Міжнародний збірник наукових робіт
Международный сборник научных работ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблеми і дослідження

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

Випуск 31

Засновники:

Донецький національний університет

Інститут педагогіки Академії педагогічних наук України

Національний педагогічний університет ім.М.П.Драгоманова

Донецьк: ДонНУ, 2009

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році.

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету 30.06.2009 (протокол №6).

Д44 **Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт.** – Вип. 31. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2009. – 128 с.

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів та студентів.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся и студентов.

Свідотство про державну реєстрацію
КВ № 15209-3781Р від 30.04.2009

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

International Collection of Scientific Works

DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations

Issue # 31

Founders:

Donetsk National University, Ukraine

Pedagogical Institute of the Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine

National Pedagogical University, Kiev, Ukraine

2009

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

A periodic semiannual edition founded by Professor Yurii Palant in 1993.

Recommended for publication by Scientific Council
of Donetsk National University on 30.06.2009 (minutes # 6).

Д44 **Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. –** Issue # 31. – Donetsk: DonNU, 2009. – 128 p.

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу «Педагогічні науки» включено наш збірник наукових робіт «Дидактика математики: проблеми і дослідження» (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання «Евристика та дидактика точних наук» міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

ЗМІСТ

CONTENT

СТРАТЕГІЯ І МЕНЕДЖМЕНТ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ В ПРОФЕСІЙНІЙ ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ ЕКОНОМІСТІВ У ВНЗ

Л.І.Нічуговська,
доктор педагог. наук, професор,
Полтавський університет споживчої кооперації України,
м. Полтава, УКРАЇНА

У статті розглядаються шляхи підвищення якості математичної освіти в системі професійної підготовки майбутніх економістів у ВНЗ за рахунок розробки та реалізації відповідної управлінської стратегії.

Якість освіти є загальновизнаним пріоритетом змін у системі сучасної професійної підготовки фахівців у ВНЗ взагалі та економічного профілю зокрема. Водночас, якість професійної підготовки – це інтегративна характеристика випускника ВНЗ, яка значною мірою забезпечує його успішну життєдіяльність у глобалізованому і системно конкурентному світі. Але, саме глобалізаційний ринок орієнтується не на додаток до диплому фахівця, де чітко зафіксовано перелік навчальних дисциплін із відповідним оцінюванням рівня одержаних знань, вмінь та навичок, а на реальні результати його професійної діяльності. У результаті чого виникає дисбаланс між попитом та пропозицією у сфері працевлаштування випускників, фахівців з вищою освітою, що тісно пов'язано з якістю надання освітніх послуг у системі професійної підготовки.

Відомо, що якість освіти у кожній державі можна характеризувати динамікою її ВВП та різноманітними показниками міжнародних рейтингів і досліджень. При цьому, порівняння держав за різними параметрами їх розвитку засвідчує, що чим вищий рівень освіти в країні, тим інтенсивніше розвивається економіка, спадає рівень безробіття, покращується якість життя. Це відображається індексом освіти, що використовується як один із трьох найважливіших показників Програми Розвитку ООН для Звіту про людський розвиток. Крім того, до цих показників належить також індекс людського розвитку, індекс економічної свободи та середня очікувана тривалість життя. Порівняльна характеристика цих параметрів найбільш яскраво виражена для Канади та України (див. табл. 1)

Таблиця 1

Порівняльна характеристика параметрів

Назва показників	**Група „високоосвічених країн”**	**Канада**	**Україна**	**+\–**
Індекс освіти (HDR 2006)		0,97	0,94	-0,03
Індекс економічної свободи, (рейтинг 2006)	27,84	99	12	-87
Індекс людського розвитку, 2004	0,909	0,950	0,774	-0,176
Середня очікувана тривалість життя, у роках	76,6	80,2	66,1	-14,1

Слід підкреслити, що згідно інформації, поданої у табл. 1 результати індексу освіти для України тільки на 0,03 нижчий за відповідний показник для Канади. Але порівняльний аналіз інших показників засвідчує значне відставання України, особливо щодо індексу економічної свободи як відображення рівня розвитку економічної системи нашої держави.

Останнє, в свою чергу, ще раз підтверджує, що „ ... освіта є стовпом сучасної „економіки знань”, бо тільки освічене і добре навчене населення здатне ефективно розробляти, впроваджувати і використовувати новації. Без освіти не втримаються не лише інноваційна спрямованість економіки, яку забезпечує мережа університетів, лабораторій, наукових центрів, але й сучасна інформаційна інфраструктура (засоби зв’язку, обмін даними) та соціальний нормативний порядок, що дозволяють адаптувати нові технології та ідеї до потреб виробництва” [1,с. 44].

Важливим є урахування щодо зростання у цьому процесі ролі математичної підготовки майбутніх фахівців як підґрунтя їх професійної компетентності.

Щодо рівня професійної компетентності бакалавра з економіки, то доцільно нагадати, що в “Освітньо-професійній програмі вищої освіти за професійним спрямування бакалавра з економіки та підприємництва” [3] чітко наголошується, що “... компетенція бакалавра з економіки і підприємництва визначається високим потенціалом його фундаментальної освіти і ґрунтовною підготовкою для планово-економічної, організаційно-управлінської, аналітичної та дослідницької діяльності в галузі економіки та виробництва, у сфері послуг, в управлінні та науково-дослідних установах...”[3, с.11].

У зв’язку з вище викладеним виникає нагальність розробки стратегії та менеджменту математичної освіти на основі трансформації її теоретичних можливостей в реальні конструктивні знання на основі формування життєвої і технологічної компетентності та аналітичної культури мислення як невід’ємної складової їх фахової підготовки.

Адже, аналіз професійно-кваліфікаційних вимог до кожної з економічних спеціальностей дозволяє вичленити домінуючі компоненти їх майбутньої професійної діяльності, а саме: організаційно-практичну, планово-проектувальну, інформаційно-теоретичну тощо. У той же час, доцільно враховувати ту обставину, що існуючі тенденції на ринку праці дещо змінюють компоненти професійного розвитку студентів у рамках сучасної економічної освіти за рахунок розширення поняття “економічна діяльність”. Згідно сучасних поглядів на її зміст, вона не зосереджується тільки на виробництві продукції та аналізі всіх стадій цього процесу, а фокусується на інформації та нових технологіях. При цьому “... організації, де команди приймають рішення, де комп’ютер є на кожному столі, де електронна пошта – це загальноприйнята форма спілкування, де рішення, прийняті в іншій країні можуть вплинути на політику компанії та робочі місця за декілька хвилин є нормою сьогоднішнього бізнесу” [4, с.110].

Отже, розглянуті вище тенденції ще раз засвідчують необхідність певної модернізації процесу навчання у вищих навчальних закладах шляхом цілеспрямованої його орієнтації на подальший розвиток аналітичних здібностей студентів, їх стратегічного мислення, вміння синтезувати інформацію з позицій системного аналізу й використовувати математичні структури для вирішення проблем, пов’язаних з бізнес-діяльністю, застосовувати знання на практиці, працювати в команді та адаптуватись до змін тощо.

Необхідним при цьому є розуміння, що позитивну динаміку цього процесу значною мірою зможе забезпечити зміна концептуальних підходів до управління системою професійної підготовки майбутніх економістів у ВНЗ. Щодо математичної освіти як складової фахової підготовки майбутніх економістів, то підвищення її якості потребують не лише виокреслення чинників, що певною мірою гальмують ефективність цього процесу, а й віднаходження можливих шляхів, що будуть сприяти позитивним змінам у цьому процесі. До цих чинників можна віднести такі:

По-перше, це неузгодженість між традиційною системою економічної підготовки, і математичної у тому числі, та потребами споживачів освітніх послуг (студентів ВНЗ) щодо необхідної системи знань, вмінь та навичок тобто певного рівня професійної компетентності для майбутньої діяльності в умовах мінливого економічного середовища.

По-друге, це інерційність системи професійної підготовки, що виявляється у впливі попередньої якості освіти на її сучасний стан, який обумовлюється рівнем фінансування, суспільною думкою щодо престижності освіти до відповідної оплатою праці тощо.

По-третє, це відмінність у навчальних планах підготовки фахівців з різних галузей знань, порівняно з аналогічними планами у загальновизнаних (за рейтингом) університетах як у нашій країні, так і в системі європейського освітнього простору.

По-четверте, це недостатня увага адміністративних структур до суспільної думки щодо стратегії майбутнього розвитку освіти в контексті підвищення її якості.

Для зменшення гальмівного впливу вище означених чинників на якість професійної підготовки необхідною є, на нашу думку, концептуальна розробка управлінської стратегії її розвитку.

Зокрема, щодо математичної підготовки, то основні положення управлінської стратегії базуються на адаптивній концепції математичної освіти студентів економічних спеціальностей. Слід зазначити, що саме у цьому аспекті ефективність її реалізації вимагає ще й додаткових заходів.

Зокрема, це проведення регіональних маркетингових досліджень щодо динаміки потреб ринку праці та розробка більш чіткої структури кваліфікаційних вимог до певної спеціальності.

Щодо економічних спеціальностей, то це знаходить своє реальне втілення у комплексі спеціальностей, які представлені вищими закладами освіти економічного спрямування. При цьому підготовка спеціалістів у вузах орієнтована на отримання певних теоретичних, методичних та технологічних знань, формування конкретних навичок, умінь згідно діючих кваліфікаційних вимог до певної спеціальності й обмежена конкретною функцією управління, яка направлена або на окремий вид діяльності, або на певний фактор виробництва, або на певну стадію виробництва. Наприклад, організація робіт щодо сертифікації продукції, організація комерційної діяльності, маркетингове управління тощо.

Існуюча практика підготовки фахівців зменшує можливості майбутніх спеціалістів у розв'язуванні прикладних задач, аналізі проблемних ситуацій і у прийнятті оптимального рішення в умовах невизначеності; у використанні структурно-логічного аналізу з метою виявлення найбільш суттєвих факторів економічного, фінансового, виробничого, управлінського ризику; у дослідженні об’єктів з позицій системною аналізу, тобто виникає дещо парадоксальна ситуація, при якій ринок праці ніби заповнений дипломованими спеціалістами, але їх конкурентоспроможність на досить низькому рівні і не в змозі задовольнити потреби суспільства в цілому та його організаційно-структурних підрозділів, зокрема.

І в зв'язку з цим, кожному студенту в процесі навчання необхідно допомогти усвідомити та скорегувати згідно з особистою мотивацією та реальними потенційними можливостями функціональну компоненту його майбутньої професійної діяльності. Саме в цьому процесі необхідна особлива творча інтуїція викладачів вищого навчального закладу освіти, які в своїй діяльності мають передбачити можливі зміни між типами існуючих у суспільстві структурно-організаційних відносин і різноманітних видів діяльності, що потребують висококваліфікованих спеціалістів. На нашу думку, це можуть бути такі напрямки функціональної діяльності як організаційно-практична, планово-проектувальна, інформаційно-теоретична тощо, відповідно до яких будуть підготовлені необхідні фахівці нового типу, а саме: спеціаліст-аналітик, спеціаліст-стратег, плановик-синтетик, плановик-функціоніст, моделіст-системник та ін.

Таке поєднання класичних економічних спеціальностей з нетрадиційними зможе забезпечити потреби будь-якої системи управління й тим самим підвищити конкурентноздатність вищого навчального закладу освіти та гарантувати конкурентоспроможність майбутніх фахівців на ринку праці.

Не менш важливим є прогнозування у потребах та необхідних компетентностях майбутніх фахівців з урахуванням „прихованих потреб” в контексті різних сценаріїв економічного розвитку країни.

Це означає, що необхідно:

- проектувати зміст математичної освіти на основі існуючих і очікуваних у перспективі потреб суспільства, замовників і безпосередніх споживачів освітянських послуг відповідно до концепції розвитку вищого навчального закладу у сфері якості (стратегія “відповідності прихованим потребам”);
- забезпечити організацію змісту навчальної діяльності, яка надає студентам “критичну масу” математичних знань, навичок та умінь тощо, тому що процес генерації власних ідей можливий лише за умови накопичення певного обсягу дійових знань, тобто їх критичної маси;
- структурувати навчальний матеріал в контексті надання студентам сукупності базових знань з математичних дисциплін, необхідних для успішного оволодіння методологією математичного моделювання як методу наукового дослідження та як методу навчання;
- взаємоузгодити зміст математичних та професійно-орієнтованих дисциплін у контексті потреб останніх та створити на цій основі мобільні інтеграційні курси (наприклад, “Методи математичного прогнозування інвестиційної діяльності підприємств” тощо);
- надавати студентам можливість здійснювати міні-дослідження як невід’ємну складову змісту їх навчальної діяльності;
- забезпечити якість всіх складових елементів навчально-виховного процесу студентів при навчанні математичним дисциплінам.

Особливої ваги в розробці управлінської стратегії набуває посилення інтегративної основи організації змісту математичної підготовки в контексті урахування європейських тенденцій.

В цьому аспекті доцільно зазначити, що зусиль лише кафедри вищої математики вищих навчальних закладів явно недостатньо, адже викладачі кафедри – це кваліфіковані фахівці з математичних дисциплін, а не знавці економічних. І тому, до удосконалення як методичних систем, так і технологій навчання математичним дисциплінам студентів економічного спрямування ВНЗ доцільно залучати експертів з економічних курсів та аналітиків-консультантів корпорацій (фірм, підприємств тощо).

Співробітництво такого плану надає можливість:

- одержати та оцінити зворотній зв'язок про відповідність якості й змісту математичної підготовки майбутніх фахівців вимогам сучасного виробництва;
- ознайомити студентів з реально існуючими, а не надуманими, проблемами їх майбутньої діяльності та створити на цій основі банк виробничих ситуацій для використання їх в навчальному процесі;
- посилити практичну спрямованість наукової діяльності обдарованих студентів, як форми творчого опанування математичними дисциплінами відповідно математичної постановки реальної економічної проблеми її математико-статистичного аналізу, та теоретичного обґрунтування одержаних рішень;
- розвинути взаємодію між кафедрами, викладачами та експертами в галузі проектування довготривалих тенденцій розвитку бізнес-діяльності;
- сформувати систему мобільних інтегрованих курсів з математичних дисциплін для покриття існуючих та перспективних потреб вирішення проблем відповідних напряму і фаху.

Отже, запропонований підхід щодо стратегії і менеджменту математичної освіти дають можливість не лише удосконалити організацію процесу опанування математичними дисциплінами студентів економічних спеціальностей ВНЗ, а й підвищити якість професійної підготовки майбутніх фахівців для діяльності в умовах ринкової економіки.

1. *Клепко С.Ф. Філософія освіти в європейському контексті: Монографія. – Полтава: ПОІППО, 2006. – 328 с.*
2. *Нічуговська Л.І. Математичне моделювання в системі економічної освіти: Монографія. – Полтава РВВ ПУСКУ, 2003. – 289с.*
3. *Освітньо-професійна програма вищої освіти за професійним спрямуванням бакалавра з економіки і підприємництва. Нормативи обов'язкового мінімуму змісту та рівня підготовки бакалавра. – К.: КНЕУ, 1997. – 104 с.*
4. *Розбудова менеджмент-освіти в Україні // Матеріали 4-ої щорічної Міжнар. конф. (5-7 грудня 2002 р., м. Київ, Україна). – Київ, 2002. – 170с.*

Резюме. **Ничуговская Л.И. СТРАТЕГИЯ И МЕНЕДЖМЕНТ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ ЭКОНОМИСТОВ В ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ.** *В статье рассматриваются пути повышения качества математического образования за счет разработки и реализации соответствующей управленческой стратегии.*

Summary. **Nichuhovska L. STRATEGY AND MANAGEMENT OF MATHEMATICAL EDUCATION IN FUTURE ECONOMISTS PROFESSIONAL TRAINING IN UNIVERSITIES.** *The ways of increasing math education quality of future economists in universities by means of development and realization management strategy are considered in the article.*

Надійшла до редакції 28.01.2009р.

МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В СИСТЕМІ ПІДГОТОВКИ ВИКЛАДАЧІВ МАТЕМАТИКИ ТА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

Я.В.Гончаренко,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м.Київ, УКРАЇНА

Розглядаються деякі аспекти навчання математичних основ імітаційного моделювання майбутніх викладачів математики та економіко-математичних дисциплін.

З розвитком обчислювальної техніки і дискретного аналізу дедалі ширшого розвитку та використання набувають алгоритмічні (імітаційні) моделі. Серед основних етапів процесу імітаційного моделювання можна виокремити такі:

- аналіз характеристик і закономірностей функціонування керованого (досліджуваного) об'єкта: виокремлення на змістовному рівні системи обмежень, визначення показників вимірювання та оцінки результатів, формулювання цілей, гіпотез та проблем розвитку;
- конструювання імітаційної моделі: перехід від реального об'єкта до логічних схем, які імітують його поведінку, та алгоритмів (моделей), формальна постановка задач, що розв'язуються за допомогою імітаційного моделювання;
- підготовка системи даних для моделі: формування інформаційного забезпечення, необхідного для функціонування імітаційної моделі, зокрема, визначення структури та способів подання даних, джерел їх отримання, форм і режимів зберігання, встановлення взаємозв'язків і взаємозалежності між різними масивами та базами даних;
- програмна реалізація імітаційної моделі: створення чи адекватне використання існуючих програмних продуктів, що забезпечують можливість безпосередньої практичної реалізації моделі на комп'ютері;
- оцінка адекватності моделі: порівняння результатів, накопичених у процесі дослідної експлуатації моделі, на підставі інформації, отриманої про реальний об'єкт, який імітується, виявлення та аналіз розбіжностей і в разі необхідності внесення корекцій до моделі;
- проведення імітаційних експериментів.

Очевидно, що останній етап є цільовим (власне кажучи, заради нього й будується імітаційна модель). Він включає в себе стратегічне та тактичне планування експериментів, власне експериментування («імітаційні експерименти»), яке завершується інтерпретацією отриманих результатів і прийняттям на підставі зроблених висновків рішень щодо оцінювання та управління об'єктом.

До переваг імітаційного моделювання можна віднести:

- надання дослідникові (системному аналітику) можливості спостереження як кінцевого результату стосовно до показників аналізованого об'єкта, так і процесу його функціонування, що дає змогу одержати шуканий результат;
- широкі можливості щодо масштабування в процесі функціонування модельованого об'єкта;
- забезпечення багатоваріантності досліджень;
- багатофункціональність імітаційних моделей, що відображається в можливостях гнучкого вибору та наступних модифікаціях системи цілей і критеріїв, які бажано розглянути під час проведення імітаційних експериментів.

З іншого боку імітаційним моделям властиві і деякі недоліки:

- оскільки імітаційні моделі за своєю

природою є лише засобом для проведення деякого числового експерименту, то результати, отримані за їх допомогою, являють собою не що інше, як поодинокі випадки (можливі варіанти) розвитку модельованого об'єкта. Отже, всі висновки та твердження, зроблені на їх підґрунті, мають евристичний характер і в певних випадках можуть суттєво викривляти дійсний стан речей;

- у багатьох випадках отримання оцінок стосовно до ступеня наближення (чи невідповідності) між імітаційною моделлю (результатами імітаційного моделювання) і функціонуванням реального об'єкта виявляються проблематичними;
- здебільшого в основу процесу імітації покладено деякий статистичний експеримент, у ході якого використовуються генератори псевдовипадкових величин. Похибки, що об'єктивно притаманні таким генераторам, можуть істотно викривляти результати, отримані в ході імітаційного моделювання.

Варто також звернути увагу на пізнавальний зворотний вплив, що його дають результати, одержані в межах імітаційних експериментів, на отримання інформації, яку використовують теоретичні (аналітичні) математичні моделі. Справді, аналіз та узагальнення накопичених у процесі імітаційних експериментів даних досить часто дозволяє краще зрозуміти якісні та кількісні закономірності, притаманні поводженню керованих об'єктів, і відобразити їх в аналітичному вигляді.

Вивчення методу імітаційного моделювання є необхідною складовою підготовки студентів спеціальностей «Математика та інформатика» та «Математика, економіка та інформатика» педагогічних університетів.

Пропедевтика навчання імітаційного моделювання здійснюється під час вивчення курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика», в якому розглядаються закони великих чисел, питання моделювання випадкових величин, випадкових подій, метод Монте-Карло, елементи імітаційного моделювання є складовою курсу інформатики, а також спецкурсу «Математичні методи та моделі», який вивчається на п'ятому курсу студентами математичних спеціальностей НПУ імені М.П.Драгоманова.

При навчанні студентів елементів імітаційного моделювання необхідно обґрунтувати його теоретичні основи, спираючись на відомі з фундаментальних теоретичних курсів факти. При цьому слід зазначити, що метод імітаційного моделювання полягає в створенні логіко-аналітичної моделі (математичної моделі системи та зовнішніх впливів) імітації функціонування системи, тобто у визначення часових змін стану системи під впливом зовнішніх факторів та в отриманні виборок значень вихідних параметрів, за якими визначаються їх основні ймовірнісні характеристики. Дане визначення справедливе для стохастичних систем.

Імітаційне моделювання – це метод дослідження, що ґрунтується на тому, що досліджувана динамічна (стохастична) система замінюється імітатором, з яким проводяться дослідження. Роль імітатора як правило виконує комп'ютерна програма.

Математична основа методу імітаційного моделювання полягає в наступному. Нехай необхідно визначити функцію розподілу випадкової величини Y. Припустимо, що шукана величина Y може бути представлена у вигляді залежності $Y = f(X_1, X_2, ..., X_n)$, де X_i, $i = \overline{1,n}$ – випадкові величини з відомими функціями розподілу.

Для розв'язання задач такого виду використовується наступний алгоритм:

1) для кожної з величин X_i, $i = \overline{1,n}$, здійснюється випадкове випробування, в результаті якого отримується набір конкретних значень випадкової величини X_{ij}, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$;

2) використовуючи знайдені величини, визначаються часткові значення $Y_j = f(X_{1j}, ..., X_{nj})$, $j = \overline{1,m}$;

3) на основі отриманих m значень випадкової величини Y визначається її емпірична функція розподілу.

Одним із важливих аспектів у процесі роботи (дослідження) з імітаційною моделлю є аналіз її чутливості. Під ним розуміють визначення ступеня мінливості значень цільових показників моделі, зумовлених мінливістю (невизначеністю, варіабельністю) вихідних параметрів. Так, якщо за відносно невеликих змін вихідних даних відбувається суттєва зміна в результатах моделювання, то це є достатньою підставою для додаткових, більш детальних досліджень, зокрема, щодо взаємозв'язків між відповідними змінними.

Розглянемо алгоритми моделювання випадкових подій.

Нехай має місце подія A, ймовірність якої дорівнює $P(A)$. Оберемо за допомогою датчика випадкових чисел, що мають рівномірний закон розподілу на інтервалі (0;1), деяке число ξ і визначимо ймовірність того, що $\xi < P(A)$:

$$P(\xi < P(A)) = \int_0^{P(A)} f(x)dx = P(A).$$

Процедура моделювання простої події в імітаційній моделі описується алгоритмом, схема якого подана на рис. 1. (ДВЧ(ξ) – датчик випадкових чисел ξ, що відповідають рівномірному закону розподілу на інтервалі (0; 1).)

Розглянемо тепер повну групу випадкових несумісних подій $A_1, A_2, \ldots, A_k$ з ймовірностями $p_1, p_2, \ldots, p_k$ $(\sum_{i=1}^{k} p_i = 1)$.

Поділимо інтервал (0; 1) на k відрізків, довжини яких відповідно дорівнюють $p_1, p_2, \ldots, p_k$ (рис.2).

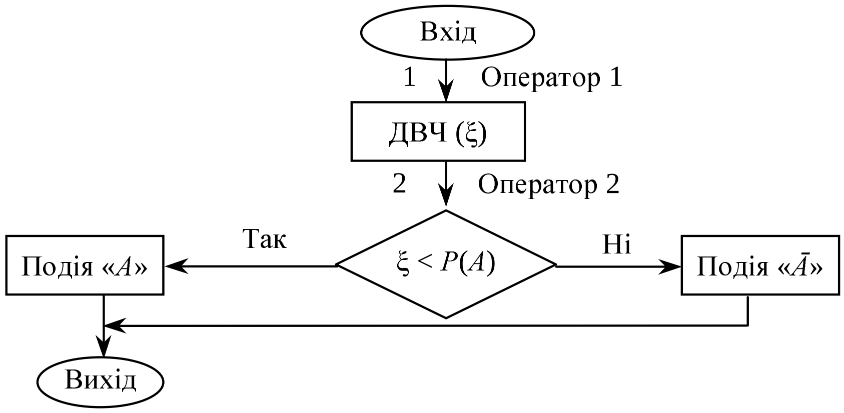


Рис. 1. Моделювання простої події

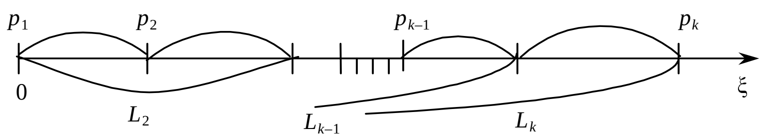


Рис. 2. Моделювання повної групи несумісних подій

Якщо випадкова величина ξ, яка генерується датчиком випадкових чисел, що відповідають рівномірному закону розподілу на інтервалі (0; 1), потрапляє, наприклад, на відрізок p_{k-1}, то це означає, що відбулася подія A_{k-1}. Якщо позначити $L_j = \sum_{i=1}^{j} p_i$, то

$$P(L_{k-2} < \xi < L_{k-1}) = \int_{L_{k-2}}^{L_{k-1}} d\xi = p_{k-1}.$$

Процедура моделювання повної групи несумісних подій описується алгоритмом, схема якого наведена на рис. 3.

Зауважимо, що під час моделювання дискретної випадкової величини фактично використовується та сама процедура, що й за моделювання повної групи несумісних подій.

1. *Варфоломеев В.И. Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем: Практикум. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 208 с.*

2. *Вітлінський В.В. Моделювання економіки: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2003. – 408 с.*

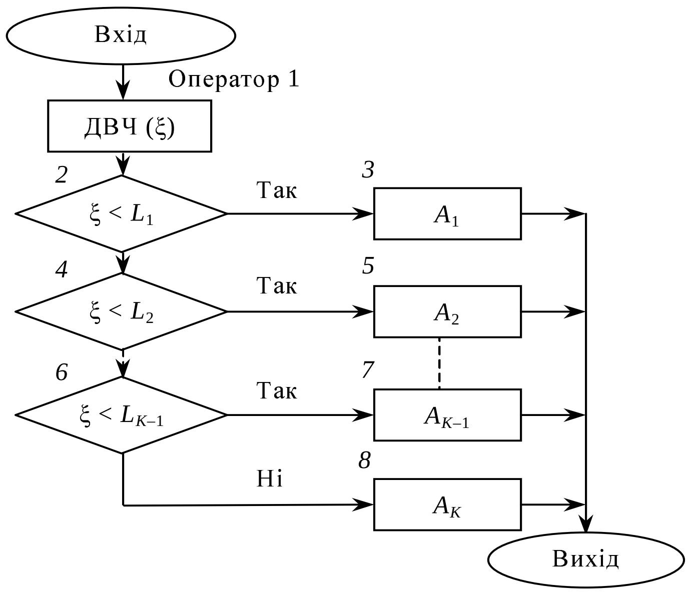


Рис. 3. Схема алгоритму моделювання повної групи несумісних подій

3. Емельянов В.В., Ясиновский С.И. Введение в интеллектуальное имитационное моделирование сложных дискретных систем и процессов. – М.: АНВИК, 1998. – 427с.

4. Кельтон В., Лоу А. Имитационное моделирование. – 3-е изд. – СПб.: Питер; К.: Издат. группа BHV, 2004. – 847 с.

5. Литвинов В.В., Марьянович Т.П. Методы построения имитационных систем. – К.: Наук, думка, 1991. – 120 с.

6. Мальıхин В.И. Математическое моделирование экономики. – М.: УРАО, 1998. – 160 с.

7. Рыжиков Ю.И. Имитационное моделирование. Теория и технология. – СПб.: КОРОНА принт; М.: Альтекс-А, 2004. – 384 с.

8. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. – М: Физматлит, 2001. – 316с.

9. Ситник В.Ф., Орленко Н.С. Імітаційне моделювання: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 1998. – 208 с.

10. Томашевський В.М. Імітаційне моделювання систем і процесів. – К.: ІСДО, 1994. – 124 с.

11. Томашевський В.М. Моделювання систем. – К.: BHV, 2005. – 352 с.

12. Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: Учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ: ДАНА, 2000. – 367 с.

13. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении: Учеб. пособие. – М.: Дело, 2000. – 440 с.

14. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие / Н.И.Холод и др.; Под общ. ред. А.В.Кузнецова. – Минск: БГЭУ, 1999. – 413 с.

15. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / В.В.Федосеев и др.; Под ред. В.В.Федосеева. — М.: ЮНИТИ, 1999. — 391 с.

Резюме. **Гончаренко Я.В. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СИСТЕМЕ ПОДГОТОВКИ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН.** *Рассматриваются некоторые аспекты обучения математическим основам имитационного моделирования будущих преподавателей математики и экономико-математических дисциплин.*

Summary. **Goncharenko Ya. MATHEMATICAL BASES OF SIMULATION MODELING IN SYSTEM OF PREPARING THE MATH TEACHERS AND ECONOMIC AND MATHEMATICAL DISCIPLINES.** *Some aspects of teaching math subjects the simulation modeling and economic and mathematical discipline of the future math teachers are Considered in the article.*

Робота представлена професором М.В.Працьовитим
Надійшла до редакції 28.05.2009р.

КАТЕГОРІЇ ДИДАКТИЧНИХ ЗАСОБІВ ФОРМУВАННЯ МОТИВАЦІЇ ІНТЕНСИВНОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ ІНЖЕНЕРНО-МАШИНОБУДІВНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

К.В.Власенко,
канд. педагог. наук, доцент,
Донбаська державна машинобудівна академія,
м. Краматорськ, УКРАЇНА

У статті аналізуються й розкриваються шляхи формування та підтримання мотивації інтенсивної навчальної діяльності студентів інженерних спеціальностей. Автор визначає напрями розробки дидактичних методів, форм та засобів, спрямованих на забезпечення потрібного рівня мотивації.

Мотиви навчальної діяльності стихійно, самі по собі не виникають, а потребують формування та підтримання в процесі самої навчальної діяльності.

Сформована система мотивів інтенсифікації навчальної діяльності студентів в технологіях навчання математики представлена на рис. 1.

Проблемі формування професійної мотивації приділяється увага в роботах українських, російських та іноземних педагогів та психологів П.К.Анохіна, А.А.Вербицького, Б.О.Душкова, Є.П.Ільїна, J.W.Atkinsona, V.H.Vroom та інших.

Практично нерозробленими залишаються дидактичні засоби формування та підтримки мотивації інтенсивної навчальної діяльності студентів в технологіях навчання математики.

В літературі визначені загальні категорії засобів, за допомогою яких можна здійснювати формування та підтримку мотивації навчальної діяльності [1]. До них належать: зміст навчального матеріалу; організація навчальної діяльності; форми навчальної діяльності; аналіз та оцінка результатів навчальної діяльності; особистість та стиль педагогічної діяльності викладача.

Метою нашої статті є визначення напрямів розробки цих дидактичних засобів.

Для цього скористаємося системною властивістю поліізоморфізму змісту технологій навчання.

Згідно з цією властивостю зміст розділів математики повинен бути ізоморфним як відповідній машинобудівній галузі, так і психічним процесам і механізмам сприйняття та обробки навчальної інформації та онтогенезу людини.

Використання властивості поліізоморфізму при розробці питань організації навчальної діяльності дає змогу зробити такі висновки:

- організація навчальної діяльності повинна бути ізоморфною професійній діяльності інженера з проектування, виготовлення та експлуатації технічних об’єктів та технологічних процесів, основу якої складають реальні проблемні ситуації;
- організація навчальної діяльності повинна бути ізоморфною онтогенезу людини (такій вимозі відповідає організація навчальної діяльності на основі теорії поетапного формування розумових дій П.Я.Гальпєріна, Н.Ф.Тализіної).

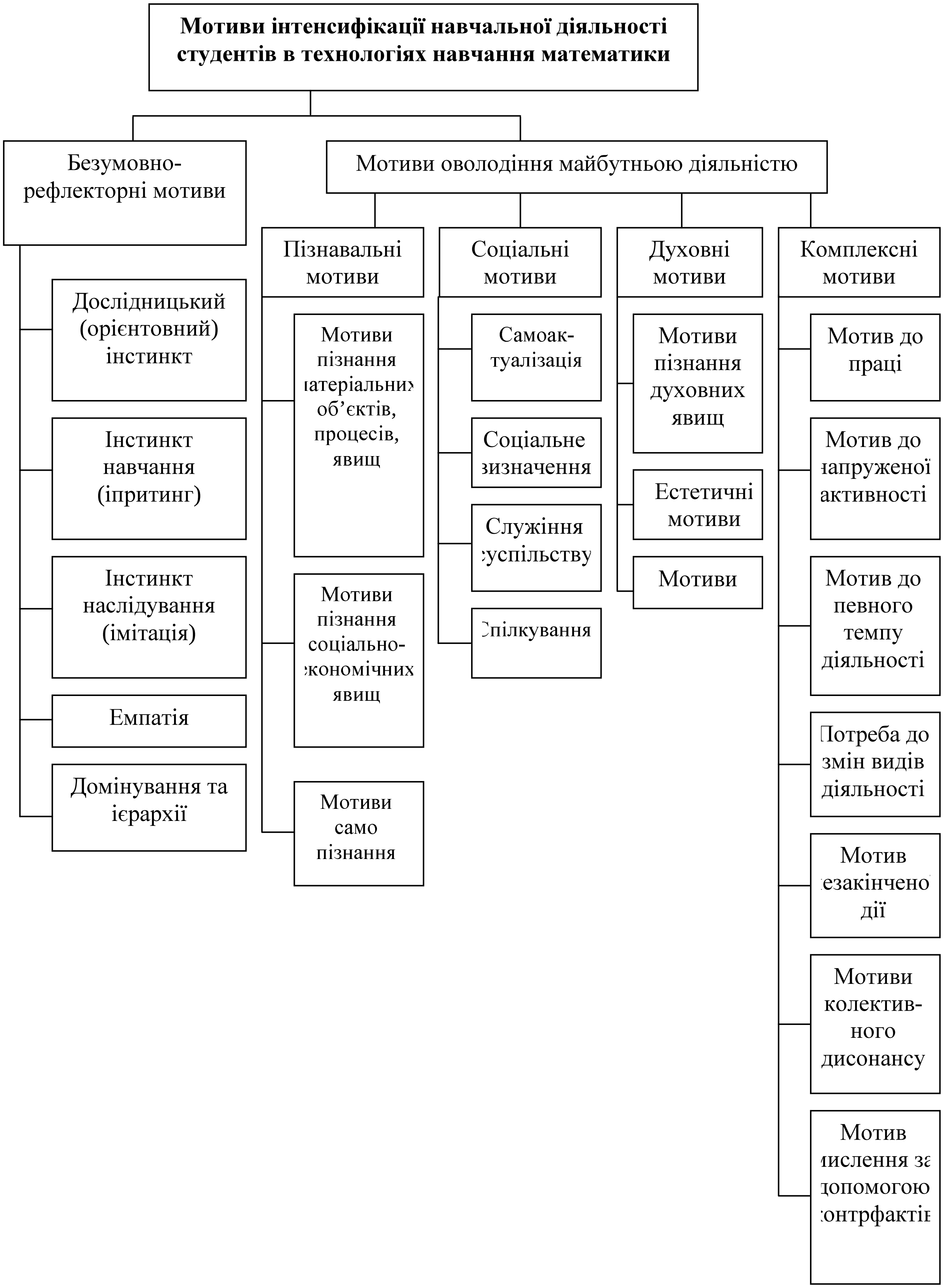


Рис.1. Система мотивів інтенсифікації навчальної діяльності студентів в технологіях навчання математики

Форми навчальної діяльності згідно з властивістю поліізоморфізму повинні бути подібними формам майбутньої професійної діяльності інженера. Складність сучасних технічних об'єктів та технологічних процесів визначає необхідність поєднання як колективної груупової форми діяльності інженера, так і індивідуальної під час застосування як проблемних так і евристичних ситуацій. З цієї причини і в навчальній діяльності студентів необхідно враховувати ці дві форми роботи. В колективній формі діяльності активізуються соціальні мотиви, а в індивідуальній – пізнавальні, духовні та комплексні мотиви.

Оцінку навчальної діяльності, як і професійної діяльності, необхідно проводити за її результатами. При цьому на першому плані повинні бути результати діяльності, а не оцінка.

Оцінка результатів повинна бути неперервною і оперативною в ході всього процесу навчальної діяльності студентів. Центр тяжіння повинен бути не на зовнішній оцінці результатів діяльності викладачем, а на внутрішній оцінці результатів самим студентом.

Ефективність аналізу і оцінка результатів навчальної діяльності підвищує спрямування мислення студентів у русло використання контрфактів, що йдуть вгору.

Необхідність інтенсифікації навчальної діяльності студентів в технологіях навчання висуває особливі вимоги до особистості та стилю педагогічної діяльності викладача. Згідно з властивістю поліізоморфізму, викладач повинен, по-перше, мати достатні професійні знання у машинобудівній галузі; по-друге, професійно володіти досягненнями педагогічної та психологічної науки. З можливих стилів керування пізнавальною діяльністю студентів властивістю поліізоморфізму характеризується демократичний стиль. Цей стиль забезпечує з одного боку достатній рівень вимог, а з іншого – ініціативу та самовираження особистості студента. Володіння викладачем демократичним стилем керування пізнавальною діяльністю студентів в умовах інтенсифікації навчальної діяльності студентів в технологіях навчання сприяє підвищенню мотивації навчальної діяльності.

Відображення шляхів формування та підтримки мотивації навчальної діяльності студентів в поліізоморфних моделях змісту технологій навчання математики наведені в табл. 1.

Коректна реалізація визначених шляхів формування та підтримки навчальної діяльності студентів можлива тільки за умови врахування фізіологічних механізмів мотивації.

З погляду на фізіологію мотиваційні збудження нейронів головного мозку разом з сенсорними та підкріплюючими збудженнями забезпечують утворення умовних рефлексів в корі головного мозку [2]. Тобто мотивація є основою нейрофізіологічних механізмів навчання, а також потужною енергетичною основою, яка необхідна для утворення умовних рефлексів та складних навичок [3].

Мотивація має фізіологічний компонент, який виконує функцію енергозабезпечення сприйняття та засвоєння навчальної інформації. У виконанні функції енергозабезпечення беруть участь психічні механізми активації, селекції та емоцій [4].

За допомогою механізмів активації здійснюється регулювання збудженості (тонусу) нейронів мозку. Завдяки цьому реалізується готовність виконання тієї чи іншої функції. Механізми активації визначають загальний функціональний стан мозку. У фізіології визначено два види активації: тонічну (тривалу) та фазичну (короткочасну) [4; 5].

Механізми фазичної активації забезпечують короткочасну (на декілька секунд) мобілізацію енергетичних ресурсів нейронів кори головного мозку при надходженні багатозначущої для людини інформації. Такою багатозначущою для студентів інформацією в інтенсивних технологіях навчання є інформація з вирішення тієї чи іншої проблемної ситуації.

Таблиця 1

Відображення шляхів формування та підтримки мотивації навчальної діяльності студентів в поліізоморфних моделях змісту

№	Категорії засобів формування та підтримки мотивації навчальної діяльності	Шляхи реалізації в поліізоморфних моделях змісту
1	Зміст навчального матеріалу	1.Забезпечення ізоморфності змісту навчального матеріалу машинобудівній галузі математики 2.Забезпечення ізоморфності змісту навчальної дисципліни психічним процесам і механізмам сприйняття та обробки навчальної інформації
2	Організація навчальної діяльності студентів	1.Забезпечення ізоморфності навчальної діяльності студента онто- та філогенезу людини 2.Забезпечення ізоморфності навчальної діяльності студента та професійної діяльності інженера
3	Форми навчальної діяльності студентів	1.Використання індивідуальних форм навчальної діяльності студентів 2.Використання колективних форм навчальної діяльності студентів
4	Аналіз та оцінка результатів навчальної діяльності	1.Забезпечення оперативності та неперервності контролю та оцінки результатів навчальної діяльності 2.Перенесення центру тяжіння в оцінці із зовнішнього оцінювання викладачем на внутрішнє самооцінювання 3.Спрямування аналізу навчальної діяльності в русло мислення за допомогою контрфактів
5	Особливість та стиль педагогічної діяльності викладача з розробки та використання поліізоморфних моделей змісту	1.Володіння достатніми професійними знаннями машинобудівної галузі відповідних розділів математики, і суміжних дисциплін, а також наявність широкого наукового кругозору 2.Володіння досягненнями педагогічної та психологічної науки 3.Володіння демократичним стилем керування пізнавальною діяльністю студентів

Рівень активації (сила мотивації) визначає ефективність сприйняття та засвоєння навчальної інформації і ефективність навчальної діяльності в цілому. Фізіологічно сила мотиву значною мірою залежить від збудження гіпоталамусу, який передає збудження на нейрони кори головного мозку [3]. Від сили мотиву залежить ефективність навчальної діяльності. Ця залежність визначається законом Йеркса-Додсона [6] (рис.2).

Згідно з цим законом ефективність вирішення легких задач монотонно збільшується зі збільшенням сили мотиву. Для середніх та складних задач існує деякий оптимальний рівень мотивації, при якому спостерігається найбільший рівень ефективності навчальної діяльності. Перемотивація як і недостатня мотивація зменшують ефективність навчальної діяльності. Для високоефективних, інтенсивних технологій навчання, які характеризуються високим рівнем складності завдань, врахування закону Йеркса-Додсона дає ще один шлях зменшення витрат навчального часу.

Реалізація цього шляху пов'язана з необхідністю кількісного визначення сили мотиву. Вирішення цієї задачі викликає значні труднощі. В літературі представлено досить невелика кількість робіт, де приводиться аналітичні вирази для кількісного визначення сили мотиву.

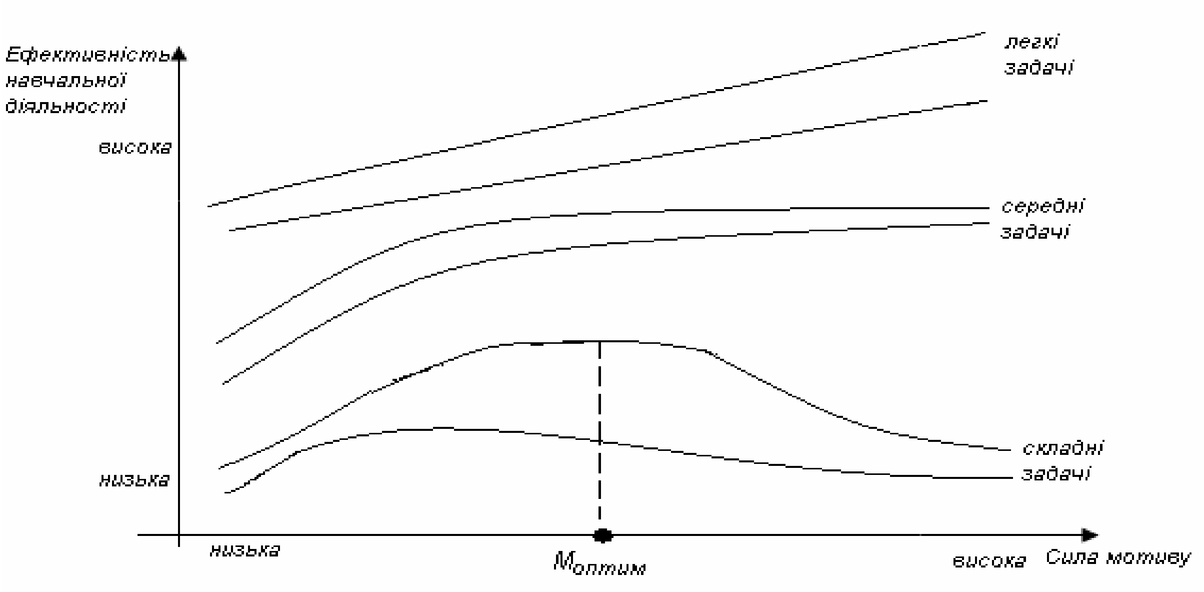


Рис. 2. Залежність між силою мотиву та ефективністю навчальної діяльності (закон Йеркса-Додсона)

Так, Дж.Аткінсоном [7] була запропонована така формула:

$$M = \ddot{I}_{\ddot{A}\acute{O}} \cdot \hat{A}_{\ddot{A}\ddot{O}} \cdot Ç_{\ddot{A}\ddot{O}},$$

де M – сила мотиву; $П_{ДУ}$ – сила мотиву досягнення успіху, як властивість особистості (диспозиція); $В_{ДЦ}$ – суб'єктивна оцінка імовірності досягнення визначеної цілі; $З_{ДЦ}$ – особисте значення досягнення цілі.

Сила мотиву згідно з Дж.Аткінсоном [7] визначається за допомогою такої формули:

$$BP_{X,Si,Ra} = f\left[E_{X,Ra,Si} \,\&\, RV_{Ra,Si}\right],$$

де $BP_{X,Si,Ra}$ – потенціал поведінки суб'єкта (мотив), зв'язаний з формою поведінки X в ситуації Si, розрахований на досягнення цілі Ra; $E_{X,Ra,Si}$ –

очікування того, поведінка X призведе до бажаної цілі R в ситуації Si; $RV_{Ra,Si}$ – цінність або значущість для людини досягнення цілі Ra в ситуації Si.

У роботі [8] В.Вроомом і Е.Десі зроблений висновок про те, що сила мотиву визначається як імовірністю досягнення цілі в заданій ситуації, такі очікуванням того, що виконана дія призведе до досягнення цілі. Цей факт підтверджують також результати досліджень, що описані в роботі [9].

Багаточисельні експерименти, проведені з тваринами американським психологом Г.Холлом [10], дозволили зробити висновок про те, що чим ближче та реальніше мета, тим сильніше стає мотив її досягнення. Ця закономірність одержала назву «градієнт цілі». У роботі [6] градієнт цілі одержав підтвердження і для професійної діяльності людини: мотив досягнення близької цілі значно більший від мотиву досягнення віддаленої в часі цілі.

На нашу думку, ігнорування дії закону Йеркса-Додсона при розробці поліізоморфної системи змісту технологій навчання може призвести до додаткових витрат часу.

Із врахуванням дії закону ми пропонуємо застосування методу тоново-фазичної мотивації, що передбачає проведення навчальної діяльності студентів зі змінним, пульсуючим рівнем мотивації. Основу методу тоново-фазичної мотивації складає одночасне використання механізмів як тонічної, так і фазичної активації.

Пропонується паралельно з фоновою постійною дією механізмів тонічної активації забезпечити імпульсну, короткочасну дію механізмів фазичної мотивації.

Обґрунтуванням цього методу є ізоморфність його природним високоефективним процесам діяльності людини, що пов’язані з чергуванням етапів з різною інтенсивністю обробки інформації. Дидактичний процес в інтенсивних технологіях навчання є, як правило, послідовністю проблемних ситуацій. Основу методу тоново-фазичної мотивації складає розбиття первинних проблемних ситуацій на ряд послідовних мікропроблемних ситуацій. У процесі вирішення проблемної ситуації можна виділити два етапи:

- ✓ формування проблемної ситуації та визначення шляхів її вирішення;
- ✓ реалізація визначеного шляху.

Стратегія управління пізнавальною діяльністю студентів з вирішення проблемних ситуацій у руслі забезпечення потрібного рівня мотивації повинна будуватись таким чином, щоб у визначені моменти часу дозовано подавати високозначущу для вирішення проблемної ситуації інформацію. Поступово рівень цієї дозованої інформації необхідно зводити до нуля. Таким чином здійснюється вихід на самостійне вирішення студентами тієї чи іншої проблемної ситуації і забезпечується розвиток професійно важливих якостей.

Основними, вузловими проблемами реалізації методу тоново-фазичної мотивації є:

- ➢ визначення моментів часу, коли необхідно подавати високозначущу для вирішення проблемної ситуації інформацію;
- ➢ визначення складу, обсягу цієї інформації та темпів її зниження у відповідності з величиною зони найближчого розвитку за Л.С.Виготським [11].

Технологія використання методу тоново-фазичної мотивації згідно з теорією поетапного формування розумових дій містить три етапи:

1) етап навчальної діяльності студентів з наявністю спеціального подання повного обсягу зовнішньої високозначущої інформації, необхідної для вирішення проблемних ситуацій;
2) етап з наявністю спеціального подання часткового обсягу зовнішньої інформації;

3) етап з повною відсутністю спеціального подання зовнішньої інформації.

