3}{2^n}$ та вказати ознаку, за якою виконувалось дослідження	Знайти радіус збіжності ряду $u_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n n^3}{2^n}$ та вказати ознаку, за якою виконувалось обчислення
Задача	*Конструювання задачі, аналогічної поданій, але більш складної*
Розкласти функцію $y = \frac{1}{x} arctg \frac{x}{4}$ в степеневий ряд	Обчислити визначений інтеграл $\int_1^{1,5} \frac{1}{x} arctg \frac{x}{4} dx$ необхідно розкласти підінтегральну функцію в степеневий ряд
Задача	*Узагальнення задачі*
Дослідити на збіжність знакододатній ряд $u_n = \sum_{1\infty} \frac{1}{n(n+1)}$	Дослідити на збіжність знакозмінний ряд $u_n = \frac{(-1)^n}{n(n+1)}$ та вказати усі ознаки, за якими виконувалось дослідження
Задача	*Конкретизація задачі*
Приблизно обчислити визначений інтеграл $\int_0^1 \sqrt[3]{x} \cos x dx$	Для приблизного обчислення визначеного інтегралу $\int_0^1 \sqrt[3]{x} \cos x dx$ необхідно розкласти підінтегральну функцію в степеневий ряд. Визначте вигляд степеневого ряду: $... = \sqrt[3]{x}(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 + ... + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + ...)$ $... = \sqrt[3]{x}(1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{1}{4!}x^4 + \frac{1}{6!}x^6 + ... + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + ...)$ $... = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 + ... + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + ...$

Задача	*Конструювання задачі, оберненої поданій*
Сформулюйте ознаку, за допомогою якої можна дослідити на збіжність ряд $u_n = \frac{1}{3^n}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$	Підберіть ряд, що збігається за радикальною ознакою Коші

Під час розв'язування задачі, застосовуючи способи *"розвитку задачі"*, викладач може, за необхідності, повертатися до актуалізації ситуацій, в яких студенти вже перебували для отримання уміння порівнювати, краще осмислювати ідею функціональної залежності в математиці, розвивати просторове уявлення, знаходити необхідні й достатні умови існування об'єктів, встановлювати види об'єктів, розвивати функціональне мислення та готуватися до виконання досліджень, якими супроводжуються задачі вищої математики.

В процесі лекційних, практичних і лабораторних занять велику користь для удосконалення організації самостійної роботи приносить участь студентів у контрольних заходах, особливо, створення ними завдань для проведення атестаційних контролів.

Отже, організація самостійної роботи передбачає здійснення комплексу управлінських рішень, які, в свою чергу, передбачають безпосередню участь викладачів в самостійній роботі студентів шляхом: відповідного викладання дисципліни, проведення консультацій, інженерних семінарів, розробку науково-методичного забезпечення та здійснення ефективних контрольних заходів. Формування високого рівня самостійної роботи студентів і випускників є підґрунтям для їхньої творчості, ініціативності, активності в процесі навчання і майбутньої професійної діяльності.

1. Вербицкий А., Попов Ю., Подлесков В., Андросюк Е. Самостоятельная робота студентов: проблемы и ответы // Высшее образование России. –1995.-137с.

2. Заскалета С.Г. Організація самостійної пізнавальної діяльності студентів сільськогосподарського інституту (за матеріалами викладання іноземних мов): Автореферат дис. канд. пед. наук (13.00.04). - К., 2000. - 17с.

3. Козаков В.А. Самостоятельная робота студентов и ее информационно-методическое обеспечение. – К., Высшая школа. – 1990. –79 с.

4. Ничкало Н.Г.Сучасні тенденції і проблеми неперервної професійної освіти. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Збірник наукових праць. Редкол.: І.А.Зязюн (голова) та інш. Київ - Вінниця: ДОВ Вінниця, 2000. - С. 12.

5. Сон А.Г. Самостоятельное приобретение знаний, умений и навыков как средство оптимизации обучения учащихся (на материалах преподавания математики в школе): Автореферат дис. канд. пед.наук (13.00.0I). – К., 1988. – 25с.

6. Тюрина В.А Формирование познавательной самостоятельности учащихся общеобразовательной школы. Дис. ДПН - Ч., 1994. – с.498.

Резюме. **Власенко Е.В., Главатских И.М. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ В ПРОЦЕССЕ ПРОВЕДЕНИЯ ОЧНЫХ ЗАНЯТИЙ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ.** *В статье рассматриваются методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов в процессе проведения очных занятий по высшей математике, с использованием заданий, целью которых является формирование умения "развития задачи", которое помогает студентам получать навыки самостоятельного конструирования новых задач и, решая их, приобретать субъективно новые знания, то есть стимулировать эвристическую деятельность.*

Summary. **Vlasenko E., Glavatskih I. THE ORGANIZATION OF INDEPENDENT WORK OF STUDENTS DURING CARRYING OUT OF INTERNAL EMPLOYMENT ON HIGHER MATHEMATICS.** *In clause methodical recommendations on the organization of independent work of students during carrying out of internal employment on higher mathematics, with use of tasks which purpose is formation of skill of "development of a problem" which helps students to receive skills of independent designing of new problems are considered and, solving them to acquire subjectively new knowledge, that is to stimulate heuristic activity.*

Надійшла до редакції 23.09.2006 р.

АКТИВНІ ФОРМИ НАВЧАННЯ У ВИЩІЙ ШКОЛІ

Л.В.Тополя,
кандидат педагог. наук,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розглядається проблема активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів, зокрема на прикладі вивчення курсу методики навчання математики.

Нині йде активне оновлення педагогіки вищої школи, спрямоване на удосконалення професійної підготовки майбутніх фахівців, гуманізацію та демократизацію освіти, створення сприятливих умов для підвищення рівня інтелектуальної активності студентів, організацію самостійної пізнавальної діяльності, формування інтелектуального та культурного потенціалу молодої людини. Для студентів педагогічних спеціальностей важливе значення має підготовка до роботи в умовах 12-річної школи. Майбутніх учителів треба озброїти сучасними знаннями та дати їм належну практичну підготовку. Особливої актуальності набуває проблема формування педагога, який вміє працювати активно та ініціативно. Тому є потреба у створенні сприятливих умов для самореалізації студента як особистості соціально зрілої, творчої, здатної до інтелектуального збагачення на основі наявного інтелектуального і культурного потенціалу. Підвищення інтелектуальної активності студентів у ході вивчення різних дисциплін - головна передумова глибокого і міцного засвоєння знань. З метою якіснішої підготовки студентів до майбутньої професійної діяльності, викладачам треба частіше звертатися до активних форм і методів навчання. Активним вважатимемо таке особистісно-орієнтоване навчання, яке: виховує дієвість, ініціативність, самостійність, здатність до енергійного і продуктивного пізнання світу, уміння аналізувати, трансформувати навчальну інформацію; забезпечує систематичну мотивовану мобілізацію вольових, емоційних, інтелектуальних зусиль на досягнення навчально-пізнавальної мети, міцне засвоєння знань, умінь і навичок; сприяє активному оволодінню способами навчальної та професійної діяльності, розвитку мислення і творчої уяви; формує свідоме ставлення до змісту і процесу навчання, явищ реальної дійсності, активну життєву позицію.

Навчання у вищих закладах освіти має бути зорієнтовано на використання таких педагогічних технологій, які передбачають формування активного, освіченого, творчого фахівця. Воно має забезпечувати методологічну переорієнтацію освіти на особистість. Слід віддавати пріоритет соціально-мотиваційним, професійним факторам навчання.

Реалізації навчання, яке на перший план висуває завдання створення сприятливих умов для виявлення і розвитку професійних та загальнолюдських якостей студентів, задоволення їх потреб та інтересів (з погляду замовлення суспільства та власних уподобань), розвитку пізнавальної активності і творчої самостійності студентів сприяє використання дидактичних ігор у навчальному процесі. Студентам педагогічних спеціальностей навчання з використанням дидактичних ігор допоможе повніше і свідоміше оволодіти методикою їх організації та проведення. Адже зрозуміти ефективність і значущість дидактичних ігор для шкільного навчального процесу майбутні вчителі зможуть лише тоді, коли на собі відчують їх переваги та доцільність.

Використання ігрових прийомів на різних видах занять зі студентами дає можливість: 1) створювати позитивний емоційний фон для кращого засвоєння студентами навчального матеріалу; 2) привчати студентів до спілкування у процесі вирішення завдань (і не тільки навчального характеру); 3) формувати та розвивати комунікативні навички, особливо необхідні для педагогічної роботи; 4) ознайомлювати з інтерактивними прийомами роботи в колективі, формувати навички використання таких прийомів у власній діяльності.

Найдоцільнішими для студентської аудиторії є ділові, імітаційні ігри. Вони виникли давно, проте цілеспрямоване ігрове імітаційне моделювання різних ситуацій і проблем – сучасне надбання, яке особливо характерне для закладів освіти, що пов'язані з бізнесом, будівництвом, економікою. Дивно, що педагогічні ВНЗ, які готують учителів для роботи з дітьми (а діти не можуть жити без гри) виявилися консервативними щодо застосування ділових ігор. Адже під час ділової гри можна створити умови для прояву, формування та розвитку активності, самостійності студентів, демонстрації їх власних здібностей, позицій, якостей, навичок культури спілкування. Важливим є і те, що гра дає певну свободу дій та вибору позицій, дозволяє піднятися над особистими поглядами, вподобаннями, що стосуються взаємодій з людьми та довкіллям.

Зупинимося коротко на означенні гри та її значенні для розвитку особистості. Ігрова діяльність, як зазначає С.Гончаренко, це різновид активної діяльності людини, під час якої відбувається оволодіння суспільними функціями, відносинами [1]. В інших джерелах гру означають як форму вільного самовияву людини, яка передбачає реальну відкритість і розгортається або у вигляді змагання, або у вигляді зображення (відтворення) певних ситуацій тощо. Заслуговують на увагу й такі означення гри, які характеризують її як вид діяльності, що розвивається, і полягає у наслідуванні дій та стосунків в особливій умовній формі, у пізнанні людиною самої себе.

Перші кроки у розробці теорії гри зроблено мислителями XXI ст. Ф.Шіллером, С.Спенсером. Вони розглядали гру як одне з найпоширеніших явищ життя, що треба пов'язувати з мистецтвом. Так, Ф.Шіллер зазначає, що гра – це насолода, пов'язана з наявністю у людини надлишку життєвих сил і досить категорично заявляє: „Людина грає лише тоді, коли вона повною мірою людина, а вона справді людина лише тоді, коли бере участь у грі" [2]. В.Вундт вважав, що кожна гра є образом однієї з форм справжньої діяльності (праці), яка передує їй за часом і за своєю природою [3]. Я.А.Коменський у праці „Материнська школа" зауважує, що граючись, дитина розвиває здоров'я тіла, кмітливість розуму та активність дій. У теорії К.Гросса наголошується значення гри для психічного розвитку людини.

Ці приклади свідчать, що гру включають як до біологічного, так і соціально-історичного аспекту. Вона є одним із важливих шляхів становлення вищих форм суто людських потреб, спрямовує людину у майбутнє. Особливу увагу стали приділяти грі у 60–70 роки минулого століття, поступово зміщуючи акценти з зовнішніх ознак гри на її внутрішню суть. Головною метою гри стає реалізація пізнавальних можливостей її учасників (засвоєння навчального матеріалу, можливість самовираження, розвиток творчої уяви).

У самому терміні "дидактична гра" закладено, що поряд із розважальною компонентою в ній обов'язково присутні навчально-творча та виховна компоненти і саме їм надається перевага. Суттєва ознака дидактичної гри, на відміну від гри взагалі, – це наявність чітко поставленої мети навчання та відповідного їй педагогічного результату, що можуть бути обґрунтовані, виділені у явному вигляді та характеризуються навчально-пізнавальною і виховною спрямованістю. Дидактична гра – явище суперечливе. Причина суперечливості - в особливій природі ігрової діяльності (мимовільність, поява внутрішнього бажання та необхідності брати у ній участь) та навчання (цілеспрямована, керована викладачем діяльність, що організовується для реалізації дидактичної мети). Тому слід розмежовувати ігрову діяльність і цілеспрямовану гру, підпорядковану досягненню наперед визначених пізнавального та ігрового результату, яку і будемо називати дидактичною.

У процесі ділової гри її учасники знаходься в умовах, відмінних від традиційного навчання. Їм надається максимальна свобода інтелектуальної діяльності в умовах імітованого середовища, що обмежується тільки встановленими правилами. Учасники гри мають можливість самі визначати свою роль, прогнозувати майбутні події, створювати та розв'язувати проблеми тощо. Ділова гра є відтворенням справжніх стосунків людей і їх діяльності та переносить людину у реальні життєві ситуації. У процесі ділової гри її учасники вступають у реальні стосунки з іншими гравцями, виявляють притаманні їм знання та якості особистості, для кожного створюється можливість „зануритися, програти" проблему чи певну життєву ситуацію, виконуючи вибрану або доручену роль. Основні особливості ділової гри чітко виділено Д.Селлі: перетворення людиною себе та предметів, що її оточують, і перенесення у вигадану імітовану ситуацію; занурення у даний імітований світ і перебування, діяльність у ньому.

Правильна організація ділової гри, вміле і методично виважене керівництво ігровою діяльністю сприяє формуванню інтелектуальної, морально-естетичної та соціальної сфер особистості фахівця, формує та розвиває уяву, вдосконалює фізичні характеристики, виховує бажання активно діяти, розвиває навички гальмування та керівництва емоційними процесами, що є необхідним для суспільної і трудової діяльності. Важливим для навчального процесу є спілкування – когнітивна та комунікативна взаємодія викладача студентів. Від рівня та якості такої взаємодії значно залежить якість навчання. Проілюструємо, як використання ділових ігор на семінарському занятті може піднести взаємодію між викладачем і студентами, а отже, й успішність студентів, на якісно новий рівень.

Малоефективним, не активним є спосіб взаємодії типу „викладач – студент" та „студент – викладач" (який переважує на традиційних семінарських заняттях). Він не передбачає активного пошуку істини. Проте, переважно на семінарських заняттях викладач ставить запитання студентській аудиторії і дає слово одному зі студентів для відповіді. Інші у цей час або готуються відповідати на наступне запитання, або слухають (погоджуючись з відповіддю чи ні), обговорюють відповідь та доповнюють її. Крім того, вони прогнозують подальші дії викладача (якщо відповідь повна, то інші студенти переключаються на підготовку наступного питання, в іншому випадку – спрямовують свою діяльність на пошуки (у конспекті, підручнику) уточнень, доповнень тощо). Активність студентів і рівень засвоєння ними матеріалу на таких заняттях низька.

Рівень активності студентів підвищується, якщо на семінарському занятті студентів об'єднати в підгрупи, які під час організованої ділової гри будуть змагатися у швидкості та правильності вирішення проблеми (однієї для всіх або для кожної індивідуально). Так, найбільшу активність студенти проявляють, спілкуючись у групах. Вони розподіляють між собою навчальні та ігрові ролі, виконують запропоноване викладачем завдання, вибирають оптимальний варіант його розв'язання. Крім того, активність і серйозне ставлення кожного студента підгрупи до пошуку, засвоєння і розуміння правильної та повної відповіді на питання стимулюватиме те, що лише один представник від групи (за вибором викладача) буде захищати роботу всього колективу. Якщо всі групи отримали однакове завдання, то їх представники матимуть для відповіді лише певний час (наприклад, 2 хв.), щоб залишити іншим групам можливість висловити свою думку. За таких умов студенти не лише шукатимуть відповідь на поставлене запитання або шляхи вирішення сформульованої проблеми, але й дбатимуть про лаконічність висловлення думки, а також досліджуватимуть питання глибше, щоб мати більше інформації для доповнення підгруп, що відповідали раніше. Якщо кожна група отримала індивідуальне завдання, то в процесі такої гри взаємодія між групами відбувається так: студенти мають можливість доповнювати відповіді представників інших груп (але не своєї), ставити запитання, звертатися з проханнями уточнити ін формацію тощо. Кожен вид діяльності студентів і груп оцінюється викладачем за шкалою, що пропонується на початку заняття (проте допускаються уточнення, якщо у процесі гри виникають непередбачені обставини, наприклад, підгрупа використала цікаві засоби навчання, оригінально представила необхідну інформацію тощо).

Об’єднання студентів у підгрупи може бути трьох видів: 1) за власними бажаннями студентів; 2) за довільним або майже випадковим вибором (наприклад, перед початком заняття студенти із запропонованих викладачем різнокольорових фігур вибирають одну і далі об’єднуються у підгрупи залежно від кольору або форми вибраної фігури); 3) за вибором викладача. Кількість створених підгруп та їх наповненість мають бути оптимальними: велика кількість підгруп призведе до неможливості спілкування між підгрупами, перенаповненість підгруп сприятиме прояву пасивності та самоусуненню студентів від виконання завдання.

Наприклад, на семінарському занятті з теми „Методи навчання” для проведення ділової гри групу поділяють на п’ять підгруп. Члени кожної підгрупи обирають керівника, який у разі розбіжностей думок і поглядів на досліджуване питання буде визначати стратегію поведінки підгрупи. Головна дидактична мета семінарського заняття – ознайомитися з різними методами навчання, їх основними характеритиками та особливостями застосування. Кожній підгруп пропонують одну зі схем 1–5, де зображено деякий процес.

На першому етапі ігрової діяльності студентам за визначений час необхідно проаналізувати схему, визначити характер взаємодії учасників процесу, вказати, які реальні процеси можна описати за її допомогою. На другому - один із членів підгрупи (за вибором викладача) захищає спільно сформовану думку. Викладач і члени інших підгруп, за потребою, доповнюють його, ставлять запитання. Ймовірно, що вже на цьому етапі гри серед наведених студентами прикладів реальних процесів будуть названі способи взаємодії між учасниками навчання під час використання різних методів навчання. Проте, на цьому етапі не слід акцентувати увагу на характеристиках методів. На третьому етапі гри (доцільно щоб підгрупи помінялися схемами) студенти для отриманої схеми визначають: 1) які методи навчання можуть їй відповідати? 2) які особливості використання вказаних методів? 3) у чому полягають переваги та недоліки їх застосування на різних етапах навчально-виховного процесу? 4) чи зустрічалися вони з названими методами під час навчання у вищому навчальному закладі? Четвертий етап гри проходить аналогічно до другого: один із членів підгрупи формулює відповіді на поставлені викладачем запитання, інші учасники разом з викладачем стежать за правильністю та повнотою відповіді, за потребою, доповнюють, виправляють, уточнюють того, хто відповідає. На цьому етапі активність студентів значно зростає у порівнянні з другим етапом, оскільки студенти вже ознайомлені з усіма схемами, (принаймні, брали участь у їх аналізі) і тому мимовільно, зіставляючи відомі їм методи з конкретною запропонованою підгрупі схемою, аналізують їх (хоч і не так глибоко). На останньому, п’ятому етапі, підбиваються підсумки гри, формулюються загальні висновки про методи навчання, їх означення, класифікацію, особливості використання, оцінюється робота кожної з підгруп та діяльність кожного студента.

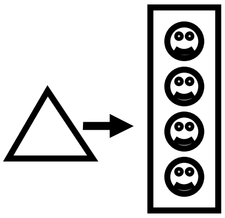


Схема 1

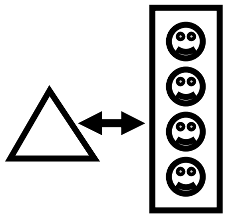


Схема 2

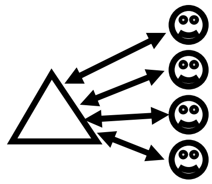
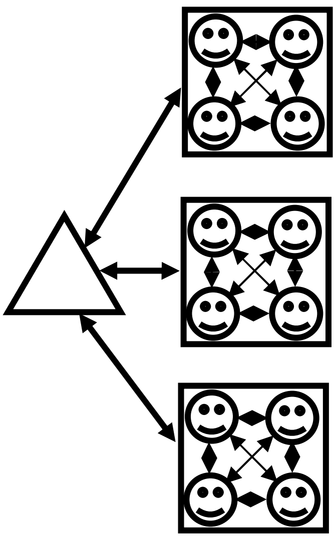
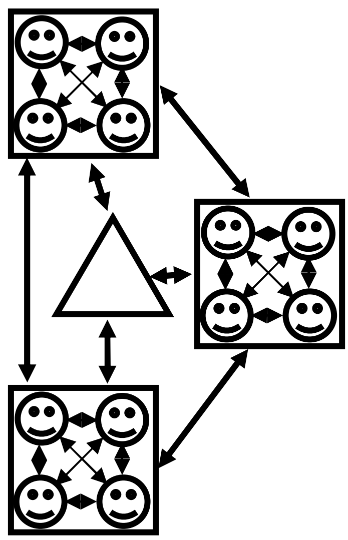


Схема 3



Схема



Схема

Навчально-педагогічна ситуація, за якою проводитиметься гра, залежно від мети і потреби у попередній підготовці, може бути повідомлена як заздалегідь, так і на початку заняття. Наприклад, для проведення ділової гри з теми „Вимоги до сучасного уроку з математики" напередодні між студентами треба розподілити ролі: учитель математики, що атестується (він проводитиме урок з вибраної теми), голова методичного об'єднання, директор школи, вчителі математики та інші вчителі школи. Гра складатиметься з двох частин: проведення уроку та його обговорення. Обговорення уроку відбуватиметься на методичному засіданні, яке вестиме його голова (він керує обговоренням, узагальнює зауваження, пропонує проект конкретного висновку).

1. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник. – К.: Либідь, 1997.

2. Аникеев Н.П. Воспитание игрой: Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1987.

3. Эльконин Д.Б. Психология игры. – М.: Педагогика, 1978.

4. Щербань П.М. Навчально-педагогічні ігри у вищих навчальних закладах: Навч. посіб. – К.: Вища шк, 2004.

Резюме. **Тополя Л.В. АКТИВНЫЕ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ.** *Рассматривается проблема активизации учебно-познавательной деятельности студентов, в частности на примере изучения курса методики обучения математики.*

Summary. **Topolya L. ACTIVE FORMS OF LEARNING IN HIGH SCHOOL.** *The problem of intensification educational-cognitive activity of students are considered. Examples from the course of methods of teaching mathematics are given.*

Надійшла до редакції 28.11.2006 р.

ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ПРОГРАММНО- МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ПО ОБУЧЕНИЮ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ НЕМАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Т.В.Крылова,
доктор педагог. наук, профессор,
Е.М.Гулеша,
ассистент,
Днепродзержинский государственный технический университет,
г. Днепродзержинск, УКРАИНА

Розглядаються питання побудови спеціалізованого програмно-методичного комплексу для навчання вищої математики студентів нематематичних спеціальностей.

Развитие науки и техники невозможно без хорошо поставленного образования. Педагогические идеалы время от времени меняются, отражая при этом глубокие общественные процессы. Все эти изменения затрагивают и математическое образование. Перед педагогами-математиками стоит задача сделать математическое образование более действенным, более близким актуальным задачам наших дней, а также более доступным и понятным. Как сказал Д.Гильберт в знаменитом докладе на II Всемирном конгрессе математиков в Париже: «…развитие науки протекает непрерывно. Мы знаем, что каждый век имеет свои проблемы, которые последующая эпоха или решает, или отодвигает в сторону, как бесплодные, чтобы заменить их новыми… Всякая научная область жизнеспособна, пока в ней избыток новых проблем. Недостаток новых проблем означает отмирание или прекращение самостоятельного развития… Сила исследователя познается в решении проблем: он находит новые методы, новые точки зрения, он открывает более широкие и свободные горизонты»[1].

Путей решения поставленных задач существует множество, и одним из них может быть использование новых образовательных технологий. Технология обучения как особое направление педагогики возникло в середине 50-х годов в США. В Украине и России первые исследования в области образовательных технологий относятся к 60-м годам. Развитию этого направления послужило стремление повысить эффективность обучения.

В.П.Беспалько дает следующее определение: «Педагогическая технология – это описание процесса достижения планируемых результатов обучения» [2]. По О.К.Филатову же, современная технология обучения представляет собой системный метод проектирования, реализации, оценки, коррекции и последующего процесса обучения. Системный и широкоплановый подход определяет технологию обучения как педагогическую категорию, ориентированную на совершенствование дидактической практики. Технология обучения – это системная категория, ориентированная на дидактическое применение научного знания, научные подходы к анализу и организации учебного процесса с учетом эмпирических инноваций преподавателей и направленности на достижение высоких результатов в развитии личности обучающихся [3].

Новые компьютеры, пособия, учебники, Интернет – все это поставлено на службу новым педагогическим технологиям. Все больше вузов и корпораций СНГ начинают применять дистанционное обучение на практике и создавать информационно-образовательные среды вузов.

Информационно-образовательная среда – это программно-телекоммуникационный комплекс, обеспечивающий едиными технологическими средствами ведение учебного процесса, его информационную поддержку и документирование в среде Интернет любому числу учебных заведений независимо от их профессиональной специализации и уровня образования.

Информационно-образовательная среда (ИОС) учебного заведения представляет собой совокупность программных модулей, часть которых создается по мере необходимости, а вторая часть – основные, которые являются неотъемлемой частью любого представительства. Основными модулями ИОС являются следующие модули:

- административный модуль, обеспечивающий настройку подключаемых модулей, регистрацию пользователей всех категорий, связь с административными модулями других ИОС;
- электронный отдел кадров, обеспечивающий создание и ведение личных дел пользователей ИОС всех категорий;
- электронная библиотека, обеспечивающая накопление, хранение и предоставление информационных ресурсов в соответствии с полномочиями пользователей;
- система контроля знаний;
- электронный деканат, обеспечивающий реализацию широкого набора административных функций по организации и проведению учебного процесса в ИОС;
- модуль статистики, обеспечивающий сбор, формирование и предоставление статистических данных о работе ИОС;
- модуль документирования, обеспечивающий выпуск на бумажном носителе различных документов.

Информационно-образовательная среда может использовать все предоставляемые Интернетом возможности: от видеоконференций до электронной почты. Однако в условиях Украины наиболее реальными в ближайшее время останутся учебные технологии без использования аудио- и видеоконференций, хотя использование аудио и видеовставок в гипертекстовых учебно-методических материалах вполне допустимо уже на первых этапах создания информационно-образовательной среды открытого образования.

В ДГТУ создается ИОС, и поэтому авторы статьи стараются учесть требования времени и повысить качество преподавания математики, и в связи с этим приступили к созданию специализированного программно-методического комплекса по обучению высшей математике студентов нематематических специальностей [4]. Комплекс предназначен для студентов и преподавателей вузов, самообучения, слушателей курсов.

Целью создания комплекса является возможность привить обучаемым навыки использования компьютера и типового программного обеспечения при изучении математики, а так же для автоматизации процесса обучения и контроля приобретенных знаний. Положительные стороны создания автоматизированного комплекса состоят в следующем:

- вы не зависите от времени обучения – обучение идет по плану, однако вы не должны присутствовать в сети «от и до» как при очном обучении, вы имеете возможность работать с материалами курса, размещенными на сайте Интернета тогда, когда вам это удобно (до работы, после работы, в обеденный перерыв или даже ночью);
- вы не зависите от места обучения – материалы курса находятся на сервере Интернета, доступ к которому вы можете получить каждый раз, «заходя» в Интернет, то есть не только из дома или офиса, где вы работаете, но даже во время командировки или отпуска (с любого доступного компьютера).

Полученные знания, умения и навыки

- дадут возможность стать опытным пользователем персонального компьютера;

- позволят стать знатоком современных информационных технологий;

- заложат основы информационной культуры;

- достаточны для самостоятельного освоения новых программных средств и эффективного использования компьютера.

«… в настоящее время перед учебной литературой возникли новые задачи, которые выдвигают и развитие самой математики, и научно-технический прогресс. Современный учебник по математике должен не только излагать математическую дисциплину с позиций логического совершенства и внутренней замкнутости, но обязательно раскрывать математику как средство познания, вскрывать ее связи с задачами практики, указывать на происхождение ее понятий и задач. Характер учебника обязан меняться по мере изменения уровня знаний студентов, возрастания объема их математических сведений, представлений и умений. Язык изложения должен при этом становиться более формализованным и строгим, но никогда не следует допускать отрыва математических знаний от естественно-научных и других применений. Как раз формализованное изложение должно находить обязательные применения к очень конкретным прикладным ситуациям и при этом раскрываться сила абстракции и математического формализма.

Кроме того, крайне нужны серии небольших брошюр, которые вводили бы специалистов – не математиков в (проблемы основных разделов математики, важных для практических применений. Язык этих брошюр должен быть прост, доступен для человека любой специальности. Эти брошюры должны помочь читателю найти применение своим математическим знаниям и по-новому взглянуть на проблемы его собственной области знаний»[5].

В настоящее время в процессе разработки находится электронный учебник по высшей математике. В учебнике используются гипертекстовая технология и средства мультимедиа. При проведении занятий на очном отделении, в частности, при проведении «нулевой» контрольной работы (она включает такие задания, как арифметические действия над обыкновенными и десятичными, а также периодическими дробями; тождественные алгебраические и тригонометрические преобразования; решение алгебраических, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений; решение текстовых алгебраических и геометрических задач), которая позволяет проверить остаточные знания студентов по элементарной математике, стало ясно, что в создаваемый электронный учебник необходимо включить сведения по элементарной математике. Так, например, при нахождении пределов следующего вида:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2-x+1}{x^3+x^2-x-1},$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x},$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 5x}{x^2}$$

и др., студенты испытывают затруднения. Многие из них не могут разложить выражение на множители, не умеют применять формулы сокращенного умножения, не знают формул тригонометрии, с трудом производят арифметические операции без применения калькулятора. Поэтому, как только при демонстрации решения примеров и задач необходимо использовать знания по элементарной математике, гипертекстовая технология позволяет обратиться к электронному учебнику по элементарной математике.

Таким образом, разрабатывается фактически не один электронный учебник, а два. Кроме того, на кафедре высшей математики ДГТУ начата работа над электронным задачником по высшей математике, где будут приведены задачи и примеры различных уровней сложности, а также образцы решения таких заданий не только аналитическими способами, но и с помощью компьютерных программ Maple, Mathcad, Mathlab.

Контроль же в учебном процессе будет осуществляться с помощью разноуровневых тестов. Как известно тесты бывают трех уровней: 1-ый уровень – это узнавание, 2-ой – воспроизведение, 3-ий – применение. В свою очередь тесты 1-го уровня имеют три подуровня – это опознавание, различение и классификация. В тестах 2-го уровня есть также 3 подуровня: подстановка, конструирование и типовая задача. Приведем примеры разрабатываемых тестов. Например, тест 1-го уровня на классификацию:

№1. Если *эллипс* – это множество всех точек плоскости, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, большая, чем расстояние между фокусами; *гипербола* – это тоже множество всех точек плоскости, модуль разности расстояний от каждой из которых до двух заданных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, меньшая, чем расстояние между фокусами; *парабола* – множество всех точек плоскости, каждая из которых равноудалена от заданной точки, называемой фокусом, и заданной прямой, называемой директрисой, то какая из приведенных ниже формул представляет каноническое уравнение эллипса, гиперболы и параболы:

$$y^2 = 2px, \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

На основе этого примера можно видеть, что существенной операцией в этом задании является узнавание. О тестах можно сказать, что для итогового контроля они не пригодны, но для обучающего и корректирующего средства они незаменимы. В общем, как видно, работы еще много. Ведь помимо правильно подобранного материала для задачника, электронных учебников и тестов необходимо еще уделить внимание дизайну страниц, их оптимизации, а также удобству использования программно-методического комплекса.

1. Проблемы Гильберта. – М.: Наука, 1969. – 13 с.

2. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. – М.: Педагогика, 1989. – 190 с.

3. Филатов О.К. Информатизация технологий обучения в высшей школе. – М., 2003. – 284с.

4. Крылова Т.В., Гулеша Е.М. Научно-технический прогресс и математика // Материалы XI международ. науч.-метод. конф. «Методы совершенствования фундаментального образования в школах и вузах», г. Севастополь, 18-22 сентября 2006 г. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2006. – С. 168.

5. Гнеденко Б.В. Математическое образование в вузах: Учеб.-метод. пособие. – М.: Высш. школа, 1981. – 174 с.

Резюме. **Крылова Т.В., Гулеша Е.М. ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ПРОГРАММНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ПО ОБУЧЕНИЮ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ НЕМАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ.** *В статье рассматриваются вопросы построения специализированного программно-методического комплекса для обучения высшей математике студентов нематематических специальностей.*

Summary. **Krylova T., Gulesha E. THE PROBLEMS OF CREATION OF SPECIALIZED PROGRAM-METHODICAL COMPLEX ON TRAINING TO HIGHER MATHEMATICS OF STUDENTS OF NONMATHEMATICAL SPECIALITIES.** *The questions of construction of the specialized program-methodical complex for training to higher mathematics of students of nonmathematical specialities are considered in the article.*

Надійшла до редакції 21.07.2006 р.

ВИКОРИСТАННЯ ІКТ НА ЗАНЯТТЯХ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Т.В.Наконечна,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
О.В.Нікулін,
кандидат техн. наук, доцент,
Дніпродзержинський державний технічний університет,
м. Дніпродзержинськ, УКРАЇНА

Дана стаття присвячена проблемам впровадження в навчальний процес вищих технічних навчальних закладів інформаційних комп'ютерних технологій, що відповідає пріоритетам розвитку національної освіти в XXI столітті.

І. Вступ

Національна програма розвитку освіти в України в XXI столітті наголошує, що пріоритетом розвитку вищої освіти є впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, що забезпечують подалі удосконалення навчально-виховного процесу, доступність та ефективність освіти, підготовку молодого покоління до життєдіяльності в інформаційному суспільстві [1]. Одним з напрямків, за допомогою якого може буде досягнута ця мета, є суцільна інформатизація освіти, спрямована на задоволення освітніх інформаційних, обчислювальних і комунікаційних потреб учасників навчально-виховного процесу та заснована на створенні єдиної інформаційної структури ВНЗ.

У XXI столітті у світовій освіті йде поступова заміна парадигми навчання, а саме: пояснювально-ілюстративне навчання замінюється активно-пізнавальною самостійною діяльністю студента. Одним із ключових моментів таких змін є впровадження в навчально-виховний процес комп'ютерних інформаційно-комунікаційних технологій.

Навчально-виховний процес у галузі вищої освіти органічно поєднує два аспекти: навчальний і виховний. Як зазначається в Законі України „Про вищу освіту”, навчальний процес організовується з урахуванням можливостей сучасних інформаційних технологій навчання та орієнтується на формування освіченої, гармонійно розвинутої особистості, яка здатна постійно оновлювати свої професійні знання та швидко адаптуватися до змін і розвитку відносин у сфері професійної діяльності в умовах ринкової економіки [2]. Реалізація цієї задачі передбачає:

- ➢ приведення змісту математичної підготовки майбутніх фахівців відповідно до сучасних вимог суспільства і стану розвитку математичної науки;
- ➢ поєднання традиційних і сучасних інформаційних технологій навчання як умови підвищення інтенсивності й результативності навчального процесу та активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів;
- ➢ сприяння формуванню в студентів професійних умінь і навичок роботи в комп’ютеризованому середовищі;
- ➢ залучення студентів до продуктивної науково-дослідної діяльності;
- ➢ формування світоглядної позиції майбутніх фахівців в умовах вільного інформаційного доступу в освітній *Інтернет*-простір.

У сучасному суспільстві однією з актуальних вимог, запропонованих на ринках праці до фахівців з вищою освітою, є необхідний рівень їхньої комп'ютерної підготовки (володіння ПК). Якщо п'ять – десять років тому досить було наявності навичок та умінь працювати з текстовими й табличними редакторами, то тепер існуючі вимоги включають знайомстві хоча б початкове володіння програмними продуктами для автоматизації робіт зі спеціальності: автоматизації проектування, виконання типових розрахунків і т.д. Ситуація, що утворилася, всерйоз ставить дидактичні проблеми трансформації змісту вузівських курсів з урахуванням розвитку інформаційних технологій і комп'ютерної техніки, посилення міжпредметних зв'язків курсів вищої математики й інформатики та їх більш ефективного використання в процесі навчання в даному ВНЗ.

Розгляд комплексу питань, пов’язаних із використанням сучасних ІКТ у навчанні середньої і вищої шкіл, започатковано в роботах М.І.Жалдака, Т.В.Крилової, О.А.Кузнєцова, Ю.С.Рамського, В.Г.Розумовського і розвинуто в роботах Н.В.Морзе, О.В.Співаковського, С.А.Ракова та інших дослідників.

II. Постановка задачі

Нині існує досить велика кількість програмних засобів, які повністю або частково орієнтовані як на їх використання при вивченні різних розділів математики, так і при розв'язуванні суто професійних вузькоспеціалізованих математичних задач. Найбільш популярними серед них є електронні таблиці Excel та математичні пакети MathCAD, Maple, MATLAB, Mathematica 4.2 [4,5,7]. Серед вітчизняних програмних засобів треба відмітити програми GRAN 1,2,3.

Сучасна література, що присвячена поясненню основних прийомів роботи з зазначеними математичними пакетами, як правило, носить «рецептурний» характер. Користувачеві-читачеві пропонується набір дій, завдяки яким він може виконувати конкретні дії з математики: обчислювати значення функції, розв’язувати алгебраїчні і тригонометричні рівняння, системи рівнянь, будувати графіки, обчислювати похідні й інтеграли тощо. Але логічна послідовність розв'язування математичної задачі (проблеми) остається за рамками. Однак останнім часом відчувається гостра необхідність у нових методичних розробках, що дозволили б «вмонтувати» наявні знання по використанню математичних пакетів у процес викладання точних наук, зокрема вищої математики. До того ж останнім часом значно зросли вимоги до математичної і комп'ютерної підготовки випускників вищих навчальних закладів при тій же або меншій кількості годин занять. Існуюча ситуація настійно вимагає відійти від традиційної форми проведення практичних занять з вищої математики й перейти до лабораторно-практичних занять, які поряд з формуванням умінь і навичок практичного застосування окремих теоретичних положень навчальної дисципліни, допомагають студентам набути практичні навички роботи з обчислювальною технікою та сучасними програмними продуктами. Це створює умови для залучення студентів до продуктивної науково-дослідної діяльності, що сприятиме не лише розширенню теоретичної бази знань, але й виявленню та розвитку їх творчого потенціалу.

Крім того, розв’язування класу задач, відповідних індивідуальним розрахунковим завданням, вимагає досить складних перетворень і обчислень, що скорочує і без того малу кількість годин аудиторних занять. Ми пропонуємо, не відмовляючись від класичної методики викладання навчального матеріалу, деякі задачі, що вимагають громіздких обчислень, розв'язувати за допомогою математичних пакетів. Природно, це має сенс тільки тоді, коли алгоритм розв’язання типових задач вже відпрацьований на прикладі менш складних задач та студенти мають певні навички у роботі з математичними програмами.

III. Результати.

Основною метою вищих технічних навчальних закладів є підготовка висококваліфікованих інженерних кадрів. Підставою успішного рішення даного завдання є *безперервна математична підготовка* студентів [3], що припускає використання студентами старших курсів отриманих раніше математичних знань на більш високому рівні й засвоєння або хоча б знайомство з останніми досягненнями математичної науки.

Майбутній інженер-виробничник повинен володіти методами аналізу технологічних процесів, обробки виробничих даних і промислового планування експерименту, що практично неможливо без використання математичного моделювання. Незважаючи на те, що основним обчислювальним інструментом інженера-практика є калькулятор, проблема підготовки фахівця, здатного працювати на автоматизованому робочому місці, стає усе більше актуальною.

Сучасний фахівець повинен уміти грамотно добувати й обробляти інформацію, проводити моделювання й на його підставі розробити напрямок пошуку оптимізації виробничого процесу. Отже, проблема математичної грамотності та компетентності фахівця стає все більш актуальною. Згідно з [6] ми будемо розуміти під математичною компетентністю вміння застосовувати математику у реальному житті, розуміти зміст і методи математичного моделювання, уміння будувати математичну, зокрема комп'ютерну модель, досліджувати її методами математики з використанням сучасних ІКТ, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибки обчислень.

Одним з авторів даної статті (Т.В.Наконечна) протягом чотирьох років, починаючи з 2002, проводився експеримент по впровадженню комп'ютерно-орієнтованої системи навчання математики студентів механічного факультету Дніпродзержинського державного технічного університету (контрольні групи − потоки 2002 та 2003 років, експериментальні групи – потоки 2004 та 2005 років). Зі студентами експериментальних груп проводилися додаткові лабораторно-практичні заняття з вищої математики із застосуванням ІКТ. Для методичного забезпечення даних занять авторами були підготовлені методичні розробки ("Автоматизація підготовки на ПК текстової та розрахункової документації" та „Застосування табличного процесору Microsoft Excel для виконання статистичного аналізу"). Треба підкреслити, що ці заняття не дублювали практичні заняття з вищої математики, а були спрямовані на придбання студентами навичок і вмінь розв'язувати за допомогою електронних таблиць Excel і математичних пакетів MathCAD і Maple завдання, пов'язані з їхньою спеціальністю.

Основною метою даного педагогічного експерименту була оцінка ефективності системи методів, засобів та форм організації навчання з використанням ІКТ із метою засвоєння певного обсягу математичних знань, сформованості відповідних навичок, аналіз кількісних і якісних показників навчання студентів у контрольних та експериментальних групах.

Для вимірювання впливу комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання на рівень сформованості математичних компетентностей студентів технічних напрямків використовувались аналізи результатів екзаменів, виконання контрольних робіт, курсових проектів.

В процесі розробки і використання комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання під час вивчення курсу вищої математики були виділені наступні рівні опанування курсом:

- студент розв'язує задачу, користуючись математичною програмою та алгоритмом розв'язування типової задачі, який йому пропонує викладач. Отже, перший рівень визначає „користувальницький" підхід у використанні ІКТ для розв'язування конкретних задач. Останнім часом у межах традиційної педагогічної системи лише близько 50% студентів можуть самостійно розв'язати конкретну задачу, на противагу комп'ютерно-орієнтованому підходу, при якому майже 100% студентів оволодівають навчальним матеріалом на першому рівні. Але викладачу треба усвідомити, що наявність уміння розв'язувати конкретні задачі з курсу вищої математики у межах спеціалізованого комп'ютерного середовища, ще не свідчить про глибоке розуміння суті розв'язуваних задач;

- другий рівень навченості визначається можливістю використання набутих знань, навичок для практичної діяльності за засвоєним зразком та вмінням оцінювати отриманий результат. На цьому рівні, на відміну від першого, результати запропонованого підходу та традиційної педагогічної системи практично співпадають. Багаторічна педагогічна практика показує, що при традиційному підході не більше половини студентів намагаються застосувати на практиці набуті знання. Останнім часом їх число знизилось до 40 – 45%. При комп'ютерно-орієнтованому підході ситуація трохи краща. Скоріше всього тут відіграє значну роль новизна підходу до розв'язування математичних задач, можливість позбавитися громіздких обчислень та дух змагання. Все це сприяє розвитку мотивації, пошукової діяльності, мислення та розумових прийомів та посиленню інтересу до навчальної дисципліни. Цей рівень забезпечує державний стандарт у навчальній діяльності, але ще не професійну підготовку майбутнього фахівця. Зазначимо, що математичні пакети мають колосальне значення для успішного розв'язування великої кількості досить складних математичних і технічних задач. Але ж їх не можна вважати „панацеєю" від усіх бід. Трапляється така ситуація, коли відповідь, яку пропонує та чи інша математична програма, формулюється в термінах, до яких ми не звикли. Тоді, щоб оцінити отриману інформацію, необхідно володіти досить специфічними знаннями з різних галузей математики. Це означає, що застосування програмних засобів, зокрема математичних пакетів, не виключає, а навпаки, потребує достатньо високу математичну грамотність фахівця;

- третій рівень навченості характеризується творчою діяльністю студента, яка пов'язана з використанням усвідомленої інформації, вмінь та навичок для розв'язування задач, пов'язаних з обраною спеціальністю, тобто цей рівень певною мірою відображає професійну придатність майбутнього фахівця. Він забезпечується умінням студента будувати математичні моделі технологічних процесів, планувати виробничий експеримент та проводити виробничу перевірку гіпотез (наприклад, таких як: про вигляд закону розподілу параметра, про рівність середньоарифметичного значення параметру і заданого значення (технічним завданням, технічними умовами тощо). Зрозуміло, що для розв'язування перелічених завдань необхідно володіти прийомами роботи з тією або іншою інформаційно-обчислювальною системою. Природно, що студенти, які навчались за комп'ютерно-орієнтованою системою, у цій ситуації мають значну перевагу у порівнянні зі студентами, які навчаються за традиційною системою.

Результати дослідження доповідались авторами на конференціях: всеукраїнській науково-практичній конференції „Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики"(Київ, 2004), 2-й міжнародній науково-практичній конференції „Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем" (Дніпропетровськ, 2004), X міжнародній науково-методичній конференції „Методы совершенствования фундаментального образования в школах и вузах" (Севастополь, 2005), 7-й Міжнародній міждисциплінарній науково-практичній конференції „Сучасні проблеми науки та освіти" (Сімеїз, 2006).