Мікропроблемні ситуації характеризується посильною трудністю та досить невеликим часом вирішення і повністю відповідають вимогам реалізації градієнта цілі.

Цей метод дозволяє органічно об'єднати мотиваційну, цільову та операційну структури навчальної діяльності.

Експериментальна реалізація методу тоново-фазичної мотивації в адаптивних імітаційних діяльнісинх моделях показала, що в порівнянні з класичним варіантом реалізації на занятті об'ємних проблемних ситуацій, виграш в часі становить 1,4-2,3 рази. Крім того, чергування мотивів різної сили забезпечує відсутність монотонності та, як наслідок, зменшує втомлюванність. Останнє особливо важливо для інтенсивних технологій навчання.

1. *Маркова А.К. Формирование Мотивации учения / А.К.Маркова, Т.А.Мотис, А.Б.Орлов. – М.: Просвещение, 1990. – 192 с.*

2. *Анохин П.К. Биология и нейрофизиология условного рефлекса / П.К.Анохин. – М.: Медицина, 1968. – 547 с.*

3. *Судаков К.В. Биологическая Мотивация / К.В.Судаков. – М.: Медицина, 1971. – 304 с.*

4. *Анохин П.К. Очерки по физиологии функциональных систем / П.К.Анохин. – М.: Медицина, 1975. – 448 с.*

5. *Душков Б.А. Основы инженерной психологии / Б.А.Душков, А.В.Королёв, Б.А.Смирнов. – М.: Академический проект: Екатеринбург, Деловая книга, 2002. – 576 с.*

6. *Ильин Е.П. Мотивация и мотивы / Е.П.Ильин.– СПб.: Питер, 2000. – 512 с.*

7. *Atkinson J.W. An Introduction to Motivation / J.W.Atkinson. – N.Y., 1964.*

8. *Vroom V.H. An overview of work motivation. In: reading in industrial and Organzational psychology / V.H.Vroom, E.L.Deci. – N.Y., 1972.*

9. *Вербицкий А.А., Формирование познавательной профессиональной мотивации студентов / А.А.Вербицкий, Т.А.Платонова.– М., 1996. – 124 с.*

10. *Hall G. Psychology of Motivation / G. Hall. – N.Y., 1961.*

11. *Выготский Л.С. Психология развития как феномен культуры / Л.С.Выготский. – М.: Ин-т практической психологии, Воронеж: МОДЭК, 1996. – 512 с.*

Резюме. **Власенко Е.В. КАТЕГОРИИ ДИДАКТИЧЕСКИХ СПОСОБОВ ФОРМИРОВАНИЯ И ПОДДЕРЖКИ МОТИВАЦИИ ИНТЕНСИВНОЙ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНО-МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ.** *В статье анализируются и раскрываются пути формирования и поддержки мотивации интенсивной учебной деятельности студентов инженерно-машиностроительных специальностей. Автор определяет пути разработки дидактических методов, форм и способов, направленных на обеспечение необходимого уровня мотивации.*

Summary. **Vlasenko E. CATEGORIES OF DIDACTIC METHODS OF FORMING AND SUPPORTING THE MOTIVATION OF INTENSIVE EDUCATIONAL ACTIVITY STUDENTS OF ENGINEER-MACHINE-BUILDING SPECIALITIES.** *The ways of forming and supporting the motivation of intensive educational activity of students analyzed and open up in the article. An author determines the ways of development didactic methods, forms and methods, which provides the necessary level of motivation.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 23.03.2009р.

ПРОБЛЕМА РОЗРОБКИ НАУКОВО-МЕТОДИЧНИХ ТА ТЕОРЕТИЧНИХ ЗАСАД МЕТОДИКИ ТА САМОЇ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ АЛГЕБРИ ЯК АКТУАЛЬНА ПРОБЛЕМА ЯКІСНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Д.Я.Требенко,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м.Київ, УКРАЇНА

Стаття присвячена обґрунтуванню актуальності проблеми розробки науково-методичних та теоретичних засад методики та самої методики навчання вищої алгебри як однієї із фундаментальних фахових дисциплін підготовки майбутніх вчителів математики в *контексті підвищення якості освіти.*

Серед проблем забезпечення розвитку вітчизняної вищої педагогічної школи в контексті інтеграції до загальноєвропейського освітнього простору провідною є проблема пошуку і впровадження принципово нових ідей для оновлення змісту і форм навчання з метою підвищення якості підготовки вчителя, яка б відповідала європейським та світовим стандартам. Про необхідність «докорінно оновити зміст вищої педагогічної освіти та внести принципові структурні зміни у підготовку вчителя» особливо наголошувалось у виступі Міністра освіти і науки України проф. І.Вакарчука на нараді «Сучасна фізико-математична освіта і наука: тенденції та перспективи» від 30 жовтня 2008 р.

Якість професійної підготовки вчителя математики значною мірою залежить від рівня опанування ним фундаментальних математичних дисциплін: вищої алгебри, геометрії, математичного аналізу.

Аналіз наукових праць в області методики навчання математики свідчить про те, що проблема професійної підготовки вчителя математики останнім часом стала предметом численних досліджень. Так, активні пошуки ведуться в галузі загальної методики навчання математики, це, зокрема, дослідження В.Г.Бевз, М.І.Бурди, Н.О.Вірченко, М.І.Жалдака, Г.О.Михаліна, В.Г.Моторіної, О.І.Скафи, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкової, В.О.Швеця та ін.

Водночас окремим фундаментальним математичним дисциплінам приділяється недостатня увага. Формування теоретичних і методичних засад навчання вищої алгебри у вищих навчальних закладах знаходиться в стадії становлення. Тому, на наш погляд, надзвичайно важливою є **проблема** розробки науково-методичних та теоретичних засад методики та самої методики навчання вищої алгебри як однієї із фундаментальних дисциплін фахової підготовки майбутнього вчителя математики в контексті підвищення якості освіти.

Мета даної статті – постановка проблеми, обґрунтування її актуальності та формулювання концепції майбутнього дослідження.

Дисертаційні дослідження як українських, так і зарубіжних вчених обмежувались розглядом лише окремих компонентів навчання вищої алгебри майбутніх вчителів. Проблему організації самостійної роботи студентів педвузу в процесі вивчення курсу алгебри і теорії чисел розглядали Л.Х.Цибікова і Т.В.Оленькова. Технологічний підхід до проектування змісту курсу було запропоновано Л.М.Нурієвою. Аксіоматичний метод в процесі навчання математики (на прикладі шкільного курсу алгебри і вищої алгебри педвузів) розглядав Д.Н.Мкртчан. В роботах О.В.Співаковського, В.В.Мітяєва, А.І.Кузьмічова, М.О.Бурковської приділено увагу проблемі використання НІТН в процесі навчання вищої алгебри. Проблема формування методичних вмінь майбутнього вчителя математики в процесі вивчення вищої алгебри стала темою дисертаційного дослідження С.М.Горлової. Однак ці дослідження не носять комплексний характер, не можуть мати істотного впливу на існуючу систему навчання.

О.О.Сотнікова, розглядаючи проблему організації діяльності студентів при вивченні курсу алгебри в педагогічному вузі, в основу досліджень покладає концепцію розкриття змістових зв'язків курсу, результатом якої стане оволодіння системою алгебраїчних понять на узагальненому рівні і набуття розвинутих вмінь розв'язувати математичні задачі теоретичного рівня. Але, як показує наш багаторічний досвід, така практика не має професійної спрямованості (див. [1-4]). Свого часу саме низька якість засвоєння матеріалу за умов інтегративного вивчення різних розділів курсу, побудованого на принципах узагальнення і абстрагування спричинила пошук інноваційних шляхів, методів, способів викладу програмового матеріалу.

Таким чином, чимало науково-методичних аспектів досліджуваної проблеми або зовсім не розглядались, або залишаються не повністю розкритими. Окремі аспекти потребують подальшої розробки з метою врахування змін в сучасній системі освіти. Однією із складових стандартизації та інтеграції у світовий освітній простір є якість вищої освіти, яка визначається рівнем професійного розвитку майбутнього фахівця, його професійною культурою і громадянською позицією. Саме якість освіти, і в першу чергу вищої, все більше визначає рівень розвитку країни, стає стратегічною областю, що забезпечує її національну безпеку і потенціал. Таким чином, якість освіти сьогодні – не абстрактна тема, а ключ до розв'язання назрілих практичних проблем. Задача підвищення якості освіти – це в першу чергу задача вдосконалення змісту освіти, програм і технологій навчання.

На сучасному етапі зміст поняття «якість освіти» розглядається як інтегральна характеристика системи освіти. Це комплексний показник, що синтезує всі етапи навчання, розвитку і становлення особистості, умов і результатів освітнього процесу. Центральною тенденцією досягнення якості освіти служить орієнтація на запити майбутніх фахівців і створення оптимальних вимог для їхнього особистісного розвитку. Тобто якість освіти – це критерій ефективності діяльності освітнього закладу, основною продукцією якого є якісно підготовлені випускники.

В свою чергу, якість випускників розглядається як рівень їхньої підготовленості із навчальних дисциплін і спеціальності, рівень освіти і вихованості, розвитку навичок творчого мислення і компетенцій, сформованої культури і моралі.

Як забезпечити високу якість підготовки майбутнього вчителя математики в процесі навчання вищої алгебри – це одне із найактуальніших питань, що слід вирішити. Основними складовими, що формують якісний рівень освітнього процесу є: зміст освіти, база навчальних матеріалів, кадрове і матеріально-технічне забезпечення, методики і технології проведення занять, рівень інформаційних систем управління процесом підготовки спеціалістів. При цьому з'являється особлива потреба в науково-обґрунтованих системних підходах до організації навчального процесу, сучасного розуміння змісту освіти і джерел його оновлення; в більш ефективних педагогічних технологіях, нових поколіннях навчальної літератури і інших засобів навчання, створених з метою підвищення ефективності навчання; серйозному підході до інформатизації освіти; створенні сучасних систем контролю, оцінки і управління якістю освіти.

Наявні суперечності між сучасним станом теоретичного і методичного забезпечення навчання вищої алгебри і сучасними вимогами суспільства стосовно якості, рівня і результативності підготовки спеціалістів визначають необхідність розробки науково-методичних засад методики та самої методики навчання вищої алгебри у педагогічних університетах в контексті підвищення якості навчання.

Аналіз сучасного стану процесу навчання вищої алгебри показує, що програми курсу недостатньо орієнтовані на майбутню професійну діяльність студентів. Розв'язання цієї проблеми потребує вдосконалення змісту курсу: приведення його у відповідність до сучасного рівня розвитку науки з одного боку, з іншого – врахування професійної спрямованості навчання. Крім того, однією із задач професіональної школи є розвиток інтелектуального потенціалу особистості. Проблема пошуку і розвитку талантів, робота із обдарованою молоддю, в свою чергу, висуває певні вимоги до змісту курсів фундаментальних дисциплін.

Перехід сучасної системи освіти на європейські стандарти передбачає зростання ролі самостійної роботи студентів. Це зумовлює необхідність:

− створення відповідного навчально-методичного забезпечення;

− застосування інноваційних технологій в поєднанні із традиційними;

− пошуку ефективних засобів, методів, форм, і шляхів організації і управління навчально-пізнавальним процесом, засобів контролю рівня якості знань, а також резервів підвищення якості освіти.

На сьогодні джерелом таких резервів може бути системне використання інформаційних технологій у процесі навчання вищої алгебри, зокрема, дистанційного навчання, модульного навчання із організованою на якісно новому рівні самоосвітньою діяльністю студентів.

Крім того, при побудові методичної системи навчання вищої алгебри в педагогічному університеті слід враховувати:

− комплекс тенденцій в сучасній освіті, таких як стандартизація, гуманізація, гуманітаризація, неперервність, інформатизація та ін.;

− пріоритет розвиваючої функції навчання над освітньою, особистісно-орієнтованого навчання;

− перехід загальноосвітніх начальних закладів до профільної освіти, появу різних типів шкіл, навчальних програм і підручників для них, що вимагає погодження змісту курсу фундаментальних дисциплін, а й методики викладу навчального матеріалу, зокрема введення понять, із змістом шкільного курсу.

Відмітимо також, що ще й досі залишається не розробленою методика вивчення окремих розділів, тем курсу вищої алгебри.

Встановлена суперечність між завданнями підвищення якості фахової підготовки майбутнього вчителя математики і відсутністю досконалої методичної системи навчання вищої алгебри, що відповідала б вимогам розвитку освіти на сучасному етапі, обумовлює актуальність проблеми розробки науково-методичних засад навчання вищої алгебри у педагогічному університеті.

Дана проблема є багатогранною. Її розв'язання вимагає розгляду таких її основних аспектів як методологічний, психолого-педагогічний і науково-методичний.

Методологічний аспект передбачає розробку і наукове обґрунтування сучасної концепції побудови методичної системи навчання вищої алгебри у педагогічному університеті. Психолого-педагогічний аспект об'єднує в собі питання професійної спрямованості навчання вищої алгебри, активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів при вивченні курсу, визначенні шляхів і засобів диференціації і індивідуалізації навчання вищої алгебри із врахуванням сучасних вимог до фундаментальної математичної підготовки і системи організації навчального процесу (із особливою увагою до дистанційної та заочної форм навчання). Науково-методичний аспект передбачає розробку, теоретичне та експериментальне обґрунтування методичної системи навчання вищої алгебри, що реалізує запропоновану концепцію. Дані аспекти тісно між собою пов’язані. І лише із врахуванням особливостей прояву кожного із них можлива реалізація комплексного підходу до розв’язання проблеми дослідження.

В пропонованому дослідженні виходимо із наступної **концепції**: ефективність системи навчання вищої алгебри майбутніх вчителів на сучасному етапі розвитку освіти в Україні визначається адекватним вибором цілей і завдань, організаційних форм, методів і засобів навчання у їхньому раціональному поєднанні; впровадження сучасних науково-обґрунтованих технологій навчання за умови їхньої не фрагментарної, а комплексної системи, матиме принциповий вплив на якість навчання, і, як наслідок, на рівень професійної підготовки майбутнього фахівця.

Основними принципами реалізації даної концепції вважаємо наступні.

1. **Принцип орієнтації на якість освіти.** Практична реалізація даного принципу полягає в одержанні студентами необхідної базової системи знань, формуванні професійно значущих компетенцій належного рівня. Втілення цього принципу також повинно передбачати можливість на основі одержання знань творчої реалізації особистості.

2. **Принцип інтеграції фундаментальності та професійної спрямованості.** Згідно з даним принципом зміст курсу повинен, з одного боку, відповідати сучасним запитам школи, з іншого боку, при його проектуванні необхідно враховувати сучасні досягнення математичної науки та передбачати можливість для талановитої молоді на основі одержаних знань здійснювати подальшу наукову діяльність.

3. **Принцип поступовості** у поданні навчального матеріалу, у поступовому зростанні рівня його абстрактності. Розгляд теорії на загальних об’єктах не полегшує, а навпаки, ускладнює процес сприймання програмового матеріалу.

4. **Принцип гуманізму,** що передбачає особистісну орієнтованість, індивідуалізацію та диференціацію процесу навчання**.**

Узагальнюючи вищесказане, сформулюємо основні положення запропонованої концепції.

1. Необхідність внесення істотних змін до існуючої методичної системи навчання вищої алгебри в педагогічному університеті зумовлена, в першу чергу, сучасним курсом української держави на євроінтеграцію. Стандартизація, гуманізація, гуманітаризація, інформатизація, системність і неперервність є обов’язковими умовами освітнього простору, в якому сьогодні здійснюється підготовка майбутніх вчителів математики.

2. Аналіз сучасного стану підготовки вчителя математики показує невідповідність якості фахової предметної підготовки міжнародним стандартам та запитам школи. Проблема ускладнюється зменшенням кількості аудиторних годин і посиленням ролі самостійної роботи. В такий спосіб якість підготовки значною мірою залежить від ефективності організації навчального процесу.

3. Пріоритетним напрямом підвищення якості підготовки майбутнього вчителя математики має бути принцип інтеграції фундаментальності та професійної спрямованості цілей, змісту курсу, форм, методів і засобів організації навчання.

4. Створена методична система повинна реалізовувати дидактичні та психологічні принципи розвивального навчання, принципи індивідуалізації, диференціації, особистісної орієнтованості.

5. Для ефективної організації навчального процесу в умовах провідної ролі самостійної роботи питання наявності навчально-методичного забезпечення є принциповим.

6. Важливим фактором підвищення якості є залучення студентів до продуктивної науково-дослідної діяльності.

7. Для забезпечення високоякісної освіти необхідним є інтенсивне використання сучасних інформаційних технологій. Це дозволяє зосередитись на змістовних, творчих аспектах пізнавальної діяльності,

підвищити мотивацію навчання, провести об'єктивну оцінку навчальних досягнень; реалізувати можливість створення нового покоління навчально-методичного забезпечення (комп'ютерно-орієнтовних навчально-методичних матеріалів, які особливу цінність являють при дистанційній формі навчання).

Запропонована концепція побудови методичної системи навчання вищої алгебри розглядається нами як цілісна система, реалізація якої забезпечить належний рівень опанування курсу вищої алгебри майбутнім вчителем математики.

1. *Требенко Д.Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел: У 2 ч. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2006. – Ч.1. – 400 с.*

2. *Требенко Д.Я., Требенко О.О. Особивості вивчення курсу „Алгебра і теорія чисел" в умовах кредитно-модульної системи // Матеріали наук.-метод. конф. «Проблеми фізико-математичної і технічної освіти і науки України в контексті Євроінтеграції (Вища освіта 2006)» − Київ: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2007 р. − С.324-331.*

3. *Требенко Д.Я., Требенко О.О. Про особливості вивчення теорії подільності в школі та вищому навчальному закладі // Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки». – Вип. 143. –Черкаси, 2009. – С.132-141.*

4. *Требенко Д.Я., Требенко О.О. Специфіка вивчення елементів теорії подільності в педагогічному університеті // Вісник Черкаського університету. Серія: педагогічні науки. – №149. – Черкаси, 2009. – С.102-105.*

Резюме. **Требенко Д.Я. ПРОБЛЕМА РАЗРАБОТКИ НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИХ И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ МЕТОДИКИ И САМОЙ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЕ КАК АКТУАЛЬНАЯ ПРОБЛЕМА КАЧЕСТВЕННОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ.** *Статья посвящена обоснованию актуальности проблемы разработки научно-методических и теоретических основ методики и самой методики обучения высшей алгебре как одной из фундаментальных профессиональных дисциплин подготовки будущих учителей математики в контексте повышения качества образования*

Summary. **Trebenko D. A PROBLEM OF SCIENTIFICALLY GROUNDED PRINCIPLES OF THEORY AND METHODS OF TEACHING HIGHER ALGEBRA DEVELOPMENT AS THE ISSUE OF THE DAY IN HIGH-QUALITY MATHEMATICS TEACHER TRAINING.** *The article is devoted to a problem of scientifically grounded principles of theory and methods of teaching higher algebra development as one of fundamental professional disciplines of mathematics teacher training course in the context of upgrading education.*

Робота представлена професором М.В.Працьовитим.
Надійшла до редакції 28.05.2009р.

ОПЕРАЦІЙНА КОМПОНЕНТА ПРЕДМЕТНОЇ МОДЕЛІ СТУДЕНТА ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ З ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

О.Г.Євсеєва,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Донецький національний технічний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

У статті розглянута побудова операційної предметної моделі студента технічного університету, яка являє собою предметні вміння, які повинні бути сформовані при вивченні лінійної алгебри. Виділено дві групи предметних вмінь – прості вміння та складені вміння. До простих відносяться вміння, при реалізації яких необхідно виконувати тільки одну предметну дію. При реалізації складених вмінь необхідно виконувати декілька предметних дій. Визначені поняття спектру знань і спектру вмінь предметного вміння. Операційна компонента предметної моделі, що побудована, дозволяє визначити характер задач, яки повинні бути розв'язані студентом для засвоєння лінійної алгебри.

Входження України в європейську освітню систему вимагає модернізації вищої освіти. Фактично це означає, що в процесі навчання студенти повинні виконувати навчальну діяльність, яка моделює їх майбутню професійну діяльність. Особливої актуальності це завдання набуває у вищій технічній школі. Задовольнити цій вимозі може діяльнісне навчання, яке є соціальним замовленням суспільства системі освіти.

Основні положення теорії діяльнісного навчання розроблені в роботах Б.Ц.Бадмаєва, П.Я.Гальпєріна, Ю.І.Машбиця, З.О.Рєшетової, Н.Ф.Тализіної та ін. У завершеному вигляді теорія діяльнісного навчання сформульована Г.О.Атановим [2, 3].

Впровадження діяльнісного навчання у практику вимагає розробки спеціальних технологій навчання. Однією з новітніх технологій, що дозволяє проектувати навчальну діяльність, є моделювання навчальної предметної області, або предметне моделювання студента [1, 2]. У самому широкому сенсі під моделлю студента розуміють знання про нього, що використовують для організації процесу навчання. Це множина точно поданих фактів про студента, які описують різні сторони його стану: знання, особисті характеристики, професійні якості і таке інше.

Знання про те, яким повинен стати студент в результаті навчання, тобто вимоги до його кінцевого стану як по окремих навчальних предметах, так і як до спеціаліста в цілому, називають нормативною моделлю студента. Кінцевою ціллю навчання є досягнення такого положення, коли поточний стан студента наприкінці навчання співпадає з його нормативною моделлю. Нормативна модель студента, складена з кожного окремого навчального предмету, називається предметною моделлю студента, або моделлю навчальної предметної області.

Однією з важливих властивостей предметних знань є їх здатність структуруватися, і першочерговою задачею при побудові предметної моделі повинне бути встановлення загальної структури предметних знань. На цю структуру можна дивитися під різними кутами зору, отримуючи при цьому певні компоненти предметної моделі студента.

З точки зору дидактики, у змісті будь-якого підручника виділяють дві частини. До першої відносяться знання, що безпосередньо становлять зміст навчального предмета, його семантику. Це предметні знання.

Друга частина – це, по-перше, знання, що обслуговують предметні знання.

До них відносяться, наприклад, викладення, тлумачення, пояснення і т.п. Це так звані фонові знання, а також знання про застосування і використання предметних знань в інших дисциплінах, у техніці, в житті тощо. Предметні знання, структуровані певним чином, породжують **семантичну** компоненту предметної моделі студента.

Розрізняють знання декларативні і процедурні. Перші являють собою твердження, або декларації, про об'єкти предметної області, їх властивості і відносини між ними.

Загальноприйнята точка зору тут полягає у тому, що декларативні знання – це факти з предметної області, або фактичні знання. Процедурні ж знання – це правила перетворення об'єктів предметної області. Процедурні знання складають **процедурну** компоненту предметної моделі студента.

Спосіб дій реалізовується в практичній діяльності через вміння. Знання ж виступають як засоби, за допомогою яких формуються вміння. В інженерії знань вміння трактуються як поведінкові, або операційні, знання.

Механізмом формування вмінь є оперування знаннями (як декларативними, так і процедурними), що виявляється в поведінці людини.

Таким чином, предметна модель студента включає в себе вміння, які мають бути сформовані в процесі навчання. Перелік цих вмінь складає **операційну** компоненту предметної моделі студента.

Предметна модель повинна дати більш-менш укрупнене уявлення, про що знання. Це звичайно робиться через перелік тем, тематично.

Перелік тем, підлеглих вивченню, називають **тематичною** компонентою предметної моделі студента.

З точки зору дидактики дуже важливо визначити, яку роль відіграють ті або інші знання, які функції вони виконують, тобто здійснити функціональне структурування. Це можна зробити, склавши перелік функціональних рубрик, визначивши таким чином функціональні знання, що породжують **функціональну** компоненту предметної моделі студента.

Таким чином, мова йде про п'ятикомпонентну предметну модель студента, що складається з:

- ✓ тематичної,
- ✓ семантичної,
- ✓ процедурної,
- ✓ операційної,
- ✓ функціональної частин.

Ціллю статті *є побудова операційної компоненти предметної моделі студента технічного університету з розділу «Лінійна алгебра» дисципліни «Вища математика», що викладається студентам інженерно-економічних спеціальностей.*

Як вже було зазначено, операційна компонента предметної моделі студента являє собою перелік вмінь, що повинні бути сформовані у результаті вивчення певної дисципліни. Основою для побудови системи вмінь є послідовний характер формування вмінь і умова наявності раніше сформованих вмінь в структурі предметних вмінь [2, 4].

Оскільки дії на практиці реалізовуються за допомогою вмінь, то і цілі навчання повинні формулюватися в термінах вмінь. І зрозуміло, що вміння можуть бути сформовані тільки внаслідок оперування знаннями. При цьому, звичайно, потрібне щось і уміти, тобто володіти певними вміннями. Таким чином, для формування будь-якого вміння необхідні знання і інші вміння, якими до цього часу необхідно вже оволодіти (рис. 1).

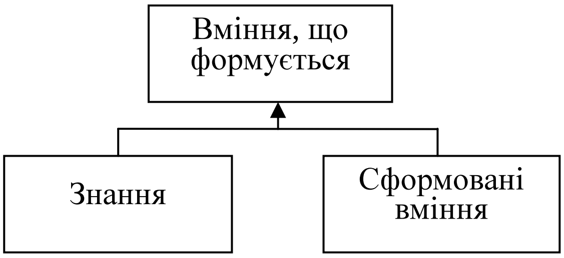


Рис. 1. Схема формування вміння

Сукупність необхідних знань, поданих у дискретному вигляді, називають спектром знань предметного вміння, а сукупність необхідних вмінь – спектром вмінь [2].

Засвоєння якого-небудь навчального предмету означає послідовне засвоєння вмінь з декількох блоків, що складають систему вмінь. Ці вміння можуть бути розподілені за рубриками: базові, методологічні, загальні, предметні. Базові вміння мають самий загальний сенс і визначаються людською природою студента. У свою чергу, вони визначають його когнітивні (пізнавальні) здібності. Методологічні вміння визначають підхід до пізнання. Загальні вміння виконують організаційні, забезпечуючи і виконавчі функції. Предметні вміння також відносяться до одного певного навчального предмета. Предметні вміння визначаються, насамперед, характером предмета, що вивчається, хоча існують предметні вміння, загальні для різних предметів.

На основі базових, методологічних і загальних вмінь будується система предметних вмінь, яка і являє собою операційну предметну модель. З лінійної алгебри були виділені такі вміння:

1. *Визначати, чи є об‘єкт матрицею;*
2. *Позначати матрицю;*
3. *Визначати розмір матриці;*
4. *Визначати вид матриці;*
5. *Виконувати операції з матрицями;*
6. *Використовувати властивості операцій з матрицями для обчислення матричних виразів;*
7. *Обчислювати визначники різних порядків;*
8. *Використовувати властивості визначників для їх перетворення;*
9. *Обчислювати обернену матрицю;*
10. *Розв‘язувати матричні рівняння;*
11. *Розв‘язувати систему n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими, що має єдиний розв‘язок, методом Крамера;*
12. *Розв’язувати систему n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими, що має єдиний розв‘язок, матричним методом;*
13. *Розв’язувати систему n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими, що має єдиний розв’язок, методом Гауса;*
14. *Розв’язувати систему m лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими, що має безліч розв’язків, методом Гауса;*
15. *Обчислювати ранг матриці;*
16. *Визначати, чи є система m лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими сумісною;*
17. *Визначати, чи є сумісна система m лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими визначеною.*

Предметні вміння можуть бути розподілені на дві групи – прості і складені. Прості предметні вміння – це вміння, для реалізації яких необхідно виконати тільки одну предметну дію. Складені вміння складаються з декількох простих предметних вмінь, їх реалізація вимагає виконання декількох предметних дій. Важливо відмітити, що складене вміння може бути сформовано тільки тоді, коли сформоване кожне вміння, що входить до його складу.

Розглянемо, наприклад, предметне вміння з лінійної алгебри «*визначати вид матриці*». Сформувати це вміння фактично означає сформувати цілу низку вмінь:

- *визначати, чи є об‘єкт матрицею;*
- *визначати розмір матриці;*
- *визначати, чи є матриця нульовою;*

- *визначати, чи є матриця прямокутною;*
- *визначати, чи є прямокутна матриця матрицею-стовпцем;*
- *визначати, чи є прямокутна матриця матрицею-рядком;*
- *визначати, чи є матриця квадратною;*
- *визначати, чи є квадратна матриця діагональною;*
- *визначати діагональні елементи квадратної матриці;*
- *визначати, чи є діагональна матриця одиничною.*

Таким чином, вміння «*визначати вид матриці*» є складеним, і всі перераховані вище вміння складають його спектр вмінь.

До спектру вмінь можуть входити як прості, так і складені предметні вміння. Так, наприклад, вміння «*визначати, чи є об'єкт матрицею*» є простим вмінням, тому що його виконання передбачає виконання однієї предметної дії: переконатися, що наданий об'єкт є таблицею чисел, що подана у круглих або подвійних прямих дужках. Вміння же «*визначати розмір матриці*» є складеним, тому що його виконання означає виконання чотирьох предметних дій: 1) визначити кількість рядків в матриці; 2) визначити кількість стовпців в матриці; 3) обчислити розмір матриці; 4) записати розмір матриці.

Для того, щоб скласти спектр знань предметного вміння, необхідно виділити семантичну компоненту предметної моделі студента. Вона є безпосередньо предметними знаннями, структурованими у вигляді окремих висловлювань, що виражають одну закінчену думку, і які розташовані в послідовності їх вивчення. Ці висловлювання носять назву семантичних фактів. Зазвичай семантична модель подається у вигляді так званого семантичного конспекту. Семантичний конспект – це повний набір лаконічно поданих думок предметної області. Виданий окремо, він є дуже тонкою брошурою, тому що в ній немає викладень, доведень і пояснень. Проте, вона містить усі положення курсу, що вивчається. Дидактичну сутність семантичного конспекту передає його інша назва – опорний конспект, оскільки він містить думки, на які необхідно спиратися при вивченні предмету [1, 3].

Усі висловлювання семантичного конспекту пронумеровані. Кожне висловлювання має номер, що складається з двох частин, розділених крапкою. Перша частина – це номер розділу, до якого належить даний висловлювання, друга частина – його номер в даному розділі. Семантичний конспект з лінійної алгебри описаний у роботі [5].

Для виділення спектру знань предметного вміння необхідно поставити йому у відповідність певні висловлювання семантичного конспекту. Причому кожному вмінню може відповідати різна кількість семантичних фактів.

Так, наприклад, просте вміння «*визначати, чи є об'єкт матрицею*» відповідає двом семантичним фактам:

1.1. Множина чисел, що подана у вигляді таблиці, називається матрицею.

1.2. Для запису матриці таблиця чисел береться в круглі або подвійні прямі дужки.

А для вміння «*позначати матрицю*» спектр знань складається з одного семантичного факту:

1.3. Матриці позначаються великими латинськими літерами.

Вміння «*визначати розмір матриці*» є складеним вмінням, спектр вмінь якого складається з чотирьох простих вмінь:

1) *визначати кількість рядків в матриці;*

2) визначати кількість стовпців в матриці;

3) обчислювати розмір матриці;

4) записувати розмір матриці.

Кожне з цих вмінь має свій спектр знань. Так вміння 1) і 2) мають однакові спектри знань, що складаються з двох семантичних фактів:

1.4. Числа, що складають матрицю, називаються елементами матриці.

1.5. Елементи в матриці утворюють рядки і стовпці.

Вміння 3) має такий спектр знань:

1.6. Розмір матриці визначається як добуток кількості рядків на кількість стовпців, які не перемножуються.

1.7. Розмір матриці А, що має m рядків і n стовпців дорівнює $m \times n$.

Вміння 4) має такий спектр знань:

1.8. Розмір матриці вказується як правий нижній індекс літери, якою позначається матриця.

1.9. Матриця А розміру $m \times n$ у символічному вигляді: $A_{m \times n}$.

Спектр знань складеного вміння є сумою спектрів знань вмінь, які складають це вміння. Таким чином, спектр знань предметного вміння *«визначати розмір матриці»* має спектр знань, що складається з семантичних фактів *1.4; 1.5; 1.6; 1.7; 1.8; 1.9.*

Операційна компонента предметної моделі студента уявляє собою ієрархічну багаторівневу систему вмінь, в якій для кожного вміння визначено склад і спектр знань вміння. Спектр вмінь складеного предметного вміння вказується у вигляді підпунктів того пункту операційної компоненти предметної моделі, що описує певне вміння. Прості предметні вміння спектру вмінь не мають.

Спектр знань кожного предметного вміння вказується в дужках наприкінці кожного вміння у вигляді номерів висловлювань семантичного конспекту, які складають спектр.

Наведемо фрагмент операційної компоненти предметної моделі студента з лінійної алгебри:

1. Визначати, чи є об‘єкт матрицею. (1.1)

2. Позначати матрицю. (1.2; 1.3)

3. Визначати розмір матриці. (1.4; 1.5; 1.6; 1.7; 1.8; 1.9)

3.1. Визначати кількість рядків в матриці. (1.4; 1.5)

3.2. Визначати кількість стовпців в матриці. (1.4; 1.5)

3.3. Обчислювати розмір матриці. (1.6; 1.7)

3.4. Записувати розмір матриці. (1.8; 1.9)

4. Визначати вид матриці. (1.16; 1.17; 1.19; 1.23; 1.25;1.27; 1.29; 1.30; 1.32; 1.34)

4.1. Визначати, чи є матриця прямокутною. (1.23)

4.2. Визначати, чи є матриця матрицею-стовпцем. (1.19)

4.3. Визначати, чи є матриця матрицею-рядком. (1.17)

4.4. Визначати, чи є матриця квадратною. (1.25)

4.5. Визначати, чи є матриця діагональною. (1.32)

4.5.1.Визначати, чи є матриця квадратною. (1.25)

4.5.2.Визначати діагональні елементи квадратної матриці. (1.27; 1.29; 1.30)

4.6.Визначати, чи є матриця одиничною. (1.25; 1.27; 1.29; 1.30; 1.32; 1.34)

4.6.1.Визначати, чи є матриця квадратною. (1.25)

4.6.2.Визначати діагоналі елементи квадратної матриці. (1.27; 1.29; 1.30)

4.6.3.Визначати, чи є матриця діагональною. (1.32)

4.7. Визначати, чи є матриця нульовою. (1.16)

Висновки. Таким чином, операційна компонента предметної моделі студента уявляє собою ієрархічну багаторівневу систему вмінь, в якій для кожного вміння визначено спектр знань і спектр вмінь. Предметні вміння розподілені на дві групи – прості і складені. Показано, що предметні вміння можна поставити у відповідність висловлюванням семантичного конспекту, спектр знань простого вміння може складатися з різної кількості семантичних фактів, а спектр знань складеного вміння є сумою спектрів знань вмінь, які складають це вміння.

Оскільки вміння формуються шляхом вирішення задач, то операційна предметна модель дає змогу визначити характер задач, які треба вирішити студенту, щоб засвоїти певний розділ дисципліни.

1. Атанов Г.О. Знання як засіб навчання. – К.: Кондор, 2008.

2. Атанов Г.О. Теорія діяльнісного навчання. – К.: Кондор, 2007.

3. Атанов Г.О., Пустынникова И.Н. Обучение и искусственный интеллект, или

Основы современной дидактики высшей школы. – Донецк: Изд-во ДОУ, 2002.

4.Atanov, G.A., Efros, T.I. System of skills in instruction as a part of the learner model // Proc. of the Intern. Conf. on Computer Assistant Learning CAL-97. – Exeter, UK. – 1997. – P. 369-372.

5.Євсєєва Е.Г. Семантический конспект по линейной алгебре. Дидактика математики: Проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових праць. –Вип.24. – Донецьк: ТЕАН, 2005. – С. 103-111.

Резюме. **Евсеева Е.Г. ОПЕРАЦИОННАЯ КОМПОНЕНТА ПРЕДМЕТНОЙ МОДЕЛИ СТУДЕНТА ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ.** *В статье рассмотрено построение операционной компоненты предметной модели студента технического университета, представляющей собой предметные умения, которые должны быть сформированы при изучении линейной алгебры. Выделены две группы предметных умений – простые умения и составные умения. К простым относятся умения, при реализации которых необходимо выполнять только одно предметное действие. Составные умения при реализации подразумевают выполнение нескольких предметных действий. Определены понятия спектр умений и спектр знаний предметного умения. Построенная операционная предметная модель позволяет определить характер задач, которые должны быть решены студентом для усвоения линейной алгебры.*

Summary. **Yevseyeva O. THE LINEAR ALGEBRA OPERATING COMPONENT OF THE OBJECT STUDENT MODEL OF THE TECHNICAL UNIVERSITY.** *The linear algebra operating component of the object student model of the technical university is given in this article. This model represents object skills that are to be formulated while teaching the linear algebra. Two groups of object skills are singled out, they are named common skills and compound skills. The common skills concern skills that require one object act to realize them. The compound skills include several object acts. The notions of knowledge spectrum and skills spectrum are formulated. An operating object model gives us the opportunity to determine the character of tasks that are to be solved by a student while teaching the linear algebra.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 9.04.2009р.

ВЕКТОРНА АЛГЕБРА – ОСНОВА СУЧАСНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Л.Л.Креш,
М.В.Працьовитий,
доктор фіз.-мат.наук, професор,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м.Київ, УКРАЇНА

Обговорюються деякі проблеми вивчення векторної алгебри в курсі аналітичної геометрії студентами математичних спеціальностей у педагогічному університеті.

Векторне числення (векторна алгебра і векторний аналіз) зародилось в 19 ст. і спочатку розвивалось під впливом потреб механіки. Пізніше воно знайшло різноманітні застосування в різних розділах математики. Більше того, сьогодні існують аксіоматики евклідової геометрії, одним з первинних понять яких є вектор. Це точково-векторна аксіоматика евклідової геометрії Г.Вейля [4], А.Д.Александрова [1]. Поняття вектора є центральним в афінній геометрії [6]. Вектори на протязі багатьох десятиліть вивчаються в шкільному курсі математики. Векторний та координатно-векторний методи – потужні методи елементарної математики. В зв'язку з цим, ґрунтовні знання векторного числення – обов'язковий елемент належної професійної підготовки вчителя математики [6, 8, 9].

Векторна алгебра вивчає операції над векторами (лінійні операції – додавання векторів і множення вектора на число, різні добутки векторів: скалярний, псевдоскалярний, векторний, мішаний, подвійний векторний тощо). Лише скалярний з вказаних добутків векторів вивчається в шкільному курсі математики. Векторна алгебра – традиційний розділ аналітичної геометрії, який є надійним містком між: 1) елементарною математикою і вищою; 2) геометрією і алгеброю; 3) синтетичноконструктивною геометрією і геометрією аналітичною; 4) математикою і фізикою.

Він створює міцний фундамент для розбудови методу координат (введення афінних та барицентричних координат [23]). Традиційно в педагогічному університеті розділ «Елементи векторної алгебри», який вивчає вільні вектори, включає наступні теми: 1) Лінійні операції над векторами; 2) Лінійна залежність векторів; 3) Векторний простір, його базис і розмірність. Координати вектора; 4) Скалярний добуток векторів; 5) Векторний добуток векторів; 6) Мішаний добуток векторів; 7) Векторні підпростори; 8) Векторний метод розв'язання задач.

Вивчення цього розділу має бути підпорядковане загальним цілям курсу з урахуванням фундаментальності цієї дисципліни, міжпредметних зв'язків, практичної та професійної спрямованості. Відведеного навчальною програмою часу на вивчення розділу замало для глибокого оволодіння координатно-векторним методом розв'язання задач, для доведення до автоматизму багатьох дій та найпростіших алгоритмів. В зв'язку з цим виникає проблема оптимізації навчального процесу, підвищення його продуктивності та результативності. Все це складає основу педагогічної проблеми – створення ефективної методичної системи навчання векторної алгебри в сучасних умовах підготовки вчителя математики в педагогічному університеті. Ця проблема має свої складові. На деяких з них зупинимось.

Традиційно векторна алгебра є першим модулем аналітичної геометрії і вивчається першокурсниками у вересні - жовтні. А це період, коли вчорашній випускник школи ще не повністю адаптувався до нових умов – умов лекційно-семінарської системи вузу, умов, в яких самостійній роботі відводиться значна роль, а контроль за діяльністю студента не є щоденним. Тому для ефективності та результативності навчання мають надзвичайно велике значення мотиваційні основи, якісне дидактичне забезпечення, дієві організаційні форми, вдалий контроль за самостійною роботою і структурно продумана система по навчанню студента навчатися.

1. *Проблема змісту.* Теоретичний матеріал має утворювати повну і замкнену систему, що ґрунтується на властивій саме аналітичній геометрії методології. Він має бути по максимуму звільнений від прийомів та методів синтетичних та конструктивних. Домінуючим має бути виключно метод координат. Тому питання вираз відношень та операцій над векторами в координатній формі має розглядатися в кожній з тем якомога раніше. Алгебраїчні властивості операцій слід обґрунтовувати уже з використанням їх виразу в координатній формі. Зазначимо, що переважна більшість існуючих навчальних посібників не задовольняє цю вимогу. Наприклад, обґрунтування виразу векторного добутку в координатній формі практично в усіх посібниках використовує невластиві дедуктивній науці прийоми і правила (правої руки, правого гвинта тощо), тоді як це можна зробити математично строго з використанням алгебраїчних засобів, відношення однакової орієнтованості базисів та самого означення векторного добутку.

2. *Компроміс між науковістю і доступністю*, який реалізований в багатьох навчальних посібниках з аналітичної геометрії, є незадовільним для вивчення аналітичної геометрії саме студентами математичних спеціальностей. Наприклад, часто при означенні скалярного добутку векторів пропускають слова “двох ненульових векторів”, а це приводить до некоректності, коли принаймні один з векторів нульовий, оскільки поняття кута між векторами в цьому випадку невизначене. Аналогічна ситуація має місце для векторного добутку векторів, в означенні якого пропускають слова “двох неколінеарних векторів”, без яких поняття “права трійка векторів” стає беззмістовним. Список некоректностей, які фігурують в багатьох посібниках можна було б довго продовжувати. Строгість викладу теоретичного матеріалу для математиків має бути принциповою вимогою. Тоді як продуктивна самостійна робота студента без якісного дидактичного забезпечення неможлива. Виклад теоретичного матеріалу має бути бездоганно строгим і супроводжуватись достатньою кількістю вдало підібраних прикладів та розв’язками задач, які не лише допомагають краще зрозуміти сутність понять, зміст фактів, взаємозв’язок тверджень і теорій, а й виробити практичні навики, створювати математичні моделі, досліджувати їх і висновки тлумачити в початкових термінах.

3. *Існують альтернативи викладу теоретичного матеріалу.* Можна вивчати спочатку вектори на площині, а потім у тривимірному просторі. Або ж спочатку у тривимірному просторі, а потім в підпросторах: двовимірному і одновимірному. Якому з підходів віддати перевагу? З першим шляхом ознайомляться в шкільному курсі математики, коли вивчають спочатку планіметрію, а потім стереометрію. Ми віддаємо перевагу другому підходу, оскільки він відкриває нову, раніше не відому, дорогу з тривимірного простору в двовимірний і одновимірний, а також дозволяє зекономити час, бо формули для двовимірного простору є наслідками формул для простору тривимірного.

Існують моделі, коли спочатку вивчається мішаний добуток, а потім векторний (наприклад, [2]). Такий підхід може дати часову економію, але і деякі втрати. Векторний добуток як і скалярний є операцією бінарною, вивчення цих тем здійснюється за єдиною схемою, специфічність кожної з операцією пізнається в порівнянні. Тому доцільним є послідовне вивчення спочатку скалярного, а потім векторного добутків. Мішаний добуток є специфічною, тернарною, не алгебраїчною операцією, тісно пов’язаною з поняття компланарності векторів і об’ємами многогранників.

4. *Постійний акцент на міжпредметні зв’язки.* Оскільки чимало фізичних величин мають векторну природу і практично всім операціям над векторами можна дати фізичну інтерпретацію, то питання фізичного тлумачення дій над векторами є обов’язковою складовою

кожної з тем даного модуля. Це дозволяє робити акценти на природності операції, вказувати на застосування і підкреслювати взаємозв'язок фізики та математики. При цьому слід пам'ятати, що вислів "прийнято вважати, що фізичним змістом скалярного добутку є робота по переміщенню матеріальної точки під дією певної сили" є більш вдалим, ніж вислів "фізичним змістом скалярного добутку є робота …". Також вдалішим є вислів "прийнято вважати, що фізичним змістом векторного добутку є момент сили …", ніж вислів "фізичним змістом векторного добутку є момент сили ".

5. *Існують інші шляхи поглиблювати тісний зв'язок фізики і математики в навчальному процесі*. Наприклад, розвивати гармонію фізичного і аналітичного мислення допомагає оволодіння майбутніми вчителями фізики та математики *кінематичним методом розв'язання задач*, початки якого лежать уже у векторному численні та векторній алгебрі. Грані цього геометрично-фізичного методу можна пізніше формувати у курсі математичного аналізу.

6. *Тісний взаємозв'язок лінійної алгебри і аналітичної геометрії має бути наскрізною ідеєю розділу*. Його слід підкреслювати не лише при викладі теоретичного матеріалу (геометричного тлумачення теорії матриць та їх визначників, використання методів розв'язання систем лінійних рівнянь тощо), а й при розв'язанні алгебраїчних задач засобами векторного числення та векторної алгебри. Наведемо кілька прикладів.

Задача 1. Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} x + 2y^2 + 2z^4 = 8, \\ \sqrt{x} + y + z^2 = x^2 + y^2 + 2z^2 + 2yz - 8x + 2z + 21. \end{cases}$$

Розв'язання. Розглянемо вектори $\vec{a} = \left(\sqrt{x}; y\sqrt{2}; z^2\sqrt{2}\right)$ і $\vec{b} = \left(1; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, задані своїми координатами в ортонормованому базисі. Тоді $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{x} + y + z^2$. Оскільки $\vec{a} \cdot \vec{b} \le |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$, то система має розв'язок, коли $\sqrt{x} + y + z^2 \le 4$, а отже, $x^2 + y^2 + 2z^2 + 2yz - 8x + 2z + 21 \le 4$

Остання нерівність рівносильна нерівності $(x-4)^2 + (y+z)^2 + (z+1)^2 \le 0$, яка має єдиний розв'язок $x = 4,\ z = -1,\ y = 1$. Перевіркою пересвідчуємось, що ці числа утворюють розв'язок.

Відповідь: $x = 4,\ y = 1,\ z = -1$.

Задача 2. Використовуючи вектори, довести, що

$$\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} = -\frac{1}{2}. \qquad (1)$$

Розв'язання. Розглянемо правильний п'ятикутник $A_1A_2A_3A_4A_5$, вписаний в одиничне коло з центром O. Нехай $\vec{i} = \overrightarrow{OA_1}$. Оскільки

$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{OA_3} + \overrightarrow{OA_4} + \overrightarrow{OA_5} = \vec{0}.$$

За властивістю проекцій

$$\text{ï ð}_{\vec{\text{i}}}(\overrightarrow{OA_1} + \ldots + \overrightarrow{OA_5}) = \text{ï ð}_{\vec{\text{i}}}\,\vec{0} \ \text{ і}$$

$$\text{ï ð}_{\vec{\text{i}}}\,\overrightarrow{OA_1} + \ldots + \text{ï ð}_{\vec{\text{i}}}\,\overrightarrow{OA_5} = 0,$$

$$\cos\left(\widehat{\overrightarrow{OA_1}, \vec{i}}\right) + \ldots + \cos\left(\widehat{\overrightarrow{OA_5}, \vec{i}}\right) = 0,$$

$$1 + \cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} + \cos\frac{6\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5} = 0,$$

$$1 + 2\cos\frac{2\pi}{5} + 2\cos\frac{4\pi}{5} = 0.$$

Звідки й отримується рівність (1).

Задача 3. Відомо, що $a + b + c = 1$. Довести нерівність: $a^2 + b^2 + c^2 \ge \frac{1}{4}$.

Розв'язання. Оскільки $a + b + c = 1$, то $(a+b+c)^2 = 1 \iff$

$$\iff a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc) = 1. \qquad (2)$$

Розглянемо вектори $\vec{x} = (a,\ b,\ c)$ і $\vec{y} = (b,\ c,\ a)$, задані своїми координатами в ортонормованому базисі. Оскільки

$$\vec{x} \cdot \vec{y} \le |\vec{x}| \cdot |\vec{y}|, \quad \text{то}$$

$$ac + bc + ac \le \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}\,\sqrt{b^2 + c^2 + a^2},$$

тобто $ab + bc + ac \le a^2 + b^2 + c^2$. (3)

Використовуючи (2) і (3), отримуємо

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(a^2 + b^2 + c^2) \ge 1, \text{ тобто}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \ge \frac{1}{3},$$

що й вимагалось довести.