IV. Висновки

1. Впровадження нових інформаційних технологій в навчальний процес на рівні студента надає досить активний вплив, як на зміст навчання, так і на організацію навчально-виховного процесу, тобто ефективність сучасної математичної освіти тісно пов'язана з ефективністю використання потужностей сучасних засобів ІКТ. Використання ІКТ в освіті не вичерпується використанням комп'ютерних математичних систем і на-

полегливо вимагає теоретичного обґрунтування та розроблення комп'ютерно-орієнтованих дидактичних систем. Необхідно створити такі умови, за яких не тільки вузьке коло спеціалістів було в змозі користуватися перевагами, які нам дає прогресивна наукова думка, а й достатньо велика кількість студентів, наших майбутніх спеціалістів, була залучена до використання сучасних світових досягнень у точних та комп'ютерних науках. Для цього викладачам вищих навчальних закладів необхідно активно прилучатися до опанування новими досягненнями в галузі ІКТ та розробляти нові посібники, підручники, тощо, які б допомагали студентам поєднати ті знання й навички, які отримані на практичних заняттях із вищої математики, та сучасні досягнення в галузі інформаційно-комунікаційних технологій.

2. Необхідно реформувати зміст курсу „Вища математика" з урахуванням опанування персональних комп'ютерів та створити єдиний освітній комплекс „Вища математика – комп'ютерна математика". Це допоможе посилити та розширити міжпредметні зв'язки та зміцнить роль математичної складової інженерної освіти. Наша країна не повинна стояти осторонь процесів комп'ютеризації вищої освіти. Це буде заставою нашого успішного приєднання до європейського освітнього простору.

1.Державна національна програма „Освіта"(Україна XXI століття) − К.: Райдуга, 1994. – 62 с.

2.Закон України „Про освіту». – К.: М-во Освіти України, 1996. – 36с.

3. Концепція базової математичної освіти в Україні. Проект. – К.: М-во Освіти України. – Ін-т системних досліджень освіти, 1993. – 31с.

4. Херхагер М, Партоль Х. MathCAD 2000: полное руководство: Пер. с нем.– К.: BHV, 2000. – 416 с.

5. Тарасевич Ю.Ю. Информационные технологии в математике. – М.: СОЛОН – Пресс, 2003.– 144 с.

6. Раков С.А. Математична освіта: компетентісний підхід з використанням ІКТ.− Харків: „Факт", 2005. − 360 с.

7. Макарова М.В., Карнаухова Г.В., Запара С.В. Інформатика та комп'ютерна техніка: Навчальний посібник / За заг. ред. к. е. н., доц. М.В. Макарової. – 2-ге вид., стер. – Суми: ВТД „Університетська книга", 2005. – 642 с.

Резюме. **Наконечная Т., Никулин А. ПРИМЕНЕНИЕ ИКТ НА ЗАНЯТИЯХ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ.** *Статья посвящена проблемам внедрения в учебный процесс высших технических учебных заведений информационно-коммуникационных технологий, что вполне отвечает приоритетам развития национального образования в XXI веке.*

Summary. **Nakonechnaya T., Nikulin A. AN APPLICATION OF ICT ON THE HIGH MATHEMATICS STUDIES.** *The present article is devoted to the problem of introduction information computer technologies in educational process of higher technical schools that is responsible to the main purposes of national education in XXI century.*

Надійшла до редакції 22.09.2006 р.

MATHEMATICS TEACHERS' DEVELOPMENT IN CALIFORNIA (USA) AND UKRAINE. BRIEF COMPARATIVE ANALYSIS (СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В КАЛИФОРНИИ (США) И УКРАИНЕ. КРАТКИЙ СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ)

I.Subbotin,
Professor,
National University, Los Angeles, USA,
N.N.Bilotskii,
Assocoate Professor,
National Pedagogic University,
Kiev, UKRAIN
Milla Hill,
Mathematics Coordinator,
Yavneh Academy, Los Angeles, USA

Ця стаття перша з циклу, присвяченому процесу підготовки викладачів математики в Каліфорнії в порівнянні з підготовкою викладачів математики в Україні.

The main goal of this article is to highlight main stages of the Mathematics teachers' preparation process in California, USA and compare it with the Mathematics teachers' development in Ukraine. We truly believe that educators of the both countries could be significantly benefited sharing the best practices and experience in this and other professional areas. We consider this article as the first step towards an open discussion concerned with main issues of Mathematics teachers' preparation.

We will begin with the quote from the *Mathematics Equals Opportunity (White Paper -- October 20, 1997)* –the document issued by the United States Department of Education: "Shortages in workers skilled in mathematics and science could affect U.S. performance in global markets. According to a recent report, America's New Deficit: The Shortage of Information Technology Workers, from the Office of Technology Policy at the U.S. Department of Commerce, as computer and data processing become more important to the economy, more and more workers skilled in mathematics- and science-related disciplines will be needed to maintain the U.S.'s international competitiveness. The report cites a survey by the Information Technology Association of America indicating that 50 percent of company executives in information technology report a lack of skilled workers as "the most significant barrier" to their companies' growth during the next year."

It is well known that Mathematics education becomes one of the most important factors of economics development. There is a strong society demand on well skilled in mathematics high school graduates. Here is another citation from the mentioned above *Mathematics Equals Opportunity (White Paper -- October 20, 1997): "*Mathematics ability will be even more important for well-paying jobs in the future. Some major firms already require job applicants to pass standardized mathematics and reading tests. For example, Diamond-Star Motors, a joint venture of Chrysler and Mitsubishi, tests all applicants for production and maintenance positions on their ability to do high school level mathematics."

However the situation with Mathematics in the American secondary schools is very far from being satisfactory. For example, according to the 2005 National Assessment of Educational Progress only 22% of eight-graders in California tested at or above proficiency in Mathematics. In 2005 an estimated 88 % of high school graduates who took the California High School Exit Exam (the class of 2006 is the first class in California required to pass the high school exit exam in order to receive a high school diploma) have passed the math portion of the test (see. Schools chief Jack O'connell releases 2004-05 California High School Exit Exam results, http://www.cde. ca.gov/nr/ne/ yr05/ yr05rel87. asp). A well trained, knowledgeable, methodically armed, dedicated Mathematics teacher is a main figure who enables to find the solution for all problems related to above issues, who enables to make a difference. There is a significant shortage of such teachers in California (not only in public, but also in private) schools. “California's public universities plan to more than double the number of science and math teachers they graduate to overcome a shortage of trained and credential instructors in those fields…. Both the University of California (UC) and the California State University (CSU) systems, which together now graduate about 1,000 math and science teachers, will use a combination of incentives to reach their goal of 2,500 teachers in four years. The initiative is vital to maintaining the state's competitiveness in a global economy, said CSU Chancellor Charles Reed. "Math and science is tied to California's economic future. Nothing we can do could be more important than preparing math and science teachers for California students." (California Major push to mint math, science teachers UC, CSU announce incentives to increase number of graduates – Tanya Schevitz, Chronicle Staff Writer Wednesday, June 1, 2005).

We are not going to talk here about private school teachers since each of these schools, even accredited with the most prestigious accreditation agency WASC (Western Association of School and Colleges) has their own rules and requirements (usually much weaker than in public system) for its staff. We will focus on public school teacher training. There are few distinct ways that one could choose in order to become a Mathematics public school teacher. The main traditional way is to get a Bachelor Degree in Mathematics from an accredited by WASC university, to pass than a special mathematics subject exam (called CSET), and to take some additional general credential classes giving the applicant the main training in general education. This way could be significantly shorter if the applicant would choose an approved by CCTC (California Commission on Teacher Credentialing) university program. Such a program will give the applicant an opportunity to complete her/is teaching credentials together with the bachelor degree. In this case the applicant does not need to pass the CSET exam or takes additional courses. The restrictions on such approved programs have significantly straightening lately. To get such approval from CCTC is a very complicated process during which the university should prove that its Mathematics program satisfied by all CCTC high standards. Another way of achieving of mathematics teaching credential for the person having a Bachelor Degree in some majors using significant mathematics background (20 semester units, which equivalent of 300 lectures hours plus laboratory and homework hours, awarded from a mathematics department to the holder of this degree in such areas as engineering, accounting or finance, and so on) is the passing the mentioned above CSET exam and taking some general education credentialing classes. Few years ago besides regular single subject credentialing another form of Mathematics credentialing has been endorsed; namely The Single Subject Teaching Credential in Foundational-Level Mathematics “authorizes the holder to teach the content areas taught to the vast majority of California's K-12 public school math students: general Mathematics, Algebra, Geometry, Probability and Statistics, and Consumer Mathematics. Instruction is permitted in grades twelve and below (CCTC, http://www.ctc.ca.gov/notices/coded/030010/030010.html). In other words, a teacher holding this type of credential can teach all mathematics secondary school courses except of Calculus based. The person who wants to get this credential needs to pass only two parts of the CSET, but not the third part dedicated to the Calculus based Mathematics. This opportunity has been given lately to applicants in order to satisfy an increasing demand for mathematics teachers in California public schools. It really makes sense since more than 90% of school courses are at foundational level and do not use any Calculus materials. We will talk more specifically about all three parts of CSET later in our next article.

Now we will expose an example of a typical CCTC approved Single Subject Credential in Mathematics program – the National University Mathematics Bachelor in Sciences Degree program. We will try to compare this program with approved by the Department of Education and Sciences of Ukraine program in Bachelor of Sciences in Mathematics implemented by Kiev National Pedagogic University named by M.P.Dragomanov. We will talk only Mathematics and natural sciences content courses. According to the National University 2006 Catalog description the Single Subject Preparation program in Mathematics at National University includes 945 lecture hours of mathematics coursework, 90 hours of computer science related coursework, and 45 lecture hours of physical sciences survey. Since the Ukrainian educators may not be familiar with some American titles for the course we supply each course with the brief description. Please also take in account that for each lecture hour the student needs to spend additional three hours doing his homework and projects.

Preparation to the Major

Introduction to Probability and Statistics (45 lecture hours)

This course offers an introduction to Probability Theory and Statistics, simple probability distributions, conditional probability (Bayes Rule), independence, expected value, binomial distributions, the Central Limit Theorem, hypothesis testing, sampling, and analysis of variance.

Coupled with the described below Statistical Analysis course this course covered almost the same content as Ukrainian Probability Theory and Mathematical Statistics course (34 lecture hours and 51 seminar hours) does.

College Algebra and Trigonometry (45 lecture hours)

This course examines higher degree polynomials, rational functions, trigonometry, and matrix algebra as needed for more specialized study in mathematics, computer science, engineering, and other related fields.

The content of this course are a part of the content of the Ukrainian Elementary Mathematics course (68 lecture hours and 128 seminar hours).

Introduction to Programming Concepts and Methods (45 lecture hours)

An introduction to modern programming design techniques, and examines problem decomposition, modern programming paradigms and methods.

The corresponding course in the Ukrainian program is much wider and deeper course of Informatics (106 lecture hours, and 176 laboratory hours). Such a fundamental course included in the Ukrainian program as the base for the an additional minor in Informatics.

As a related course we can also mention Computer Technology in the Mathematics Classroom (45 lecture hours) course.

Survey of Physical Sciences

(45 lecture hours)

This course is an introduction to the basic principles and general concepts of the physical sciences. Topics include: the scientific method; laws of motion; energy; electricity and magnetism; heat; waves (sound and light); the atom; chemical bonds in molecules, solids, and liquids; chemical reactions; organic and inorganic chemistry; space and time; evolution of the universe.

In the Ukrainian Program we can list the Theoretical Physics and Mechanics courses as the corresponding area courses for this one (68 lecture hours and 68 laboratory hours total). We can count also the elective course of Experimental Physics (18 lecture hours plus 36 seminar hours). Definitely this area of the Ukrainian program is much stronger than American analog.

Calculus I, II, III, IV
(180 lecture hours)

This course is just an analog of the Ukrainian Mathematical Analysis course (210 lecture hours and 174 seminar hours) examines differentiation and integration concepts with applications to related rates, curve sketching, engineering optimization problems, and business applications, including the study of functions of several variables. Coupled with College Algebra and Trigonometry these courses also cover Analytic Geometry. We would say that these Ukrainian and American courses are very similar by contents.

Upper Division Requirements for the Major

Topics from Geometry (45 lecture hours)

This class is a survey of main concepts of Euclidean geometry with the emphasis on the axiomatic approach, constructions, logic of proof, and some ideas from non-Euclidean geometry including historical aspects.

The main content could be considered as a part of the Elementary Mathematics Ukrainian course content.

Mathematical Modeling I
(45 lecture hours)

An introductory course in mathematical modeling, utilizing a variety of interesting, useful, and diverse applications from physical, biological, business, social, and computer sciences.

A very attractive and useful course introduces prospective mathematicians to apply research.

Discrete Mathematics (45 lecture hours)

This course studies combinatory and graph theory. It analyzes algorithms, logic, circuits, number bases, and proofs. Ample applications (graphs, counting problems, Turing Machines, codes) examine the ideas of Euler, Boole, Floyd, Warshall, Dijkstra, Church and Turing, Shannon, Bernoulli. Graphing calculator is required.

The Ukrainian program includes a course under the same title (17 lecture hours plus 34 seminar hours).

Linear Algebra (45 lecture hours)

This course examines systems of linear equations and matrices, elementary vector-space concepts, and geometric interpretations. Discusses finite dimensional vector spaces, linear functions and their matrix representations, determinants, similarity of matrices, inner product, rank, eigenvalues and eigenvectors, canonical form, and Gram-Schmidt process.

The Ukrainian program includes the same course but covered with 70 lecture and 70 seminar hours.

Differential Equations (45 lecture hours)

This course is a study of ordinary differential equations with emphasis on linear equations and systems of linear equations. An analysis of the existence and uniqueness of solutions of ordinary differential equations with initial conditions, so called Cauchy problem. Examines linear differential equations of first, second and higher orders, and linear systems of ordinary differential equations. It includes infinite series, Laplace transform and matrix methods of solution. It stresses application to engineering problems.

In the Ukrainian program this course covered by the Differential Equations (36 lectures hours and 36 seminar hours).

Number Theory (45 lecture hours)

An examination of fundamental concepts of numbers, including divisibility, congruencies, the distribution of Primes, Pythagorean triples, the Euclidean Algorithm, the Fundamental Theorem of Arithmetic, Diophantine equations and Goldbach's conjecture and other unsolved problems of number theory.

Algebraic Structures (45 lecture hours)

A look at groups, rings, and fields, as well as applications of these systems. Discusses equivalence relations, Lagrange's theorem, homomorphisms, isomorphisms, Cayley's theorem, and quaternions. Also examines error correcting codes, and issues of cryptography. Graphing calculator may be required.

Together with Abstract Algebra with Applications and Number Theory this course would compete with the Ukrainian Algebra and Number Theory course (70 lecture hours and 70 seminar hours).

Foundation of Geometry

(45 lecture hours)

A discussion of fundamental ideas and processes common to Euclidean and Non-Euclidean geometries: projective, affine and metric geometry. Examines the interplay between inductive and deductive reasoning, and formal and informal proof. Addresses uses in areas such as science (transformations, scaling), art (Escher-type tessellations, projections), architecture (three-dimensional figures), and computer science (fractals, computer-aided design.)

Related Ukrainian program course is an elective Projective Geometry course (34 lecture hours and 34 seminar hours). However in this program we have such an advance course as Differential Geometry and Topology (36 lecture hours and 36 seminar hours) the partial content of which is very briefly highlighted in the Advanced Calculus American course.

Statistical Analysis (45 lecture hours)

An examination of statistical applications to business, computer science, psychology, education, social sciences, and mathematics with fundamental concepts of probability distribution, mathematical models relating independent and dependent random variables, hypothesis testing and experimental design. Study includes fundamental analysis of variance, various distributions and methods of regression, analysis and scaling.

Advanced Calculus (45 lecture hours)

This course has no analog in the Ukrainian Program. However a big part of it is covered by the Mathematical Analysis course. A look at sets, functions, and the real numbers as an ordered set. Topics include the Completeness axiom, cardinality, and Cantor's theorem, Limsup, and Liminf; the of R1 and R2, open sets, and limit points as well as compactness and the Heine-Borel theorem; the properties of continuous functions, uniform continuity, the Mean-Value theorem, inverse functions and differentiability; the Riemann integral, and Lebesgue measure.

History of Mathematics

(45 lecture hours)

Throughout history, mathematics has changed the way people view the world. This course examines currents in the development of mathematics and throughout ancient Egypt, Babylon, China, and the Middle East. It studies math's influence on society through the major events of Europe, contemporary developments, and some projections into the future, including the women and men who played key roles in evolution. Readings and problems are taken from original as well as secondary sources.

We think that such a course is very important for the teacher development and would be a great asset to the Ukrainian program.

Applied Mathematical Modeling

(capstone course) (45 lecture hours)

A capstone course for BS in Mathematics, this course is intended to culminate the mathematics major studies and should be taken at or near the end of the program. Addresses important problem areas such as political science, ecology, psychology, sociology, economics, anthropology, business, and institutional planning using mathematical techniques from areas such as calculus, geometry, probability and statistics, linear and matrix algebra, and linear programming. Discusses principles and methods of constructing, analyzing, interpreting, evaluating, and refining models. Compares mathematical models including analytic and simulation, discrete and continuous, and deterministic and stochastic.

Additional Requirement for Single Subject Preparation students only
Mathematics Practicum and Portfolio

(Should be taken as early in the student's program as possible.

This pedagogical field experience course has two objectives. First, it provides an opportunity for students to observe and reflect on the actual work of public middle/secondary school mathematics teachers. Students observe at least 28 hours in public middle or secondary school mathematics classrooms and at least 3.5 hours of mathematics-related student activities and administrative meetings. The second objective of the course is to familiarize students with the requirements of the assessment portfolio they must submit as part of the Single Subject Matter Preparation program. To meet this objective, students begin planning the production of their assessment portfolio and write a brief essay related to one they will have to submit with that portfolio.

In the Ukrainian program one can see three practicum courses with significantly bigger amount of hours, including real classroom teaching experience.

Upper-Division Concentration Requirements

Concentration in Mathematics and Applications

Numerical Analysis (45 lecture hours)

An introduction to numerical computation employed widely in industry and research. Discusses errors in numerical computation, truncation and discretization, and machine storage restrictions as well as function approximation, roots of nonlinear equations, systems of linear equations, algebraic eigenvalue problems, polynomial interpolation, and cubic spline interpolations, quadratures, numerical differentiation, initial and boundary-value problems. Programmed algorithms may be utilized. Corresponds to the Ukrainian Methods of Computations (34 lecture hours and 34 laboratory hours).

Abstract Algebra with Applications (45 lecture hours)

This course continues and advances the work done in Algebraic Structures, discussing selected fundamental algebraic structures and their applications to computations. The main concepts of Sylow Theory of finite groups, Galois Theory, Lattices Theory, Coding Theory and Cryptography, Boolean Algebra and Switching Theory are developed. Finite permutation groups (Cayley's Theorem) and their applications in science and arts are studied.

Functions of Complex Variables and its Applications (45 lecture hours)

This course is an analog to Ukrainian Complex Analysis (34 lecture hours and 34 seminar hours) and includes study of functions of complex variables and their applications to other mathematics branches, sciences, and engineering. The following topics will be examined: the complex plane, analytic functions, integration and Cauchy’s Theorem, sequences and series, residue calculus, Fourier and Laplace transforms, and applications.

Mathematics Project Course

The project courses are not independent study. They are directed student team project or internships in mathematics. Utilization of previously acquired skills knowledge is required to complete the project. Students can select project topics from industry, government, business, education, or research.

Upper-Division Concentration Requirements

Single Subject Teaching Concentration

Computer Technology in the Mathematics Classroom (45 lecture hours)

An overview of the use of computer-based technology in mathematics educational environments. Evaluates graphing calculators, and computer software such as Maple, Scientific Workplace, Geometer’s Sketchpad, MiniTab, SPSS, and others.

Same kind of course one can see among the elective courses of the Ukrainian program (11 lecture hours and 22 seminar hours).

Problem Solving Strategy (45 lecture hours)

The course will develop student's abilities to solve mathematics problems. The aim in the course is not to impart any specific body of knowledge, but rather to foster the students' understanding that mathematics is a science of identifying, solving problems and generalizing. The course helps to prospective mathematics teachers to acquire their professional skills in the teaching of mathematics in secondary school, teach and assess problem solving. A survey of most famous math problems will be given. Most popular problems from the secondary school mathematics courses will be considered. The course includes the description of main approaches to solving standard and challenge math problems. Students will learn strategies most widely used: pattern recognition, working backwards, guess and test, experimentation or simulation, reduction expansion, organized listing and exhaustive listing, logical deduction, mathematics induction, divide and conquer, writing equations, producing fruitful sketches.

Methods of Teaching of Mathematics

(45 lecture hours)

This course is designed as a critical inquiry into present-day tendencies in teaching mathematics in order to help prospective mathematics teachers to acquire their professional skills in the teaching of mathematics in secondary school. Fundamental concepts of mathematics teaching, main teaching strategies, methods and forms of organization of students" learning, survey of main concepts of basics mathematics, algebra, geometry, trigonometry, functions, discrete mathematics, probability, statistics, beginning calculus will be studied. Effective approaches to the teaching of main mathematics ideas will be discussed. Graphics calculators, computer mathematics learning and tutorial software, different kinds of manipulatives and their uses in the classroom will also be considered.

These two courses above form the analog of the Ukrainian Methods of Teaching Mathematics Course (64 lectures and 74 seminar hours).

Mathematics Project Course

(See above)

Upon completion of the program the student submits a Portfolio reflecting the main stages of her/is development and takes an exit exam highlighting main topics of the program. The primary instrument of summative assessment of programs outcomes is the required Portfolio, which students submit at the end of the Program. This Portfolio requires students to present samples of work from all required classes and electives and to write an essay reflecting on their experiences in the program and how those experiences have prepared them for their future work as teachers.

In general, we can observe that the American and the Ukrainian Mathematics teachers training have a lot of in common. This fact is a simple consequence of the international character of Mathematics. However, we can also note some dissimilarity reflecting the tradition of Mathematics educations in these two countries. We are going to continue the cycle of articles devoted to this subject.

Резюме. **Subbotin I., Bilotskii N.N., Milla Hill. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В КАЛИФОРНИИ (США) И УКРАИНЕ. КРАТКИЙ СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ.** *Эта статья первая в цикле, посвященная процессу подготовки преподавателей математики в Калифорнии в сравнении с подготовкой преподавателей математики в Украине.*

Summary. **Subbotin I., Bilotskii N.N., Milla Hill. MATHEMATICS TEACHERS' DEVELOPMENT IN CALIFORNIA (USA) AND UKRAINE. BRIEF COMPARATIVE ANALYSIS.** *This article is the first in the cycle dedicated to the Mathematics teachers' development process in California comparing with the Mathematics teachers' preparation in Ukraine.*

Надійшла до редакції 11.05.2006 р.

О СОДЕРЖАНИИ ШКОЛЬНОГО КУРСА СТОХАСТИКИ И ЕГО КОМПЬЮТЕРНОЙ ПОДДЕРЖКЕ

М.И.Жалдак,
доктор педагог. наук, профессор,
Национальный педуниверситет им. М.П.Драгоманова,
г. Киев, УКРАИНА,
Е.Н.Смирнова-Трибульская,
кандидат педагог. наук, доцент,
г. Херсон, УКРАИНА

Розглядається підхід до подання елементів стохастики в школі, що забезпечує пропедевтику вивчення основ теорії ймовірностей на аксіоматичній основі. Передбачається комп'ютерна підтримка навчально-пізнавальної діяльності учнів.

Попытки введения элементов стохастики, то есть элементов теории вероятностей и математической статистики, в школьный курс математики предпринимаются достаточно давно. Тем не менее, достаточно долго по разным причинам эти попытки не были успешными.

Одной из таких причин была необходимость во время изучения элементов стохастики, в частности элементов математической статистики, выполнять значительное количество неинтересных, нетворческих, рутинных вычислительных и графических операций по обработке статистического материала – построение вариационных рядов, определение распределений частот и их числовых характеристик, построение соответствующих графических изображений – графиков плотностей и функций распределения, полигонов частот и т.п. Это значительно усложняло выяснение и осознание сущности основных понятий и положений элементов математической статистики за приемлемое время, хотя элементы математической статистики играют чрезвычайно важную роль в формировании основных понятий теории вероятностей – элементарного события, случайного события, вероятности случайного события, распределения вероятностей на множестве элементарных событий и способов его описания и т.д., и формировании мировоззрения учащихся вообще.

Другой, более существенной, причиной было несовершенство методической системы изучения элементов стохастики, и в первую очередь одной из главных составляющих такой системы – содержания обучения. В основу содержания большинства учебных пособий и методических материалов полагалось так называемое классическое определение вероятности, что немедленно приводило к противоречиям и многочисленным некорректностям.

Во-первых, само классическое определение вероятности некорректно, так как определяет вероятность события через равновероятные элементарные события, то есть через одинаковые вероятности элементарных событий, и таким образом вероятность события определяется через вероятности элементарных событий, а что такое вероятность элементарного события – остаётся непонятным, а поэтому остаётся непонятным и что такое вероятность события.

Во-вторых, даже если бы классическое определение вероятностей не было противоречивым, оно пригодно только для случая, когда рассматривается равномерное распределение вероятностей на конечном множестве элементарных событий. Это немедленно приводит к проблемам – невозможности рассматривать никакие другие распределения вероятностей, кроме равномерного на конечном множестве, например биномиальное распределение вероятностей на конечном множестве точек (предлагаемое к рассмотрению в школьных программах по стохастике), любые непрерывные распределения, в частности равномерное распределение вероятностей на ограниченном непрерывном множестве, в том числе так называемые геометрические вероятности (геометрически заданную вероятностную меру на измеримом по А. Лебегу множестве, как отношение мер множеств – длин, площадей, объёмов).

Кроме того, рассмотрение только одного типа распределения вероятностей – равномерного на конечном множестве – неминуемо приводит к комбинаторным задачам, в связи с чем многие авторы предваряют изучение элементов стохастики изучением элементов комбинаторики, в результате чего у учащихся создаётся ложное впечатление, что без изучения комбинаторики изучать теорию вероятностей невозможно, и что, более того, теория вероятностей – это один из разделов комбинаторики.

В третьих, отправляясь от классического определения вероятностей, то есть от равномерного распределения вероятностей на конечном множестве элементарных событий, трудно и даже невозможно дать корректное определение случайного события как измеримого по заданной вероятностной мере подмножества множества элементарных событий, пространства событий, вероятностной меры, вероятностного пространства и т.д. Вместе с тем, как известно (см. например [2]), только после того, как построено вероятностное пространство, можно чётко сказать, какие именно подмножества множества элементарных событий можно называть случайными событиями, а какие нельзя, как вычисляются вероятности случайных событий и т.д.

Кажущееся упрощение учебного материала за счёт рассмотрения только равномерного распределения вероятностей на конечном множестве (то есть построения курса на базе так называемого классического определения вероятностей) на самом деле его усложняет, так как делает его противоречивым, определения основных понятий нечёткими и недоступными пониманию, противоречащими многим жизненным реалиям.

Естественно, что учебная деятельность, сопряжённая с выполнением значительного количества неинтересных вычислительных и графических операций, оперированием понятиями, недоступными пониманию, не может быть привлекательной ни для учеников, ни для учителей, а потому нельзя надеяться на их благосклонность при таком построении школьного курса элементов стохастики.

С появлением и быстрым развитием новых информационно-коммуникационных технологий, компьютерно-ориентированных дидактических систем, в которых предусматривается компьютерная поддержка учебно-познавательной деятельности на разных её стадиях, сосредоточение внимания на выяснении сущности изучаемых явлений, постановке задач, построении их математических или информационных моделей, интерпретации получаемых с помощью компьютера результатов, установлении адекватности модели исследуемому явлению, прежде всего за счёт перекладывания на компьютер выполнения основной массы рутинных вычислительных и графических операций, первую из названных причин можно считать устранённой (см., например, [1]).

Другая весомая причина – несовершенство методической системы изучения элементов стохастики в школе, когда предлагается ориентироваться на классическую схему с конечным множеством равновероятных элементарных событий, за счёт чего начала теории вероятностей по сути сводятся к комбинаторике, а наиболее существенные понятия, их геометрические, физические и др. аналогии, связи с основными понятиями из других разделов математики, физики и др. исчезают, а вместе с ними исчезает сущность понятий и положений, которые необходимо изучать, что приводит к заформализованности содержания обучения, нечёткости, а иногда и неправильному толкованию основных понятий, непониманию содержания обучения, когда основные понятия становятся какими то мистическими, нереальными, непостижимыми – может быть устранена за счёт отказа от построения школьного курса элементов стохастики на базе так называемого классического определения вероятности и переориентацией его на аксиоматическое построение теории вероятностей на основе системы аксиом А.Н. Колмогорова.

Заметим, что аксиоматическое определение вероятности по А.Н. Колмогорову почти дословно совпадает с определением площади плоской фигуры в учебнике по геометрии для 7-9 классов, а также с определением объёма тела в учебнике по геометрии для 10-11 классов А.В. Погорелова.

В действующем школьном курсе математики изучается математический аппарат, вполне достаточный для рассмотрения в процессе изучения как дискретных, так и непрерывных распределений вероятностей, поскольку вероятность имеет те же основные свойства, что и длина интервалов и их объединений, площадь областей и их объединений, объём областей и их объединений, количество элементов во множествах и их объединениях, масса тел и их объединений и т.д. – всё это *меры множеств* (неотрицательные аддитивные функции множеств).

При непрерывном распределении вероятностей вероятность попадания в некоторую область вычисляется так же, как площадь криволинейной трапеции – это определённый интеграл по указанной области от плотности распределения вероятностей, который в геометрической интерпретации есть не что иное, как площадь под графиком плотности над указанной областью, а в механической – масса, которая приходится на указанную область при условии, что вдоль оси *Ox* распределена с указанной плотностью единичная масса. Очевидно, классическое определение вероятностей здесь оказывается неприменимым. Если же изучается распределение вероятностей на конечном множестве точек $\Omega = \{E_1, E_2, ..., E_k\}$, то при неравномерном распределении вероятностей на этом множестве, когда $P(E_i)$ не равны между собой, классическое определение вероятностей и комбинаторные формулы тоже оказываются неприменимыми и ненужными при решении задач.

Вместе с тем для любого $A \subset \Omega$,

$$P(A) = \sum_{E_i \in A} P(E_i),$$

(в силу свойства аддитивности вероятностной меры).

Если при этом проводить аналогию между распределением вероятностей и распределением единичной массы на множестве Ω таким, что на точку E_i приходится масса $P(E_i)$, то тогда в механической интерпретации $P(A)$ есть масса, которая приходится на множество A, то есть сумма $P(A) = \sum_{E_i \in A} P(E_i)$ масс, которые приходятся на точки E_i из множества A. Такое толкование указывает на сущность природы вероятности и единый подход к её вычислению независимо от того, по конечному или бесконечному множеству точек она распределена, дискретное это распределение или непрерывное, равномерное или неравномерное, аналогично подобным распределениям массы на том или другом множестве точек. Необходимо подчеркнуть, что никаких других типов распределений вероятностей (как и масс), кроме дискретных и непрерывных, не бывает, как не бывает и других типов множеств, кроме дискретных и непрерывных.

Следует заметить, что при вычислении вероятностей все формулы вполне аналогичны тем, которые используются для вычисления массы при её соответствующем распределении на некотором множестве точек.

Если все числа $P(E_i)$ равны между собой, тогда получаем так называемую классическую схему, которую и предлагают изучать в школе некоторые авторы. При этом сущность основных понятий теории вероятностей не только не выясняется, а наоборот, теряется за комбинаторными схемами, за счет чего создается впечатление, что кроме равномерного распределения вероятностей на конечном множестве никаких других не бывает, что основное в теории вероятностей – это комбинаторика, хотя, по сути, комбинаторика не имеет никакого отношения к теории вероятностей и используется при решении некоторых задач лишь как вспомогательный математический аппарат наряду с другими методами вычислений. Но на примере одного только равномерного распределения вероятностей на конечном множестве элементарных событий $\Omega = \{E_1, E_2, ..., E_k\}$ построить общую теорию вероятностей очевидно невозможно.

Напомним, что любая функция V, заданная на совокупности S подмножеств множества Ω, удовлетворяющей требованиям

1_s. $\Omega \in S$,

2_s. Если $A \in S$, то и $\overline{A} \in S$,

3_s. Если $A_i \in S$, то и $\bigcup_i A_i \in S$

называется мерой, если она обладает свойствами

1_p. $V(A) \geq 0$ (свойство неотрицательности),

2_p. Если $A_i \in S$ такие, что $A_i A_j = \varnothing$ при $i \neq j$, то $V(\bigcup_i A_i) = \sum_i V(A_i)$ (свойство полной аддитивности).

Если кроме того мера V удовлетворяет условию 3_p. $V(\Omega) = 1$, то она называется *вероятностной мерой* или просто *вероятностью*. Вероятностная мера обычно обозначается символом P.

Тройку объектов (Ω, S, P) называют *вероятностным пространством*, элементы множества Ω – элементарными событиями (или возможными исходами испытания), множества из совокупности S называют событиями, числа $P(A)$, $A \in S$, называют вероятностями событий, совокупность S подмножеств множества Ω, удовлетворяющую требованиям 1_s-3_s, называют пространством событий. При этом мера P и совокупность S должны быть *согласованы*, то есть мера P должна быть определена для каждого $A \in S$.

Требования (свойства) 1_s-3_s, 1_p-3_p называют системой аксиом теории вероятностей (системой аксиом А.Н. Колмогорова).

Заметим, что окончательно сказать, какие подмножества множества Ω элементарных событий рассматриваются как события, а какие нет, можно лишь после построения вероятностного пространства (Ω, S, P). Одно и то же подмножество A множества Ω может быть событием, а может и не быть в зависимости от того, как заданы совокупность S и мера P. Элементарные события также могут быть событиями, а могут и не быть, если они не являются элементами совокупности S (см. [2]).

Напомним, что если проведена серия из n испытаний, в которых могло происходить событие A, а $k_n(A)$ – количество испытаний, в которых событие A произошло, то число $P_n^*(A) = k_n(A)/n$ называют *относительной частотой* или *статистической вероятностью* события A в рассматриваемой серии из n испытаний.

Само число $k_n(A)$ называют *абсолютной частотой* или количеством появлений события A в серии из n испытаний.

Очевидно, статистическая вероятность P_n^* имеет такие свойства:

1_p. $P_n^*(A) \geq 0,\ A \in S$.

2_p. Если $A_i \in S,\ A_i A_j = \varnothing$, при $i \neq j$, то $P_n^*(\bigcup_i A_i) = \sum_i P_n^*(A_i)$, 3_p. $P_n^*(\Omega) = 1$,

то есть является вероятностной мерой (а значит вероятностью, из чего следует, что в школе достаточно изучать статистические вероятности, см. [2]).

Свойства 1_p-3_p называются основными или определяющими. Из них следуют все остальные свойства статистических вероятностей (а также и вероятностей). В частности, для произвольных $A \in S,\ B \in S$, где S – совокупность подмножеств из Ω, удовлетворяющая требованиям 1_s-3_s, на которой определена вероятностная мера P_n^*, имеют место свойства:

4. Если $\overline{A} = \Omega \setminus A$, то
$$P_n^*(\overline{A}) = 1 - P_n^*(A);$$

5. $P_n^*(\varnothing)=0$, где $\varnothing=\overline{\Omega}=\Omega\setminus\Omega$;

6. Если $A\subset B,\ A\in S,\ B\in S$, то $P_n^*(A)\le P_n^*(B)$;

7. Для произвольного

$$A\in S \quad 0\le P_n^*(A)\le 1;$$

8. Для произвольных $A\in S,\ B\in S$, $P_n^*(A+B)=P_n^*(A)+P_n^*(B)-P_n^*(AB).$

Рассмотрим следующий пример. Пусть многократно подбрасывали шестигранный кубик со смещённым центром масс. При этом на основании очень большого количества n испытаний установлено, что статистическая вероятность выпадения цифры «6» на верхней грани кубика равняется 0.60, статистическая вероятность выпадения цифры «5» на верхней грани кубика равна 0.30, статистическая вероятность попадания во множество {“1”, “2”, “3”, “4”} равна 0.10. Если считать, что множество Ω исходов испытаний (элементарных событий) содержит 6 элементов: $\Omega=\{"1","2","3","4","5","6"\}$, то на основании большого количества указанных испытаний установлено следующее распределение статистических вероятностей: Статистическая вероятность попадания

– во множество $H_1=\{"1","2","3","4"\}$ равна $P_n^*(H_1)=0.10$,

– во множество $H_2=\{"5"\}$ равна $P_n^*(H_2)=0.30$,

– во множество $H_3=\{"6"\}$ равна $P_n^*(H_3)=0.60$.

Поскольку статистическая вероятность попадания во множество $A\subset\Omega$ есть аддитивная функция множеств (как и абсолютная частота), то есть если $AB=\varnothing$, то $P_n^*(A+B)=P_n^*(A)+P_n^*(B)$, то в рассматриваемом примере можно вычислить статистические вероятности попадания в любые множества из совокупности $S=\{\varnothing,\ H_1,\ H_2,\ H_3, H_1+H_2,\ H_1+H_3,\ H_2+H_3,\ H_1+H_2+H_3\}$.

Очевидно $P_n^*(\varnothing)=0$, $P_n^*(H_1)=0.10$, $P_n^*(H_2)=0.30$, $P_n^*(H_3)=0.60$, $P_n^*(H_1+H_2)=0.40$, $P_n^*(H_1+H_3)=0.70$, $P_n^*(H_2+H_3)=0.90$, $P_n^*(H_1+H_2+H_3)=P_n^*(\Omega)=1$.

При этом считается, что в результате испытания произошло событие $A\subset\Omega$, если произошло элементарное событие E (в данном примере одно из шести) такое, что $E\in A$.

Очевидно классическая схема к рассмотренному вполне реальному случаю неприменима, с одной стороны, а с другой – абсолютно понятно, как вычислять статистические вероятности попадания в любое из множеств, входящее в совокупность S (удовлетворяющей требования 1_s-3_s).

Заметим, что в рассмотренном примере совокупность S содержит далеко не все подмножества множества Ω. Если задать вопрос, как часто выпадала четная цифра, то есть, как часто в произведенной серии испытаний попадали во множество $\{"2","4","6"\}$, то ответить на этот вопрос в заданных условиях невозможно – множество $\{"2","4","6"\}$ оказывается неизмеримым по заданной вероятностной мере. Неизмеримыми по такой мере оказываются и все другие подмножества множества $\Omega=\{"1","2","3","4","5","6"\}$, не входящие в совокупность подмножеств S.

Неизмеримые по заданной мере P_n^* подмножества множества Ω не рассматриваются как события. Таким образом, окончательно сказать, какие именно подмножества множества Ω рассматриваются как события, можно лишь после того, как построено вероятностное пространство $(\Omega,\ S,\ P_n^*)$, то есть задано множество Ω элементарных событий, совокупность S подмножеств множества Ω, удовлетворяющая требованиям 1_s-3_s, и на этой совокупности S задана вероятностная мера P_n^*, удовлетворяющая требованиям 1_p-3_p. При этом множества из совокупности S называются событиями, а числа $P_n^*(A)$ – статистическими вероятностями событий A из S, $(A \in S)$.

Если, например, рассмотреть такие подмножества множества Ω:

$H_1 = \{"1","2","3"\}$, $H_2 = \{"4"\}$, $H_3 = \{"5"\}$, $H_4 = \{"6"\}$

и образовать совокупность

$S_1 = \{\varnothing, H_1, H_2, H_3, H_4, H_1 + H_2, H_1 + H_3, H_1 + H_4, H_2 + H_3, H_2 + H_4, H_3 + H_4, H_1 + H_2 + H_3, H_1 + H_2 + H_4, H_1 + H_3 + H_4, H_2 + H_3 + H_4, H_1 + H_2 + H_3 + H_4 = \Omega\}$,

то есть в совокупность S_1, включить невозможное событие, все события H_i, $i = \overline{1, 4}$, все суммы по два события $H_i + H_j$, $i < j$, все суммы по три события $H_i + H_j + H_k$, $i < j < k$, сумму всех четырех событий $H_1 + H_2 + H_3 + H_4 = \Omega$, то такая совокупность S_1 будет удовлетворять требованиям 1_s-3_s, однако она не является пространством событий, так как не согласована с мерой P_n^* – не все события из S_1 измеримы по заданной мере P_n^*.

Если при этом есть основания полагать, что, например, $\widetilde{P}_n^*(H_1) = 0{,}04$, $\widetilde{P}_n^*(H_2) = 0{,}06$, $\widetilde{P}_n^*(H_3) = 0{,}30$, $\widetilde{P}_n^*(H_4) = 0{,}60$, то есть "6" выпадает в 60% испытаний, "5" – в 30%, "4" – в 6%, остальные цифры в 4% испытаний, тогда мера $\widetilde{P}_n^*$ будет определена на всех элементах совокупности S_1, при этом очевидно $S \subset S_1$ и для $A \in S$ $\widetilde{P}_n^*(A) = P_n^*(A)$. Таким образом, мера $\widetilde{P}_n^*(A)$ есть продолжением меры $P_n^*(A)$ из совокупности множеств S на совокупность S_1. Если же неясно, как надо продолжать меру $P_n^*(A)$ из совокупности S на совокупность S_1, тогда надо из S_1 изъять все неизмеримые по мере P_n^* элементы, а на оставшихся построить совокупность S, удовлетворяющую требованиям 1_s-3_s, при этом все элементы совокупности S будут измеримы по мере P_n^*.

Если в рассмотренном примере считать, что возможных исходов только 3

$\widetilde{E}_1$ – выпадение на верхней грани цифры "6",

$\widetilde{E}_2$ – выпадение на верхней грани цифры "5",

$\widetilde{E}_3$ – выпадение на верхней грани цифры, отличной от "6" и "5",

тогда получим новое пространство элементарных событий (исходов опыта) $\widetilde{\Omega} = \{\widetilde{E}_1, \widetilde{E}_2, \widetilde{E}_3\}$, при этом элементарное событие $\widetilde{E}_3$ уже не может быть разложено на составляющие, оно рассматривается как отдельный элемент множества $\widetilde{\Omega}$.

Заметим, что далеко не всегда практически целесообразно рассматривать все подмножества множества Ω даже в том случае, если множество Ω конечно. Подтверждением этому, кроме рассмотренного примера, может быть такой пример. Множество Ω содержит конечное количество m – равноотстоящих точек x_i из отрезка $[0,1]$, при этом $x_0 = 0$, $x_i = x_{i-1} + h$, $i = 1, 2, ..., m$, $m = 10^{10^{10}}$, $h = 1/10^{10^{10}}$. В таком случае целесообразно множество Ω поделить на практически приемлемое количество подмножеств H_i, $i = 1, 2, ..., k$, определить статистические вероятности $P_n^*(H_i)$ попадания в такие подмножества, а как события рассматривать вместе с $\varnothing$ всевозможные объединения подмножеств H_i по одному, по два, по три и т. д. слагаемых, то есть задать совокупность S следующим образом:

$$S = \{\varnothing, H_1, H_2, ..., H_k, H_1 + H_2, H_1 + H_3, ..., H_{k-1} + H_k, H_1 + H_2 + H_3, H_1 + H_2 + H_4, ..., H_2 + H_3 + ... + H_{k-1} + H_k, H_1 + H_2 + ... + H_k = \Omega\}.$$

При этом очевидно для любого $A \in S$, $A = \bigcup_{i \in \mathrm{I}} H_i$, $\mathrm{I} \subset \{1, 2, ..., k\}$, будет $P_n^*(A) = \sum_{i \in \mathrm{I}} P_n^*(H_i)$. Например, можно положить $H_i = \{x_i \in \Omega : \frac{i-1}{k} \le x_i < \frac{i}{k},$

$i=\overline{1,k}\}$.

То же касается и случая, когда множество Ω непрерывно, например, $\Omega=[0,1]$. В этом случае Ω целесообразно поделить на практически приемлемое число интервалов H_i, $i=\overline{1,k}$, например, положить

$$H_i=\{x\in\Omega:\frac{i-1}{k}\le x<\frac{i}{k},\ i=\overline{1,k}\},$$

а как события вместе с $\varnothing$ рассматривать всевозможные объединения интервалов H_i по одному, по два, по три и т.д., то есть, как и раньше, задать совокупность

$$S=\{\varnothing,\ H_1,H_2,...,H_k,\ H_1+H_2,$$
$$H_1+H_3,...,H_1+H_2+...+H_k=\Omega\}.$$

Как и раньше, для любого $A\in S$, $A=\bigcup\limits_{i\in \mathrm{I}}H_i$, $\mathrm{I}\subset\{1,2,...,k\}$, будет $P_n^*(A)=\sum\limits_{i\in \mathrm{I}}P_n^*(H_i)$. При этом на Ω будет задано распределение статистических вероятностей такое, что статистическая вероятность попадания в любое множество $H_i\in S$, ($H_iH_j=\varnothing$ при $i\neq j,\ \bigcup\limits_{i=1}^{k}H_i=\Omega$), равна $P_n^*(H_i)$, для любого $A\in S$, $A=\bigcup\limits_{i\in \mathrm{I}}H_i$,

$$P_n^*(A)=P_n^*(\bigcup_{i\in I}H_i)=\sum_{i\in \mathrm{I}}P_n^*(H_i)$$

$\mathrm{I}\subset\{1,2,...,k\}$.