7. *Підкреслювати взаємозв'язок векторної алгебри з математичним аналізом*

можна різними шляхами, *зокрема* з допомогою системи вдало підібраних задач. Розглянемо приклади.

Задача 4. Знайти найбільше значення функції двох змінних

$$f(x,y)=x\sqrt{1-y^2}+\sqrt{1-x^2}\ .$$

Розв'язання. Легко бачити, що областю визначення функції є квадрат,

$$\begin{cases}-1\le y\le 1,\\ -1\le x\le 1.\end{cases}$$

Функція набуватиме найбільшого значення, коли $y=0$, а x буде додатнім. Тому дослідимо на максимум функцію $\varphi(x)=f(x,0)=x+\sqrt{1-x^2}$.Для цього розглянемо вектори $\vec{a}=(1;1)$ і $\vec{b}=(x;\sqrt{1-x^2})$, задані своїми координатами в ортонормованому базисі.

Оскільки $|\vec{a}|=\sqrt{2}$,$|\vec{b}|=1$ і $\varphi(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}\le$ $\le|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|=\sqrt{2}$, то залишається знайти при якому значенні x рівність досягається. А це можливо тоді і тільки тоді, коли вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ співнапрямлені, тобто $\frac{x}{1}=\frac{\sqrt{1-x^2}}{1}>0$, а саме: $x=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Отже,

$$\max f(x,y)=f(\frac{\sqrt{2}}{2};0)=\sqrt{2}\ .$$

8. *Прагматична проекція курсу на шкільний курс математики*. Ідеальна підготовка вчителя математики до розв'язання професійних задач включає вміння обґрунтовувати всі факти шкільного курсу математики різними методами, зокрема векторним. Тому при вивченні векторної алгебри викладач має нагоду значну частину задачного матеріалу базувати на фактах елементарної геометрії. Практично всі теореми шкільного курсу геометрії мають бути доведені студентами векторним методом. Наведемо приклад.

9. *Ряд фактів елементарної геометрії межує з шкільним курсом математики.* Їм теж слід приділити належну увагу при вивченні аналітичної геометрії. Прикладом таких могли б служити теореми Чеви і Менелая, найпростішим методом доведення яких є векторний.

1. *Александров А.Д. Основание геометрии. – М.: Наука, 1987. – 286 с.*
2. *Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х частях. Ч.1. – М.: Просвещение, 1986. – 336 с.*
3. *Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. – Київ: Вища школа, 1973. – 328 с.*
4. *Егоров И.П. Геометрия. – М.: Просвещение, 1979. – 256 с.*
5. *Працьовитий М.В. До концепції розвитку математичної освіти // Сучасна математика і математична освіта: здобутки, проблеми, перспективи. Матеріали Місячника Інституту математики НАН України в НПУ ім. М.П.Драгоманова. – К.: Вид-во НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2007. – С.116-121.*
6. *Працьовитий М.В. Екзамен з аналітичної геометрії (І семестр). – К.: Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2005. – 120с.*
7. *Працьовитий М.В. Елементи векторної алгебри. Л.1-7. К.: Вид-во НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2008. – 173 с.*
8. *Шкіль М.І., Жалдак М.І., Працьовитий М.В. та ін. Галузеві стандарти вищої освіти. Математика. (1. ОКХ бакалавра. 2. ОПП бакалавра). – Міністерство освіти і науки України, Київ. – 2002. – 74 с.*
9. *Шкіль М.І., Працьовитий М.В., Гончаренко Я.В., Требенко Д.Я. та ін. Державний екзамен з математики і методики навчання математики. – К.: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2005. – 88 с.*

Резюме. **Креш Л.Л., Працевитый Н.В. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА – ОСНОВА СОВРЕМЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ.** *Обсуждаются некоторые проблемы изучения векторной алгебры в курсе аналитической геометрии студентами математических специальностей педагогических университетов.*

Summary. **Kresh L., Pracevitiy N. VECTOR ALGEBRA AS THE BASE OF THE MODERN MATHEMATICAL EDUCATION THE MATH TEACHER.** *We discuss some problems of learning the vector algebra in the framework of the course "Analytic geometry" by mathematics students in pedagogical universities.*

Надійшла до редакції 28.05.2009р.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ СИММЕТРИИ КРИВЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ВЫВОДА ИХ КАНОНИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Г.М.Улитин,
доктор техн. наук, профессор,
Л.П.Мироненко,
канд. физ.-мат. наук, доцент,
Донецкий национальный технический университет,
г.Донецк, УКРАИНА

За допомогою геометричних міркувань і визначення поняття директрис та фокусів отримані канонічні рівняння ліній другого порядку – еліпс, гіпербола, парабола. Запропонований підхід дозволяє вивести всі основні властивості ліній. Загальний підхід значно спрощує викладання щодо ліній другого порядку і надає теорії загальний характер. Теорія дає можливість розглянути, крім очікуваних канонічних рівнянь ліній, частинні випадки, провести повну класифікацію що до ліній другого порядку.

Как известно, при изучении темы «Линии второго порядка» существует два подхода: аналитический, когда из канонических уравнений выводят геометрические свойства этих линий [1-5] и геометрический, когда, например, эллипс определяется как г.м.т. сумма расстояний из которых до фокусов есть величина постоянная, выводится каноническое уравнение эллипса (гиперболы, параболы) [6-10].

В настоящей работе из геометрических соображений, с использованием директрис и фокусов, получены канонические уравнения линий второго порядка и выведены все их основные свойства.

Общее уравнение линий второго порядка имеет вид

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, \quad (1)$$

где $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$. Обозначим левую часть уравнения $f(x, y)$ и перепишем уравнение (1) в виде $f(x, y) = 0$.

Классифицируем все линии второго порядка как г.м.т. по значениям эксцентриситета ε – отношение расстояния от заданных двух точек (фокусы F_1 и F_2) до заданных двух параллельных прямых, расположенных симметрично фокусам (директрисы $x = -d$ и $x = d$). Начало координат выберем в центре расстояния между фокусами.

Вначале рассмотрим случай, когда $\varepsilon = \dfrac{F_2M}{MK} < 1$. Ему соответствует рис. 1 (фокусы расположены между директрисами)

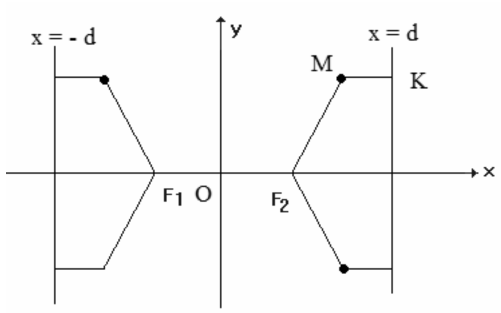


Рис. 1. К выводу канонического уравнения эллипса

Из рисунка видно, что такому условию удовлетворяют четыре симметричные точки, т.е. линия является симметричной относительно осей координат. Тогда должны выполняться равенства

$f(-x, y) = f(x, y),\ f(x, -y) = f(x, y) \Rightarrow$ $B = D = E = 0$, и уравнение (1) примет вид

$$Ax^2 + Cy^2 + F = 0. \quad (2)$$

При условии $\varepsilon < 1$ точка M может принадлежать осям Ox и Oy. Следовательно, $Cy^2 + F = 0 \Rightarrow C$ и F различных знаков, $Ax^2 + F = 0 \Rightarrow A$ и F различных знаков. Этот результат приводит к уравнению

$$Ax^2 + Cy^2 - F = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{F/A} + \frac{y^2}{F/C} = 1. \quad (3)$$

где $A > 0, C > 0, F > 0$.

Обозначая $a^2 = \dfrac{F}{A}, b^2 = \dfrac{F}{B}$, приходим к каноническому уравнению эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (4)$$

Замечание 1. Если в (3) положить $F=0$, то получим точку $(0{,}0)$.

Аналогично рассматривается случай, когда $\varepsilon>1$. Ему соответствует рис. 2 (директрисы расположены между фокусами).

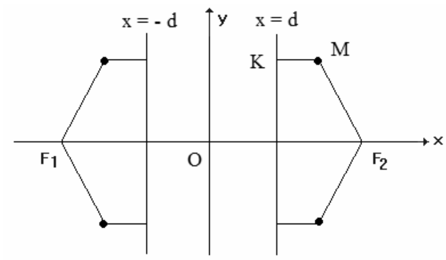


Рис. 2. К выводу
канонического уравнения гиперболы

Рассуждая аналогично, получаем уравнение (2). Точка M может принадлежать оси Ox, следовательно, A и F различных знаков. Исключая ранее рассмотренный случай, приходим к условию, что C и F одинаковых знаков. Этот результат приводит к уравнению

$$Ax^2-Cy^2-F=0, \qquad (5)$$

где $A>0, C>0, F>0$.

Обозначая $a^2=\dfrac{F}{A}, b^2=\dfrac{F}{B}$, получаем каноническое уравнение гиперболы

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1. \qquad (6)$$

Замечание 2. Если положить $F=0$, то получим

$$(\sqrt{A}x+\sqrt{C}y)(\sqrt{A}x-\sqrt{C}y)=0$$

пару пересекающихся прямых

$$y=\pm\sqrt{\frac{A}{C}}x.$$

Теперь рассмотрим случай, когда задана одна директриса и один фокус и $FM=MK$. Располагаем центр системы координат на середине между фокусом и директрисой (рис. 3).

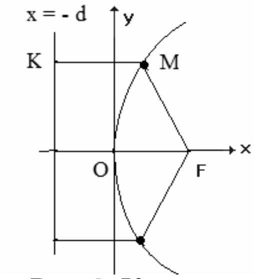


Рис. 3. К выводу
канонического уравнения параболы

Линия симметрична относительно оси Ox, следовательно

$$Ax^2+Cy^2+2Dx+F=0. \qquad (7)$$

В силу выбора системы координат линия проходит через начало координат, следовательно $F=0$ и

$$Ax^2+Cy^2+2Dx=0. \qquad (8)$$

Замечание 3. Если положить $C=0$, то получим $(Ax+2D)x=0.$ пару параллельных прямых $x=\dfrac{2D}{A}$ и $x=0$. Если и $D=0$, то получим пару совпадающих прямых.

Выделяя полный квадрат в выражении (8), придем к одному из рассмотренных ранее двух случаев: эллипса и гиперболы (если не рассматривать вырожденные случаи). Чтобы исключить это, следует положить $A=0$.

$$Cy^2+2Dx=0. \qquad (9)$$

Из рисунка видно, что при $\varepsilon=1$ имеем $x\geq 0$, следовательно, C и D различных знаков. Уравнение примет вид

$$Cy^2-2Dx=0, C>0, D>0.$$

Обозначая $p=\dfrac{D}{C}$, приходим к каноническому уравнению параболы

$$y^2=2px, p>0. \qquad (10)$$

Исходя из определений эллипса через эксцентриситет и директрисы, нетрудно получить важное геометрическое свойство

$$F_1M+F_2M=MK_1+MK_2=2\varepsilon d=const. \qquad (11)$$

В частности, в точке B (рис. 4) имеем $F_1M+F_2M=2a$. Из этих равенств следует, что эллипс можно определить как г.м.т., для которых сумма расстояний до двух фиксированных точек F_1 и F_2, называемых фокусами, есть величина постоянная, равная $2a$.

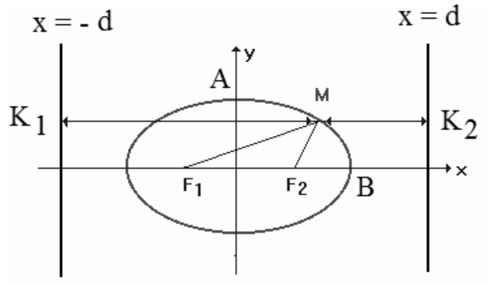


Рис. 4. К выводу
геометрических свойств эллипса

Нетрудно установить связь между полуосями эллипса a, b и координатами фокусов $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$. В точке A имеем $F_1A = F_2A = a$. Из прямоугольного треугольника имеем $c^2 = a^2 - b^2$. (12)

Из равенства (11) следует $\varepsilon d = a$, отсюда находим уравнения директрис, выраженных через большую полуось

$$x = \pm\frac{a}{\varepsilon}. \qquad (13)$$

Аналогично, исходя из определения гиперболы через эксцентриситет и директрисы, нетрудно получить важное геометрическое свойство.

$$F_1M - F_2M = MK_1 - MK_2 = 2\varepsilon d = const. \qquad (14)$$

В точке B (рис. 5) имеем $F_1M - F_2M = 2a$. Из этих равенств следует, что гиперболу можно определить как г.м.т., для которых разность расстояний по модулю до двух фиксированных точек F_1 и F_2, называемых фокусами, есть величина постоянная, равная $2a$.

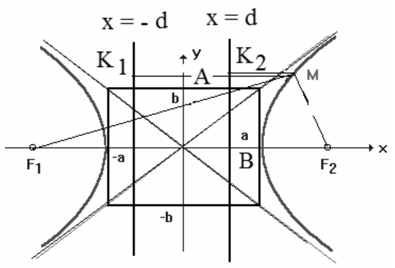


Рис. 5. К выводу геометрических свойств гиперболы

Нетрудно установить связь между полуосями гиперболы a, b и координатами фокусов $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$. Из рисунка видно, что $|AB| = c$, откуда $c^2 = a^2 + b^2$. (15)

Из равенства (14) следует равенство $\varepsilon d = a$, и получаем уравнения директрис гиперболы (13).

Предложенный подход описания кривых второго порядка имеет ряд преимуществ по сравнению с традиционным. В первую очередь, это компактность и геометрическая наглядность вывода канонических уравнений, в то время как в традиционном курсе, из-за громоздкости выкладок часто приходится записывать громоздкие преобразования. Канонические уравнения линий второго порядка получены из уравнения линий второго порядка общего вида и их геометрических определений.

1. ДелонеВ.И., Райков Д.А. Аналитическая геометрия, том 1. – Гостехиздат, 1949, 592 с.
2. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. – М.: Изд. ФМЛ, 1956. – 272 с.
3. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – ФМЛ, 2003. – 157 с.
4. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. – М.: Наука. – 272 с.
5. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1979. – 512 с.
6. Дьедонне Ж. Линейная алгебра и элементарная геометрия. – М.: Наука, 1972. – 336 с.
7. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. – М.: Наука, 1969. – 527 с.
8. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1999. – 296 с.
9. Кадомцев С.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 160 с.
10. Apostol T.M. Calculus. One-Variable Calculus with an Introduction to Linear Algebra. Vol 1. – John Wilay and Sons, Inc., 1966. – 667 с.

Резюме. **Улитин Г.М., Мироненко Л.П. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ СИММЕТРИИ КРИВЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ВЫВОДА ИХ КАНОНИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ.** *Из геометрических соображений и определений директрис и фокусов получены канонические уравнения кривых второго порядка – эллипс, гипербола, парабола. Предложенный подход позволяет вывести все основные геометрические свойства линий. Подход значительно упрощает изложение материала, связанного с кривыми второго порядка и носит общий характер. Теория дает возможность рассмотреть, кроме ожидаемых канонических уравнений, частные (вырожденные) случаи, тем самым, провести полную классификацию кривых второго порядка.*

Summary. **Ulitin G., Mironenko L. AN APPLICATIN OF SYMMETRY PROPERTURS FOR GETTUNG CANONICAL FORMS OF SECOND ORDER CURVES.** *From geometrical properties and definitions of directrices and focuses are received canonical equations of second order curves (an ellipse, a hyperbole, a parabola). All basic geometrical properties of lines are considered. The approach considerably simplifies understanding the cases material connected with second order curves. The theory gives all degenerate cases of an algebraic quadratic equation. It is provided full classification of quadratic algebraic lines.*

Надійшла до редакції 28.05.2009р.

ТЕХНОЛОГІЯ ПРОЕКТУВАННЯ ДИСТАНЦІЙНОГО КУРСУ З ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Н.В.Коваленко,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
М.А.Кононов,
студент,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

У статті відображені технологія проектування дистанційних курсів, психолого-педагогічні передумови навчання студентів диференційної геометрії через дистанційні курси, структура дистанційного курсу з диференціальної геометрії, шляхи актуалізації знань студентів, методика навчання головних понять диференціальної геометрії, контроль навчальних досягнень.

Сьогодні у вищому навчальному закладі відбуваються певні позитивні зміни, пов’язані з інноваційною діяльністю в напрямках удосконалення організації навчального процесу, розробки та впровадження активних методів і сучасних інформаційних технологій навчання. З ростом вимог до рівня кваліфікації фахівців виникає необхідність якісно поліпшити систему їх підготовки. Розвиток інформаційних телекомунікаційних технологій привів до появи нової форми навчання – дистанційної [4].

Дистанційне навчання є особливою формою, що сполучає в собі елементи очного, заочного і додаткового навчання на основі нових інформаційних технологій і системи мультимедіа. Система дистанційної освіти базується на основних принципах: педагогічна доцільність застосування засобів нових інформаційних технологій; забезпечення відкритості і гнучкості навчання; ідентифікація; інтерактивність; стартовий рівень; плановість навчання; індивідуалізація.

Дистанційне навчання стає одним із впливових інформаційно-технологічних механізмів підвищення ефективності освіти завдяки універсальності своєї форми. Процес навчання студентів при цьому не залежить від місця їх перебування в просторі і часі. Однак, на теперішньому етапі розвитку інформаційних технологій та програмного забезпечення реальне створення і функціонування дистанційної освіти, як відзначає Е.С.Полат, залежить, насамперед, від наявності необхідного за рівнем кадрового, педагогічного, науково-технічного і науково-методичного потенціалу [6].

Серед безсумнівних переваг дистанційного навчання слід назвати особливості, що відрізняють його від традиційних форм навчання:

– гнучкість – можливість займатися в зручний час, у зручному місці і темпі;

– модульність – можливість вибору достатньо-незалежних навчальних курсів (модулів), які відповідають індивідуальним чи груповим потребам студентів;

– паралельність – можливість навчання без відриву від виробництва;

– охоплення – можливість одночасного звертання до багатьох джерел навчальної інформації (електронних бібліотек, банків даних, баз знань) значної кількості студентів;

– економічність – можливість ефективного використання навчальних площ, технічних засобів та концентрованого й уніфікованого надання навчальної інформації;

– соціальна рівноправність – однакові можливості одержання освіти незалежно від місця проживання, стану здоров'я, елітарності і матеріальної забезпеченості студентів;

– інтернаціональність – можливість експорту та імпорту світових досягнень на ринку освітніх послуг;

– технологічність – можливість використання в освітньому процесі новітніх досягнень інформаційних і телекомунікаційних технологій, що сприяють просуванню людини у світовий інформаційний простір [5].

При впровадженні дистанційної освіти розширюється та оновлюється роль викладача, який повинен постійно вдосконалювати курси, враховувати методичні нюанси віртуального спілкування, координувати пізнавальний процес, підвищувати свою творчу активність і кваліфікацію відповідно сучасних нововведень та інновацій. Така форма навчання помітно впливає і на студентів, що вчаться підвищувати свій інтелектуальний потенціал за рахунок самоорганізації, самостійного прагнення до знань, уміння взаємодіяти з комп'ютерною технікою та використовувати сучасне програмне забезпечення, самостійно приймати відповідальні рішення.

Метою дистанційної освіти є сприяння рішенню таких соціально значущих завдань, як

– підвищення рівня освіченості суспільства і якості навчання;

– реалізація потреб населення в освітніх послугах;

– задоволення потреб країни в якісно підготовлених фахівцях;

– підвищення соціальної і професіональної мобільності населення, його підприємницької і соціальної активності, рівня самостійності, розширення кругозору;

– розвиток єдиного освітнього простору в рамках України, СНД, усього світового співтовариства, що припускає забезпечення можливості одержання освіти в будь-якому місці освітнього простору [7].

Як відзначає ряд дослідників (Е.С.Полат, А.В.Хуторський, И.В.Роберт і ін.) під дистанційною освітою слід розуміти активне навчальне середовище, що включає можливі електронні джерела інформації: віртуальні бібліотеки, бази даних, електронні навчальні посібники та ін. Звідси, головне при організації дистанційної форми навчання – створення електронних курсів, розробка системи контролю і оцінки знань студентів та підготовка педагога.

Диференціальна геометрія традиційно вважається одним з найбільш важких предметів, тому що в ній інтегруються знання, отримані студентами на курсах алгебри, аналітичної геометрії, математичного аналізу, диференціальних рівнянь. Крім того, геометричні образи, а також відповідні обчислювальні процедури, що супроводжують цей курс, є надзвичайно складними й громіздкими. Все це робить даний курс мало наглядним і складним для засвоєння, незважаючи на надзвичайну простоту й прозорість основних ідей диференціальної геометрії. З іншого боку, методи диференціальної геометрії кривих та поверхонь знаходять величезну кількість додатків у всіляких областях прикладної математики, теорії поля, механіки, оптики й т.д. Тому завдання підвищення наглядності цього курсу стає надзвичайно важливим [8]. Це завдання може бути вирішено за допомогою дистанційного курсу.

Вивчення праць дослідників з цієї проблеми показали, що викладачам-розробникам дистанційних курсів будуть корисні рекомендації, дані ще Ф.Дістервегом в його "Керівництві до освіти німецьких вчителів". Вони залишаються надто актуальними і в наші часи при найсучасніших педагогічних технологіях. Ось деякі з них:

– розподіляй кожен матеріал на відомі рівні і невеликі закінчені частини;

– вказуй на кожному рівні окремі частини подальшого матеріалу і, не допускаючи суттєвих перерв, наводь з нього окремі дані, щоб збудити допитливість учня, не задовольняючи її, проте, повною мірою;

– розподіляй і розташовуй матеріал так, щоб, де тільки можливо, на наступному рівні при вивченні нового знову повторювалося попереднє.

Необхідно, щоб матеріал захоплював. Вживання різноманітної графіки, анімації і імітації повинні сприяти підвищенню привабливості дистанційних курсів.

Відсутність постійного і без посереднього контакту з студентом вимагає від автора курсу заздалегідь передбачати всі труднощі процесу вивчення курсу.

При створенні курсу дистанційного навчання з диференціальної геометрії необхідно різноманітити методичні прийоми і інструменти, що забезпечують інтерактивність. Опишемо деякі з них.

Навчальні ситуації: реальні або гіпотетичні ситуації, при розгляді яких студенти повинні застосовувати поняття, представлені в курсі; дана форма роботи допомагає розвивати аналітичні здібності.

Обміркування / дискусія: обговорення складних, неоднозначно трактованих тем, термінів, ситуацій в on-line, в малій групі (5-7 чоловік), в міні-групі (2-4 людини), дозволяє студентам побачити і виділити головні моменти даної проблеми, веде до об'єднання в групі, вчить студентів взаємодії і координації з однолітками і викладачем при пошуку «істини».

Контрольні роботи (тести) і контрольні питання: блок питань, якими повинен закінчуватися кожен модуль. Вони дозволяють здійснювати поточний контроль і самоконтроль студентів. При цьому студент може відразу отримати результат тестування (відповіді), зробити виводи, повернутися до недостатньо засвоєного матеріалу, або звернутися до викладача за консультацією.

Загальний курс «Диференціальна геометрія» призначений для вивчення фігур і їх взаємних перетворень. Якщо аналітичну геометрію можна охарактеризувати як ту частину геометрії, в якій основним апаратом є апарат алгебри, то диференціальна геометрія є та частина геометрії, для якої основним апаратом є апарат диференціального числення. Диференціальна геометрія має багаточисельні застосування в механіці, фізиці та інших фундаментальних дисциплінах. Окрім цього, вона знаходить широке застосування в прикладних дисциплінах, так тільки методами диференціальної геометрії можна вирішити задачу про відображення кривої земної поверхні на плоску географічну карту, задачу про знаходження найкоротшого шляху (геодезичного) між двома пунктами на поверхні (наприклад, Землі).

Характерною особливістю досліджень в курсі «Диференціальна геометрія» є локальна точка зору: кожен геометричний образ (крива, поверхня) вивчається в досить малому околі даної точки. Зазвичай ці локальні розгляди ведуться в термінах так званої теорії дотику (або зіткнення). Вивчаючи ряди Тейлора, які описують даний геометричний образ, вводяться поняття дотичного кола, сфери, площини і так далі. На основі цих понять дається класифікація точок кривих і поверхонь. У диференціальній геометрії вивчаються способи завдання кривих і поверхонь, для повного опису вводяться головні інваріанти (для кривих – кривина і скрут; для поверхонь перша і друга квадратичні форми). На основі головних інваріантів проводиться класифікація кривих і поверхонь, а також формулюються загальні теореми про умови існування кривих і поверхонь із даними головними інваріантами. Пропонується метод вимірювання довжин кривих на поверхні. Вводяться поняття ізометричних поверхонь. Дається повна класифікація побудови кривої і поверхні в околі звичайної точки. Досліджуються найбільш типові види кривих і поверхонь.

У загальній структурі дистанційного курсу з диференціальної геометрії виділяються розділи: «Теорія кривих» та «Теорія поверхонь».

Перший блок курсу – нульовий (рис.1, рис.2). Він включає:

1) опис курсу – призначення курсу, короткий опис учбового матеріалу, вікова категорія слухачів, цілі, задачі, знання, уміння та навички, які студенти придбають в результаті навчання, місце та взаємозв'язок з іншими дисциплінами;

2) програма курсу – опис структури курсу, учбових матеріалів і системи оцінювання;

3) бібліографія – список основної та додаткової літератури за курсом;

4) список термінів (глосарій) – довідкові матеріали з предметної області, які повно відбивають зміст курсу;

5) форум-новини – інформаційний форум, в якому дається інформація о новинах курсу (наприклад, поповнення матеріалів курсу), проводиться моніторинг результатів учбової діяльності слухачів;

6) вхідний контроль – тест, який визначає початковий рівень знань слухача з тем, які передують досліджуваній;

7) чат – питання студентів та відповіді на них.

Інші блоки курсу:

1. теоретичні основи курсу (фрагмент учбового блоку наведено на рис.3):

1.1. лекція – форма подачі матеріалу однією порцією;

1.2. приклад розв’язку практичного завдання – для вироблення вмінь та навичок застосування теоретичних знань;

1.3. презентація – форма подачі матеріалу в стислому, наочному вигляді; містить у собі ключові моменти досліджуваного матеріалу, піднесені в яскравій формі, призначені для швидкого запам'ятовування.

1.4. форум «Ваші питання» – дискусія на задану тему.

2. додаткові лекції курсу;

3. індивідуальне завдання – завдання загального характеру; цей блок включає:

3.1. варіанти індивідуального завдання;

3.2. приклад виконання індивідуального завдання;

3.3. опитування «Труднощі при виконанні роботи»; фрагмент опитування наведено на рис.4.

4. контроль знань – підсумкова контрольна робота.

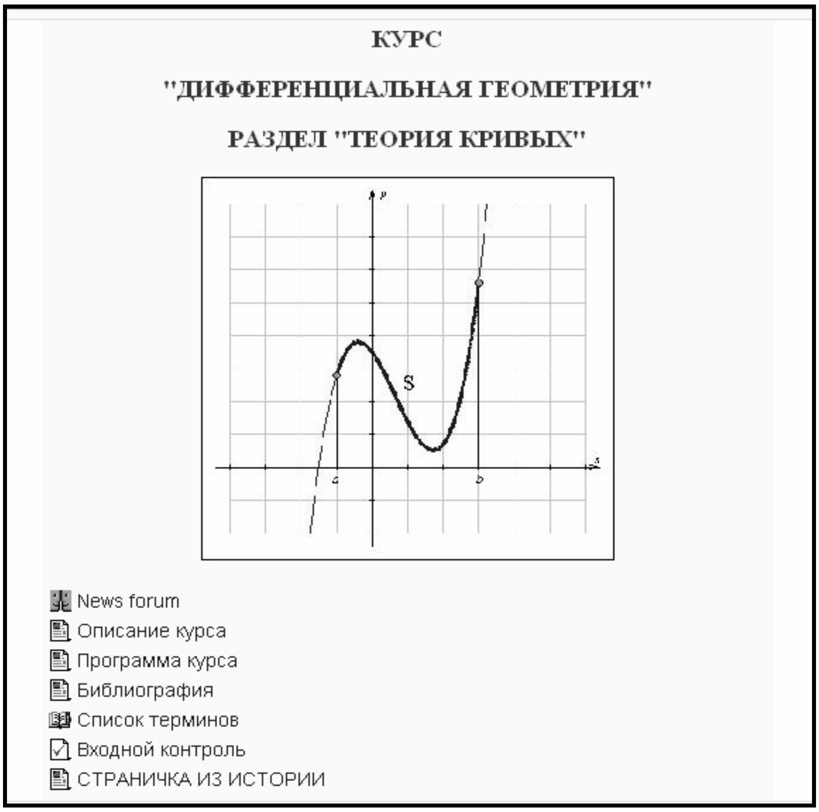


Рис.1

Рис. 2

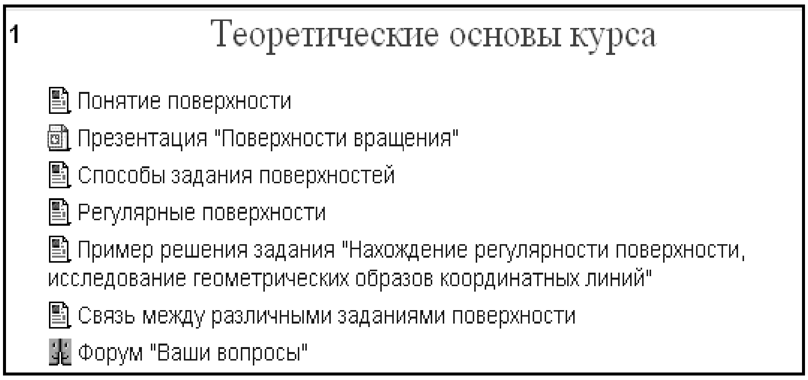


Рис. 3

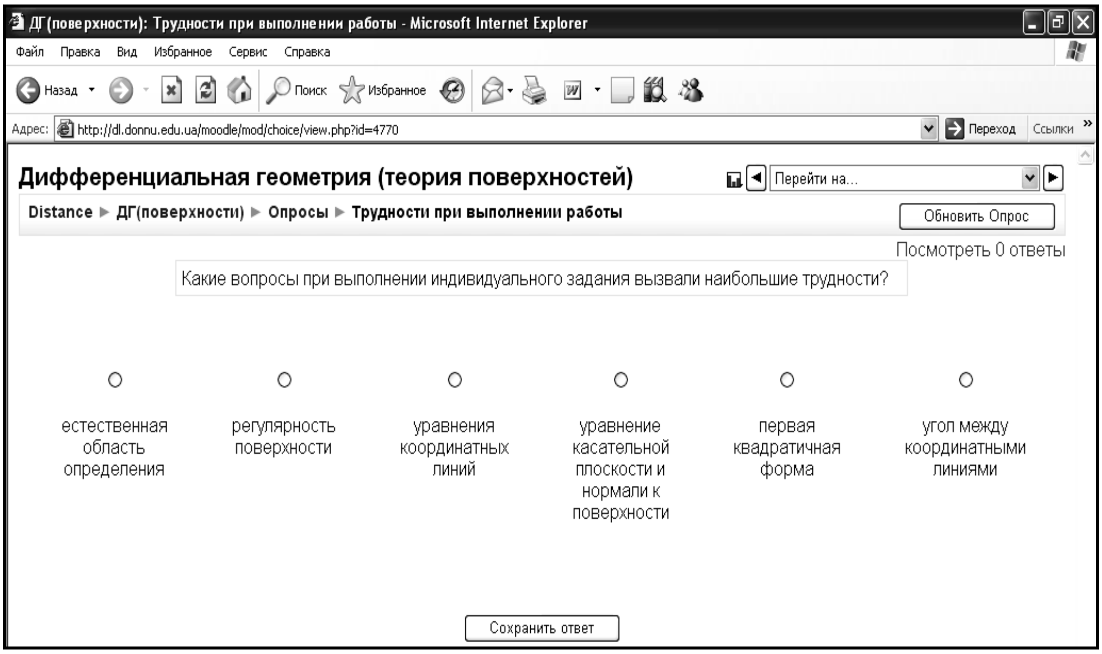


Рис. 4

Особисто-орієнтована педагогіка ставить завдання виявлення й всебічного розвитку індивідуальних здібностей учнів. У цей час в освіті все частіше звертаються до індивідуального навчання, у тому числі й при дистанційному навчанні. Індивідуальний підхід до учня можна забезпечити тільки в тому випадку, якщо педагог точно визначить вихідний рівень його навченості, індивідуальні здібності, що можливо тільки на основі проведення ретельного тестування [2]. Надалі, шляхом підбора необхідних засобів навчання й проведення індивідуальних консультацій (у тому числі й із приводу методики побудови індивідуальної траєкторії навчання для даного конкретного учня) учень здобуває необхідні знання й уміння відповідно до поставлених навчальних завдань.

Актуалізація знань – фаза заняття, протягом якої студентам пропонують згадати все, що вони вже знають, для застосування цього матеріалу до вивчення нового [3].

В дистанційному курсі з диференціальної геометрії цією фазою є тест «Вхідний контроль».

Тестування знань – це важлива задача в процесі навчання, що служить для контролю та самоконтролю якості сприймання матеріалу. Останнім часом тестування все частіше проводиться за допомогою автоматизованих засобів, тобто з використанням обчислювальної техніки. При правильному підході це дозволяє прискорити процес проведення тестування, уникнути передвзятості оцінки результатів та, крім того, забезпечити ефективне проведення дистанційного навчання [9].

Вхідний контроль представляє собою звичайні тести, які задовольняють усім правилам розробки тестів для традиційного навчання.

Проходження тесту «Вхідний контроль» починається з правил тестування (рис.5).

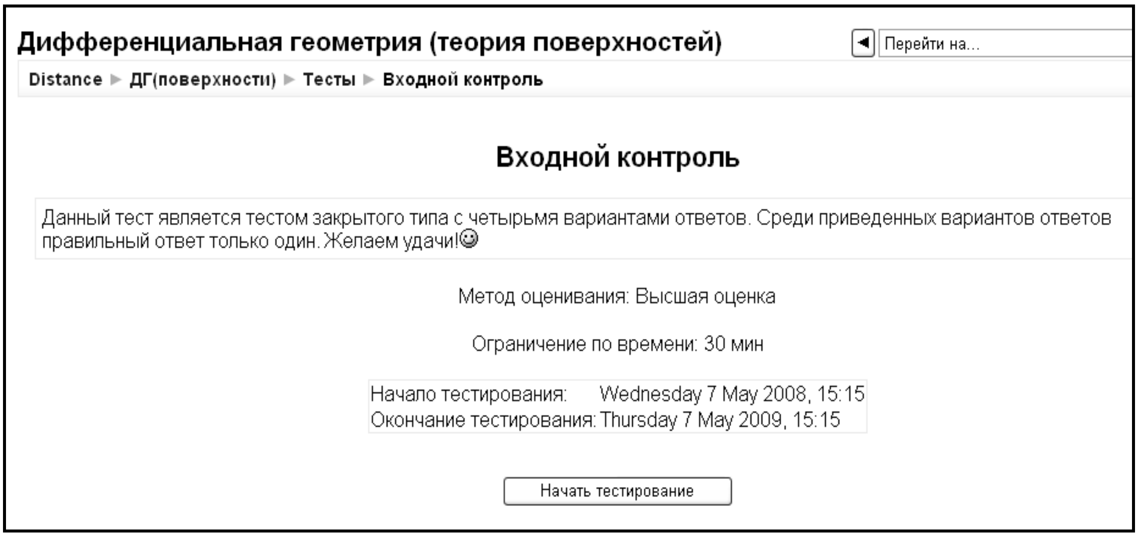


Рис. 5

Не секрет, що тестування є одним з найефективніших засобів оцінки знань і вмінь студентів. Ефективність проявляється насамперед, у тім, що в порівнянні з очним опитуванням викладач може провести опитування набагато більшого числа студентів за менший час.

Розглянемо традиційний процес підготовки тестування.

1.Підготовка викладачем питань і варіантів відповідей у текстовому редакторі.

2.Підготовлені питання роздруковуються й роздаються студентам.

3.Студенти відмічають правильні варіанти відповідей і здають роботи викладачеві.

4.Викладач обробляє відповіді студентів і виставляє оцінку.

Елемент курсу «Тест» призначений для тестування студентів, а також для обробки результатів тестування й створення звітів як по кожному студенті окремо, так і по групах студентів. З його допомогою можна створювати нові тести, редагувати існуючі тести, імпортувати тести з текстових і табличних документів.

Як же вирішується перша проблема? Тут існує два підходи:

1.Кожний студент одержує свій набір питань. Досягається це тим, що з того самого тесту (що складається з 44 питань) студентові пропонується лише 20. Причому питання вибираються з тесту випадковим чином.

2.Перемішування варіантів відповіді. Навіть у тому випадку, якщо деякі студенти одержать ті самі питання (причому порядковий номер у них буде напевно різний), ті букви правильних варіантів відповіді в них будуть різними.

Таким чином, повністю вирішується проблема однакового набору питань у студентів.

Процес навчання головних понять диференціальної геометрії формують тісно пов'язані між собою компоненти:

– цільова (постановка конкретної мети вивчення навчального матеріалу);

– стимулюючи-мотиваційна (створення умов, які спонукають студентів до активної навчально-пізнавальної діяльності, формують у них позитивну мотивацію цієї діяльності);

– змістовна (змістовність навчальних програм і підручників, а також продуманість змісту кожного навчального заняття);

– операційно-дійова (вдалий підбір прийомів, методів і організаційних форм навчання, оптимальне поєднання групової та індивідуальної роботи щодо засвоєння студентами змісту навчального матеріалу, вироблення в них відповідних умінь та навичок).

Для реалізації навчання головних понять добирають форми і методи навчання, які заохочують студентів до здобування знань, умінь та навичок [10].

Лекції є одними з найважливіших форм навчальних занять та складають основу теоретичної підготовки студентів, направленої на первинне оволодіння знаннями. У методичному відношенні лекція представляє собою систематичне проблемне викладання навчального матеріалу, будь-якого питання, теми, розділу, предмета. Загальними вимогами до лекції є:

1) науковість;
2) доступність;
3) єдність форми та змісту.

Особливе значення вміння виділяти головне набувається в зв'язку з стрімким ростом об'єму наукової інформації, з якої потрібно засвоїти тільки важливе, тільки суттєве, тільки необхідне для подальшої практичної діяльності і продовження освіти.

Контроль знань учнів є складовою частиною процесу навчання. По визначенню контроль це співвідношення досягнутих результатів із запланованими цілями навчання.

Оцінка знань, умінь та навиків, отриманих у процесі дистанційного навчання, набуває особливого значення у вигляді відсутності безпосереднього контакту студента та викладача. Підвищується роль та значення об'єктивних та багатокритеріальних форм контролю якості знань. Особливістю контролю в системі дистанційної освіти являється необхідність додаткової реалізації функцій ідентифікації особистості студента для виключення можливості фальсифікацій навчання [1].

Педагогічний контроль є однією з основних форм організації навчального процесу, оскільки він дозволяє здійснити перевірку результатів навчально-пізнавальної діяльності студентів, педагогічної майстерності викладача та якості створеної навчальної програми.

У дистанційному курсі з диференціальної геометрії розглянуто три види контролю: вхідний контроль, вихідний контроль та індивідуальне завдання. Вхідний контроль представлений у вигляді тестування. Вихідний контроль проводиться у кінці курсу (перевірка знань після проходження дистанційного курсу). Вихідний контроль представляє собою завдання, які складаються з двох теоретичних питань та практичного завдання

Самоконтроль учнів забезпечує функціонування внутрішнього зворотного зв'язку в процесі навчання, одержання учнями інформації про повноту і якість вивчення програмного матеріалу, міцність сформованих умінь і навичок, виникнення труднощів і недоліків. Самоперевірка має велике психологічне значення, стимулює навчання. З її допомогою учень реально переконується в тім, як він опанував знаннями, перевіряє правильність виконання вправ шляхом зворотних дій, оцінює практичну значимість результатів виконаних завдань, вправ, дослідів і т.д.

У розробленому дистанційному курсі розкриті теоретичні основи сучасної диференціальної геометрії на основі єдиної системи вивчення всього теоретичного і практичного матеріалу. Курс надає допомогу науково-педагогічним працівникам у здійсненні диференційованого підходу до навчання, сприяє повнішому і глибшому засвоєнню студентами навчального матеріалу, закріпленню його в пам'яті з достатньою самостійністю.

1. *Анидалов А.Ю., Есипов В.Е. Использование ЭВМ для оценки знаний в вузе, плюсы и минусы оценки // Применение новых технологий в образовании. Материалы XIII междунар. конф. 28-29 июня 2002 г. – Троицк. – С.139.*
2. *Бочкин А.И. О надёжности оценки доли знаний методом тестов с выбором варианта ответа// Информатика и образование. – 2002. – №12. – С.55–60.*
3. *Вергасов В.М. Активизация познавательной деятельности студентов в высшей школе. – К. Вища школа, 1985. – 175с.*
4. *Глинских А. «Современные технологии дистанционного Интернет-обучения» журнал «Компьютер-информ» № 21 (114) за 1-14 декабря 2001 г., http://www.ci.ru.*
5. *Гребнев Л.С. Современные информационные технологии в российском образовании: состояние и перспективы // Экономика образования. – 2002. – № 6. – С. 22-23.*
6. *Дистанционное обучение: Учебное пособие / Под ред. Е.С.Полат. – М.: Гуманит. Изд. Центр Владос, 1998. – с. 95.*
7. *Дичковський С.В. Дистанційна освіта: учора, сьогодні, завтра // Шлях освіти. – 2005. – № 2. – С.26-33.*
8. *Игнатьев Ю.Г., Самигуллина А.Р. Методики и технологии математического образования. Сборник трудов Междунар. научной конф. «Математика. Образование. Культура». – г.Тольятти, 2005. – 216с.*
9. *Осадчук А.І. «Сутність і види контролю перевірки знань учнів» // Історія в школі, 2001. – №2. – С.2-7.*
10. *Прокопенко І.Ф., Євдокимов В.І. Педагогічна технологія. – Х.: Основа, 1995. – 105с.*

Резюме. **Коваленко Н.В., Кононов М.А. ТЕХНОЛОГИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДИСТАНЦИОННОГО КУРСА «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ.** *В статье освещены технология проектирования дистанционных курсов, психолого-педагогические предпосылки обучения студентов дифференциальной геометрии с помощью дистанционного курса, структура дистанционного курса по дифференциальной геометрии, пути актуализации знаний студентов, методика изучений главных понятий дифференциальной геометрии, контроль уровня знаний.*

Summary. **Kovalenko N., Kononov M. TECHNOLOGY OF DESIGNING THE DISTANCE COURSE ON DIFFERENTIAL GEOMETRY.** *Technology of designing distance courses, psychological and pedagogical premises of teaching students of differential geometry by means distance course, structure of the distance course on differential geometry, ways to actualization of the knowledges student, methods of the studies main concepts to differential geometry, knowledge level checking is lighted up in the article.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 26.03.2009р.

ПРО РОЗВИТОК ТА ДОСВІД ЕКСПЛУАТАЦІЇ КОМПЛЕКТУ ДИСТАНЦІЙНОЇ ОСВІТИ «ВИЩА МАТЕМАТИКА»

І.В.Алєксєєва,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
В.О.Гайдей,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
О.О.Диховичний,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Н.Р.Коновалова,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Л.Б.Федорова,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Національний технічний університет України «КПІ»
м. Київ, УКРАЇНА

У статті наведено досвід експлуатації тестової системи та впровадження елементів програмованого навчання для комплекту дистанційної освіти «Вища математика». Продемонстровано статистичний аналіз результатів апробації тестової системи.

Вступ. В НТУУ «КПІ» завершується виконання Пілотного проекту «Дистанційне навчання для підготовки бакалаврів за напрямом 6.0913 „Метрологія та вимірювальна техніка“», про хід виконання якого було проінформовано у статтях [2, 3]. Натепер обидва дистанційних курси (ДК) «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» і «Математичний аналіз» розміщено на сайті УІТО НТУУ «КПІ» udec.ntu-kpi.kiev.ua. В даний час комплект використовується переважно як додатковий консультативний матеріал для студентів очної форми навчання. Під час дослідної експлуатації головну увагу було приділено наступним напрямкам:

– проведення електронних контрольних та іспитів з метою апробації тестової системи та статистичний аналіз результатів тестування;

– впровадження елементів програмованого навчання.

Про досвід експлуатації тестової системи

Тестова система є однією з центральних компонент ДК, яка забезпечує автоматизований ефективний і об’єктивний контроль знань. При цьому особливу увагу необхідно приділяти питанням статистичного аналізу результатів тестування з точки зору як якості окремих тестових завдань, так і спроможності всієї тестової системи адекватно оцінювати знання студентів, а також порівнянню її з традиційними методами контролю знань, що й складатиме зміст подальшого дослідження.

1.Тестова система дистанційного курсу

Тестова система ДК повністю побудована з використанням платформи MOODLE та додаткового спеціалізованого конвертора «файл MicrosoftWord→ресурс MOODLE». Тести структуровано за логічним принципом по окремих темах (модулях), тобто, кожному модулю відповідає свій набір тестів теоретичного та практичного спрямування. Кожен модуль містить 15-20 тестових завдань, що дозволяє організувати єдину достатньо потужну тестову базу, з якої можна вже формувати контрольні роботи та іспити різного рівня складності.

В ДК реалізовано тести наступних типів: *True/False, Yes/No, Multiple Choise – Single Answer, Multiple Choise – Multiple*

Answer, Matching відповідно до загальноприйнятої класифікації [1].

Гнучкі можливості платформи MOODLE з визначення балів за тестові завдання є дуже зручними для розрахунку рейтингу студента згідно з вимогами Болонського процесу.

2. Апробація тестової системи

З метою апробації тестової системи було складено електронну контрольну роботу та іспит за матеріалом першого семестру («Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної», «Лінійна алгебра та аналітична геометрія») і проведено їх для студентів факультетів ФАКС та ІТС НТУУ «КПІ». Аналогічна контрольна робота та іспит складалися студентами у традиційній письмовій формі за випробуваними вже багато років завданнями. Всього до тестування було залучено 34 студенти. Контрольна робота та іспит містили 30 тестів теоретичного та практичного змісту. Тестування проводилось на базі УІІТО НТУУ «КПІ» і тривало дві академічні години.

3.Аналіз результатів тестування засобами платформи MOODLE

Для первинної обробки було використано засоби кваліметричного аналізу, які реалізовано у платформі MOODLE. Було розраховано ряд показників якості окремих тестових завдань, які використовуються в рамках Item Response Theory, запропонованих для аналізу тестових завдань (Item Analysis) Г.Рошем [8, 9]:

- Індекс легкості

$$FI(i) = \frac{\bar{X}(i)}{X_{\max}(i)}, i = \overline{1,M},$$

де $\bar{X}(i) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_k(i)$ – вибіркове середнє балів за і-е завдання тесту;

$X_k(i)$ – кількість балів за і-е завдання тесту *k*-го студента;

$X_{\max}(i)$ – максимальна кількість балів за і-е завдання тесту;

M – кількість завдань у тесті ($M = 30$);

N – кількість студентів ($N = 34$);

- Середнє квадратичне відхилення ($SD(i),\ i = \overline{1,M}$) – середнє квадратичне відхилення величини $\frac{X_k(i)}{X_{\max}(i)}$, $i = \overline{1,M}$;

- Індекс диференціації (дискримінації)

$$DI(i) = \frac{3[X_T(i) - X_B(i)]}{N}, i = \overline{1,M},$$

де $X_T(i) = \sum_{k=1}^{N} \frac{X_{T_k}(i)}{X_{\max}(i)},\ i = \overline{1,M}$ – сума відносних значень балів, отриманих «сильною» третиною студентів;

а $X_B(i) = \sum_{k=1}^{N} \frac{X_{B_k}(i)}{X_{\max}(i)},\ i = \overline{1,M}$ – сума відносних значень балів, отриманих «слабкою» третиною студентів.

- Коефіцієнт диференціації (дискримінації) ($DK(i), i = \overline{1,M}$) – коефіцієнт кореляції між балами, отриманими за кожне тестове завдання і балами за тест в цілому.