Таким образом, если на S задана вероятностная мера P_n^*, то тем самым задано соответствующее распределение статистических вероятностей на множестве Ω.

Сказанное остается в силе и для произвольно заданной вероятностной меры, а не только статистической вероятности P_n^*.

Если каждому элементарному событию E_i из конечного множества Ω поставить во взаимно однозначное соответствие некоторую точку на оси *Ox*, так что элементы E_i множества Ω по сути лишь переобозначаются новыми обозначениями x_i, на координатной плоскости построить точки $(x_i,P_n^*(x_i))$ и соединить их ломаной линией, то получим так называемый многоугольник распределения статистических вероятностей (или полигон относительных частот) (рис. 1).

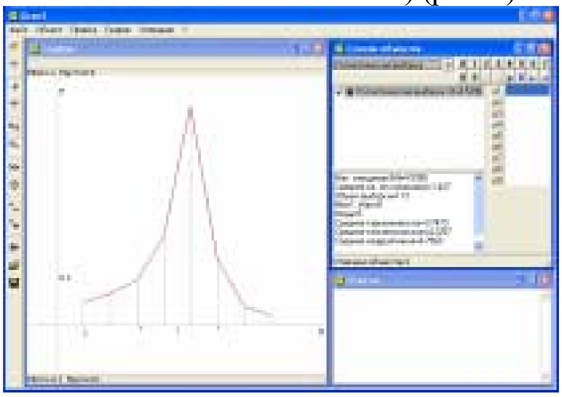


Рис. 1

Распределение статистических вероятностей на конечном множестве $\Omega=\{E_1,E_2,...,E_k\}$ элементарных событий E_i будем называть дискретным (или точечным). Аналогичные названия сохраняются и тогда, когда множество $\Omega=\{E_1,E_2,...,E_k,...\}$ счётно.

Пусть теперь Ω – множество элементарных событий, для которого существует взаимно однозначное соответствие между его элементами и точками некоторого интервала вида $[a,b)$, так что любое значение $x\in[a,b)$ может быть получено во время испытаний. Такое множество Ω называют непрерывным и пишут $\Omega=[a,\ b)$. Пусть в результате определенной (довольно длинной) серии испытаний произошли те или другие элементарные события, в соответствие которым поставлены наблюденные значения

$$x_{\text{нб}\,1},\ x_{\text{нб}\,2},\ ...,\ x_{\text{нб}\,n},\ x_{\text{нб}\,i}\in[a,b),$$
$$i=1,\ 2,\ ...,\ k\ .$$

Поскольку в результате наблюдений могут быть получены любые значения из интервала $[a,b)$, естественно поделить интервал $[a,b)$ на конечное количество довольно мелких интервалов и найти статистические вероятности (относительные частоты) попадания в такие интервалы. Таблицу 1, где $a_0=a,\ a_k=b,\ a_i=a_{i-1}+h,\ h=(b-a)/k,$

$i = 1, 2, ..., k$, называют интервальным (или непрерывным) распределением статистических вероятностей (относительных частот).

Таблица 1

$[a_{i-1}, a_i)$	$[a_0, a_1)$	$[a_1, a_2)$	…	$[a_{k-1}, a_k)$
$P_n^*([a_{i-1}, a_i))$	$P_n^*([a_0, a_1))$	$P_n^*([a_1, a_2))$	…	$P_n^*([a_{k-1}, a_k))$

Если теперь на координатной плоскости построить график функции $f_n^*(x)$, которая принимает значения $\frac{1}{h} P_n^*([a_{i-1}, a_i))$ на интервалах $[a_{i-1}, a_i)$, $(i = 1, 2, ..., k)$, и значения 0 за пределами интервала $[a, b)$, то есть

$$f_n^*(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} P_n^*([a_{i-1}, a_i)), \text{ если } x \in \{a_{i-1}, a_i), \ i = \overline{1, k}, \\ 0, \text{ если } x \,\overline{\in}\, [a_0, a_k), \end{cases}$$

то получим так называемую гистограмму интервального распределения статистических вероятностей (относительных частот) (рис. 2).

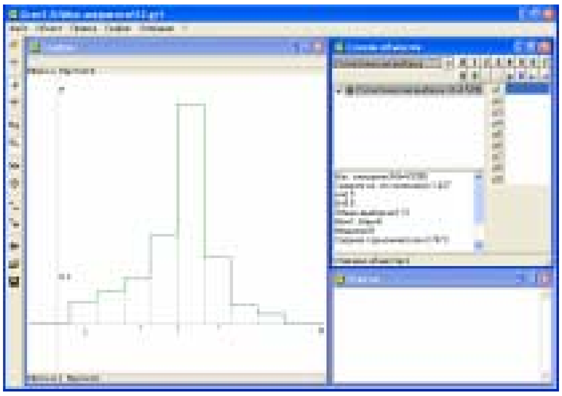


Рис. 2

Поскольку в геометрической интерпретации значение $f_n^*(x) h = P_n^*([a_{i-1}, a_i))$ при $x \in [a_{i-1}, a_i)$ есть не что иное, как площадь прямоугольника, длина основания которого h, а высота $f_n^*(x) = \frac{1}{h} P_n^*([a_{i-1}, a_i))$, то $P_n^*([a_{i-1}, a_i))$ можно представить как

$$P_n^*([a_{i-1}, a_i[) = \int_{a_{i-1}}^{a_i} f_n^*(x) dx.$$

Очевидно:

1. $f_n^*(x) \ge 0$;

2. $\int_{-\infty}^{\infty} f_n^*(x) dx = 1$.

Функцию $f_n^*(x)$ называют плотностью распределения статистических вероятностей на множестве $\Omega = [a, b)$. Если теперь рассматривать некоторое подмножество A множества Ω, которое можно представить как объединение некоторых из рассматриваемых интервалов, то есть

$A = \bigcup_{i \in I} [a_{i-1}, a_i), \ I \subset \{1, 2, ..., k\}$, тогда

$$P_n^*(A) = P_n^*(\bigcup_{i \in I} [a_{i-1}, a_i)) = \sum_{i \in I} P_n^*([a_{i-1}, a_i)) =$$

$$= \sum_{i \in I} \int_{a_{i-1}}^{a_i} f_n^*(x) dx = \int_A f_n^*(x) dx, \ I \subset \{1, 2, ..., k\}$$

Если в совокупность S включаются не только интервалы $[a_{i-1}, a_i)$, $i = \overline{1, k}$, но и любые их подинтервалы $[a_i, \beta_i) \subset [a_{i-1}, a_i)$, тогда необходимо распространить меру P_n^* и на совокупность таких подинтервалов и их всевозможных объединений.

Пусть интервалы $[a_{i-1}, a_i)$ достаточно малы и для любых подинтервалов $[a_i, \beta_i) \subset [a_{i-1}, a_i)$,

$P_n^*([\alpha_i, \beta_i)) = \frac{\beta_i - \alpha_i}{a_i - a_{i-1}} P_n^*([a_{i-1}, a_i))$, а множество (событие) A состоит из таких подинтервалов, которые не пересекаются, то есть $A = \bigcup_i [a_i, \beta_i)$. Тогда и в этом случае

$$P_n^*(A) = \sum_{[\alpha_i, \beta_i) \subset A} P_n^*([\alpha_i, \beta_i)) = \int_A f_n^*(x) dx.$$

При этом говорят, что на интервале $[a_{i-1}, a_i)$ статистическая вероятность распределена равномерно, поскольку статистические вероятности попадания в подинтервалы из $[a_i, b_i)$, которые имеют одинаковые длины, одинаковы.

Следует подчеркнуть, что при рассматриваемом задании вероятностной меры на совокупности S интервалов и их объединений из множества $\Omega = [a, b)$ как события можно рассматривать не любые подмножества множества $\Omega = [a, b)$, а лишь такие, которые принадлежат совокупности S так называемых измеримых множеств. Как известно, любой из интервалов вида $[a_{i-1}, a_i)$ содержит неизмеримые подмножества, которым невозможно приписать длину. Неизмеримые подмножества интервалов $[a_{i-1}, a_i)$, как и всего интервала $[a, b)$, не рассматриваются как события.

Функция $f_n^*(x)$ описывает непрерывное (интервальное) распределение статистических вероятностей на бесконечном множестве $\Omega = [a, b)$ и есть аналогом плотности распределения вероятностей при непрерывном распределении вероятностей вдоль оси Ox или плотности распределения физической массы вдоль некоторого стержня .

Наиболее универсальным средством для описания как дискретных, так и непрерывных распределений статистических вероятностей есть так называемая функция распределения статистических вероятностей:

$$F_n^*(x) = P_n^*((-\infty, x)).$$

При дискретном распределении относительных частот по конечному множеству точек $\Omega = \{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$ функция распределения выражается равенством:

$$F_n^*(x) = \sum_{x_i < x} P_n^*(x_i),$$

при непрерывном распределении по интервалу $[a, b)$ – равенством:

$$F_n^*(x) = \int_{-\infty}^{x} f_n^*(x)dx.$$

Очевидно, при дискретном распределении статистических вероятностей значения функции $F_n^*(x)$ изменяются (возрастают) лишь в точках x_i. При переходе через точку x_i значение $F_n^*(x)$ возрастает на $P_n^*(x_i)$ и дальше остается неизменным до следующей точки x_{i+1} (это вытекает из определения $F_n^*(x)$) (рис 3).

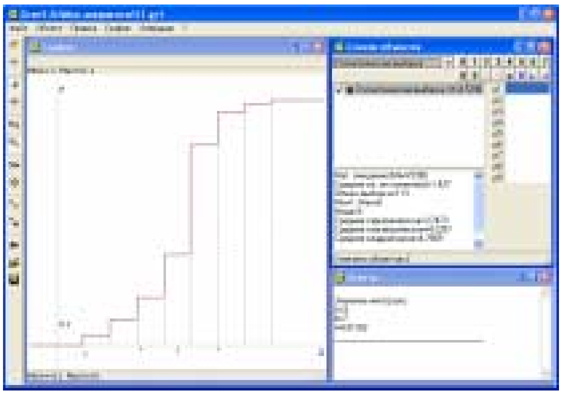


Рис. 3

При непрерывном распределении функция $F_n^*(x)$ изменяется непрерывно, линейно возрастая на любом из промежутков $[a_{i-1}, a_i)$ со скоростью $\frac{1}{h} P_n^*([a_{i-1}, a_i)) = f_n^*(x), x \in [a_{i-1}, a_i)$ (Рис. 4), поскольку при $x \in [a_{i-1}, a_i)$

$$F_n^*(x) = F_n^*(a_{i-1}) + \frac{(x - a_{i-1})}{(a_i - a_{i-1})} P_n^*([a_{i-1}, a_i))$$

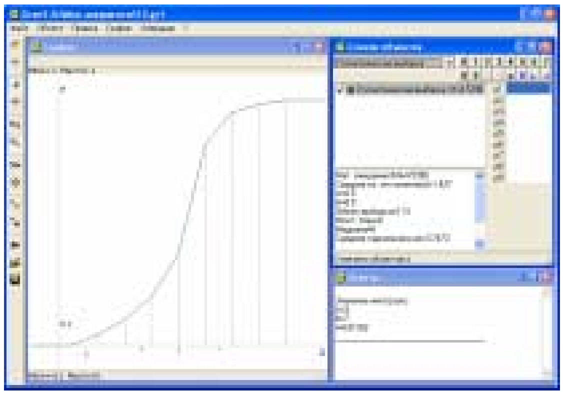


Рис. 4

В частности, отсюда вытекает, что при непрерывном распределении статистических вероятностей

$$f_n^*(x) = \frac{d}{dx} F_n^*(x), \; x \neq a_i \text{ для всех } i.$$

Как видно, даже при представленных основных элементах анализа статистических данных необходимо выполнять довольно значительное количество вычислительных и графических операций.

Вместе с тем при наличии соответствующих программных средств, например *GRAN1*, отпадает необходимость в ручном выполнении таких вычислений и построений. Достаточно лишь ввести исходные данные – набор наблюденных значений исследуемой величины, и затем обратиться к соответствующим услугам программы. Все необходимые вычисления и графические построения компьютер по программе *GRAN1* выполняет по соответствующим запросам практически мгновенно. Пользователю необходимо лишь выбирать нужные услуги из соответствующих меню программы и анализировать полученные результаты, изменять при необходимости входные данные и т.п. Все рутинные операции относительно вычислений и графических построений компьютер выполняет автоматически, быстро и безошибочно. Сразу после ввода исходных данных по программе определяются характеристики рассеивания, при этом координата центра рассеивания M и среднее квадратическое отклонение S выводятся на экран (рис. 1-4). Если нужно построить тот или иной график, достаточно указать нужный тип графика (рис. 5), и затем обратиться к услуге "Построить" пункта "График". При этом в зависимости от того, исследуется дискретное или непрерывное распределение статистических вероятностей, о чем поступает запрос в самом начале ввода данных о выборке (рис. 5), строится многоугольник распределения статистических вероятностей или ступенчатый график кусочно-постоянной функции распределения статистических вероятностей при их дискретном распределении, либо гистограмма (график плотности $f_n^*(x)$ распределения статистических вероятностей) или график непрерывной функции распределения статистических вероятностей при их непрерывном распределении.

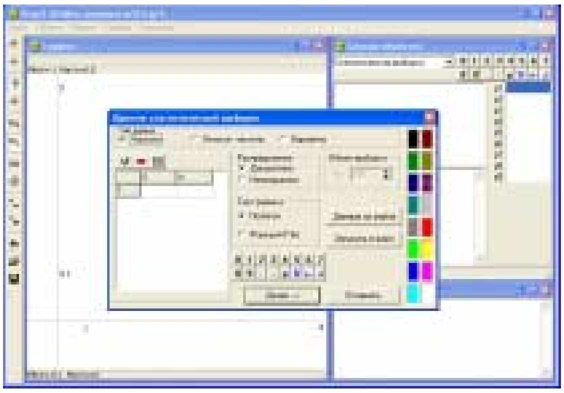


Рис. 5

Понимание и постановка задачи, выбор средств ее решения, анализ полученных результатов и установление их непротиворечивости с исследуемыми реалиями остается за исследователями, то есть в рассматриваемом случае за учениками и учителем.

1. *Жалдак М.И., Горошко Ю.В., Виниченко Е.Ф. Математика с компьютером. Пособие для учителей. – К.: РУНЦ «ДИНИТ», 2004. – 252 с.*

2. *Жалдак М.И., Михалин Г.А. Элементы стохастики с компьютерной поддержкой. Пособие для учителей (на украинском языке). – К.: Шкільний світ, 2006. – 119 с.*

***Резюме*.** **Жалдак М.И., Смирнова-Трибульская Е.Н. О СОДЕРЖАНИИ ШКОЛЬНОГО КУРСА СТОХАСТИКИ И ЕГО КОМПЬЮТЕРНОЙ ПОДДЕРЖКЕ.** *В статье рассматривается поход к изложению элементов стохастики в школе, обеспечивающий пропедевтику изучения основ теории вероятностей на аксиоматической основе. Предполагается компьютерная поддержка учебно-познавательной деятельности учащихся.*

Summery. **Zhaldak M., Smyrnova-Trybulska E. THE CONTENT OF STOCHASTIC AT SCHOOL AND IT'S COMPUTER SUPPORT.** *In the article is considered a hike to exposition of elements of stochastic at school, providing propedevtik of study bases of probabilities theories on an axiomatic basis. It means the computer support of educational-cognitive activity of students.*

Надійшла до редакції 27.09.2006 р.

СИСТЕМА ЗАДАЧ З ПОЧАТКІВ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ВСТУПУ ДО СТАТИСТИКИ І МЕТОДИКА ЇХ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

О.В.Трунова,
ст. викладач,
Чернігівський держінститут економіки і управління,
м. Чернігів, УКРАЇНА

Розглянуто основні принципи побудови системи задач з початків теорії ймовірностей та вступу до статистики в ліцеях і класах з поглибленим вивченням математики.

При вивченні початків теорії ймовірностей і вступу до статистики, як і при вивченні будь-якої змістової лінії алгебри і початків аналізу, найбільші труднощі викликає використання теорії для розв'язування практичних і прикладних задач.

При розробці методики формування імовірнісно-статистичного мислення учнів у процесі розв'язування задач з елементів стохастики необхідно вказати, що однією з основних проблем при цьому є добір до кожної теми відповідних видів задач, які найбільш доречні з точки зору формування стохастичного мислення, формування відповідних умінь і, разом з тим, доступних учням [8].

Цій проблемі присвячені роботи багатьох науковців (М.І.Жалдак, В.С.Лютікас, Г.О.Михалін, А.Плоцкі, З.І.Слєпкань та ін.). Незважаючи на це вона потребує подальшої розробки. Тобто постає проблема створення системи задач з початків теорії ймовірностей та вступу до статистики, яка б відповідала сучасним вимогам до навчання. Мета системи – ознайомити учнів з елементами математичного моделювання реальних стохастичних станів або процесів під час розв'язування задач, сприяти формуванню вмінь і навичок у застосуванні відомих імовірнісно-статистичних методів у різних галузях природознавства, економіки, техніки. Система задач повинна давати приклади отримання одного й того ж результату різними шляхами й спонукати учня до подібних самостійних дій, до самостійного розв'язування прикладних задач, розвитку стохастичного мислення, розвитку гнучкості і критичності мислення.

На підставі аналізу відповідної психолого-педагогічної й методичної літератури, з урахуванням особливостей навчання елементів стохастики в умовах профільної й рівневої диференціації, а також особистого досвіду роботи в ліцеях і класах з поглибленим вивченням математики, нами були виділені такі принципи**,** згідно з якими здійснювався добір задач до системи.

Зміст кожного із принципів полягає в наступному.

1. Принцип доступності. Новий матеріал буде опанований учнями краще й швидше, якщо вдасться знайти зв'язки або аналогії з уже відомим матеріалом, який може служити підґрунтям для нового. У цьому випадку учні можуть засвоювати нові відомості з певною часткою самостійності, що приводить до більш міцного й свідомого оволодіння новим матеріалом. Поняття і терміни задач повинні бути відомі або інтуїтивно зрозумілі учням. Задачі повинні мати реальні числові дані, що не ведуть до громіздких обчислень.

2. Принцип диференціації навчання. Добір задач повинен базуватися на двовимірній моделі диференціації навчання, основними вимірами якої є навчальний матеріал і рівень вимог до опанування цим навчальним матеріалом.

Необхідно прагнути навчити й "слабких" й "сильних" учнів, не створюючи непереборних труднощів першим і не даючи нудьгувати й розслаблюватися іншим. Варто підвищувати рівень математичного й загального розвитку учнів, допомагати розкриттю їхніх здібностей. Також необхідно враховувати, що різним дітям потрібен різний час для засвоєння того самого матеріалу в силу їхніх індивідуальних особливостей. При доборі навчального матеріалу для профільних класів ми користувалися: критерієм наукової й практичної значимості та критерієм відповідності змісту профілю навчання.

У *математичних* класах, де більшість задач розв'язується учнями самостійно, матеріал задач може бути побудований з погляду доказовості, строгості й складності викладу на високому рівні. Увага буде приділена і прикладним задачам з різних галузей.

У класах *природничого*, *технічного*, *економічного* профілів, *військових* ліцеях одна із цілей – навчити учнів правильно ставити та розв'язувати задачі, пов'язані з реальною ситуацією, тобто навчити застосовувати процес математичного моделювання. У класах зазначених профілів акцентується увага на розв'язуванні задач прикладного характеру.

Для класів *технічного* та *економічного* профілів найбільш відповідними навчальними завданнями є ті, у яких поняття імовірності повинне вводитися в нерозривному зв'язку з її використанням у відповідних галузях. Уже підхід до елементів стохастики повинен бути пов'язаний з прикладним змістом. Необхідна велика кількість задач на міжпредметні зв'язки й використання обчислювальної техніки. У сучасних підручниках і посібниках майже немає задач на геометрично задані ймовірності, що впливають на розвиток конструкторських навичок. Важливі за ступенем професійної значимості задачі на застосування похідної при вивченні числових характеристик неперервних випадкових величин.

3. Принцип однотипності. Для формування міцних навичок та умінь, вироблення міцних і стійких асоціацій необхідні однотипні задачі в розумній кількості. Як показує досвід, ефективність навчання елементів стохастики істотно підвищується, якщо в процесі навчання розглядаються базові задачі, тобто такі задачі, спираючись на які можна розв'язувати багато інших задач. При розв'язуванні базових задач використовується алгоритмічний підхід.

Відзначимо, що принцип подання матеріалу, при якому у якості прикладів використаються базові задачі, лежить в основі діючих підручників [1,2]. Однак й у цьому випадку треба проявити помірність, розумність У психології встановлено, що виконання однотипних завдань приводить до ряду негативних явищ: учні починають розв'язувати задачі шаблонно, за аналогією з попередніми, не аналізуючи умови даної задачі, опускаючи при цьому окремі істотні міркування. Треба відзначити, що послідовність міркувань, що повторюються при розв'язуванні задач, може згортатися до асоціації, що надалі, якщо буде потреба, повинна легко розгорнутися в первинний ланцюг міркувань. Згортання міркувань – природний процес, однак не у всіх учнів зворотний процес – розгортання – проходить без втрат яких-небудь істотних елементів міркувань, саме тому до системи задач включені різні за змістом задачі, розв'язування яких зводиться до побудови однієї і тієї ж моделі .

4. Принцип різноманітності. Однотипні задачі, незважаючи на важливість, приводять до зниження інтересу, уваги, активності. Для нейтралізації негативних наслідків однотипності, треба одночасно використати й інші вимоги, однією із яких є наявність в достатній кількості задач, різноманітних за формою й змістом, а також і за способом розв'язування, існує можливість розв'язування деяких задач різними способами. Важливе систематичне використання "провокуючих" вправ, які сприяють розвитку уваги й самостійності, підвищенню точності. Досить цінною в методичному відношенні групою задач є ті, які є результатом розвинення якоїсь однієї задачі.

Навчання школярів розв’язування імовірнісних задач, як правило, здійснюється при розв’язуванні тих з них, які сформульовані вчителем, узяті з підручника або з навчального посібника, з іншої літератури. Однак істотну роль при цьому відіграє діяльність учнів що до їх складання. Справа в тому, що складання задач часто вимагає від учнів такої розумової роботи, що не мала місця при розв’язуванні "готових" задач. Складання задач можна розглядати як творчу діяльність учнів, вкрай важливу для їхнього розвитку.

Один з аспектів діяльності стосовно складання задач – це складання й розв’язування задач, породжених даною задачею, або, інакше кажучи, складання й розв’язування задач, в яких розвивається тема даної задачі.

Складання й розв’язування задач, породжених даною, – це творча діяльність учнів. Місце цієї діяльності не обмежується часом, рівнем підготовки, але особливу увагу їй потрібно приділити на стадії завершального, узагальнюючого навчання початків теорії ймовірностей і вступу до статистики. Напевно не варто вводити системи спеціальних уроків або позакласних занять для цих цілей. Краще систематично, час від часу, звертатися до складання задач, споріднених даній, при вивченні різних тем у класах різних рівнів і профілів.

Зупинимося ще на такому виді задач, як задачі на доведення. Такого роду вправи в курсі початків теорії ймовірностей і вступу до статистики вважаються одними із найскладніших, та й теоретична база для розв’язування таких задач іноді дійсно виявляється недостатньою. Для класів з поглибленим вивченням математики необхідно підібрати такого роду задачі.

5. Принцип повторення та послідовного зростання труднощів. Включення задач на вивчені раніше теми дозволяє не тільки актуалізувати знання, набуті у минулому, не тільки підкреслити особливості досліджуваного матеріалу, але й показати його зв'язок з раніше вивченими темами, допомагає підтримувати увагу учнів на високому рівні, сприяє нейтралізації негативних наслідків принципу однотипності. Ще один клас задач, які допомагають зробити роботу різноманітнішою й зацікавити учнів різних рівнів – це задачі на описову статистику. Ці вправи корисні й для учнів із не досить високим рівнем математичної підготовки і для школярів, що цікавляться математикою, тому що ці задачі змушують уявити ту модель, якою описується той чи інший процес. Учитель сам повинен визначити міру підказки учневі й частку допомоги при визначенні моделі. Варто поступово ускладнювати навчальні задачі з метою забезпечення усвідомленості при розв’язуванні, збереження інтересу й уваги, дотримання принципу доступності. Разом з тим розв'язувані задачі повинні вести учня до більш високого рівня оволодіння матеріалом, сприяти розвитку його розумових і математичних здібностей. Своє місце повинні посідати при цьому нестандартні, дослідницькі й цікаві задачі.

6. Принцип прикладної спрямованості та міжпредметних і міжнаукових зв’язків. Задачі, пов'язані з практикою, допомагають формувати в школярів уміння застосовувати отримані знання в житті. Вони підвищують інтерес до досліджуваного предмета й усвідомлене його вивчення, розвивають математичне мислення й практичну кмітливість. Крім того розгляд таких задач дає можливість ознайомити учнів з поняттям математичної моделі й роллю математичного моделювання в різних науках й на практиці.

При розв’язанні задач прикладного характеру учні одержують уявлення про необхідність і універсальність математики та її методів. Задачею прикладного характеру називають ту, що виникла поза математичною ситуацією і розв'язування якої відбувається в три етапи: формалізація (побудова математичної моделі), розв'язування внутрішньомодельної математичної задачі й інтерпретація одержаного результату [10].

Цінність імовірнісних задач визначається не стільки тим апаратом, який використовується при їх розв'язуванні, скільки можливістю продемонструвати процес використання математики для розв'язування життєвих задач [10]. Ці задачі повинні знайомити учнів з реальним використанням стохастики, її ідей і методів.

Реальні задачі прикладного змісту в шкільному курсі математики зустрічаються не часто, оскільки етап формалізації потребує великих знань і математичної культури. Реальні прикладні задачі досить складні і розраховані саме на учнів шкіл (класів) з поглибленим вивченням математики. У методиці для спрощення реальної ситуації зменшують кількість змінних, вводять додаткові припущення і так далі. У розробленому нами посібнику здійснено добір задач прикладного характеру для кожної теми шкільного курсу стохастики.

Розширення кола прикладних задач при вивченні стохастики позитивно впливає на ставлення учнів до математики тому, що розв'язування цих задач:

- підвищує мотивацію навчання;
- виховує потребу в розширенні математичних знань;
- підводить до „математичного відкриття";
- сприяє раціональному вибору адекватного математичного апарату для розв'язування позаматематичних задач.

Якщо проблема взята з реального життя, а не з задачника, підручника, навчального посібника, то найважчим і найскладнішим є сформулювати відповідну задачу математичною мовою. При доборі прикладних задач необхідно вимагати, щоб поняття і терміни, які використовуються у формулюванні задачі, не потребували спеціальних громіздких пояснень. Досвід проведення експерименту підтвердив, що в прикладних задачах з елементів стохастики найбільшу складність при розв'язуванні викликає процедура формалізації, створення математичної моделі. Основною причиною є відсутність універсальних алгоритмів формалізації реальних проблем. Тільки завдяки практичній діяльності можна здобути навички розв'язування таких задач.

Починати розв'язування будь-якої задачі необхідно із з'ясування, чи всі необхідні дані наявні, які саме з даних необхідні, а які непотрібні для розв'язання. Необхідно проаналізувати властивості описаного реального об'єкту, зіставити їх з означеннями і властивостями абстрактних математичних об'єктів. Спробувати створити математичну модель, що базується на словесному описі, яка відображає найбільш важливі сторони.

У багатьох задачах знаходження ймовірності не є кінцевою метою розв'язування. Більш важливо навчитися створювати імовірнісну модель задачі, яка сформульована технічною, і навіть побутовою мовою.

Прикладні задачі демонструють практичне застосування імовірнісно-статистичних ідей і методів, та ілюструють матеріал суміжних предметів, різних галузей життя, відповідають різним профілям навчання.

Ілюстрація міжпредметних і міжнаукових зв'язків при розв'язанні задач на уроках математики сприяє більш міцному засвоєнню шкільного курсу математики, розкриває його практичну й наукову значимість, розширює кругозір школярів, підвищує їхню активність і зацікавленість у навчанні, певною мірою допомагає у виборі майбутньої професії, сприяють міжпредметному узагальненню набутих знань і вмінь.

7. Принцип експериментально-дослідницький. Він пов'язаний з проведенням експериментів і статистичних досліджень, з встановленням статистичних закономірностей, перш за все, шляхом стохастичного експерименту.

Аналіз співвідношень між імовірнісною моделлю та її емпіричним прототипом повинен стати обов'язковим атрибутом розв'язування багатьох задач з стохастики в школі. Крім співвідношення типу „частота ↔ ймовірність", необхідно широко висвітляти такі типи: „середнє арифметичне ↔ математичне сподівання", „лінія накопичення частот ↔ графік функції розподілу", „гістограма ↔ графік щільності розподілу", „коефіцієнт кореляції ↔ теоретичний коефіцієнт кореляції". Вказані співвідношення розглядають при розв'язуванні багатьох типів задач. При реалізації даного принципу буде доцільним використання комп'ютера.

Наведемо приклад реалізації цих принципів при розв'язуванні задач з теми „Ймовірностей суми і добутку подій". Зауважимо, що позначки ^{0}, *, ** відповідають середньому, достатньому і високому рівням.

Аналіз і розв'язування задач доцільно проводити за *правилом-орієнтиром*:

1. Усвідомити, в чому полягає розглянуте в задачі випробування.
2. Позначити буквами події, розглянуті в умові задачі.
3. За допомогою введених позначень виразити подію, ймовірність появи якої необхідно знайти.
4. Якщо необхідно знайти ймовірність суми подій, з'ясувати сумісні чи несумісні розглянуті події. Якщо необхідно знайти ймовірність добутку події, з'ясувати залежні чи незалежні розглянуті події.
5. Вибрати відповідну умові задачі формулу і виконати необхідні обчислення.

<u>Ймовірність суми подій</u>

Чи відомо, що події несумісні?

- <u>так:</u>

• для двох подій:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

• для трьох подій:

$$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)$$

• для n подій:

$$P(A_1+A_2+..+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+...+P(A_n)$$

За аксіомою (властивістю адитивності 2_p) [4]

- <u>ні:</u>

• для двох подій:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

• для трьох подій:

$$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-$$
$$-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$$

для n подій:

$$P(A_1+A_2+..+A_n)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)-\sum_{1\le i<j\le n}P(A_iA_j)+$$
$$+\sum_{1\le i<j<k\le n}P(A_iA_jA_k)-...+(-1)^{n-1}P(A_1A_2...A_n)$$

<u>Ймовірність добутку подій</u>

Чи відомо, що події незалежні?

- <u>так:</u>

• для двох подій:

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B)$$

• для трьох подій:

$$P(A_1A_2A_3)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)$$

• для n подій:

$$P(A_1A_2...A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot ...\cdot P(A_n)$$

- <u>ні:</u>

• для двох подій:

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B/A)=P(B)\cdot P(A/B)$$

• для трьох подій:

$$P(A_1A_2A_3)=P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)\cdot P(A_3/A_1A_2)$$

• для n подій

$$P(A_1A_2...A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)\cdot$$
$$\cdot P(A_3/A_1A_2)\cdot ...\cdot P(A_n/A_1A_2...A_{n-1}).$$

Приклад 1^{0}. У цеху працюють 7 чоловіків і 3 жінки. За табельними номерами навмання вибирають трьох осіб. Знайти ймовірність того, що відібрані будуть всі чоловіки.

Розв'язування.

1 спосіб.

Подія A – відібрані будуть всі чоловіки. З 10 робітників, що працюють у цеху, групу з 3 робітників можна скласти C_{10}^{3} способами. Таким чином, загальна кількість результатів експерименту буде дорівнювати $C_N^n=C_{10}^3$.

Події A сприяють стільки результатів експерименту, скількома способами 7 чоловіків можуть утворити трійки без участі в них жінок. Тому будь-яка сприятлива трійка може бути утворена C_7^3 способами.

Таким чином, вважаючи усі результати експерименту рівно можливими, дістанемо: $P(A)=\dfrac{C_7^3}{C_{10}^3}=\dfrac{7}{24}\approx 0{,}29.$

Узагальнюючи цю задачу, можна замінити число 7 на M, число 3 – на n, а іншу трійку – на m. Тоді можна скористатися таблицею 2.2 А розв'язок узагальненої задачі має вигляд:

Таблиця 1

Всього		Вибрали
N=M+m= 10	Робітників	n=3
M=7	Жінок	m=3
N-M=m= 3	Чоловіків	n-m=0

$P(A)=\dfrac{C_M^m\cdot C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$, а саме

$$P(A)=\frac{C_7^3\cdot C_3^0}{C_{10}^3}=\frac{7}{24}\approx 0{,}29\,.$$

2 спосіб.

Нехай подія A з першого способу, а події A_i – i-м відібраний чоловік ($i=1,2,3$). Тоді $A=$ A_1, A_2, A_3 і за формулою множення ймовірностей маємо:

$$P(A)=P(A_1A_2A_3)=P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)\cdot$$
$$\cdot P(A_3/A_1A_2)=\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}=\frac{7}{24}\,.$$

Приклад 2. Два автобуси, для яких ймовірності вчасного приходу на фіксовану зупинки дорівнюють відповідно 0,7 і 0,8, виїхали на маршрут. Знайти ймовірність таких подій:

a^0) A – обидва автобуси приїдуть вчасно на цю зупинку;

b^0) B – обидва автобуси запізняться;

c*) C – тільки один автобус приїде вчасно;

d*) D – принаймні один автобус прийде вчасно.

Розв'язування.

Нехай подія A_i – i-й автобус приїхав на зупинку вчасно, тоді подія $\overline{A_i}$ – i-й автобус запізнився. За умовою: $P(A_1)=0{,}7$, $P(A_2)=0{,}8$, а ймовірності протилежних подій: $P(\overline{A_1})=1-0{,}7=0{,}3$; $P(\overline{A_2})=1-0{,}8=0{,}2$.

а) Подія A – обидва автобуси приїдуть вчасно, тобто $A=A_1A_2$. Враховуючи незалежність цих подій A_1 і A_2 одержимо:

$$P(A)=P(A_1A_2)=P(A_1)\cdot P(A_2)=$$
$$=0{,}7\cdot 0{,}8=0{,}56\,.$$

b) Подія B – обидва автобуси запізняться, тобто $B=\overline{A_1}\,\overline{A_2}$. Оскільки події $\overline{A_1}$ і $\overline{A_2}$ незалежні, то:

$$P(B)=P(\overline{A_1}\,\overline{A_2})=P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2})=$$
$$=0{,}3\cdot 0{,}2=0{,}06\,.$$

c) Подія C є сумою двох подій: $A_1\overline{A_2}$ – перший приїхав вчасно і другий запізниться, та $\overline{A_1}A$ – перший запізнився і другий приїхав вчасно, тобто $C=A_1\overline{A_2}+\overline{A_1}A_2$. Тоді, враховуючи несумісність подій $A_1\overline{A_2}$ і $\overline{A_1}A$ та незалежність подій співмножників, дістанемо: $P(C)=P(A_1\overline{A_2})+P(\overline{A_1}A_2)=$

$$=P(A_1)\cdot P(\overline{A_2})+P(\overline{A_1})\cdot P(A_2)=$$
$$=0{,}7\cdot 0{,}2+0{,}3\cdot 0{,}8=0{,}38\,.$$

d) Подія D – принаймні один автобус приїде вчасно. Вона є сумою подій A і C, тобто $D=A+C$. Тому, враховуючи несумісність подій A і C маємо:

$$P(D)=P(A)+P(C)=0{,}56+0{,}38=0{,}94\,.$$

Ймовірність події D можна знайти використовуючи теорему про появу принаймні однієї з двох незалежних подій. Подія D відбудеться тоді, коли відбудеться або подія A_1, або подія A_2, тобто

$$P(D)=P(A_1+A_2)=1-P(\overline{A_1}\,\overline{A_2})=$$
$$=1-0{,}06=0{,}94\,.$$

Приклад 3. Троє друзів складають тематичний залік з математики. Імовірність того, що перший учень складе тематичний залік, дорівнює 0,9; другий – 0,9; третій – 0,8. Знайти ймовірність того, що тематичний залік: a^0) складе тільки другий учень; b^0) складе тільки один учень; c^0) складуть всі три учня; d^*) складуть принаймні два; e^0) не складе жоден учень; f^*) складе принаймні один учень.

Розв'язування.

Позначимо подію A_i – i-й учень складе тематичний залік ($i=1, 2, 3$). Тоді, подія $\overline{A_i}$ – i-й учень не складе тематичний залік. За умовою: $P(A_1)=0,9$, $P(A_2)=0,9$, $P(A_3)=0,8$; а ймовірності протилежних подій відповідно дорівнюють:

$$P(\overline{A_1})=1-P(A_1)=1-0,9=0,1;$$
$$P(\overline{A_2})=1-P(A_2)=1-0,9=0,1;$$
$$P(\overline{A_3})=1-P(A_3)=1-0,8=0,2.$$

a) Подія A – тільки другий учень складе тематичний залік. Зрозуміло, що $A=\overline{A_1}A_2\overline{A_3}$ – сумісне виконання трьох подій, які полягають у тому, що тільки другий учень складе залік, а два інших не складуть. Враховуючи, що події $\overline{A_1}, A_2, \overline{A_3}$ незалежні, отримаємо:

$$P(A)=P(\overline{A_1}A_2\overline{A_3})=P(\overline{A_1})\cdot P(A_2)\cdot P(\overline{A_3})=$$
$$=0,1\cdot 0,9\cdot 0,2=0,018.$$

b) Подія B – тільки один учень з трьох складе залік. Тобто, подія B відбудеться, якщо тільки перший учень складе залік, або тільки другий учень складе залік, або тільки третій учень складе залік. Отже, враховуючи, що три останні події попарно-несумісні, дістанемо:

$$P(B)=P\left(A_1\overline{A_2}\overline{A_3}+\overline{A_1}A_2\overline{A_3}+\overline{A_1}\overline{A_2}A_3\right)=$$
$$=0,9\cdot 0,1\cdot 0,2+0,1\cdot 0,9\cdot 0,2+0,1\cdot 0,1\cdot 0,8=$$
$$=0,044.$$

c) Нехай подія C – всі три учня складуть залік. Тоді:

$$P(C)=P(A_1A_2A_3)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)=$$
$$=0,9\cdot 0,9\cdot 0,8=0,648.$$

d) Нехай подія D – принаймні два учні складуть тематичний залік („не менше двох" учнів). Зрозуміло, що подія D означає, що залік складуть або два учні, або всі три. Тоді:

$$P(D)=P\left(A_1A_2\overline{A_3}+A_1\overline{A_2}A_3+\overline{A_1}A_2A_3+A_1A_2A_3\right)=$$
$$=0,9\cdot 0,9\cdot 0,2+0,9\cdot 0,1\cdot 0,8+0,1\cdot 0,9\cdot 0,8+$$
$$+0,9\cdot 0,9\cdot 0,8=0,954.$$

e) Нехай подія E – жоден з учнів не складе заліку. Тоді:

$$P(E)=P\left(\overline{A_1}\overline{A_2}\overline{A_3}\right)=P\left(\overline{A_1}\right)\cdot P\left(\overline{A_2}\right)\cdot P\left(\overline{A_3}\right)=$$
$$=0,1\cdot 0,1\cdot 0,2=0,002.$$

f) Нехай подія F – принаймні один учень складе тематичний залік (іншими словами – „не менше ніж один" учень складе залік). Подія F являє собою суму подій B (яка включає три доданків) і D (чотири доданка), таким чином $F=A_1+A_2+A_3=B+D$ (сім доданків). Однак простіше знайти ймовірність події F, якщо перейти до протилежної події $\overline{F}=E$ – жоден з учнів не складе заліку, яка включає лише один варіант. Тоді:

$$P(F)=P(A_1+A_2+A_3)=1-P\left(\overline{F}\right)=$$
$$=1-P(E)=1-0,002=0,998.$$

Приклад 4*. Імовірність того, що за результатами чотирьох незалежних випробувань подія A відбудеться принаймні один раз дорівнює 0,4. Знайти ймовірність того, що подія A відбудеться у першому випробуванні. Імовірність відбування події А у кожному випробуванні однакова.

Розв'язування.

A_i – подія A відбулася в i-му випробуванні, відповідно $P(A_i)=p$;

$\overline{A_i}$ – подія A не відбулася в i-му випробуванні, відповідно $P(\overline{A_i})=1-p$;

B – подія A відбулася принаймні один раз, у 4-х випробуваннях $P(B)=0,4$;

$\overline{B}$ – подія A не відбулася, у 4-х випробуваннях жодного разу $\overline{B}=\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}\,\overline{A_4}$.

Тоді:

$$P(B)=1-P\left(\overline{B}\right)=1-P\left(\overline{A_1}\overline{A_2}\overline{A_3}\overline{A_4}\right)=$$
$$=1-P\left(\overline{A_1}\right)P\left(\overline{A_2}\right)P\left(\overline{A_3}\right)P\left(\overline{A_4}\right)=$$
$$=1-(1-p)(1-p)(1-p)(1-p)=1-(1-p)^4;$$

$1-(1-p)^4=0,4;\ (1-p)^4=0,6;$

$1-p=\sqrt[4]{0,6};$

$p=1-\sqrt[4]{0,6}\approx 1-0,88\approx 0,12.$

Приклад 5.** Пакети акцій, які маються на ринку цінних паперів, можуть дати прибуток власнику з імовірністю 0,5 для кожного пакета, не залежно від інших пакетів. Скільки пакетів акцій різних фірм необхідно придбати, щоб з імовірністю, не меншою 0,999, можна було чекати прибуток принаймні по одному пакету акцій?

Розв'язування. Нехай подія A_i – прибуток по *i*-му пакету акцій (*i=1, 2, ..., n*), а подія $\overline{A_i}$ – відсутність прибутку по *i*-му пакету акцій. Відповідні ймовірності дорівнюють: $P(A_i)=0,5$; $P(\overline{A_i})=1-0,5=0,5$.

Подія A – прибуток принаймні по одному з n пакетів акцій: $A=A_1+A_2+...+A_n$.

Тоді $P(A)=P(A_1+A_2+...+A_n)$.

Використаємо теорему про ймовірність настання принаймні однієї з n незалежних подій:

$$P(A)=P(A_1+A_2+...+A_n)=1-P(\overline{A}_1\overline{A}_2...\overline{A}_n)=$$
$$=1-P(\overline{A}_1)\cdot P(\overline{A}_2)\cdot...\cdot P(\overline{A}_n)=$$
$$=1-\underbrace{0,5\cdot 0,5\cdot...\cdot 0,5}_{n}=1-0,5^n.$$

За умовою задачі $P(A)\geq 0,999$, отже $1-0,5^n\geq 0,999$, $0,5^n\leq 0,001$. Логарифмуємо обидві частини нерівності, за основою 10, враховуючи $10>1$: $\lg 0,5^n\leq \lg 0,001$, $n\lg 0,5\leq -3$, оскільки $\lg 0,5\leq 0$, то $n\geq \frac{-3}{\lg 0,5}$, $n\geq 9,96$ тобто $n\geq 10$. Отже, необхідно придбати не менше 10 пакетів акцій різних фірм.

Приклад 6.** Дано значення: $P(\overline{\overline{AB}})=0,7$; $P(A\overline{B})=0,4$; $P(\overline{A}B)=0,2$. Довести, що події A і B залежні. Обчислити $P(A/B)$ та $P(B/A)$.

Розв'язування.

Події залежні, якщо

$$P(AB)\neq P(A)\cdot P(B).$$

Оскільки події $AB, A\overline{B}, \overline{A}B, \overline{A}\overline{B}$ утворюють повну групу подій, то $P(AB)+P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)+P(\overline{A}\overline{B})=1$

Звідси, враховуючи що $P(A\overline{B})=0,4$; $P(\overline{A}B)=0,2$ і $P(\overline{A}\overline{B})=1-P(\overline{\overline{AB}})=1-0,7=0,3$ отримаємо $P(AB)=0,1$.

Оскільки $A=AB\cup A\overline{B}$, до того ж AB і $A\overline{B}$ несумісні події, то $P(A)=0,1+0,4=0,5$.

Оскільки $B=AB\cup \overline{A}B$, до того ж AB і $\overline{A}B$ несумісні події, то $P(B)=0,1+0,2=0,3$.

Отже

$0,1=P(AB)\neq P(A)\cdot P(B)=0,5\cdot 0,3$, тобто події A і B залежні.

$$P(A/B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0,1}{0,3}=\frac{1}{3};$$
$$P(B/A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0,1}{0,5}=\frac{1}{5}.$$

Відповідно переліченим принципам розроблена система задач. Поряд з традиційними типами задач [3,5,6,9], до неї увійшли задачі, які відсутні у діючих шкільних підручниках [1,2], але мають важливе значення в процесі вивчення даної змістової лінії. Тематика традиційних типів задач розширена, фабула переважної більшості змінена.

Система побудована за принципом взаємозамінності і мінімальності, але не виключається можливість її розширення.

Задачі системи відрізняються не тільки за фабулою (практичним змістом задачі) та математичним апаратом, що використовується при їх розв'язанні, а й за складністю. Вони поділені за трьома рівнями складності.

Деякі з них можна використовувати для мотивації нового навчального матеріалу, інші – для з'ясування рівня засвоєння учнями основних понять змістової лінії. Включені прикладні задачі, які будуть сприяти активізації пізнавальної діяльності учнів та підвищенню їхнього інтересу до предмету, до своєї майбутньої спеціальності.

Для кожної теми нами розроблена система індивідуальних задач, яка відповідає визначеним принципам. Дана система може бути використана як при виконанні домашніх завдань, так і для самостійних робіт.

Задачі для самостійного розв'язування можна використовувати для індивідуальної роботи з обдарованими дітьми або учнями, які цікавляться математикою.

1. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для 11 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закл. освіти / М.І.Шкіль, Т.В.Колесник, Т.М.Хмара. – К.: Освіта, 2001. – 311с.

2. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів / М.І.Шкіль, З.І.Слєпкань, О.С.Дубинчук. – К.: Зодіак - ЕКО, 2002. – 384с.

3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей. – М.: Высш. шк., 1985. – 400с.

4. Жалдак М.І., Михалі Г.О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою: Посібник для вчителів / Спеціальний випуск: Додаток до газети «Інформатика» № 29-30 (365-366), серпень 2006. – К.: Шкільний світ, 2006. – 119с.

5. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. – М.: ЮНИТА-ДАНА, 2000. – 543с.

6. Лютикас В.С. Факультативный курс по математике. Теория вероятностей: Учеб. пособие для 9-11 кл. средней шк.– 3-е изд. перераб. –М.: Просвещение, 1990. – 160с.

7. Плоцки А. Вероятность в задачах для школьников: Кн. для учащихся. – М.: Просвещение, 1996. – 191с.

8. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512с.

9. Слєпкань З.І., Соколовська І.С. Методика вивчення елементів комбінаторики. Початків теорії ймовірностей і вступ до статистики: Посібник для вчителів / Спеціальний випуск: Додаток до газети «Математика» № 29-30 (281-282), серпень 2004. – К.: Шкільний світ, 2005. – 112с.

10. Соколенко Л.О. Збірник прикладних задач з алгебри і початків аналізу 10-11 кл.: Навч.-метод. посібник для вчителів і учнів 10-11 кл. середньої школи, ліцеїв та гімназій фізико-математичного спрямування. – К.: Тираж, 1997. – 127с.

Резюме. **Трунова Е.В. СИСТЕМА ЗАДАЧ НАЧАЛ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ВВЕДЕНИЯ В СТАТИСТИКУ И МЕТОДИКА ИХ РЕШЕНИЯ.** *В статье рассмотрены основные принципы построения системы задач начал теории вероятностей и введения в статистику в лицеях и классах с углубленным изучением математики и методика их решения.*

Summary. **Trunova O. SYSTEM OF PROBLEMS OF THE BEGINNINGS OF THEORY OF PROBABILITY AND INTRODUCTION TO STATISTICS AND THE TECHNIQUE OF THEIR DECISION.** *In article main principles of construction of system of problems of the beginnings of Theory of probability and introduction to Statistics in lyceums and classes with the profound studying of Mathematics and a technique of their decision are considered.*

Надійшла до редакції 28.10.2006 р.

ОСОБЛИВОСТІ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ТЕОРЕТИЧНОМУ МАТЕРІАЛУ З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ СТУДЕНТІВ ВНЗ

Л.С.Пуханова,
викладач,
Донецький державний університет економіки і торгівлі
ім. М.Туган-Барановського,
м.Донецьк, УКРАЇНА

У статті йдеться про нові підходи в методиці вивчення теоретичного матеріалу по теорії імовірностей і математичній статистиці у вищих навчальних закладах.

Однією з форм навчання теоретичного матеріалу в вищій школі є лекція. Власний досвід та результати експерименту дають підставу стверджувати, що це є ефективна форма організації навчального процесу. Ця думка знаходить обґрунтування в дослідженнях А.М.Алексюка, А.І.Богомолова, Є.С.Вентцеля, Б.В.Гнеденка, Л.В.Канторовича, А.Г.Пінскера та ін.

Основне призначення лекції – це гнучке управління навчально-пізнавальною діяльністю студентів. Лекційний метод посідає провідне місце в системі активізації навчального процесу, що є актуальним питанням сьогодення, коли впроваджується європейська система організації навчання.

Мета даної статті: познайомити з перевіреною досвідом методикою навчання теоретичному матеріалу з теорії ймовірностей і математичної статистики студентів ВНЗ, підґрунтям якої є дослідження методистів-математиків М.І.Жалдака, Н.М.Кузьміної, С.Ю.Берлінської [1], Г.О.Михаліна [2]. На даний момент, на жаль, у періодичних виданнях, науково-педагогічній літературі немає широко оприлюднених матеріалів стосовно нових підходів в навчанні теоретичного матеріалу з теорії ймовірностей і математичної статистики.

Підвищення ефективності процесу засвоєння студентами теоретичного матеріалу вимагає від викладача виконання наступних завдань.

По-перше, організацію вивчення теоретичного матеріалу варто розпочинати з логіко-дидактичного аналізу провідних тем. Тема програми з теорії ймовірностей і математичної статистики є дидактичною одиницею навчального матеріалу, що дозволяє розкрити логічний зміст взаємопов'язаних між собою питань; з'ясувати обґрунтування розглядуваних фактів; чітко сформулювати мету вивчення теми в цілому та основних питань; намітити можливі ефективні варіанти реалізації форм, методів і засобів навчання; запропонувати систему контролю й оцінки засвоєної системи знань.

По-друге, виконуючи логіко-дидактичний аналіз теми, необхідно розкрити професійну значущість відповідного матеріалу, сформулювати основні результати вивчення теоретичної частини теми: види означень з їх логічними структурами, види теорем, специфіку методів їх доведення, типологію ймовірносно-статистичних задач.

По-третє, суттєвою особливістю є добір та з'ясування засобів і методів навчання, що в певній мірі залежить від рівня навченості та научуваності студентів. Методи і прийоми навчання доцільно варіювати за видами діяльності викладача й студентів відповідно поставленої мети і змісту навчального матеріалу.

Важливим етапом в процесі навчання теоретичного матеріалу є ґрунтовна, некваплива робота з означеннями математичних понять та введенням нових термінів.

Проаналізуємо формування ймовірносно-статистичних понять через призму розвиваючого навчання, розглянувши фрагмент лекції „Стохастичний експеримент. Основні поняття теорії ймовірностей та математичної статистики. Алгебра подій”.

Враховуючи те, що перші уявлення з ймовірності студенти вже одержали у школі на уроках математики, вважаємо за необхідне здійснювати вивчення теоретичного матеріалу з теорії ймовірностей і математичної статистики не тільки на інтуїтивному рівні, а й паралельно формувати уявлення про сучасний аксіоматичний метод побудови теорії ймовірностей. Це можна зробити наступним чином.

Згідно з теоретико-множинним підходом, кожному стохастичному експерименту, результати якого є непередбачуваними, ставимо у відповідність певну множину Ω його можливих наслідків. Ця множина Ω (скінчена або нескінчена) називається множиною або простором елементарних подій та являє собою математичну модель експерименту. Елементи ω_i множини Ω називають елементарними подіями. В кожному випробуванні (проведенні експерименту) має місце один єдиний наслідок – відбувається лише одна елементарна подія із множини Ω. Іншими словами, в результаті випробування із множини Ω немов би вибирається один єдиний елемент. Тим самим встановлюється взаємно однозначна відповідність між елементами розглядуваної множини й елементарними подіями, що дає підстави розглядувану множину елементів і відповідну множину елементарних подій вважати еквівалентними.

Поняття „елементарна подія” та „множина елементарних подій” належать до основних понять теорії ймовірностей. Ці первинні поняття не означаються, тобто не визначаються через простіші поняття аналогічно до того, як в теорії множин до основних понять належить поняття елемента множини, в геометрії – поняття точки, прямої, площини і т.д.

Нехай Ω – множина елементарних подій, що відповідає певному експерименту. З кожним стохастичним експериментом можна пов’язати певну сукупність подій, які відбуваються в даному експерименті. При цьому подія ототожнюється з певною підмножиною множини елементарних подій Ω. Отже, деяку підмножину A множини Ω називають подією або випадковою подією. Елементарні події, що визначають деяку подію A, називають випадками або наслідками випробування, які сприяють появі події A. Якщо в результаті випробування відбулася елементарна подія ω, яка належить множині A ($\omega \in A$), то говорять, що подія A відбулася. Після з'ясування сутності події, доцільно акцентувати увагу студентів на тому, що сукупність подій, яка пов'язана з даним стохастичним експериментом, повинна задовольняти характеристичні властивості:1) якщо A подія, то $\overline{A}$ також подія; 2) Ω завжди є подією; 3) якщо A_i – події, то $\cup A_i$ також події. З характеристичних властивостей випливають усі інші властивості подій.

Далі, аналогічно, сформувати на конкретних прикладах (використовуючи відносні частоти) сутність поняття ймовірності події. При цьому слід знову зробити акцент на характеристичних властивостях ймовірності:

1) $P(A) \geq 0$; 2) $P(\sum A_i) = \sum P(A_i)$, коли події A_i ($i \in \overline{1,n}$, або $i \in \mathbb{N}$) попарно несумісні; 3) $P(\Omega) = 1$.

З цих характеристичних властивостей випливають усі інші властивості ймовірностей. Характеристичні властивості ймовірностей такі самі, як і характер-ристичні властивості площі, об'єму, маси, кількості елементів тощо. Саме тому ймовірність визначається за допомогою своїх характеристичних властивостей і при цьому дістають дійсно означення, яке задовольняє усі можливі теоретичні та практичні ситуації, пов'язані з поняттям ймовірності. У цьому суттєва відмінність справжнього означення ймовірності від хибного означення, яким по суті є так зване „класичне означення ймовірності”. З останнім можна пов'язати лише частинний випадок: коли простір $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\ldots,\omega_n\}$ – скінчений, подією A є кожна підмножина Ω, а $P(\omega_k)=\frac{1}{n}$ для будь якого $k=\overline{1,n}$. Тільки тоді $P(A)=\frac{m}{n}$, де m – кількість елементарних подій, що сприяють події A, а n – загальна кількість елементарних подій.

В процесі формування ймовірносно-статистичних понять глибшому зрозумінню та усвідомленню їх суті допомагає *графічне представлення* ймовірносно-статистичного матеріалу, яке доцільно здійснювати за допомогою комп'ютерних технологій. Наприклад, для кращого розуміння операцій над подіями використовуємо умовні графічні зображення, представляючи вірогідну подію Ω, як прямокутник, а всі інші події – як кола. Тоді операції над подіями можуть бути представлені у вигляді діаграм Джона Венна (рис. 1), де результати операцій зображені у вигляді заштрихованих фігур.

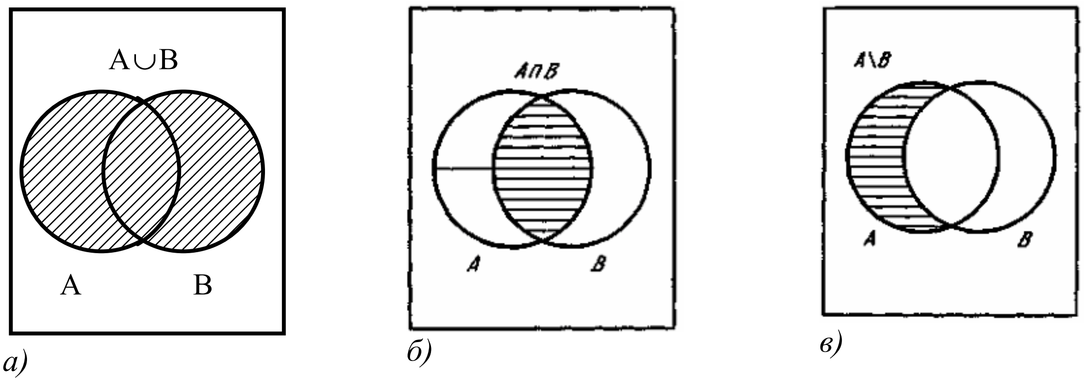


Рис. 1. Теоретико-множинна модель операцій подій: а) сума (об’єднання) подій; б) добуток (перетин) подій; в) різниця подій

Теоретико-множинна інтерпретація протилежних подій відповідно має вигляд (рис. 2):

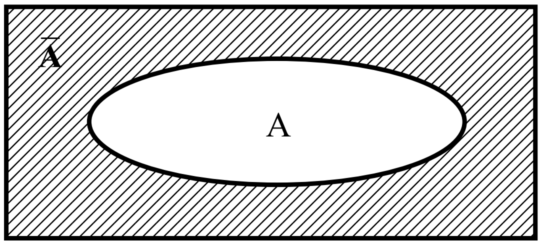


Рис. 2 .Теоретико-множинна модель протилежних подій

В процесі подання теоретичного матеріалу вважаємо доцільним зосереджувати увагу на класифікації теорем: чи є вони ознаками, властивостями або критеріями понять, необхідними або достатніми умовами. Мається на увазі, що різного роду наближені судження не повинні видаватися за строгі доведення, а точні означення понять підмінятися розпливчатим описом. Навпаки, викладач зобов'язаний звертати увагу студентів на те, що ті чи інші із сформульованих тверджень залишаються ним без доведень, а деякі поняття – без визначень; хоча кількість таких понять у курсі „Теорія ймовірностей та математична статистика” повинна бути мінімальною. Разом з тим, із відведеної на дисципліну кількості годин недоцільно витрачати їх на доведення складних теорем. Але пропонуючи деякі теореми без доведення, необхідно обов’язково прагнути, щоб студенти не засвоювали їх формально, а добре розуміли суть та вміли ними користуватися. Слід зауважити, що часто буває доцільним дати студентам ідею доведення, не приводячи її повністю з усіма перетвореннями й оцінками. Наприклад, теореми додавання і множення ймовірностей, рівняння Колмогорова (теорія марковських випадкових процесів), формула повної ймовірності, формула Байєса та ін.

1. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Берлінська С.Ю. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційної технології. – К.: Вища школа, 1995. – 352с.

2. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп’ютерною підтримкою: Посібник для вчителів. – К.: НПУ ім.М.П.Драгоманова, 2000. – 70с.

3. Крылова Т.В. Пути повышения математической подготовки в школах и вузах // І науково-методична конференція “Методи удосконалення математичної освіти у школах та вузах”: Севастополь (2–6 жовт. 1995р.). – Севастополь: СГПУ, 1995. – С.7.

4. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. – К.: НПУ, 2000. – 210с.

Резюме. **Пуханова Л.С. ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОМУ МАТЕРИАЛУ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ СТУДЕНТОВ ВУЗ.** *В статье идет речь о новых подходах в методике изучения теоретического материала по теории вероятностей и математической статистике в высших учебных заведениях.*

Summary. **Puhanova L. THE PARTICULARITIES OF TEACHING THEORETICAL MATERIAL IN THE THEORY OF PROBABILITIES AND MATHEMATICAL STATISTICS IN THE HIGH SCHOOL.** *In the article speech goes about new approaches in the method of study of theoretical material on the theory of chances and mathematical statistics in higher educational establishments.*

Надійшла до редакції 17.09.2006 р.

СИСТЕМЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СТУДЕНТОВ-БИОЛОГОВ: ТЕХНОЛОГИЯ СОЗДАНИЯ И ОБУЧЕНИЯ

Е.В.Хорольская,
старший преподаватель,
О.И.Нескреба,
студент,
Донецкий национальный университет,
г. Донецк, УКРАИНА

В курсі математики для біологів розділ теорії ймовірностей традиційно вважається найбільш важким, хоча завдання цього курсу найбільш наближені до прикладних задач біологічного характеру. В роботі наведені прийоми створення та навчання розв'язанню професійно-орієнтованих задач, які допускають використання імовірнісного апарату.

В связи с практическими задачами биологии возникает необходимость построения моделей процессов, содержащих параметры, а также их исследование. Некоторые профессионально-ориентированные задачи для студентов-биологов естественно рассматривать как модели прикладных процессов, допускающих их решение с применением вероятностно-статистического аппарата.

Существует ряд положений, связанных с понятием математической модели, а именно: схожесть реального объекта и модели; идеализация, схематизация этого объекта при переходе к модели; игнорирование свойств объекта, которые являются несущественными для исследования, которое проводится; фундаментальная роль гипотез при построении моделей одного и того же объекта; требование адекватности свойств объекта, который исследуется и требование простоты модели; противоречивость этих требований, принципиально приближенный характер модели [1]. Успешность работы по математическому моделированию зависит от умения учитывать указанные выше положения, а также элементов математического моделирования:

1) замена исходных терминов выбранными математическими эквивалентами;

2) оценка полноты исходной информации и введение при необходимости недостающих числовых данных;

3) выбор точности числовых значений, соответствующих смыслу задачи;

4) выявление возможности для получения данных для решения задачи на практике [2].

Необходимо ставить студента в ситуацию, требующую формализации прикладной ситуации и интерпретации математических понятий и утверждений в терминах соответствующих биологии. При этом целесообразно обсуждение вопросов, связанных с исследованием данной модели:

- вопрос существования решений данной модели;
- вопрос о единственности решения; поиск условий, обеспечивающих единственность решения;
- как влияет на решение изменение тех или иных параметров модели; исследование модели на устойчивость;
- выявление, в зависимости от параметров, содержательных свойств и особенностей модели и ее решений (экстремумы, области монотонности, симметрия, ограниченность и т.д.);
- исследование граничного поведения модели при предельном изменении ее параметров;
- вопрос упрощения модели;
- выбор оптимального решения [3].

Приведем пример биологической задачи, решение которой требует применения вероятностно-статистического аппарата, что позволяет развивать умение моделирования реальных процессов окружающего мира.

Например, проверяется на эффективность некоторое лекарство, понижающее кровяное давление. Имеется группа из n человек, которым измеряется давление до приема лекарства и после. Соответственно получены две последовательности чисел: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ и $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ [4].

Полагаем, что i-ое событие закончилось успехом, если $y_i \le x_i$ и закончилось неудачей, если $y_i > x_i$. Таким образом, в каждом испытании имеется всего два возможных исхода. Если бы лекарство не являлось эффективным, то n испытаний можно считать производящимися по схеме Бернулли с постоянной вероятностью успеха в одном испытании p=0,5.

Число успехов в n испытаниях – это случайная величина Z, имеющая биномиальное распределение.

Z	0	2	3	…	n
P	P_0	P_1	P_2	…	P_n

Где $P_m = C_n^m p^m q^{n-m} = C_n^m (0.5)^n$

Если в эксперименте произойдет существенно большее число успехов, чем предусмотрено соответствующей вероятностью, то данный факт следует рассматривать как свидетельство эффективности лекарства.

Качественная подготовка студентов-биологов требует целого банка профессионально-ориентированных задач. Для создания систем таких задач было проанализировано и структурировано содержание математических дисциплин для студентов-биологов.

Анализ показал, что большинство тем в курсе теории вероятностей не содержали достаточного количества задач биологического содержания. Анализ учебно-методической и научной литературы показал, что задачи, приводимые большинством авторов, охватывают в основном лишь разделы курса статистики. В то же время разделы, относящиеся к курсу теории вероятностей, на понятиях которых базируются понятия статистики, содержат ограниченное количество задач биологического содержания. Для создания систем задач, способствующих развитию исследовательских умений, были применены: метод вариации и морфологический метод конструирования задач [8].

Приведем пример построенных при помощи данных методов задач. Исходной задачей была взята:

В инфекционном отделении 20 больных дифтерией, 6 больных паротитом и 4 больных корью. Вероятность быстрого выздоровления для больного дифтерией – 0,9, для больного паротитом – 0,8 и для больного корью – 0,75. Найти вероятность того, что больной, выбранный наудачу, быстро выздоровеет? [5]

Данная задача допускает возможность вариации вопроса. Например, в инфекционном отделении 20 больных дифтерией, 6 больных паротитом и 4 больных корью. Вероятность быстрого выздоровления для больного дифтерией – 0,9, для больного паротитом – 0,8 и для больного корью – 0,75. Найти вероятность того, что больной, выбранный наудачу, медленно выздоровеет.

Модификация условия задачи дает возможность вновь варьировать постановку вопроса. Например:

а) Найти вероятность того, что быстро выздоровевший больной, выбранный наудачу, был болен дифтерией;

б) Найти вероятность того, что быстро выздоровевший больной, выбранный наудачу, был болен паротитом;

в) Найти вероятность того, что быстро выздоровевший больной, выбранный наудачу, был болен корью;

г) Найти вероятность того, что медленно выздоровевший больной, выбранный наудачу, был болен дифтерией;

д) Найти вероятность того, что медленно выздоровевший больной, выбранный наудачу, был болен паротитом;

е) Найти вероятность того, что медленно выздоровевший больной, выбранный наудачу, был болен корью.

Полученные таким образом задачи являются подобными, и поэтому могут быть включены в содержание практических, контрольных и индивидуальных заданий, обеспечивая разнообразие вариантов.

Задачи, составляющие систему, направлены на формирование и развитие многих исследовательских приемов. Однако, модифицируя задачу, можно делать упор на тот или иной прием.

Рассмотрим задачу: в некотором коллективе мужчин и женщин поровну. Среди мужчин курящих 30%, среди женщин курящих 10%. Наугад выбранное лицо курит. Найти вероятность того, что им является мужчина.

Для решения данной задачи используются не только общие, но специальные эвристические приемы, такие как «Моделируй», «Нарисуй картинку», «Исследуй по частям» [6].

Модификация задачи (в некотором коллективе мужчин и женщин поровну. Среди мужчин курящих 30%, среди женщин курящих 10%. Наугад выбранное лицо курит. Каков процент курильщиков в коллективе) направлена на формирование также эвристики «Обобщай».

Следующая модификация (в некотором коллективе мужчин 60% и женщин 40%. Среди мужчин курящих 30%, среди женщин курящих 10%. Найти во сколько раз мужчин курильщиков больше, чем женщин курильщиков) направлена еще и на эвристику «Сравнивай».

Подобрав такими приемами, достаточное количество учебных задач по различным темам курса и объединив их в системы, можно организовать процесс обучения решению профессионально-ориентированных задач, допускающих применение вероятностного аппарата.

Задачи должны быть сформулированы так, чтобы их решение требовало использования определенных мыслительных приемов, способствовало лучшему пониманию теоретических положений, активизации умственной деятельности студента.

Формы организации обучения могут быть выбраны следующим образом: после прослушивания лекционного материала и проведения практического занятия, на котором решаются задачи биологического содержания, отрабатываются основные теоретические понятия, определения и теоремы. Студентам группы в начале занятия предлагается набор задач по теме, и они самостоятельно их решают. Преподаватель при этом проверяет и консультирует каждого студента отдельно. Данная форма организации практического занятия предусматривает индивидуальный подход к каждому студенту, позволяет предлагать более сильным из них задания повышенной сложности.

Апробация предложенной технологии обучения проводились на кафедре биофизики Донецкого национального университета в группах студентов специальности «Биофизика».

Контроль успеваемости является неотъемлемой частью учебного процесса и способствует успешной СРС. Текущий контроль строился на использовании тестов по каждой пройденной теме [7].

Во внеурочное время студентам предлагался набор тестовых заданий по теме, содержащий как теоретические вопросы, так и практические задачи.

Для тестирования была использована тестовая оболочка, допускающая вопросы со множественными вариантами ответов, а также генерирующая каждому студенту свой индивидуальный набор заданий заданной сложности по выбранной теме. Это позволило не только преподавателю, но и студенту объективно контролировать усвоение учебного материала.

После прохождения теста происходило подведение итогов работы каждого студента и обсуждение возникших при этом вопросов, что значительно активизировало работу каждого студента: выяснялись и сразу же корректировались результаты обучения. Таким образом, обучаемый получал именно ту помощь, в которой нуждался.

После завершения консультации каждому студенту выдавался индивидуальный набор заданий, направленных на отработку допущенных ошибок. Это позволило по-новому организовать самостоятельную работу и консультации.

Одним из положительных факторов явилось повышение интереса к изучаемому материалу, более осознанное усвоение основных понятий курса, повышение интереса к математическому моделированию реальных биологических процессов, желание самостоятельно овладевать учебным материалом, находить междисциплинарные связи, формулировать задачи и цели исследований. Следует отметить также активизацию совместной работы и взаимопомощи студентов по обсуждению задач, которые вызвали особый интерес или трудности в решении и дальнейшей работы по ликвидации пробелов в знаниях.

На наш взгляд, такая технология более прогрессивна, поскольку предусматривает не только индивидуальный подход, но и способствует формированию и развитию навыков решения профессионально-ориентированных биологических задач различной сложности, более активному вовлечению студентов в обсуждение нового материала на лекциях, что в свою очередь приводит к пополнению банка профессионально-ориентированных заданий и к дальнейшему совершенствованию обучения.

1. *Нічуговська Л.І. Математичне моделювання в системі економічної освіти: Монографія/ Л.І.Нічуговськая. – Полтава: РВВ ПУСКУ, 2003. - 272с.*

2. *Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя/ Н.А.Терешин. – М.:Просвещение, 1990.-96с.*

3. *Карлащук А.Ю. Формирование исследовательских учений школьникоа в процес се решения математических задач с параметрами: Дисс. канд.. пед. наук (13.00.02)/А.Ю. Карлащук.-К.: КНУ, 2001. – 198с.*

4. *Медик В.А., Токмачев М.С., Фишман Б.Б. Статистика в медицине и биологии: Руководство. В 2-х томах / Под ред. Ю.М.Комарова. Том 1. Теоретическая статистика.- М.: Медицина, 2000.- 412с.*

5. *Гроссман С., Тернер Дж. Математика для биологов: Пер. с англ.: / Предисл. и коммент. Ю.М.Свирежева. – М.: Высш. Школа, 1983. – 383с.*

6. *Саранцев Г.И. Эвристики в обучении доказательству/ Саранцев Г.И // Труды международной дистанционной конференции «Эвристические методы в обучении математики» – Донецк: ТЕАН, 1997. – С.9-10.*

7. *Резниченко Л.А. Самостоятельная работа студентов как один из методов активного обучения / Регион. научн.- метод, конф. 22 февраля 2001 г. – Харьков, 2001. – С. 197-199.*

8. *Хорольська О.В., Єрьоменко Є.В., Філатов К.Б. Морфологічне конструювання та оптимізація тестових завдань//Тези доп. IV Міжвузівська наук.- практ. конф. "Нові інформаційні технології в навчальному процесі загальноосвітньої школи та вузу" (Київ, 15-18 листопада 1995 р.). – К., 1995. – С.99-100.*

Резюме. **Хорольская Е.В., Нескреба О.И. СИСТЕМЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СТУДЕНТОВ-БИОЛОГОВ: ТЕХНОЛОГИЯ СОЗДАНИЯ И ОБУЧЕНИЯ.** *В курсе математики для биологов раздел теории вероятности традиционно считается наиболее сложным, хотя задачи этого курса наиболее приближены к прикладным задачам биологического характера. В работе показаны приемы создания и обучения решению профессионально-ориентированных биологических задач, допускающих применение вероятностного аппарата.*

Summary. **Horolskaya H.V., Neskreba O.I. SYSTEMS OF PROFESSIONALLY-GUIDED PROBLEMS FOR STUDENTS OF BIOLOGICAL SPECIALIZATIONS: TECHNOLOGY OF INVENTION AND STUDYING.** *Theory of Possibility is the hardest part of the Math course for students of biological specializations, though problems of this course are mostly related to real biological problems. Ways of inventing professionally-guided problems which can be solved with the help of the Theory of Possibility and ways of studying them are shown in the work.*

Надійшла до редакції 24.10.2006 р.

О РЕАЛИЗАЦИИ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ ВУЗОВСКОГО КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ПРИ ИЗЛОЖЕНИИ ТЕМЫ «ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННЫХ В ДВОЙНОМ ИНТЕГРАЛЕ»

П.П.Барышовец,
кандидат физ.-мат. наук, доцент,
Национальный авиационный университет,
Н.Н.Билоцкий,
кандидат физ.-мат. наук, доцент,
Национальный педуниверситет им. М.П. Драгоманова,
г. Киев, УКРАИНА

Стаття присвячена методиці проведення лекцій з вищої математики в контексті удосконалення внутрішньопредметних зв'язків на прикладі теми «Заміна змінної в подвійному інтегралі».

Реализация с максимально возможной полнотой внутрипредметных связей [3,4,5,6] в учебных программах и учебниках по высшей математике – одно из средств повышения эффективности высшего образования. Постоянное внимание методической науки к развитию внутрипредметных связей – одно из важных направлений дидактического усовершенствования преподавания курса высшей математики. В границах одного раздела и, тем более, в границах отдельной темы раздела курса высшей математики разнообразные связи реализованы в результате развития математики, как науки, так и усовершенствования методики изучения отдельных тем математики. Но связи между разными разделами и направлениями в рамках курса высшей математики в процессе обучения математике сегодня реализованы очень мало и имеют не систематический, спорадичный, фрагментарный характер. Стараясь излагать курс математического анализа в максимально замкнутом виде, привлекают минимум сведений из других разделов высшей математики, в частности, вузовского курса алгебры. Последнее, на наш взгляд, с точки зрения единства математической науки и вечной цели повышения результативности всего процесса изучения математики в высшей школе, противоестественно. Это является одной из причин того, что сегодня не малая часть студентов высших учебных заведений часто воспринимают высшую математику как сборник мало связанных между собою фактов, рекомендаций. Фрагменты информации, связи между которыми не ощущается, осмысливается и запоминается хуже. Учитывая это внутрипредметные связи между различными направления курса высшей математики (например, алгебры и геометрии, алгебры и математического анализа и т.п.), по нашему мнению, заслуживают внимания в методике преподавания вузовского курса высшей математики.

Доказательство теоремы о замене переменных в двойном интеграле в курсе математического анализа связано с известными методическими трудностями. Обычно при ее изучении жертвуют строгостью ради доступности изложения с одной стороны. Другой путь состоит в наложении дополнительных ограничений на отображение, производящее замену переменных.

В настоящем сообщении предлагается вариант более тесной связи теории матриц и определителей с математическим анализом при одновременной попытке снять дополнительное ограничение, взятое при выводе формулы замены переменных в [1] и требующее непрерывной дифференцируемости обратного отображения, что приносит определённые выгоды. Тем самым реализуется попытка максимально привлечь факты из вузовского курса алгебры. При этом в само доказательство теоремы вносятся незначительные изменения; в качестве вспомогательных утверждений используются свойства регулярных отображений плоских областей и, в частности, теорема 5.1 [2, стр. 333]. Доказательство этой теоремы, взятое для случая *n=2*, записывается на матричном языке и использует обычные определения непрерывности и дифференцируемости функции.

1. РЕГУЛЯРНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ПЛОСКИХ ОБЛАСТЕЙ

Рассмотрим несколько подробнее вопрос о свойствах регулярных отображений.

Определения и результаты этого пункта дословно переносятся на трехмерный и $n-$мерный случаи. Напомним, что областью называется всякое связное открытое множество.

Определение: Пусть задана область $H \subset R^2$. Отображение $F: H \to R^2$, задаваемое системой функций

$$\left.\begin{aligned} u &= f_1\left(\overline{x}\right) \\ v &= f_2\left(\overline{x}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где $\overline{x} = \left(x_1, x_2\right) \in H$, называется регулярным в области *H*, если функции f_1 и f_2 имеют в области H непрерывные частные производные первого порядка по x_1 и x_2, причем определитель (определитель Остроградского-Якоби или якобианом отображения (1)):

$$I_F\left(\overline{x}\right) = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{vmatrix} \qquad (2)$$

отличен от нуля в этой области *H*.

Рассмотрим сначала простейшие свойства регулярных отображений.

Лемма 1. Регулярное отображение является непрерывным отображением.

Доказательство: В самом деле, функции f_1 и f_2 имеют в области H непрерывные частные производные по x_1 и x_2. Этого достаточно для дифференцируемости в области *H* функций $f_1\left(\overline{x}\right)$ и $f_2\left(\overline{x}\right)$, а из дифференцируемости этих функций следует их непрерывность в области *H*. Осталось заметить, что отображение (1) непрерывно тогда и только тогда, когда функции f_1 и f_2 непрерывны. Лемма доказана.

Лемма 2. Якобиан $I_F\left(\overline{x}\right)$ регулярного отображения (1) в области *H* является знакопостоянной (положительной или отрицательной) непрерывной функцией в этой области.

Доказательство: Непрерывность якобиана $I_F\left(\overline{x}\right)$ в области H следует из непрерывности частных производных в H и правила вычисления определителя второго порядка. Если для двух различных точек x_1 и x_2 области H имело бы место неравенство $I_F\left(\overline{x_1}\right) \cdot I_F\left(\overline{x_2}\right) < 0$, то по теореме о промежуточных значениях существовала бы точка $\overline{x_0} \in H$, такая, что $I_F\left(\overline{x_0}\right) = 0$. А это противоречит определению регулярного отображения. Лемма доказана.

Лемма 3. Пусть *H* – плоская область. Если отображение $F: H \to E \subset R^2$ взаимно однозначно и регулярно, то обратное отображение $F^{-1}: E \to H$ непрерывно.

Доказательство: Пусть $\overline{Y_0} \in E$ и $\overline{x_0} = F^{-1}\left(\overline{Y_0}\right)$. Так как H область, то в H можно взять замкнутый круг $\overline{V}$ с центром в т. $\overline{x_0}$. $\overline{V}$ будет компактом. Тогда ввиду непрерывности F образ $F\left(\overline{V}\right)$ тоже компакт и F^{-1} отображает $F\left(\overline{V}\right)$ на $\overline{V}$. По известной теореме об отображении компактов отображение $F^{-1}: F\left(\overline{V}\right) \to \overline{V}$ непрерывно в любой точке из $F\left(\overline{V}\right)$, в частности и в т. $\overline{y_0}$. Так как $\overline{y_0}$ – произвольная точка из E, то F^{-1} непрерывно на E. Лемма доказана.

Лемма 4. Образ $E = F(H)$ плоской области H при взаимно однозначном и регулярном отображении $F: H \to R^2$ сам является областью.

Доказательство: Так как, по лемме 1 F непрерывно, то множество $E = F(H)$ связно. Пусть $\overline{Y_0} \in E$, $\overline{x_0} = F^{-1}\left(\overline{Y_0}\right)$. Так как $\overline{x_0}$ – внутренняя точка H, то и в этой точке якобиан $I_F\left(\overline{x}\right)$ отличен от нуля, то по теореме о локальной обратимости непрерывно дифференцируемого отображения, точка $Y_0 = F\left(\overline{x_0}\right)$ внутренняя для E. Значит, E – область. Лемма доказана.

Теорема 1. Пусть H плоская область. Если отображение $F: H \to E \subset R^2$ взаимно однозначно и регулярно, то и обратное отображение $F^{-1}: E \to H$ взаимно однозначно и регулярно.

Доказательство: Пусть $F = (f_1, f_2)$ и $F^{-1} = (g_1, g_2)$, где f_1, f_2, g_1, g_2 – некоторые действительные функции двух аргументов. Пусть далее $\overline{x}$, $\overline{x}_0 \in H$ и $\overline{y} = F\left(\overline{x}\right)$, $\overline{y}_0 = F\left(\overline{x}_0\right)$. Поскольку функции f_1 и f_2 имеют в области H непрерывные частные производные, то

$$y_1 - y_1^{(0)} = f_1\left(\overline{x}\right) - f_1\left(\overline{x}_0\right) =$$
$$= \left(x_1 - x_1^{(0)}\right)\lambda_{11}\left(\overline{x}\right) + \left(x_2 - x_2^{(0)}\right)\lambda_{12}\left(\overline{x}\right);$$
$$y_2 - y_2^{(0)} = f_2\left(\overline{x}\right) - f_2\left(\overline{x}_0\right) =$$
$$= \left(x_1 - x_1^{(0)}\right)\lambda_{21}\left(\overline{x}\right) + \left(x_2 - x_2^{(0)}\right)\lambda_{22}\left(\overline{x}\right). \tag{3}$$

где функции $\lambda_{ij}\left(\overline{x}\right)$ непрерывны в точке $\overline{x}_0$.

Действительно, ввиду теоремы Лагранжа для функции одной переменной

$$f_1\left(\overline{x}\right) - f_1\left(\overline{x}_0\right) =$$
$$= \left[f_1\left(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2\right) - f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2\right)\right] +$$
$$+ \left[f_1\left(x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2\right) - f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right)\right] =$$
$$= \Delta x_1 \frac{\gamma f_1\left(x_1^*, x_2^{(0)} + \Delta x_2\right)}{\gamma x_1} + \Delta x_2 \frac{\gamma f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^*\right)}{\gamma x_2}$$

где $x_1^*\left(x_2^*\right)$ заключено между $x_1^{(0)}$ и $x_1^{(0)} + \Delta x_1$ ($x_2^{(0)}$ и $x_2^{(0)} + \Delta x_2$).

Обозначив $\lambda_{11}\left(\overline{x}\right) = \dfrac{\gamma f_1\left(x_1^*, x_2^{(0)} + \Delta x_2\right)}{\gamma x_1}$, $\lambda_{12}\left(\overline{x}\right) = \dfrac{\gamma f_1\left(x_1^{(0)}, x_2^*\right)}{\gamma x_2}$ получим первое из равенств (3). Второе доказывается аналогично.

Перепишем систему (3) в матричной форме

$$\begin{pmatrix} y_1 - y_1^{(0)} \\ y_2 - y_2^{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11}\left(\overline{x}\right) & \lambda_{12}\left(\overline{x}\right) \\ \lambda_{21}\left(\overline{x}\right) & \lambda_{22}\left(\overline{x}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 - x_1^{(0)} \\ x_2 - x_2^{(0)} \end{pmatrix} \tag{4}$$

Определитель $\det\left(\lambda_{ij}\left(\overline{x}\right)\right)$ матрицы

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11}\left(\overline{x}\right) & \lambda_{12}\left(\overline{x}\right) \\ \lambda_{21}\left(\overline{x}\right) & \lambda_{22}\left(\overline{x}\right) \end{pmatrix} \tag{5}$$

при $\overline{x} = \overline{x_0}$, равен ввиду выбора функций λ_{ij} якобиану $I_F\left(\overline{x}\right)$ и значит отличен от нуля. Поэтому $\det\left(\lambda_{ij}\left(\overline{x}\right)\right) \neq 0$ в некоторой окрестности от т. $\overline{x_0}$ и матрица (5) имеет в этой окрестности обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} \tau_{11}\left(\overline{x}\right) & \tau_{12}\left(\overline{x}\right) \\ \tau_{21}\left(\overline{x}\right) & \tau_{22}\left(\overline{x}\right) \end{pmatrix} \tag{6}$$

Функции $\tau_{ke}\left(\overline{x}\right)$ мы получаем, разделив некоторые многочлены от $\lambda_{ij}\left(\overline{x}\right)$ на определитель $\det\left(\lambda_{ij}\left(\overline{x}\right)\right)$, поэтому и они непрерывны в т. x_0. Далее очевидно

$$\det\left(\tau_{ke}\left(\overline{x_0}\right)\right) = \frac{1}{\det\left(\lambda_{ij}\left(\overline{x_0}\right)\right)} \neq 0 \tag{7}$$

Умножим равенство (4) слева на матрицу (6), учитывая, что произведение матриц (5) и (6) есть единичная матрица:

$$\begin{pmatrix} \tau_{11}\left(\overline{x}\right)\left(y_1-y_1^{(0)}\right)+\tau_{12}\left(\overline{x}\right)\left(y_2-y_2^{(0)}\right) \\ \tau_{21}\left(\overline{x}\right)\left(y_1-y_1^{(0)}\right)+\tau_{22}\left(\overline{x}\right)\left(y_2-y_2^{(0)}\right) \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1-x_1^{(0)} \\ x_2-x_2^{(0)} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1-x_1^{(0)} \\ x_2-x_2^{(0)} \end{pmatrix}$$

В полученное равенство вместо $\overline{x}$ подставим $\overline{x}=F^{-1}\left(\overline{Y}\right)$

$$\begin{pmatrix} \tau_{11}\left(F^{-1}\left(\overline{Y}\right)\right)\left(y_1-y_1^{(0)}\right)+\tau_{12}\left(F^{-1}\left(\overline{Y}\right)\right)\left(y_2-y_2^{(0)}\right) \\ \tau_{21}\left(F^{-1}\left(\overline{Y}\right)\right)\left(y_1-y_1^{(0)}\right)+\tau_{22}\left(F^{-1}\left(\overline{Y}\right)\right)\left(y_2-y_2^{(0)}\right) \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} g_1\left(\overline{y}\right)-g_1\left(\overline{y_0}\right) \\ g_2\left(\overline{y}\right)-g_2\left(\overline{y_0}\right) \end{pmatrix}$$

(8)

Так как функции $\tau_{ke}\left[F^{-1}\left(\overline{Y}\right)\right]$ в т. $\overline{y_0}$ непрерывны, то

$$\tau_{ke}\left[F^{-1}\left(\overline{Y}\right)\right]=\frac{\partial f_k\tau_{ke}\left[F^{-1}\left(\overline{y}\right)\right]}{\partial y_e}=\frac{\partial g_k\left(\overline{y_0}\right)}{\partial y_e}$$

(9)

В самом деле, возьмем в первом из равенств (8) $y_2=y_2^{(0)}$, $y_1=y_1^{(0)}$. Получаем:

$$\Delta y_1 g_1=g_1\left(y_1,y_2^{(0)}\right)-g_1\left(y_1^{(0)},y_2^{(0)}\right)=$$
$$=\tau_{ke}\left[F^{-1}\left(\overline{Y}\right)\right]\left(y_1-y_2^{(0)}\right).$$

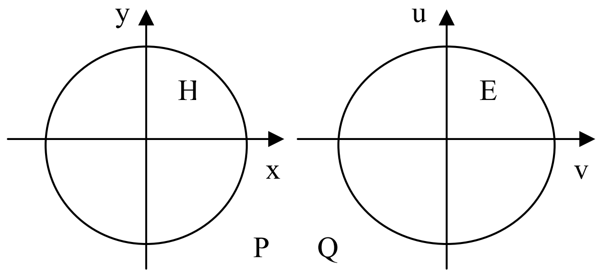
Разделим обе части на $\Delta y_1=\left(y_1-y_1^{(0)}\right)$ и устремим Δy_1 к нулю. Тогда $\overline{y}\to\overline{y_0}$ и в силу непрерывности функции $\tau_{11}\left[F^{-1}\left(\overline{y}\right)\right]$ в т. $\overline{y_0}$ получим:

$$\frac{\partial g_1\left(\overline{y_0}\right)}{\partial y_1}=\lim_{\Delta y_1\to 0}\frac{\Delta y_1 g_1}{\Delta y_1}=$$
$$=\lim_{\overline{y}\to\overline{y_0}}\tau_{11}\left[F^{-1}\left(\overline{y}\right)\right]=\tau_{11}\left[F^{-1}\left(\overline{y_0}\right)\right]$$

Аналогично доказываются остальные из равенств (9). Следовательно, матрица $\tau_{ke}\left[F^{-1}\left(\overline{y_0}\right)\right]$ является матрицей Якоби отображения F^{1} в т. $\overline{y_0}$. Ее невырожденность следует из (7). Таким образом отображение F^{1} регулярно. Его взаимная однозначность очевидна. Теорема доказана.

2. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ КООРДИНАТЫ

Пусть даны две плоскости P и Q, на каждой из который введена прямоугольная система координат: X и Y – координаты на первой плоскости, U и V – на второй. Рассмотрим на плоскости XOY область H,



а на плоскости UOV область E. Пусть функции

$$X=\varphi(U;V),\ Y=\chi(U,V) \quad (10)$$

взаимно однозначно и регулярно отображают область E на H.

Лемма 5. Пусть гладкая (кусочно-гладкая) кривая

$$U=U(t),\ V=V(t),\ \alpha\le t\le\beta \quad (11)$$

лежит в области E. Тогда отображение (10) превращает ее в гладкую (кусочно-гладкую) кривую

$$X=\varphi\left(U(t),V(t)\right),\ Y=\chi\left(U(t),V(t)\right) \quad (12)$$

лежащую в области H.