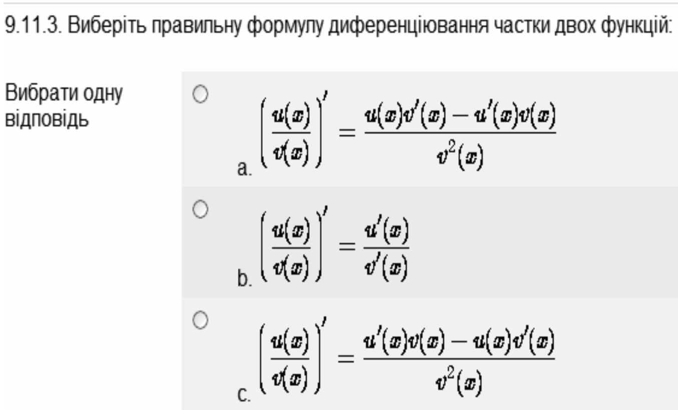
На підставі аналізу тестової системи за цими показниками було відібрано явно **невалідні** тести. Приклад **невалідного** тестового завдання наведено на рис. 1. Всі студенти відповіли на це запитання правильно. Отже, $SD = 0$. Інші параметри не визначено. Приклад **валідного** завдання наведено на рис. 2.

Після вилучення явно невалідних завдань для решти завдань значення IRT-показників були такими:

Показник	*Контрольна робота*	*Іспит*
FI	30-80 %	30-70%
SD	0,3-0,5	0,3-0,5
DI	0,45-0,8	0,5-0,9
DK	0,2-0,7	0,3-0,8

В цілому тести показали високий рівень валідності. Всього за цими показниками було вилучено 5 тестових завдань.

Зрозуміло, що застосування цих показників лише дає можливість спростити попередній відбір очевидно невдалих тестів і надає підстави для подальшого аналізу тестової системи укладачами тестів.


9.11.3. Виберіть правильну формулу диференціювання частки двох функцій:

Вибрати одну відповідь

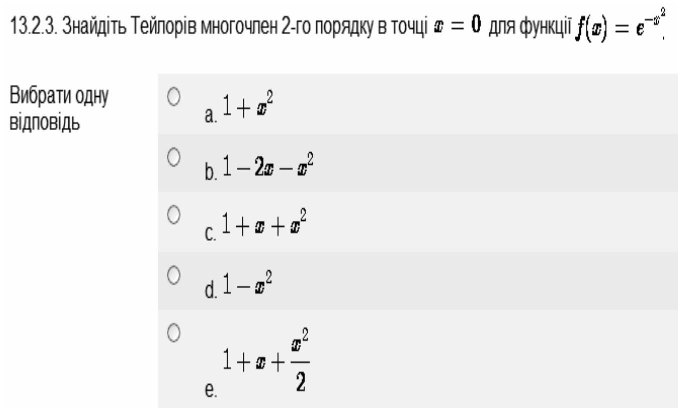
a. $\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u(x)v'(x) - u'(x)v(x)}{v^2(x)}$

b. $\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x)}{v'(x)}$

c. $\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2(x)}$

FI = 100%;
SD=0;
DI= 0,90;
DK – не визначено

Рис. 1


13.2.3. Знайдіть Тейлорів многочлен 2-го порядку в точці $x = 0$ для функції $f(x) = e^{-x^2}$.

Вибрати одну відповідь

a. $1 + x^2$

b. $1 - 2x - x^2$

c. $1 + x + x^2$

d. $1 - x^2$

e. $1 + x + \frac{x^2}{2}$

FI = 56%;
SD=0,50;
DI= 0,65;
DK =0,41

Рис 2.

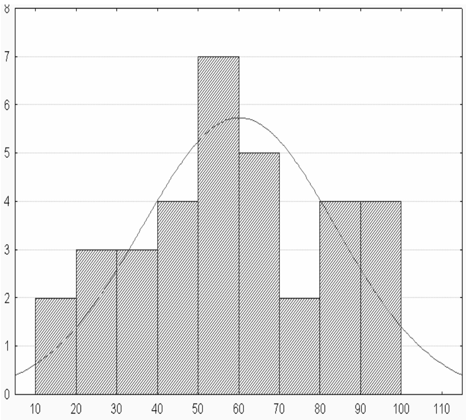
4. Статистичний порівняльний аналіз результатів тестування

Оскільки подібне тестування провадилось нами вперше, то велику увагу було приділено порівняльному статистичному аналізу результатів електронного тестування з результатами традиційного контролю. Враховуючи величезний багаторічний досвід викладання математики кафедрою математичного аналізу та теорії ймовірностей НТУУ «КПІ», високий рівень методичної роботи на кафедрі, постійний аналіз результатів контрольних робіт та сесійних іспитів, цілком логічним було прийняти результати традиційних контрольної роботи та іспиту при проведенні порівняльного аналізу за **еталонні**. Було сформовано чотири вибірки: контрольна робота («КР1»); тестова контрольна робота («КР1 (тести)»); традиційний іспит («Іспит»); тестовий іспит («Іспит (тести)»), які було змаштабовано в єдину 100 бальну шкалу. Для аналізу було використано пакет STATISTICA 6.0. Статистичний аналіз полягав у наступному: аналіз розподілів; дисперсійний аналіз; кореляційний аналіз; непараметричні методи.

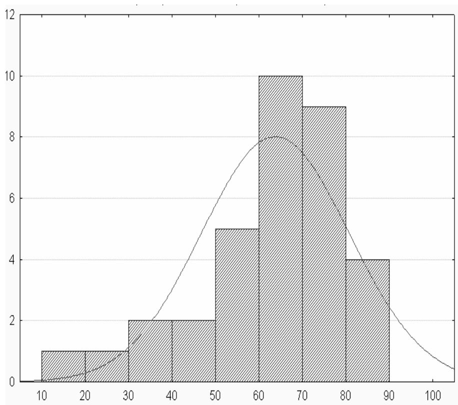
Гістограми розподілів наведено на рис.3. Неперервна крива відповідає гіпотетичному нормальному розподілу, параметри якого наведено на рисунку. Для всіх вибірок, окрім «Іспиту», підтверджено гіпотезу про узгодженість з нормальним розподілом за критерієм Колмогорова – Смірнова на рівні значущості 0.05. Певний зсув у бік збільшення середнього для «КР1(тести)» свідчив про певну легкість завдань, що підтверджено відповідними IRT – показниками, цей зсув було подолано у електронному іспиті.

Однофакторний дисперсійний аналіз вибірок підтвердив гіпотезу про збіг середніх значень всіх вибірок на рівні значущості 0.05, а також попарні перевірки за t-критерієм для залежних вибірок та F-критерієм підтвердили статистичну нерозрізненість середніх та дисперсій.

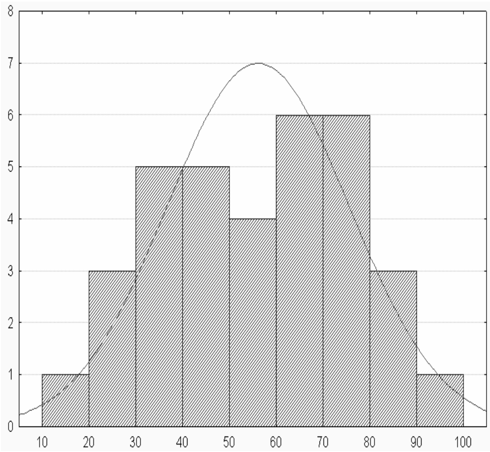
Було обчислено коефіцієнти парної кореляції між еталонними та тестовими балами. Відповідні коефіцієнти дорівнюють 0.6 та 0.8, значущість коефіцієнтів кореляції підтверджено відповідним критерієм.



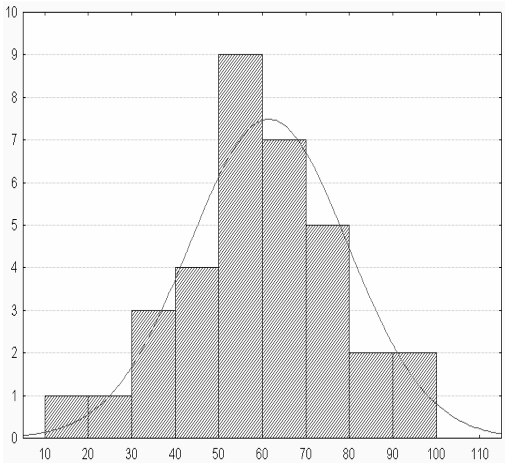
КР1; $N(59,7941;23,6636)$



КР1 (тести); $N(63,4632;16,9374)$



Іспит (тести); $N(55,8985;19,3987)$



Іспит; $N(61,2059;18,1171)$

Рис. 3

Враховуючи певне порушення нормальності для «КР1 (тести)», а також невеликий обсяг вибірки (N=34), було застосовано методи непараметричного статистичного аналізу. Було обчислено коефіцієнт рангової кореляції Спірмена між еталонами та тестами, застосування якого для порівняння рангів відповідних студентів є цілком доречним. Коефіцієнти кореляції Спірмена рівні відповідно 0.5 та 0.7 і є значущими. Застосування критерію Вілкоксона теж підтвердило однорідність результатів.

Впровадження елементів програмованого навчання

Детально питання впровадження елементів програмованого навчання обговорювались в [4]. Перша версія ДК «Математичний аналіз» реалізована на засадах класичної дидактики. Але природа дистанційного навчання, в якому безпосереднє спілкування студента з викладачем або відсутнє, або опосередковане, а також технічне впровадження електронного підручника, яке вимагає розбиття навчального матеріалу на порції, спонукають до використання засобів програмованого навчання. Тому в останній версії ДК «Математичний аналіз» було зроблено спробу реалізувати елементи програмованого навчання [5, 6, 7], дотримуючись наступних принципів:

1) правильний відбір і розбиття навчального матеріалу на невеликі порції;

2) частий контроль знань: як правило, кожна порція навчального матеріалу закінчується контрольним питанням або завданням;

3) перехід до наступної порції лише після ознайомлення студента з правильною відповіддю або характером допущеної ним помилки;

4) забезпечення можливості кожному студенту працювати із властивою йому, індивідуальною, швидкістю засвоєння (тобто реалізацію індивідуального підходу в навчанні), що є неодмінною умовою активної самостійної діяльності студента.

Наведені принципи реалізовано за допомогою спеціально розробленої програми, яка систематизує навчальний матеріал і визначає послідовність дій студента. Алгоритм, який визначає роботу програми, поєднує в собі елементи лінійного і розгалуженого алгоритмів пред'явлення навчальної інформації, характеру роботи над нею і контролю (самоконтролю), тому він визначається як *комбінований* [7].

Реалізований в дистанційному курсі «Математичний аналіз» дворівневий підхід до викладення матеріалу **базовий рівень – розширений рівень** [2] природно забезпечив перебудову ДК на принципах програмованого навчання. Так, з точки зору програмованого навчання, **теоретична частина** кожного змістовного модуля – це лінійна програма з відгалуженнями. Студент має можливість самостійно формувати відгалуження, які йдуть до порцій інформації розширеного (поглибленого) рівня; перехід на розширений рівень залежить від зацікавленості студента. Скажімо, формулювання теореми подано на базовому рівні, а її доведення – на розширеному (рис. 4).

Практична частина змістовного рівня містить набір лінійних програм: **тьюторів** (які реалізують повністю розв'язані задачі) і **тренажерів** (задач для самостійного розв'язання).

Програма-тьютор дозволяє виконувати завдання кроками, кожен раз перевіряючи правильність своїх дій. Приклад такої програми-тьютора наведено на рис. 5.

Програма-тренажер – це лінійна програма з такими змістовними кадрами: завдання, підказка (вказує на спосіб розв'язання задачі), шпаргалка (містить допоміжні формули, нагадування), повне розв'язання, відповідь.

Студент, проходячи тренінг, може рухатись різними траєкторіями від «завдання® відповідь» до, скажімо, «завдання ® підказка® шпаргалка® розв'язання® відповідь». Приклад програми-тренажера для знаходження інтеграла $\int (3x^2+1)\cos 2x dx$ наведено на рис. 6.

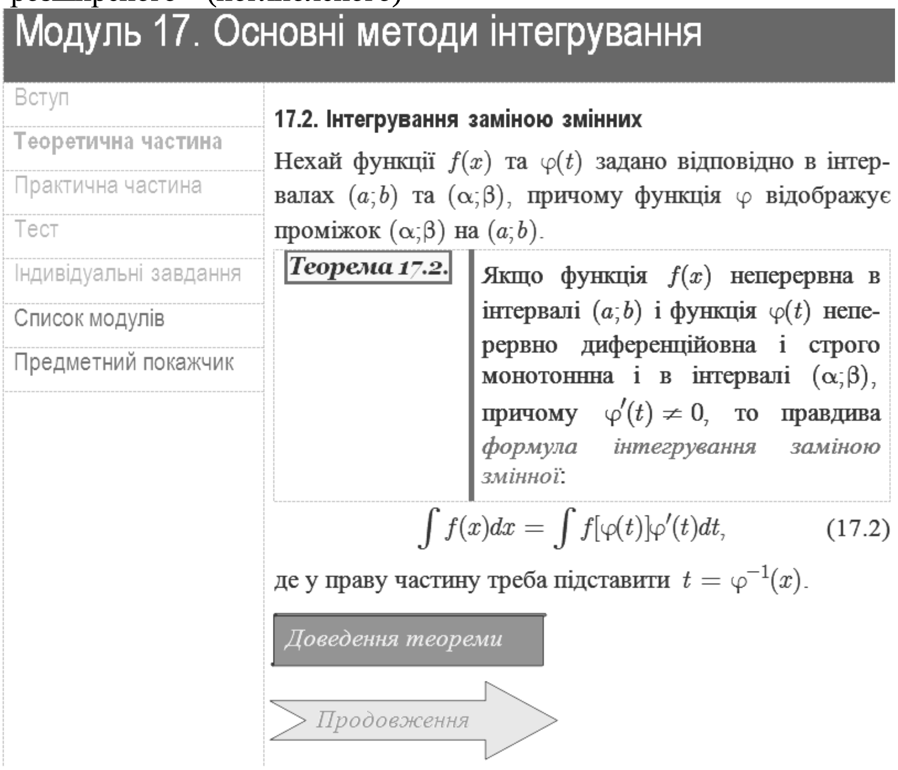


Рис. 4. Кадр теоретичної частини

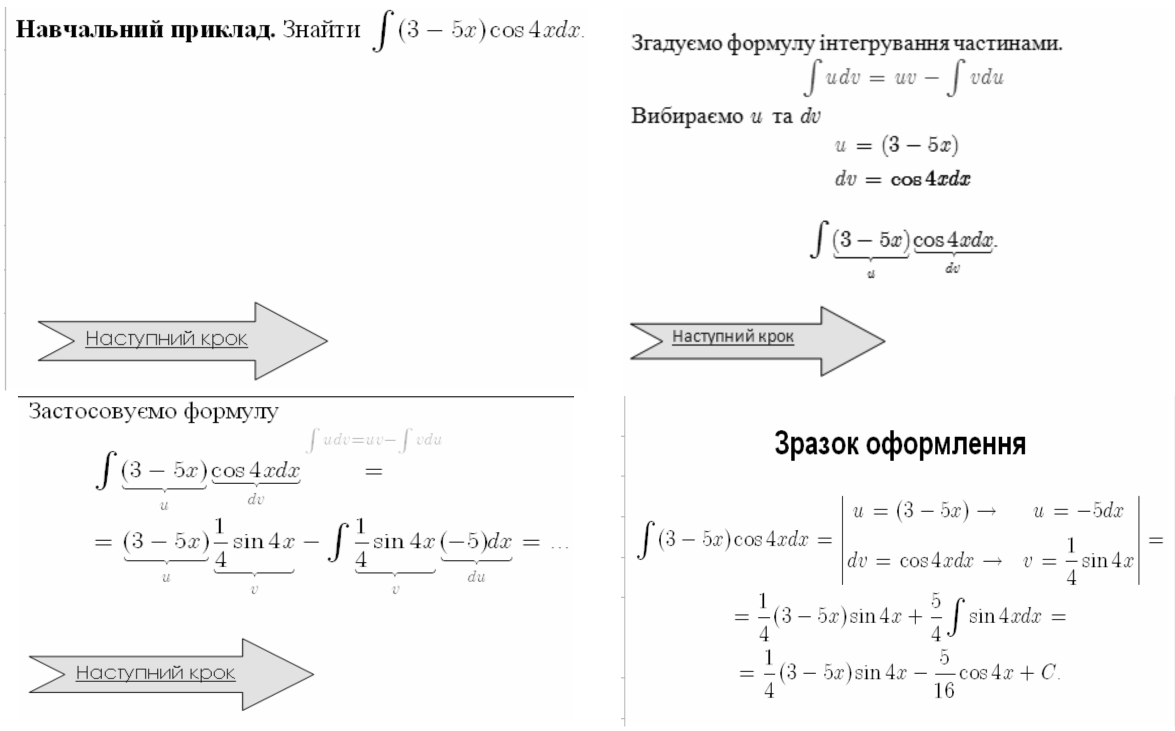


Рис. 5. Кадри програми-тьютора

$$\int u dv = uv - \int v du \qquad \left(x^{\alpha}\right)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1};$$

$$u = 3x^2 + 1 \qquad \int \cos \alpha x dx = \frac{1}{\alpha}\sin \alpha x + C$$

$$dv = \cos 2x$$

$$\int (3x^2+1)\cos 2x dx$$

Підказка ***Шпаргалка*** ***Розв'язання*** ***Відповідь***

Рис. 6 Приклад програми-тренажера

У тренажері з інтегрування частинами (Модуль 17. «Основні методи інтегрування»), «Підказка» містить ефективний вибір u та dv; «Шпаргалка» – потрібні для задачі формули диференціювання та інтегрування.

Також передбачено застосування розгалужених програм для опанування інструментальних навичок, таких як техніка диференціювання або знання табличних інтегралів тощо.

Висновки

1. Застосування платформи MOODLE для реалізації тестової системи ДК є цілком доречним.

2. Автоматизовані засоби кваліметричного аналізу тестових завдань платформи MOODLE дозволяють достатньо ефективно проводити первинний відбір тестових завдань.

3. Порівняльний статистичний аналіз результатів електронного та традиційного тестувань продемонстрував їх високу узгодженість і довів спроможність всієї розробленої тестової системи в цілому.

4. Досвід реалізація елементів програмованого навчання у ДК і його випробовування у навчальному процесі ще раз довели такі переваги цього підходу:

– ефективне управління і самоуправління навчально-пізнавальною діяльністю;
– індивідуалізацію навчання;
– адаптацію його до можливостей кожного студента;
– раціональне використання навчального часу.

5. Викладач повинен дуже ретельно відбирати і структурувати навчальний матеріал, продумано розташовувати його у вигляді логічно завершених кадрів. Сама технологія переходу від однієї сторінки-

кадру до іншої природно реалізується за допомогою гіперпосилань.

6. Застосування елементів програмованого навчання частково знімає основний недолік дистанційного навчання – відсутність безпосереднього впливу особистості викладача на студента.

1. Аванесов В.С. Форма тестових заданий. – М.: Центр тестирования, 2005. – 155с.

2. Алєксєєва І.В., Гайдей В.О., Диховичний О.О., Коновалова Н.Р., Федорова Л.Б., Воробйов А.С. Комплект дистанційної освіти «Вища математика». – Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Вип. VII: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т.3. – С.101-105.

3. Алексеева И.В., Гайдей В.А., Дыховичный А.А., Коновалова Н.Р., Федорова Л.Б. Об использовании платформы MOODLE в разработке курсов дистанционного изучения высшей математики. – Методы совершенствования фундаментального образования в школах и вузах / материалы XIII междунар. научно-методической конф. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2008. – С. 8-10.

4. Алєксєєва І.В., Гайдей В.О., Диховичний О.О., Коновалова Н.Р., Федорова Л.Б. Елементи програмованого навчання в дистанційному курсі «Математичний аналіз». – Навчання математики в технічному університеті / матеріали 3-й науково-методичної конференції . – Донецк, 2009. – С. 6-12..

5. Беспалько В.П. Программированное обучение. Дидактические основы. – М.: Высшая школа, 1970. – 300 с.

6. Крэм Д. Программированное обучение и обучающие машины. – М.: Мир, 1965. – 274 с.

7. Педагогические технологии (под общей ред. В.С.Кукушина). – Москва: ИКЦ «МарТ», 2004. – 336 с.

8. Rasch G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests. – Chicago: Univ. of Chicago Press, 1980.

9. Хои К. Суен, Пуи Ва Лей. Методологический анализ теорий педагогических измерений. Пер. с англ. / Педагогические измерения, №1.

Резюме. **Алексеева И.В., Гайдей В.А., Дыховичный А.А., Коновалова Н.Р., Федорова Л.Б. О РАЗВИТИИ И ОПЫТЕ ЭКСПЛУАТАЦИИ КОМПЛЕКТА ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА».** *В статье приведен опыт эксплуатации тестовой системы и внедрения элементов программированного обучения для комплекта дистанционного образования «Высшая математика». Продемонстрирован статистический анализ результатов апробации тестовой системы.*

Summary. **Alyeksyeyeva I., Haidey V., Dykhovychnyj O., Konovalova N., Fedorova L. ABOUT DEVELOPMENT AND EXPERIENCE OF USING OF THE WEB-BASED COURSE «HIGHER MATHEMATICS»** *An experience of the using of the test system and implementation of the programming study elements for outlined web-based course «Higher mathematics» is presented in the paper. Statistical analysis of the test system is presented.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 26.05.2009р.

ОСНОВНІ ЧИННИКИ ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ-МЕДИКІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМ З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТІ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ У КУРСІ БІОФІЗИКИ

С.С.Пудова,
аспірант,
Вінницький національний медичний університет ім. М.І.Пирогова,
м. Вінниця, УКРАЇНА

Стаття присвячена проблемі якості навчання студентів-медиків на заняттях з медичної та біологічної фізики при вивчені тем з елементів теорії ймовірності та математичної статистики. Автор виділяє фактори, які впливають на ефективність навчання майбутніх лікарів та формування ставлення кожного студента-медика до біостатистики.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими або практичними завданнями. У сучасному світі роблять наголос на компетентності спеціаліста, його здатності ефективно працювати, самостійно приймати рішення тощо. Формування компетентнісних якостей майбутнього спеціаліста починається з навчального закладу. Освітні цілі в Україні, крім іншого, передбачають інтеграцію з іншими державами, що ще раз підкреслює необхідність високого рівня освіти та створення ефективних, продуктивних умов навчання, а це є умовою конкурентоспроможності випускників вищих навчальних закладів на міжнародному ринку праці. Вимоги до знань, умінь, навичок, етичної сторони особистості лікаря були і залишаються високими у кожному суспільстві. В умовах швидкого технологічного розвитку та безперервного отримання нових знань інформація з певних галузей медичної науки потребує детального поглибленого вивчення. Зрозуміло, що акцент у навчанні майбутніх лікарів потрібно робити не лише на кількості інформації, а й на якості знань.

Сьогодні продовжується все глибше проникнення доказової медицини у практику (застосування біостатистичних методів у біології, медицині, фармації, збір та аналіз даних, отримання обґрунтованих висновків тощо). У різних країнах вчені, пов'язані з медичною галуззю, звертають увагу на потребу вивчення питань доказової медицини в медичному освітньому закладі. В Україні у вищих медичних навчальних закладах навчальним предметом, який охоплює згадану тематику, є «Біостатистика». «Біостатистика» вивчається на старших курсах, в аспірантурі. Окремі питання цієї науки у медичному ВНЗ вивчаються на різних предметах. Відповідно, ставлення майбутніх лікарів до біостатистики потрібно починати формувати раніше її вивчення як навчальної дисципліни. Ми хочемо звернути увагу на викладання тем, пов'язаних із статистичною обробкою даних, при вивченні дисципліни «Медична та біологічна фізика». Оскільки медична та біологічна фізика читається на першому курсі у медичному ВНЗ, то саме на заняттях із даної дисципліни у кожного студента починає формуватися думка про біостатистику, необхідні в цьому напрямі вміння, навички, знання, професійне мислення.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. А.М.Вараксін, М.В.Комарова, О.Б.Левандовський, В.П.Леонов, С.В.Малов, О.Ю.Реброва та інші автори розглядали питання щодо того, студенти яких спеціальностей мають займатися біостатистикою, аналізувати біомедичні дані. Ми погоджуємося з думкою науковців про те, що статистичний аналіз медичних даних повинен проводити добре підготовлений спеціаліст із біостатистики, тобто фахівець, який володіє глибокими знаннями з математики та медицини [2-5, 7]. Також ми розділяємо думку, що згадане твердження не виключає необхідність приділяти уваги вивченню біостатистики студентами-медиками. Майбутній лікар, навіть якщо він не буде займатися науковою роботою, має отримати нехай невеликий, проте достатній багаж знань з біостатистики. Це потрібно, наприклад, для елементарного розуміння інформації при читанні наукових медичних журналів України та світу під час самоосвіти студентів ВНЗ та після закінчення навчального закладу. На вищий рівень має виходити процес навчання елементів доказової медицини для молодих учених у медичному ВНЗ, результати досліджень яких будуть зафіксовані у дисертаційних роботах. Про необхідність підвищення вимог до дисертаційних робіт (вибір методу, обробка даних, висновки і т.д.) наголошували А.М.Вараксін, В.В.Власов, В.П.Леонов, С.Л.Плавинський та інші. Аналіз спеціалізованих комп'ютерних програм, які можна використати для засвоєння матеріалу з біостатистики, проводили В.Г.Гур'янов, Ю.Є.Лях, С.Л.Плавинський та інші. У статті С.Л.Плавинського [6,с.14-16] подається розширена характеристика з перевагами та недоліками наявних сучасних біостатистичних комп'ютерних програм, які можна використати в навчанні, як у медичному закладі освіти, так і в самоосвіті. Також питання, які стосуються доказової медицини та освіти в цьому напрямі, висвітлюються на сайтах (http://www.bemecollaboration.org (BEME Collaboration), http://www.cc-ims.net/ (Кокранівське співробітництво), http://ottawagroup.ohri.ca/ (Оттавська хартія), http://www.osdm. org («ОСДМ – Общество специалистов доказательной медицины»), http://www.biometrica.tomsk.ru та ін.), у періодичних виданнях (Образование для доказательной практики (Education for Evidence-Based Practice), Український медичний часопис, Международный журнал медицинской практики, Biometrika, Biometrics, JASA та ін.). На сьогодні є достатня кількість робіт, в яких розкриваються зміст навчального матеріалу, дидактичні цілі дисциплін «Біостатистика» (О.Г.Барт, Є.Л.Вассерман, Є.В.Вербицька, В.П.Леонов, С.Л.Плавинський та ін.) та «Медична і біологічна фізика» (О.Є.Акуліч, В.В.Пащенко, О.М.Ремізов, О.В.Чалий та ін.).

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим призначується означена стаття. Залишається недостатньо висвітленим питання підвищення якості засвоєння знань студентами-медиками на заняттях з медичної та біологічної фізики, які пов'язані з теорією ймовірності та математичною статистикою. Вважаємо доцільним розглянути можливі фактори впливу на формування в студентів ставлення до вказаної тематики і відповідно до біостатистики в цілому та біофізики зокрема. Належний рівень вмотивованості навчання, зацікавлене ставлення до матеріалу, який вивчається і вивчатиметься, сприятиме кращому його сприйманню студентами та оптимально впливатиме на процес формування вмінь, навичок, розвиток професійного мислення майбутніх лікарів.

Формування цілей статті (постановка завдання). Метою статті є виділення основних чинників педагогічного процесу, які впливають на якість навчання студентів у сучасних умовах професійної освіти, та з'ясування педагогічних умов, які сприяють підвищенню рівня знань та вмінь при вивченні елементів теорії ймовірності та математичної статистики у курсі медичної та біологічної фізики.

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Виділимо фактори, які найбільше можуть впливати на студента-медика в процесі навчання, підвищуючи його ефективність, не залежно від системи та загальної організації навчання в окремому медичному ВНЗ. Конкретизуємо поставлене завдання до процесу вивчення такої змістової складової програми з медичної та біологічної фізики як «Основи теорії ймовірності та математичної статистики».

Основи теорії ймовірності та математичної статистики за навчальними програмами з медичної та біологічної фізики для фармацевтичного, стоматологічного та медичного факультетів вивчаються на перших заняттях із зазначеної дисципліни. Отримані перші враження студентами-медиками на цих заняттях, рівень викладу матеріалу, їх зацікавленість тощо впливатимуть на формування ставлення до навчальних предметів «Медична та біологічна фізика» та «Біостатистика». Зрозуміло, що ставлення до будь-якого об'єкта може змінюватися в часі під впливом різних чинників. Однак одним із завдань ВНЗ на першому курсі на перших заняттях із різних дисциплін є не лише створити, підтримати, проконтролювати навчальний процес, який спрямований на отримання, формування, засвоєння нових знань, оволодіння новими вміннями, навичками майбутніми лікарями, але й допомогти студенту адаптуватися до нових умов навчання. Важливо спрямувати майбутніх спеціалістів у необхідне русло в навчанні, націлити на самостійну роботу кожного з її можливою максимальною потужністю.

Виділимо три основних компонента, від яких, на наш погляд, буде залежати ставлення кожного студента-медика до біостатистики та рівня її засвоєння при вивченні медичної та біологічної фізики: особистість студента, майстерність викладача, засоби методичного забезпечення. Всі ці компоненти містять як залежні так і незалежні діяльнісні підструктури, які в цілому взаємопов'язуються у процесі навчання.

Під компонентом «студент» розуміємо внутрішні фактори кожного окремого студента, які впливають на його мотиваційну сферу, а та, у свою чергу, на зовнішню діяльність – навчання. Професійні особливості діяльності викладача пов'язуємо з компонентом «викладач». До компоненту «засоби методичного забезпечення» в першу чергу включаємо ті з них, які студент буде безпосередньо використовувати в процесі навчання, на другий план винесемо ті, які відносяться до діяльності викладача.

Студент першого курсу – особистість із загалом сформованими власними переконаннями, прагненнями, особливостями характеру, властивостями пам'яті та ін. Причини, які спонукають студента-медика вчитися, можуть бути різними (утвердитися як особистість перед рідними, знайомими, здобути професію та ін.). Необхідним фактором мотивації в навчанні, на нашу думку, є прагнення стати компетентним, знаючим свою справу спеціалістом. Саме це прагнення зберігає у навчальній діяльності від першого курсу до останнього налаштованість здобувати знання, долати перешкоди, йти до поставленої цілі – бути висококваліфікованим лікарем. Сформована професійна направленість, чітко поставлена мета створює зацікавленість до певної інформації, її відбору та засвоєння.

Зацікавленість студента у вивченні певного навчального предмета може, по-перше, залежати від:

- зіставлення матеріалу, який вивчається, із професійною необхідністю, практичним використанням здобутих знань, вмінь, навичок у майбутній професії лікаря;
- отримання високого балу в навчанні (у більшості випадків основою цієї причини може бути «матеріальна зацікавленість», «звичка», створення власного авторитету. «Матеріальна зацікавленість» пов'язана з формою навчання студента – бюджетною чи контрактною. Частина «бюджетників» намагається отримати високий або достатній бал для одержання стипендії, незначна частина «контрактників» у майбутньому сподіва-

ється перейти на бюджетну форму навчання. «Звичку» гарно навчатися приписуємо студентам із високо розвиненою власною оцінкою, яка підкріплена постійною, наполегливою, старанною працею, ґрунтовним засвоєнням матеріалу, здобуттям найвищого результату в навчанні);

- авторитету викладача, здатного правильно організувати роботу на занятті, зацікавити, створити творчу атмосферу, подати доступно зрозуміло навчальний матеріал.

Далі розглянемо особливості навчального предмету, засвоєння матеріалу, способу його викладання. В цьому питанні на першому місці постає вихідний рівень знань студента, тобто кількість і якість інформації, засвоєної до вступу в обраний навчальний заклад. На жаль, у більшості випадків початковий рівень знань з математики та фізики у студентів-медиків є досить низьким (на чому неодноразово наголошувалося у працях, пов'язаних із медичною освітою). Згаданий факт може призводити до того, що налаштованість студента на навчальну дисципліну «Медична та біологічна фізика» (лише згадка про фізику) з самого початку може бути негативною. Частина абітурієнтів, вступаючи до медичного ВНЗ, не сподівається знову вивчати точні науки, і, будучи студентами, вони не розуміють, «навіщо фізика потрібна майбутнім лікарям». Відсутність елементарних знань, умінь з математики – дії над числами, піднесення до степеня та інше – заважає об'єктивно сприймати новий матеріал і повністю його засвоювати, відділяти головне від другорядного. Студент починає зупинятися на обчисленнях, втрачаючи загальну ідею. Невдачі тягнуть за собою нерозуміння, а в підсумку – небажання, незацікавленість до вивчення дисципліни. Ці та інші негативні фактори можна подолати, зменшити, підключивши в навчальний процес вдало взаємодіючі компоненти «викладач» та «методичне забезпечення».

Відкинемо ті випадки, коли студенту важко впоратися з розрахунками, тобто вважатимемо, що рівень знань з математики чи фізики середній або високий (добре або відмінно). У цьому разі при вивченні тем з основ теорії ймовірності або математичної статистики теж можуть виникати складності, пов'язані з розумінням матеріалу, але іншого рівня. Наприклад, розуміння змісту числових характеристик випадкової величини (дисперсія, середнє значення та ін.), отримання висновків за проведеними розрахунками тощо.

Звернемо увагу й на той факт, що на першому курсі в медичних ВНЗ навчаються не лише ті, хто закінчили середні загальноосвітні заклади, а й ті, хто здобули середню медичну професійну освіту. Останнім важче дається вивчення фізико-математичного матеріалу, особливо на перших заняттях, оскільки на останніх курсах у медучилищах вони не вивчали математику та фізику. Для тих, хто перед вступом до медичного ВНЗ працював кілька років, розрив у вивченні вказаних наук ще більший, і, навіть з отриманими в минулому високими знаннями з точних дисциплін, адаптуватися до вивчення біофізики складніше. Однак ця частина студентів, порівняно з іншими, має найбільш чітко поставлену мету, сформовану мотивацію до навчання саме в медичному ВНЗ, прискіпливіше ставиться до відбору отримуваної інформації.

Таким чином, у процесі викладання на заняттях із медичної і біологічної фізики явно виникає необхідність диференційованого підходу, спрямованого на особистісну орієнтацію кожного майбутнього фахівця. Враховуючи реальний, а не бажаний і необхідний рівень базової підготовки студентів-медиків з математики та фізики, вважаємо за потрібне теоретичний матеріал кожної теми з теорії ймовірності та математичної статистики викладати більш детально, доступно, з достатньою для самостійного осмислення кількістю прикладів (задач). Цей аспект пов'язуємо, в першу чергу, з викладенням матеріалу в підручниках, методичних вказівках для студентів тощо. Майбутній професіонал лікарської справи має навчитися працювати самостійно, сформувати звичку постійно поповнювати вже набуте. Навики самоосвіти спроектовуються на майбутню неперервну освіту в професійній діяльності, вміння закріплювати, приймати нове, знати, удосконалюватися.

При підготовці до заняття студент працює з «великою» кількістю формул, які потрібно засвоїти, при потребі вивчити і вміти відтворити, застосувати при розв'язанні задач. В цілому, завдання не нове (аналогічне відбувалося в процесі отримання середньої загальної освіти, середньої професійної освіти). Однак у студента-медика, націленого в майбутньому на лікування людей, рано чи пізно постає логічне запитання «Навіщо це мені?», доповнюючись різним підтекстом, на зразок «коли до мене прийде пацієнт?». Тут потрібен високий фаховий рівень викладача: вузькість уявлень студента про мету та завдання освіти у ВНЗ потребує ґрунтовної власної підготовленості викладача та вміння пояснювати не лише «формули», але й давати переконливі відповіді на подібні запитання. Передбачливим, доцільним, аргументуючим і, на нашу думку, обов'язковим елементом на кожному занятті з медичної і біологічної фізики має бути обговорення зі студентами поєднання теорії та практики, застосування матеріалу, який вивчається, в медицині. На перших заняттях із біофізики відповіді на ці запитання не лежать на поверхні. Самі терміни (випадкова подія, кореляція, дисперсія, регресійний аналіз тощо), формули, їх пояснення залишаються абстрактними термінами та формулами. Умови задач із медичним підтекстом теж не завжди вносять великої ясності (проте таких прикладів на заняттях повинно бути більше). Наступні після «математики» теми, пов'язані з фізикою, містять термінологічний апарат (ультразвук, ЕКГ, рентген тощо), який викликає менше подібних запитань і труднощів у знаходженні відповідей на них студентами.

Головним направляючим у вирішенні поставленої дилеми на перших заняттях виступає викладач, оскільки його завданням є не лише знати свій предмет, вміти пояснювати, а й активізувати діяльність студентів, привчити їх самостійно знаходити відповіді на запитання, цікавитися розвитком медичної науки, поповнювати власний світогляд, впливаючи, таким чином, на формування активної, цілеспрямованої, освіченої, компетентної особистості майбутнього лікаря. Якщо активність групи низька, не спостерігається ініціативності з боку студентів у пошуку додаткової інформації, викладач може вибрати довільним чином кілька студентів і дати їм завдання підготувати короткі доповіді з обраних тем. На заняттях з тем теорії ймовірності та математичної статистики математичного матеріалу достатньо, зайві формули на цьому етапі навчання в якості додаткової інформації студентам будуть недоречними, а застосування цього матеріалу в медицині – навпаки.

В якості додаткової інформації або роздаткового матеріалу викладач може використовувати статті з медичних журналів, де використовується термінологічний апарат, який вивчається на заняттях. Наприклад, цитати зі статей:

1) «Під час мета-аналізу 4 досліджень (n=239) виявлено значне зменшення вираженості симптомів хронічної венозної недостатності у разі використання Екстракту з насіння кінського каштана на відміну від плацебо (середньостатистичне відхилення – 58,6 мм (95% довірчий інтервал – 24,9–92,2)» [8, с.93];

2) «Хворих було розподілено на 3 групи (див. табл.1).

1-шу групу склали 9 хворих після стовбурової ваготомії та пілоропластики; 2-гу – 22 пацієнти після ушивання перфоративної виразки, що не отримували в ранньому післяопераційному періоді препаратів, які пригнічують кислотопродукуючу функцію шлунка, 3-тю – 10 хворих після ушивання перфоративної виразки, які отримували препарати, що блокують кислотопродукуючу функцію шлунка. У перші 3–4 доби пацієнти 3-ї групи отримували фамотидин (Квамател виробництва «Ріхтер Гедеон Рт») по 20 мг внутрішньовенно 2–4 рази на добу, в подальшому по 20 мг перорально 2 рази на добу.

Таблиця 1

Порівняльні величини мінімального pH у хворих, оперованих з приводу перфоративної виразки ДПК

Характер операційних втручань	pH		
	2-га доба	5-та доба	10-та доба
Стовбурова ваготомія та пілоропластика (n=9)	3,41±0,46	3,16±0,57	3,13±0,52
Ушивання перфоративної виразки без антисекреторної терапії (n=22)	2,09±0,27	2,04±0,17	1,82±0,12
Ушивання перфоративної виразки + вживання фамотидину (n=10)	4,48±0,56	4,14±0,38	3,95±0,56
Вірогідність різниць	$P_{1-2}<0{,}05$ $P_{2-3}<0{,}001$ $P_{1-3}>0{,}05$	$P_{1-2}>0{,}05$ $P_{2-3}<0{,}001$ $P_{1-3}>0{,}05$	$P_{1-2}<0{,}05$ $P_{2-3}<0{,}01$ $P_{1-3}>0{,}05$

… Достовірність результатів підтверджувалася згідно з t-критерієм Стьюдента» [1, с.67].

Студент наглядно бачить ті ж самі статистичні поняття, математичні записи (середньостатистичне відхилення, надійна ймовірність, t-критерій Стьюдента, довірчі інтервали тощо) на конкретних прикладах поза підручником з математики чи фізики. Викладач має змогу ще раз сконцентрувати увагу студентів на згаданих у вибраній частині статті поняттях і розібрати їх зміст у приведеному контексті. Цей прийом професійно орієнтованого навчання дає змогу краще закріпити вивчене, підвищити рівень розуміння навчального матеріалу, впливати на формування професійного мислення майбутніх лікарів. Отже, фахові статті можуть бути допоміжним матеріалом в якості прикладів та задач. У статтях приклади викладені та обґрунтовані. Використавши частину даних або отриманих при певному дослідженні результатів, які даються в статті, можна поставити завдання для виконання, і матимемо задачу.

Наприклад, з другої цитати: записати середнє значення pH у хворих після стовбурової ваготомії та пілоропластики на 10-ту добу та знайти середньостатистичне відхилення. Або, скориставшись нескладними математичними розрахунками, викладач завчасно може розрахувати середньостатистичне відхилення значення pH і поставити завдання студентам знайти довірчий інтервал значення pH з вказаною довірчою ймовірністю, перевірити результати з поданими в статті та порівняти висновки. Ще одне завдання з цієї цитати може бути на оцінку вірогідності різниці середніх арифметичних двох вибірок (вибрати 2-гу та 3-тю групи хворих).

При достатній кількості часу та відповідному рівні підготовки студентів можна давати завдання майбутнім спеціалістам самостійно складати задачі, знаходити інформацію, пов’язану з наступною темою, намагатися інтерпретувати її тощо. Домашнє завдання такого типу спрямовує на підвищення рівня знань, вмінь, навичок з математики, творчого підходу до діяльності.

Виконання творчих, фахово-орієнтованих завдань на занятті, підвищує рівень засвоєння навчального матеріалу. Сьогодні існує необхідність створення диференційованих навчальних посібників, методичних вказівок для студентів, в яких, зокрема, враховано наявність першокурсників з низькою підготовкою.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Збільшення та закріплення внутрішніх та зовнішніх мотивів у студентів-медиків на заняттях з теорії ймовірності та математичної статистики у курсі медичної та біологічної фізики впливає на ефективність навчання, на формування ставлення майбутніх лікарів до доказової медицини. Високий рівень знань викладача, зрозумілий, доступний виклад матеріалу, вдало підібрані прийоми, методи навчання, методичне забезпечення є чинниками підвищення засвоєння знань студентами-медиками.

Подальші дослідження спрямовуємо на висвітлення педагогічних умов, які сприятимуть формуванню та підвищенню рівня професійної культури майбутнього лікаря при вивченні біофізики.

1. *Березницький Я., Верхолаз І., Сархан Фірас Т. Застосування фамотидину у хворих, оперованих з приводу перфоративної виразки дванадцятипалої кишки / Я.Березницький, І.Верхолаз, Т.Сархан Фірас // Ліки України. – 2004. – № 5 (82). – С. 66-68.*

2. *Вараксин А.Н. Статистический анализ биологической и медицинской информации: проблемы и решения / А.Н.Вараксин // Междунар. журнал медицинской практики. – 2006. – № 2. – С. 35-38.*

3. *Леонов В.П. Отечественная биостатистика: правильный диагноз – залог успешного лечения / В.П.Леонов // Междунар. журнал медицинской практики. – 2007. – № 1. – С. 78-80.*

4. *Малов С.В. Биостатистика – раздел медицины или математики? / С.В.Малов // Междунар. журнал медицинской практики. – 2007. – № 1. – С. 77.*

5. *Плавинский С.Л. Кто должен анализировать данные в медицинских исследованиях? / С.Л.Плавинский // Междунар. журнал медицинской практики. – 2007. – № 1. – С. 73-74.*

6. *Плавинский С.Л. О людях и цифрах. Обучение статистике: чему, кого и как учить? / С.Л.Плавинский // Междунар. журнал медицинской практики. – 2006. – № 2. – С. 9-16.*

7. *Реброва О.Ю. Преподавание статистики в медицинских вузах / О.Ю.Реброва // Междунар. журнал медицинской практики. – 2007. – № 1. – С. 71-72.*

8. *Хронічна венозна недостатність: симптоматичне лікування / Матеріали надано ТОВ «Натурпродукт-Вега» // Ліки України. – 2004. – № 5 (82). – С. 93-94.*

Резюме. **Пудова С.С. ОСНОВНЫЕ ФАКТОРЫ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ-МЕДИКОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ В КУРСЕ БИОФИЗИКИ**. *Статья посвящена проблеме качества обучения студентов-медиков на занятиях по медицинской и биологической физике при изучении тем по элементам теории вероятности и математической статистике. Автор выделяет факторы, которые влияют на эффективность обучения будущих врачей и формирование отношения каждого студента-медика к биостатистике.*

Summary. **Pudova S. THE GENERAL FACTORS OF THE MEDICAL STUDENTS' KNOWLEDGE QUALITY INCREASE DURING THE INVESTIGATION OF THE TOPICS INCLUDING PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS ELEMENTS**. *The article is dedicated to the problem of the medical students' studying quality on the medical and biological physics lessons during the investigation of the topics including probability theory and mathematical statistics elements. The author high lights the factors which influence future doctors' studying efficiency and shaping of every student's attitude to biological statistics.*

Стаття представлена професором В.О.Швецем.
Надійшла до редакції 17.03.2009р.

ОСОБИСТІСНИЙ ПІДХІД ДО СИСТЕМАТИЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНИХ ЗАДАЧ

А.І.Дзундза,
доктор педагог. наук, професор,
Донецький національний університет,
С.Г.Цапова,
викладач математики,
Донецький бізнес-ліцей,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Ефективність гуманітарного компоненту у змісті навчальних задач забезпечує гармонійне поєднання предметного і особистісного досвіду, що актуалізує в структурі освіти ціннісний компонент, який є орієнтиром індивідуально-спрямованої навчальної діяльності.

Навчальні задачі є ефективним засобом реалізації і формою втілення змісту навчання. Викладач повинен постійно вирішувати проблему відбору навчальних задач, щоб забезпечити системне засвоєння змісту навчальної дисципліни. Тому, необхідною є вдала і обґрунтована систематизація задач. Проблемою в цьому випадку є вибір засад для такої систематизації. Існують підходи, які орієнтуються на: структурно-компонентний склад задачі; діяльність студентів; діяльність викладача; зміст і структуру досліджуваного матеріалу.

Як відомо, поняття «задача» у науковій літературі визначається з позиції психологічного (задача як мета і спонукання до розумової активності) і дидактичного (задача як форма реалізації навчального матеріалу і засіб навчання) підходів. М.Балл визначає задачу як систему, обов'язковими компонентами якої є: «предмет, що перебуває у вихідному стані і модель необхідного стану предмета задачі» [1]. О.Тихомиров розуміє задачу як ціль, задану в конкретних умовах і потребуючу ефективного способу її досягнення [2]. І.Лернер визначає задачу як результат усвідомлення суб'єктом протиріччя між відомою метою задачі і невідомих шляхів досягнення даної мети [3]. Більшість авторів (О.Зайцев, У.Рейтман, І.Лернер) визначають задачу через її структурні складові. Так І.Лернер зазначає: «будь-яка задача складається з мети, яка задається умовою або питанням; з аналізу умов і факторів, який і обумовлює вибір способу розв'язання, перевірки правильності отриманого розв'язку» [3].

Згідно з особистісним підходом нас цікавить систематизація спрямована на діяльність студента. Доцільно враховувати такі ознаки: 1) характер діяльності; 2) мовні форми, у яких протікає діяльність; 3) ступінь складності діяльності; 4) ступінь самостійності.

Виділимо в системі навчальних задач типові і комплексні задачі. Оскільки від студентів молодших курсів потрібна самостійність дій у типових ситуаціях (наприклад, виконання індивідуального завдання або контрольної роботи за алгоритмом або правилом), то доцільно насамперед підбирати систему типових задач, які формують прості вміння відповідно до мети контролю. В той же час, за допомогою комплексних задач у студентів відповідно до дидактичних цілей теми формується комплексні вміння на основі сформованих простих умінь. Результатом розв'язання типових і комплексних задач є виконавська самостійність, яка дозволяє студентові виконати серію дій, керуючись відомим йому алгоритмом.

Щоб сформувати самостійність дій у нетипових ситуаціях, а також творчу самостійність, підбираються ситуаційні або проблемні задачі. Розв'язання проблемних задач виводить на такий рівень діяльності, коли студент може прийняти оптимальне рішення в неординарній ситуації, активно ставити собі мету і сприймати себе як суб'єкта діяльності. До того ж, через проблемні задачі студент опановує культурою наукового дослідження. З позиції особистісного підходу проблемна задача одержує нове осмислення як умова актуалізації не тільки предметного, але і особистісного досвіду. Є.Бондаревська визначає проблемну задачу як згорнуту схему людської діяльності. Це визначення дозволяє ввести в структуру задачі ціннісний компонент, який є орієнтиром індивідуально-спрямованої навчальної діяльності [4].