Доказательство: Пусть кривая (11) гладкая. Тогда существуют производные $U'(t)$, $V'(t)$, непрерывные на отрезке $[\alpha,\beta]$, и $\left(U'(t)^2+V'(t)^2\neq 0\right)$ для $\Delta t\in[\alpha,\beta]$. По правилу дифференцирования сложной функции

$$\frac{\partial X}{\partial t}=\frac{\partial\varphi}{\partial U}\cdot\frac{dU}{dt}+\frac{\partial\varphi}{\partial V}\cdot\frac{dV}{dt},$$
$$\frac{dY}{dt}=\frac{\partial\chi}{\partial U}\cdot\frac{dU}{dt}+\frac{\partial\chi}{\partial V}\cdot\frac{dV}{dt} \quad (13)$$

Отсюда видно, что производные $\frac{dx}{dt}$ и $\frac{dy}{dt}$ непрерывны на отрезке $[\alpha,\beta]$.

Пусть $t \in [\alpha, \beta]$ и в этой точке $\frac{dx}{dt}$ и $\frac{dy}{dt}$ одновременно обращаются в нуль.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial U} \cdot \frac{dU}{dt} + \frac{\partial \varphi}{\partial V} \cdot \frac{dV}{dt} = 0,$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial U} \cdot \frac{dU}{dt} + \frac{\partial \chi}{\partial V} \cdot \frac{dV}{dt} = 0 \qquad (14)$$

Так как якобиан

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial U} & \frac{\partial \varphi}{\partial V} \\ \frac{\partial \chi}{\partial U} & \frac{\partial \chi}{\partial V} \end{vmatrix} \neq 0,$$

то из (14) следует, что в указанной точке $t \in [\alpha, \beta]$ $\frac{dU}{dt} = \frac{dV}{dt} = 0$, а это противоречит гладкости рассматриваемой кривой. Аналогично рассматривается и случай кусочно-гладкой кривой. Лемма доказана.

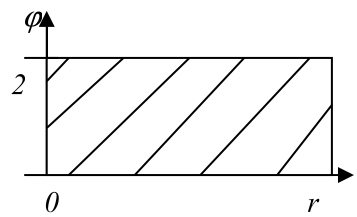
Переменные U и V на плоскости Q в области E можно рассматривать как декартовы координаты точек этой области. Однако так как при взаимно однозначном отображении каждой точке $(U,V) \in E$ соответствует по (10) единственная точка $M(x, y)$ области H на плоскости P и наоборот, то эти же числа U и V можно в то же время рассматривать как новые координаты точек M области H на плоскости P. Такие координаты точек на плоскости P (принадлежащих H) называются криволинейными координатами точек этой плоскости.

Если на плоскости Q взять некоторую прямую $U = U_0$ (точнее часть этой прямой, лежащую в E, то в области P ей будет соответствовать линия $X = \varphi(U_0, V)$, $Y = \chi(U_0, V)$ вообще говоря кривая. Аналогичное будет происходить с прямой $V = V_0$ области E – в области H ей будет соответствовать некоторая кривая $X = \varphi(U, V_0)$, $Y = \chi(U, V_0)$.

Таким образом, на плоскости P (или ее части) наряду с обычной сеткой декартовых прямоугольных координат, состоящей из семейств прямых $X=const$, $Y=const$ возникает новая криволинейная координатная сетка, состоящая из двух семейств координатных линий: кривых $U = const$, $V = const$ (отсюда и название «криволинейные координаты»). Так как при рассмотренном отображении соответствие между точками областей E и H взаимно однозначное, то через каждую точку области H проходит одна о только одна координатная линия каждого из координатных семейств и следовательно, никакие две кривые одного и того же семейства не пересекаются.

Пример. В качестве U и V возьмем популярные координаты r и φ. Их связь с X и Y выражается формулами:

$$x = r\cos\varphi, \ y = r\sin\varphi \qquad (15)$$



Если в качестве E, лежащей в плоскости $rO\varphi$ взять множество точек (r, φ), удовлетворяющих неравенствам $0 < r < +\infty$, $0 < \varphi < 2\pi$, то в этой области функции (15) задают взаимно однозначное и регулярное отображение на область H, получающуюся удаление из плоскости XOY полупрямой $y = 0$, $x \geq 0$. При этом якобиан преобразования (15), равняясь

$$I(r,\varphi) = \begin{vmatrix} x'_r & x'_\varphi \\ y'_r & y'_\varphi \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi \\ \sin\varphi & r\cos\varphi \end{vmatrix} = r > 0$$

отличен от нуля в области E. Координатными линиями при отображении (15) будут окружности $x^2 + y^2 = r^2 > 0$, без точек $(x = r, y = 0)$, и лучи $\varphi = \varphi_0$ без точек $(0;0)$, исходящие из начал координат.

3. ПЛОЩАДЬ В КРИВОЛИНЕЙНЫХ КООРДИНАТАХ

Теорема 2. Пусть функции $X = \varphi(U;V)$, $Y = \chi(U,V)$ задают взаимно однозначное и регулярное отображение F области E на область H плоскости XOY, причем смешанные производные $\frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v}$ и $\frac{\partial^2 y}{\partial v \partial u}$ непрерывны в E. Пусть далее D и G – замкнутые области с кусочно-гладким контуром, содержащиеся в H и E соответственно и $F(G) = D$. Тогда площадь

$$M(D) = \iint_G |I(u,v)| dvdu \qquad (16)$$

где $I(u,v)$ – якобиан отображения (10).

Эта теорема доказывается в разделе «Криволинейные интегралы».

Следствие. Существует такая точка $(u_0;v_0) \in G$ $(u_0;v_0) \in G$, что $M(D) = M(G) \cdot |I(u_0,v_0)|$

Доказательство. В самом деле, функция $I(u,v)$ знакопостоянна в G и поэтому $|I(u,v)|$ непрерывна ввиду регулярности отображения (10) и лемм 14. По теореме о среднем существует такая точка $(u_0;v_0) \in G$, что

$$\iint_G |I(u,v)| dudv = M(G)|I(u_0,v_0)|.$$

Следствие доказано.

Замечание. Таким образом, отношение площадей D и G равно значению якобиана $I(u,v)$ в некоторой точке области G. В этом смысле якобиан регулярного отображения (10) можно интерпретировать как коэффициент искажения площади при этом отображении.

4. ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННЫХ В ДВОЙНОМ ИНТЕГРАЛЕ

Теорема 3. Пусть взаимно однозначное и регулярное отображение $F : E \to H$ области E на область H задается функциями $X = \varphi(U;V)$, $Y = \chi(U,V)$ причем $\frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v}$ и $\frac{\partial^2 y}{\partial v \partial u}$ непрерывны в E. Если функция $f(x,y)$ непрерывна в замкнутой области D, содержащейся в H, а замкнутая область G, содержится в E и $F(G) = D$, то

$$\iint_D f(x,y)\,dxdy = \iint_G f\left[\varphi(u,v),\chi(u,v)\right] \cdot |I(u,v)|\,dudv \qquad (17)$$

где $I(u,v)$ – якобиан отображения F.

Доказательство. Прежде всего, заметим, что кусочно-гладкая кривая спрямляема, а всякая спрямляемая кривая квадрируема и имеет площадь равную нулю. Поэтому, если граница плоской области состоит из кусочно-гладких кривых, то такая область квадрируема.

Разобьем теперь область D сетью каких-либо кусочно-гладких кривых на частичные области $D_1, D_2, \ldots, D_n$ и составим по произвольно выбранным в областях D_i точкам (a_i, b_i) $(i = 1,2,\ldots,n)$ интегральную сумму $\sum_n = \sum_{i=1}^{n} f(a_i b_i)\Delta\pi$, причем так как $f(x,y)$ интегрируема в D, существует предел $\lim\limits_{\lambda=\lambda(T)\to 0} \sum_n = \int\int_D f(x,y)\,dr$ при $\lambda = \lambda(T) \to 0$.

Преобразуем интегральную сумму $\sum_n$. Отображение $F^{-1} : H \to E$ тоже ввиду теоремы 1 взаимно однозначно и регулярно и потому переводит ввиду леммы 5 кусочно-гладкую кривую плоскости XOY опять таки в кусочно-гладкую кривую. Поэтому, найдя на плоскости UOV образы $G_1, G_2, \ldots, G_n$ областей $D_1, D_2, \ldots, D_n$, мы обнаружим, что и область G разбита на частичные квадрируемые области. Воспользуемся соотношением (16) применительно к областям D_i и G_i, будем иметь:

$$M(D_i) = \Delta r_i = \int\int_{G_i} |I(u,v)|\,dudv \quad (i = 1,2,\ldots,n)$$

Применяя теперь к этому интегралу теорему о среднем значении, придем к соотношению $\Delta r_i = |I(u_i,v_i)|\Delta r_i'$, где $\Delta r_i'$ – площадь соответствующей области G_i, а (u_i,v_i) – точки из G_i. Учитывая это соотношение, перепишем интегральную сумму в следующем виде:

$$\sum_n = \sum_{i=1}^{n} f\left(a_i, b_i\right)\left|I\left(u_i, v_i\right)\right|\Delta r_i' .$$

Пользуясь произвольностью в выборе точек $\left(a_i, b_i\right)$ в D_i, возьмем эти точки так, чтобы $a_i = \varphi\left(u_i, v_i\right)$, $b_i = \chi\left(u_i, v_i\right)$. Тогда

$$\sum_n = \sum_{i=1}^{n} f\left[\varphi\left(u_i, v_i\right), \chi\left(u_i, v_i\right)\right]\left|I\left(u_i, v_i\right)\right|\Delta r_i'$$

Это интегральная сумма, составленная по области G для функции $F\left(u,v\right) = f\left[\varphi\left(u,v\right), \chi\left(u,v\right)\right]\cdot\left|I\left(u,v\right)\right|$ Так как по теоремам о непрерывных функциях $F\left(u,v\right)$ – непрерывная в G функция, то существует

$$\lim_{\lambda' \to 0} \sum_n = \iint_G F\left(u,v\right) du dv ,$$

где λ' наибольший из диаметров областей $G_i\left(i = 1, 2, ...n\right)$. Но в силу непрерывности рассматриваемого отображения областей D и G, при $\lambda' \to 0$ и $\lambda \to 0$ и потому $\lim\limits_{\lambda \to 0} \sum_n = \lim\limits_{\lambda' \to 0} \sum_n$, т.е. справедлива формула (17). Выражение $\left|I\left(u,v\right)\right| du dv$ называется элементом площади в криволинейных координатах.

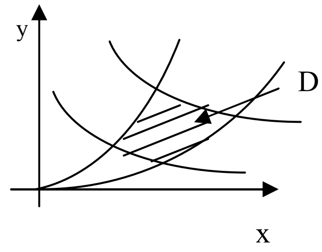
Частным случаем формулы (17) является формула для вычисления двойного интеграла в популярных координатах. В этом случае: $u=r$, $v=\varphi$, $\varphi(u,v)=\varphi(r,\varphi)=$ $=r\cos\chi$, $\chi(u,v)=\chi(r,\varphi)=r\sin\varphi$ и формула (17) принимает следующий вид:

$$\iint_D f\left(x,y\right) dx dy = \iint_G f\left[r\cos\varphi, r\sin\varphi\right] r dr d\varphi \qquad (18)$$

Замечание. Если условия взаимной однозначности и регулярности отображения нарушаются в отдельных точках или даже на целых линиях, по площади нуль, то как нетрудно доказать, формула (17) остается в силе. В этом можно убедиться, заключив эти точки или линии в области как угодно малой площади и применив затем предельный переход.

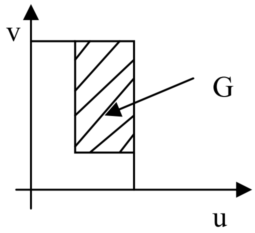
Практический выбор криволинейных координат разъясним на примере.

Пример. Найти площадь фигуры, ограниченной параболами $y = x^2$, $y = 2x^2$, и гиперболами $xy = 1$, $xy = 4$. Отыскание указанной площади сводится к вычислению интеграла $\iint\limits_D dx dy$ по области D, изображенной на рисунке.



Пример. Найти площадь фигуры, ограниченной параболами $y = x^2$, $y = 2x^2$, и гиперболами $xy = 1$, $xy = 4$. Отыскание указанной площади сводится к вычислению интеграла $\iint\limits_D dx dy$ по области D, изображенной на рисунке.

Нетрудно увидеть, что кривые вида $y = ux^2$ при значениях $1 \le u \le 2$ покрывают полностью нашу область, причем через каждую ее точку проходит только одна кривая этого семейства. То же самое можно сказать о кривых $xy = v$ при значениях $1 \le v \le 4$. Следовательно, указанные два семейства кривых образуют сетку координатных линий. Так как задание этих двух кривых, т.е. значений параметров u и v, однозначно определяет точку фигуры D, то эти параметры естественно принять за криволинейные координаты области D. Тогда в плоскости UOV область D изобразится в виде прямоугольника со сторонами $u=1$, $u=2$, $v=1$, $v=4$.



Это значительно облегчает вычисление интеграла. Имеем: из уравнений $y = ux^2$ и $xy = v$, $x = v^{\frac{1}{3}} u^{-\frac{1}{3}}$, $y = u^{\frac{1}{3}} v^{\frac{2}{3}}$, отсюда $x_u' = -\frac{1}{3} v^{\frac{1}{3}} u^{-\frac{4}{3}}$,

$$x'_u = \frac{1}{3} v^{-\frac{2}{3}} u^{-\frac{1}{3}},$$

$$y'_u = \frac{1}{3} u^{-\frac{2}{3}} v^{\frac{2}{3}},$$

$$y'_u = \frac{2}{3} u^{\frac{1}{3}} v^{-\frac{1}{3}}.$$

Значит, якобиан преобразования равен

$$I(u,v) = \frac{1}{9}\begin{vmatrix} -v^{\frac{1}{3}}u^{-\frac{4}{3}} & u^{-\frac{2}{3}}v^{\frac{2}{3}} \\ v^{-\frac{2}{3}}u^{-\frac{1}{3}} & 2u^{\frac{1}{3}}v^{-\frac{1}{3}} \end{vmatrix} = -\frac{1}{3u}$$

и $\left|I(u,v)\right| = \frac{1}{3u}$.

Имеем,

$$M(D) = \iint_D dxdy = \frac{1}{3}\iint_G \frac{1}{u} dudv =$$

$$= \frac{1}{3}\int_1^2 \frac{1}{u} du \int_1^4 dv = \frac{1}{3}\int_1^2 \frac{1}{u} 3du = \ln u\Big|_1^2 = \ln 2.$$

1. *Уваренков И.М., Маллер М.З. Курс математического анализа. – М.: Просвещение, 1976, т. II. – 468 с.*

2. *Грауэрт Г., Либ И., Фишер В. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Мир, 1971. – 407 с.*

3. *Далингер В.А. Методика изучения внутрипредметных связей при обучении математике: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1991. – 80 с.*

4. *Білоцький М.М. Міжтемні зв'язки як засіб реалізації внутрішньопредметних зв'язків (застосування похідної і розв'язування рівнянь) // Математика в школі, 2005. – №2. – С.35 – 40.*

5. *Білоцький М.М. Міжтемні зв'язки як засіб реалізації внутрішньопредметних зв'язків (тригонометричні тотожності та розв'язування трикутників, перетворення тригонометричних виразів та метричні співвідношення в трикутнику) // Математика в школі, 2005. – №7. – С .27 – 32.*

6. *Білоцький М.М., Субботін І.Я., Хіл М. Міжтемні зв'язки як засіб реалізації внутрішньопредметних зв'язків (група рухів числової прямої та властивості функцій однієї дійсної змінної) // Математика в школі, 2005. – №9. – С.38-45.*

7. *Барышовец П.П., Билоцкий Н.Н. О замене переменных в двойном интеграле // Математична культура інженера: Матеріали міжнародної науково-практичної конференції, присвяченої 70-річчю з дня народження професора, доктора технічних наук Пака В.В., 31 травня – 3 червня 2005 р. – Донецьк, 2005. – С.21-22.*

Резюме. **Барышовец П.П., Билоцкий Н.Н. О РЕАЛИЗАЦИИ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ ВУЗОВСКОГО КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ПРИ ИЗЛОЖЕНИИ ТЕМЫ «ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННЫХ В ДВОЙНОМ ИНТЕГРАЛЕ».** *Статья посвящена методике чтения лекций по высшей математике в контексте усовершенствованию внутрипредметных связей на примере темы «Замена переменных в двойном интеграле».*

Summary. **Baryshovec P., Bilockiy N. ABOUT REALIZATION THE SUBJECT RELATIONSHIPS AT INTERPRETATION OF THE SUBJECT "CHANGE OF VARIABLE IN DOUBLE INTEGRAL" IN THE COURSE OF HIGH MATHEMATICS.** *Article is devoted to a technique of lecturing on higher mathematics in a context to improvement of intrasubject connections by the example of a theme «REPLACEMENT of VARIABLES IN DOUBLE INTEGRAL».*

Надійшла до редакції 12.06.2006 р.

ПРОПЕДЕВТИКА ВИВЧЕННЯ МОДУЛЯ "РЯДИ" В КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

В.А.Гроза,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
О.Л.Лещинський,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент,
В.В.Тихонова,
викладач,
Промислово-економічний коледж, м.Київ,
О.П.Томащук,
кандидат педагог. наук, доцент,
Міжрегіональна Академія управління персоналом, м.Київ, УКРАЇНА

У статті розглядаються найпростіші методи знаходження кінцевих сум як пропедевтика вивчення модуля "Ряди".

Вивчаючи рівень засвоєння навчального матеріалу окремих модулів дисципліни "Вища математика", вдалося встановити, що студенти комп'ютерно-орієнтовних спеціальностей вищих закладів освіти ІІ рівня акредитації мають значні прогалини у знаннях і вміннях, пов'язаних із вивченням модуля "Ряди". Зокрема відмічається нерозуміння студентами таких основних понять цього модуля, як поняття: "збіжний ряд", "сума ряду", невміння знаходити суму ряду за означенням. Нагадаємо, що ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ називають *збіжним*, якщо збігається послідовність (S_n) його часткових сум ($S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$), тобто якщо існує скінчена границя $\lim_{n\to\infty} S_n = S$. При цьому число S називають *сумою ряду* $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ і записують $S = \sum_{k=1}^{\infty} a_k$. Значні проблеми виникають у студентів при знаходженні виразу для часткової суми $S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$ у такому вигляді, який би дозволяв знайти $\lim_{n\to\infty} S_n$. Зважаючи на існуючі прогалини в знаннях і вміннях студентів, вважаємо за доцільне на початку викладення матеріалу модуля "Ряди" ознайомити студентів із темою "Методи знаходження скінчених сум".

Введення названої теми передбачає досягнення, зокрема, таких цілей:

1. Пропедевтика вивчення студентами теорії рядів.
2. Формування у студентів вміння правильно вибирати метод підсумовування.
3. Поглиблення знань і вмінь студентів, пов'язаних із прогресіями, логарифмами, тригонометрією.

План змістовної частини теми "Методи знаходження скінчених сум" може бути таким:

I. Метод зведення до стандартних сум.
II. Метод математичної індукції.
III. Метод групування доданків.
VI. Методи інтегрування і диференціювання.

I. Метод зведення до стандартних сум

Під *стандартними сумами* ми будемо розуміти суми членів прогресій, суми степенів послідовних натуральних чисел з однаковими показниками.

Наведемо необхідні формули.

1. Сума *n* перших членів арифметичної прогресії із різницею *d*:

$$S_n^{(a)} = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \qquad S_n^{(a)} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

2. Сума n перших членів геометричної прогресії із знаменником $q \neq 1$:

$$S_n^{(г)} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}.$$

3. Сума членів нескінченної геометричної прогресії із знаменником $q \in (-1;1)$:

$$S^{(г)} = \frac{b_1}{1-q}.$$

Нехай $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ – арифметична прогресія, $b_1, b_2, \ldots, b_n, \ldots$ – геометрична прогресія. Тоді послідовність $a_1b_1, a_2b_2, \ldots, a_nb_n, \ldots$ називають *арифметико-геометричною прогресією*.

4. Сума n перших членів арифметико-геометричної прогресії:

$$S_n = \frac{(a_1b_1 - a_nb_nq)(1-q) + d(b_2 - b_nq)}{(1-q)^2}$$

5. Інші стандартні суми.

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{1+n}{2} \cdot n = \frac{n^2+n}{2}.$$

Доведемо, що

$$S_2 = 1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Справедливі рівності:

$$(0+1)^3 = 1^3;$$

$$(1+1)^3 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 1;$$

$$(2+1)^3 = 2^3 + 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 1;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$(n+1)^3 = n^3 + 3 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 1.$$

Додавши ліві та праві частини цих рівностей, одержимо:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 + (n+1)^3 =$$
$$+1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 + 3 \cdot \left(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2\right) +$$
$$+3 \cdot \left(1 + 2 + 3 + \ldots + n\right) + n + 1.$$

Звідси маємо:

$$(n+1)^3 = 3 \cdot S_2 + 3 \cdot S_1 + n + 1;$$

$$S_2 = \frac{1}{3}\left((n+1)^3 - 3S_1 - n - 1\right) =$$
$$= \frac{1}{3} \cdot \left((n+1)^3 - 3 \cdot \frac{n+1}{2} \cdot n - n - 1\right) =$$
$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Отже,

$$S_2 = 1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Аналогічно можна довести, що

$$S_3 = 1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Використовуючи цю ж саму ідею, можна послідовно знайти значення сум $S_k = 1^k + 2^k + \ldots + n^k$ для будь-яких значень $k \in N$.

Наведемо значення стандартних сум вигляду $S_k = \sum_{i=1}^{n} i^k$ для $k = \overline{0;6}$:

$$S_0 = 1^0 + 2^0 + 3^0 + \ldots + n^0 = n;$$

$$S_1 = 1^1 + 2^1 + 3^1 + \ldots + n^1 = \frac{n(n+1)}{2};$$

$$S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6};$$

$$S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4};$$

$$S_4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + n^4 =$$
$$\frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30};$$

$$S_5 = 1^5 + 2^5 + 3^5 + \ldots + n^5 =$$
$$\frac{n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)}{12};$$

$$S_6 = 1^6 + 2^6 + 3^6 + \ldots + n^6 =$$
$$\frac{n(n+1)(2n+1)\left(3n^2(n+1)^2 - (3n^2+3n-1)\right)}{42}$$

Розглянемо приклади знаходження скінчених сум.

Приклад 1. Знайти

$\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}}$ за умови, що $a_1, a_2, \ldots, a_n$ утворюють арифметичну прогресію.

Розв'язання.

$$\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} = \frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} +$$
$$+ \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} =$$

$$=\frac{\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1}}{\left(\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}\right)\left(\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1}\right)}+$$

$$+\frac{\sqrt{a_3}-\sqrt{a_2}}{\left(\sqrt{a_2}+\sqrt{a_3}\right)\left(\sqrt{a_3}-\sqrt{a_2}\right)}+\ldots+$$

$$+\frac{\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n-1}}}{\left(\sqrt{a_{n-1}}+\sqrt{a_n}\right)\left(\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n-1}}\right)}=$$

$$=\frac{1}{d}\left(\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1}+\sqrt{a_3}-\sqrt{a_2}+\ldots+\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n-1}}\right)=$$

$$=\frac{\sqrt{a_n}-\sqrt{a_1}}{d}=\frac{a_n-a_1}{d\left(\sqrt{a_n}+\sqrt{a_1}\right)}=$$

$$=\frac{a_1+(n-1)d-a_1}{d\left(\sqrt{a_n}+\sqrt{a_1}\right)}=\frac{n-1}{\sqrt{a_n}+\sqrt{a_1}}$$

Відповідь:

$$\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}}=\frac{n-1}{\sqrt{a_n}+\sqrt{a_1}}.$$

Приклад 2 (зведення до суми членів геометричної прогресії). Знайти суму $\sum\limits_{k=1}^{n}\left(x^k+\frac{1}{x^k}\right)^2$.

Розв'язання.

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2+\ldots+\left(x^n+\frac{1}{x^n}\right)^2=$$

$$=\left(x^2+2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x^4+2+\frac{1}{x^4}\right)+\ldots+$$

$$+\left(x^{2n}+2+\frac{1}{x^{2n}}\right)=\left(x^2+x^4+\ldots+x^{2n}\right)+$$

$$+\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^4}+\ldots+\frac{1}{x^{2n}}\right)+2n=\frac{x^2\cdot\left(1-x^{2n}\right)}{1-x^2}+$$

$$=\frac{\frac{1}{x^2}\cdot\left(1-\frac{1}{x^{2n}}\right)}{1-\frac{1}{x^2}}+2n=\frac{\left(x^{2n}-1\right)\cdot\left(x^{2n+2}+1\right)}{\left(x^2-1\right)x^{2n}}+$$

$+2n,\ x\neq\pm1$.

Якщо $x=1$, то

$$\sum_{k=1}^{n}\left(x^k+\frac{1}{x^k}\right)^2=2^2+2^2+\ldots+2^2=4n$$

Якщо $x=-1$,

$$\sum_{k=1}^{n}\left(x^k+\frac{1}{x^k}\right)^2=(-2)^2+2^2+(-2)^2+$$

$+2^2\ldots+2^2=4n$.

Відповідь: Якщо $x=\pm1$,

$$\sum_{k=1}^{n}\left(x^k+\frac{1}{x^k}\right)^2=4n.$$

Якщо $x\neq\pm1$, $\sum\limits_{k=1}^{n}\left(x^k+\frac{1}{x^k}\right)^2=$

$$=\frac{\left(x^{2n}-1\right)\cdot\left(x^{2n+2}+1\right)}{\left(x^2-1\right)x^{2n}}+2n.$$

Приклад 3 (зведення до суми членів арифметико-геометричної прогресії). Знайти суму

$$\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{2k-1}{2^{k-1}}=1-\frac{3}{2}+\frac{5}{4}-\frac{7}{8}+$$

$$+\ldots+(-1)^{n-1}\frac{2n-1}{2^{n-1}}.$$

Розв'язання. Спочатку знайдемо $\sum\limits_{k=1}^{n}(2k-1)x^{k-1}$. Для цього використаємо формулу для знаходження суми n перших членів арифметико-геометричної прогресії:

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1)x^{k-1}=1\cdot x^0+3\cdot x^1+5\cdot x^2+$$

$$+\ldots+(2n-1)\cdot x^{n-1}=$$

$$=\frac{\left(1\cdot x^0-(2n-1)x^{n-1}\cdot x\right)\cdot(1-x)+2\cdot\left(x-x^{n-1}\cdot x\right)}{(1-x)^2}=$$

$$\frac{2nx^n(x-1)-(x+1)(x^n-1)}{(x-1)^2},\ x\neq1.$$

Отже,

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1)x^{k-1}=2\cdot\frac{1-nx^n+nx^{n+1}-x^n}{(1-x)^2}-$$

$$-\frac{1-x^n}{1-x}=\frac{2nx^n(x-1)-(x+1)(x^n-1)}{(x-1)^2},\ x\neq1.$$

Покладаючи в цій рівності $x=-\frac{1}{2}$, одержимо:

$$\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{2k-1}{2^{k-1}}=1-\frac{3}{2}+\frac{5}{4}-\frac{7}{8}+$$

$$+\ldots+(-1)^{n-1}\frac{2n-1}{2^{n-1}}=\frac{2^n+(-1)^{n+1}(6n-1)}{9\cdot 2^{n-1}}.$$

Відповідь:

$$\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{2k-1}{2^{k-1}}=\frac{2^n+(-1)^{n+1}(6n-1)}{9\cdot 2^{n-1}}.$$

Приклад 4 (зведення до стандартних сум вигляду $S_k=\sum_{i=1}^{n}i^k,\ k\in N$).

Знайти суму

$$\sum_{k=1}^{n-1}k(k+1)^2=1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+3\cdot 4^2+\ldots+$$
$$+(n-1)n^2.$$

Розв'язання.

$$1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+3\cdot 4^2+\ldots+(n-1)n^2=$$
$$(2-1)\cdot 2^2+(3-1)3^2+\ldots+(n-1)n^2=$$
$$=(2^3+3^3+4^3+\ldots+n^3)-(2^2+3^2+\ldots+n^2)=$$
$$=S_3-S_2=\frac{n^2(n+1)^2}{4}-\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=$$
$$=\frac{3n^2(n+1)^2-2n(n+1)(2n+1)}{12}=$$
$$=\frac{n(n+1)\left(3n(n+1)-2(2n+1)\right)}{12}=$$
$$=\frac{n(n+1)(3n^2-n-2)}{12}.$$

Відповідь:

$$\sum_{k=1}^{n-1}k(k+1)^2=\frac{n(n+1)(3n^2-n-2)}{12}.$$

До стандартних сум також можна віднести суми:

$$S_2^{неп}=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^2=1^2+3^2+5^2+$$
$$+\ldots+\left(2n-1\right)^2=\frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}.$$

$$S_3^{неп}=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^3=1^3+3^3+5^3+\ldots+$$
$$+\left(2n-1\right)^3=n^2(2n^2-1).$$

Знаючи S_2 і $S_2^{неп}$, S_3 і $S_3^{неп}$, можна знайти відповідно $S_2^{пар}$ і $S_3^{пар}$.

До стандартних також можна віднести суму

$$S^{(1)}=\sum_{k=1}^{n}a_ka_{k+1}=\frac{a_na_{n+1}a_{n+2}-a_0a_1a_2}{3d},$$

де $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}$ утворюють арифметичну прогресію.

Доведення. Справедливі рівності:

$a_3-a_0=3d$,

$a_4-a_1=3d$,

$a_5-a_2=3d$,

……………..

$a_{n+2}-a_{n-1}=3d$.

Помноживши обидві частини першої рівності на a_1a_2, другої рівності на a_2a_3, …, останньої рівності на a_na_{n+1}, одержимо:

$a_1a_2a_3-a_0a_1a_2=3da_1a_2$,

$a_2a_3a_4-a_1a_2a_3=3da_2a_3$,

$a_3a_4a_5-a_2a_3a_4=3da_3a_4$,

………………………………

$a_na_{n+1}a_{n+2}-a_{n-1}a_na_{n+1}=3da_na_{n+1}$

Додавши ліві і праві частини цих рівностей, одержимо:

$$a_na_{n+1}a_{n+2}-a_0a_1a_2=$$
$$=3d\left(a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+\ldots+a_na_{n+1}\right)$$

звідки маємо:

$$S^{(1)}=\sum_{k=1}^{n}a_ka_{k+1}=\frac{a_na_{n+1}a_{n+2}-a_0a_1a_2}{3d}$$

Наприклад

$$\sum_{k=1}^{n}k(k+1)=1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+$$
$$+\ldots+n\cdot\left(n+1\right)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

Аналогічно можна довести, що

$$S^{(2)}=\sum_{k=1}^{n}a_ka_{k+1}a_{k+2}=$$
$$=\frac{a_na_{n+1}a_{n+2}a_{n+3}-a_0a_1a_2a_3}{4d},$$ де

$a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, a_{n+3}$ утворюють арифметичну прогресію.

Наприклад

$$1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 3\cdot 4+\ldots+n(n+1)(n+2)=$$
$$=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}.$$

Доведемо, що

$$S^{(3)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_ka_{k+1}}=\frac{1}{d}\cdot\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_{n+1}}\right),$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, a_{n+1}$ утворюють арифметичну прогресію.

Доведення.

$$S^{(3)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \ldots +$$

$$+ \frac{1}{a_{n-1} a_n} + \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{d} \cdot \frac{a_2 - a_1}{a_1 a_2} + \frac{1}{d} \cdot \frac{a_3 - a_2}{a_2 a_3} +$$

$$= \frac{1}{d} \cdot \frac{a_4 - a_3}{a_3 a_4} + \ldots + \frac{1}{d} \cdot \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n-1} a_n} + \frac{1}{d} \cdot \frac{a_{n+1} - a_n}{a_n a_{n+1}} =$$

$$\frac{1}{d} \cdot \left(\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) + \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} \right) + \left(\frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} \right) + \ldots + \right.$$

$$\left. \left. \frac{1}{a_n} \right) + \left(\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n+1}} \right) \right) = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{n+1}} \right).$$

Наприклад

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \ldots +$$

$$+ \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{1} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{n}{n+1}.$$

Аналогічно можна довести, що

$$S^{(4)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k a_{k+1} a_{k+2}} =$$

$$= \frac{1}{2d} \cdot \left(\frac{1}{a_1 a_2} - \frac{1}{a_{n+1} a_{n+2}} \right).$$

Наприклад

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \ldots +$$

$$+ \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right).$$

При знаходженні скінчених сум можуть виявитися корисними суми, які містять тригонометричні функції:

1°. $$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\cos(\alpha + (k-1)\beta) \cos(\alpha + k\beta)} = \frac{\mathrm{tg}(\alpha + n\beta) - \mathrm{tg}\,\alpha}{\sin \beta}.$$

2°. $$\sum_{k=1}^{n} \sin(\alpha + (k-1)h) = \frac{\sin \frac{nh}{2} \cdot \sin\left(\alpha + \frac{n-1}{2} \cdot h \right)}{\sin \frac{h}{2}}.$$

2.1°. $$\sum_{k=1}^{n} \sin kh = \frac{\sin \frac{nh}{2} \cdot \sin \frac{(n+1)h}{2}}{\sin \frac{h}{2}}.$$

2.2°. $$\sum_{k=1}^{n} \sin((2k-1)\alpha) = \frac{\sin^2 n\alpha}{\sin \alpha}.$$

3°. $$\sum_{k=1}^{n} \cos(\alpha + (k-1)h) = \frac{\sin \frac{nh}{2} \cos\left(\alpha + \frac{n-1}{2} \cdot h \right)}{\sin \frac{h}{2}}.$$

3.1°. $$\sum_{k=0}^{n} \cos kh = \frac{\cos \frac{nh}{2} \cdot \sin \frac{(n+1)h}{2}}{\sin \frac{h}{2}}.$$

3.2°. $$\sum_{k=1}^{n} \cos((2k-1)\alpha) = \frac{\sin(2n\alpha)}{2 \sin \alpha}.$$

4°. $$\sum_{k=1}^{n-1} \sin \frac{k\pi}{n} = \mathrm{ctg} \frac{\pi}{2n}.$$

5°. $$\sum_{k=1}^{n-1} \cos \frac{k\pi}{n} = 0.$$

6°. $$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2^{k-1}} \mathrm{tg} \frac{\alpha}{2^{k-1}} = \frac{1}{2^{n-1}} \mathrm{ctg} \frac{\alpha}{2^{n-1}} - 2\mathrm{ctg} 2\alpha.$$

7°. $$\sin^2 x + \sin^2 2x + \ldots + \sin^2 2nx = n - \frac{\sin 2nx \cos(2n+1)x}{2 \sin x}.$$

8°. $$\cos^2 x + \cos^2 2x + \ldots + \cos^2 2nx = n + \frac{\sin 2nx \cos(2n+1)x}{2 \sin x}.$$

9°. $$\sum_{k=1}^{n} \mathrm{arctg} \frac{d}{1 + a_k a_{k+1}} = \mathrm{arctg} \frac{a_{n+1} - a_1}{1 + a_1 a_{n+1}}$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, a_{n+1}$ утворюють арифметичну прогресію.

10°. $$\sum_{k=1}^{n} \mathrm{arctg} \frac{x}{1 + k(k+1)x^2} = \frac{nx}{arctg\left(1 + (n+1)x^2\right)}.$$

II. Метод математичної індукції

Метод математичної індукції, як правило, застосовують у випадках, коли вдається "побачити", "вгадати" формулу для знаходження суми в залежності від n і необхідно довести правильність цієї формули.

Приклад 5. Знайти суму

$$\sum_{k=1}^{n} k(3k+1) = 1\cdot 4 + 2\cdot 7 + 3\cdot 10 + \ldots + $$
$$+ n(3n+1).$$

Розв'язання. Знайдемо значення вказаної суми при деяких значеннях n.

Якщо n=1, то $\sum_{k=1}^{n} k(3k+1) = 1\cdot 4 = 4$.

Якщо n=2, то

$$\sum_{k=1}^{n} k(3k+1) = 1\cdot 4 + 2\cdot 7 = 4 + 14 = 18.$$

Якщо n=3, то

$$\sum_{k=1}^{n} k(3k+1) = 1\cdot 4 + 2\cdot 7 + 3\cdot 10 = 18 + 30 = 48$$

Якщо n=4, то

$$\sum_{k=1}^{n} k(3k+1) = 1\cdot 4 + 2\cdot 7 + 3\cdot 10 + 4\cdot 13 =$$
$$= 48 + 52 = 100.$$

Можна помітити, що коли n=2, то

$$\sum_{k=1}^{n} k(3k+1) = 18 = 2\cdot 9 = 2\cdot (2+1)^2;$$

коли n=3, то

$$\sum_{k=1}^{n} k(3k+1) = 48 = 3\cdot 16 = 3\cdot (3+1)^2;$$

коли n=4, то

$$\sum_{k=1}^{n} k(3k+1) = 100 = 4\cdot 25 = 4\cdot (4+1)^2.$$

Тому можна припустити, що справедливим є таке твердження: при довільному значенні $n\in N$ має місце рівність

$$\sum_{k=1}^{n} k(3k+1) = n(n+1)^2. \qquad (1)$$

Справедливість цього твердження доведемо методом математичної індукції.

1. Нехай n=1. Тоді $\sum_{k=1}^{1} k(3k+1) =$ $= 1\cdot 4 = 4$ і $n(n+1)^2 = 1\cdot (1+1)^2 = 4$, тобто ліва частина рівності (1) дорівнює правій. Отже, при n=1 твердження є справедливим.

2. Припустимо, що твердження є справедливим при n=m, тобто, що правильною є рівність

$$\sum_{k=1}^{m} k(3k+1) = m(m+1)^2. \qquad (2)$$

Доведемо справедливість твердження при n=m+1, тобто, що правильною є рівність

$$\sum_{k=1}^{m+1} k(3k+1) = (m+1)\cdot (m+2)^2.$$

Враховуючи правильність рівності (2), маємо: $\sum_{k=1}^{m+1} k(3k+1) = \sum_{k=1}^{m} k(3k+1) +$

$$+(m+1)\cdot\left(3\cdot (m+1)+1\right) = m(m+1)^2 +$$
$$+(m+1)\cdot (3m+4) = (m+1)\cdot\left(m(m+1)+(3m+4)\right) =$$
$$= (m+1)\cdot\left(m^2+4m+4\right) = (m+1)\cdot (m+2)^2.$$

Згідно з принципом математичної індукції рівність (1) є правильною при будь-яких значеннях $n\in N$.

Відповідь:

$$\sum_{k=1}^{n} k(3k+1) = 1\cdot 4 + 2\cdot 7 + 3\cdot 10 + \ldots +$$
$$+ n(3n+1) = n(n+1)^2.$$

III. Метод групування

Метод групування при підсумовуванні іноді приводить до взаємознищення майже всіх доданків суми. Цей метод неодноразово використовувався в попередніх викладках. Наведемо ще приклад.

Приклад 6. Знайти суму $\sum_{k=1}^{n} k\cdot k!$.

Розв'язання. Справедлива рівність $k\cdot k! = ((k+1)-1)k! = (k+1)! - k!$.

Тоді $\sum_{k=1}^{n} k\cdot k! = (2!-1!) + (3!-2!) + \ldots +$ $+((n+1)!-n!) = (n+1)!-1.$

Відповідь: $\sum_{k=1}^{n} k\cdot k! = (n+1)!-1$.

Одним з методів, що дозволяє здійснювати оптимальне групування, є метод невизначених коефіцієнтів. Розглянемо приклад.

Приклад 7. Знайти суму

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{(2k-1)(2k+1)(2k+3)}.$$

Розв'язання. Кожен доданок суми представимо у вигляді алгебраїчної суми трьох елементарних дробів (відповідно до відомої теореми):

$$\frac{k}{(2k-1)(2k+1)(2k+3)}=\frac{A}{2k-1}+\frac{B}{2k+1}+\frac{C}{2k+3}$$

Знайдемо невідомі коефіцієнти A, B, C: $\frac{k}{(2k-1)(2k+1)(2k+3)}=$

$$=\frac{A(4k^2+8k+3)+B(4k^2+4k-3)+C(4k^2-1)}{(2k-1)(2k+1)(2k+3)}$$

$$=\frac{4k^2(A+B+C)+k(8A+4B)+(3A-3B-C)}{(2k-1)(2k+1)(2k+3)}$$

У результаті одержуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} A+B+C=0, \\ 8A+4B=1, \\ 3A-3B-C=0, \end{cases}$$

звідки

$$A=\frac{1}{16},\quad B=\frac{2}{16},\quad C=-\frac{3}{16}.$$

Отже, $\frac{k}{(2k-1)(2k+1)(2k+3)}=$

$$=\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{2k-1}+\frac{2}{16}\cdot\frac{1}{2k+1}-\frac{3}{16}\cdot\frac{1}{2k+3}$$

Тоді $\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k}{(2k-1)(2k+1)(2k+3)}=$

$$=\frac{1}{16}\cdot\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k-1}+\frac{2}{2k+1}-\frac{3}{2k+3}\right)=$$

$$=\frac{1}{16}\cdot\left(1+\frac{2}{3}-\frac{3}{5}+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}-\frac{3}{7}+\frac{1}{5}+\frac{2}{7}-\frac{3}{9}+\right.$$

$$+\frac{1}{7}+\frac{2}{9}-\frac{3}{11}+\frac{1}{2n-3}+\frac{2}{2n-1}-\frac{3}{2n+1}+\ldots+$$

$$\left.+\frac{1}{2n-1}+\frac{2}{2n+1}-\frac{3}{2n+3}\right)=$$

$$=\frac{1}{16}\cdot\left(\left(1+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+\right.$$

$$+\left(-\frac{3}{7}+\frac{2}{7}+\frac{1}{7}\right)+\left(-\frac{3}{9}+\frac{2}{9}+\frac{1}{9}\right)+\ldots+$$

$$\left.+\left(-\frac{3}{2n-1}+\frac{2}{2n-1}+\frac{1}{2n-1}\right)-\frac{3}{2n+1}+\frac{2}{2n+1}-\frac{3}{2n+3}\right)=$$

$$=\frac{1}{16}\cdot\left(2-\frac{1}{2n+1}-\frac{3}{2n+3}\right)=$$

$$=\frac{1}{16}\cdot\left(\frac{2(4n^2+8n+3)-2n-3-6n-3}{(2n+1)(2n+3)}\right)=$$

$$=\frac{1}{16}\cdot\frac{8n^2+16n+6-2n-3-6n-3}{(2n+1)(2n+3)}=$$

$$=\frac{1}{16}\cdot\frac{8n(n+1)}{(2n+1)(2n+3)}=\frac{n(n+1)}{2(2n+1)(2n+3)}.$$

Відповідь:

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{(2k-1)(2k+1)(2k+3)}=\frac{1}{1\cdot3\cdot5}+$$

$$+\frac{1}{3\cdot5\cdot7}+\ldots+\frac{n}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}=$$

$$=\frac{n(n+1)}{2(2n+1)(2n+3)}.$$

Розглядаючи цей приклад, студенти зможуть повторити метод невизначених коефіцієнтів, який розглядався в модулі "Первісна і невизначений інтеграл".

Приклад 8. Знайти суму

$$\sum_{k=2}^{n}\ln\left(1-\frac{1}{k^2}\right).$$

Розв'язання. Використовуючи властивості логарифмів, перетворимо вираз $\ln\left(1-\frac{1}{k^2}\right)$: $\ln\left(1-\frac{1}{k^2}\right)=\ln\frac{(k-1)(k+1)}{k^2}=$

$$=\ln(k-1)+\ln(k+1)-2\ln k=$$

$$=\left(\ln(k-1)-\ln k\right)-$$

$$-\left(\ln k-\ln(k+1)\right)\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

Тоді

$$\sum_{k=2}^{n}\ln\left(1-\frac{1}{k^2}\right)=\left(\ln1-\ln2+\ln2-\ln3+\ldots+\right.$$

$$\left.+\ln(n-1)-\ln n\right)-$$

$$-\left(\ln2-\ln3+\ln3-\ln4+\ldots+\ln n-\ln(n+1)\right)$$

$$-\left(\ln2-\ln3+\ln3-\ln4+\ldots+\ln n-\ln(n+1)\right)$$

$$=-\ln n-\ln2+\ln(n+1)=-\ln2+\ln\frac{n+1}{n}=$$

$$=\ln\frac{n+1}{2n}.$$

Відповідь: $\sum\limits_{k=2}^{n}\ln\left(1-\frac{1}{k^2}\right)=\ln\frac{n+1}{2n}$.

Розглядаючи цей приклад, студенти зможуть повторити властивості логарифмів.

VI. Методи диференціювання та інтегрування

При знаходженні сум інколи зручно використати диференціальне та інтегральне числення. Розглянемо приклади.

Приклад 9. Знайти суму

$$\sum_{k=1}^{n} k\cos kx = \cos x + 2\cos 2x +$$

$+3\cos 3x + ... + n\cos nx$.

Розв'язання. Нехай

$f(x) = \cos x + 2\cos 2x + 3\cos 3x +$ $+\ldots + n\cos nx$. Первісною для функції $f(x)$ на інтервалі $(-\infty;+\infty)$ є функція $F(x) = \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \ldots + \sin nx$

Згідно з формулою 2.1° маємо:

$$F(x) = \sum_{k=1}^{n} \sin kx = \frac{\sin\frac{n}{2}x \cdot \sin\frac{n+1}{2}x}{\sin\frac{x}{2}} =$$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{x}{2}}\left(\cos\frac{x}{2} - \cos\frac{2n+1}{2}x\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left(\operatorname{ctg}\frac{x}{2} - \frac{\cos\frac{2n+1}{2}x}{\sin\frac{x}{2}}\right),$$

$x \neq 2\pi m, \quad m \in Z$.