Спосіб розв'язання, побудова моделі на основі раніше набутих знань актуалізують когнітивний компонент задачі. Пошук сутності отриманого результату, критичне ставлення до розв'язку забезпечують особистісну спрямованість задачі. Як відзначають Є.Бондаревська і С.Кульневич, Емоційно зафарбовані розумові процеси є рушійною силою творчого пошуку [4]. Розв'язання задачі полягає в переорієнтації предмета дослідження з наявного стану в необхідний, тобто студент повинен осмислити задачу, оскільки розв'язати її він зможе тільки тоді, коли він відчуває у ній особистісні засади. Це осмислення і повинне бути мотиваційно забезпечене викладачем через створення низки дидактичних умов. Такими мотивуючими прийомами, що узгоджують задачу із системою особистісних цінностей суб'єкта, можна вважати: включення задачі в широкий життєвий або професійний контекст; демонстрація недостатності життєвого досвіду студента для рішення поставленого завдання; врахування індивідуального стилю мислення при аналізі способу рішення; спілкування, спрямоване на позитивну емоційну реакцію студента.

На наш погляд, задача буде виконувати індивідуально-розвиваючу функцію, якщо вона дозволяє студентові виявитися як особистості: оцінити розв'язок і взяти на себе відповідальність за цей розв'язок; виявити творчу ініціативу у виборі способу розв'язання задачі; змінити мотивацію до дослідницької діяльності і на цій основі сформувати в себе відчуття компетентності, готовність оптимістично долати труднощі в навчальному процесі, опанувати змістовною й виконавською самостійністю в професійно-спрямованій діяльності.

Отже, особистісно-орієнтовані задачі разом із когнітивним компонентом містять і особистісний компонент (рефлексія; ціннісна орієнтація; морально-культурні проблеми; світоглядні пошуки; проблеми моральної відповідальності тощо). Вдале співвідношення предметного й особистісного досвіду і забезпечує ефективність гуманітарного компоненту у навчальному змісті математичних задач, оскільки пізнавальний досвід переростає в особистісний, а логіко-математичний стиль мислення поширюється на інші сфери життя. До того ж, навчальна задача виконує індивідуально-розвиваючу функцію тоді, коли в її зміст цілеспрямовано вноситься гуманітарний компонент. Отже, виникає питання про способи привнесення гуманітарного компонента в навчальну задачу.

Завдання викладача в цьому випадку полягає в тому, щоб поєднати дві системи – викладання свого предмета і роботу з сферою особистісного досвіду студентів. Важливо, щоб викладач чітко розумів, у чому саме полягає цей особистісний досвід. Зрозуміло, якщо знання з конкретних розділів математики підкріплені прикладами з предметного миру, то особистісні новоутворення і є очікуваним результатом педагогічної діяльності. Н.Лаврентьєва виділяє два способи актуалізації гуманітарної складової предметного змісту навчання: прямий – через залучення історичного, біографічного матеріалу, і непрямий, опосередкований, – через створення педагогічних ситуацій, спрямованих на формування потреб у знаннях способів діяльності, на емоційно-ціннісне сприйняття досліджуваного матеріалу [5]. Автор підкреслює, що предметне орієнтування і практична діяльність майбутнього фахівця забезпечується на основі когнітивного підходу, який зарекомендував себе в поглибленні когнітивного і операціонального досвіду особистості. Особистісний досвід задається через осмислення і переживання того соціокультурного контексту, у якому це знання добувалося. Когнітивний і особистісний підходи не виключають один одного, більш того, навчальний процес здобуває гуманітарної форми без зміни сутності навчальної діяльності.

Орієнтація на особистість при проектуванні змісту навчальної діяльності, за думкою Н.Лаврентьєвої, припускає, по-перше, орієнтування в матеріалі як у певній сфері життєдіяльності (знання як частина життєвого досвіду), по-друге, означає, що проектуються не тільки знання, уміння і навички, але і процедура їхнього засвоєння на тлі світоглядних ідей (етична, естетична, пізнавальна інтерпретація навчального матеріалу) [5].

Джерелами, що поповнюють особистісний досвід студента, можуть бути: навички соціалізації, мотивація навчальної діяльності, професійне становлення, готовність до змагальності, конкуренції, навички ділової і міжособистісної комунікації в групі, психологічної адаптації до нестабільних умов ринку робочої сили. Через обговорення таких проблем у межах математичного навчання студент входить у контекст сучасної культури: здобуває не тільки знання про світ, але і уміння взаємодіяти з ним, будувати свої стосунки на основі тих цінностей, які створені сучасною культурою. І.Шаригін пише: «Недостатня математична освіта обмежує свободу особистості, права людини, зокрема, право на вільний вибір професії. Погана математична освіта – пряма загроза національній безпеці, причому майже всім її аспектам: військовому, економічному, технологічному та іншим» [6].

Крім названих морально-ціннісних засад, які студент під керівництвом викладача здобуває з засвоєного ним навчального досвіду, розвиткові структур свідомості сприяє розвиток культури рефлексивного-критичного мислення. Показниками рефлексивного-критичного мислення вчені вважають уміння вчитися в інших, наявність уяви і фантазії, здатність до використання метафор і аналогій, уміння виявити сутність у навчальному матеріалі (С.Парнс, Г.Саймон, Р.Пол, Р.Енісон, М.Кларін). На думку М.Кларіна, наявність критичного мислення є тим засобом, що сприяє переходу до сфери стратегій творчого мислення [7]. Критичне мислення забезпечує не просто повагу до думки опонента. Повага до чужої точки зору формує в студентів толерантність, сприяє рефлексії власного поведінки під час наукового пошуку, сприяє поведінковій самостійності.

Доцільно застосовувати в навчальній діяльності засоби, які мають високий розвиваючий потенціал. Це – світоглядні парадокси; задачі практичного змісту; дидактичні ігри; життєві спостереження тощо. При цьому важливо, щоб зміст задачі забезпечував засвоєння форм і процедур пошукової діяльності, а також відповідав стандартам математичної науковості. До того ж, важливо щоб навчальна задача була засобом актуалізації і реалізації міждисциплінарних зв’язків. В.Разумовський, Р.Малафєєв, В.Сєриков називають такі задачі контекстними. Контекстна задача – це спосіб актуалізації особистісного потенціалу, пробудження сенсу пошукової активності, усвідомлення цінності нових знань [8].

Особистісне спрямування природничо-наукової підготовки вимагає відповідності змісту математичної освіти до сфер людської діяльності. Систематизація задач на основі їх застосування у різних сферах практики знаходить останнім часом усе більше прихильників (Ю.Зарубін, В.Картунов, С.Чандаєва, В.Литвин). Вчені вважають, що індивідуально-розвиваючий потенціал задачі реалізується, якщо студенти виходять за рамки вузького предметного сприйняття дисципліни, усвідомлюють прикладні можливості навчального матеріалу. Виходячи з цих позицій, В.Сєриков типізує задачі з позицій практично-перетворювальної діяльності людини: політехнічні, техніко-прикладні, проективні, експериментально-вимірювальні, моделюючі [8]. Сюди ж можуть бути віднесені задачі, пов’язані з різними сферами виробництва, предметами і знаряддями праці, матеріалами і технологіями. Задачі, які імітують науково-пізнавальну діяльність людини: проблемно-пошукові, засновані на реальному або уявному експерименті. До цієї групи відносяться задачі з неповними умовами, коли для розв’язання потрібен попередній пошук умов, або самостійна побудова адекватної моделі. Цінність таких задач полягає в тому, що вони дозволяють студенту цілісно уявити процес науково-дослідної діяльності, його емпіричні і теоретичні компоненти.

Вважається, що ціннісно-орієнтаційна діяльність є прерогативою гуманітарних наук. Однак, існують математичні задачі ціннісного спрямування, у яких відображаються проблеми загально-людських цінностей. Серед таких: проблеми безпеки життєдіяльності і здоров'я, питання екології і охорони навколишнього середовища, задачі спрямовані на світоглядні висновки. В задачах, пов'язаних з естетичною діяльністю людини, розглядаються фізико-хімічні, математичні засади естетичних феноменів природи, оптичних ефектів, ефектів у сфері мистецтва: голографії, мультимедіа, віртуальної реальності. Застосовується геометрія у дизайні, забезпеченні естетичних потреб житла і навколишнього середовища людини.

Отже, критеріями індивідуально-розвиваючої задачі можна вважати: залучення спеціально підібраного матеріалу, що дозволяє самостійно оцінити корисність когнітивного досвіду; розробку таких елементів навчальної діяльності, які спонукали б до вольової активності, до саморозвитку; створення умов для рефлексії і самооцінки. Тому, спроби максимально раціоналізувати математичне навчання, проігнорувати його гуманітарний аспект ведуть до втрати цілісності процесу освіти, ускладнюють перетворення пізнавального досвіду в особистісний. В.Сєриков зауважує, що освіта повинна більшою мірою впливати на внутрішню організацію суб'єктів навчального процесу і меншою мірою – на предметно-змістовну сферу навчання [8].

Досвід показує, що організація математичного навчання, орієнтованого на розвиток особистісних якостей студента, вимагає більших ресурсів часу на обмірковування проблемних ситуацій; створення дидактичних розробок у вигляді систем розвивальних задач. Однак ці зусилля не марні, по-перше, значно підвищується якість засвоєння навчального матеріалу, по-друге, стає вищим рівень особистісного розвитку, по-третє, актуалізується творча активність студентів.

1. *Балл Г.А. Теория учебных задач. – М.: Педагогика, 1990.*
2. *Тихомиров О.К. Структура мыслительной деятельности человека. – М.: Педагогика, 1969.*
3. *Лернер И.Я. Проблема познавательных задач в обучении основам гуманитарных наук и пути ее исследования // Познавательные задачи в обучении гуманитарным наукам. М.: Педагогика, 1972.*
4. *Бондаревская Е.В., Кульневич С.В. Педагогика: личность в гуманистических теориях и системах воспитания. – Москва – Ростов-на-Дону, 1999. – С. 438.*
5. *Лаврентьева Н.Б. Педагогические основы разработки и внедрения модульной технологии обучения в высшей школе.: Дис: докт. пед. наук. Барнаул, 1999.*
6. *Шарыгин И.Ф. Рассуждения о концепции школьной геометрии. – М.: Изд-во МЦНМО, 2000. 56 с.*
7. *Кларин М.В. Инновации в мировой педагогике. – Рига: НПЦ "Эксперимент", 1995. – 38с.*
8. *Сериков В.В. Образование и личность. Теория и практика проектирования педагогических систем. – М.: Издательская корпорация "Логос", 1999.*

Резюме. **Дзундза А.И., Цапова С.Г. ЛИЧНОСТНЫЙ ПОХОД К СИСТЕМАТИЗАЦИИ УЧЕБНЫХ ЗАДАЧ.** *Эффективность гуманитарного компонента в содержании учебных задач обеспечивает гармоничное объединение предметного и личностного опыта, который актуализирует ценностный компонент, являющийся важным ориентиром личностно-направленной учебной деятельности.*

Summary. **Dzundza A., Tsapova S. THE INDIVIDUAL APPROACH To SYSTEMATIZATIONS OF THE SCHOOL PROBLEMS.** *Efficiency of the humanitarian component in contents of the school problems provides the harmonious association subject and individual experience. It actualize valuable component, that is important landmark of individual-directed activity.*

Надійшла до редакції 19.05.2009р.

ОБ ОДНОМ ИЗ ПОДХОДОВ К КОНСТРУИРОВАНИЮ И ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ СИСТЕМЫ УПРАЖНЕНИЙ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Л.Ф.Москаленко,
преподаватель,
Донбасская госмашиностроительная академия
г. Краматорск, УКРАИНА

Розглядаються різні аспекти конструювання та використання в навчальному процесі структурованої системи вправ та задач, яка дає можливість проводити експрес-контроль розв'язання цих завдань.

В основе формирования рассматриваемой системы упражнений лежит понятие структурирования учебного материала – одно из направлений, по которому идет совершенствование учебного процесса, в частности, на практических занятиях по высшей математике.

Этому направлению принадлежат работы дидактов Б.И.Коротяева, А.М.Сохор и др., методистов М.Р.Леонтьевой, С.Б.Суворовой, ученым из смежных областей знаний Г.С.Поспелову, Д.А.Поспелову, психологу Н.Ф.Талызиной, а также Д.Пойа, П.М.Эрдниева, Н.Н.Мельникова, В.П.Беспалько и др.

Цель нашей статьи – показать личный опыт использования структурирования при создании системы упражнений и задач различных уровней сложности, с помощью которых появляется возможность проводить экспресс контроль.

Проведем анализ исследования научно-методической литературы.

Применительно к педагогике вопросам структурирования значительное место отводится в работах А.М.Сохор. В [3] он указывает, что логическая структура учебного материала может влиять на эффективность обучения, «до сих пор вопросы такого рода обычно решались интуитивно, на основании непосредственного опыта и в значительной мере субъективно. Представляется, что связь дидактики с логикой должна найти отражение, прежде всего в дидактическом анализе логической структуры учебного материала. При таком анализе, вообще говоря, необходимо учесть и то влияние, которое та или иная структура учебного материала оказывает на мотивацию учения, на формирование интереса к учению. Ясно, что в полном объёме решение задач такого рода может явиться лишь плодом коллективного труда. Управление процессом обучения осуществляется многими способами, но важнейший среди них – определенная последовательность введения тех или иных разделов учебного материала, определенная связь между этими разделами. Не случайно, что в наше время, проблема содержания обучения выдвинулась в дидактике на одно из ведущих мест».

Другой видный дидакт Б.И.Коротяев в своей работе [1] указывает на то, что система научных знаний должна быть упорядочена и организована так, чтобы некоторая ее часть была «уплотнена и сведена к единым логическим основаниям», которые бы позволили обучающимся самостоятельно выйти на уровень теоретических знаний предмета обучения. В этой же работе [1] приводится определение понятия структурирования, его цели. Приведем их.

«…В дидактическом и методическом плане структурирование – такая процедура, с помощью которой составные элементы содержания учебного материала (понятия, законы, идеи, принципы, способы их передачи учащимся и соответствующие действия учащихся при их усвоении) выстраиваются в определенных связях и отношениях, отражающих: а) логику общественно-исторического процесса познания и его результаты; б) технологию процессов распознавания явлений, их упорядочивания и систематизации; в) выявление и объяснение сущности явлений; г) преобразование явлений из одного состояния в другое.

Основными целями структурирования учебного материала могут быть следующее:

1) разработать такую структуру учебного материала, которая оказалась бы наиболее рациональной и экономной с точки зрения ее усвоения и хранения в долговременной памяти ученика;

2) отыскать и заложить в создаваемую структуру способ уплотнения материала, его свертывание и развертывание, чтобы освободить учащихся от необходимости держать в памяти большой объем фактического материала; решение данной задачи приобретает особую актуальность в условиях беспрерывно увеличивающегося потока научной информации;

3) сгруппировать и выстроить учебный материал так, чтобы в него можно было внести, как необходимый элемент усвоения, аппарат учебно-познавательной деятельности; успешное усвоение учениками этого аппарата должно обеспечивать поступательное развитие их познавательной деятельности, творческих возможностей и способностей».

О необходимости структурирования учебного материала с целью организации на нем активной познавательной деятельности обучаемых было отмечено Н.Ф.Талызиной в работе [4]. Так, здесь отмечается, что в курсе физики ВУЗа последовательное изучение разделов сходных по структуре (теплоты, магнетизма и электричества) требуют гораздо больших затрат времени по сравнению с возможным вариантом обучения на материале, где эти три раздела рассматриваются как частные проявления общих закономерностей. Интересный, на наш взгляд, приводится здесь пример с изучением в ВУЗе многочисленных металлорежущих станков. Оказалось, что, проанализировав их работу, удалось выделить некоторые общие принципы, лежащие в основе любого металлорежущего станка, после чего удалось с большой экономией времени успешно изучить работу всей совокупности станков. И более того, автор утверждает, что даже студенты первого курса (психологии) смогли создать на основе выделенных принципов новую разновидность металлорежущих станков. Подводя итог Н.Ф.Талызина подчеркивает, что «в наших университетах есть огромные возможности для повышения эффективности обучения за счет новой структуры учебных программ».

Очевидно, что все выше сказанное о целесообразности структурирования учебного материала относится и к изучению математики. Этот принцип реализован в школьном курсе алгебре в работе [2] М.Н.Леонтьевой и С.Б.Суворовой. Авторы отмечают, что «для того, чтобы какое-то содержание стало предметом изучения…, оно должно быть каким-то образом методически организовано или, как говорят, структурировано».

Во многих работах, например в [5] отмечается желательность того, чтобы преподаватель в своей учебной работе не только умел пользоваться задачами и упражнениями, содержащимися в рекомендуемых сборниках, но при необходимости мог и сам их составлять. Мы в своей учебной практике используем формализованный процесс конструирования учебных заданий взамен интуитивного подбора и конструирования. Опытный преподаватель на интуитивной основе может составлять достаточно хорошую систему упражнений и корректировать ее, в зависимости от конкретных условий преподавания, вместе с тем, необходимо отметить, что интуитивный подход мало эффективен в руках преподавателя с недостаточным опытом работы, и не дает возможностей ни для оперативного конструирования заданий, ни для организации управления ходом учебного процесса.

На базе формализованных структурных моделей учебного материала появляется возможность описания, как плана учебного занятия, так и хода этого занятия на языке, исключающем возможность неоднозначного толкования или разночтений.

Эти модели позволяют в гораздо более сжатые сроки, с гораздо меньшей затратой труда конструировать вновь или корректировать наборы задач и упражнений для проведения занятий.

С другой стороны использование этих моделей облегчает осознанное восприятие учебного материала.

Отметим особенности практического применения нами моделей структурирования учебного материала.

Первой особенностью является то, что в начале определяется множество дидактических единиц, которые будут содержаться в предлагаемых упражнениях, а затем из этого набора выбираются те, которые считаются преподавателем наиболее представительными и, которые могут быть рассмотрены на практическом занятии за отведенное расписанием время для прохождения конкретного раздела курса.

Каждый вариант набора дидактических единиц, увязанных между собой выбранными связями, графически может быть представлен в виде графа (дерева), которому можно поставить в соответствие число, то есть меру сложности конструкции (это особенно актуально в случае компьютерной поддержки применяемых математических моделей с количеством дидактических единиц более двух).

После того как преподавателем выбраны из приведенного перечня конструкций те, которые он считает необходимыми, они начинают наполняться конкретным содержанием. Если проектирование обобщенных структур упражнений осуществляется преподавателем на основе педагогических знаний и опыта, то наполнение этих моделей конкретным содержанием представляет собой полностью формализованный процесс, который может быть поручен вспомогательному персоналу или просто автоматизирован с помощью вычислительной техники. Например, в изложенных конструкциях различной сложности функции наполнение может быть поручено самим студентам. Опыт показывает, что для значительной части студентов технического ВУЗа это вполне посильная задача, однако требующая определенной предварительной подготовки к ее решению. Рассмотрим задание: «Написать функцию сложности 2: сначала показательную функцию от степенной, а затем степенную от показательной». Неправильное выполнение таких заданий безусловно, свидетельствует о неподготовленности студента по курсу математики средней школы, но с этим следует считаться и этому, на наш взгляд, следует учить. Студент, не отдающий себе отчет в том, как простроена та или иная функция, не может считаться усвоившим, например, тему: «Производная сложной функции».

Наполнение выбранных моделей может производиться и преподавателем на стадии планирования учебного процесса. Этой стороне учебного процесса нами уделяется самое пристальное внимание.

Как уже было отмечено, в учебном процессе мы стремимся к максимальной индивидуализации самостоятельной работы студентов, а для того, чтобы этого добиться необходимо, прежде всего, иметь большой набор упражнений и задач различных уровней конструктивной сложности, а вместе с тем по каждому уровню необходимо обладать широким запасом заданий. При этом возникает проблема: как проверить индивидуально решаемые задания. Это возможно лишь, если этот процесс, так или иначе, автоматизирован.

В простейшем случае индивидуализации заданий можно добиться, используя задачи с параметрами.

Рассмотрим пример.

Найти интеграл: $\int \frac{x-1}{x^3+x}dx$, (1).

Его можно обобщать несколькими

способами, например, так:

$$\int \frac{ax-b}{cx^3+dx}\,dx, \quad (1.1) \quad \text{или так:}$$

$$\int \frac{x-a}{x^3+x}\,dx, \qquad (1.2)$$

Ни тот ни другой пример для учебных целей мы считаем неприемлемым, даже если поручено решать одно из этих упражнений:

– первое (при безмашинном контроле) практически не может обеспечить контроля индивидуальной самостоятельной работы студентов преподавателем, т.к. контролировать по четырем параметрам сложно;

– второе упражнение также неприемлемо для вышепоставленных целей – с одной стороны, при недостаточно развитой мотивации к решению заданий, решения не будут самостоятельными, а с другой стороны, даже при одном параметре, но не продуманном, процесс проверки будет затруднительным.

Исходя из своего опыта, мы утверждаем, что оптимальное число параметров, обеспечивающее самостоятельность решения задания студентами есть два. Вышеприведенный пример надо обобщать с той целью, чтобы можно было произвести экспресс-контроль ответа задания и некоторых промежуточных результатов. Обобщение может быть, например, таким:

$$\int \frac{a\tilde{o}^2+(2a^2+4b)x+(4ab-a^3)}{(x+a)(\tilde{o}^2+a^2)}\,dx. = -\,a$$

$$\int \frac{dx}{x+a} + 2a\int \frac{xdx}{x^2+a^2} + 4b\int \frac{dx}{x^2+a^2}, \qquad (1.3)$$

Как видим, так составленный пример обладает следующими преимуществами перед двумя «непродуманными», приведенными выше:

1. Легко проверяется окончательный ответ.

2. Есть возможность проверять промежуточные результаты.

3. Мы знаем его структуру, то есть, на сколько дробей и на какие типы распадается подитегральная дробь, какие табличные интегралы и какие подстановки используются при решении.

4. Можно формировать для этого примера некоторые косвенные указания для студентов по контролю этапов решения примера, например: «при целых значениях параметров a и b коэффициенты разложения дроби на простейшие есть целые числа» или такое указание: «сумма всех коэффициентов разложения равна $4b+a$». Косвенный экспресс-контроль можно заменить естественным контролем – дифференцированием, но на примерах типа рассмотренных, где алгоритм решения сложный и трудоемкий, экономия времени за счет указаний по косвенному контролю может иметь решающее значение.

5. Наличие двух параметров позволяет их выбирать небольшими целыми положительными числами: $0<a\le 6$; $0<b\le 6$, при этом на первых этапах параметры не являются дополнительными препятствиями в усвоении того или иного учебного материала.

Установление соответствия между множеством пар конкретных значений параметров и студентами можно осуществлять по-разному, например:

1. Его можно (и мы так поступаем) зафиксировать в списке группы, то есть на определенное время закрепить за студентом пару «его» чисел.

2. Можно преподавателю, тем или иным образом, указать номера рядов парт (расположенных «вдоль» аудитории и расположенных «поперек» ее) и сказать, что они и есть значения параметров, соответственно «a» и «b». Тем самым студенты в течение нескольких секунд получают свои «пары» чисел.

Но при всем этом, следует иметь ввиду, что при некоторых упражнениях нашей системы, при одинаковых значениях «a» и «b», возникают особенности, которых нет при различных значениях параметров, поэтому мы одинаковые значения параметров не присваиваем никому.

Отметим, что при составлении наборов задач одного уровня сложности, возможна, такая их последовательность, в которой конкретизации дидактических единиц подчинены циклическим законам. Несколько подробнее. Пусть примеры (для простоты изложения) содержат в своей структуре всего две дидактические единицы, но первая из них имеет три конкретных проявления (три конкретизации), а вторая – четыре. Различных примеров получается: *3 x 4 =12.* Изобразим ситуацию наглядно в виде таблицы 1. Здесь клетка с «координатами» 1.2; 2.3 обозначает место примера, у которого первая дидактическая единица имеет вторую конкретизацию, а вторая – третью. При организации серии задач мы расположим их в порядке тех номеров, которые проставлены внутри каждой клетки. В любой последовательной серии из четырех примеров все проявления дидактических единиц изменяются циклически, то есть, решив серию из четырех примеров, мы пройдем по всем конкретизациям всех дидактических единиц, тем самым достигается минимизации длины цепочки примеров, которые гарантируют полноту охвата учебного материала. То есть, способному студенту незачем решать все двенадцать примеров, достаточно решить четыре.

Таблица 1

Табличное представление примеров с двумя дидактическими единицами

	2.1	2.2	2.3	2.4
1.1	1	10	7	4
1.2	5	2	11	8
1.3	9	6	3	12

Наш опыт показал, что при таком подходе минимизируется время усвоения учебного материала студентами с разными способностями и степенью математической подготовки.

Наш опыт свидетельствует также об эффективности представления условий примеров в форме таблицы (аналогичной приведенной), представленной или на доске или на листе бумаги, при чем не только в курсе высшей математике, но и в школьном курсе (в системе довузовской подготовке).

Итак, выделение дидактических единиц и связей между ними дает возможность преподавателю формировать свою систему упражнений, обладающую нужными качествами, а студенту увидеть курс упражнений математики в виде разветвленного дерева идей, а не в виде идейно изолированных, мало связанных между собой, случайных упражнений и задач.

1. *Коротяев Б.И. Учение – процесс творческий. – М.: Просвещение, 1989. – 156 с.*
2. *Леонтьева М.Р., Суворова С.Б. Упражнения в обучении алгебре. – Москва: Просвещение, 1985. – 128 с.*
3. *Сохор А.М. Логическая структура учебного материала/ Под редакцией М.А.Данилова. – Москва: Педагогика, 1974. – 217с.*
4. *Талызина Н.Ф. Актуальные проблемы обучения в высшей школе // Педагогика высшей школы. Воронеж. Издательство Воронежского университета, 1974. – 219с.*
5. *Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике – М.: Просвещение, 1986. – 256с.*

Резюме. **Москаленко Л.Ф. ОБ ОДНОМ ИЗ ПОДХОДОВ К КОНСТРУИРОВАНИЮ И ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ СИСТМЫ УПРАЖНЕНИЙ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ.** *Рассматриваются различные аспекты конструирования структурированной системы упражнений и задач, которые дают возможность проводить экспресс-контроль их решений.*

Summary. **Moskalenko L. ABOUT ONE OF APPROACHES TO DESIGNING AND USE IN EDUCATIONAL PROCESS SYSTEM OF EXERCISES ON HIGHER MATHEMATICS.** *Various aspects of designing of the structured system of exercises and problems which give the chance to conduct the express control of their decisions are considered in the article.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 23.03.2009р.

РЕПРЕЗЕНТАТИВНОЕ РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРОВСКОГО ВИДА С ЗАДАННЫМИ ФУНКЦИЯМИ В ПРЕДЕЛАХ ИНТЕГРАЛА

С.К.Гирлин,
канд. физ.-мат. наук, доцент,
Д.П.Алимасова,
студентка,
И.В.Кузнецов,
студент,
РВУЗ «Крымский гуманитарный университет» (г. Ялта),
г. Ялта, УКРАИНА

Доведена репрезентативним методом теорема існування та єдиності розв’язку лінійного інтегрального рівняння вольтерровского виду с відомими функціями у межах інтегралу, причому початкова передісторія може бути відомою, а може бути і відсутньої. Отримані результати може бути застосовані при моделюванні виникаючих систем, що розвиваються.

Постановка проблемы: применить новый репрезентативный метод доказательств к исследованию вопросов существования и единственности решения линейного интегрального уравнения вольтерровского вида с заданными функциями в пределах интеграла (как с отсутствующей начальной предысторией, так и с заданной).

Актуальность поставленной проблемы заключается в следующем. Новый репрезентативный метод математических рассуждений (доказательств) предназначен для активизации познавательной деятельности учащихся, помогает им выработать умения и навыки с помощью правдоподобных (в частности, индуктивных) рассуждений формулировать и доказывать утверждения, и может применяться при доказательстве теорем (как уже известных, так и новых), а также при введении определений различных математических понятий. Математическое же решение поставленной проблемы открывает новые теоретические и прикладные возможности в описании развития сложных процессов с последействием, в частности позволяет моделировать развивающиеся системы с отсутствующей начальной памятью и с заданным математическим описанием процесса использования технологий производства материальных, энергетических и информационных продуктов системы.

Обзор результатов и публикаций по тематике исследования. Вследствие значительного расширения области приложений интегральных уравнений Вольтерра резко возрос в последние сорок лет интерес к теории и методам решения этих уравнений. Вопросы, посвященные точным, приближенным и численным методам решения как интегральных уравнений вольтерровского типа, так и систем таких уравнений, исследуются во многих монографиях, учебниках, узкоспециальных изданиях (например, [1-6]). Интегральные уравнения вольтерровского типа с неизвестными функциями в нижних пределах интегралов были предложены академиком В.М.Глушковым для моделирования различных развивающихся систем с заданной начальной предысторией. В [2-4] были исследованы вопросы существования, единственности и устойчивости решений систем интегральных уравнений Глушкова, решены различные оптимизационные задачи, предложены алгоритмы численного решения рассматриваемых задач. В [5,6] изучались аналогичные интегральные уравнения, описывающие динамику возникающих развивающихся систем, т.е. развивающихся систем с отсутствующей начальной предысторией. В [3, с. 28] был предложен способ решения интегрального уравнения вольтерровского типа с заданной функцией в нижнем пределе интеграла и с заданной начальной предысторией, заклюючающийся в сведении этого уравнения к стандартному виду интегрального уравнения Вольтерра второго рода. Естественно возникает вопрос о решении подобного интегрального уравнения, но с отсутствующей начальной предысторией.

Цель статьи *состоит в исследовании репрезентативным методом (с помощью которого ранее доказывались лишь уже известные теоремы [7-9]) вопросов существования и единственности решения линейного интегрального уравнения вольтерровского типа с заданными функциями в пределах интеграла.*

Суть этого метода заключается в том, что размышление или доказательство проводится с использованием некоторых конкретно выбранных функций из рассматриваемого класса функций – представителей класса (при этом свойствами выбранных функций, не присущими всем функциям рассматриваемого класса, нельзя пользоваться). Количество выбранных представителей определяется лишь поставленной целью использования репрезентативного размышления (доказательства): сделать размышление для нашей интуиции более понятным и наглядным, подкрепляя дедуктивное размышление индуктивным. Важность применения индуктивных рассуждений подчеркивал выдающийся американский математик и педагог Д.Пойа: «Индукция изменила терминологию, выяснила понятия. Мы можем проиллюстрировать и эту сторону процесса, т.е. индуктивное выяснение понятий, подходящим небольшим математическим примером. Вот ситуация, не столь уж нечастая в математическом исследовании: теорема уже сформулирована, но мы должны придать более точный смысл терминам, в которых она сформулирована, чтобы сделать ее безукоризненно правильной. Это, как мы увидим, может быть удобно сделано с помощью индуктивного процесса» [10, с. 76]. Кроме того, репрезентативный метод может помочь выявить свойства, являющиеся справедливыми не для всех элементов рассматриваемого класса, а лишь для элементов некоторого подкласса. А это дает возможность сформулировать новую (ранее неизвестную теорему). Заметим, что репрезентативным размышлением (столь же строгим, как и обычное) пользовался при решении задач еще Диофант, правда, на интуитивном уровне (поскольку он не сформулировал принципов этого размышления). Для более наглядного изложения предлагаемое нами доказательство будем сопровождать иллюстрациями на примерах выбранных функций (представителей). Эти иллюстрации заключаются в двойные фигурные скобки и не являются составной частью строгого доказательства. Отметим, что вместо предложенных в [7] названий «наглядный метод», «наглядно-иллюстративный метод» здесь применены более точные термины: «репрезентативный метод», «иллюстративно-репрезентативный метод» (рассуждение проводится с использованием представителей рассматриваемого класса объектов, а represent в переводе с английского языка – представлять).

Изложение основного материала. Рассмотрим следующее интегральное уравнение вольтерровского вида относительно неизвестной функции $x(t)$:

$$x(t) = \int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} k(t,\tau)x(\tau)d\tau + f(t),$$

где $\alpha(t) \le \beta(t) \le t$, $t \in [t_0, T]$,
$-\infty < t_0 < T < +\infty.$

Пусть $\alpha(t)$, $\beta(t)$ непрерывные на отрезке $[t_0,T]$ функции. Обозначим

$\alpha_0 = \min\limits_{t_0\le t\le T}\alpha(t),\ \beta_0 = \max\limits_{t_0\le t\le T}\beta(t)$,

$x_0(s)\equiv x(s),\ s\in[\alpha_0,t_0],\, t\in[t_0,T]$.

Теорема. Пусть заданы непрерывная по t и кусочно-непрерывная по τ функция $k(t,\tau)$, непрерывные функции $\alpha(t),\ \beta(t),\ f(t),\ x_0(s)$ соответственно при $(t,\tau)\in[t_0,T]\otimes[\alpha_0,\beta_0],\ s\in[\alpha_0,t_0]$, и либо функция $\alpha(t)-t_0$ знакопостоянная, либо $t-\alpha(t)\ge const>0$, $t\in[t_0,T]$. Тогда рассматриваемое уравнение (1) относительно неизвестной функции x имеет на $[t_0,T]$ единственное решение, причем на этом отрезке функция x непрерывна. Это решение можно получить методом последовательных приближений.

Доказательство проведем для трех возможных по условию теоремы случаев задания функции $\alpha(t)$: $\alpha(t)-t_0\ge 0$, $\alpha(t)-t_0\le 0$, $t-\alpha(t)\ge const>0$, $t\in[t_0,T]$.

Случай 1. Функция $\alpha(t)-t_0\ge 0$ на $[t_0,T]$ (так как $\alpha(t)\le t$, то $\alpha(t_0)=t_0$).

В этом случае задание функции $x(s),\ s\in[\alpha_0,t_0]$, не требуется (начальная предыстория при доказательстве теоремы не используется). Выберем в качестве представителей следующие функции из рассматриваемых в условии теоремы классов: $\alpha(t)=\dfrac{t+2t_0}{3}$, $\beta(t)=\dfrac{t+t_0}{2}$, $k(t,\tau)=t+\tau$

{{$\alpha_0=t_0,\ \beta_0=\dfrac{T+t_0}{2}$}} (если требуется большая конкретизация, то можно задать также остальные представители: функцию f и числа t_0, T). Тогда для $t\in[t_0,T]$ уравнение (1) примет вид

$$x(t)=\int_{t_0}^{t}K(t,\tau)x(\tau)d\tau+f(t),\qquad (2)$$

где

$$K(t,\tau)=\begin{cases}0, & \tau\le\dfrac{t+2t_0}{3},\\ 0, & \tau\ge\dfrac{t+t_0}{2},\\ t+\tau, & \dfrac{t+2t_0}{3}<\tau<\dfrac{t+t_0}{2}\end{cases}$$

$$\{\{\, x(t)=\int_{\frac{t+2t_0}{3}}^{\frac{t+t_0}{2}}(t+\tau)x(\tau)d\tau+f(t)\,\}\}.$$

Уравнение (2) является линейным интегральным уравнением Вольтерра второго рода с заданным непрерывным на $[t_0,T]$ свободным членом $f(t)$. Существование и единственность решения такого уравнения доказывается стандартным образом с помощью обобщенного принципа сжимающих отображений [2, с. 71-74]. Проведем это доказательство репрезентативным методом.

Обозначим $D_0=[t_0,T]\otimes[t_0,\ \beta_0]$. Так как ядро $K(t,\tau)$ кусочно-непрерывно на D_0, то существует такая положительная константа M, что $\sup\limits_{(t,\tau)\in D_0}|K(t,\tau)|\le M$.

{{Для рассматриваемого случая $\sup\limits_{(t,\tau)\in D_0}|K(t,\tau)|=\dfrac{3T+t_0}{2}$. Можно положить $M=\dfrac{3T+t_0}{2}$ }}.

Обозначим через $C_{[t_0,T]}$ пространство всех действительных функций, определенных и непрерывных на отрезке $[t_0,T]$, с расстоянием

$$\rho(x_1,x_2)\equiv\max_{t_0\le t\le T}|x_2(t)-x_1(t)|,$$

$$x_1,x_2\in C_{[t_0,T]}.$$

Введем оператор Ax, определив его формулой

$$Ax(t)\equiv\int_{t_0}^{t}K(t,\tau)x(\tau)d\tau+f(t).$$

Очевидно, если $x(t) \in C_{[t_0,T]}$, то и $Ax \in C_{[t_0,T]}$.

Покажем, что A – непрерывный оператор.

Пусть $x_1(t)$ и $x_2(t)$ – любые две функции из $C_{[t_0,T]}$, например, $x_1(t) = t - t_0$, $x_2(t) = 2(t - t_0) + 1$. Тогда для любого $t \in [t_0, T]$

$$|Ax_2(t) - Ax_1(t)| =$$

$$= \left| \int_{t_0}^{t} K(t,\tau)[x_2(\tau) - x_1(\tau)]d\tau \right| \le$$

$$\le \left| \int_{t_0}^{t} |K(t,\tau)||x_2(\tau) - x_1(\tau)|d\tau \right| \le$$

$$\le M \max_{t_0 \le t \le T} |x_2(t) - x_1(t)| \int_{t_0}^{t} d\tau =$$

$$= M(t - t_0) \max_{t_0 \le t \le T} |x_2(t) - x_1(t)| =$$

$$= M(t - t_0)\rho(x_1, x_2). \qquad (3)$$

$$\{\{ |Ax_2(t) - Ax_1(t)| =$$

$$= \left| \int_{\frac{t+2t_0}{3}}^{\frac{t+t_0}{2}} (t+\tau)[x_2(\tau) - x_1(\tau)]d\tau \right| \le$$

$$\le \left| \int_{t_0}^{t} (t+\tau)[x_2(\tau) - x_1(\tau)]d\tau \right| \le$$

$$\le \frac{3T + t_0}{2} \int_{t_0}^{t} |x_2(\tau) - x_1(\tau)|d\tau \le$$

$$\le \frac{3T + t_0}{2} \int_{t_0}^{t} (\tau - t_0 + 1)d\tau \le$$

$$\le \frac{3T + t_0}{2}(t - t_0)(T - t_0 + 1) =$$

$$= \frac{3T + t_0}{2}(t - t_0)\rho(x_1, x_2),$$

где $\rho(x_1, x_2) = T - t_0 + 1\}\}$

Откуда получаем, что для любого $t \in [t_0, T]$

$$|Ax_2(t) - Ax_1(t)| \le M(T - t_0)\rho(x_1, x_2)$$

так что и

$$\rho(Ax_1, Ax_2) = \max_{t_0 \le t \le T} |Ax_2(t) - Ax_1(t)| \le$$

$$\le M(T - t_0)\rho(x_1, x_2).$$

$$\{\{ \rho(Ax_1, Ax_2) \le \tfrac{1}{2}(3T + t_0)(T - t_0)\rho(x_1, x_2) \}\}.$$

Возьмем произвольное $\varepsilon > 0$. Тогда при $0 < \delta \le \dfrac{\varepsilon}{M(T - t_0)}$ из условия $\rho(x_1, x_2) < \delta$ будем иметь $\rho(Ax_1, Ax_2) < \varepsilon$. Согласно определению, это и означает, что оператор A является непрерывным оператором из $C_{[t_0,T]}$ в $C_{[t_0,T]}$.

Воспользовавшись оценкой (3), находим

$$|A^2 x_2(t) - A^2 x_1(t)| =$$

$$\left| \int_{t_0}^{t} K(t,\tau)[Ax_2(\tau) - Ax_1(\tau)]d\tau \right| \le$$

$$\le M^2 \rho(x_1, x_2) \left| \int_{t_0}^{t} (\tau - t_0)d\tau \right| =$$

$$= \frac{(M(t - t_0))^2}{2} \rho(x_1, x_2).$$

Допустим, что для всех $t \in [t_0, T]$ справедлива формула

$$|A^{n-1} x_2(t) - A^{n-1} x_1(t)| \le$$

$$\le \frac{(M(t - t_0))^{n-1}}{(n-1)!} \rho(x_1, x_2).$$

Тогда для всех $t \in [t_0, T]$ имеем

$$|A^n x_2(t) - A^n x_1(t)| =$$

$$\left| \int_{t_0}^{t} K(t,\tau)[A^{n-1} x_2(\tau) - A^{n-1} x_1(\tau)]d\tau \right| \le$$

$$\le \frac{1}{(n-1)!} M^n \rho(x_1, x_2) \left| \int_{t_0}^{t} (\tau - t_0)^{n-1} d\tau \right| \le$$

$$\le \frac{(M(t - t_0))^n}{n!} \rho(x_1, x_2). \qquad (4)$$

Откуда для всех $t \in [t_0, T]$

$$\left|A^n x_2(t) - A^n x_1(t)\right| \le$$
$$\le \frac{(M(T-t_0))^n}{n!}\rho(x_1, x_2).$$

Согласно принципу математической индукции формула (4), а, значит, и (5), доказана для любого натурального числа n (и для любого $t \in [t_0, T]$), и, следовательно, $\rho(A^n x_1, A^n x_2) =$
$\max\limits_{t_0 \le t \le T}\left|A^n x_2(t) - A^n x_1(t)\right| \le$
$\le \frac{(M(T-t_0))^n}{n!}\rho(x_1, x_2)$, n=1,2,3,… .
{{ $\rho(A^n x_1, A^n x_2) \le$
$\le \frac{((3T+t_0)(T-t_0))^n}{2^n n!}\rho(x_1, x_2)$ }}.

Для любого действительного числа a и произвольного положительного числа ε справедливо неравенство

$$0 < \left|\frac{a^n}{n!}\right| = \frac{|a|}{1}\frac{|a|}{2}\times\ldots\times\frac{|a|}{m}\frac{|a|}{m+1}\times\ldots\times\frac{|a|}{n}$$

$< \frac{|a|^m}{m!}\left(\frac{|a|}{m+1}\right)^{n-m} < \varepsilon$, если $m+1 > |a|$ и n достаточно велико. Откуда вытекает, что для любого действительного числа a (в частности, для $a = M(T-t_0)$ {{ $a = \frac{(3T+t_0)(T-t_0)}{2}$ }}) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a^n}{n!} = 0.$
Поэтому число n можно выбрать настолько большим, что

$$\frac{(M(T-t_0))^n}{n!} < 1.$$
{{ $\frac{((3T+t_0)(T-t_0))^n}{2^n n!} < 1$ }}

Следовательно, оператор A^n будет сжимающим при достаточно большом n. В силу обобщенного принципа сжимающих отображений оператор A имеет единственную неподвижную точку, а это и означает, что уравнение (2) имеет единственное решение, которое можно найти методом последовательных приближений:

$$x_{n+1}(t) = \int_{t_0}^{t} K(t,\tau)x_n(\tau)d\tau + f(t) \equiv$$
$$\equiv \int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} k(t,\tau)x_n(\tau)d\tau + f(t), \qquad (5)$$

где в качестве начального приближения $x_1(t)$ можно взять любую функцию из $C_{[t_0,T]}$ (например, $x_1(t) = f(t)$), $t \in [t_0, T]$, $n = 1, 2, 3, \ldots$.

{{ $x_{n+1}(t) = \int_{\frac{t+2t_0}{3}}^{\frac{t+t_0}{2}} (t+\tau)x_n(\tau)d\tau + f(t)$
$x_1(t) = f(t)$, $t \in [t_0, T]$, n=1,2,3,… .}}.

Для случая 1 теорема доказана.

Случай 2. Функция $\alpha(t) - t_0 \le 0$ на $[t_0, T]$.

Выберем в качестве представителей следующие функции: $\alpha(t) = \frac{4t_0 - t}{3}$, $k(t,\tau) = t + \tau$.

{{ $\alpha_0 = \frac{4t_0 - T}{3} < \alpha(t_0) = t_0$ }} Если нашей интуиции требуется большая конкретизация, то можно задать также остальные представители: функции $\beta(t)$, x_0, f и числа t_0, T. В рассматриваемом случае начальная предыстория на отрезке $[\alpha_0, t_0]$ будет уже использоваться и для $t \in [t_0, T]$ уравнение (1) запишется в виде

$$x(t) = \int_{t_0}^{t} K(t,\tau)x(\tau)d\tau + F(t), \qquad (6)$$

где $F(t) = \int_{\alpha_0}^{t_0} K(t,\tau)x_0(\tau)d\tau + f(t)$,

$$K(t,\tau) = \begin{cases} 0, & \tau \le \frac{4t_0 - t}{3}, \\ 0, & \tau \ge \beta(t), \\ t+\tau, & \frac{4t_0 - t}{3} < \tau < \beta(t). \end{cases}$$

Так как $F(t)$ известная функция, то полученное уравнение (6) такого же вида, что и уравнение (2). Далее теорема может быть доказана совершенно аналогично предыдущему случаю.

Случай 3. Пусть теперь $t-\alpha(t)\geq const>0$, $t\in[t_0,T]$.

В качестве представителей возьмем функции: $\alpha(t)=t-3$, $\beta(t)=t-1$, $k(t,\tau)=t+\tau$ {{ $\alpha_0=\alpha(t_0)=t_0-3$, $\beta_0=T-1$}} Тогда для $t\in[t_0,t_1]$, где t_1 определяется из уравнения $\alpha(t_1)=t_0$ (если такого t_1 не существует, то для $t\in[t_0,T]$) {{в нашем случае $\alpha(t_1)=t_1-3=t_0$, откуда $t_1=t_0+3$}}, уравнение (1) примет вид

$$x(t)=\int_{t_0}^{t}K(t,\tau)x(\tau)d\tau+F(t),$$

где $F(t)=\int_{\alpha_0}^{t_0}K(t,\tau)x_0(\tau)d\tau+f(t)$,

$$K(t,\tau)=\begin{cases}0, & \tau\leq t-3,\\ 0, & \tau\geq t-1,\\ t+\tau, & t-3<\tau<t-1\end{cases}$$

{{Если $t-1<t_0$, то $x(t)=\int_{t-3}^{t-1}(t+\tau)x_0(\tau)d\tau$.

А если $t-1\geq t_0$, то

$x(t)=\int_{t_0}^{t-1}(t+\tau)x(\tau)d\tau+F(t)$, где

$F(t)=\int_{t-3}^{t_0}(t+\tau)x_0(\tau)d\tau+f(t)$ }}.

Т.о., для $t\in[t_0,t_1]$ получили уравнение (7), того же вида, что и уравнение (2). Далее на отрезке $[t_0,t_1]$ доказательство проводится совершенно аналогично случаю 1. Если $\alpha(t)\leq t_0$, $t_0<t<+\infty$, то построенное методом последовательных приближений решение справедливо на всем отрезке $[t_0,T]$. Если $t_1<T$, то аналогично доказывается, что задача однозначно разрешима на $[t_1,t_2]$, $\alpha(t_2)=t_1$ {{ $t_2=t_1+3=t_0+6$ }}, затем, если $t_2<T$, на $[t_2,t_3]$, $\alpha(t_3)=t_2$ {{ $t_3=t_2+3=t_0+9$ }}, и т. д. Так как $t-\alpha(t)\geq const>0$ на $[t_0,T]$, то задача разрешима за конечное число шагов на всем отрезке $[t_0,T]$. Теорема доказана (причем строго, так как текст доказательства и смысл формульной записи совершенно не изменятся, если вместо выбранных представителей в нужных местах текста подставить соответствующие им символы $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $k(t,\tau)$, α_0, β_0, $x_1(t)$, $x_2(t)$, при этом иллюстрации можно опустить). (7)

Замечание 1. Заменой переменной $y(t)\equiv x(t)-f(t),\ t\in[t_0,T],$ легко показать, что теорема остается справедливой, если условие непрерывности на $[t_0,T]$ функции $f(t)$ заменить на условие ее кусочной непрерывности на $[t_0,T]$. При этом решение $x(t)$ кусочно-непрерывно на $[t_0,T]$.

Замечание 2. Если $\alpha(t_0)<t_0$, то говорят, что на отрезке $[\alpha_0,t_0]$ задана начальная предыстория $x(s)\equiv x_0(s)$ и задано начальное условие

$$x_0(t_0)=x(t_0)=\int_{\alpha(t_0)}^{\beta(t_0)}k(t_0,\tau)x_0(\tau)d\tau+f(t_0)$$

Если $\alpha(t_0)=t_0$ и существует t_1, $t_1\in(t_0,T]$, такое что $\alpha(t_1)<t_0$, то будем говорить, что начальная предыстория $x(s)\equiv x_0(s)$ на $[\alpha_0,t_0]$ задана, но в начальный момент $t=t_0$ не используется, при этом задано начальное условие $x_0(t_0)=x(t_0)=f(t_0)$. Если же $\alpha(t)\geq t_0$ при $t\in[t_0,T]$, то для отыскания решения уравнения (1), как видно из доказательства теоремы, нет необходимости в задании начальной предыстории. В этом случае будем говорить, что начальная предыстория

отсутствует, а задано начальное условие $x(t_0) = f(t_0)$. Если моделировать динамику развивающейся системы на временном промежутке $[t_0, T]$ уравнениями вида (1), то случай $\alpha(t_0) = t_0$ соответствует моделированию возникающей (в начальный момент времени $t = t_0$) развивающейся системы.