Тому

$$f(x) = \sum_{k=1}^{n} k\cos kx = F'(x) = \left(\frac{1}{2}\cdot\left(\operatorname{ctg}\frac{x}{2} - \frac{\cos\frac{2n+1}{2}x}{\sin\frac{x}{2}}\right)\right)' =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2\sin^2\frac{x}{2}} - \frac{-\frac{2n+1}{2}\cdot\sin\frac{2n+1}{2}x\cdot\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{2n+1}{2}x\cdot\frac{1}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}{\sin^2\frac{x}{2}}\right) =$$

$$= \frac{-1 + (2n+1)\cdot\sin\frac{2n+1}{2}x\cdot\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{2n+1}{2}x\cdot\cos\frac{x}{2}}{4\sin^2\frac{x}{2}} =$$

$$= \frac{2n\sin\frac{2n+1}{2}x\cdot\sin\frac{x}{2} + \sin\frac{2n+1}{2}x\cdot\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{2n+1}{2}x\cdot\cos\frac{x}{2} - 1}{4\sin^2\frac{x}{2}} =$$

$$= \frac{2n\sin\frac{2n+1}{2}x\cdot\sin\frac{x}{2} + \cos nx - 1}{4\sin^2\frac{x}{2}} = \frac{n\cdot(\cos nx - \cos((n+1)x)) + \cos nx - 1}{4\sin^2\frac{x}{2}} =$$

$$= \frac{(n+1)\cos nx - n\cos((n+1)x) - 1}{4\sin^2\frac{x}{2}},\ x \neq 2\pi m,\ m \in Z$$

Якщо $x = 2\pi m, m \in Z$, то

$$\sum_{k=1}^{n} k\cos kx = \cos(2\pi m) + 2\cos(4\pi m) + 3\cos(6\pi m) + \ldots + n\cos(n\cdot 2\pi m) =$$

$$= 1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n^2+n}{2}.$$

Відповідь: $\sum_{k=1}^{n} k\cos kx = \dfrac{(n+1)\cos nx - n\cos((n+1)x) - 1}{4\sin^2 \dfrac{x}{2}}, x \neq 2\pi m, m \in Z$.

$\sum_{k=1}^{n} k\cos kx = \dfrac{n^2+n}{2}, \; x = 2\pi m, m \in Z$.

Далі можна показати застосування цього методу до знаходження нескінченої суми. Однак при цьому потрібно буде зауважити, що правила диференціювання та інтегрування, які є справедливими для скінчених сум (похідна суми функцій та інтеграл суми функцій), для нескінченних сум, взагалі кажучи, не є такими. Для застосування цих правил для нескінченних сум необхідне виконання додаткової умови, а саме рівномірної збіжності ряду.

Приклад 10. Знайти суму ряду

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{2k+1} = \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \ldots.$$

де $x \in (-1;1)$.

Розв'язання. Позначимо цю суму через $f(x)$. Тоді

$$f'(x) = x^2 + x^4 + \ldots + x^{2n} + \ldots = \sum_{k=1}^{\infty} x^{2k}$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} x^{2k}$ є геометричним і на інтервалі $(-1;1)$ він рівномірно збігається до функції $y = \dfrac{x^2}{1-x^2}$. Отже,

$$f'(x) = x^2 + x^4 + \ldots + x^{2n} + \ldots = \frac{x^2}{1-x^2}.$$

Проінтегрувавши ліву і праву частину рівності $x^2 + x^4 + \ldots + x^{2n} + \ldots = \dfrac{x^2}{1-x^2}$, одержимо

$$\frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \ldots = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} - x.$$

Відповідь:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{2k+1} = \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \ldots =$$

$$= \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} - x, \; x \in (-1;1).$$

Досвід викладання показує, що розгляд теми "Методи знаходження скінчених сум" збагачує математичну освіту студентів, які навчаються на комп'ютерно-орієнтовних спеціальностях, дозволяє підготувати студентів до свідомого сприйняття і глибокого розуміння основних понять модуля "Ряди", сформувати знання і вміння, необхідні для успішного вивчення профілюючих дисциплін. У часовому вимірюванні розгляд теми "Методи знаходження скінчених сум" може проектуватися на 6-8 годин.

1. *Задачи по математике. Алгебра. Справочное пособие. – М.: Наука, 1987. – 432 с.*

2. *Кованцов Л.В., Малышев И.Г. Сборник задач по математике. – К.: Вища школа, 1980. – 288 с.*

3. *Ясінський В.В. Алгебра. – К.: НТТУ "КПІ", 2002. – 76 с.*

Резюме. **Гроза В.А., Лещинський О.Л., Тихонова В.В., Томащук О.П. ПРОПЕДЕВТИКА ВИВЧЕННЯ МОДУЛЯ "РЯДИ" В КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ.** *В статье рассматриваются простейшие методы нахождения конечных сумм как пропедевтика изучения модуля "Ряды".*

Summary. **Groza V., Leschinsky O., Tihonova V., Tomaschuk O. THE PROPAEDEUTICS OF STUDYING OF THE MODULE "SERIES" IN THE COURSE OF HIGHER MATHEMATICS.** *In the article the simplest methods of determining finite sums as propaedeutics of studying of the module "Series" are considered.*

Надійшла до редакції 21.09.2006 р.

ТЕОРІЯ І ПРАКТИКА НАБЛИЖЕНИХ ОБЧИСЛЕНЬ В ЕКОНОМІЧНИХ РОЗРАХУНКАХ

О.Б.Шевельова,
ст. викладач,
Буковинська державна фінансова академія,
м.Київ, УКРАЇНА

Обґрунтовується необхідність знань фахівцями-економістами теорії та практики наближених обчислень.

Економічна інформація виражається в системі показників. Показники, як і поняття, неповно відображають реальні процеси, лише наближаючись до істинного відображення дійсності. Здебільшого різноманітні економічні дисципліни розглядають перебіг економічних явищ якісно. Але математичні методи все більше і більше проникають в нематематичні економічні науки.

Відомий такий факт, що переважна частина Нобелевських премій з економіки, що вперше стали присуджуватись із 1969 року, надана саме за роботи економіко-математичного спрямування, а дослідження характеру робіт з економічної теорії, що реферувалися в "American Economic Review" у 70-ті роки та на початку 80-их років, показало, що роботи з математичної економіки та економетрики зайняли панівне становище у наукових дослідженнях в порівнянні з минулими часами. В той же час статей емпіричного характеру або статей, де досліджуються конкретні проблеми із звичайним інструментально-описовим підходом, з`являється все менше.

Широке використання математики для розв`язання різноманітних задач практики – характерна риса нашого часу. Там, де панував якісний аналіз, зараз застосовують математичні методи, і результатом цього є більш глибоке проникнення в процеси природи, техніки, економіки, організації виробництва.

Як результат з`являється можливість пізнати явище не тільки якісно, але і кількісно. Числом та виміром. Як зазначав Б.В.Гнеденко, «теперь, когда человечество подходит к пониманию того, как ограничены природные ресурсы, во весь рост встает проблема экономичного (оптимального) их использования. Но как найти самый экономичный путь. Одними качественными соображениями этого вопроса не решить. Здесь необходим точный количественный подход.»[2; с.174].

Щоб можна було математичними методами проводити дослідження економічних явищ, вводяться певні математичні величини – показники. З цими показниками при побудові та дослідженні математичних моделей виконують велику кількість обчислень.

Знання точності та надійності результатів обчислень, якщо вони використовуються для прийняття рішень, необхідно для:

1) вибору рішення з урахуванням достовірності отриманої інформації;
2) створення необхідних резервів та надлишків в зв`язку з ймовірною похибкою результату обчислень;
3) оцінки важливості переваг між показниками (при виборі варіантів, аналізу динаміки та ін.);
4) розмежування відхилень від нормативного рівня, які знаходяться в межах допуску розрахунку або вказують на ті або інші порушення цього рівня;
5) порівняння різних методів розрахунків та вибору методу, який забезпечує економічно обґрунтоване для заданої задачі точність та надійність розрахунків, якщо результат має велику похибку;

6) раціонального проектування та завантаження технічних засобів вимірювання, прийому, передачі, обробки та збереження економічної інформації.

Зрозуміло, що якщо результат обчислень використовується в науковому дослідженні, зокрема економічному, то його точність та надійність є одним з показників не протиріччя гіпотез і теорій реальним даним.

Крім цього в економіці ж будь які відхилення від необхідних реальних показників пов`язані з економічними втратами. Недостатня точність розрахунків може привести до диспропорції в економіці країни. Надлишкова точність здорожує економічні обчислення.

Отже, в економічних розрахунках як і в технічних, за влучним висловленням О.М.Крилова: кожна не правильна цифра – це помилка, будь-яка зайва цифра – це пів помилки.

Як відомо застосування математичних методів до розв`язання практичних задач складається з трьох етапів:

1) побудова математичної моделі, яка повинна бути адекватна задачі, що розв`язується;

2) внутрішньомодельне розв`язання, для цього потрібно вибрати необхідні математичні методи, які б надали можливість раціонально та правильно розв`язати побудовану модель;

3) інтерпретація одержаного математичного результату, тобто встановлення його зв`язку з вихідними даними.

Для побудови відповідної математичної моделі потрібно здійснити вибір множини показників (параметрів), які впливають на перебіг процесу, що досліджується, вони є не точними значеннями величин, а наближеними. Крім цього дослідження математичної моделі в явному вигляді в більшості випадків неможлива, тому застосовують наближені методи розв`язання.

При цьому виникає ряд питань. Як вибрати наближений метод розв`язання поставленої задачі? Яка буде при цьому похибка отриманого наближеного розв`язку, тобто на скільки адекватний він буде дійсності? Як охарактеризувати похибку наближених значень величин, тобто міру їх відхилення від відповідних точних значень? Як оцінити похибку результат обчислень? Яку можна допустити похибку наближених значень чисел, щоб в результаті виконання арифметичних операцій над ними отримати похибку не дуже велику? Як найбільш раціонально виконувати дії з наближеними значеннями чисел і величин?

При застосуванні математичних методів до розв`язання задач можуть виникнути похибки різного характеру:

1) при складанні математичних моделей якого-небудь явища, процесу іноді потрібно приймати деякі умови, які спрощують задачу. Тобто, математичне формулювання задачі не точно відображає дійсні явища, а лише дає деяку ідеалізовану картину, при цьому виникає похибка постановки задачі.

2) буває, що в існуючій постановці задачу розв'язати важко, а іноді і неможливо. Тоді застосовують методи наближеного розв'язання задачі, тобто дану задачу замінюють іншою задачею, розв'язання якої в деякому змісті близьке до розв'язання даної задачі. Похибку, яка виникає при цьому, називають похибкою методу. Вказати величину або дати оцінку похибки методу в загальному випадку не можна. Це питання повинно досліджуватись в кожному конкретному методі для розв`язання того чи іншого по можливості широкого класу задач, а іноді і в застосуванні до розв`язання окремої задачі.

3)похибка може бути викликана тим, що при обчислюваннях виникає потреба виконувати дії над наближеними, а не точними значеннями параметрів, які входять в математичну формулу. Похибка таких початкових даних (початкова похибка) звичайно частково буде перенесена на результат. Таку похибку усунути не можна, її називають – похибкою дій. За допомогою методів математичного аналізу можливо знайти величину абсолютної та відносної похибок, які характеризують похибку дій.

4)похибка виникає при округленні нескінчених і скінчених десяткових дробів, які мають велику кількість значущих цифр або десяткових знаків, ніж потрібно при підрахунках. Така похибка називається – похибкою округлення (обчислювальною похибкою).

Таким чином, похибка результату складається з похибок, які виникають з різних причин.

Серед перелічених похибок тільки похибка округлення є такою яку можна усунути.

Тому, при застосуванні математичних методів до дослідження різноманітних економічних процесів та явищ, потрібно намагатися зменшити похибку округлення так щоб вона не домінувала над похибками інших видів, а складала по можливості меншу частину від всієї похибки.

В діяльності економіста, фінансиста, його основна робота аналіз, прогнозування, висновки. При цьому різноманітні підрахунки можливо та потрібно віддати на виконання комп`ютеру.

Підготовка фахівців з економіки включає вивчення певних програмних продуктів, які використовуються в бухгалтерії, банківській справі і т.п. Використання комп`ютерів – це допомога в організації різноманітних розрахунків.

При цьому, якщо пам`ятати, що комп`ютер не вміє працювати з наближеними значеннями величин, виникає необхідність, що б фахівець володів знаннями оцінки похибок обчислень, міг проаналізувати точність результатів.

В сучасних програмах існує функція, де можна встановити необхідну точність обчислень. Хоча на практиці більшість користувачів цією можливістю не користується, тому що не знають або не розуміють важливості врахування точності обчислень.

Досить рідко, але зустрічаються повідомлення, про помилки в комп`ютерних розрахунках, наслідками яких були аварії та катастрофи. На сайті [3] наведений список аварій та катастроф з багатоміліардними збитками та людськими жертвами, які доведено пов`язані з недоліками існуючої технології комп`ютерних обчислень (вибух ракети „Аріан" під час запуску, загибель норвежської платформи та ін.).

Як може з`явитися помилка? При обробці числових даних комп`ютер використовує цілі або раціональні числа (скінчені десяткові дроби). А дійсні числа, а тим більше наближені значення величин – розглядає як знову ж цілі або раціональні, не враховуючи точності округлення, або точності вимірювання. І тому можливі такі ситуації (помилки).

Якщо розглянути числа $a = 2.500$ та $b = 2.5$, то за теорією наближених обчислень $a \neq b$, а для комп`ютера ці числа рівні.

Ще приклад. Число $1.5(0)$ є періодичним десятковим дробом, а для комп`ютера – це раціональне число –

$$1.5(0) = 1.5 = \frac{15}{10}.$$

Розглянемо інші ситуації.

Нехай $a = 0.1$ та $b = 0.3$ наближені значення з одним значущим розрядом. Знайдемо їх частку допомогою програми «Калькулятор» яка є стандартною програмою Windows IP:

$$\frac{a}{b} = \frac{0.1}{0.3} = 0{,}33333333333333333333333333333333$$

Застосуємо теорію наближених обчислень для знаходження цієї частки. Як відомо $a = 0.1 \pm 0.05$, $b = 0.3 \pm 0.05$.

За методом меж маємо:

$0.05 < a < 0.15$, $0.25 < b < 0.35$.

Тоді $\frac{1}{0.35} < \frac{1}{b} < \frac{1}{0.25}$,

$$\frac{0.05}{0.25} < \frac{a}{b} < \frac{0.15}{0.25},$$

$$0.(142857) < \frac{a}{b} < 0.6.$$

Отже отриманий результат за допомогою комп`ютера не має жодної правильної цифри.

Такий приклад міг виникнути і в реальній практичній задачі, і стати основою подальших складних обчислень і дати остаточно результат, який не має ні якого змісту.

Розглянемо ще одну комп`ютерну помилку яку не можна знайти. Ця помилка виникає при знаходженні різниці близьких чисел. Задані два числа

$a = 3.00$, $b = 3.01$ (похибка між ними на рівні похибки вимірювання або розрахунків). Знайдемо їх різницю $b - a = 0.01$.

Оцінимо отриманий результат.

$a = 3.00 \pm 0.005$,

$$\delta_a = \frac{0.005}{3.00} \approx 0.17\% .$$

$b = 3.01 \pm 0.005$,

$$\delta_b = \frac{0.005}{3.01} \approx 0.17\% .$$

$a - b = 0.01 \pm 0.01$,

$$\delta_{a-b} = \frac{0.01}{0.01} = 100\% .$$

Отже помилка збільшується в 5,9 раз.

Тобто отриманий результат ніякого реального змісту не несе. Потім це число входить в склад коефіцієнтів рівнянь, в дільник і т.п. – використовується в інших обчисленнях. Можливо тільки уявити який результат, в кінці можна отримати, та яке відношення він буде мати до реальності.

Крім цього необхідно пам`ятати, що сучасна комп`ютерна технологія не дає можливості відслідковувати та знаходити такі помилки, такі числа (0,01) зразу ж перетворюються комп`ютером в стандартний вигляд $1,00 \cdot 10^{-2}$ (число з плаваючою комою) [4].

Як відомо, людина працює ефективніше, якщо вона озброєна сучасними інформаційними технологіями.

Але іноді ці технології можуть її підвести.

Отже економіст повинен бути знайомий з теорією наближених обчислень, щоб він міг реально оцінити точність результатів обчислень.

Основна мета вивчення наближених обчислень у вузах, які готують фахівців – економістів – забезпечити оволодіння знаннями і уміннями виконувати раціонально і правильно наближені обчислення і оцінювати точність одержаного результату.

Безперечно, студенти повинні з самого початку привчатися до раціонального проведення обчислень. Крім того основні принципи й правила теорії наближених обчислень являють собою конкретну базу, яка при правильному використанні її викладачем може істотно полегшити студентам засвоєння фундаментальних понять математичного аналізу (поняття ірраціонального числа та границі функції, поняття еквівалентних нескінченно малих, поняття диференціала та інтеграла то що). Важливо також щоб на старших курсах при вивченні фахових дисциплін зверталась увага на правила виконання обчислень з показниками та аналізувалась точність отриманих результатів.

Важливим фактором необхідності досконалого володіння навичками і уміннями наближених обчислень є і те, що це значно скорочує та спрощує обчислення, забезпечує належну точність одержаного результата.

Підготовка спеціалістів економічного спрямування передбачає ґрунтовні знання з математики в цілому, та зокрема високу обчислювальну культуру, яка включає в себе міцні знання та навички теорії і практики наближених обчислень, вміння їх застосовувати в майбутній професійній діяльності.

Коли б студенти ще з школи були знайомі на належному рівні з елементами наближених обчислень хоча би в тому обсязі, який визначений шкільною програмою з математики. Але констатуючий експеримент засвідчив, що рівень знань і умінь випускників загальноосвітньої школи незадовільний, що заважає формувати високий рівень обчислювальної культури в закладах вищої освіти.

Як наслідок такого стану вивчення наближених обчислень в школі, сьогодні студенти ВНЗ, зокрема спеціальностей економічного спрямування не мають необхідних знань з теорії та практики наближених обчислень. Можна додати, що не тільки студенти, а і викладачі загальноекономічних та професійно спрямованих дисциплін не звертають уваги на правильність виконання наближених обчислень, не аналізують точність (похибку) результатів. І причина не в не бажанні це робити, а в незнанні.

Дисципліна “Вища математика” є нормативною в підготовці спеціалістів економічного профілю. Традиційно програма курсу дисципліни включає розділи: лінійна алгебра, аналітична геометрія, диференціальне числення, інтегральне числення, диференціальні рівняння, ряди. В програмі майже не згадуються та не передбачаються наближені обчислення при розв`язуванні не тільки математичних задач, але і задач економічного змісту.

На даний момент в курсі “Вищої математики” для студентів економічних спеціальностей розглядаються економічні змісти математичних понять, приклади застосування математичних моделей до економічних процесів (без інтерпретації числових розв`язків).

Разом з тим ніде не відмічається, що необхідно підвищувати обчислювальну культуру студентів економічних спеціальностей, дати їм міцні знання з теорії та практики наближених обчислень. Адже показники в економічних розрахунках є наближені величини. Наукових робіт, ґрунтовних досліджень з цього питання на рівні сучасних вимог немає.

Сьогодні можна сказати, що зміст і методи навчання студентів ВНЗ економічних спеціальностей наближеним обчисленням залишається недостатньо розробленою. Відсутня цілісна методична система навчання студентів економічних спеціальностей методам і засобам наближених обчислень, яка б включала: мету, зміст, методи, прийоми, організаційні форми і засоби навчання, враховувала наступність при вивченні наближених обчислень в школі та ВНЗ.

Враховуючи вищевикладене можна зазначити, що існує протиріччя між вимогами сьогодення до підготовки спеціалістів економічних спеціальностей наближеним обчисленням з одного боку, з іншого відсутності цілісної методичної системи навчання наближеним обчисленням, яка б відповідала сучасним вимогам. Саме існування цього протиріччя обумовило тему дослідження „Методична система навчання наближених обчислень бакалаврів та магістрів з економіки”.

Як зазначав А.М.Крилов “…в приложениях обыкновенно интересует не процесс вычисления, а результат его; поэтому и стараются получить этот результат с достаточной точностью при наименьшей затрате труда и времени”[1].

1. Крылов А.Н. Лекции о приближенных вычислениях. – М., 1954.

2. Гнеденко Б.В. Математическое образование в вузах. – М.: Высшая школа, 1981.

3. www.ima.umn.edul/~arnold/disasters.html.

4. www.yur.ru/science/computer/TakoiKomputer.htm.

Резюме. **Шевелёва О.Б. ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЕКОНОМИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ.** *В работе обосновывается необходимость знания теории и практики приближенных вычислений студентами экономических специальностей.*

Summary. **Sheveljova O. THEORY AND PRACTICE OF APPROXIMATE CALCULATIONS IN ECONOMIC RECKONING.** *The necessity of theory and practice knowledge of approximate calculations by economists is grounded in the paper.*

Надійшла до редакції 13.07.2006 р.

ДЕЯКІ ПРИЙОМИ АКТИВІЗАЦІЇ ФАКУЛЬТАТИВНИХ ЗАНЯТЬ З МАТЕМАТИКИ

І.В.Гончарова,
асистент,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Йдеться про деякі прийоми активізації факультативних занять з математики. Від розв'язання цього питання залежить ефективність навчальної діяльності на факультативних заняттях, розвиток інтересу до навчання, формування самостійної думки, підготовка до майбутньої професійної освіти та трудової діяльності.

Розбудова національної системи освіти в Україні спрямована на підвищення інтелектуального потенціалу нації, виховання особистості як громадянина, котрий спроможний брати активну участь у будівництві сучасної держави. Саме тому освіта орієнтована на всебічний розвиток школяра, на удосконалення його інтересів та здібностей, підготовку учня до безперервного навчання, до майбутньої професійної освіти та трудової діяльності.

У проекті Концепції 12-річної загальноосвітньої школи [1] наголошується на необхідності варіативної освіти, створенні кращих умов для диференційованого навчання, врахуванні індивідуальних особливостей для розвитку і саморозвитку учнів тобто йдеться про те, що диференціація навчання і виховання учнів стає засадним принципом роботи середніх загальноосвітніх навчальних закладів.

Для диференційованого навчання в школі введено факультативні заняття, про які видатний математик, академік М.Л.Лаврентьєв писав: «Факультативи – це визнання учня особистістю, що має право на розвиток у бажаному напрямку»[2].

Учні добровільно, у відповідності зі своїми інтересами, вибирають факультатив і поглиблюють свої знання за предметом, що їх цікавить. Можливо, що до факультативу з математики запишеться середній і навіть слабкий учень (це можливо згідно принципу вільного вибору факультативу будь-яким учнем), але хто може сказати, яких успіхів може досягти учень, якщо в нього прокинеться жвавий інтерес до предмету?

Внаслідок підготовчої роботи кількість учнів, що прийшли на перше заняття може бути цілком задовільним, але вже на наступне заняття можуть прийти не усі. Це багато в чому буде залежати від методики проведеного заняття, його ефективності з урахуванням індивідуальних особливостей учнів.

У зв'язку з цим учневі потрібно допомогти закріпитися та „затриматися" на факультативі, підтримати інтерес до додаткових занять математикою і бажання займатися математичним самонавчанням, тим самим створити базу кожному для подальших особистісних успіхів.

У зв'язку з цим ***метою даної статті*** є розгляд деяких прийомів активізації факультативних занять з математики.

Як відомо, активізація навчального процесу має дві складові: активізація діяльності вчителя (удосконалення наукових знань, педагогічної майстерності, змісту, форм і методів навчання), та активізація діяльності учнів.

Розглянемо кожну з цих складових.

Досліджуючи проблему активізації, Т.Г.Щукіна [3] основну увагу приділяє сумісній діяльності вчителя та учнів, спонуканню учнів до її енергійного, цілеспрямованого здійснення, подоланню інерції та пасивних стереотипних форм викладання та навчання.

В проведенні факультативних занять для учнів основної школи важливе місце займають ***ігрові форми***, бо саме під час гри знімається психологічний бар'єр, учень не боїться висловлювати думки через страх показатися смішним перед вчителем чи аудиторією.

Учень, знаходячись в мікрогрупі, підлягає впливу багатьох різних ідей, думок. Це в свою чергу стимулює його розумову діяльність. Крім того, така ситуація викликає змагання між членами групи, що сприяє інтенсифікації творчого процесу. Спостерігається чітка залежність підвищення рівня пізнавальної активності учасників.

Ігрові заняття є своєрідним полігоном, на якому учні можуть відпрацьовувати навички в умовах, наближених до реальних. Аналіз помилок, що проводиться під час підведення підсумків, знижує ймовірність їх повторення в реальній дійсності [4].

Основною навчально-пізнавальною роботою з активного оволодіння учнями теоретичними знаннями та практичними вміннями з математики є їх ***самостійна робота*** (підготовка рефератів, доповідей, виконання індивідуальних домашніх завдань тощо), виконання якої повинно постійно контролюватися.

Великі можливості для цього мають навчальні матеріали або курси в задачах. Окремі розділи факультативних курсів учитель може розробити сам, підбираючи задачі в серії так, щоб через них розкривалися основні ідеї досліджуваної теми, а самі задачі були б «підігнані» одна до одної. Так ми пропонуємо учням для кожної теми факультативу [5] систему евристично орієнтованих задач. Наприклад, у [6] для теми «Метод координат. Векторний метод» (9 клас) пропонуються такі системи за дидактичними блоками «Декартові координати на площині» та «Вектори».

Великою популярністю в учнів, що відвідують математичні факультативи, користуються всілякі ***конкурси за розв'язуванням задач***. Це і зрозуміло: розв'язування задач – важлива сфера пристосування їхніх інтелектуальних сил, засіб виявити активність, самостійність, прикласти енергію і задовольнити природне бажання до діяльності в умовах змагальності. Конкурси можна проводити як заочні, так і очні. Математичні задачі можуть пропонуватися за матеріалом факультативного курсу, за програмами вступних іспитів у ліцеї, гімназії, технікуми, а також як підготовчі задачі до олімпіад. Наприклад, це може бути конкурс за розв'язуванням задач декількома способами, розв'язування математичних софізмів, конкурси за самостійним складанням задач, конкурс-змагання «Хто більше?» та ін.

Активізації факультативних занять сприяє також і ***евристичне навчання***, при якому велика увага приділяється евристичним питанням, що стимулюють творче мислення учнів і в залежності від переформулювання питання дозволяють побачити проблему як би з нової точки зору.

В умовах евристичного навчання увага приділяється стимулюванню таких процедур творчої діяльності, як творча уява, генерація ідей, творча рефлексія й ін.; розвиткові здібностей і прогнозуванню явищ, прийняттю оригінальних розв'язань, розвиткові критичного мислення.

Ніщо так не активізує мислення школярів, як розв'язування евристичних задач. Саме вони розвивають інтуїцію, дарують учням можливість виявити себе, дарують їм так зване „почуття успіху", що і сприяє їхній подальшій зацікавленості у вивченні математики. Саме з цією метою нами було створено факультативний курс „Евристики в геометрії" для учнів 7 класу [7].

Одним з універсальних напрямків активізації факультативних занять з математики є їх ***індивідуалізація***.

Спостерігаючи за характером навчальної діяльності учнів факультативу, а їх у групі не так багато, як у класі, звичайно близько 10 чоловік, учитель не затратить багато часу, щоб вивчити особливості особистості кожного з них. Це дає йому можливість підвищити ефективність індивідуальної роботи.

В учнів спостерігається вибірковість до підручників і науково-популярної літератури, що виявляється в тяжінні до докладного, повному, детальному або, навпаки, до короткого, конспективного викладу навчального матеріалу, індуктивному або дедуктивному способові обґрунтування математичних тверджень, посиленню наочності або абстрактності і т.п. Тому, як відзначає В.Д.Степанов [8], з урахуванням індивідуальних особливостей особистості бажано мати по тому самому факультативному курсу кілька різних, навчальних посібників, щоб учень сам міг вибрати той з них, що найбільше відповідає типові його розумової діяльності. При цьому кожен учень буде в основному вивчати матеріал курсу лише по одному обраному їм самим посібнику. Інші книги для нього будуть додатковою літературою. У нашому випадку – це друкований і електронний варіанти навчального посібника для учнів.

В обласній школі юних математиків при Донецькому національному університеті ми практикуємо здійснення занять за допомогою електронних навчальних посібників (ЕНП). На факультативі їх застосування виправдується тим, що учням пропонується засвоювати матеріал в індивідуальному темпі, труднощі переборюються за допомогою індивідуальних консультацій.

Такий посібник, побудовано так, щоб можна було здійснити індивідуалізацію самостійної діяльності учнів. Він включає теоретичний (Т), задачний матеріал (З), а також указівки для самостійної роботи і самоконтролю.

Матеріал може вивчатися:

- у дедуктивній формі (Д) – на занятті факультативу;
- конкретно-індуктивним шляхом (К) – при самостійному вивченні теми факультативу за допомогою ЕНП;

Можливі наступні шляхи вивчення учнями тем факультативу:

1) вивчення теоретичного матеріалу, що розкривається дедуктивним шляхом на занятті з наступним розв'язанням задач. Схематично його можна зобразити так:

$$Д \to З.$$

2) докладне, повне, детальне вивчення теоретичного матеріалу з розглядом конкретних прикладів, розбору індуктивних висновків з наступним розв'язанням задач. Схематично це можна виразити так:

$$К(ЕНП) \to З.$$

3) вивчення теоретичного матеріалу, що розкривається дедуктивним шляхом на занятті, повторне вивчення теоретичного матеріалу при організації самостійної роботи за допомогою ЕНП, розв'язання задач. Схематично такий шлях виглядає так:

$$Д \to К(ЕНП) \to З.$$

4) самостійний розбір теми (підтеми) факультативу за допомогою ЕНП, вивчення теоретичного матеріалу, що розкривається дедуктивним шляхом на занятті з наступним розв'язанням задач. Схематично це виглядає так:

$$К(ЕНП) \to Д \to З.$$

Спостереження показали, що учні з інтересом легше і швидше (кожний у своєму темпі) опановують теорією. Кожний має можливість ознайомитися (або вивчити) із певною порцією навчальної інформації.

Ефективна і якісна самостійна робота учнів у рамках факультативних занять неможлива без використання ***засобів інформаційно-комп'ютерних технологій*** та ***електронних засобів навчання***.

Комп'ютер як засіб навчання має значні резерви підвищення ефективності процесу навчання. Зокрема:

– новизна роботи з комп'ютером викликає в учнів підвищений інтерес до роботи з ним і посилює мотивацію учіння;

– колір, графіка, мультиплікація значно розширюють можливості подання інформації;

– відкриваються додаткові можливості у рефлексії учнями своєї діяльності завдяки тому, що вони можуть одержати наочне зображення наслідків своїх дій;

– активно включає учнів у навчальний процес, дозволяє їм зосереджувати увагу на найважливіших аспектах матеріалу, що вивчається [9].

Значні можливості для активізації факультативних затятий має новітній на сьогодні засіб навчання – ***інтерактивна дошка*** [10], яка є гарним помічником у демонстрації матеріалу, мотивуванні і залученні учнів у роботу, викладі нового матеріалу жваво, захоплююче і динамічно. Така наочність допомагає учням узагальнювати й осмислювати отримані знання. Вчитель може легко створювати схеми, що пояснюють, і діаграми за допомогою програмного забезпечення, і учні, захоплені всім тим, що відбувається на інтерактивній дошці, будуть активно брати участь у роботі на занятті.

Вчитель може міркувати вголос, коментуючи свої дії на дошці, поступово втягувати учнів і спонукувати їх записувати ідеї прямо на екрані. Усе це залучає школярів до активної участі на заняттях факультативу.

Отже, активізації факультативних занять з математики сприяють такі прогресивні форми, методи і заходи навчання:

– ігрові форми занять;

– самостійна робота учнів,

– конкурси за розв'язуванням задач;

– евристичне навчання, зокрема розв'язування евристичних задач;

– індивідуалізація навчання;

– застосування інформаційно-комп'ютерних технологій навчання;

– технічні засоби навчання (персональні комп'ютери, мультимедійна доска, таблиці, плакати, моделі тощо).

1. Концепція загальної середньої освіти 12-річної школи // Книга для вчителя математики: Довідково-методичне видання / Упоряд. Н.С.Прокопенко, Н.П.Щекань. – Харків: ТОРСІНГ ПЛЮС, 2005. – 272с.

2. Кобзев М.С., Горбачев И.А. Выдающиеся физики и математики о воспитании и обучении. Саратов: Изд-во СарГу, 1981.

3. Щукина Г.И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. – М.: Педагогика, 1988. – 203 с.

4. Новицька Л.І., Миронюк М.В. Ігрові форми навчання в процесі формування вмінь розв'язувати прикладні задачі під час вивчення математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження, 2005. – Вип. 23. – С.98-100.

5. Программа эвристических факультативов по математике / Сост.: Е.И.Скафа, И.В.Гончарова, Н.В.Коваленко и др.; под общ.ред.проф. Е.И.Скафы, И.В.Гончаровой. – Донецк: ДонНУ, 2005. – 46с.

6. Метод координат. Векторный метод: Методические рекомендации к проведению факультативных занятий (пособие для учителя) / Сост.: Е.И.Скафа, Н.В.Коваленко, И.В.Гончарова, О.Ю.Сурова; под общ. ред. Е.И.Скафы. – Донецк: ДонНУ, 2005. – 48 с.

7. Евристики в геометрії: факультативний курс: Книга для вчителя / І.В.Гончарова, О.І.Скафа. – Х.: Вид. група. «Основа», 2004. – 124 с. – (Серія „Бібліотека журналу „Математика в школах України"; Вип.5 (17).

8. Степанов В.Д. Активизация внеурочной работы по математике в средней школе: Кн. для учителя: Из опыта работы. – М.: Просвещение, 1991. – 80с. –С.4-5.

9. Кульчицька Н.В. Можливості використання НІТ при вивченні математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження, 2006. – Вип. 25. – С.95-98.

10. *Интерактивная доска // Школьные технологии, 2005. – №6. – С.208-216.*

Резюме. **Гончарова И.В. НЕКОТОРЫЕ ПРИЕМЫ АКТУАЛИЗАЦИИ ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ.** *Речь идет о некоторых приемах активизации факультативных занятий по математике. От решения этого вопроса зависит эффективность учебной деятельности на факультативных занятиях, развитие интереса к обучению, формирование самостоятельной мысли, подготовка к будущему профессиональному образованию и трудовой деятельности.*

Summary. **Goncharova I. SOME ACCEPTANCE OF ACTUALIZATION FACULTATIVE'S OCCUPATIONS ON MATHEMATICS.** *There is considered some acceptance of actualization facultative's occupations on mathematics. The efficiency of scholastic activity on facultative's occupations, the development of interest to education, shaping the independence of thought, the preparation to future professional education and labor activity depends on decisions of this question.*

Надійшла до редакції 12.09.2006 р.

ЕВРИСТИЧНЕ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ ЗАСОБАМИ ІКТ

Т.Г.Крамаренко
асистент,
Криворізький державний педагогічний університет,
м.Кривий Ріг, УКРАЇНА

В статті акцентується увага на тому, що впровадження нових інформаційних технологій навчання математики сприяє розвитку творчих здібностей учнів. Наведено приклади застосування моделюючого педагогічного програмного засобу GRAN1.

Постановка проблеми. Евристична навчальна діяльність школяра тісно пов'язана з розвитком таких творчих якостей його особистості, як інтелектуально-евристичні здібності [1,8], що включають в себе здібності генерувати ідеї, висувати гіпотези, переносити знання і уміння в нові ситуації, висувати оригінальні підходи та стратегії розв'язування творчих задач. Тому вчитель математики має не просто подати школяреві істину, а навчити її знаходити; на основі міцних базових знань розвивати в учнів мислення, інтуїцію, уяву. Як зазначає М.І. Жалдак [2,7], сучасні інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ) мають значний педагогічний потенціал, який може забезпечити розвиток неформалізованих творчих компонентів мислення. Тому евристичне навчання математики засобами ІКТ сприятиме становленню особистості школяра як творчої.

Аналіз досліджень. Проблеми реалізації евристичних ідей в навчанні математики досліджували такі математики і методисти, як Г.П.Бевз, М.І.Бурда, Т.М.Міракова, Ю.О.Палант, О.І.Скафа, З.І.Слєпкань, Л.М.Фрідман, Р.Г.Хазанкін та ін. Особлива заслуга в розробці евристичної діяльності як педагогічної проблеми належить Д.Пойа. В посібнику [3] автор розкриває творчий математичний процес, ілюструє механізми творчої діяльності, демонструє, як через застосування аналізу, індукції, аналогії, спостереження, висунення гіпотези, постановку експерименту отримати правдоподібні міркування. Акцентується увага на тому, що навчання повинне готувати учня до відкриття і не подавлювати в ньому ростки винахідливості. Д.Пойа звертається до викладачів математики з закликом „Вчити здогадуватися!" і підкреслює водночас, що потрібно навчати обом видам міркувань – доказовому та правдоподібному. Школяр має відрізняти строге доведення від нестрогої спроби, доведення від здогадки; відрізняти більш розумну здогадку від менш розумної [3,389].

В наукових працях О.І. Скафи [4][5] розглядаються питання розвитку творчої особистості та формування евристичної діяльності у навчанні математики. Розроблено і досліджено такі напрямки розвитку евристичної діяльності, як використання у навчанні загальних евристик (аналіз, аналогія, індукція тощо) і спеціальних евристик (метод перебору, принцип крайнього, інваріанти та ін.). Якщо спеціальні евристики значно частіше використовуються в класах з профільним вивченням математики, при підготовці учнів до олімпіад, то використання загальних евристик має фігурувати на кожному етапі вивчення курсу математики.

Навчання математики через відкриття – це, в першу чергу, питання вибору методів навчання. Евристичному навчанню математики імпонують проблемний виклад, частково-пошуковий (евристична бесіда) та дослідницький методи навчання [6,45]. Основою для проведення на уроці евристичної бесіди. мають бути спостереження учнів, організовані з метою збудження сумнівів, міркувань, творчих припущень. Вчитель стимулює самостійність роздумів і суджень учнів, заздалегідь готує систему запитань, відповідаючи на які вони самостійно формулюють означення поняття, „відкривають” доведення теореми, знаходять спосіб розв’язування задачі. Залучення учнів до дослідницької діяльності є вагомим аспектом активізації пізнання. Дослідницький метод передбачає самостійний пошук розв’язання пізнавальної задачі. Причому може виявитись потреба, щоб проблему сформулював сам учень або її формулює вчитель, але учні розв’язують самостійно. Разом з тим, З.І. Слєпкань зазначає, що недооцінка репродуктивної діяльності школярів призводить до того, що в учнів не забезпечується фонд дійових знань, який є необхідною умовою для організації самостійної пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення і продуктивної діяльності [6,45].

Психолого-педагогічні та методичні основи проблеми застосування комп’ютера як засобу навчання в школі досліджували такі вчені як Г.О.Атанов, А.П.Єршов, Ю.В.Горошко, М.І. Жалдак, С.А.Раков, Ю.В.Триус та інші. Характеризуючи педагогічний потенціал комп’ютерно-орієнтованих систем навчання математики, М.І.Жалдак акцентує увагу на тому, що особливого значення при використанні ІКТ в навчальному процесі набуває розвиток творчого мислення школяра через реалізацію проблемної ситуації чи постановку задачі; самостійне вироблення критеріїв добору потрібних операцій, що приводять до розв’язку; генерація здогадок та гіпотез в процесі пошуку основної ідеї розв’язку (наукова технічна фантазія, що не зводиться до комбінаторики та генерації випадкових станів); матеріальна інтерпретація формального розв’язку та ін. [2,7].

Характеризуючи роль ІКТ у формуванні евристичної діяльності учнів, О.І.Скафа [4,15] зазначає, що переважна більшість доступних в Україні програмних засобів призначена для навчання школярів працювати за зразком, орієнтована на запам’ятовування основних алгоритмів розв’язування типових задач. Що ж стосується організації та управління навчально-пізнавальною евристичною діяльністю школярів, формування діяльнісного підходу до вивчення тієї чи іншої теми шкільного курсу математики, розвитку інтелектуальних здібностей тих, хто навчається, то ці проблеми залишаються відкритими.

Одним із засобів візуалізації задачі та її розв’язку, який робить діалог учня та вчителя більш доступним та евристичним, є педагогічний програмний засіб (ППЗ) GRAN1 [7]. За допомогою GRAN1 школярі можуть будувати та аналізувати функціональні залежності явного *y(x)* та неявного *G(x,y)* видів, які задані в декартових чи в полярних координатах, параметрично, таблично. Модифікований GRAN1 дозволяє введення і одночасне оперування в програмі дев’ятьма параметрами P1, P2, ...P9 [8, 60], що відкриває нові можливості для реалізації евристичного навчання математики. При створенні об’єкта „функція” аналітичний вираз може містити кілька параметрів. В ході дослідження змінюють поточний параметр рухаючи бігунок з певним кроком в заданих межах (*Min-Max*).

В статті [4,16] О.І.Скафа характеризує GRAN1 як засіб, що сприяє формуванню у школяра таких навчальних евристичних умінь, як спостереження явищ в плані логічних і математичних категорій; аналіз фактів, сприйняття їх через призму математичних відношень; виділення об’єктів, важливих для пошуку розв’язання евристичної задачі; висунення різних гіпотез з обґрунтуванням їх можливості; передбачення результатів; формулювання узагальненого принципу, що прояснює сутність завдання; формулювання висновків; перевірка розв’язання і його відповідність вимогам евристичної задачі та інші.

Виділення частини проблеми. Впровадження ІКТ в освітній процес здійснюється через комп’ютерно-орієнтований урок, тому поряд з питанням добору „інтелектуальних” комп’ютерних програм постає проблема педагогічної майстерності вчителя, уміння конструювати і розробляти ним уроки на основі методологічних і методичних положень та вимог. Тому проблема формування творчої особистості школяра через евристичне навчання математики засобами ІКТ потребує подальшого дослідження і апробації. **Мета** дослідження конкретизувалася в **завданні** відібрати матеріал шкільного курсу алгебри і початків аналізу вивчаючи який, доцільно використовувати GRAN1 для розвитку творчих здібностей школяра та розробити рекомендації щодо його застосування.

Основний матеріал. З впровадженням інформаційних технологій навчання математики надзвичайно зростає роль обчислювального експерименту, що застосовується при формулюванні понять, при перевірці відомих тверджень та більш глибоких досліджень. Завдяки дослідницькому методу досягається найбільш високий рівень навчання та проблемності пізнавальної активності, на основі чого в учнів створюються нові пізнавальні навички та потреба у набутті інших. Як зазначає С.А.Раков [9,3], дослідницький підхід не є самоціллю – він складає методологічну основу набуття випускниками високого рівня математичних компетентностей (процедурних, логічних, дослідницьких, технологічних, методологічних), які, за сучасними поглядами, є метою (або навіть місією) математичної освіти. Навчальні дослідження є вищою формою творчості учнів. Організація самостійної творчої роботи учнів з використанням ІКТ у курсі математики потребує від учителя найвищої кваліфікації і математичної, і педагогічної, і у галузі ІКТ. Продуктивна творча самостійна робота учнів відбувається в процесі постійного обговорення та співпраці у дослідницькій спільноті, яку утворюють однокласники, вчитель, будь-які інші зацікавлені особи. Учитель якомога менше втручається у творчі процеси і виконує роль наставника, менеджера.

На основі проведених нами досліджень можемо стверджувати, що підсумовуючи результати графічних експериментів, виконаних за допомогою GRAN1, учні можуть ефективно складати інструкції, алгоритми, схеми, узагальнювати способи розв'язування задач. Між діяльністю за алгоритмом, яка в значній мірі є репродуктивною, і діяльністю направленою на складання алгоритмів існує принципова різниця. Остання тісно пов'язана з творчим процесом, який вимагає від виконавця різних логічних операцій: аналізу і синтезу; порівняння та співставлення фактів і явищ, подібності і відмінностей; виділення первинних і вторинних ознак; розкриття причинно-наслідкових зв'язків тощо. Простіші алгоритми можна скласти з учнями в класі за один прийом, більш складні вимагають триваліших пошуків. На заключному етапі роботи формулюються загальні твердження. Графічні експерименти в GRAN1 дозволяють робити в першу чергу емпіричні узагальнення – створення схем, алгоритмів у цьому разі дає відповідь на питання „Як?". Щоб здійснити теоретичні узагальнення, потрібно обґрунтувати „Чому?".