Выводы. Впервые с помощью репрезентативного метода получен новый математический результат – доказана теорема существования и единственности решения линейного интегрального уравнения вольтерровского вида с заданными функциями в пределах интеграла, причем начальная предыстория может быть задана, а может и отсутствовать. Полученный результат можно использовать при моделировании развивающихся систем.

Наконец отметим, что именно иллюстративно-репрезентативные доказательства помогли авторам исправить некоторые неточности в их первоначальных обычных доказательствах.

1.Краснов М. Л. Интегральные уравнения. (Введение в теорию). – М.: Наука, 1975. – 304 с.

2.Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. Моделирование развивающихся систем. – М.: Наука, 1983. – 352 с.

3.Яценко Ю.П. Интегральные модели систем с управляемой памятью. – К.: Наук. думка, 1991. – 220 с.

4.Victor V. Ivanov. Model development and optimization. – Dordrecht / Boston / London: Kluwer Academic Publishers, 1999. – 249 p.

5.Гирлин С.К., Иванов В.В. Моделирование взаимодействия развивающихся систем // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1986. – № 1. – С. 58-60.

6.Гирлин С.К. Моделирование возникающих развивающихся систем // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1987. – № 10. – С. 65-67.

7.Гірлін С.К., Кузнєцов І.В. Наочні методи доведень теорем // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт: Труди міжнародної науково-методичної конференції «Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє». – Вип. 28. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007. – С. 140-144 .

8.Гирлин С.К., Кузнецов И.В. Иллюстративные способы математических рассуждений // Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів у процесі вивчення математичних дисциплін: Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції (Ялта, 8-10 листопада 2007 р.) – Зб. статей: Вип. І. – Ялта: РВВ КГУ, 2007. – С. 36-37.

9.Гирлин С.К., Кузнецов И.В. Наглядный и преднамеренно ошибочный способы математических рассуждений // Проблеми сучасної педагогічної освіти. Сер.: Педагогіка і психологія. – Зб. статей: Вип. 16. Ч. 1. – Ялта: РВВ КГУ, 2007. – С. 21-26.

10.Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975. – 464 с.

Резюме. **Гирлин С.К., Алимасова Д.П., Кузнецов И.В. РЕПРЕЗЕНТАТИВНОЕ РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРОВСКОГО ВИДА С ЗАДАННЫМИ ФУНКЦИЯМИ В ПРЕДЕЛАХ ИНТЕГРАЛА.** *Доказана репрезентативным методом теорема существования и единственности решения линейного интегрального уравнения вольтерровского вида с заданными функциями в пределах интеграла, причем начальная предыстория может быть задана, а может и отсутствовать. Полученные результаты могут быть применены при моделировании возникающих развивающихся систем.*

Summary. **Girlin S., Alimasova D., Kuznetsov I. THE REPRESENTATIVE SOLUTION OF VOLTERRA LINEAR INTEGRAL EQUATION WITH GIVEN FUNCTIONS IN BOUNDS OF INTEGRAL.** *The theorem of existence and uniqueness of solution of Volterra linear integral equation with given functions in bounds of integral is proved by representative method (the initial prehistory may be given or absent). This result may be used when modeling of originating evolutionary systems.*

Стаття представлена професором М.Я.Ігнатенком.

Надійшла до редакції 28.01.2009р.

ФОРМИ ТА ВИДИ ПОЗААУДИТОРНОЇ РОБОТИ З МАТЕМАТИКИ В ПЕДАГОГІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

О.Ю.Кучерява,
аспірант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

У статті з'ясовано взаємозв'язок основних аспектів, форм та видів позааудиторної роботи з математики в педагогічному університеті.

На сучасному етапі прискореного соціально-економічного розвитку суспільства, що характеризується поступовою й неухильною інтеграцією України в європейські політичні, економічні й культурні структури, важливого значення набуває підвищення освітнього рівня підготовки висококваліфікованих спеціалістів, збагачення інтелектуального та творчого потенціалу. Важливою умовою розв'язання цього завдання є не обхідність озброєння спеціалістів, яких готує вища школа, глибокими професійними знаннями, науковим світоглядом та вмінням працювати з людьми. В свою чергу сучасна інформаційна революція вимагає також і постійного оновлення знань, вміння навчатися протягом усього життя. Для цього слід раціоналізувати організацію всього навчального процесу, удосконалити зміст, форми та методи навчально-пізнавальної діяльності студентів вищих навчальних закладів, що якнайкраще розвивало і формувало б творчі здібності студентів. При обмеженні навчального аудиторного часу, а також з урахуванням психологічних особливостей студента, для оволодіння математичними знаннями повною мірою, виникає необхідність навчати студентів ефективно працювати в позааудиторний час. Залучення студентів до різних видів позааудиторної роботи в навчально-виховному процесі сприяє розвитку інтересу до майбутнього фаху, удосконаленню самостійної роботи, посиленню потреби творчого пошуку, формуванню міцного студентсько-викладацького колективу, оцінюванню власної діяльності та оточуючого колективу.

Перші спроби вирішення питання самостійного оволодіння знаннями можна знайти в працях Сократа, Демокрита, Я.А.Коменського і Ж.Ж.Руссо. Пізніше ця проблема розглядається видатними педагогами – А.С.Макаренком, К.Д.Ушинським, В.О.Сухомлинським, С Русовою. Ще у 1918 році, виступаючи з лекціями в Київському університеті, Софія Русова зазначала, що навіть найкращий навчальний заклад без позааудиторної освіти не принесе значних корисних наслідків. Адже саме під час позааудиторної роботи «формується інтерес до науки, до правди, координація рухів для найкращого виконання всяких умілостей» [4, 259].

На сучасному етапі більшість науковців розглядають позааудиторну роботу як основну складову частину, або підсистему, виховної системи навчального закладу (А.С.Ушаков, В.В.Бондар, Г.І.Матукова, О.Медведєва, Р.Абдулов та ін.). Шляхи активізації позааудиторної самостійної роботи досліджували А.Алексюк, В.Буряк, Л.Григоренко, Л.В.Онучак та ін. Проблеми організації та активізації науково – дослідної роботи студентів вивчали О.М.Мартиненко, О.Н.Чиж, Т.Д.Мишковська, С.В.Щербина та ін.; питання науково-дослідної роботи студентів з математики досліджували С.А.Раков, Т.І.Аринбеков. М.В.Мельник розглядає позааудиторну роботу як поєднання навчальної самостійної, науково – дослідної та як організацію позааудиторних заходів.

Останнім часом розглядається кілька підходів до тлумачення терміну «позааудиторна робота». Так Л.В.Кондрашова [5, 12] вважає, що позааудиторна робота відіграє визначну роль у професійному становленні майбутніх педагогів. У поєднанні з теоретичними заняттями та різними видами педагогічної практики позааудиторна робота ставить студента в умови, близькі до самостійної педагогічної діяльності. Позааудиторна робота стимулює формування особистості майбутнього вчителя за умови професіоналізації всіх виховних впливів на студентів, а також передбачає обґрунтування й реалізацію цілей, змісту, функцій, методів і організаційно-педагогічних форм позааудиторної діяльності студентів вищого педагогічного закладу, спрямованих на розвиток їхньої активності, самодіяльності й самоврядування

Розглядаючи професійно – педагогічна підготовка майбутніх учителів М.В.Донченко у дослідженні [3] зауважує, що позааудиторна робота як складова професійно-педагогічної підготовки, яка не обмежена часовими межами, чітко не регламентована формами та методами. Вона дає можливість: створити умови для реалізації студентами своїх здібностей, нахилів, соціально-громадської активності; реалізувати самоврядування як ефективну форму соціально-громадської діяльності; посилити мотивацію до навчання.

Л.В.Онучак [7, 19] визначає, що самостійна позааудиторна робота у значній мірі залежить від рівня її організації, а в основі організації має бути покладено принцип активності і самостійності самих студентів, які прагнуть до пізнання нового. В той же час, обов’язковою умовою розвитку самостійності є активна участь студентів у науково-дослідній роботі, оскільки неможливо реалізувати творчі здібності навіть при повному оволодінні своєю спеціальністю без вироблення дослідницьких умінь і навичок.

Організація позааудиторної роботи здійснюється на основі таких засад.

1. Позааудиторна робота – це безперервний процес, під час якого відбувається як освіта, так і виховання студентів, який не має фіксованих термінів завершення і який послідовно переходить із однієї стадії в другу.

2. Позааудиторна робота передбачає як самостійний вибір студентів, так і певні зобов’язання, пов’язані з системою навчання (виконання тих чи інших навчально-виховних завдань, проведення наукових досліджень та ін.).

3. Позааудиторна робота виступає одним із факторів формування мотивації навчання. Вона – це не тільки стимулятор навчання, але й результат сприйняття ефективності цього процесу тим, хто навчається

4. Позааудиторна робота є основою розвитку індивідуальності студента. Вона спрямована на всебічний розвиток особистості, що відбувається лише за умови її залучення в різноманітні види діяльності, дозволяє реалізувати студентам свої нахили, здібності, інтереси.

5. Позааудиторна робота – це важлива складова формування особистості майбутнього вчителя, що спрямована на забезпечення її потреб у творчій самостійній діяльності, у професійному самовизначенні, стимулюванні її творчого самовдосконалення.

6. Позааудиторна робота – один з інструментів комунікативної активності, що виражається в міжособистісній взаємодії тих, хто спілкується, дозволяючи більш досконально досліджувати форми і види індивідуальних дій, що приводять до об’єднання студентів у колектив, встановлення позитивних емоційних контактів.

Позааудиторна робота вищої школи здійснюється за допомогою різних форм та видів. Філософське розуміння поняття “форма” є складовою загальної категорії “зміст і форма”, які перебувають у взаємозв'язку: зміст є стороною цілого, що визначає єдність усіх складових елементів об'єкта, його властивостей, внутрішніх процесів, зв'язків, суперечностей і тенденцій, а форма є способом існування й вираження змісту. Термін “форма” вживається також для визначення внутрішньої організації змісту й тому пов'язаний з поняттям “структура” [4, 349]. Тобто форми позааудиторної роботи залежать від її змісту. І, навпаки, згідно з формами та видами позааудиторної роботи, що використовуються, можна визначити яким змістом вона наповнюється.

О.О.Гаврилюк та М.В.Мельник виокремлюють такі форми позааудиторної роботи, як індивідуальні, групові та масові. О.О.Гаврилюк [2, 46] під індивідуальною роботою розуміє самостійну діяльність окремих студентів, спрямовану на самовиховання, на виконання завдань викладача та доручень студентського колективу. Групова робота охоплює порівняно невелику кількість студентів і сприяє виявленню та розвитку інтересів та творчих здібностей, сприяє поглибленню знань з дисципліни, збагачує інформацією, формує професійно значущі вміння та навички. Групова позааудиторна робота має цільовий характер, тобто припускає наявність певної загальної мети та спільних інтересів. Масові форми роботи належать до числа найпоширеніших у вищих навчальних закладах. Вони дуже різноманітні, і, порівняно з іншими формами позааудиторної роботи, мають перевагу в тому, що розраховані на одночасне охоплення великої кількості студентської молоді. Формам масової позааудиторної роботи властиві такі особливості, як яскравість, урочистість, великий емоційний вплив. Ці форми в основному мають як пізнавальну, так і розважальну спрямованість і мають широкі можливості для активізації діяльності студентів Під організаційно-педагогічними формами позааудиторної роботи вищої школи, поряд з її структурними компонентами, такими як мета, зміст, функції, науковець розуміє види, способи організації студентів і педагогів для спільної діяльності у позааудиторний час, а також конкретні пізнавальні акції, розраховані на масову або диференційовану студентську аудиторію.

Під час вибору тематики позааудиторної роботи необхідно враховувати зміст професійної підготовки учнів, тобто зміст позаурочних занять з природничо-математичних дисциплін повинен варіюватися.

Види позааудиторної роботи, що забезпечують високі результати, повинні мати такі характеристики:

- інформативність та змістовність, які сприяють реалізації практичних та загальноосвітніх цілей позааудиторної роботи;
- комунікативна спрямованість: усі види позааудиторної роботи повинні забезпечувати користування іноземною мовою як засобом одержання і передачі інформації в типових природних ситуаціях спілкування;
- ситуативність: переважна більшість видів позааудиторної роботи повинна включати низку ситуацій, які є предметним фоном і стимулом до цілеспрямованих вчинків;
- орієнтація завдань на підвищення активності студентів;
- емоційність форм і способів реалізації, що сприяє підвищенню інтересу студентів до діяльності.

М.В.Мельник в своєму дослідженні [6] підкреслює, що ефективними засобами, що сприяють творчій самореалізації студентів, є ***система*** групових, індивідуальних та масових форм діяльності, до участі в яких залучається максимальна кількість студентів. Хочеться відмітити, що до *індивідуальних форм* позааудиторної роботи можна віднести: роботу з навчальною, довідниковою, науковою, науково-популярною, складання конспектів; роботу з електронними підручниками та посібниками; роботу в електронній мережі Інтернет; підготовку повідомлень, рефератів, курсових робіт; складання та розв’язування задач, виконання вправ; складання та розв’язування кросвордів, ребусів, продумування і створення плакатів та ін. До *групових форм* позаурочної роботи можна віднести: гуртки та клуби (теоретичні; експериментальні; комплексні); факультативні заняття; творчі ігри; участь у роботі

„Малої Академії”; екскурсії. До *масових форм* позаурочної роботи можна віднести: лекторії; науково-практичні конференції; олімпіади, конкурси, турніри, фестивалі; декади (тижні); вікторини; КВК, „інтелектуальні бої”, випуск стінгазет, зустрічі з ученими. Слід приділяти увагу як традиційним формам, так і нетрадиційним.

Щоб краще розкрити особливості позааудиторної роботи з математики у вищій школі, розглянемо окремі її аспекти.

1. Організаційні форми самостійної позааудиторної роботи зустрічаються в педагогічній практиці в різних модифікаціях і сполученнях. Позааудиторна форма складається із наступних основних видів навчальної роботи: консультаційна робота; навчальна робота студентів у групах; самостійна робота студента.

Консультаційна робота відбувається при індивідуальному спілкуванні студента і викладача за допомогою комунікаційних технологій. Основною метою консультаційної роботи є уточнення розуміння студентом положень навчальної дисципліни. У ході консультаційної роботи студент отримує відповіді від викладача на конкретні запитання з поясненнями певних теоретичних положень чи аспектів їх практичного застосування.

Навчальна робота у групах пов’язана з участю студентів у дискусіях, семінарських заняттях, мережних ділових іграх тощо, які відбуваються з використанням комунікаційних технологій. Метою навчальної роботи у групах є отримання навичок групової роботи та підвищення ефективності засвоєння знань під час активної взаємодії учасників навчального процесу.

Самостійна робота студентів пов’язана з оволодінням встановленим обсягом знань і придбанням необхідних вмінь у предметній області навчальної дисципліни. Самостійна робота має наступні основні складові частини:

- засвоєння теоретичного матеріалу дисципліни;
- оволодіння практичними завданнями дисципліни;
- виконання індивідуальних завдань.

До індивідуальних завдань, що виконуються під час самостійної роботи відносяться: реферати, аналітичні огляди, контрольні роботи, розрахунково-графічні та розрахункові завдання, завдання з лабораторного практикуму, тощо.

Залежно від змісту та способу подання інформації Л.В.Онучак [7, 98] виділяє такі форми роботи зі студентами в позааудиторний час: теоретичні, практичні, комбіновані. Залежно від способу виконання завдань можна відзначити усні та письмові форми діяльності, які активно використовуються викладачами у роботі зі студентами в позааудиторний час.

2. Організація науково-дослідницької діяльності передбачає готовність майбутніх учителів до її здійснення, що передбачає володіння спеціальними технологіями навчання, діагностиками й критеріями виявлення рівня сформованості навчально-дослідницьких умінь. Навчально-дослідницькі вміння пов’язані зі здібностями аналізувати факти, формулювати проміжні й кінцеві цілі, висувати гіпотези, вирішувати дослідні задачі, експериментально перевіряти правильність гіпотези, що висувається. У процесі формування навчально-дослідницьких умінь необхідно враховувати індивідуальні особливості студента (його індивідуальний психічний розвиток, вікові особливості, рівень розвитку інтелекту та ін.) [7, 88].

3. Організація та участь в позааудиторних заходах – найменш описаний в літературі аспект, але який найбільш використовується в позааудиторній роботі, що містить в собі: опрацювання та аналіз літератури, випуск стінгазет, робота клубів, диспути, турніри, інтелектуальні ігри, конкурси, математичні вечори, математичний КВК та ін.

Зв'язок основних аспектів, форм та видів позааудиторної роботи, що застосовуються при вивченні математики в педагогічному університеті, можна представити у вигляді такої таблиці видів позааудиторної роботи.

Зв'язок основних аспектів, форм та видів позааудиторної роботи

Форми організації позааудиторної роботи	Основні аспекти позааудиторної роботи		
	Навчальна самостійна позааудиторна робота	Науково – дослідна позааудиторна робота	Організація та участь в позааудиторних заходах
Індивідуальна форма	▪ домашні завдання ▪ опрацювання літ-ри ▪ повідомлення, реферати ▪ консультації	▪ виконання ІНДЗ ▪ проведення педаг. розрахункових досліджень ▪ аналіз літератури	▪ опрацювання та аналіз літератури ▪ випуск стінгазет
Групова форма	▪ диспути ▪ консультації	▪ проблемна група ▪ заняття в гуртках ▪ диспути	▪ робота клубів ▪ диспути
Масова форма	▪ олімпіади ▪ вікторини ▪ лекторії	▪ наукові конференції ▪ семінари	▪ турніри ▪ інтелектуальні ігри ▪ конкурси ▪ математичні вечори ▪ математичний КВК

Використання різноманітних форм позааудиторної діяльності допомагає розкрити перед студентами значимість самостійного набуття знань, дає можливість відчути цінність процесу навчання, як творчого процесу. Позааудиторна робота з математики дає можливість залучити значну кількість учасників (особливо з використанням комп’ютерних мереж Інтернет), що дозволяє повніше та ширше вирішувати завдання професійного навчання та виховання.

1. *Таркевич В. Історія філософії: Т. 2: Філософія XIX століття і новітня/ Пер. з пол. О.Гірний – Львів: Свічадо, 1999. – 568 с.*
2. *Гаврилюк О.О. Формування комунікативної культури майбутніх учителів засобами позааудиторної роботи.: Дис... канд. пед. наук: 13.00.04.- 2007.– 205с.*
3. *Донченко М.В. Професійно–педагоггічна підготовка майбутніх учителів у позааудиторній роботі у ВНЗ України (ІІ половина ХХ ст..).: Дис... канд. пед. наук: 13.00.01. – Харків, 2004.– 180 с.*
4. *Історія української школи і педагоггіки: Хрестоматія. / За ред. В.Г.Кременя – Київ: «Знання», 2005. – 767с.*
5. *Кондрашова Л.В. Внеаудиторная работа по педагогике в педагогическом институте. – К. – Одесса: Вища школа, 1988. – 160 с.*
6. *Мельник М.В. Формування професійних знань учнів професійних училищ у процесі позаурочної роботи з природничо–математичних дисциплін.: Дис... канд. пед. наук: 13.00.04.. – Вінниця, 2005.– 185 с.*
7. *Онучак Л.В. Педагогічні умови організації самостійної позааудиторної роботи студентів економічних спеціальностей.: Дис... канд. пед. наук: 13.00.04.– Київ, 2002.– 200с.*

Резюме. **Кучерявая Е.Ю. ФОРМЫ ВИДЫ ВНЕАУДИТОРНОЙ РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ.** *В статье выяснено взаимосвязь основных аспектов, форм и видов внеаудиторной работы по математике в педагогическом университете.*

Summary. **Kucheryava O. FORMS AND PROSPECTS OF MATHEMATICS’ EXTRACURRICULAR ACTIVITIES AT A PEDAGOGICAL UNIVERSITY.** *The article gives an interrelation of main aspects, form and prospects of mathematics’ extracurricular activities at a pedagogical university.*

Стаття представлена професором В.Г. Бевз.
Надійшла до редакції 28.02.2009р.

РЕАЛІЗАЦІЯ ПРИНЦИПІВ ФУНДАМЕНТАЛЬНОСТІ ТА ПРОФЕСІЙНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В ПРОФЕСІЙНОМУ КОЛЕДЖІ

О.Л.Дрозденко,
викладач,
Таращанський агротехнічний коледж,
м.Київ, УКРАЇНА

У статті розглядаються проблеми, пов'язані з реалізацією принципів фундаментальності та професійної спрямованості навчання математики студентів професійних коледжів.

Проблема підвищення якості професійної освіти перебувала в центрі уваги дослідників на протязі всієї історії існування і розвитку педагогічної науки і практики. Не втратила вона своєї актуальності і сьогодні, коли нові соціально-економічні умови, наукомісткі виробництва, обсяги наукової і технічної інформації, впровадження нових інформаційних технологій в усі сфери діяльності людини визначають необхідність та основні напрямки реформування вищої професійної освіти (в тому числі і в професійних коледжах). В контексті цих проблем посилюється роль математичної освіти як джерела фундаментальних знань та формування загальної і професійної культури людини, наукового (зокрема, математичного, технічного, економічного) світогляду.

Сучасне суспільство висуває високі вимоги до професійної підготовки молодших спеціалістів як технічного так і економічного профілю: високий професіоналізм, мобільність, здатність до «не перервного навчання», наявність професійно-значущих особистих якостей тощо. В той же час випускник професійного коледжу при сучасному стані планування і організації виробництва не може вважатись достатньо підготованим до реалій сучасного життя та роботи по обраній спеціальності без фундаментальної математичної підготовки. Майбутній фахівець має на належному рівні володіти математичними методами, вміти створювати і аналізувати математичні моделі при розв'язанні професійних задач.

Таким чином метою математичної освіти студентів професійних коледжів має стати не просто передача суми певних знань, вмінь та навичок в галузі вищої та прикладної математики, а формування спеціаліста, здатного використовувати їх для розв'язання завдань господарської діяльності підприємства.

Таким чином, прагматичні цілі навчання математики студентів професійних коледжів з одного боку, і певна «академічність» (відірваність від прикладних задач) навчання, з іншого, вказують на існуючі протиріччя у змісті та технологіях математичної освіти, які свідчать про необхідність її реформування. Досвід автора, аналіз науково-методичної літератури, результатів педагогічних досліджень свідчать про те, що одним з основних шляхів підвищення якості математичної підготовки студентів професійних коледжів є реалізація принципів фундаментальності та професійно-прикладної спрямованості навчання.

В дослідженні проблеми реалізації принципів фундаментальності та професійної спрямованості навчання математики можна виділити кілька основних напрямків (рівнів):

1. Дослідження теоретичних загальнометодичних аспектів проблеми: виявлення

засобів, шляхів, умов, що сприяють найбільш ефективній реалізації вказаних принципів.

2. Дослідження можливостей застосування математичних знань і методів в професійній галузі, зокрема, шляхом реалізації міжпредметних зв'язків математики з дисциплінами професійного циклу.

3. Розкриття значення професійної та прикладної спрямованості як засобу мотивації навчальної діяльності.

4. Реалізація принципів особистісно-орієнтованого навчання, зокрема, таке використання педагогічних засобів (змісту, форм, методів навчання), яке, забезпечуючи засвоєння студентами програмного обсягу знань, вмінь та навичок, сприяє формуванню і розвитку професійних якостей особистості.

При цьому можна виділити ряд професійно значущих якостей майбутнього фахівця: розуміння ролі математики в професійній діяльності; набуття студентами знань, умінь та навичок, необхідних для успішного засвоєння інших дисциплін, якісного виконання курсового та дипломного проектування; вміння здійснювати адекватний вибір математичних методів при розв'язанні прикладних задач; вміння знайти відповідний поставленій задачі спосіб її розв'язання в літературі або іншому джерелі інформації, а також вміння використати відповідні інформаційні технології; вміння самостійно розв'язувати математичні задачі; вміння аналізувати, порівнювати різні способи розв'язання однієї і тієї ж задачі; вміння адекватно оцінювати свою діяльність тощо.

Таким чином, шляхом реалізації принципів фундаментальності та професійної спрямованості навчання математики у студентів професійних коледжів формується: уявлення про взаємозв'язок математичної освіти та їх спеціалізації (предметний аспект); інтелектуальні вміння, обумовлені характером професійної діяльності (інтелектуальний аспект); сприйняття математики як засобу професійного вдосконалення особистості (мотиваційний аспект).

Отже, актуальність даного дослідження обумовлена такими причинами:

- необхідністю посилення професійної спрямованості навчання математики у професійних коледжах;
- недостатньою розробленістю питань методики навчання математики студентів коледжів з врахуванням принципів фундаментальності та професійної спрямованості і, зокрема, відсутністю методології та методики навчання курсу вищої математики з вищевказаних позицій.

На думку автора, якщо виявити та проаналізувати:

- взаємозв'язки математичної освіти зі змістом спеціальних дисциплін;
- специфіку професійного мислення майбутнього спеціаліста;
- вимоги до сформованості професійних якостей випускника коледжу;

і, з врахуванням отриманих результатів, розробити методику професійно орієнтованого навчання математики, то це сприятиме підвищенню якості підготовки молодшого спеціаліста – випускника професійного коледжу.

Велика кількість наукових праць вітчизняних і зарубіжних авторів, присвячених провідним теоріям психічного розвитку і навчання (П.Я.Гальперін, В.В.Давидов, О.М.Леонтьєв, Н.Ф.Тализіна); понятійно-термінологічному апарату математики, психології, педагогіки та методики навчання (М.В.Алєксєєв, Л.С.Виготський, В.В.Гнеденко, Л.Я.Зоріна, В.І.Клочко, Т.В.Крилова, Л.Д.Кудрявцев, Ж.Піаже, С.Л.Рубінштейн, О.І.Скафа, З.І.Слєпкань); основним положенням методики навчання математики (Г.П.Бевз, М.І.Бурда, В.Н.Осинська, Я.А.Пасічник, З.І.Слєпкань, Л.М.Фрідман); сучасним концепціям комп'ютерної підтримки навчального процесу (В.П.Беспалько, М.І.Жалдак, Ю.О.Жук, Н.В.Морзе); психолого-дидактичним концепціям розвивавального навчання (І.С.Якиманська), є теоретичною базою дослідження можливостей, доцільності та особливостей реалізації фундаментальної та професійної спрямованості навчання математики.

Одним із шляхів реалізації фундаментальної та професійної спрямованості навчання математики є розробка системи професійно орієнтованих математичних задач, спрямованих на демонстрацію взаємозв'язків математики і спеціальних дисциплін, розвиток професійного мислення та професійної мотивації.

Одним із шляхів реалізації принципу професійної спрямованості навчання математики є широке впровадження в навчальний процес сучасних комп'ютерних технологій. Сьогодні неможливо уявити собі висококваліфікованого вченого, конструктора, інженера, який не використовує Internet для одержання новішої інформації. Комп'ютер, пакети символьних програм наполегливо і безповоротно входять в життя не тільки науково-дослідних установ, університетів, а і в професійні коледжі та школи.

Зараз декілька компаній пропонують потужні і розвинуті пакети: Axyom, Derive, Macsyma, Maple, Mathematica, Reduce і інші. Чільне місце серед них посідає Maple, який є одним з лідерів універсальних систем і забезпечує користувачу зручне і інтелектуальне середовище для математичних досліджень.

Наведемо приклади професійно орієнтованих математичних задач, які можуть бути запропоновані студентам професійних коледжів технічних та економічних спеціальностей під час вивчення теми «Функції багатьох змінних», розв'язання яких можна виконати з використанням програмного комплексу Maple. Подібні задачі та метод розв'язання за допомогою прикладних програмних засобів доцільно пропонувати студентам в наступних ситуаціях:

- на початку вивчення теми, коли ще не сформовані вміння і навички дослідження функцій багатьох змінних на екстремум, для мотивації вивчення даної теми та окреслення спектра її можливих прикладних застосувань;
- в кінці вивчення теми, коли вже добре сформовані навички диференціювання функцій багатьох змінних та знаходження точок екстремума, для закріплення теоретичного матеріалу та формування уявлення про прикладну та професійну спрямованість теми.

Задача (Оптимальна вартість). Використовуючи x одиниць праці та y одиниць капіталу (тисяч гривень), підприємство виробляє продукцію, загальна вартість V якої (у тисячах гривень) має вигляд

$$V = 1440 - 50y - 3x - 2xy + 1{,}5y^2 + x^2 .$$

Знайти кількість одиниць праці та капіталу, при яких підприємство має оптимальну загальну вартість продукції. Чому дорівнює значення оптимальної загальної вартості?

Розв'язання. Використавши пакет символьних обчислень ***Maple,*** отримуємо:

```
>minimize(1440-50*y-3*x-
2*x*y+1.5*y^2+x^2, location);
```

$33.250000, \{[\{y = 53., x = 54.50000000\}, 33.250000]\}$

Відповідь: $x = \dfrac{109}{2}$; $y = 53$;

$V_{\text{îïò.}} = 33250$ *гривень.*

Задача. (Швидкість поширення звуку). Швидкість поширення звуку у воді океану є функцією температури води, концентрації солі та глибини від поверхні. З допомогою формули вона задається так

$$C(T,S,D) = 1449{,}2 + 4{,}6T - 0{,}055T^2 + $$
$$+0{,}00029T^3 + (1{,}34 - 0{,}01T)(S - 35) + 0{,}016D$$

де C – швидкість поширення звуку в м/с, S – концентрація солі в тисячних частинах які припадають на число грам розчиненої солі в тисяча грамах води, D – глибина розглядуваного шару океанічної води. Знайти з якою максимальною і мінімальною швидкістю може поширюватися звук, якщо параметри T, S, D змінюються в наступних межах $-2 \le T \le 10$, $35 \le S \le 50$, $90 \le D \le 100$.

Розв'язання. Використаємо пакет символьних обчислень ***Maple.***

```
>maximize(1449.2+4.6*T-
0.055*T^2+0.00029*T^3+
+(1.34-0.01*T)*(S-35)+0.016*D, T=-
```

```
2..10,S=35..50,D=90..100,location);
```

$1510.19000, \{[\{S=50, T=10, D=100\}, 1510.19000]\}$

Максимальна швидкість поширення звуку $C=1510 м/с$ і досягається при $T=10,\ S=50,\ D=100$.

```
> minimize(1449.2+4.6*T-0.055*T^2+0.00029*T^3+(1.34-0.01*T)*(S-35)+0.016*D, T=-2..10,S=35..50,D=90..100,location);
```

$1441.21768, \{[\{D=90, S=35, T=-2\}, 1441.21768]\}$

Мінімальна швидкість поширення звуку $C=1441 м/с$ і досягається при $T=-2,\ S=35,\ D=90$.

1. *Дрозденко О.Л. Використання пакету символьних обчислень MAPLE в процесі вивчення математики. – К.: Ін-т математики НАНУ, 2005. – 164 с.*

2. *Дрозденко О.Л. Короткий курс вищої математики для студентів професійних коледжів. – Біла Церква: Видавець О. Пшонківський, 2008. – 384с.*

3. *Клочко В.І. Застосування новітніх інформаційних технологій при вивченні вищої математики у технічному вузі: Навчально-методичний посібник. – Вінниця: ВДТУ, 1997. — 300с.*

4. *Математика для технікумів. Геометрія / За ред. Г.Н.Яковлєва. – К.: Вища школа, 1983. – 256с.*

5. *Математика: Підручник для студентів вищих навчальних закладів 1 та 2 рівнів акредитації / О.М.Афанасьєва, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Сліпенко. – К.: Вища математика, 2001. – 447 с.*

6. *Валуце І.І., Ділігул Г.Д. Математика для технікумів на базі середньої школи. – М.: Наука, 1980. – 576с.*

7. *Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ – Харків: Факт, 2005. – 360 с.*

Резюме. **Дрозденко А.Л. РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИНЦИПОВ ФУНДАМЕНТАЛЬНОСТИ И ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОМ КОЛЛЕДЖЕ.** *В статье рассмотрены проблемы, связанные с реализацией принципов фундаментальности и профессиональной направленности обучения математике студентов профессиональных колледжей.*

Summary. **Drozdenko O. REALIZATION the PRINCIPLES OF SOLIDITY AND PROFESSIONAL ORIENTATION the COURSE OF HIGHER MATHEMATICS IN PROFESSIONAL COLLEGE.** *Problems, related to realization of principles the solidity and professional orientation of teaching mathematics of students in professional colleges, are considered in the article.*

Робота представлена професором М.В.Працьовитим.
Надійшла до редакції 28.05.2009р.

ОСОБЛИВОСТІ ОСОБИСТІСНО ОРІЄНТОВАНОГО НАВЧАННЯ

С.Є.Яценко,
канд. педагог. наук, доцент,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА,
Л.В.Грамбовська,
асистент,
Чернігівський держ. технологічний університет,
м. Чернігів, УКРАЇНА

Обґрунтовано основні теоретичні положення особистісно орієнтованого навчання, виділено його особливості у порівнянні з традиційним, розвивальним, проблемним навчаннями, розкрито специфіку особистісно орієнтованого навчання геометрії в основній школі.

Головний стратегічний напрямок розвитку системи сучасної шкільної освіти лежить на шляху розв'язання проблеми особистісно орієнтованої освіти, у якій особистість учня, його потреби стоять у центрі уваги педагога і всього навчально-виховного процесу.

Зазначимо, що за останні десятиріччя педагогічна і психологічна науки накопичили значний потенціал щодо теоретичного обґрунтування різних аспектів особистісно орієнтованого навчання (ООН) і виховання. Відмітимо три різні концепції особистісно орієнтованої освіти: з культурологічних позицій її розглядає Є.В.Бондаревська [2]; з точки зору особистісно-діяльнісного підходу – І.О.Зимна [4]; з суб'єктно-особистісного – І.С.Якиманська [13]. Окремі аспекти ООН досліджуються і іншими науковцями: В.В.Орловим [8], В.В.Сериковим [11], З.І.Слєпкань [12], Н.С.Подходовою [9], С.Є.Яценко [14] та іншими. У роботах даних авторів розглянуто проблеми теорії і практики проектування особистісно орієнтованих педагогічних систем, технологія навчання тощо.

Однак, на сьогодні залишаються не розробленими шляхи реалізації задекларованих ідей в освітній, зокрема в шкільній математичній практиці. У зв'язку з цим дотепер існує ціла низка протиріч між:

величезним досвідом, накопиченим традиційним, розвивальним, проблемним навчанням і неспроможністю у цих межах вирішити сучасні проблеми виховання самобутньої, самоцінної, творчої особистості дитини;

наявністю ґрунтовних теоретичних наукових доробок з проблем ООН та відсутністю шляхів їх реалізації у шкільній практиці;

несформованістю єдиних підходів щодо розуміння ООН серед педагогічного загалу і нагальною потребою впровадження зазначених методик у навчальний процес;

недостатньою методичною розробленістю науково обґрунтованих методів, прийомів і засобів ООН навчання математики, геометрії основної школи зокрема.

В основу ООН покладено тезу В.В.Серикова про те, що «особистісно-розвивальний процес – це об'єктивний педагогічний феномен, який органічно вбудований у всі інші педагогічні процеси» [11, 34], тому доцільним є використання перевіреної десятиріччями і відпрацьованої класно-урочної системи з притаманними для неї методами, формами організації навчально-виховного процесу. Принципи ООН не заперечують доцільність проблемного та розвивального навчання. Більше того, особистісно орієнтована педагогіка широко пропагує застосування проблемних ситуацій і використання принципів і методів розвивального навчання.

Проте, особистісно орієнтований підхід до навчання має і власну специфіку. Враховуючи праці І.С.Якиманської [13], В.О.Гусєва [7], З.І.Слєпкань [12], Г.І.Саранцева [10] та інших, вважаємо, що особливістю ООН і його відмінністю від навчання традиційного, розвивального, проблемного є ***урахування психологічної складової процесу навчання***, до якої різні автори відносять: структуру особистості (Г.І.Саранцев [10]), цілісні психічні структури, адекватні навчальному матеріалу, що вивчається (Н.С.Подходова [9], Н.Л.Стефанова [6] та інші), суб'єктний досвід (І.С.Якиманська [13], В.В.Орлов [8] та інші), цілеспрямований розвиток позитивних особистісних якостей (В.О.Гусєв [7], Г.І.Саранцев [10] та інші). На думку В.О.Гусєва сьогодні «перед методикою навчання математики ставиться нове цільове завдання – розробка функціональних властивостей процесу навчання математики, адекватних цілісному розвитку особистості учня» [1, 19], тому поняття *особистості* виступає провідним поняттям ООН математики, геометрії зокрема. За означення цього феномену беремо тлумачення С.Д.Максименка, який визначає її як цілісність, що здатна до саморозвитку, самовизначення, свідомої предметної діяльності, поведінки і саморегуляції та має унікальний і неповторний внутрішній світ [3, 98]. Ядром цієї цілісності є гіпотетичне утворення – *структура особистості*, у якій, на думку більшості психологів, узагальнюються найважливіші властивості не тільки особистості, але й індивіда і суб'єкта. Поділяємо думку Г.І.Саранцева [10], що урахування психологічної складової у навчальному процесі – це, насамперед, урахування *структури особистості дитини*. При цьому враховувати психологічну складову будемо з огляду на вікові особливості підлітків та специфіку геометричного матеріалу основної школи. Спираючись на модель структури особистості В.С.Лєдньова [5], який саме у контексті освіти виділив її компоненти, поняття «структури особистості» включає в себе цілісні психічні структури, суб'єктний досвід, позитивні особистісні якості дитини.

Поняття структури особистості є дуже складним і багатовимірним. Воно відноситься до інших перелічених психологічних складових навчального процесу, як ціле до частин, при цьому ці частини мають лише відносну самостійність. Вони не є незалежними і відокремленими одне від одного, це лише проекції єдиного цілого. Тому їх формування можливе лише у єдиному і цілісному за своїм змістом, організаційними формами і методами навчально-виховного процесу, спрямованого на одночасне формування всіх сторін особистості. Структура особистості підлітка у контексті ООН схематично представлена на рис. 1.

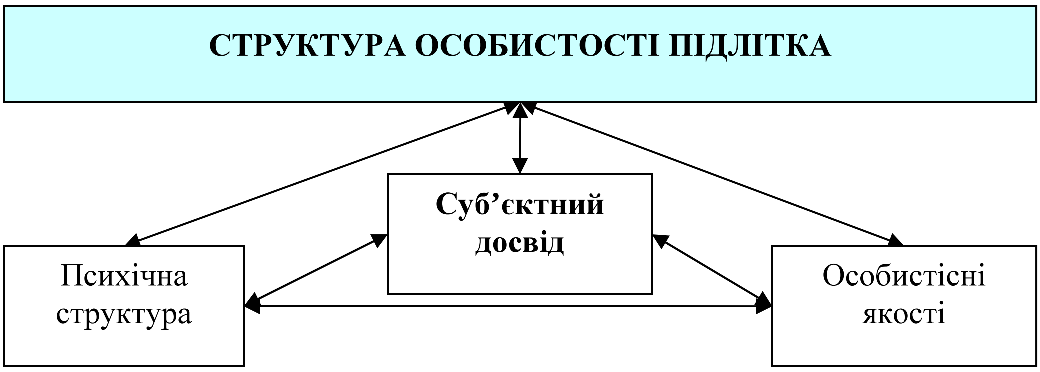


Рис. 1

Переважна більшість науковців, які досліджують проблеми особистісно орієнтованої освіти та шляхи її реалізації на практиці, відносять категорію «суб'єктного досвіду» до центральних понять даної теорії. Ми також відносимо її до центрального поняття, на якому базується розвиток інших підструктур (психічні структури, особистісні якості). У той самий час, відносна самостійність зазначених підструктур структури особистості надає можливість більш детально розглянути ці феномени відокремлено саме в тих аспектах, які є цікавими для ООН геометрії в основній школі. Так, під терміном «суб'єктний досвід», розуміємо «життєвий досвід конкретного учня, який включає різні форми і способи діяльності, джерелом якого є біографія учня, результати його повсякденної життєдіяльності, взаємодію зі світом речей і людей, результати навчання, у тому числі і спеціально організованого» [8, 13]. Як підкреслює В.В.Орлов [8], у традиційному, розвивальному або проблемному навчанні поняття «суб'єктний досвід» загалом не розглядається.

Розглянемо основні положення виділення психологічної складової навчального процесу

Положення перше. ***Особистісно орієнтоване навчання геометрії учнів основної школи сприяє розвитку особистості учня під впливом навчання через перетворення його суб'єктного досвіду у процесі діяльності, і цей процес має циклічний характер.*** Набуття нового особистісного досвіду залежить, насамперед, від організації і змісту навчального середовища та індивідуальних можливостей учнів певного, у даному випадку підліткового, віку. Навчання у цьому контексті розглядається як приріст індивідуального і соціокультурного досвіду.

Іншою підструктурою структури особистості виділяємо розвиток цілісних психічних структур, адекватних предмету вивчення геометрії основної школи. Поділяємо думку Н.С.Стефанової, що «при засвоєнні знання не передаються учню, а формуються у нього, причому при цілеспрямованій активній діяльності останнього, при виявленні ним власного бажання і волі. Людина сама, спираючись на закони суб'єктивної діалектики, генерує пізнавальні структури (що передбачає творчість, роботу продуктивної уяви і акти вільного вибору, оцінку і самовираження) і у ході практичної діяльності перевіряє міру їх відповідності об'єктивній дійсності» [6, 98-99]. Набуті знання є активним психічним процесом. Кожна людина вибудовує власні структури знань, що постійно поповнюються і пов'язують нові ідеї з уже відомими. Тому знання завжди особистісно значущі і в деякій мірі унікальні. Ці структури, безумовно, не можна побачити, проте їх наявність відображається в суб'єктному досвіді учня, який можна виявити. Вони – особистісне внутрішнє уявлення дитини щодо природи і будови світу, світобуття [6, 94].

Вибір психічних структур визначається специфікою матеріалу на якому вони формуються, і специфікою розумової діяльності, що визначається цим змістом і суб'єктним досвідом учня. Н.С.Подходова [9] і В.В.Орлов [8] виділяють таку цілісну психічну структуру, як *перцепт (образ сприйняття) – передпоняття – поняття*, яку доцільно розвивати на предметному змісті геометрії основної школи. Виділену психічну структуру у побудованій нами концепції ООН геометрії в основній школі ми беремо за основу.

Становлення всієї системи знань у дитини буде визначатися розвитком цілісної простої основи певної системи знань, яка диференціюється у процесі навчання, перетворюючись у голові дитини у все більш упорядковану психічну структуру. Розвиток структури забезпечує систему знань і розвиток особистості учня, що у свою чергу, перетворює суб'єктний досвід дитини, який знову, але вже на новому рівні пізнання, інтегрується з суспільно-історичним досвідом [6, 97].

Положення друге. ***Особистісно орієнтоване навчання геометрії учнів основної школи це розвиток особистості учня через формування системи знань на геометричному матеріалі, і цей розвиток визначається розвитком цілісної психічної структури перцепт – передпоняття – поняття.*** Ці психічні структури відображаються у суб'єктному досвіді учня, що дозволяє їх виділити, діагностувати і розвивати, про що мова буде йти далі. Становлення позитивних особистісних якостей під впливом ООН геометрії учнів основної школи є однією з провідних цілей всього навчання. З огляду на специфіку розвитку особистості людини загалом і підлітків зокрема, виділяємо такі особистісні якості, які доцільно формувати у підлітковому віці на матеріалі геометрії:

1) самоуправляючі механізми психіки через становлення і розвиток емоцій, внутрішніх критеріїв самооцінки, самоконтролю;

2) адекватні форми самостійності, самобутності, самоцінності через становлення і розвиток вмотивованої навчальної діяльності;

3) самосвідомість через становлення особистісної та інтелектуальної рефлексивності;

4) самовдосконалення через виховання інтересу до вивчення геометрії, активності у пізнанні і предметній діяльності, через запуск механізмів саморозвитку і самоактуалізації.

Важливим у цьому віці також є набуття досвіду особистісної самоорганізації через становлення уміння управляти власною поведінкою, уміння проявляти вольові зусилля по досягненню поставленої мети, що теж є соціально бажаними якостями особистості людини.

Положення третє. ***Особистісно орієнтоване навчання геометрії учнів основної школи це розвиток особистості учня через становлення позитивних (соціально бажаних) якостей особистості підлітка.***

У процесі ООН геометрії учнів основної школи, на нашу думку, розв'язується триєдина задача становлення, розвитку і саморозвитку особистості дитини, а саме:

відбуваються формування і подальший розвиток психічних структур, адекватних предмету вивчення;

відбуваються структурування і подальше збагачення суб'єктного досвіду підлітка;

розвиваються позитивні (соціально бажані) особистісні якості дитини.

Цей триєдиний процес становлення, розвитку і саморозвитку особистості та його результат і будемо називати ***особистісно орієнтованим навчанням геометрії в основній школі.*** Розвиток компонентів структури особистості підлітка забезпечує систему знань і розвиток особистості самої дитини, що, у свою чергу, перетворює суб'єктний досвід учня, розвиває функціональні механізми психіки, формує як типологічні, так і особистісні якості підлітків, їх здібності, інтереси, нахили, діяльнісні характеристики тощо.

ООН спрямоване на формування у дитини внутрішнього процесу особистісно-значущого пізнання і як наслідок – освіченість, вихованість, компетентність, самостійність, активність, здібність до освоєння нового досвіду, рефлексивність як якості особистості дитини. В якості основи проектування особистісно орієнтованого навчання геометрії основної школи виділяємо три взаємопов'язані між собою елементи (рис. 2).

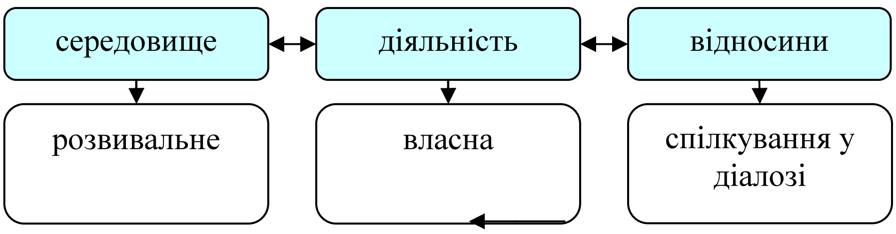


Рис. 2

А саме: ***середовище по відношенню до учня повинно бути розвивальним, діяльність дитини повинна бути переважно власною, відносини між учнем і вчителем – суб'єкт-суб'єктне спілкування у діалозі, співробітництво і підтримка***.

Ґрунтуючись на проведеному аналізі науково-методичної літератури, виділяємо такі основні характеристики особистісно орієнтованого навчання, геометрії зокрема:

визнання учня суб'єктом і метою навчання;

виявлення, структурування і подальше

збагачення суб'єктного досвіду учня;

ствердження стимулюючого і розвивального навчального середовища;

узгодження процесів навчання і учіння;

діалогічність навчання, утвердження школяра як рівноправного учасника навчального процесу;

спрямованість на підтримку індивідуального розвитку дитини;

діяльнісно-творчий характер спілкування;

надання дитині необхідного простору свободи для: прийняття самостійних рішень, творчості, вибору змісту і способів учіння і поведінки;

переорієнтація навчально-виховного процесу на постановку і розв'язання самими учнями конкретних навчальних задач (проблем): пізнавальних, дослідницьких, перетворювальних, моделюючих тощо.

1. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике / В.А.Гусев. – М.: Вербум-М, 2003. – 432 с.

2. Гуманистическая парадигма личностно ориентированного образования / Е.В.Бондаревская // Педагогика. – 1997. – № 4. – С. 11-17.

3. Загальна психологія: підруч. [для студ. внз] / [Максименко С.Д., Зайчук В.О., Клименко В.В. та ін.]; за заг. ред. академ. С.Д.Максименка. – [2-е вид., переробл. і доп.]. – Вінниця: Нова книга, 2004. – 704 с.

4. Зимняя И.А. Педагогическая психология: учеб. для вузов / И.А.Зимняя. – [2-е изд., доп., испр. и перераб.]. – М.: Логос, 2005. – 384 с.

5. Леднёв В.С. Содержание образования: сущность, структура, перспективы / В.С.Леднёв. – М.: Высшая школа, 1991. – 224 с.

6. Методика и технология обучения математике: курс лекций / [Н.Л. Стефанова, Н.С. Подходова, В.В. Орлов и др.]; под ред. Н.Л.Стефановой, Н.С.Подходовой. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.

7. Методика обучения геометрии: [уч. пособ. для студ. высш. пед. учебн. завед.] / [В.А.Гусев, В.В.Орлов, В.А.Панчишина и др.]; под ред. В.А.Гусева. – М.: Академия, 2004. – 368 с.

8. Орлов В.В. Построение основного курса геометрии общеобразовательной школы в концепции личностно ориентированного обучения: дис…докт. пед. наук: 13.00.02 / Орлов Владимир Викторович. – СПб., 2000. – 384 с.

9. Подходова Н.С.Теоретические основы построения курса геометрии 1–6 классов: дис...д-ра. пед. наук: 13.00.02 / Подходова Наталия Семеновна. – М., 1999. – 384 с.

10. Саранцев Г.И. Методология обучения математике / Г.И.Саранцев. – Саранск: Красный Октябрь, 2001. – 141 с.

11. Сериков В.В. Личностный подход в образовании: концепция и технологии / В.В.Сериков. – Волгоград: Перемена, 1994. – 152 с.

12. Слєпкань З.І. Проблеми особистісно орієнтованої математичної освіти учнів середньої школи / З.І.Слєпкань // Математика в школі. – 2003. – № 9. – С. 3-4.

13. Якиманская И.С. Технология личностно-ориентированного образования / И.С.Якиманская. – М.: Сентябрь, 2000. – 176 с.

14. Яценко С.Є. Реалізація ідей особистісно орієнтованого навчання математики через диференціацію / С.Є.Яценко // Методи викладання та історія математики: праці Українського матем. конгресу. – 2001. – К.: Ін-т матем. НАН України, 2006. – С. 80-85.

Резюме. **Яценко С.Е., Грамбовская Л.В. ОСОБЕННОСТИ ЛИЧНОСТНО ОРИЕНТИРОВАНОГО ОБУЧЕНИЯ.** *Обосновываются основные теоретические положения личностно ориентированного обучения, выделяются его особенности по сравнению с традиционным, развивающим и проблемным обучениями, раскрывается специфика личностно ориентированного обучения геометрии в основной школе.*

Summary. **Yatsenko S., Grambovska L. CHARACTERISTIC FEATURES OF PERSONALITY-ORIENTED TRAINING.** *Theoretical principles of personality-oriented learning are founded. Its characteristic features are compared with traditional developing and problem-solving-oriented learning are emphasized. Specifics of the personality-oriented training of geometry at the Secondary School are explained in the article.*

Стаття представлена професором В.О.Швецем.
Надійшла до редакції 19.04.2009р.

ТРАНСФОРМАЦИЯ ЦЕЛЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ (ИСТОРИЧЕСКИЙ ОПЫТ)

Е.А.Павлова,
преподаватель,
Севастопольский национальный университет ядерной энергии и промышленности,
г. Севастополь, УКРАИНА

У статті характеризується відношення до системи шкільного навчання в різні історичні періоди; проаналізовано визначення мети навчання математики; розкриті поняття суспільства відносно «міста і ролі» математики в системі національних освітніх цінностей.

Постановка проблемы. Математика среди школьных предметов появилась настолько давно, насколько давно появилась сама система школьного обучения. В разные исторические периоды отношение к ней было различным, но практически всегда школьная математика признавалась прогрессивно мыслящей частью общества одним из важнейших общеобразовательных предметов.

Государственные потребности в определенном уровне математической подготовки в общеобразовательной школе и приоритеты школьного математического образования декларируются в целях обучения математике. Цели отражают преобладающие в обществе представления относительно «места и роли» математики в системе национальных образовательных ценностей, ее связей с другими направлениями интеллектуальной и практической деятельности человека.

На определение целей обучения математике влияют экономические, прагматические, социокультурные, идеологические установки общества. От того, какая из них доминирует в общественном сознании в тот или иной исторический промежуток времени, зависит внедидактическая и дидактическая направленность целей обучения, определение тех образовательных ориентиров, которые считаются обществом неотъемлемой частью собственного развития.

Исследование исторического опыта целеполагания позволяет понять причины трансформационных процессов в нынешнем целеполагании и выйти на прогнозные оценки, касающиеся отношения общества к школьной математике как составляющей общеобразовательной подготовки учащейся молодежи.

Актуальность темы определяется необходимостью осознания факторов, обуславливающих целеполагание в школьном математическом образовании в связи с теми изменениями в структуре и содержании школьного курса математики, которые происходили и которые происходят на современном этапе перестройки системы общего среднего образования.

Целью *статьи является анализ исторического опыта целеполагания и социокультурных процессов, в контексте которых происходили трансформации целей, содержания и методов обучения математике в школе.*

Изложение основного материала. Развитие капиталистических отношений в России конца XIX – начала XX столетия, успехи российских ученых активизировали потребности в математически просвещенной молодежи, способной на высоком уровне овладевать классическими университетскими и инженерными программами подготовки специалистов, содержанием общего и реального образования. Вопросы качественного образования приобрели общественную актуальность, о чем свидетельствуют не только развитие сети общеобразовательных учебных заведений (где основными предметами были русский язык и математика), но и обсуждение путей реформирования математической составляющей образования на I и II Всероссийских съездах преподавателей математики (27.12.1911 – 3.01.1912 г., 26.12.1913 – 3.01.1914 г.).

В этот период активизируется работа по обеспечению математических дисциплин методическими материалами, расширяется издание специальной литературы для учителей математики, профессиональной методической литературы для учебных заведений, готовящих будущих учителей, пособий для внеурочной работы по математике для учащихся общеобразовательных школ и начальных училищ и т.п.

Эта тенденция находит отражение в прагматичных целях обучения арифметике в начальных училищах, а также в общеобразовательных школах и гимназиях, где, кроме более сложного арифметического материала, программой предполагалось изучение элементарной геометрии и начал алгебры.

В частности, Ф.А.Эрн высказывает общепринятую в то время точку зрения на цели обучения арифметике: «Арифметика должна дать учащимся навык и уменье решать *задачи*. Решение всякой задачи состоит в определении зависимости между данными в задаче числами и искомыми и в производстве ряда *арифметических действий*. Эти действия совершаются над *числами*, составляемыми и письменно обозначаемыми по известным правилам». Говоря о целях методики арифметики, Ф. А. Эрн отмечает, что она о *материале*, подлежащем изучению; о *цели* обучения начальной арифметике; о *приёмах* и *методах* обучения этому предмету и о наилучшем построении курса начальной арифметики.

Октябрьская революция не оставила без реформирования систему образования. В основу образовательной политики были поначалу положены три основных источника: соответствующие декреты и проекты эпохи Великой французской революции, документы, подготовленные Комитетом по образованию Временного правительства и книга Блонского «Трудовая школа».

Главной доминантой 1918-1919 гг. стал курс на разрушение старой школы, которая воспринималась исключительно негативно – как школа зубрежки, насилия, подавления детской личности.

Сейчас же мы говорим о личностно-ориентированном обучении, имея в виду обеспечение условий для креативного развития личности и ожидая от нее в будущем весомого интеллектуального вклада в социокультурные и экономические отношения в государстве. Но в 1918-1919 гг. подобные представления о месте личности в обществе не разделялись.

Так, Б.А.Плюснин-Кронин высказывает исчерпывающую точку зрения партийных идеологов образования: «Ни о какой абсолютной свободе школы речи быть не может. Все ее направление и содержание определяется: 1) целевыми предначертаниями государства; 2) жизнью – бытием, не нее со всех сторон влияющим».

На фоне подобных «революционных» взглядов и требований в 1920 году принимается первый советский учебный план и программа обучения.

Цели математической деятельности в новых программах сводились к овладению учащимися «сведениями о природе и жизни» и утилитарным математическим умениям, необходимым для повседневной жизни на том образовательном уровне, на котором находилась большая часть населения страны. Ни о формировании системы теоретических знаний, ни об интеллектуальном развитии учащихся, речь не шла.

Народный комиссар А.В.Луначарский настойчиво рекомендует сельским учителям новое направление «работы» – овладение агрономической наукой – поскольку практика показывает, что заниматься преподаванием арифметики, грамматики, природоведения (естествознания) при отсутствии информационных ресурсов стает практически невозможно.

Очевидно, что в таких условиях учителю невозможно заниматься учебным процессом, арифметикой и грамматикой, повышением своего методического уровня, самообразованием.

Волна идеологизации системы работы в начальной и общеобразовательной школе привела к фактическому отказу от традиционной классно-урочной системы. Цели обучения предметам (в частности – математике) в этот период вовсе не ориентировались на приобретение предметных знаний и овладение определенными предметными умениями и навыками, на интеллектуальное развитие личности.

Однако, некоторое время спустя, во второй половине 20-х годов была частично возвращена предметная система преподавания при сохранении общего трудового характера школы. Среди дисциплин, удостоившихся возвращения в предметную систему преподавания, была и математика, но цели ее обучения оставались направленными на формирование умений и навыков, необходимых в повседневной жизни обычному гражданину в государстве с низким уровнем образованности.

В период с 1929-1937 гг. происходят кардинальные изменения в реформировании отечественной системы образования.

Основным фактором, обусловившим разворот советской школы на новый курс, стала острая потребность в квалифицированных кадрах, способных обеспечить развитие промышленности и разворачивание военных программ для достижения доминирующего положения СССР на европейском политическом и экономическом пространстве.

В 1937 году состоялся пересмотр учебных планов и программ по математике и переориентация целей ее преподавания на знаниевую парадигму общего среднего образования как базы для среднего специального и высшего. Осознание роли математики как фундамента для изучения всех без исключения технических дисциплин в высшей школе и влияния математики на интеллектуальное развитие личности обуславливало временное смещение идеологической составляющей на второстепенные роли.

Цели обучения арифметики в начальной школе в этот период были сориентированы на обеспечение знаний, умений и навыков, необходимых для продолжения обучения в средней общеобразовательной школе. Соответственно было определено место начального курса математики среди предметов общеобразовательной школы (в частности, очерчены его связи с другими предметами), что вызвало необходимость придирчивой систематизации и структуризации его содержания и методов решения задач.

Так, Е.С.Березанская, известная в первой половине XX ст. советский методист-математик отмечает, что «цель обучения математике, как и другим наукам в советской школе, – воспитывать патриотов нашей великой Советской Родины, которые владели бы основами науки и были способны применять свои знания для великого дела построения коммунистического общества» [1, с. 5].

С определенной таким образом целью арифметика и математика (как школьные учебные предметы) «просуществовали» почти два десятилетия, пока в 1958 году не было введено обязательное восьмилетнее образование. Цель овладения основами математических знаний и умений их применения включает «развивающую» и «воспитательную» (в математическом понимании) составляющие, поскольку абстрактный характер предмета изучения требует от учащихся активной и длительной мыслительной деятельности на высоком уровне идеализации.

Целью изучения арифметики в восьмилетней школе является развитие вычислительных навыков в действиях над целыми и дробными числами, ознакомление с наиболее распространенными в повседневной жизни зависимостями величин, изучение простейших сведений по геометрии и применение полученных знаний при решении задач и выполнении расчетов практического характера.

Как видно, в постановке целей отражается только собственно математическая сторона математической деятельности в 5-6 классах восьмилетней школы, а именно: развитие тех навыков, первичным формированием которых должна заниматься начальная школа, и подготовка учащихся к изучению систематического курса геометрии через пропедевтическую работу с геометрическим материалом.

В 50-е годы школьная математика рассматривалась большинством преподавателей и методистов как предмет, содержание и методы которого находятся вне идеологии.

Однако новая реформа школы, начавшаяся в 1964 году, вместе с переходом на одиннадцатилетнее образование и возвращением школе статуса «трудовой», повлекла кардинальное реформирование системы преподавания математики: полное обновление структуры и содержания математических дисциплин в начальном, среднем и старшем звеньях школы, разработку нового методического обеспечения, пересмотр целей обучения математике и т.п.

Так авторы официального пособия по методике преподавания математики [5;6] для педагогических институтов цели преподавания математики делят на три категории (общеобразовательные, воспитательные, практические) и формулируют таким образом:

«Общеобразовательные цели. Сообщить ученикам определенный круг знаний, позволяющих понимать количественные отношения и зависимости простейших явлений реального мира и разбираться в формах его. Эти знания должны содействовать воспитанию у школьников марксистско-ленинского мировоззрения, развивать логическое мышление и пространственное воображение их …

Воспитательные цели. Важной задачей преподавания математики является воспитание у учащихся диалектико-материалистического мировоззрения, чувства советского патриотизма и национальной гордости. На уроках математики нужно показать, что основной движущей силой развития математики является производственная деятельность людей и что все объекты, исследуемые в школе, заимствованы из реального мира. Овладение идеей функциональной зависимости в школьном курсе математики развивает у учеников диалектическое мышление. Задачи, материалом для которых являются факты из жизни, воспитывают любовь и чувство гордости за нашу страну, страну строителей коммунистического общества …

Подготовка к практической деятельности при обучении математике состоит в том, чтобы учащиеся приобрели умение и навыки прилагать теорию к практике, то есть использовать знания для решения математических вопросов и задач, которые возникают в повседневной жизни в быту и в производственных процессах. Для этого учащиеся должны научиться выделять математическую сторону наблюдаемого явления, жизненного факта и относить его к соответствующему кругу понятий, математических зависимостей и законов. Учащиеся должны научиться пользоваться инструментами и приборами для измерения, таблицами, справочниками, графиками и логарифмической линейкой для вычислений».

Очевидно, что практические цели обучения сформулированы в соответствии с представлениями того времени о практической ценности обучения математике.

Общеобразовательная цель ограничивается сообщением учащимся определенного круга знаний и на этом миссия учителя считается законченной, вся дальнейшая ответственность за овладения знаниями возлагается на учащихся.

Особое внимание обратим на идеологическую составляющую, которая для определенной части учителей и методистов была своего рода спасением, поскольку ею можно было прикрывать и профессиональную несостоятельность, и математическую безграмотность, и собственную интеллектуальную неразвитость.

Таким образом, в 70-е годы среди методистов и педагогов целеполагание в системе образования обрело ярко выраженную коммунистическую окраску и цели обучения математике стали непременно связываться со всем «коммунистическим»: давать учащимся прочные знания основ наук, формировать у них высокую коммунистическую сознательность, готовить к жизни, к сознательному выбору профессии [3].

Возникает ряд принципиальных вопросов (исключительно в историческом аспекте):

• какими физиологическими и психологическими закономерностями развития ребенка младшего школьного возраста руководствоваться, чтобы «формировать … высокую коммунистическую сознательность» в процессе обучения математике?

• какая связь между начальным курсом математики и коммунистической сознательностью?

• с помощью каких средств учитель должен формировать у младших школьников «высокую коммунистическую сознательность» в процессе обучения математике?

• с помощью каких средств предмета математики учитель начальных классов должен был готовить младших школьников к сознательному выбору профессии?

Однако, формулируя далее задачи обучения математике в средней школе, те же авторы ведут речь лишь о «сознательном овладении математическими знаниями и навыками: а) необходимыми в повседневной жизни и работе каждому члену современного общества, б) составляющими необходимую основу изучения в школе других наук, в) достаточными для самостоятельного продолжения образования после школы, чтения научно-популярной и технической литературы и т.п.». Не остается без внимания «большое значение обучения математике для общего развития умственных способностей учащихся, формирования навыков логического мышления, воображения и изобретательности» [3, с. 12].

Соотнося очерченные выше позиции касательно задач преподавания математики в начальной и средней школе, следует отметить их непоследовательность и сюрреалистичность. Ориентация именно учителей начальных классов на реализацию в обучении математики не свойственных ей идеологических функций свидетельствует не только об извращенном целеполагании, но и об усилении идеологического давления на процесс обучения математике и его трансплантацию даже в начальную школу.

Вместе с этим, в конце 70-х годов можно наблюдать и изменение приоритетов в целях обучения математике. В частности, на первом месте в обучении математике в начальной школе методистами почти единодушно стали закрепляться идеологические цели. Второе место отводилось целям формирования личностных качеств учеников и общеучебных умений. На третью позицию была смещена цель привития учащимся умений и навыков, необходимых в жизни. И, наконец, последнее (четвертое) место было отведено развивающим целям [2].

Выстроенные таким образом цели (идеологические – личностные и общеучебные – предметные – развивающие) с достаточной полнотой отражает общественную точку зрения и на общее среднее образование вообще, и на обучение математике в начальной и средней школе в частности.

Однако с начала 80-х годов ситуация меняется. В 1980 г. журналом «Коммунист» на повестку дня были вынесены вопросы «О математике и качестве ее преподавания» (Л.Понтрягин). Это породило новую волну реформаторских и коррекционных мер, затронувших не только содержание обучения математике в средней школе, но и докатившихся до начальной школы. К процессу были привлечены новые специалисты-математики (А.В.Погорелов, С.А.Теляковский и др.) и методисты лабораторий математики и начального обучения НИИ содержания и методов обучения АПН СССР.

Сложность задачи пересмотра содержания школьного курса математики, внедрение в систему преподавания математики в школе обязательных результатов обучения, необходимость обновления дидактических материалов и средств методической поддержки школьного курса математики отодвинули на задний план дальнейшую идеологизацию целей обучения математике.

Первую половину 80-х годов можно считать определяющей в будущем освобождении содержания и целей школьной математики от всего не математического.

Первые сдвиги появились в программме по математике для 1-4 классов (1986 г.), где отмечалось, что на начальную школу возлагаются задачи формирования у учащихся представлений о натуральном числе, усвоения смысла и приемов выполнения арифметических действий, формирования прочных вычислительных навыков.

Изучение начального курса математики должно заложить практическую основу для дальнейшего изучения математики. Учебные цели изучения математики определяются требованиями к математической подготовке учащихся. На конец обучения в начальных классах учащиеся должны научиться выполнять арифметические действия над натуральными числами; ознакомиться с простейшими величинами и их единицами, научиться применять их при решении задач; научиться решать простые и несложные составные текстовые арифметические задачи; научиться распознавать и изображать простейшие геометрические фигуры.

В этот же период ведущие методисты-математики стараются донести до сознания будущих учителей математики идею, что ведущая цель в обучении математики должна быть направлена на развитие математического мышления учащихся, а иные цели должны быть подчинены ей и сориентированы на продолжение образования в высшей школе, обеспечение потребностей практической деятельности, поддержку политехнического компонента школьного образования. Так, А.А.Столяр в известном пособии по педагогике математики отмечает:

«Исходя из общих целей обучения и воспитания, из специфики математики как науки, ее роли и места в современной системе наук, в технике и производстве, ее значения в жизни современного общества, можно следующим образом сформулировать цели обучения математике в средней общеобразовательной школе:

1) развитие математического мышления учащихся;

2) приобретение ими глубоких и прочных теоретических знаний элементарных начал математической науки, необходимых для продолжения образования в высшей школе и для практической деятельности, а также умения и навыки применения этих теоретических знаний в разных конкретных ситуациях;

3) понимание учащимися научных основ современной техники и современного производства, разумеется, в той части, в которой это касается использования математических методов в технике и на производстве (политехническое образование)» [7, с. 24-25].

Подобные цели обучения математике одобрительно воспринимались далеко не всеми методистами. Определенная их часть не могла отойти от десятилетиями навязываемых идеологических стереотипов.

Характеризуя состояние дел в системе образования в последующие годы, В.Г.Кремень обращает внимание на то, что «…в основном у нас сохранилось образование индустриального периода производства. Сохранилось образование авторитарного общества с соответствующими общественными отношениями и требованиями к человеку. … Процессы, происходящие в образовании, так или иначе отражают то, что происходило и происходит в обществе в целом. … Поэтому, почитая и уважая достигнутое, необходимо постоянно говорить о необходимости перемен, о необходимости модернизации. Мы должны настраивать на это учителя» [4].

Наметившиеся в последние годы модернизационные процессы в современной начальной и общеобразовательной школе, создают предпосылки для основательного структурирования целевых компонентов, освобождения целей от лишних составляющих, которые к математической (и иной предметной) деятельности и ее воспитательным результатам не имеют отношения.

Вывод. Прошлое столетие оказалось весьма богатым на политические события и среди них нашлось достаточно таких, которые оказали определяющее влияние на постановку и общее направление развития школьного математического образования. В соответствии с этим происходила трансформация целей обучения математике, варьировались результаты обучения математике в школе, изменялся уровень математической культуры общества и его отношение к математике как учебному предмету в системе общего среднего образования.

1. Березанська Є.С. Мета навчання арифметиці / Є.С.Березанська // Методика арифметики. – К.: Державне уч.-пед. видавництво «Рад. шк.», 1955. – С. 5–7.

2. Завдання навчання математики в I-III класах / М.О.Бантова, Г.В.Бельтюкова, О.М.Полевщикова // Методика викладання математики в початкових класах. – Київ: Головне видавництво видавничого об'єднання «Вища школа», 1977. – С. 7–8.

3. Задачи и содержание начального обучения математике // Методика начального обучения математике: [уч. пос. для ст-ов пед. ин-тов по спец. «Педагогика и методика начального обучения» / под ред. Скаткина М.Н.]. – М.: Просвещение, 1972. – С. 12–15.

4. Кремень В.Г. Освіта в XXI столітті має стати пріоритетом у будь-якому суспільстві // Математика в школі. – 2002. – № 6. – Обкл+С. 2–3.

5. Методика преподавания математики: [пособие для учительских ин-тов / под общ. ред. Ляпина С.Е.] – Л.: Учпедгиз, Ленингр. отделение, 1952. – 452 с.

6. О задачах советской школы и целях преподавания математики / С.А.Гастева, Б.И.Крельштейн, С.Е.Ляпин, М.М.Шидловская // Методика преподавания математики в восьмилетней школе. – М.: Просвещение, 1965. – С. 5–8.

7. Столяр А.А. Цели обучения математике / А.А.Столяр // Педагогика математики. – Мн.: Вышэйшая школа, 1986. – С. 24-25.

Резюме. **Павлова Е.А. ТРАНСФОРМАЦИЯ ЦЕЛЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ (ИСТОРИЧЕСКИЙ ОПЫТ).** *В статье характеризуется отношение к системе школьного обучения в различные историческое периоды, даётся анализ определения целей обучения математике, раскрываются представления в обществе относительно «места и роли» математики в системе национальных образовательных ценностей.*

Summary. **Pavlova H. AIMS' TRANSFORMATION OF MATHEMATICAL EDUCATION (HISTORICAL EXPERIENCE).** *The attitude to the system of school education in different historical periods is analyzed. The analysis of defining aims of teaching mathematics are given. The conceptions in the society related to the «place and role» of mathematics in the system of national educational values are revealed.*

Стаття представлена професором М.Я.Ігнатенком.
Надійшла до редакції 22.03.2009р.

РОЛЬ ЭЛЕМЕНТОВ ИСТОРИЗМА В ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПЫТА УЧАЩИХСЯ

И.А.Акуленко,
канд. педагог. наук, доцент,
Черкасский национальный университет им. Б. Хмельницкого,
г. Черкассы, УКРАИНА

У статті розглянуто приклади включення елементів історизму у процес навчання математики з метою формування досвіду учнів у застосуванні геометричних побудов для доведення алгебраїчних тотожностей і розв'язування рівнянь.

Формирование математических компетентностей учащихся необходимо осуществлять в контексте обогащения их опыта в применении математических знаний. С этой целью можно, с одной стороны, формировать собственный опыт учащихся, с другой – приобщать школьников к историческому математическому опыту ушедших поколений. С этой точки зрения неоценимую помощь оказывает включение элементов историзма в учебный процесс.

Изучение вопросов истории математики в школе преследует две взаимосвязанные цели: общеразвивающую и предметную. Общеразвивающая составляющая заключается в том, что посредством рассмотрения истории формирования, развития и трансформации математической науки формируется и развивается научное мировоззрение учащихся, познавательный интерес, желание приобщится к таинству открытия нового в науке, понимание того, что «природа разговаривает с нами на языке математики». Изучение вопросов истории математики в рамках специально предметной подготовки предусматривает вооружение учащихся историко-математическими знаниями, которые проясняют сущность математических понятий, идей, теорий, и изучаются в школьном курсе математики.

Проблематика введения элементов историзма в процесс обучения математике рассматривалась в работах известных математиков, педагогов и методистов Б.В.Гнеденко, Г.И.Глейзера, Н.Я.Виленкина, Г.П.Бевза, В.Г.Бевз, Ю.А.Дробышева, В.И.Жохова, Л.Я.Зориной, О.А.Савиной, А.Я.Хинчина и др. Авторы указывают на то, что рассмотрение с учащимися элементов истории математики возможно как в ходе уроков, так и во внеурочное время. При этом использование фактического исторического материала при изучении отдельных тем следует построить так, чтобы исторические факты и математический программный материал органически переплетались. Ознакомление учащихся с историко-математическими вопросами возможно также на спецкурсах, факультативах, кружках, конференциях, вечерах.

Данная статья посвящена методике включения элементов античной математики, в частности, истории возникновения и развития геометрической алгебры в программу факультативных занятий или спецкурсов с целью ознакомления учащихся с опытом применения геометрических построений для доказательства алгебраических тождеств и решения уравнений. Мы предлагаем один из спецкурсов в 8 классе посвятить изучению некоторых фактов из античной математики, связанных с геометрической алгеброй.

Рассмотрение исторических фактов античной математики на факультативах или на спецкурсах в 6-8 классах, по нашему мнению, следует проводить используя принцип «концентризма», рассматривая и разворачивая несколько содержательных линий: в 6-м классе изучить некоторые специальные виды чисел, которыми оперировали античные математики (фигурные, совершенные, дружественные) в 7-м классе большее внимание уделить некоторым видам чисел, связанных с именами выдающихся математиков (числа Эйлера, Каталана, Мерсенна и т.д.). Вопросы, связанные с геометрической алгеброй, целесообразно изучать в 8 классе.

Знакомство учащихся с развитием античного понятия о числе можно начать с короткого сообщения о социально-экономических предпосылках развития древнегреческой культуры. Особое внимание следует уделить методологии научного познания античных математиков, особенностью которой было телесное понимание мира. А.Ф.Лосев указывает [1], что античная математика необходимым образом предполагает телесное и чисто величинное отношение к числу: число – всегда величинно, телесно, чувственно, то есть осязаемо.

Затем следует остановиться на том, что характерными особенностями развития математики в древней Греции стали:

- *соперничество* в ходе решения чисто математических проблем;
- *опора на математическое наследие* древних египтян и вавилонян;
- *рационализм* научных изысканий;
- *доказательность* основных математических положений.

Особое внимание следует уделить доказательности рассуждений в античной математике. Техникой доказательства ранней греческой математики, как в геометрии, так и в арифметике первоначально являлась простая попытка придания наглядности. Конкретными разновидностями такого доказательства в арифметике было доказательство при помощи камешков, в геометрии – путем наложения. Но сам факт наличия доказательства говорит о том, что математические знания воспринимались не догматически, а в процессе первоначального предметного оперирования и, в дальнейшем, абстрагирования и обобщения.

Выделяют несколько математических школ Древней Греции: ионийскую (в Милете), пифагорейскую, школы Платона и Аристотеля, александрийскую и некоторые другие. Особое значение для становления современной математики имеет школа Пифагора.

Ученики живо интересуются фактами биографии Пифагора, так как в истории науки трудно найти ученого, чье имя было бы окружено таким же количеством легенд и мифов, как имя великого греческого математика. И поэтому школьники находят много дополнительных материалов, иногда противоречивых, связанных с его именем. Учителю необходимо подчеркнуть, что достижения, обычно приписываемые Пифагору, относятся к трудам его школы (братства религиозного, философского и научного характера). Сила личности, мудрость Пифагора, его философские взгляды привлекали к нему многочисленных единомышленников. Приверженцы Пифагора совершали тайные обряды и занимались изучением наук; у них было общее имущество, и свои научные результаты они делали общим достоянием.

Важно заметить, что Пифагорейская система знаний состояла из четырех разделов: арифметики (науки о числах), геометрии (учении о фигурах и их измерении), музыки (учении о гармонии, или теории музыки) и астрономии (учении о строении Вселенной). Все они объединялись одним словом «*матема*», или «*математика*», – учение, знание.

Знакомясь с достижениями Пифагорейской школы, учащиеся так же, как некогда ученики Пифагора, приходят к открытию несоизмеримых отрезков, так как из теоремы Пифагора с необходимостью следует, что длина диагонали квадрата со стороной равной 1 не выражается никаким рациональным числом. Но древние греки знали только рациональные числа. Поэтому они получили совершенно парадоксальное утверждение: длину диагонали квадрата со стороной равной 1 нельзя измерить никаким числом.

Открытие несоизмеримости в античности показало, что, владея только рациональными числами, нельзя найти длину любого отрезка. Значит, множество отрезков шире множества рациональных чисел. Древние греки решили строить математические теории с помощью геометрических фигур и оперирования с ними. Таким образом, учащиеся знакомятся с элементами геометрической алгебры, которая давала возможность в античности решать алгебраические уравнения с помощью геометрических построений. Предпочтительно, чтоб основные понятия учащиеся формировали самостоятельно, повторяя путь открытия нового некогда пройденный древними греками.

Учителю следует заметить, что основными объектами геометрической алгебры были отрезки, прямоугольники, параллелепипеды. Учащиеся вводят операции сложения, вычитания и умножения в геометрической алгебре. Сложение и вычитание отрезков естественно производить путем сопоставления (мысленного или предметного) двух отрезков (рис. 1).

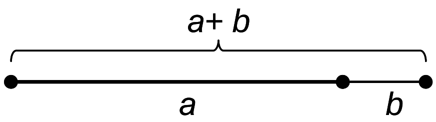


Рис. 1

Вычитать следует из большего отрезка меньший (рис. 2).

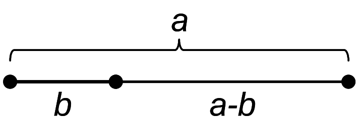


Рис. 2

Некоторое замешательство у школьников вызывает операция умножения, но спровоцированный учителем «выход» за пределы прямой в плоскость и пространство, позволяет учащимся трактовать произведение двух отрезков *ab* как площадь построенного на них прямоугольника. А произведение трех отрезков *abc* как объём прямоугольного параллелепипеда с соответствующими измерениями.

Далее учитель предлагает учащимся доказать средствами геометрической алгебры известные алгебраические тождества: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ (рис.3).

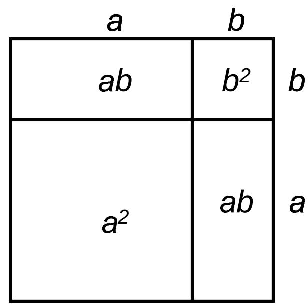


Рис.3

Следующее тождество:

$$ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

требует дополнительных построений, так как левая часть равна площади прямоугольника со сторонами a и b, а правая – разности площадей квадратов со сторонами $\frac{a+b}{2}$ и $\frac{a-b}{2}$ соответственно.

Рассмотрим прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = a$ и $AD = b$ (рис.4).

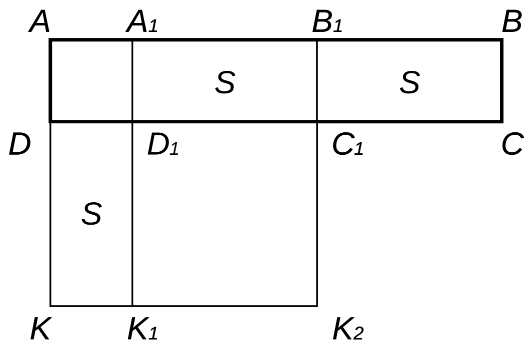


Рис.4

Выделим квадраты со сторонами $\frac{a-b}{2}$ и $\frac{a+b}{2}$ соответственно. Для этого вначале построим разность отрезков a и b: $A_1B = a - b$ Разделим отрезок A_1B пополам: $A_1B_1 = \frac{a-b}{2}$. От точки D отложим отрезок $DK = A_1B_1 = \frac{a-b}{2}$, тогда $AK = b + \frac{a-b}{2} = \frac{a+b}{2}$.

Построим квадрат $D_1C_1K_2K_1$ со стороной $\frac{a-b}{2}$ и квадрат AKK_2B_1 со стороной $\dfrac{a+b}{2}$. Имеем

$$ab = S_{ABCD} = S_{AA_1D_1D} + S_{A_1B_1C_1D_1} + S_{B_1BCC_1}$$

Так как прямоугольники B_1BCC_1 и DD_1K_1K равновелики, следовательно

$$ab = S_{AA_1D_1D} + S_{A_1B_1C_1D_1} + S_{DD_1K_1K} =$$

$$= S_{AB_1K_2K} - S_{D_1C_1K_2K_1} = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2.$$

Тождество доказано.

Можно предложить учащимся придумать задачи на построение, которые сводились бы к решению квадратных уравнений. Учащиеся самостоятельно приходят к тому, чтобы в качестве исходного пункта рассуждений взять известные им виды квадратных уравнений, простейшее из которых $x^2 = c$ и переформулируют задачу: решить квадратное уравнение вида $x^2 = ab$, где $ab = c$ – это значит построить квадрат равновеликий данному прямоугольнику. Учитель подчёркивает, что такие построения древние греки осуществляли только с помощью циркуля и линейки.

Из тождества, приведенного выше, получим: $x^2 = \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a-b}{2}\right)^2$

Отрезок x является катетом прямоугольного треугольника, у которого даны катет $\left(\dfrac{a-b}{2}\right)$ и гипотенуза $\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$. С помощью циркуля и линейки легко построить искомый отрезок x.

Преобразовать прямоугольник в квадрат можно и другим способом, с помощью следствий из теоремы Пифагора. Площади квадратов, построенных на катетах, равны площадям прямоугольников (рис.5), т.к.

$$AC^2 = AK \cdot AB = AK \cdot AA_2$$

$$CB^2 = BK \cdot AB = BK \cdot BB_2.$$

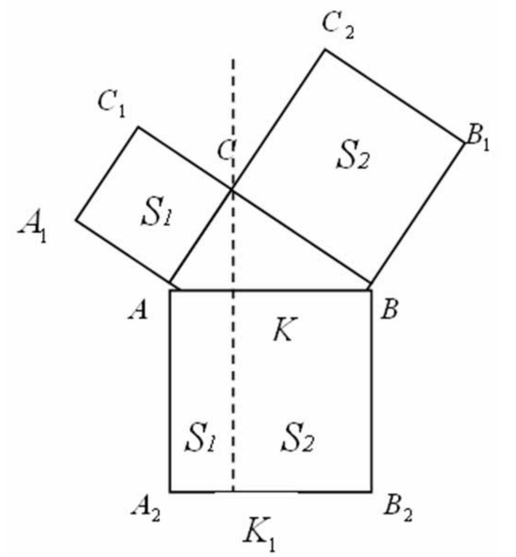


Рис. 5

Таким образом, если дан прямоугольник $ABCD$, то выполняем такую последовательность операций (рис. 6):

1) достраиваем квадрат AB_1C_1D;

2) строим окружность с диаметром AB_1;

3) обозначим точку K – точку пересечения прямой и окружности, треугольник AKB_1 прямоугольный;

4) на стороне AK построим квадрат. Площадь квадрата равна площади данного прямоугольника, а сторона – неизвестному значению x.

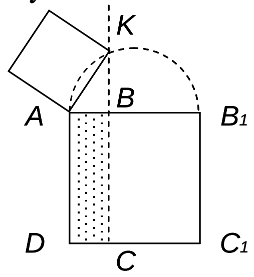


Рис. 6

Следующим заданием может быть решить квадратное уравнение вида $x^2 + ax - S = 0$. Следует предложить учащимся переформулировать задание в терминах геометрической алгебры. При этом ответы могут варьироваться в зависимости от того, к какому виду сведётся данное уравнение. Если к виду $x^2 = S - ax$, значит, от прямоугольника заданной площади нужно отсечь прямоугольник так, чтоб получился квадрат. Если же уравнение будет иметь вид $x(a+x)=S$, то до данного отрезка a необходимо достроить прямоугольник заданной площади S так, чтобы «избыток» был квадратом (рис. 7).

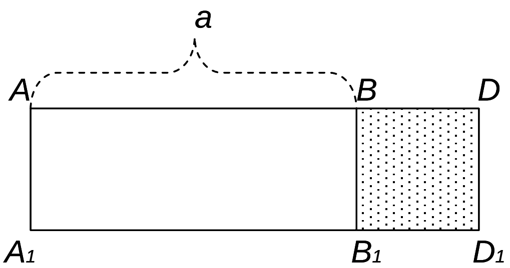


Рис. 7

Такую задачу в древности называли гиперболической. Название произошло от греческого слова «избыток» (гипербола). Термин ввел Аполлоний (около 200 г. до н.э.)

После рассмотрения этого задания естественно возникает проблема приложения к данному отрезку a прямоугольника заданной площади S так, чтобы «недостаток» был квадратом. Это значит, что на отрезке AB нужно построить прямоугольник AA_1D_1D (рис. 8), площадь которого равна S, так, чтобы «недостаток» $DBB_1\ D_1$ был квадратом. Учащиеся приходят к выводу, что, если заданный отрезок AB обозначить a, а BD – x, тогда античная задача запишется в виде квадратного уравнения $x(a-x)=S$.

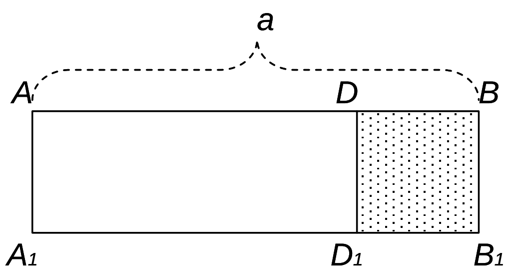


Рис. 8

Учитель сообщает, что такую задачу стали называть эллиптической, потому что так звучало слово «недостаток» на греческом языке. Этот термин встречается у Архимеда в III в. до н.э.

Приведенные примеры позволяют получить представление о геометрической алгебре и приобщить учащихся к историческому опыту решения квадратных уравнений средствами геометрических построений.

1.Лосев А.Ф. Очерки античного символизма и мифологии / А.Ф.Лосев [Электронный ресурс]. – режим доступа: http://psylib.org.ua /books/lose000/txt004.htm#15.

2.Филинова О.Е. Математика в истории мировой культуры: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям в области информ. безопасности / О.Е.Филинова. – М.: Гелиос АРВ, 2006. – 222 с.

3.Дорофеева А. В.Страницы истории на уроках математики / А.В.Дорофеева; Всесоюз. ассоц. учителей математики. – Л.: Журн. «Квантор», 1991. – 96, [1] с.

4.Бевз В.Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів : монографія / В.Г.Бевз. – К.: НПУ ім. Драгоманова, 2005. – 360 с.

Резюме. **Акуленко И.А. РОЛЬ ЭЛЕМЕНТОВ ИСТОРИЗМА В ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПЫТА УЧАЩИХСЯ.** *Рассматриваются примеры включения элементов историзма в процесс обучения математики с целью формирования опыта учащихся в применении геометрических построений для доказательства алгебраических тождеств и решения уравнений.*

Summary. **Akulenko I. MATH HISTORY ROLE IN FORMING PUPILS MATH EXPERIENCE**. *Some examples of including math’s history elements in school math teaching are considered in the article. Their aim is to form pupils’ experience to apply some geometric constructions in order to prove algebraic statements and solve equations.*

Стаття представлена професором Н.А.Тарасенковою.

Надійшла до редакції 7.04.2009р.

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ РІВНЕВОЇ ДИФЕРЕНЦІАЦІЇ ЯК СКЛАДОВОЇ ЕВРИСТИЧНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ КЛАСАХ ЛІЦЕЇВ

Н.П.Варущик,
старший викладач,
Ніжинський державний університет,
м. Ніжин, УКРАЇНА

Розглянуто основні принципи рівневої диференціації навчання математики та її значення для розвитку особистості у процесі навчання математики в класах математичного профілю.

Прогресивним кроком у напрямі забезпечення варіативності освіти, диференціації та індивідуалізації навчання, відповідності змісту освіти запитам учнів є законодавче закріплення профільності старшої школи. Профільне навчання здійснюється у загальноосвітніх закладах різного типу, одним з яких є ліцей. На відміну від поглибленого і професійно орієнтованого профільне навчання дає змогу учням обрати сукупність предметів на взаємодоповнювальній і підтримуючій основі.

Теоретичні основи диференціації навчання як визначального фактора його демократизації та гуманізації були закладені в працях учених М.А.Мельникова, Д.А.Епштейна, Н.М.Шехмаєва, С.І.Шварцбурга.

Проблему диференціації змісту математичної освіти та самостійної діяльності учнів на різних етапах навчального процесу досліджували Є.П.Бочарова, М.І.Жалдак, І.С.Зоренко, А.М.Івасишин, Т.В.Колесник, А.З.Макоєва, Л.С.Рибалко, О.І.Скафа, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкова, А.В.Усова, В.О.Швець та інші.

Не дивлячись на спільність вибору профілю навчання учні фізико-математичних класів ліцею мають різний рівень розвитку, різні особливості складу розуму, крім того мотиви навчання в них теж можуть бути різні. Це є свідченням того, що в умовах профільного навчання слід впроваджувати рівневу диференціацію.

Диференціація повинна стосуватись усіх компонентів методичної системи навчання.

Відчутною стає потреба в методичній системі навчання, яка б забезпечувала рівневе вивчення кожної змістовної лінії шкільного курсу математики, сприяла створенню умов для застосування узагальнених видів діяльності у певній сфері, розвитку ключових компетентностей учнів як загальних цінностей, що базуються на знаннях, досвіді, здібностях набутих завдяки навчанню, зокрема соціально-особистісної, комунікативної, інформаційної, загальнокультурної.

У відповідності до поставлених завдань теоретично обґрунтовано методику реалізації принципів диференційованого навчання в процесі вивчення конкретних тем алгебри і початків аналізу, методику диференціації самостійної роботи учнів (домашніх завдань, спецкурсів за вибором, індивідуальної творчої роботи учнів у науково-природничому відділенні МАН, групової проектної діяльності учнів).

Працюючи над здійсненням рівневої диференціації у фізико-математичному класі ліцею виходимо з того, що правильне поєднання індивідуальної і колективної роботи в процесі навчання є однією з умов формування евристичної діяльності учня.

Робота з групах гомогенного складу має особливе значення на етапі осмислення та запам'ятання попередньо сприйнятого навчального матеріалу, сприяє розвитку пізнавальної самостійності, яка тісно поєднана з активністю учнів. У роботі ліцеїстів переважають вибірково-відтворююча активність – ознака більш високого рівня пізнавальної самостійності, що проявляється з енергетичних зусиллях, спрямованих на відбір із раніше засвоєних знань і прийомів діяльності, потрібних для розв'язування нових задач та творча активність – показник найвищого рівня пізнавальної самостійності учнів.

Наведемо приклад завдань різного рівня складності на уроці по темі теорема Лагранжа та наслідки з неї.

І рівень (завдання репродуктивного характеру, на усвідомлення і запам'ятання ознаки).

Користуючись ознакою сталості функції, доведіть рівність

а) $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x),\ x \in (-\infty;\infty)$;

б) $\cos^4 x - \frac{1}{8}\cos 4x = 2\cos^2 x - \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{5}{8}$.

ІІ рівень

Знайдіть значення виразу

$$\arcsin x + 3\arccos x + \arcsin\left(2x\sqrt{1-x^2}\right)$$

при $x \in \left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Для розв'язання цього завдання слід ввести в розгляд функцію, переконатися, що похідна цієї функції рівна нулю при всіх значеннях *x*, що задовольняють умову $|x| < \frac{\sqrt{2}}{2}$, а вже потім, застосувавши ознаку сталості функції і знайшовши її значення в довільній точці проміжку, зробити потрібний висновок.

ІІІ рівень

Знайти множину таких пар дійсних чисел (*a;b*), для кожної з яких справджується рівність

$$a\cos x - \cos\left(ax + b^2\right) = a - 1 - b^2,$$

для $x \in$ R.

Крім виділених етапів розв'язання попереднього завдання учні повинні ще виділити всі умови рівності похідної нулю, що дасть змогу одержати можливі значення параметрів *a* і *b*.

У відповідності до принципу наступності вибір більш високого рівня навчання можливий лише за умови оволодіння навчальним матеріалом попередніх рівнів.

У різнорівневих групах учні можуть працювати на етапі формування умінь і навичок. Для прикладу розглянемо завдання, запропоноване одній із груп на занятті семінару-практикуму по темі Інтеграл та його застосування.

1. Знайдіть інтеграл:

а) $\int x\cos x dx$; б) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1-\sin x}}$

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

$$y = \arccos x,\ y = 0,\ x = 0,\ x = \frac{1}{2}$$

3. Обчислити інтеграл:

$$\int_1^2 \sqrt{2x - x^2}\,dx$$

4. Розв'язати нерівність:

$$\frac{3}{2\sqrt{a}}\int_1^a \left(-\frac{2}{3\sqrt{x}} + \frac{2}{3}\right)dx < 4$$

5. Довести тотожність

$$\sin 3x\cos^3 x + \cos 3x\sin^3 3x = \frac{3}{4}\sin 4x.$$

Щоб звітність була результативною і економною в часі використовують ТЗН, заздалегідь виконані демонстраційні малюнки, таблиці тощо. Використання СКТ, зокрема, програм автоматизації рецензування розв'язання задач сприяє розвитку навичок самоконтролю, здатності до рефлексії [3].

Організовуючи навчання математики в умовах профільного навчання, яке є евристичним, слід враховувати, що в центрі методичної системи є особистість. Тому цілком розділяємо думку Г.І.Саранцева про те, що функціонування такої методичної системи можливе за умови виходу її за межі традиційних форм навчання, де домінує урок [2]. Потрібно практикувати такі форми навчання, які поєднують урок і позаурочні заходи. Таке поєднання в більшій мірі відповідає принципу розвивального навчання, зв'язку теорії з життям. При цьому частка педагогічного керівництва поступово зменшується, а навчання набуває форму самостійної діяльності, що відповідає індивідуальним особливостям учнів.

Прикладом груп гетерогенного складу можуть бути творчі групи, до складу яких входять ліцеїсти I курсу, II курсу і студенти магістратури. Група працює над розв'язанням спільного завдання, при цьому кожен член колективу працює з кожним, проте один з них виступає в ролі вчителя, вдосконалюючи професійні здібності, поглиблює свій науковий і методичний рівень, інший закріплює раніше вивчений матеріал в нестандартній ситуації, першокурсник засвоює новий матеріал в умовах випереджаючого навчання. Від першокурсників це як правило ті, що навчаються за індивідуальним планом або ті, що маючи хороші математичні здібності, мріють стати вчителем. Робота груп такого складу є ефективною й корисною для решти ліцеїстів з наступних питань.

Використання СКТ при вивченні теорії границь числових послідовностей в курсі алгебри і початків аналізу. Оскільки ці питання характеризуються високим рівнем абстрактності та складністю структури означень понять, то уникнути формального засвоєння знань можна лише створивши відповідні наочні моделі. Цьому сприяє використання комп'ютерів. Проте неузгодженість програм з математики та інформатики дозволяє застосувати їх демонстраційно тільки вчителем, учні при цьому залишаються в ролі пасивних спостерігачів. Для індивідуального використання ЕОМ не вистачає знань і вмінь, тому виникає потреба в елементах випереджаючого навчання керівників груп, завдяки чому ліцеїсти включаються в активну і свідому самостійну пізнавальну діяльність. Використовуючи відповідні активні операційні й демонстраційні програми, учні експериментально підрахують кількість членів послідовності, що накопичуються в ε-околі своєї границі і ті, що залишаються поза ним, зрозуміють суть кванторів, що є в означенні границі послідовності, засвоять необхідні та достатні умови збіжності послідовностей та рад інших питань.

Самостійне складання вправ для усного розв'язання по вказаній темі та підготовка до його проведення. Пропонуємо один з варіантів такої спільної роботи по темі: Показникові та логарифмічні рівняння й нерівності.

1. Розв'язати рівняння і нерівності:

а) $2^{x+1}+2^{x}=6$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{x}=1$;

в) $3^{x^2-x}>1$; г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{|x-3|}<\frac{1}{9}$.

2. Знайти область визначення функції:

а) $y=\log_4\left(x^2-4\right)$;

б) $y=\log_x\left(x^2-4\right)$;

в) $y=\log_x \cos x$;

г) $y=\log_x\left(x^2-8x+17\right)$;

3. Розв'язати рівняння і нерівності:

а) $\log_{\sqrt{2}}\cos x=-1$;

б) $y=\lg\ (x-5)=-2$;

в) $\frac{3x-1}{\log_3 6}>0$; г) $\frac{\log_{0,3}3}{x+4}>0$.