Розглянемо приклади завдань, при виконанні яких зручно організовувати дослідження за допомогою GRAN1. В переважній більшості вони взяті з підручників [10], [11] для поглибленого вивчення математики, однак цілком доступні і для учнів загальноосвітнього чи гуманітарного профілів. Як один із напрямів організації дослідження пропонуємо проведення спеціалізованих лабораторних робіт, на яких учні індивідуально або у складі дослідницької групи самостійно розв'язують математичні задачі дослідницького типу у комп'ютерному класі. Школярі можуть ефективно досліджувати властивості лінійної функції $y = kx + b$ ($y = P1 * x + P2$), оберненої пропорційності $y = {}^{k}\!/_{x}$ ($y = P3 / x$), квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$ ($y = P4 * x \wedge 2 + P5 * x + P6$), дробово-раціональної $y = (ax + b)/(cx + d)$. В дужках до кожної з функцій вказано об'єкт типу „Явний: У=У(х)" з аналітичним виразом. Для дробово-раціональної функції рекомендуємо досліджувати об'єкт $y(x) = P7 + P8/(x + P9)$, тобто виділивши цілу частину. Адже саме у такому записі школярі краще сприймуть вплив параметрів.

Тригонометричні функції відіграють важливу роль в математичному описанні багатьох періодичних процесів, що спостерігаються в природі. Наприклад, руху маятника навколо нерухомої осі, руху небесних тіл по еліптичних орбітах. Робота майже всіх машин та механізмів пов'язана з періодичним рухом – рухом поршнів, шатунів. На час вивчення даного матеріалу школярі уже знайомі з елементарними перетвореннями графіків функцій. Новим для них є поняття періодичності функції. Розглянемо формулу $I = I_m \sin(\omega t + \varphi)$, яка виражає залежність між силою струму I та часом t у ланцюгу змінного струму. Пропонуємо школярам шляхом дослідження в GRAN1 встановити зміст коефіцієнтів I_m, ω, φ гармонічних коливань – амплітуди, циклічної частоти, початкової фази; з'ясувати, який з коефіцієнтів впливає на зміщення графіка функції вздовж осі Ox; який з коефіцієнтів впливає на період коливань і як саме визначається період. Необхідно перевірити також висунуту гіпотезу стосовно визначення періоду для функцій $I = I_m \cos(\omega t + \varphi)$, $y = Atg(kx + b)$. Для роботи в GRAN1 вводимо функцію *Y(x)=P1*sin(P2*x+P3)* і змінюємо послідовно значення кожного з параметрів *P1, P2, P3.* Досліджуючи, для яких проміжків часу сила струму перевищує (не перевищує) наперед задане число, графічно розв'язуємо тригонометричні нерівності і поступово підводимо школярів до формулювання алгоритму їх розв'язування. В підручнику [10,192] школярам рекомендується також проаналізувати суму двох гармонічних коливань, за умови, що у них а) амплітуди різні, а частоти рівні; б) амплітуди рівні, а частоти різні; в) і амплітуди, і частоти різні. Ця вправа класифікована, як завдання високого рівня. Дослідження зручно виконати в GRAN1 і зробити припущення стосовно суми періодичних функцій і визначення загального періоду. Проведення дослідження інтенсифікує процеси засвоєння матеріалу. Прикладна спрямованість матеріалу дозволить посилити міжпредметні зв'язки „математика-фізика", забезпечить підвищення внутрішньої мотивації учня.

Актуалізувавши знання школярів про знаходження оберненої функції, на основі означення показникової функції, пропонуємо шляхом дослідження об'єктів *y-P1^x=0* і *x-P1^y=0* експериментально встановити властивості показникової та оберненої до неї логарифмічної функцій. Доцільно при вивченні заданих функцій провести такі дослідження: порівняти швидкість зростання степеневої функції $y = x^{\alpha}$, $\alpha > 0$, показникової та логарифмічної функцій з основою більшою одиниці при $x \to +\infty$. З цією метою створюються об'єкти: *Y(x)=x^P2*; *Y(x)=(P1)^x*; *Y(x)=log(P3,x).* Для кожного з параметрів задають область зміни і крок зміни: $P1 \in (1;7)$, $P2 \in (0,1;15)$, $P3 \in (1;7)$, *h=0,1*. Необхідність виконання таких досліджень викликана труднощами, які виникають у школярів при побудові графіків. Підсумовуючи результати експериментів, школярі здійснюють узагальнення, яке пов'язане з обчисленнями границі функції, з відшуканням горизонтальних та вертикальних асимптот графіків.

Надто складно даються школярам побудови графіків, що містять обернені тригонометричні функції. Наприклад, таких функцій, як $y = \arcsin(\sin(x))$ і $y = \sin(\arcsin(x))$, $y = \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$, $y = arctg\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ [11,207]. Для побудови графіка першої функції важливо встановити період функції, непарність, записати аналітичні вирази, перевірити правильність запису через побудову графіка. Підсумком роботи має стати сформульований алгоритм і здійснена його перевірка для функції

$y=\arccos(cox(x))$ чи $y=arctg(tg(x))$. Для аналізу і складання алгоритму побудови графіків двох останніх функцій, доцільно побудувати в одній системі координат також графіки внутрішніх функцій, горизонтальні та вертикальні асимптоти графіків.

За допомогою програми GRAN1 учні легко засвоять побудови графіків через елементарні перетворення, в тому числі, і перетворення з модулями. Однак, з поля зору випадають перетворення, що пов'язані з функцією ант'є від *x*. Задачі, що містять цілу і дробову частину числа, досить часто зустрічаються на олімпіадних змаганнях різних рівнів, у збірниках задач до багатьох вузів, є нестандартними і вимагають до розв'язання творчого підходу. Їх по праву називають "шедеврами шкільної математики", тому цілком виправдане їх розглядання на факультативних заняттях та спецкурсах математики. В нині діючих шкільних підручниках, зокрема [11], вводиться поняття цілої і дробової частини числа, будуються графіки функцій *y=[x], y={x}, y={2x}, y={0.5x}*, причому два останніх для демонстрації перетворення, заданого формулою *y=f(ax),* і більше ні в десятому, ні в одинадцятому класі таких завдань не зустрічається. Для організації дослідження і вироблення алгоритму побудови ефективно застосувати інтерактивну методику „ажурна пилка". Об'єднуємо школярів у чотири групи у відповідності до виду перстворення: *y=[f(x)], y={f(x)}, y=f([x]), y=f({x})*, будуємо графіки і, відштовхуючись лише від означення, складаємо і обговорюємо вироблені алгоритми. Так, для першого перетворення складемо таку послідовність дій: будуємо графік допоміжної функції *y=f(x);* проводимо допоміжні прямі *y=k*, де *k* – ціле число; через точки перетину прямих з графіком проводимо прямі, паралельні осі ОУ. На кожному з утворених інтервалів будуємо графіки у відповідності з означенням: ціла частина числа – це найбільше ціле число, що не перевищує дане, дробова частина – це різниця між числом і його цілою частиною. Щоб побудувати в програмі GRAN1 графіки функцій $y=[x^2-a|x|]$ і $y=\{x^2-a|x|\}$, створюємо для першої функції об'єкт $y=INT(x\wedge 2-P1*ABS(x))$. Для дробової частини на панелі введення даних нема зарезервованої кнопки, тому її потрібно ввести виходячи з означення: $\{x\}=x-[x]$. $y=x\wedge 2-P1*ABS(x)-INT(x\wedge 2-P1*ABS(x))$. І навіть тоді, коли графік побудований за допомогою GRAN1, для школярів залишається невирішеною проблема виколотих точок. Оскільки графіки розривних функцій потрібно будувати лише в режимі „за точками", то в ході дослідження можна використати прийом „лови помилку". Активні обговорення, консультації розвивають комунікативні здібності школярів.

Вивчаючи похідну, надзвичайно корисно провести в GRAN1 дослідження, які допоможуть школяреві глибше усвідомити сутність цього поняття, з'ясувати геометричний зміст похідної, „відкрити" теореми про необхідну умову локального екстремуму; достатню умову монотонності функції; висунути гіпотези стосовно зв'язку, який існує між другою похідною та опуклістю графіків функції. До таких досліджень підштовхує і сам виклад матеріалу за підручником [11, 278], зокрема, означення опуклості через розташування дотичної по відношенню до графіка функції [11, 288]. Запропоновані експерименти можна виконати у двох режимах: 1) побудувати в одній системі координат графіки функції, графіки першої та другої похідної; 2) провести дослідження, користуючись послугою „Операції. Похідна". Дослідження в першому режимі можуть перекликатися із завданням підручника: з'ясуйте, при яких співвідношеннях між коефіцієнтами *a, b, c, d* функція $y=ax^3+bx^2+cx+d$ матиме екстремуми? Для дослідження створюємо об'єкти явного виду: для функції

$y=P1*x\wedge 3+P2*x\wedge 2+P3*x+P4$,

першої та другої похідної кубічного тричлена

$y' = 3*P1*x\,\hat{}\,2 + 2*P2*x + P3$,

$y'' = 6*P1*x + 2*P2$. Звісно, що умову наявності екстремумів функції $b^2 - 3ac > 0$, школярі зможуть отримати лише аналітичним шляхом. Крім того, щоб розвивати теоретичне мислення, потрібно висновок зробити до графічних експериментів, в ході яких вони з'ясують, що екстремуми існують, коли графік першої похідної (парабола) перетинає вісь Ох. Дані експерименти можна розширити в плані дослідження розташування точок (x_{min},y_{min}) і (x_{max}, y_{max}) при зміні одного з параметрів, коли зафіксовані інші.

Для дослідження в другому режимі використовуємо послугу „Операції. Похідна" і будуємо дотичну до графіка функції *f(x)*, що проходить через точку *(x_o, $f(x_0)$)*. Якщо абсцису точки дотику задати через параметр, то, плавно змінюючи його значення, будемо рухати дотичну вздовж кривої. При цьому динамічно обчислюється похідна функції в кожній з розглянутих точок. В ході самостійної лабораторної роботи чи евристичної бесіди на уроці школярі аналізують побудовані графіки, порівнюють проміжки монотонності функції та проміжки знакосталості першої похідної, проміжки опуклості графіків функцій та проміжки знакосталості другої похідної, співставляють нулі похідної та точки екстремумів, нулі другої похідної та точки перегину. Через систему запитань підводимо юних дослідників до формулювання необхідної та достатньої умов існування екстремуму, до відшукання алгоритму дослідження на монотонність та екстремуми, на опуклість графіків функцій та точки перегину графіків.

Надзвичайно ефективно застосовувати програму GRAN1 для обробки статистичних даних, апроксимації результатів досліджень поліномами. Цілу серію досліджень можна провести використовуючи послугу „Операції. Інтеграл". Не можна обійти увагою питання розв'язування практичних задач. Дослідження математичних моделей до них зручно також виконувати за допомогою зазначеного програмного засобу.

Задачі з параметрами – це дослідницькі мініатюри. Для формування умінь та навичок для їх розв'язування разом з школярами необхідно складати евристичні правила-орієнтири. Оскільки модифікований GRAN1 дозволяє одночасно працювати з дев'ятьма параметрами, то це відкриває нові можливості для активізації досліджень при розв'язуванні широкого кола математичних задач з параметрами. Власне, кожне із попередніх завдань, що стосувалися GRAN1, були свого роду задачами з параметрами. Побудови до них виконувалися в координатній площині *(x,y)*. Через застосування ППЗ школярам стають доступнішими такі графічні прийоми, як метод паралельного перенесення, повороту, гомотетії та ін. Не менш ефективно виконувати побудови і в координатній площині (x,a). Проводячи прямі, перпендикулярні осі параметрів, часто знаходимо число розгалужень, кількість розв'язків, їх вигляд тощо. Зауважимо, що графічні методи розв'язування таких задач не в повній мірі можна вважати строгими, при їх застосуванні цілком ймовірні помилки. Тому розв'язання має супроводжуватися доказовими аналітичними міркуваннями. Наприклад, при дослідженні, для яких значень параметра *p* система двох рівнянь

$$y^2 + (2x+4)y + (x^2+2x)(4-x^2) = 0$$

(ГМТ, заданих рівнянням, розпадається на дві параболи) і $y = p(x+4)$ має три різні розв'язки? Школярі швидше всього допустяться помилки, тому що знайдуть лише чотири положення прямої, а не шість. Однак, аналітична частина розв'язання, без якої в задачі не обійтися, покаже всі шість шуканих значень параметра. На рис.1 виконано побудови в GRAN1 для об'єктів $y = P1*(x+4)$ і $0 = y\,\hat{}\,2 + (2*x+4)*y + {}$ $+(x\,\hat{}\,2 + 2*x)*(4 - x\,\hat{}\,2)$. Кожна з двох прямих зліва дотикається до однієї параболи і перетинає в двох точках другу. Саме вони часто випадають з поля зору школярів.

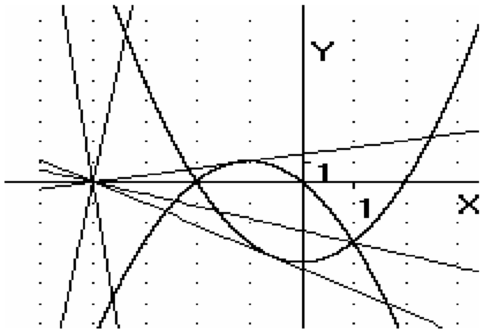


Рис. 1

Висновки. В ході дослідження розглянуто окремі питання методики організації навчання за допомогою GRAN1, що сприяють евристичному навчанню математики. Використання ІКТ в навчанні математики дозволяє зробити доступнішими для сприйняття абстрактні математичні об'єкти та методи, здійснювати індивідуальний підхід в навчанні, підвищує ефективність процесу навчання математики; створює умови для розвитку творчого мислення через активізацію творчо-пошукової, дослідницької діяльності учнів як на уроці, так і в позаурочний час. Здогадки, маленькі відкриття, які здійснює школяр, формують його творче мислення. Евристичне навчання математики за допомогою ППЗ GRAN1 відкриває ті шляхи, розкриває той процес пізнання, які ведуть учня від незнання до глибоких, усвідомлених знань, формують його творчу особистість.

1. Слєпкань З.І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики. // Математика в школі. – 2003. – №1. – с. 6-9.

2. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Зб. наук праць/ Редкол.- К.:НПУ ім. М.П.Драгоманова. –Випуск 7. – 2003. – с. 3-16.

3. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975. – 464 с.

4. Скафа Е.И. Информационные технологии обучения и их роль в формировании эвристической деятельности учащихся. // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових праць. Вип. 19.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – с. 9-21.

5. Скафа Е.И. Эвристический подход в обучении математике. // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. Вип. 14.- Донецьк: Фірма ТЕАН, 2000. – с. 33-40.

6. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.

7. Жалдак М.И., Горошко Ю.В., Винниченко Е.Ф. Математика с компьютером: Пособие для учителей. –К.: РУНЦ „ДИНИТ", 2004.-251с.

8. Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Використання комп'ютерних програм для створення динамічних моделей при вивченні математики // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наукових праць / Редрада.- К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2006. - №4 (11). - с.56-62.

9. Раков С.А. Вивчення геометрії на основі дослідницького підходу з використанням пакета динамічної геометрії DG. // Математика в школі, - 2005.-№ 7. – с.2-9.

10. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для учнів 10 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закладах освіти. – К.: Освіта, 2000. – 318 с.

11. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для учнів 11 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закладах освіти. – К.: Освіта, 2001. – 311 с.

Резюме. **Крамаренко Т.Г. ЭВРИСТИЧЕСКОЕ ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ СРЕДСТВАМИ ИКТ.** *В статье акцентируется внимание на том, что внедрения новых информационных технологий обучения математики оказывает содействие развитию творческих способностей учеников. Приведены примеры применения моделирующего педагогического программного средства GRAN1.*

Summary. **Kramarenko T. HEURISTIC EDUCATION OF MATHEMATICS BY FACILITIES OF INFORMATION TECHNOLOGIES.** *In the article much attention is concentrated on the fact that introduction of new information technologies in teaching is conductive to the development of creative abilities of students. There are some examples of application of modeled programme pedagogical means GRAN1 too.*

Надійшла до редакції 25.10.2006 р.

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧАЩИХСЯ КАК ОСНОВА ТВОРЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ

С.Г.Цапова,
учитель математики,
Донецкий бизнес-лицей,
г.Донецк, УКРАИНА

У статті розглядаються теоретичні й практичні аспекти залучення учнів до дослідницької діяльності для найбільш ефективного досягнення мети навчання.

Развитие информационного общества, научно-технические преобразования, рыночные отношения требуют от каждого человека высокого уровня профессиональных и деловых качеств, предприимчивости, способности ориентироваться в сложных ситуациях, быстро и безошибочно принимать решения. Идея включения учащихся в исследовательскую деятельность для наиболее эффективного достижения целей обучения имеет давнюю историю. Во многих научно-методических публикациях, в том числе и современных (А.В.Леонтович, А.С.Обухов, И.Д.Чечель, А.Белов и др.), раскрываются сущность и основные характеристики проектной деятельности, даются ее различные классификации, в том числе и по доминирующему способу деятельности учащихся (исследовательские, творческие, информационные, практико-ориентированные проекты) [1, 2, 3, 4, 5].

Занятия учащихся исследовательской деятельностью в рамках Малой академии наук призваны решить целый комплекс задач по углубленному математическому образованию, всестороннему развитию индивидуальных способностей школьников и максимальному удовлетворению их интересов и потребностей. Для непрерывного обучения и самообразования особо важное значение имеют развитие самостоятельности и творческой активности учащихся и воспитание навыков самообучения по математике. В психолого-педагогической литературе самостоятельность обычно понимается как способность личности к деятельности, совершаемой без вмешательства со стороны. Самостоятельность личности не выступает как изолированное качество личности, она тесно связана с независимостью, инициативностью, активностью, настойчивостью, самокритичностью и самоконтролем, уверенностью в себе. Важной составной частью самостоятельности как черты личности школьника является познавательная самостоятельность, которая трактуется как его готовность (способность и стремление) своими силами вести целенаправленную познавательно-поисковую деятельность.

Самостоятельная познавательная деятельность учеников может носить как характер простого воспроизведения, так и преобразовательный, творческий. При этом в применении к учащимся под творческой подразумевается такая деятельность, в результате которой самостоятельно открывается нечто новое, оригинальное, отражающее индивидуальные склонности, способности и индивидуальный опыт школьника. Философское определение творческой деятельности как деятельности, результатом которой является открытие нового оригинального продукта, имеющего общественную ценность, по отношению к учащемуся неприемлемо. Хотя бывают случаи, когда деятельность учеников выходит за рамки выполнения обычных учебных заданий и носит творческий характер, а ее результатом становится продукт, имеющий общественную ценность: оригинальное доказательство известной теоремы, доказательство новой теоремы, составление новой компьютерной программы и т.п. Как правило, в учебной деятельности творчество проявляется в субъективном плане, как открытие нового для себя, нового в своем умственном развитии, имеющего лишь субъективную новизну, но не имеющего общественной ценности.

Творческий (продуктивный) и воспроизводящий (репродуктивный) характер самостоятельной деятельности связаны между собой. Воспроизводящая самостоятельная деятельность служит первоначальным этапом развития самостоятельности, этапом накопления фактов и действий по образцу, и имеет тенденцию к перерастанию в творческую деятельность. В рамках воспроизводящей деятельности уже имеют место элементы творчества. В свою очередь, в творческой деятельности также содержатся элементы действий по образцу.

В дидактике установлено, что развитие самостоятельности и творческой активности учащихся в процессе обучения математике происходит непрерывно от низшего уровня самостоятельности, воспроизводящей самостоятельности, к высшему уровню, творческой самостоятельности, последовательно проходя при этом определенные уровни самостоятельности. Руководство процессом перерастания воспроизводящей самостоятельности в творческую состоит в осуществлении последовательных взаимосвязанных, взаимопроникающих и обусловливающих друг друга этапов учебной работы, каждый из которых обеспечивает выход учащегося на соответствующий уровень самостоятельности и творческой активности. Задача воспитания и развития самостоятельности личности в обучении заключается в управлении процессом перерастания воспроизводящей самостоятельности в творческую.

По характеру учебной самостоятельной деятельности учащихся при выполнении математических работ прикладной направленности в рамках Малой академии наук целесообразно выделить четыре уровня самостоятельности.

Первый уровень, подготовительный – простейшая воспроизводящая самостоятельность. Особенно ярко проявляется этот уровень в самостоятельной деятельности ученика при выполнении упражнений, требующих простого воспроизведения имеющихся знаний, когда учащийся, имея правило, образец, самостоятельно решает задачи, упражнения на его применение.

Первый уровень самостоятельности прослеживается в учебно-познавательной деятельности многих учеников, только начинающих работать над поставленной задачей в рамках МАН. Затем большинство учащихся быстро выходят на следующий уровень.

Второй уровень самостоятельности можно назвать вариативной самостоятельностью. Самостоятельность на этом уровне проявляется в умении из нескольких имеющихся правил, определений, образцов рассуждении и т.п. выбрать одно определенное и использовать его в процессе самостоятельного решения новой задачи. На данном уровне самостоятельности учащийся показывает умение производить мыслительные операции, такие, как сравнение, анализ. Анализируя условие задачи, ученик перебирает имеющиеся в его распоряжении средства для ее решения, сравнивает их и выбирает более действенное.

Третий уровень самостоятельности – частично-поисковая самостоятельность. Самостоятельность ученика на этом уровне проявляется в умении из имеющихся у него правил и предписаний для решения задач определенного раздела математики формировать (комбинировать) обобщенные способы для решения более широкого класса задач, в том числе и из других разделов математики; в умении осуществить перенос математических методов, рассмотренных в одном разделе, на решение задач из другого раздела или из смежных учебных предметов; в стремлении найти «собственное правило», прием, способ деятельности; в поисках нескольких способов решения задачи и в выборе наиболее рационального, изящного; в варьировании условия задачи и сравнении соответствующих способов решения и т.п. В названных проявлениях самостоятельности присутствуют элементы творчества.

Ученик на этом уровне обладает относительно большим набором приемов умственной деятельности – умеет проводить сравнение, анализ, синтез, абстрагирование и т.п. В его деятельности значительное место занимает контроль результатов и самоконтроль. Он может самостоятельно спланировать и организовать свою учебную деятельность.

Работа в МАН в X, а особенно в XI классе некоторых учащихся носит творческий характер, что находит выражение в самостоятельной постановке ими проблемы или задачи, в составлении плана ее решения и отыскании способа решения; в постановке гипотез и их проверке; в проведении собственных исследований и т.п. Поэтому целесообразно выделить высший, четвертый уровень самостоятельности – творческую самостоятельность.

В соответствии с выделенными уровнями осуществляются четыре этапа учебной работы. Каждый этап связан с предыдущим и с последующим и должен обеспечивать переход школьника с одного уровня самостоятельности, на следующий уровень.

Первый этап ставит целью выход учащегося на первый уровень самостоятельности. На этом этапе учитель или другой руководитель творческой работы знакомит учащегося с элементарными формами познавательной деятельности, сообщая математические сведения, разъясняет, как можно было бы получить их самостоятельно. С этой целью он использует консультационную форму работы с элементами лекции, а затем организует самостоятельную деятельность ученика, состоящую в изучении доступного материала в специальной или научно-познавательной математической литературе, а также в решении задач, предварительно подобранных учителем в качестве примеров. Эта деятельность учителя и учащихся соответствует аналогичной деятельности на уроках математики и довольно хорошо освещена в методической литературе.

На втором этапе работы преподаватель привлекает учащихся к обсуждению различных способов решения поставленной задачи и отбору наиболее рационального из них; поощряет самостоятельную деятельность учеников в сравнении способов. Учитель знакомит учащихся с общими и частными указаниями, содействующими самостоятельному выбору путей решения практической задачи с помощью уже изученных приемов, способов и методов решения аналогичных задач. На этом этапе педагог широко пользуется методом эвристической беседы, организует самостоятельное изучение учащимися нового материала по учебным пособиям.

Третий этап наиболее ответственный, так как именно на этом этапе должен произойти выход учащихся на основной уровень самостоятельности. Здесь большое внимание уделяется организации самостоятельного изучения учащимися дополнительной учебной, научно-популярной и научной математической литературы, сопровождаемого решением достаточного сложных задач и их всевозможных вариаций; подготовке рефератов и докладов по математике на конференции МАН; творческому обсуждению докладов и сообщений на семинарах, участию в школьном, районном, областном конкурсе МАН.

На этом этапе руководитель или научный консультант проводит разбор найденных учеником решений; показывает, как надо работать над задачей (все ли случаи рассмотрены, нет ли особых случаев, нельзя ли обобщить найденный способ, чтобы можно было применять его к целому классу задач, и т.п.); учит выдвигать гипотезы, искать пути предварительного обоснования или опровержения их индуктивным путем, а затем находить дедуктивные доказательства; с помощью проблемных вопросов создает дискуссионную обстановку, направляет ход дискуссии и подводит итоги и т.д.

На четвертом этапе основной формой является индивидуальная работа с учащимися, дифференцируемая с учетом познавательных интересов и потребностей и профессиональной ориентации каждого. Самостоятельная работа школьника на этом этапе работы носит поисково-исследовательский характер и требует творческих усилий. Учащиеся самостоятельно в течение сравнительно длительного срока решают проблемы, сформулированные ими самими или предложенные учителем. Помощь преподавателя заключается в проведении индивидуальных консультаций, в рекомендации соответствующей литературы, в организации обсуждения найденного учеником доказательства и т.п.

И конечно, на всех этапах большое внимание уделяется индивидуальной работе с учащимися: оказание ненавязчивой помощи некоторым ученикам в поисках путей решения задачи, в подготовке к докладам на семинарах в рамках МАН, в подборе литературы для рефератов и их письменном оформлении, в организации и осуществлении математического самообучения.

В качестве тем научных работ в рамках МАН могут быть предложены, например классические задачи древности: о квадратуре круга, об удвоении куба, о трисекции угла [6]. Примером приложения изученной теории может служить использование метода координат к решению геометрических задач [7].

В последнее время большой популярностью пользуются задачи с экономическим содержанием. Задачи по раскрытию механизма действия банковской системы позволяют варьировать условие, в том числе опираясь на данные по своему городу, области [8,9]. Другой тип заданий с экономической составляющей, неизменно пользующийся интересом у учащихся, это построение математической модели поведения участников торгов [10]. И если в литературе в основном рассматривается наиболее простые варианты с двумя участниками торгов и с двумя объектами продажи, то, естественно, после детального изучения механизма таких торгов, предложить учащемуся рассмотреть более сложные варианты, например, с тремя объектами и тремя участниками и т.д. Другой путь обобщения этой задачи состоит в изучении различных стратегий поведения участников аукциона. И если случаи стремления обоих участников к максимизации собственных доходов, или при одновременном стремлении к максимизации разности доходов довольно подробно описаны, то случаи с разной стратегией участников, в том числе со стратегией минимизации дохода конкурента, установкой приоритета стратегий, представляет собой довольно интересный, мало изученный материал, который можно предложить в качестве научной темы в рамках МАН наиболее подготовленным учащимся.

1. *Леонтович А.В. Исследовательская деятельность как способ формирования мировоззрения. // Народное образование, 1999. – № 10.*
2. *Обухов А.С. Исследовательская деятельность как способ формирования мировоззрения. // Народное образование, 1999. – № 10.*
3. *Чечель И.Д. Управление исследовательской деятельностью педагога и учащегося в современной школе. М.: Сентябрь, 1998.*
4. *Алексеев Н.Г., Леонтович А.В., Обухов А.В., Фомина Л.Ф. Концепция развития исследовательской деятельности учащихся // Исследовательская работа школьников, 2002. – № 1. – С. 24-33.*
5. *Белов А. Об организации учебно-исследовательской деятельности в области математики // Внешкольник, 1997. – № 7-8.*
6. *Конфорович А.Г. Визначні математичні задачі. - К.: Радянська школа, 1981. – 192 с.*
7. *Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Кириллов А.А. Метод координат. Библ. физ.-мат. школы. Изд. Пятое. – М.: Наука, 1983. – 88 с.*
8. *Симонов А.С. Некоторые применения геометрической прогрессии в экономике // Математика в школе. 1998. – № 3. – С.27-36.*
9. *Дзундза А.І., Цапов В.О. Культура економіко-математичного моделювання. Алгебра. – Донецьк: Норд Комп'ютер, 1999. – 309 с.*
10. *Малыхин В.И. Финансовая математика. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 248 с.*

Резюме. **Цапова С.Г. НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧАЩИХСЯ КАК ОСНОВА ТВОРЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ.** *В статье рассматриваются теоретические и практические аспекты включения учащихся в исследовательскую деятельность для наиболее эффективного достижения целей обучения.*

Summary. **Tsapova S. SCIENTIFICAL-RESEARCH WORK OF STUDENTS AS A BASE OF CREATIVE ACTIVITY.** *Theoretical and practical aspects of inserting students in the research activity for the best effective attaining of educational aims are considered.*

Надійшла до редакції 28.11.2006 р.

СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ЗНАНЬ СТАРШОКЛАСНИКІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МЕТОДУ ПРОЕКТІВ НА ОСНОВІ КОМП'ЮТЕРНОЇ ПІДТРИМКИ

О.М.Марченко,
ст. викладач,
Рівненська філія Європейського університету
м.Рівне, УКРАЇНА

У статті висвітлюється проблема систематизації знань старшокласників на уроках математики шляхом упровадження елементів методу проектного навчання із застосуванням інформаційно-комунікаційних технологій. Зображення екранного подання інформації репрезентують результати розробки учнями старших класів навчального проекту, присвяченого систематизації знань з теми "Похідна та її застосування", подані у вигляді слайдів мультимедійної презентації PowerPoint.

Державний стандарт базової і повної середньої освіти з математики визначає першим із завдань цієї освітньої галузі "Опанування учнями системи математичних знань, навичок і умінь, необхідних у повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань..." [2,с.3]. У зв'язку з неухильною інформатизацією системи освіти в Україні проблема систематизації математичних знань старшокласників із використанням засобів комп'ютерної підтримки навчання набуває особливої актуальності. Упровадження комп'ютерно-орієнтованих систем навчання, як один із основних пріоритетів розвитку освіти в Україні, потребує суттєвих методичних інновацій, які враховують ідею компетентнісного підходу до організації навчального процесу, що передбачає не лише набуття учнями знань, навичок і умінь, але й накопичення ними досвіду самостійної діяльності на основі системних знань.

Практичне застосування інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у навчальному процесі потребує ґрунтовного психолого-педагогічного вивчення впливу комп'ютерних засобів навчання на інтелектуальний розвиток учнів, зокрема на формування навичок і вмінь структуризувати знання, систематизувати засвоєні поняття та наукові факти, з'ясовувати зв'язки і відношення в системі знань. Новітні дослідження з дидактики та методики навчання математики, зокрема, ([4],[6],[7],[10], [11] та ін.) виявляють актуальність використання комп'ютерної підтримки навчально-пізнавальної діяльності, можливість розширення доступу до знань в умовах інформаційного суспільства, але практично не торкаються проблеми формування вмінь здійснювати систематизацію здобутих учнями знань з допомогою комп'ютера. Залучення засобів ІКТ до процесу перетворення сукупності окремих фактів на систему математичних знань являє собою важливу психолого-педагогічну і методичну проблему, оскільки знання шкільних курсів основ наук є тільки тоді глибокими та дієвими, якщо утворюють єдину систему, в якій елементи знаходяться у цілком визначених взаємовідношеннях і становлять певну цілісну структуру.

Аналіз сучасних досліджень і публікацій вказаної тематики свідчить про існування об'єктивного протиріччя між можливостями подальшої інформатизації процесу навчання математики, спрямованого на формування цілісних і системних знань, і недостатньою розробкою методичного забезпечення шляхів вирішення проблеми систематизації математичних знань на основі комп'ютерної підтримки. Термін „комп'ютерна підтримка навчання" ми пов'язуємо з процесами перетворення і подання інформації за допомогою комп'ютера та їхньою взаємодією з навчально-виховною сферою. Систематичні дослідження шляхів розв'язання вказаної проблеми започатковано М.І.Жалдаком [3] (використання комп'ютера для супроводу навчання математики в загальноосвітніх навчальних закладах), З.І.Слєпкань [10] (проблеми особистісно орієнтованої математичної освіти), Н.В.Морзе [7] (застосування інформаційно-комунікаційних технологій у проектно-пошуковій методиці організації навчально-виховного процесу), І.Д.Пасічником [8] (дослідження операціональних структур систематизації в процесі засвоєння шкільного курсу математики) та іншими дослідниками. Взагалі, проблема використання засобів ІКТ при вивченні математики в старших класах є предметом широкого обговорення у спеціалізованій науково-методичній пресі та наукових дослідженнях з теорії та методики навчання математики та інформатики. Так, зокрема, методика вивчення елементів стохастики з комп'ютерною підтримкою викладена в посібнику для вчителів М.І.Жалдака та Г.О.Михаліна [4], методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики описані М.Я.Ігнатенком [5], використання педагогічного програмного засобу GRAN-3D під час вивчення курсу стереометрії подане О.В.Вітюком в [1], застосування комп'ютерних технологій у спецкурсі „Алгебра та початки математичного аналізу" описується В.Б.Самородовим у [9].

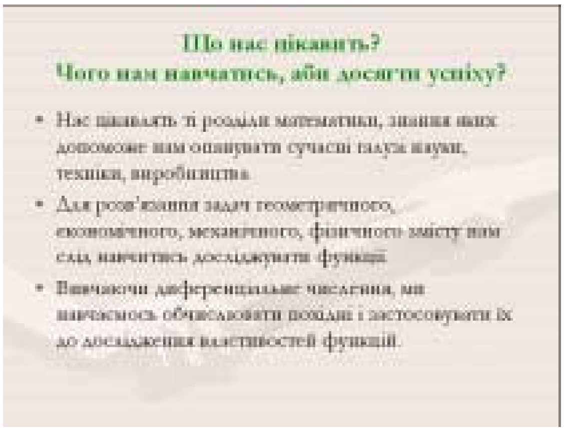
Проте існує суперечність між сучасним розумінням [6] дидактичних принципів систематичності і послідовності, системності знань, упровадженням комп'ютерної підтримки навчання та наявним методичним забезпеченням питання систематизації знань. Ця суперечність породжує проблему розробки комп'ютерно-орієнтованої методики систематизації математичних знань старшокласників. Необхідність розв'язання вказаної проблеми обумовлює доцільність постановки завдання дослідження мети, змісту, форм, методів та засобів комп'ютерно-орієнтованої систематизації математичних знань старшокласників як логічного прийому усвідомлення і запам'ятовування теоретичного матеріалу і способів навчальної діяльності.

Ми вважаємо, що розробка методичного забезпечення комп'ютерної підтримки систематизації знань повинна проводитись у таких напрямках:

1. Використання вчителем систематизації як обов'язкового компонента навчання з метою формування в свідомості учнів уявлення про математику як систему понять, суджень з цілком визначеною структурою відношень.
2. Управління учбовою діяльністю старшокласників в умовах поглибленого і профільного навчання математики з метою формування навичок і умінь використання систематизації як інтелектуального механізму конструювання нового знання.
3. Використання учнями систематизації як логічного прийому усвідомлення, узагальнення і запам'ятовування фундаментальних понять курсу математики старших класів під час розв'язування вправ на засвоєння математичного апарату як засобу постановки і розв'язання проблем реальної дійсності.

Роботу вчителя з систематизації математичних знань слід планувати таким чином, аби у свідомості кожного учня зберігалися основні ідеї математики та операційні знання, які дають змогу використовувати їх у подальшому навчанні або у майбутній професійній діяльності. Кожний етап систематизації знань є успішним тоді, коли здійснюється на основі відповідної системи завдань, яка спонукає учнів самостійно або під керівництвом учителя знаходити такі методи і прийоми, які дають можливість нового бачення відомих математичних фактів, знаходження перспективних ліній у побудові зв'язків нового знання з раніше вивченим матеріалом. Кожному вчителю-практику відомо, що нерідко учні на уроках математики задають питання: „Для чого мені це потрібно?”, „Де це практично використовується?”. Тому акцентування прикладного значення математики може стати хорошим мотиваційним фактором, який слід враховувати при відборі змісту навчального матеріалу для проведення тематичної, підсумкової та міжпредметної систематизації знань.

Плануючи проведення уроку узагальнення та систематизації знань з теми „Похідна”, можна запропонували учням стати учасниками розробки навчального проекту на тему: „Як похідна допомагає зрозуміти оточуючий світ?”. Розробка проекту сприяє актуалізації знань з теми „Похідна та її застосування”, спонукає учнів самостійно розкрити можливості математики для усвідомленого вибору профілю навчання, пов'язаного із здобуттям обраної професії. Добираючи матеріал для презентації результатів проектної діяльності, учні не лише узагальнюють і систематизують свої знання, але й знайомляться з основами математичних методів економіки, краще розуміють прикладне значення математики, з'ясовують шляхи використання похідної як засобу дослідження інших понять у прикладному аспекті. Зміст презентації відповідає основним вимогам результативності вивчення даної теми, а саме: знати означення похідної, її прикладний зміст, зокрема геометричний або економічний; знати теореми про обчислення похідної та похідні елементарних функцій; вміти обчислювати похідні функцій, розв'язувати задачі, пов'язані з геометричним або економічним змістом похідної. Засобами ІКТ учні відображають ідею про те, що похідна моделює швидкість зміни будь-якого процесу з часом. Наступні слайди демонструють результати пошуково-дослідницької роботи учнів з теми „Похідна та її застосування”:



Задачі, які приводять до поняття похідної (про миттєву швидкість, про продуктивність праці, про дотичну до кривої та інші), розв'язуються за одним алгоритмом:

•Фіксованому значенню змінної x_0 надаємо приросту Δx і знаходимо значення функції у відповідних точках: $f(x_0)$ і $f(x)=f(x_0+\Delta x)$

•Знаходимо приріст функції Δy, який відповідає приросту аргументу Δx: $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$

•Знаходимо відношення приросту функції до приросту аргумент:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

•Знаходимо границю цього відношення при умові, що приріст аргумент прямує до нуля, тобто

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=f'(x_0)=y'$$

Ми з'ясували, що похідна може являти собою різні математичні об'єкти:

$$f'(x)$$

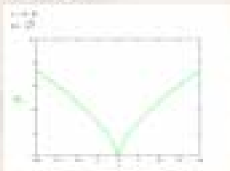
$x=x_0$ $f'(x_0)$ – число	$x\in(a;b)$ $f'(x)$ – функція

Розв'язуючи задачі з математичної економіки, ми використовували необхідну умову існування екстремуму функції:

Якщо функція $y=f(x)$ в точці x_0 досягає екстремуму, то похідна $f'(x_0)$ або дорівнює нулю, або не існує

Перевіряємо на прикладах:

$y=x^2$ в точці $x=0$ має мінімум; $f'(0)=0$



$y=x^{2/3}$ в точці $x=0$ має мінімум; f' в точці $x=0$ не існує

Як середня і миттєва швидкість зміни функції використовуються в економічному аналізі?

Задача. Нехай функція $u=u(t)$ виражає кількість u продукції, випущеної за час t. Знайти продуктивність праці в момент t_0.

Розв'язання. В момент t_0 кількість продукції дорівнює $u(t_0)$. За період часу від t_0 до $t=t_0+\Delta t$ кількість продукції змінюється з $u(t_0)$ до $u(t)=u(t_0+\Delta t)$. Отже приросту часу $\Delta t=t-t_0$ відповідає приріст випущеної продукції $\Delta u=u(t_0+\Delta t)-u(t_0)$. Середня продуктивність праці за цей час дорівнює:

$$p_c=\frac{\Delta u}{\Delta t}=\frac{u(t_0+\Delta t)-u(t_0)}{\Delta t}$$

Продуктивність праці в момент t_0 дорівнює граничному значенню середньої продуктивності праці за період від t_0 до $t_0+\Delta t$ при умові, що $\Delta t\to 0$. Отже, продуктивність праці в момент t_0 дорівнює:

$$p=\lim_{\Delta t\to 0}p_c=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta u}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{u(t_0+\Delta t)-u(t_0)}{\Delta t}$$

Як застосовують похідну для економічних досліджень?

- Витрати виробництва вважають функцією (змінна y) кількості випущеної продукції x. Тоді Δx – приріст продукції, Δy – приріст витрат виробництва, середній приріст витрат виробництва на одиницю продукції визначається таким відношенням: $\frac{\Delta y}{\Delta x}$
- Похідна $y'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ виражає граничні витрати виробництва, тобто з її допомогою можна обчислити додаткові [illegible] на виробництво одиниці додаткової продукції. Граничні витрати залежать від рівня виробництва кількості продукції (змінна x) і визначаються не постійними виробничими затратами, а тільки змінними (затрати на сировину, паливо тощо). Розглядають також граничну ціну, граничний дохід та інші граничні величини.

Граничні величини характеризують не стан (як сумарну або середню величину), а процес, тобто зміну економічного об'єкта за часом або відносно іншого чинника

В економіці похідну застосовують для дослідження функції ціни, доходу та прибутку

Що таке граничний аналіз ціни?

Нехай $C=C(x)$ - ціна виробництва та маркетингу x одиниць продукції. За означенням похідної $C'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{C(x+h)-C(x)}{h}$, де h – кількість одиниць продукції, на яку збільшилось виробництво за фіксований проміжок часу порівняно з x одиницями продукції.

$C'(x)$ називається *функцією граничної ціни* і визначає величину зміни в загальній ціні як результат зміни виробництва на одиницю продукції. Якщо найменш можливий приріст виробництва $h=1$, то $C'\approx\frac{C(x+1)-C(x)}{1}$; $C'(x)\approx C(x+1)-C(x)$, тоді $C'(x)$ точна ціна $(x+1)$одиниці продукції при рівні виробництва xодиниць продукції.

Ми уявили себе радою директорів фірми з виробництва домашніх кінотеатрів нового покоління. Маркетинговий відділ фірми склав рівняння попиту: $x=10000-1000p$, де x – кількість одиниць продукції, p – роздрібна ціна. Ми знайшли функцію попиту: $p=10-\frac{x}{1000}$. Фінансовий відділ запропонував функцію ціни: $C(x)=7000+2x$ (в сотнях гривень). Потім ми обчислили граничну ціну: $C'(x)=2$ і зрозуміли, що на кожну одиницю продукції слід витрачати додатково 200грн.

А далі ми спробували передбачити майбутній дохід...

Дохід $R(x)=p*x$ - це сума грошей, які наша фірма отримає від реалізації x одиниць товару за ціною p грн.
У нас: $R(x)=xp=x\left(10-\frac{x}{1000}\right)=10x-\frac{x^2}{1000}$
Ми знайшли граничний дохід $R'(x)=10-\frac{x}{500}$; $R'(x)=0$ тоді $x=5000$

При $x<5000$ маємо, наприклад, $R'(2000)=6>0$ - дохід зростає

При $x>5000$ маємо, наприклад, $R'(7000)=-4<0$ - дохід зменшується при зростанні виробництва

При $x=5000$ дохід не зміниться, маємо максимум попиту, перевищення якого призводить до перенасичення ринку і зменшення доходів виробника. Отже, з допомогою граничного аналізу можна визначити обсяги попиту, при яких дохід фірми зростає, або такі, при яких збільшення виробництва спричинить зменшення доходів фірми.

Тематика завдань економічного змісту відповідає методичним рекомендаціям [11]; розв'язуючи їх, учні усвідомлюють як прикладний аспект застосування похідної, так і загальнотеоретичний зміст цього поняття (похідна як математична модель дослідження швидкості зміни певного процесу). Використання проектно-пошукової діяльності учнів на основі застосування ІКТ значно активізує навчання і є ефективним методичним прийомом систематизації знань.

Таким чином, застосування педагогічно доцільних засобів комп'ютерної підтримки навчання математики учнів старших класів значно інтенсифікує формування провідних компетенцій, і, зокрема, досвіду самостійної навчальної діяльності на основі системи знань. Зростання соціального замовлення на неперервну освіту, яка надає людині можливості успішної адаптації до вимог сучасного ринку праці, потребує переосмислення традиційних форм і методів опанування учнями системи знань як основи наукового пізнання світу. Гармонійне поєднання індивідуальних, групових і колективних форм навчання учнів систематизації знань на основі застосування засобів ІКТ сприяє оптимізації засвоєння змісту математичної освіти і створенню цілісного освітнього простору, в якому чітко прослідковуються зв'язки математики з іншими предметами природничого циклу.

1. Вітюк О.В. Використання педагогічного програмного засобу GRAN-3D під час вивчення курсу стереометрії. //Комп'ютер у школі та сім'ї, 2000. – №3. –С.18-20.

2. Державний стандарт базової і повної середньої освіти// Математика в школі, 2004. – №2. – С.2-5.

3. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 303 с.

4. Жалдак М.І., Михалі Г.О. Елементи стохастики з комп'терною підтримкою: Посібник для вчителів // Математика,2002. – №22-23(178-179). – 86с.

5. Ігнатенко М.Я. Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики: Дисертація докт.пед.наук: 13.00.02 / Український державний педагогічний університет ім.М.П.Драгоманова. – К., 1997. – 335с.

6. Малафіїк І.В. Дидактика: Навчальний посібник. – К.: Кондор, 2005. – 398 с.

7. Морзе Н., Дементієвська Н. Intel® Навчання для майбутнього. Методичні рекомендації для тренерів-методистів.-©2005Intel Corporation.

8. Пасечник И.Д. Операциональные структуры систематизации в процессе усвоения школьного курса математики. – Ровно: Облполиграфиздат, 1990. – 188 с.

9. Самородок В.Б. Використання комп'ютерних технологій у спецкурсі „Алгебра та початки математичного аналізу" // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2000. – №4. – С.40-41.

10. Слєпкань З.І. Проблеми особистісно орієнтованої математичної освіти учнів середньої школи // Математика в школі. – 2003. – №9. – С.3-4.

11. Стрельченко О.С., Вайнтрауб М.А., Стрельченко І.Г. П'ять уроків з теми: „Застосування похідної в задачах з економічним змістом" // Математика в школі, 2004. – №1. – С.38-43.

***Резюме*. Марченко Е. СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ СТАРШЕКЛАССНИКОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ПРОЕКТОВ НА ОСНОВЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПОДДЕРЖКИ**. *В статье рассматривается проблема систематизации знаний старшеклассников на уроках математики с помощью внедрения элементов метода проектного обучения с применением информационно-коммуникационных технологий. Изображения слайдов мультимедийной презентации PowerPoint представляют собой результаты разработки учениками старших классов учебного проекта, целью которого была систематизация знаний по теме „Производная и ее применение".*

***Summery.* Marchenko O. KNOWLEDGE SYSTEMATIZATION IN UPPER FORMS IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS WITH APPLICATION OF PROJECT METHOD BASED ON A COMPUTER SUPPORT**. *The problem of knowledge systematization in upper forms at the lessons in mathematics by applying elements of project education method, using information-communicative technologies has been performed in the article. The results of educational project, effectuated by upper formers have been represented like reflection of screen presentations. The aim of the project was a systematization of knowledge on the subject: "A derivative and its properties". The multi-medium presentation Power Point was used to show the results of project on a screen.*

Надійшла до редакції 23.10.2006 р.

ПРИНЦИПИ ТРИЄДНОСТІ В РЕАЛІЗАЦІЇ ПРОГРАМ, ОРІЄНТОВАНИХ НА ОСОБИСТІСНИЙ РОЗВИТОК УЧНІВ

В.О.Грищенко
кандидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник,
Інститут моніторингу якості освіти
Національного технічного університету України "КПІ",
М.Київ, УКРАЇНА

Розглядається структура змісту навчання математики на рівні педагогічної дійсності. Обґрунтовується узгодженість троїчної його побудови, – за авторською схемою поділу – з особистісною орієнтацією научіння, зокрема з його поетапною моделлю. Пропонується застосовування формату триєдності змісту навчання для узгодження нових педагогічних методик на відповідність із традиційним тлумаченням розвивального навчання.

Постановка проблеми. Навчання в сучасному глобалізованому світі відбувається різними шляхами. Тим ясніше виступає відмінність між навчанням, як метою здобування тих чи інших знань і умінь, та научінням, як безпосереднім процесом оволодіння системою знань, що розвивається у відповідності до змісту навчання. Серцевина педагогічної проблематики лежить на межі між навчанням і научінням.

Під змістом навчання ми розуміємо утилітарну суть цього терміну, як він вживається у програмі навчання у якості заголовного одного із її розділів. Потрібно тут одразу відокремитися від поняття змісту научіння, яке використовується в психологічній теорії научіння, згідно з якою зміст об'єднує утворення асоціацій між елементами чуттєвого досвіду людини [1].

Звернемося тепер до концепції научіння, як його трактує психологічна теорія научіння. Змістом її називається виявлення і використання суттєвих відношень реальності, які відображені поняттями і їх системами, що закріплюються словами [2, с.92]. При цьому зміст научіння витворюється у процесі формування в учнів систем понять та принципів, суттєво відтіняючи процес научіння від накопичення різноманітних знань у повсякденному побуті.

Коли аналізується зміст навчання математики на ступені реалізації навчання, то виникає питання про технологію проектування навчального матеріалу на безпосередній навчальний процес. Тобто на *рівень педагогічної дійсності*, На тій межі, де зміст навчання втілюється в сутність обопільної діяльності викладання і учіння, тобто здійснюється процес навчання, там фокусується проблематика реалізації теоретичних положень про особистісний розвиток учнів. Предмет даного дослідження можна визначити в супровідній конкретизації змісту навчання цього рівня.

Аналіз останніх досліджень. Національна доктрина розвитку освіти в Україні засновує пріоритетним напрямом особистісну орієнтацію. Тобто сам освітній процес трактується не як проста трансляція знань, їх засвоєння і відтворення, а як розвиток пізнавальних здібностей. В реалізації освітнього процесу ми повинні орієнтуватися на той *ступінь, де зміст навчання трансформується в научіння кожного окремо взятого учня*. Отже, спеціально організований зміст системи знань та передумови для розуміння (суб'єкт пізнання), – це ті дві координати, де навчання визначається нормами діяльності викладання і суттєво підпорядкована умовам нинішньої адаптивної концепції освіти.

Особистісно орієнтований підхід до навчання виходить із того, що розвиває не саме знання, а цілеспрямоване його конструювання, яке моделює зміст наукової області, методи її розвитку.

Основою становлення та розвитку пізнавальної активності у нас є організоване навчання, а за учнем закріплена роль суб'єкта, навчання якого відбувається за спеціально організованих умов. Ми виходимо із того, що предмет математики дозволяє таку побудову навчального змісту, яка в цілому відтворює природну в послідовність означень і властивостей, співвідношень і висновків. Теоретично найсуттєвіші означення і співвідношення монтуються у тій органічній послідовності, яка відповідає природі математичних знань. Це має спонукати суб'єктну активність знань учнів. Іншими словами: направленість і характер індивідуальної активності учні визначається організацією навчального процесу. Тобто основне джерело становлення та розвитку пізнавальної активності учня, організаційно знаходячись поза його особистістю, покладає на викладача застосування спеціальних прийомів для контактування.

По суті справи, система розвивального навчання, яке кладеться в основу вітчизняної концепції шкільної математичної освіти [3], вирізняється цілеспрямованим і планомірним формуванням змісту научіння.

Науково-педагогічні пошуки такого спрямування стали особливо актуальними в останні роки у зв'язку з різноплановими змінами у шкільному навчанні. Звернемося до логіко-психологічних положень розвивального навчання, відправним пунктом якого служить концепція В.В.Давидова з базовою тезою про послідовне сходження від абстрактного до конкретного. Розглянемо один із центральних пунктів цієї концепції [4, с164]: *знання, які конституюють предмет (визначають його основи), повинні засвоюватися в процесі аналізу умов їх походження, завдяки яким вони стали необхідними*.

Невирішені проблеми. Звісно, що це положення потребує розгорнутого тлумачення при його проектуванні на ту чи іншу предметну область, – наприклад, викладання математики. Загальну сутність психологічного оснащення концепції розвивального научіння висвітлена в роботах І.С.Якиманської та її послідовників. Відповідні їм моделі навчання математики досліджувалася З.І.Слєпкань та її учнями. Проте, елементна база змісту розвивальної концепції научіння залишається невизначеною.

Формулювання цілей статті. Автор поставив перед собою мету запропонувати змістове оснащення для розгорнутого тлумачення розвивальної концепції навчання математики

Основна частина. Перш за все потрібно зупинитися на деяких загальних результатах, безвідносно до конкретних дисциплін. Так, у дослідженнях І.С.Якиманської в руслі розвитку концепції розвивального навчання пропонується типізація загальних прийомів навчальної роботи [5, с.20-23]. Автором виділяється три типи таких прийомів. Коротко зупинимося на цій класифікації, оскільки наш подальший аналіз використовує дещо схожі, але не тотожні за висновками міркування.

До прийомів **першого типу** прийомів відносяться такі, які забезпечують засвоєння знань, умінь та навичок. Вони задаються у вигляді правил, що повідомляються учням паралельно із передачею системи знань. Вони містяться в підручниках та методичних посібниках і розкриваються під час засвоєння змісту знань.

Прийоми **другого типу** не випливають безпосередньо із змісту знань по предмету та не викладаються у підручниках. Їх смислова основа спирається на законі розумової діяльності людини – це прийоми розсудливого спостереження, планування оптимальних дій у користуванні навчально-методичними матеріалами, прийомів контролю, корекції і оцінки результатів навчальної роботи. На них відбувається формування культури розумової праці і їх називають психодидактичними прийомами [6, с 39]. Вони направлені на організацію сприйняття навчального матеріалу, спостереження, запам'ятовування, створення відповідних образів.

До прийомів **третього типу** І.С.Якиманська відносить такі способи забезпечення мотивації до продуктивного навчання – до сприйняття навчального матеріалу, запам'ятовування, до розв'язання задач, до створення образів і оперування ними, – до активізації внутрішніх ресурсів людини. Як підкреслюється в [5, с. 24], ця частина прийомів забезпечує **самоактивність**. І вони не зв'язані з предметним змістом знань, забезпечуючи організацію учіння, як самостійний, активний і цілеспрямований процес.

Реалізація всіх даних прийомів пов'язана із предметним змістом, але тільки опосередковано. Як зазначає І.С.Якиманська, в навчально-методичній літературі вони представлені недостатньо. Притому специфічні навчальні прийоми вимагають від викладача особливої психологічної підготовки для роботи з ними. Правда, у свій час ставилося питання про наділення підручників методичним матеріалом, який забезпечував би формування потрібних «структур навчальної діяльності в залежності від особливостей предметів гуманітарного і природничо-математичного спрямувань» [7, с. 51]. Мова йшла про створення в кожному навчальному предметі так званих наскрізних прийомів, які забезпечували б засвоєння матеріалу. Якщо узгодити цю ідею з тезою В.В.Давидова про реалізацію шляхів засвоєння знань учнями на основі їх специфічного походження, то стає природною троїчна модель структуризації змісту навчання, коли йде мова про предмет математики [8]. При цьому одразу зазначимо, цю структуризацію можна розглядати як вивідну відносно запропонованих І.С.Якиманською типів прийомів навчальної роботи.

Для того, щоб коротко викласти суть троїчної моделі навчальних знань з математики, ми пропонуємо користуватися термінами сфер знань. До **першої** із них входить послідовний набір означень, аксіом, формул та теорем у їх логічно вивірених формулюваннях. До **другої** сфери відносяться способи виведення, змістовна суть логічних переходів, – тобто реалізація дедуктивної частини навчальних знань. **Третя** сфера включає систему образних елементів людської уяви, які створюються у свідомості разом з опануванням матеріалом перших двох сфер – тобто цю частину можна назвати сферою інтуїтивно-образної уяви. Для замкнутості системи навчальних знань ми повинні враховувати також наявність **четвертої** категорії знань – середовище описової математики, в якому існують і розвиваються виділені нами три сфери – три компоненти змісту навчання математики.

Спробуємо окреслити взаємо відповідність між сферами змісту навчання і типами прийомів їх опануванням.

Очевидно, для забезпечення вивчення першої сфери змісту навчання математики, потрібно орієнтуватися на перший тип прийомів. А для другої і третьої сфер – другий тип прийомів. Стосовно третього типу прийомі можна порівняти його із роллю четвертої сфери змісту навчання – це необхідна допоміжна частина навчального процесу. Однозначної відповідності між сферами змісту і типами прийомів навчальної роботи немає. Більше того, для довільного елемента змісту навчання математики може бути застосовано один чи декілька прийомів навчальної роботи різних типів. Для оптимального комбінування педагогічних прийомів у створенні робочих навчальних програм потрібні всебічні творчі зусилля спеціалістів – перш за все із врахуванням принципів дидактики, логіки і психології. Сучасний стан питання систематизації психолого-педагогічних методів навчання математики розвивального спрямування викладено у монографії [1]. Ідея троїчної схеми поділу змісту навчання математики ґрунтується на тих же принципах. Тому цілком природна постановка питання про пошук спільного знаменника для цих двох підходів науково методичного тлумачення навчання математики. Мова йде про вихідні позиції у формуванні робочих програм (тобто програм на рівні педагогічної дійсності) стосовно порядку вивчення тих чи інших розділів математики.

Ці спільні витоки слід шукати в концепції научіння, оскільки суть її полягає у формуванні в учнів понять і їх систем, що відображають найсуттєвіші відношення дійсності. Отже, поняття ставляться в основу концепції научіння і їх чітке окреслення обов'язкове для побудови стрункої теорії научіння.

Тому так само як в означенні сфер змісту навчання до першої із них ми включаємо сукупність означень, формул і теорем у логічно бездоганних формулюваннях, так у поетапній методиці орієнтувально-операціональної теорії научіння першим пунктом ставиться здійснення введення процесу вивчення означень на їх застосування [2, с.95]. Тобто поетапна модель «відштовхуючись» від природних орієнтирів і переходячи до словесних дій повинна мати перед собою «скелет навчального матеріалу», який якраз і складає означену сферу змісту навчання. Другим етапом даної психічної моделі процесу навчання значиться перехід до образних орієнтирів у вигляді уявлень – він теж у проекції на троїчну модель змісту має свою частину у вигляді сфери інтуїтивно-образної уяви. Завершальний етап цієї моделі передбачає розумові дії і орієнтири у формі значень (понять), для практичного трактування чого в троїчній схемі передбачено сферу реалізації дедуктивної частини математичних знань.

Тут варто звернути увагу на ту обставину, що дана поетапна модель научіння на момент розробки, як зазначено в [2, с. 95], не претендувала на універсальність. У цьому зв'язку останнім часом в науково-педагогічних виданнях зустрічаються публікації [9], де обстоюються альтернативні підходи по відношенню до моделі навчання по Ельконіну-Давидову. Так, А.Лобок у своїй немалій розробці [10] взагалі заперечує необхідність використання понятійних форм научіння шкільної математики. З абстрактної точки зору такий погляд теоретично можливий. В такому разі потрібно ретельно від слідкувати всі елементи по реалізації научіння як в класичній так і альтернативній моделі научіння.

Але наш аналіз свідчить про її змістовій адекватність троїчній схемі поділу навчального матеріалу по відношенню до предмету математики. Так, звернемося до поняття *змісту концепції научіння* [2, с.92]: він складається із елементів виявлення і використання тих суттєвих відношень дійсності, які відображені в поняттях і закріплені словами. Але для предмета математики серцевиною її змісту є логіка міркувань, тобто доведення, і вони мають бути згруповані в окрему змістову групу. Так само має бути виділено систему образних елементів людської уяви, що створюються у свідомості разом з опануванням інших елементів навчання.

Висновок. Елементна база змісту концепції научіння у своєму поєднанні збігається із сукупним складом трьох сфер троїчності змісту навчання математики. Безпосередня належність елемента змісту до тієї чи іншої сфери однозначно відповідає операційній стадії поетапної методики концепції научіння. Отже, дана теорія научіння стосовно предмета математики дістає своє природне завершення, коли наділяється троїчною схемою поділу змісту навчання.

1. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004 – 240 с.

2. Ительсон Л.Б. Психологические теории научения и модели процесса обучения // Советская педагогика, №3, 1973. – С. 83-95.

3. *Бурда М.І., Слєпкань З.І., Литвиненко Г.М. Концепція шкільної математичної // газета «Освіта» від 31.07.96.*

4. *Давидов В.В. Проблемы развивающего обучения. – М.: Педагогика. – 1986. – 240 с.*

5. *Якиманская И.С. Знания и мышление школьника. – М.: Знание, 1985. – 80 с.*

6. *Якиманская И.С. Разработка технологии личностно-ориентированного обучения // Вопросы психологии, 1995. – №2. – С.31-42.*

7. *Якиманская И.С. Значение учебно-методической литературы в развитии умственной активности учащихся // Роль учебной литературы в формировании общих учебных умений и навыков школьников. – М., 1984.*

8. *Грищенко В.О. Триєдиність у навчанні математики: методологічний аспект. – К.: ІВЦ "Видавництво «Політехніка»", 2005. – 194 с.*

9. *Горбачова Е.Р. Роль понятийных форм мышления в обучении детей математике // Педагогика, 2004. – №6. – С. 39-45.*

10. *Лобок А. Другая математика // Школьные технологии, 1998. – №6. – 226 с.*

Резюме. **Грищенко В.А. ПРИНЦИПИ ТРИЄДНОСТІ В РЕАЛІЗАЦІЇ ПРОГРАМ, ОРІЄНТОВАНИХ НА ОСОБИСТІСНИЙ РОЗВИТОК УЧНІВ.** *Рассматривается структура содержания обучения математике на уровне педагогической действительности. Обосновывается согласованность троичного его построения, – по авторской схеме деления – с личностной ориентацией научения, в частности, с его поэтапной моделью. Предлагается применение формата триединости для согласования новых педагогических методик на соответствие с традиционным толкованием развивающего обучения.*

Summary. **Gryshchenko V. PRINCIPLES OF THE TRIDENT IN REALIZATION OF THE PROGRAMS, ORIENTED ON PERSONALITY DEVELOPMENT PUPILS.** *The structure of contents of the mathematics studying at the level of the pedagogical reality is considered. The coordination of the studyind trident construction is explained, – after the author division scheme – with the personality orientation of the learning, especially with its gradual model. We propose to use the form of the trident of studying contents to adjust new pedagogical methodics to accordance with the traditional explaination of the developing studyind.*

Надійшла до редакції 18.10.2006 р.

До уваги читачів!

Наступний випуск
міжнародного збірника наукових робіт
„Дидактика математики: проблеми і дослідження" №27
планується випустити у квітні 2007 року.
Чекаємо на Ваші нові роботи!

ПРОГРАМУВАННЯ В СЕРЕДОВИЩІ MAPLE ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Т.П.Кобильник,
аспірант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м.Київ, УКРАЇНА

Стаття присвячена вивченню систем комп'ютерної математики Maple на основі задач з аналітичної геометрії. У статті описано два геометричні пакети geometry та geom3d та дано характеристику деяким командам з цих пакетів.

В останні десятиріччя сформувався та розвивається науковий напрям на межі математики та інформатики – комп'ютерна математика [1], основними засобами якої є системи комп'ютерної математики (СКМ).

На сьогодні існує досить багато СКМ, за допомогою яких можна розв'язувати складні математичні задачі за невеликий проміжок часу. Проте слід пам'ятати, що застосування СКМ при розв'язуванні задач повинно бути грамотним, що в свою чергу передбачає:

- знання математичної термінології;
- знання методів і засобів розв'язування задач;
- вміння правильно сформулювати задачу, яку повинен виконати комп'ютер;
- здатність передбачити результат;
- вміння контролювати правильність розв'язування задачі на проміжних етапах;
- вміння аналізувати і досліджувати отриманий результат.

Розглянемо використання системи комп'ютерної математики Maple[2] для розв'язування деяких задач аналітичної геометрії. Maple – універсальний математичний пакет, в якому передбачені засоби для аналітичних перетворень, чисельних методів розв'язування задач, комп'ютерної графіки.

Система Maple містить два геометричні пакети: `geometry` – для задач планіметрії, `geom3d` – для задач стереометрії. Перед зверненням до їх команд пакети потрібно під'єднати за допомогою команди `with`. У кожному пакеті, крім команд задання геометричних об'єктів (відрізку, прямої, площини, кола, сфери і т.д.), є команди для обчислення деяких характерних величин (площі, об'єму та ін.), а також структури дещо менш стандартних величин (наприклад, лінії Ейлера). Всі геометричні об'єкти, що визначаються за допомогою одного з цих пакетів, можуть використовуватися тільки в межах роботи з даним пакетом. Для всіх геометричних пакетів характерний наступний спосіб визначення об'єктів: перший параметр команди задає ім'я об'єкта, далі – власне відомості про об'єкт. Цим геометричні пакети відрізняються від звичного при роботі з Maple визначення змінної або структури за допомогою операції надання значення. Для перегляду полів структури, за допомогою якої описується геометричний об'єкт, використовується команда `detail()`. Для графічного подання геометричних об'єктів використовується команда `draw()`. При побудові на одному рисунку кількох геометричних об'єктів можна вказувати параметри графічного зображення (наприклад, колір) кожного об'єкта. Результатом виконання команди є структури дво- або тривимірної графіки, тому при зверненні до команди використовуються параметри, аналогічні до параметрів графічних об'єктів.

Роботу з командами Maple проілюструємо на прикладах зі збірника задач з аналітичної геометрії Д.В.Клетеника [3].

Розглянемо кілька задач з аналітичної геометрії на площині.

Задача 1. Дано рівняння двох сторін прямокутника $5x+2y-7=0$, $5x+2y-7=0$ та рівняння його діагоналі $3x+7y-10=0$. Скласти рівняння інших сторін та другої діагоналі [2, с.44].

Розв'язання. Нехай
$AD: 5x+2y-7=0,\ BC: 5x+2y-7=0$
та $AC: 3x+7y-10=0$.

Складемо схему розв'язування даної задачі.

1. Побудуємо схематично рисунок до задачі (рис.1):

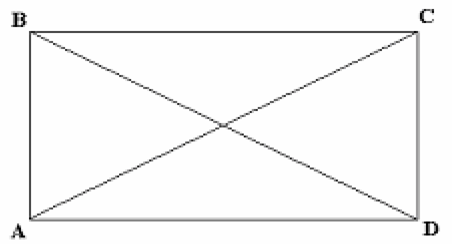


Рис. 1

2. Знайдемо координати точок перетину діагоналі AC зі сторонами прямокутника AD та BC (відповідно точки A та C).

3. Знайдемо рівняння сторін AB та CD.

4. Знайдемо координати точок B та D.

5. Знайдемо рівняння діагоналі BD.

Перш за все під'єднаємо пакет `geometry` та задамо імена горизонтальної та вертикальної координат:

```
> with(geometry):
_EnvHorizontalName := x:
_EnvVerticalName := y:
```

Задамо дві сторони та діагональ прямокутника:

```
> line(AD,5*x+2*y-7=0):
line(BC,5*x+2*y-36=0):
line(AC,3*x+7*y-10=0):
```

Координати т. A знаходимо як точку перетину прямих AD та AC, тобто $A = AD \cap AC$. Аналогічно знаходимо координати т. C як координати точки перетину прямих BC та AC, тобто $C = BC \cap AC$:

```
> intersection(A,AD,AC):
intersection(C,BC,AC):
```

Знайдемо рівняння сторін AB як перпендикулярної прямої до AD, що проходить через точку B:

```
>
PerpendicularLine(AB,A,AD):
```

Аналогічно шукаємо рівняння сторони CD:

```
> PerpendicularLine(CD,C,AD):
```

Маючи рівняння всіх сторін прямокутника, знайдемо координати т. B як перетин сторін AB та BC та координати т. D як перетин сторін AD та CD:

```
> intersection(B,AB,BC):
intersection(D,AD,CD):
```

За двома точками B та D знаходимо рівняння діагоналі BD:

```
> line(BD,[B,D]):
```

Залишилось тільки вивести рівняння сторін AB, CD та діагоналі BD:

```
> Equation(AB);
```

$$3+2x-5y=0$$

```
> Equation(CD);
```

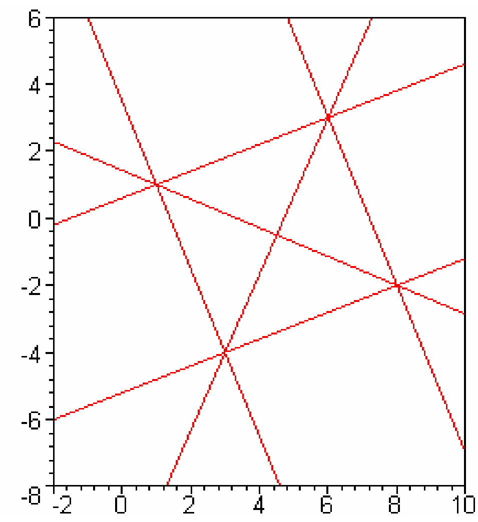
$$-26+2x-5y=0$$

```
> Equation(BD);
```

$$-33+7x-3y=0$$

Для візуалізації розв'язку побудуємо прямокутник:

```
>
draw([AD,BC,CD,AB,AC,BD],printtext=true,view=[-2..10,-8..6]);
```



Розглянемо наступну задачу.

Задача 2. Точка E(1;-1) є центром квадрата, одна зі сторін якого лежить на прямій $x-2y+12=0$. Скласти рівняння прямих, на яких лежать інші сторони цього квадрата [2, с.45].

Розв'язання. Зазначимо, що центр квадрату – це точка перетину його діагоналей.

Задамо т. E та пряму (a1), яка містить сторону квадрата:

```
> point(E,1,-1):
line(a1,x-2*y+12=0):
```

Спроектуємо точку перетину діагоналей (т. E) квадрата на пряму a1 та знайдемо відстань від т. E до прямої a1, що дорівнює половині довжини сторони квадрата:

```
> projection(F,E,a1):
coordinates(F);
d:=distance(E,a1);
```

$[-2, 5]$

$d := 3\sqrt{5}$

Побудуємо дві вершини квадрата (точки A та B), які належать прямій a1 та розміщені по різні сторони від точки проекції центра квадрата (т. F) на відстані d від неї:

```
> point(A,[HorizontalCoord(F)-d*2/sqrt(5),
VerticalCoord(F)-d/sqrt(5)]):
point(B,[HorizontalCoord(F)+d*2/sqrt(5),
VerticalCoord(F)+d/sqrt(5)]):
```

Побудуємо перпендикуляри з вершин A та B квадрата до прямої a1:

```
> PerpendicularLine(AD,A,a1):
PerpendicularLine(BC,B,a1):
```

Проведемо діагоналі квадрата, які проходять через точки A та B:

```
> line(AC,[A,E]):
line(BD,[B,E]):
```

Знайдемо точки перетину з відповідними сторонами квадрата:

```
> intersection(D,AD,BD):
intersection(C,AC,BC):
```

Знайдемо рівняння прямої, на якій лежить сторона CD:

```
> line(CD,[C,D]):
```

Виведемо рівняння прямих, на яких лежать сторони квадрата:

```
> Equation(a1);
```

$12 + x - 2\,y = 0$

```
> Equation(BC);
```

$16 - 2\,x - y = 0$

```
> Equation(CD);
```

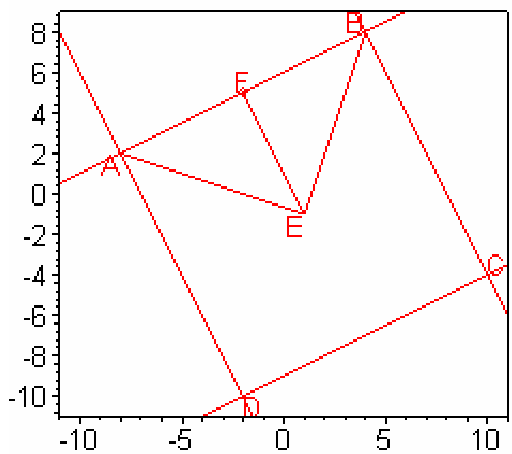
$-108 + 6\,x - 12\,y = 0$

```
> Equation(AD);
```

$-14 - 2\,x - y = 0$

Для візуалізації задачі можна побудувати рисунок:

```
>
draw({square(sq,[A,B,C,D]),F,
segment(v1,[E,B]),
segment(v2,[E,A]),
segment(v3,[E,F])} union
{a1,AD,BC,CD},view=[-11..11,-11..9],printtext=true);
```



Розглянемо розв'язування задач аналітичної геометрії у просторі.

Задача 3. Скласти рівняння площин, паралельних площині $2x-2y-z-3=0$ і віддалених від неї на відстань $d=5$ [2, с.159].

Розв'язання. Перш за все підключимо пакет `geom3d`:

```
> with(geom3d):
```

Побудуємо задану площину (`a1`), а паралельну площину (`a2`) задамо як рівняння з одним невідомим – вільним членом `D`, а всі коефіцієнти при незалежних змінних будуть дорівнювати відповідним коефіцієнтам заданої площини:

```
plane(a1,2*x-2*y-
z=0,[x,y,z]);
plane(a2,2*x-
2*y+D=0,[x,y,z]);
```

Знайдемо коефіцієнт `D` з умови, що відстань d між цими площинами дорівнює 5:

```
> r:=distance(a1,a2);
```

$$r := \frac{1}{3}|3+D|$$

```
> solve(r=5,D);
```

$12, -18$

Знайдемо рівняння площин, паралельних площині $2x-2y-z-3=0$ і віддалених від неї на відстань $d=5$:

```
>
subs(D=d1[1],Equation(a2));
subs(D=d1[2],Equation(a2));
```

$2x-2y-z+12=0$

$2x-2y-z-18=0$

Задача 4. Знайти точку Q, симетричну до точки $P(3;-4;-6)$ відносно площини, що проходить через точки $M_1(-6;1;-5)$, $M_2(7;-2;-1)$ та $M_3(10;-7;1)$ [2,с.173].

Розв'язання. Визначимо точки $P(3;-4;-6)$, $M_1(-6;1;-5)$, $M_2(7;-2;-1)$, $M_3(10;-7;1)$:

```
> point(P,[3,-4,-6]);
point(M1,[-6,1,-5]);
point(M2,[7,-2,-1]);
point(M3,[10,-7,1]);
```

P

M1

M2

M3

Знайдемо рівняння площини `a1`, що проходить через точки M_1, M_2 та M_3:

```
>
plane(a1,[M1,M2,M3],[x,y,z]);
Equation(a1);
```

a1

$-182+14x-14y-56z=0$

Знайдемо нормальний вектор площини `a1`, який буде напрямним для прямої l, яка проходить через точку $P(3;-4;-6)$. Запишемо рівняння прямої l у параметричному вигляді:

```
> n := NormalVector(a1);
line(l,[n,P]);
riv:=Equation(l1,'t');
```

$n := [14, -14, -56]$

l

$riv := [3+14t, -4-14t, -6-56t]$

Знайдемо координати точки O перетину прямої l з площиною `a1`:

```
>
solve({x=riv[1],y=riv[2],z=riv
[3],a11},{x,y,z,t});assign(%);
```

$$\{t=\frac{-1}{14}, y=-3, x=2, z=-2\}$$

Слід зазначити, якщо при розв'язуванні рівнянь або систем рівнянь відповідь отримується у вигляді множини рівнянь, в яких ліва частина є невідомою змінною, то для того щоб надати значення змінним, відносно яких розв'язувалось рівняння або система рівнянь, потрібно застосувати команду `assign()`. За цією командою надаються значення змінним в лівій частині рівнянь з множини розв'язків, значення, які дорівнюють правим частинам. Символ `%` означає посилання на результат виконання попередньої операції.

Визначимо т. O:

```
> point(O,[x,y,z]);
```

O

Задамо т. $Q(x_0,y_0,z_0)$:

```
> point(Q,[x0,y0,z0]);
```

Q

Визначимо середину відрізка PQ:

```
> midpoint(M,P,Q);
```

M

Координати точок M та O рівні. Тому для знаходження координат точки Q прирівняємо відповідні координати точок M та O:

```
> z1:=coordinates(M);
CP:=coordinates(O);
```

$$z1 := \left[\frac{3}{2}+\frac{1}{2}x0, -2+\frac{1}{2}y0, -3+\frac{1}{2}z0\right]$$

$$CP := [2, -3, -2]$$

```
>
solve({z1[1]=CP[1],z1[2]=CP[2],z1[3]=CP[3]},{x0,y0,z0});
```

$$\{z0=2, x0=1, y0=-2\}$$

Точка $Q(1;–2;2)$ є симетричною до точки $P(3;–4;–6)$ відносно площини a1.

Система Maple має потужні засоби для розв'язування задач з аналітичної геометрії. Вивчення СКМ дозволить істотно розширити коло навчальних, математичних та науково-дослідних задач, зокрема на побудову та дослідження математичних моделей за допомогою СКМ, підвищити математичну та інформаційну культуру студентів, якнайкраще підготувати молодь до професійної діяльності в умовах інформаційного суспільства. Застосування СКМ в освіті позбавляє студентів від виконання рутинних обчислень, вивільняє час, обмірковування алгоритмів розв'язування задач, постановки задач і побудови відповідних математичних моделей, подання результатів у найбільш зручній формі. Вивільнений час можна використати для більш глибокого вивчення математичної сутності задач і методів їх розв'язання. При цьому відкриваються нові можливості щодо гуманізації навчального процесу та гуманітаризації освіти, диференціації навчання відповідно до запитів, нахилів і здібностей студентів. Використання СКМ не тільки не позбавляє студентів вмінь розв'язувати математичні задачі, а навпаки, здатне суттєво їх поглибити.

1. *Дьяконов В.П. Компьютерная математика. Теория и практика. – М.:Нолидж, 2001. – 624с.*

2. *Прохоров Г.В., Леденев М.А., Колбеев В.В. Система аналитических вычислений Maple – М.: Петит, 1997. – 200 с.*

Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии под ред.проф. Н.В.Ефимова. – М.: Наука, 1969. –256 с.

Резюме. Кобыльник Т.П. **ПРОГРАММИРОВАНИЕ В СРЕДЕ MAPLE ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ.** *Статья посвящена изучению систем компьютерной математики Maple на основе задач по аналитической геометрии. В статье описаны два геометрических пакета geometry и geom3d и дана характеристика некоторым командам из этих пакетов.*

Summary. **Kobylnyk T. PROGRAMMING IN MAPLE SYSTEM FOR SOLVING ANALYTICAL GEOMETRY PROBLEMS.** *The article deals with the learning of Maple system by solving analytical geometry solving. Two geometrical packages geometry and geom3d are analyzed in the article and the characteristic of some commands are given.*

Надійшла до редакції 13.11.2006 р.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗНАНИЯ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ ПРИЛОЖЕНИЯ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Т.Л.Трайчев,
ШУ "Епископ К. Преславский"ФМИ,
г.Шумен, БОЛГАРИЯ

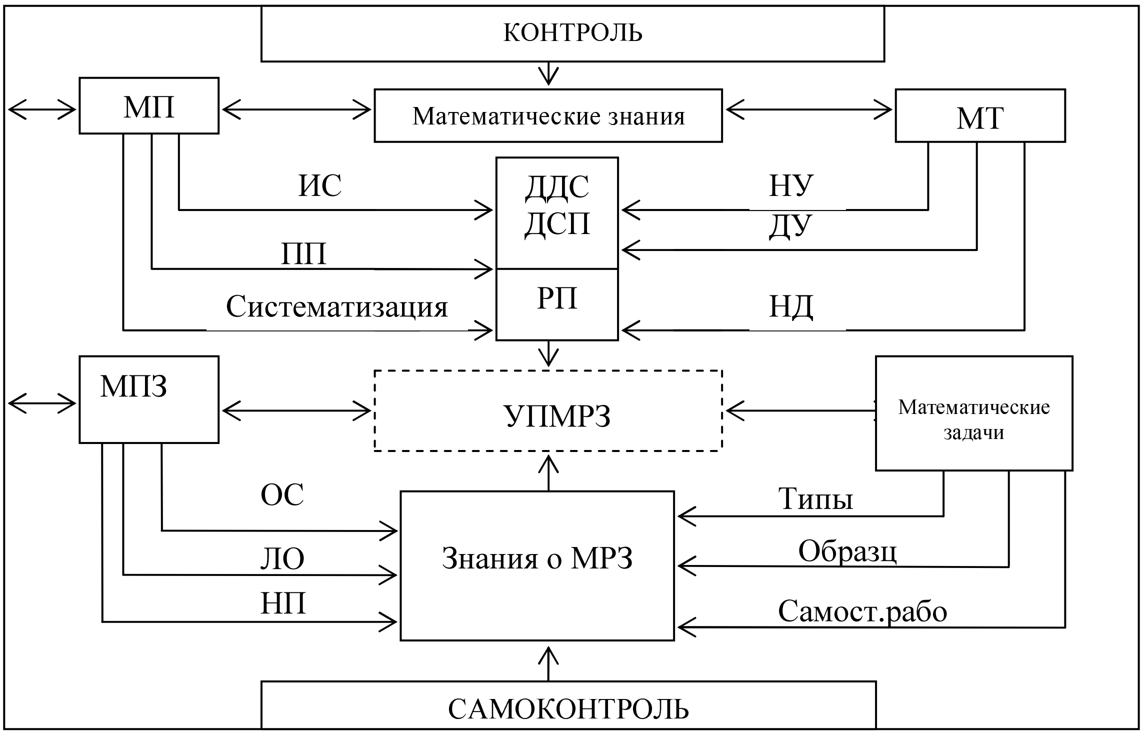
У статті розглядаються фактори, які визначають формування вмінь використання деяких методів розв'язання задач.

Перед системой школьного математического образования ставятся различные образовательные, развивающие и воспитательные цели, конкретизируемые для каждого соответствующего класса в школьном курсе математики (ШКМ). При этом основным средством достижения этих целей является умение решать задачи.

Умение решать задачи является многокомпонентным и многоэтапным. К его формированию предъявляются определенные требования, которые описаны в [1; 140-158]. В качестве основного фактора, определяющего данное умение, следует рассматривать умение приложения некоторых методов решения задач (УПМРЗ).

УПМРЗ – есть умение операционного вида, которое представляет собой последовательность логически связанных математических действий, знаний, приложенных в определенном порядке, для решения определенной математической задачи.

Сущность и основная структура УПМРЗ рассмотрены в [2; 139-144]; [3; 76-79], [4; 169-173]. В данной статье рассмотрена основная структура УПМРЗ - основные факторы, его определяющие, дефинировано понятие "математические умения" и определено УПМРЗ. В настоящей разработке через следующую структурную схему рассмотрим УПМРЗ, остановимся на факторах математических знаний, которые являются основным и базисным фактором, способствующим успешному формированию УПМРЗ.



Обозначения:

МП – математические понятия:

а) ИС – выведение следствия;

б) ПС – подведение под понятие.

МТ – математическая теория:

а) НУ – необходимые условия;

б) ДУ – достаточные условия;

в) НДУ – необходимые и достаточные условия.

МРЗ – методы решения задач:

а) определяющая и структурная схема;

б) ЛО – логическая основа;

в) НП – направления (указания) приложения.

ДСС – дидактические системы следствия;

ДСП – дидактическая система признаков.

Фактор математических знаний состоит из следующих знаний:

1) Математические понятия:

а) выведение следствия – определение содержания понятия (ПС);

б) подведение под понятие – определение объема понятия (ПП);

2) Математические теоремы:

а) определение необходимых условий (НУ) – расширение содержания понятия и высказывание расширенных определений понятия;

б) определение достаточных условий (ДУ) – расширение объема понятия, выработка классификации понятия с целью переноса его свойств – от родового понятия к видовому;

в) определение НДУ – формирование систем знаний, как средства реализации метода эквивалентности.

В результате ОМ и изучения различных математических знаний в определенных классах, учитель методом логического следствия должен выводить формирование ДСС и ДСП, чье формирование не должно быть изолированным случаем.

ДСС и ДСП при рассмотрении определенной темы (на каждом уроке, дающем такую возможность) должны формироваться поэтапно и систематизироваться на уроках обобщения. В качестве средств формирования ДСС и ДСП, могут быть использованы и решения основных задач, которые могут являться НУ и ДУ различных понятий. Данные задачи являются и компонентами решения более сложных задач, т.е. служить “клеткой” (ядром) при решении задач.

Формирование ДСС и ДСП является последовательным и целенаправленным процессом:

1) формирования на уроках новых знаний;

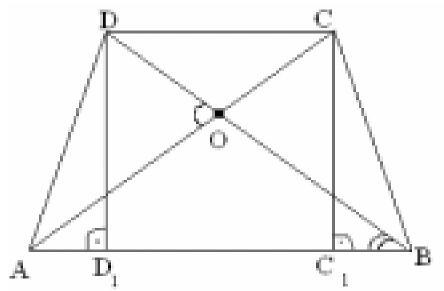
2) систематизации на уроках обобщения;

3) обогащения и расширения знаний посредством основных задач на уроках-упражнениях.

Сформированные в определенных классах ДСС и ДСП, они расширяются и систематизируются в следующих классах. Примеры ДСС и ДСП приведены в [3], [4].

Первоначальное знакомство с понятием может формироваться следующими системами:

Например 1: ДСС, если ABCD (AB||CD) – равнобедренная трапеция, то (=>)



1) AD = BC

2) $\angle DAB = \angle ABC$, $\angle ADC = \angle DCB$

3) AC = BD

4) $AD_1 = BC_1 = a\text{-}b/2$ (формируется после подходящей основной задачи)

В VIII классе после рассмотрения вписанной и описанной окружности ДСС может быть расширена:

5) вокруг ABCD (AB||CD) может быть описана окружность;

6) $\angle ABD = \angle BAC$ (вписанные углы, измеряемые равными дугами);

7) треугольники AOB и DOC – равнобедренные;

8) ∠ABD = ½ ∠AOD;

9) но, если в ABCD можно вписать окружность, то:

9_1) AD = BC = a+b/2;

9_2) h = $\sqrt{ab}$;

9_3) r = $\frac{\sqrt{ab}}{2}$ (радиус вписанной окружности).

Как следствие 6, 7, 8, 9 могут формироваться посредством решения подходящих задач на уроках-упражнениях.

Например 2: ДСП => ABCD (AB||CD) – равнобедренная, если ABCD – трапеция (AB||CD) и

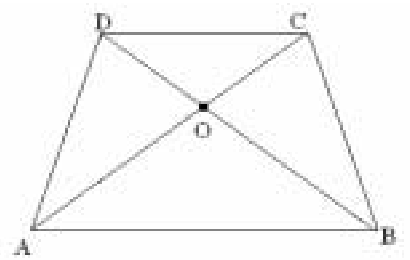
1) AD = BC;

2) ∠DAB = ∠CBA;

3) AC = BD;

4) вписана в окружность;

5) ∠BAC = ∠DBA.



Ширина и длина ДСС и ДСП зависят от уровня обучения и обучаемости учеников. Целенаправленное формирование ДСС и ДСП воспитывает у учеников знания и умение формирования рассуждений посредством НУ и ДУ о верности данного утверждения, которое приводит к формированию умения находить путь решения задачи. В результате данной деятельности учителя, посредством подходящей эвристичной беседы и приведения образцов использования ДСС и ДСП, следует стремиться к формированию умения решать задачи по синтетичному методу (СМ) и аналитичному методу (АМ).

Формирование УПМРЗ является сложной дидактической задачей и частью приведенной структурной схемы, из чего видна сложность его структуры.

Это показывает, что путь данного формирования умений использования некоторых приложений решения задач является долгим и целенаправленным, основанным на системных и последовательных приемах обучения и контроля.

1. Ганчев, Ив. Основни дейности в урока по математика, София, 1996.

2. Трайчев, Т. Умение за прилагане на някои методи за решаване на задачи. Етапи на формиране. Варна, 2005, том II. 50 години ДИПКУ – гр. Варна, ШУ "Епископ Константин Преславски".

3. Трайчев, Т. Целенасочени дейности за усвояване на методи за решаване на задачи. Сравнение на учебници за VII клас. ШУ "Епископ Константин Преславски", 2003.

4. Трайчев, Т. Математические задачи как средство формирования умения некоторых методов решения задач. Донецк, 2005.

Резюме. **Трайчев Т.Л. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗНАНИЯ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ ПРИЛОЖЕНИЯ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.** *В статье рассматриваются факторы, определяющие формирование умений применения некоторых методов решения задач.*

Summary. **Traychev T. THE MATHEMATICAL KNOWLEDGES AS FACILITY OF THE FORMING THE SKILLS OF APPLYING SOME METHODS OF THE DECISION OF THE PROBLEMS.** *The factors that define formation of skill to solve problems applying some methods are considered in the article.*

Надійшла до редакції 20.11.2006 р.

Наукове видання

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕННЯ

МІЖНАРОДНИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ РОБІТ

Випуск 26

Рекомендовано до друку вченою радою Донецького національного університету 24.11.2006 (протокол №9)

Редакція збірника:
Науковий редактор – доктор пед.наук, проф. Скафа Олена Іванівна
Тел.: (38)-(0622)-3029244 (р.) (38)-(062)-3112429 (д.),
E-mail: skafa@skif.net

Технічний редактор – Гончарова І.В.
Комп'ютерна верстка – Гончарова І.В.
Художнє оформлення – Селявкіна Ю.П.

Відповідальний секретар – ст. викл. Хорольська Олена Вікторівна
Тел.: (38)-(062)-3052375 (р.),
(38)-(062)-3378985 (д.).
E-mail: horol@dongu.donetsk.ua

Адреса редакції збірника: Кафедра вищої математики та методики викладання математики, Донецький національний університет, вул. Університетська, 24, Донецьк, 83055, Україна

Узгоджені матеріали надсилати за адресою:
Хорольській О.В., пр.Миру, 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна

Підписано до друку 3.12.2006 р. Формат 60х90/16. Папір типографський. Друк Офсетний. Умовн. друк. арк. 15. Тираж 300 прим. Замовлення № 911

Видавництво Донецького національного університету
Україна, 83055, Донецьк, вул. Університетська, 24

Надруковано в типографії ООО "Норд Комп'ютер" на цифрових лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060.
Адреса: Донецьк,6, б.Пушкіна,23. Тел. (062) 337 43 06