4. Розв'язати нерівності:

а) $\log_x\left(x^2-4\right)>\log_x\left(4x-8\right)$;

б) $\log_x\left(x^2-8x+17\right)>0$;

в) $\log_x 2>\log_x\frac{x-9}{x-5}$.

Працюючи над виконанням цих завдань, ліцеїсти спочатку з допомогою студентів, вчаться робити відбір таких вправ, які б виконували актуалізуючу функцію, були доступними, для швидкого розв'язання, кожна попередня готувала б до розв'язання наступної. Студенти перевіряють готовність ліцеїстів до проведення цього виду навчальної діяльності, проводять дозування часу, коректують їх дії. Зрозуміло, що такий варіант усних вправ може бути оптимальним за змістом і часом лише при умові сформованості відповідних евристичних вмінь.

Випереджаюче навчання в групах такого складу слід попередньо спланувати так, щоб навчальний матеріал не виходив за межі програми, а розширювались можливості для його вивчення на більш високому рівні складності. Серед запланованих питань виділимо ті, що сприймаються з особливим інтересом і є цінними для формування графічного і теоретичного мислення, можуть бути використані для мотивації навчальної дальності, узагальнення знань на рівні математичних теорій:

– узагальнений метод інтервалів (по колу) для розв'язування тригонометричних нерівностей. Теоретичне обґрунтування методу, та складання вправ на його застосування;

– побудова графіків складених функцій на основі властивостей монотонності внутрішньої і зовнішньої функцій. Використання графіків для складання рівнянь і нерівностей та розв'язування їх графічним методом з використанням ЕОМ;

– застосування похідної до розв'язування вправ елементарної математики. Теоретичне обґрунтування методу. Вибір тотожностей, нерівностей, для розв'язання яких цей спосіб найраціональніший.

Гетерогенні групи, до складу яких входять ліцеїсти різних типів складу розуму можуть виконувати завдання, де є потреба у взаємодоповнюваності одного виду діяльності іншим, що в свою чергу сприяє взаємовдосконаленню. Такими можуть бути домашні групові завдання:

- на виготовлення діючої моделі для побудови перерізів многогранників (за даною інструкцією) та підбір вправ для її демонстрування;

- виготовлення серії кодопозитивів для побудови перерізів многогранників даною площиною, відбір задач, теоретичне обґрунтування способу побудови;

- виготовлення моделей з ниток до стереометричних задач з наступним виконанням малюнків до них на основі правил паралельного проектування (або підготовка відповідних презентацій).

Зрозуміло, що виконання таких завдань вимагає не тільки навичок технічного моделювання, а й глибоких теоретичних знань, просторової уяви, евристичних вмінь.

Подальші науково-методичні розробки з даного питання можуть стосуватись диференціації на етапі узагальнення і систематизації знань з математики.

1. Выготский Л.С. Педагогическая психология / Л.С. Выготский. – М.: Педагогика,1991. – 480с.

2. Саранцев Г.И. Методика обучения математике на рубеже веков /Г.И.Саранцев // Математика в школе. – 2000. – №7. – С.2-5.

3. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технологии: [монографія] / Скафа Е.И. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439с.

Резюме. **Варущик Н.П. ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ РІВНЕВОЇ ДИФЕРЕНЦІАЦІЇ ЯК СКЛАДОВОЇ ЕВРИСТИЧНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ КЛАСАХ ЛІЦЕЇВ.** *Рассмотрены основные принципы уровневой дифференциации обучения математике и ее значение для развития личности в условиях профильного обучения.*

Summary. **Varuschyk N. ENSURING THE LEVEL DIFFERENTIAL AS A COMPONENT OF HEURISTIC TEACHING TO MATHEMATICS IN THE GROUPS OF PHYSICO-MATHEMATICAL TYPES IN LICEES.** *The basic principles of differentiation the math teaching are considered in the article. The importance of differentiation for a person's development during the process of studding in the profile groups is analyzed.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 14.05.2009р.

САМОСТІЙНА НАВЧАЛЬНА ДІЯЛЬНІСТЬ СТАРШОКЛАСНИКІВ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМП'ЮТЕРНО ОРІЄНТОВАНИХ ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ ПРИ ПОГЛИБЛЕНОМУ ВИВЧЕННІ ГЕОМЕТРІЇ

О.І.Буковська,
аспірантка,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м.Київ, УКРАЇНА

Характеризуються різні підходи до організації диференційованої самостійної навчальної діяльності, методичні рекомендації по її реалізації. Обґрунтовується перспективність ідеї широкого застосування самостійної навчальної діяльності при поглибленому вивченні геометрії.

Інформатизація системи освіти ставить перед педагогічною наукою ряд проблем, пов'язаних з визначенням умов ефективного використання нових інформаційних технологій у навчальному процесі. Проблемі підвищення ефективності навчання геометрії за допомогою нових інформаційних технологій присвячені дослідження М.І.Жалдака, М.І.Бурди, С.А.Ракова, В.І.Клочко, Т.Л.Архіпової, О.В.Вітюка, М.Б.Ковальчук, О.А.Смалько, Н.В.Морзе, Ю.С.Рамського та інших. Використання на уроках геометрії комп'ютерної графіки, як засобу наочності, взагалі комп'ютерної техніки є актуальним питанням. Пріоритетними напрямами розвитку освіти є формування високого рівня інформаційної культури кожного члена суспільства, впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій у навчально-виховний процес.

В.Ю.Биков, Ю.О.Жук пропонують сучасну класифікацію методів навчання за 72 критеріями [1]. Зупинимося на окремій групі даної класифікації, що максимально пов'язана з використанням комп'ютерно орієнтованих засобів навчання у процесі вивчення геометрії, зокрема на класифікації предметно-інформаційних ресурсів. У сфері освіти існує триєдина задача комп'ютеризації: комп'ютер як об'єкт вивчення; комп'ютер як засіб підвищення ефективності педагогічної діяльності; комп'ютер як засіб управління цією діяльністю. Поєднання можливостей телекомунікаційних і комп'ютерних технологій, зокрема і мультимедійних, сприяло створенню значної кількості комп'ютерних програм навчального призначення, у яких застосовуються демонстрації, моделювання, тестування, діагностика знань й умінь, спрямованих на підвищення компетентностей особистості. Реалізація діяльнісного підходу в процесі навчання геометрії з використанням комп'ютерно орієнтованих засобів навчання передбачає низку дидактичних особливостей, а саме:

– побудова моделей курсу навчання геометрії, зокрема моделей помилок, які можуть виникати;

– оформлення мотиваційного етапу, тобто активізації самостійної розумової діяльності учня;

– забезпечення пояснень завдань стосовно користувачів з різним ступенем підготовки [2].

Ми погоджуємося з науковцями у тому, що моделі організації навчального процесу (в тому числі процесу самостійного навчання) можуть бути такими: 1) традиційні форми реалізації навчального процесу; 2) традиційні форми реалізації навчального процесу з використанням технічних засобів навчання; 3) використання локальної комп'ютерної мережі для подання навчальної інформації; 4) використання локальної комп'ютерної мережі та ресурсів мережі Інтернет для подання навчальної інформації; 5) використання ресурсів мережі Інтернет для подання навчальної інформації; 6) самостійне використання учнем ресурсів мережі Інтернет безпосередньо на уроці; 7) використання учнем ресурсів мережі Інтернет у процесі СНД; 8) використання учнем спеціального створеного учителем освітнього Інтернет – сайту і ресурсів мережі Інтернет у процесі СНД [3].

У перших шести моделях організації навчального процесу є класно-урочна форма навчання основною. Сьома і восьма моделі передбачають комбіновану форму навчання, яка поєднує класно-урочну та самостійну навчальну діяльність. Разом з тим класно-урочна форма навчання у різних моделях відрізняється низкою особливостей, а саме:

– для першої і другої моделей характерна інформаційна замкненість навчального середовища;

– для першої – шостої моделей притаманний безпосередній особистісний контакт між усіма учасниками навчально-виховного процесу, їх участь у всіх подіях, що відбуваються в навчальному середовищі;

– для першої, третьої – сьомої моделей присутня можливість розподілу навчально-виховного процесу в реальному часі;

– у другій – шостій моделі наявна можливість презентації якісної різноманітної навчальної інформації;

– для другої, четвертої – шостої моделей можлива індивідуальна робота учнів з навчальною інформацією;

– частина навчальної інформації може бути запозичена з ресурсів мережі Інтернет для четвертої – шостої моделей;

– особливістю восьмої моделі є формування учнем власного інформаційного простору на основі сайту навчального спрямування, створеного вчителем;

– для сьомої і восьмої моделей характерні *три основних етапи навчального процесу*:

- *підготовчий етап* – завдання для самостійної роботи учня;
- *самостійний навчальний процес* – використання учнем ресурсів мережі Інтернет відповідно до завдання;
- *заключний* – аналіз результатів самостійної навчальної діяльності.

Перший і третій етапи реалізуються в умовах замкненого навчального середовища, другий етап реалізується в умовах відкритого навчального середовища. Специфічними особливостями другого етапу є відкрите навчальне середовище, можливість набуття учнем навичок навігації в Інтернет-середовищі, можливість формування учнем власного «інформаційного простору», спрямованого на виконання навчальних завдань у процесі самостійної навчальної діяльності.

В розглянутих моделях організації навчального процесу основна діяльність вчителя направлена на організацію та управління навчально-виховним процесом у реальному часі (у всіх моделях); управління локальною комп'ютерною мережею (друга – шоста модель); управління інформаційними потоками з банку навчальної інформації (у третій моделі); управління інформаційними потоками з мережі Інтернет (четверта – шоста модель); організацію навчання учнів основ навігації в Інтернет-середовищі (сьома модель); створення, оновлення та підтримка в актуальному стані власного сайту навчального призначення (у восьмій моделі). Слід відмітити, що основними недоліками окремих моделей є: збіднення навчально-виховного процесу якісною аудіо- та відеоінформацією (1-ша модель); обмеження інформаційного простору навчально-виховного процесу (1-ша та 2-га моделі); слабка керованість учителем потоками інформації з мережі Інтернет (4-6-ті моделі); неможливість реалізації за умови відсутності можливості використання мережі Інтернет; можливість апаратних, програмних і мережевих збоїв (4-8-ма моделі); неможливість контролю з боку вчителя за інформаційними потоками з Інтернет; гетерохронність набуття учнями навичок самостійної навчальної діяльності в інформаційному просторі мережі Інтернет (7, 8-ма моделі); складність підготовки навчального матеріалу і розміщення його в електронному просторі (8-ма модель).

Відповідно до Національної Доктрини розвитку освіти [4], одним із основних напрямків оновлення змісту шкільної освіти є особистісна орієнтація освіти, основною метою якої є розвиток всіх форм самостійності учнів. Тому в нашій роботі розглядаємо актуальність використання новітніх інформаційно-комунікативних технологій в навчальній діяльності учнів та реалізацію при цьому самостійного пошуку. Слід підкреслити, що застосування педагогічних програмних засобів (ППЗ), наприклад, Gran 2D та Gran 3D, DG, «Открытая Математика 2.5. Стереометрия», «Уроки геометрії, 10-11» (виробник «Кирило і Мефодій»), «Стереометрія, 10-11» (виробник «Кудіц»), «НК-Слушатель: Математика абитуриенту 2.0», презентації у поєднанні з навчальними дослідженнями учнів особливо доцільні на уроках геометрії. Ці ППЗ розвивають просторове мислення, що є різновидом образного мислення і важливою гранню інтелектуального розвитку школяра, відіграють значну роль в оволодінні знаннями основ наук. За допомогою ППЗ можна «підводити» учнів до самостійних «відкриттів» нових знань, тобто активізувати їх евристичну діяльність. Практика показує, що можливість виконати самостійне дослідження геометричного матеріалу з застосуванням ІКТ, впливає на виникнення в учня позитивних емоцій та впевненості, що підвищує самооцінку, самоефективність та мотиваційну складову навчальної діяльності старшокласників. Розвиток здібностей до просторової уяви тісно пов’язаний з вивченням стереометрії. За висловленням О.Д.Александрова, геометрія у своїй сутності є „поєднанням живої уяви і строгої логіки, в якому вони взаємно організовують і спрямовують одна одну”. Основні завдання навчання геометрії – розвивати в учнів три якості: просторову уяву, практичне розуміння та логічне мислення. Як показує практика, значна частина старшокласників надзвичайно складно сприймає перехід „від площини” до „простору”, не вміє читати рисунок, плоске креслення не сприймає як об’ємне. Учні відчувають труднощі при визначенні співвідношень між окремими елементами зображення, подумки не можуть змінювати їх розташування, розділяти фігуру на частини чи, навпаки, „склеювати” її з наявних частин. Певною мірою це пов’язано з низькою графічною культурою багатьох школярів, оскільки для задач на побудову відводиться обмаль часу. Розвиває просторову уяву і просторове мислення учнів виконання вправ таких типів:

1) пошук зображення серед кількох даних для пред’явленого об’єкта;
2) знаходження об’єкта, що відповідає даному зображенню, з деякого набору об’єктів;
3) завершення зображення відомої фігури за її фрагментом;
4) ідентифікація різних зображень одного і того ж просторового об’єкта;
5) впізнавання фігури за її проекціями;
6) визначення взаємного розташування кількох фігур за їх зображеннями;
7) оцінювання форми і розмірів фігури;
8) побудова проекцій заданої фігури;
9) побудова зображення об’єкта за його проекціями;
10) зображення об’єкта за його словесним описом;
11) виготовлення моделі за її кресленням, за пред’явленим об’єктом, за описом;
12) впізнання і зображення об’єкта, отриманого (подумки) зміною (за допомогою повороту, симетрії, паралельного перенесення) положення заданого об’єкта;
13) зображення перерізу заданих фігур (в тому числі після уявного перенесення);
14) зображення частин фігури після її уявного розтину.

Як вже було сказано, при вивченні стереометрії важливим є питання наглядності та моделювання різних ситуацій при вивченні теми «Побудова перерізів багатогранників», що традиційно починається з вивчення методу слідів. У старшій школі протягом всього курсу стереометрії розв’язуються задачі на побудову перерізів многогранників, які є важливим доповненням до теоретичного матеріалу. Розв’язання цих задач формує просторову уяву учнів та розвиває конструктивне і логічне мислення. Багатократне застосування в процесі побудови аксіом і теорем сприяє їх неформальному засвоєнню. Тому задля підготовки учнів до побудови більш складних перерізів в 11 класі, при вивченні теми «Паралельність прямих і площин» в 10 класі з поглибленим вивченням математики (геометрії) може бути запропонований проект «Побудова перерізів куба», виконаний в програмі Power Point, завданням якого було систематизувати теоретичні знання учнів і підготувати їх до розв’язування задач на побудову перерізів куба. Даний проект також ставив за мету залучити учнів до використання комп’ютерних технологій при створенні різних проектів навіть не обов’язково з математики. Після цього творча група учнів отримала завдання провести дослідницьку роботу і відповісти на питання, що таке «золотий переріз» і чи пов’язаний він з перерізом куба та представити результати роботи у вигляді комп’ютерної презентації в програмі Power Point. Даний урок можна було провести й зі застосуванням ППЗ Gran 3D та для кожного учня можна було поставити самостійне дослідницьке завдання. В темі “Побудова перерізів багатогранників” методи побудови перерізів можна розглянути за допомогою наступних програм «Стереометрія, 10-11» (виробник «Кудіц»), «Уроки геометрії, 10-11» (виробник «Кирило і Мефодій»), «Открытая Математика 2.5. Стереометрия».

У процесі навчання доцільно розділити учнів на три підгрупи відповідно до типу оперування просторовими образами. Це допоможе підходити до розвитку просторової уяви учнів диференційовано, враховуючи індивідуальні особливості учнів, поступово ускладнюючи завдання, доповнюючи навчальний матеріал наочністю, фіксуючи увагу на практичному застосуванні знань. Дії з моделями, створеними за допомогою ППЗ, займають проміжну ланку між зовнішніми діями з геометричними тілами та уявними внутрішніми діями (рис.1).

Доцільне застосування у процесі навчання стереометрії ППЗ може сприяти розвитку просторової уяви і просторового мислення учнів. Дослідження за допомогою ППЗ Gran - 3D можна проводити як з базовими об’єктами, так і з самостійно сконструйованими. Доцільно запропонувати учням підготувати комп’ютерні моделі до задач (рис. 2, рис. 3)

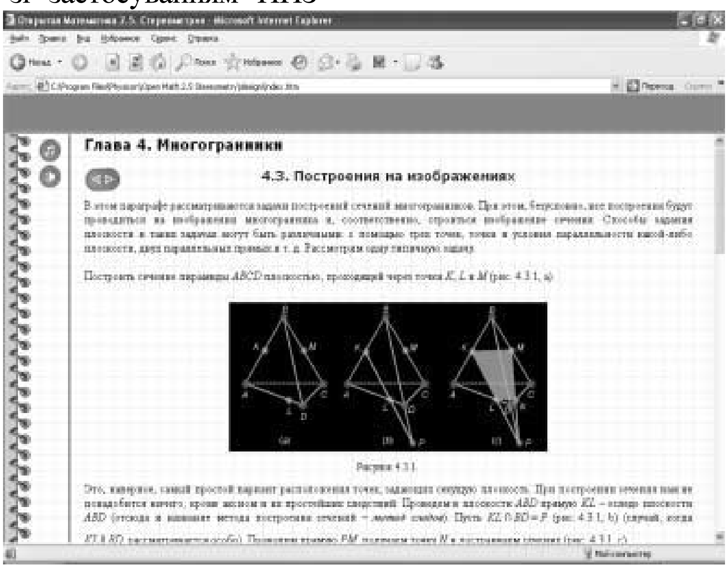


Рис.1. Розгляд методів побудови перерізів за допомогою курсу «Открытая Математика 2.5. Стереометрия»

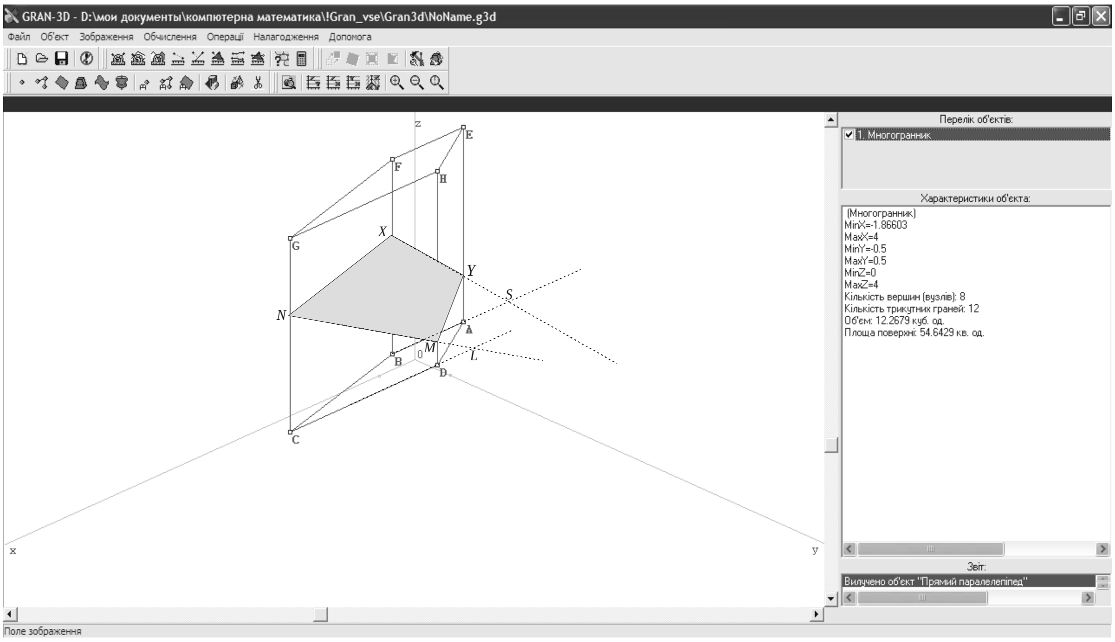


Рис. 2. Задача на побудову переріза

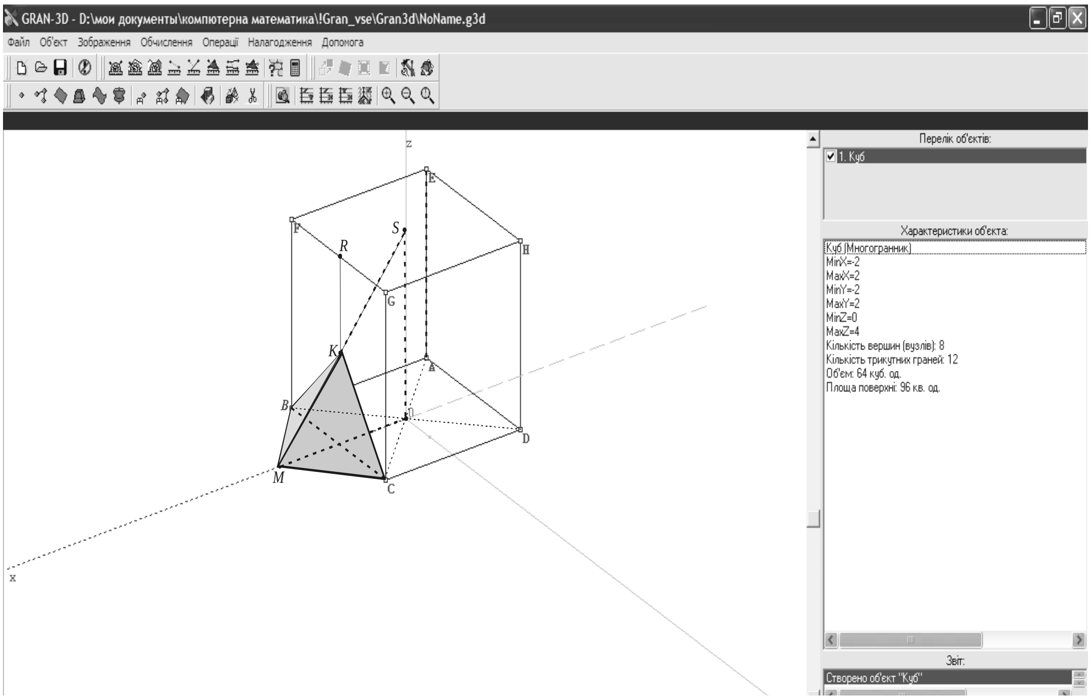


Рис. 3 Задача на комбінацію куба та піраміди

На уроках можна будувати моделі пірамід, у яких вершина проектується в одну з вершин основи чи на одну з сторін; піраміди, в основі яких лежать прямокутники, ромби, трапеції чи інші многокутники, розглядати різні комбінації фігур, розв’язувати задачі на обчислення геометричних величин та багато іншого. Учень за допомогою цього ППЗ може здійснювати обчислення різних величин, які характеризують многогранник чи тіло обертання, побудувати переріз многогранника площиною. За допомогою ППЗ потрібно здійснювати практичну роботу з просторовими об’єктами: змінювати їх положення (обертати навколо довільного центра на певний кут, паралельно переносити), деформувати, розділяти на частини; демонструвати лінійні кути двогранних кутів, кут між прямою і площиною, спільний перпендикуляр мимобіжних прямих тощо. Кращому засвоєнню матеріалу учнями сприяє наявність у ППЗ режиму „Півтонного зображення”, горизонтальних і вертикальних смуг прокрутки, що дає можливість розглядати тіла з усіх боків, у трьох проекціях – у режимах вироджених осей Ox, Oy, Oz.

Комп'ютерні технології на одному з уроків математики в 10 класі по темі «Призма. Площа поверхні призми» можна було б застосувати у вигляді гри «Робота науково – технічного журналу». Урок закріплення й повторення знань. У ході уроку учні повинні створити проект журналу – комп'ютерну презентацію за певною темою. Клас розбитий на групи, які працюють за заданими схемами.

Теоретики підбирають теоретичний й історичний матеріал, створюють слайд.

Практики працюють по картках, вирішують обчислювальні завдання по темі.

Технічні редактори працюють на комп'ютері, вибирають макет, шаблон оформлення, набирають текст.

Наприкінці уроку групи захищають створені проекти, обґрунтовуючи при цьому вибір тих або інших комп'ютерних програм.

Під час захисту кожен учень у класі бере активну участь в оцінюванні результатів роботи, виставляючи від 0 до 5 балів по наступних пунктах: зміст теоретичного матеріалу, наявність додаткового матеріалу, поглиблення з обраного питання, наявність історичного матеріалу, кількість і рівень представлених завдань, естетичність оформлення, проведення захисту.

Результати учнів заносять у свої таблиці, підраховують підсумковий бал, і під час обговорення дають поради однокласникам.

Деякі теми, розглянуті на уроках, надалі переростають у проекти для гурткової або дослідницької робіт.

Розв’язуючи задачі на обчислення об’ємів тіл обертання, доцільно застосовувати Gran 1. Побудови тіл обертання за допомогою ППЗ в ході розв’язування задачі сприятимуть неформальному засвоєнню знань. З метою підвищення ефективності сприйняття та засвоєння стереометричного матеріалу, для подолання труднощів при перекодуванні умовно – графічного зображення просторового тіла та створення адекватного просторового образу, бажано доповнити теоретичний матеріал мультимедійними демонстраційними моделями, створеними засобами ІКТ. Варто заохотити спроби учнів самостійно підготувати динамічні моделі уроку, адже оволодіння знаннями залежить не так від пам’яті, як від тієї діяльності, в яку включається учень, від системи розумових операцій, котрі він здійснює при засвоєнні знань.

При закріпленні нового матеріалу програму GRAN-3D використовують для перевірки задач після їх розв’язання. Крім того, програму «НК-Слушатель: Математика абитуриенту. 2.0» можна використовувати у наступному режимі: кожен учень розв’язує самостійно заздалегідь підготовлені вчителем задачі з тренажеру, які він може розв’язувати як по кроках, так і без підказок тренажера. В процесі роботи вчитель консультує учнів. Така форма роботи дозволяє якісно здійснити індивідуалізацію та диференціацію навчання. На етапі узагальнення і систематизації знань можна використовувати програму «НК-Слушатель. Математика абитуриенту 2.0». Учневі пропонуються задачі, які він розв’язує за допомогою тренажеру по кроках, якщо потрібна допомога тренажер видає підказки.

Працюючи один на один з такими програмами, учень отримує зручні умови для відпрацювання вмінь та навичок розв’язування задач, повторює знайомі або засвоює нові методи та стратегії розв’язання, тобто має змогу виховувати в собі оригінальність думки, яка так потрібна для розвитку навиків евристичної діяльності.

До переваг особистісно орієнтованого навчання на базі самостійної дослідницької діяльності з застосуванням ІКТ у порівнянні з традиційним, на нашу думку, можна віднести те, що старшокласники не бояться висловлювати власну думку, мають право на помилку, відчувають себе рівними партнерами як вчителя, так і однолітків. Виникає інтерес до здобуття додаткових знань про предмет розмови та об'єкт, що вивчається. Використання комп'ютерів є істотним резервом підвищення ефективності організації, проведення й результативності самостійної навчальної діяльності. Дає можливість посилити мотивацію такої діяльності, розв'язати ряд проблем, пов'язаних з індивідуалізацією навчання; забезпечити своєчасне отримання зворотного зв'язку; виробити та розвинути самостійне творче мислення; розвинути навички самостійного аналізу різних навчальних ситуацій.

1. Биков В.Ю. Теоретико-методологічні засади моделювання навчального середовища сучасних педагогічних систем / В.Ю.Биков // Інформаційні технології і засоби навчання: Зб. наук. праць [за ред. В.Ю.Бикова, Ю.О.Жука / Інститут засобів навчання АПН України.] – К.: Атіка, 2005. – С. 5-15.

2.Трубачова С. Роль методів самостійного набуття знань в організації пізнавальної діяльності учнів/ С.Трубачова // Рідна школа. – 2001. – № 1. – С. 39-42.

3.Жук Ю.О. Характерні ознаки структури комп'ютерно орієнтованого навчального середовища/ Ю.О.Жук, О.М.Соколюк // Інформаційні технології і засоби навчання: Зб. наук. праць [за ред. В.Ю.Бикова, Ю.О.Жука Інститут засобів навчання АПН України]. – К.: Атіка, 2005. – С. 100-108.

4.Національна доктрина розвитку освіти // Освіта. – 2002. – №26. – 24.04 – 1.05.

5.Компьютер на уроках геометрии: Пособие для учителей/ М.И.Жалдак, А.В.Витюк. – К: НПУ им. М.П.Драгоманова, 2001. – 3 с.

6.Копильник Т.П. Використання інформаційних технологій у навчальному процесі / Тезисы докладов междунар. научно-методической конференции «Эвристическое обучение математики» (ноябрь, 2005). – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2005. – С.404-405.

Резюме. **Буковская О.И. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ СТАРШЕКЛАССНИКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ ПРИ УГЛУБЛЕННОМ ИЗУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ.** *Характеризуются разные подходы к организации дифференцированной самостоятельной учебной деятельности, методические рекомендации по ее реализации. Обосновывается перспективность идеи широкого применения самостоятельной учебной деятельности при углубленном изучении геометрии.*

Summary. **Bukovska O. ORGANIZATION OF DIFFERENTIAL INDEPENDENT EDUCATIONAL ACTIVITY OF SENIOR FORMERS ON GEOMETRY.** *Different approaches to organization of differential independent educational activity and methodological recommendations of its realization are characterized. Perspective of idea of wide usage of independent educational activity accordion to in – depth thorough study of Geometry is grounded.*

Стаття представлена професором М.І.Бурдою.
Надійшла до редакції 28.05.2009р.

ОЦІНЮВАННЯ ЗАВДАНЬ ДЕРЖАВНОЇ ПІДСУМКОВОЇ АТЕСТАЦІЇ З МАТЕМАТИКИ ЗІ ЗМІСТОВОЇ ЛІНІЇ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ У КОНТЕКСТІ ВПРОВАДЖЕННЯ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ ДО НАВЧАННЯ

В.В.Ачкан,
старший викладач,
Бердянський держ. педуніверситет,
м. Бердянськ, УКРАЇНА

У статті розглянуте питання актуальності та доцільності удосконалення методики навчання учнів розв'язуванню рівнянь та нерівностей у курсі алгебри і початків аналізу та оцінювання результатів цього навчання в умовах впровадження компетентнісного підходу; наведені методичні рекомендації щодо оцінювання розв'язування основними методами завдань третьої частини зі змістової лінії рівнянь та нерівностей державної підсумкової атестації з математики.

У контексті реформування математичної освіти, побудови особистісно орієнтованої системи математичної підготовки, важливого значення набуває впровадження компетентнісного підходу в організацію навчання та оцінювання його результатів.

Загальні теоретичні положення щодо реалізації компетентнісного підходу в освіті розглядаються в роботах Н.М.Бібік [2], І.Г.Єрмакова [2], О.В.Овчарук [2], А.В.Хуторського [9] та ін.

Впровадженню компетентнісного підходу у математичну освіту присвячені роботи Л.І.Зайцевої [3], С.А.Ракова [8], О.В.Шавальової [10], поняття компетентності знайшло своє відображення у програмі 12-річної школи з математики (у розділі "Старша школа") [5] та у загальних критеріях оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти [6], які впроваджені Міністерством освіти та науки України в 2008 році. Наступним кроком впровадження компетентнісного підходу до навчання математики повинна стати конкретизація розроблених загальних підходів до рівня змістових ліній у основній та старшій школі.

Однією з основних змістових ліній шкільного курсу алгебри і початків аналізу є лінія рівнянь і нерівностей, яка має розгалужену систему внутрішньопредметних зв'язків з іншими лініями курсу. Тому традиційно рівняння і нерівності широко представлені в завданнях державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання з математики. Але результати виконання цих завдань в останні роки суттєво погіршилися (наприклад, під час зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) і в 2007, і в 2008 роках учням пропонувалася практично одна і та ж найпростіша логарифмічна нерівність ($\log_{0,1} 10 < \log_{0,1} x$ та $\log_{0,5} 5 < \log_{0,5} x$ відповідно), яку виконали тільки 16%-17% учнів). Це робить актуальною проблему визначення і обґрунтування можливості удосконалення методики навчання учнів розв'язуванню рівнянь та нерівностей у курсі алгебри і початків аналізу та оцінювання результатів цього навчання. Одним із можливих шляхів її вирішення є впровадження компетентнісного підходу до навчання, що передбачає адекватні зміни у системі оцінювання навчальних досягнень. Адже, як зазначено у [6], визначення рівня навчальних досягнень учнів є особливо важливим з огляду на те, що навчальна діяльність у кінцевому підсумку повинна не просто дати суму знань, вмінь та навичок, а сформувати компетентність як загальну здатність, що базується на знаннях, досвіді та цінностях особистості.

Важливим видом оцінювання навчальних досягнень учнів є державна підсумкова атестація (ДПА) з математики. З 2007/2008 навчального року ДПА є обов'язковою для всіх учнів 11 класів (крім учнів гуманітарних класів), що не виявили бажання брати участь у зовнішньому незалежному оцінюванні (ЗНО) з математики. А зважаючи на те, що у 2008 році деякі ВНЗ, у яких раніше існували вступні іспити з математики, не вимагали сертифікату ЗНО з математики, можна висунути припущення, про певне зменшення з часом кількості учнів, які беруть участь у ЗНО, відповідно збільшення кількості старшокласників, що зобов'язані будуть проходити ДПА. Аналіз завдань ДПА свідчить про те, що у кожній із чотирьох частин збірника [4] присутні завдання, які безпосередньо пов'язані зі змістовою лінією рівнянь та нерівностей. Та не для всіх подібних завдань наведені рекомендації щодо їх оцінювання.

З оцінюванням завдань першої та другої частини збірника [4] проблем у вчителя не виникає, оскільки від учнів вимагається лише вибрати правильну відповідь із запропонованих (перша частина) або навести відповідь самостійно (друга частина), не записуючи жодних міркувань, що привели до цієї відповіді. При цьому в збірнику [4, Кн.1, с. 3 – 6] наведено чіткі рекомендації щодо кількості балів, які отримують за правильне виконання завдань першої, другої, третьої та четвертої частин учні загальноосвітніх, профільних класів та класів із поглибленим вивченням математики. Але при оцінюванні завдань третьої та четвертої частини виникає питання щодо розподілу балів під час розв'язування учнями завдань. Адже, як зазначалося у [1], до правильної відповіді при розв'язуванні рівняння (нерівності або системи) можна прийти кількома загальними методами (для рівнянь – це рівносильні перетворення, використання рівнянь-наслідків, використання властивостей функцій; для нерівностей – рівносильні перетворення та метод інтервалів; для систем рівнянь – рівносильні перетворення та використання систем-наслідків). У збірнику [4, Кн.1] наведено приклади оцінювання типових задач третьої та четвертої частини, але зі змістової лінії рівнянь та нерівностей надано лише два приклади із схемами оцінювання розв'язаних методом рівносильних перетворень тригонометричного рівняння та логарифмічної нерівності.

Як оцінювати вчителю ці та інші завдання, якщо учень вибрав інший метод розв'язування? Відповіді на це питання й присвячена дана стаття. Ми наведемо схеми оцінювання завдань третьої частини зі змістової лінії рівнянь і нерівностей усіма вищезазначеними загальними методами розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем (нами розроблені схеми оцінювання найбільш типових завдань четвертої частини, проте це питання вимагає окремої уваги).

Якщо розв'язання рівняння, нерівності чи системи рівнянь будь-яким методом вдається розбити на чотири логічних кроки, то, як правило, за правильне виконання кожного із цих кроків учень отримує один бал. Якщо ж запис розв'язання прикладу якимось методом містить більше чотирьох логічних кроків, то доводиться їх об'єднувати в групи, і за правильне виконання двох (а іноді і трьох кроків) виставляється один бал. Можлива й інша ситуація: запис розв'язання містить два або три логічні кроки. У такому випадку якісь із цих кроків доводиться оцінювати двома, а то й трьома балами. Як правило, ці логічні кроки несуть велике змістовне навантаження, і тому бали можуть розподілятися нерівномірно.

Розглянемо на конкретному прикладі розв'язання рівняння трьома методами та наведемо загальну схему оцінювання розв'язання рівнянь кожним із цих методів (табл.1).

Розв'яжіть рівняння

$\log_3(x-3)+\log_3(x-1)=1$ [4, Кн.2].

Таблиця 1

Розв'язання рівняння $\log_3(x-3)+\log_3(x-1)=1$ трьома загальними методами

Рівносильні перетворення	Використання рівнянь-наслідків	Використання властивостей функцій
ОДЗ: $\begin{cases} x-3>0 \\ x-1>0 \end{cases}$; $\begin{cases} x>3 \\ x>1 \end{cases}$; $x>3$. $\log_3(x-3)(x-1)=1$ За означенням логарифма $(x-3)(x-1)=3$; $x^2-4x=0$; $x_1=0$; $x_2=4$; $x=0$ – не входить в ОДЗ. $x=4$ – входить в ОДЗ. Відповідь: 4.	$\log_3(x-3)(x-1)=1$ За означенням логарифма $(x-3)(x-1)=3$; $x^2-4x=0$; $x_1=0$; $x_2=4$; Перевірка: $x=0$ – сторонній корінь, оскільки $\log_3(-3)$ не існує. x = 4 – корінь, оскільки $\log_3(4-3)+\log_3(4-1)=1$; $\log_3 1+\log_3 3=1$, $\log_3 3=1$; $1=1$; Відповідь: 4.	Спробуємо підібрати корінь. Починаємо з цілих чисел. Маємо x = 4 – корінь. Справді, $\log_3 1+\log_3 3=1$; $\log_3 1\cdot 3=1$; $\log_3 3=1$; $1=1$. Інших коренів немає, оскільки функція $f(x)=\log_3(x-3)+\log_3(x-1)$ є зростаючою (як сума двох зростаючих функцій). Відповідь: 4.

Наведемо схему оцінювання розв'язання даного рівняння кожним із цих методів.

Метод рівносильних перетворень: ОДЗ зафіксовано й враховано – 1 бал; використання властивостей логарифма – 1 бал; використання означення логарифма – 1 бал; розв'язання квадратного рівняння – 1 бал.

Метод використання рівнянь-наслідків: використання властивостей логарифма – 1 бал; використання означення логарифма – 1 бал; розв'язання квадратного рівняння – 1 бал; виконання перевірки – 1 бал.

Метод використання властивостей функцій: підбір кореня – 1 бал; обґрунтування того, що рівняння не має інших коренів – 3 бали.

Розглянувши на конкретному прикладі схеми оцінювання розв'язання рівнянь трьома методами, наведемо узагальнені схеми для оцінювання певної групи завдань.

Метод рівносильних перетворень: фіксування та врахування ОДЗ оцінюється одним балом; виконання кожного логічного кроку, пов'язаного із використанням властивостей логарифмічної, показникової функції, алгебраїчних перетворень, заміни змінної, розв'язуванням квадратного рівняння, піднесенням до степеня і т. ін., оцінюється одним балом.

Метод використання рівнянь-наслідків: виконання кожного логічного кроку, пов'язаного із використанням властивостей логарифмічної, показникової функції, алгебраїчних перетворень, заміни змінної, розв'язуванням квадратного рівняння, піднесенням до степеня і т. ін., оцінюється одним балом; виконання перевірки оцінюється одним балом.

Існує група ірраціональних рівнянь [4, Кн.2, с. 71], [4, Кн.2, с. 97], [4, Кн.2, с. 171], [4, Кн.2, с. 197], розв'язання яких двома методами містить більше, ніж чотири логічні кроки, і схему оцінювання яких ми наведемо як приклад оцінювання розв'язання завдань у таких випадках.

Розглянемо розв'язання рівняння $\sqrt{x+2}+\sqrt{3x-2}=4$ [4, Кн.2] двома методами (табл.2).

Наведемо схему оцінювання розв'язання подібних прикладів методом використання рівнянь-наслідків: ізолювання одного із радикалів, піднесення обох частин рівняння до квадрата та зведення подібних членів оцінюється одним балом; повторне піднесення до квадрата та зведення подібних членів оцінюється одним балом; розв'язання квадратного рівняння оцінюється одним балом; виконання перевірки та відсіювання стороннього кореня оцінюється одним балом.

Таблиця 2

Розв'язання рівняння $\sqrt{x+2}+\sqrt{3x-2}=4$ двома методами

Рівносильні перетворення	Використання рівнянь-наслідків
ОДЗ: $\begin{cases} x+2\ge 0 \\ 3x-2\ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x\ge -2 \\ x\ge \dfrac{2}{3} \end{cases}$; $x\ge \dfrac{2}{3}$. Піднесемо обидві частини останнього рівняння до квадрата: $3x-2=16-8\sqrt{x+2}+x+2$; $8\sqrt{x+2}=20-2x$. Для всіх коренів останнього рівняння повинна виконуватися умова $20-2x\ge 0$.	$\sqrt{3x-2}=4-\sqrt{x+2}$. Піднесемо обидві частини рівняння до квадрата: $3x-2=16-8\sqrt{x+2}+x+2$; $8\sqrt{x+2}=20-2x$. Ще раз піднесемо обидві частини рівняння до квадрата: $16(x+2)=100-20x+x^2$; $x^2-36x+68=0$; $x_1=34$; $x_2=2$.
Ще раз піднесемо обидві частини рівняння до квадрата: $16(x+2)=100-20x+x^2$; $x^2-36x+68=0$; $x_1=34$; $x_2=2$. $x=34$ не задовольняє умові $20-2x\ge 0$, отже є стороннім коренем. $x=2$ входить в ОДЗ і задовольняє умови $4-\sqrt{x+2}\ge 0$ та $20-2x\ge 0$, отже $x=2$ – корінь. Відповідь: 2.	Перевірка: $\sqrt{34+2}+\sqrt{102-2}\ne 4$, отже $x=34$ – сторонній корінь; $\sqrt{2+2}+\sqrt{6-2}=4$; $2+2=4$; $4=4$, отже $x=2$ – корінь. Відповідь: 2.

Наведемо схему оцінювання подібних прикладів методом рівносильних перетворень: фіксування ОДЗ, додаткових умов та їх урахування (тобто відсіювання стороннього кореня) оцінюється одним балом; ізолювання одного із радикалів, піднесення обох частин рівняння до квадрата та зведення подібних оцінюється одним балом; повторне піднесення до квадрата та зведення подібних оцінюється одним балом; розв'язання квадратного рівняння оцінюється одним балом.

Перейдемо до питання оцінювання розв'язання нерівностей. У збірнику [4, Кн.1] наведені загальні рекомендації щодо оцінювання розв'язання нерівностей методом рівносильних перетворень. Але виникає питання щодо оцінювання розв'язання нерівностей методом інтервалів. Розглянемо розв'язання нерівності [4, Кн.2]

$$\log_{0,2}(x-1)+\log_{0,2}(x+3)\ge -1$$

методом інтервалів.

Знайдемо ОДЗ:

$$\begin{cases} x-1>0 \\ x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x>-3 \end{cases} \Leftrightarrow x>1.$$

Знайдемо нулі функції:

$\log_{0,2}(x-1)+\log_{0,2}(x+3)=-1$;

$\log_{0,2}(x-1)(x+3)=-1$; $(x-1)(x+3)=5$;

$x^2+2x-8=0$; $x_1=-4$ (не входить в ОДЗ); $x_2=2$. Відмітимо нулі на ОДЗ та розставимо знаки в проміжках, на які розбивається ОДЗ (рис. 1).

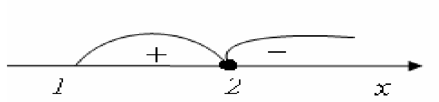


Рис. 1. Розв'язування нерівності $\log_{0,2}(x-1)+\log_{0,2}(x+3)\ge -1$ методом інтервалів

Запишемо відповідь: $x\in(1;2]$.

Наведемо загальну схему оцінювання розв'язання нерівностей методом інтервалів: найчастіше знаходження ОДЗ нерівності оцінюється одним балом; знаходження нулів функції за допомогою використання властивостей логарифмічної, показникової функції, алгебраїчних перетворень, заміни змінної, розв'язання квадратного рівняння і т.ін. оцінюється двома балами; відмічання нулів функції на ОДЗ, розстановка знаків на проміжках, на які розбивається ОДЗ, та запис правильної відповіді оцінюється одним балом.

Розглянемо питання оцінювання розв'язання систем рівнянь. Наведемо розв'язання системи $\begin{cases} \log_x y + 4\log_y x = 4 \\ y - 3x = 4 \end{cases}$ [4, Кн.2] методами рівносильних перетворень та використання рівнянь-наслідків.

Таблиця 3

Розв'язання системи $\begin{cases} \log_x y + 4\log_y x = 4 \\ y - 3x = 4 \end{cases}$ двома методами

Метод рівносильних перетворень	Метод використання систем-наслідків
ОДЗ: $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \\ y>0 \\ y\neq 1; \end{cases}$ $\begin{cases} \log_x y + 4\log_y x = 4, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} \log_x y + \dfrac{4}{\log_x y} - 4 = 0, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} \log_x^2 y - 4\log_x y + 4 = 0, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} (\log_x y - 2)^2 = 0, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} \log_x y = 2, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 = 0, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1, \\ y = 3x+4, \end{cases}$ або $\begin{cases} x=4, \\ y = 3x+4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1, \\ y = 1, \end{cases}$ або $\begin{cases} x=4, \\ y = 16. \end{cases}$ Пара (–1;1) не є розв'язком, адже ні $x=-1$, ні $y=1$ не задовольняють ОДЗ. Пара (4;16) – розв'язок (x = 4 та y = 16 задовольняють ОДЗ). Відповідь: (4;16).	$\begin{cases} \log_x y + 4\log_y x = 4, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} \log_x y + \dfrac{4}{\log_x y} - 4 = 0, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} \log_x^2 y - 4\log_x y + 4 = 0, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} (\log_x y - 2)^2 = 0, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} \log_x y = 2, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 = 0, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1, \\ y = 3x+4, \end{cases}$ або $\begin{cases} x=4, \\ y = 3x+4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1, \\ y = 1, \end{cases}$ або $\begin{cases} x=4, \\ y = 16. \end{cases}$ Перевірка: 1) $\begin{cases} \log_{-1} 1 + 4\log_1(-1) = 4, \\ y - 3x = 4; \end{cases}$ що неможливо, отже пара (–1;1) не є розв'язком; 2) $\begin{cases} \log_4 16 + 4\log_{16} 4 = 4, \\ 16 - 3\cdot 4 = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} 4=4, \\ 4=4, \end{cases}$ отже пара (4;16) – розв'язок. Відповідь: (4;16).

На основі аналізу отриманих розв'язань ми виділили наступні схеми оцінювання розв'язання заданої системи рівнянь двома методами.

Метод рівносильних перетворень: фіксування та врахування ОДЗ оцінюється одним балом; зведення логарифмічного рівняння до квадратного відносно логарифмічної функції оцінюється одним балом; розв'язання отриманої в результаті цих перетворень системи оцінюється двома балами.

Метод використання систем-наслідків: зведення логарифмічного рівняння до квадратного відносно логарифмічної функції оцінюється одним балом; розв'язання отриманої в результаті цих перетворень системи оцінюється двома балами; виконання перевірки оцінюється одним балом.

Зазначимо, що наведені критерії (схеми оцінювання) повинні бути відкриті для учнів, тому бажано під час уроків систематизації та узагальнення ознайомити з ними учнів.

Вище наведені схеми оцінювання зрозуміло не вирішують усіх труднощів, які можуть виникнути у вчителя в процесі перевірки завдань третьої частини державної підсумкової атестації зі змістової лінії рівнянь та нерівностей. Проте, як засвідчила практика проведення ДПА у низці шкіл м. Бердянська, їх застосування полегшує роботу вчителів у процесі перевірки, сприяє об'єктивності та стандартизації оцінювання. Ознайомлення учнів із цими критеріями сприяє чіткому і свідомому розв'язуванню та оформленню розв'язання ними завдань зі змістової лінії рівнянь та нерівностей під час державної підсумкової атестації, виявленню математичних компетентностей учнів.

Нагальним і важливим в умовах впровадження компетентнісного підходу у математичну освіту, на нашу думку, є розробка критеріїв оцінювання розв'язання учнями завдань третьої та четвертої частин ДПА з інших змістових ліній курсів алгебри та початків аналізу та геометрії.

1. *Ачкан В.В. Формування процедурної компетентності старшокласників у процесі вивчення рівнянь та нерівностей / В.В.Ачкан // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – № 4. – Бердянськ: БДПУ, 2007. – С. 138 – 144.*

2. *Бібік Н.М. Компетентнісна освіта – від теорії до практики / Н.М.Бібік, І.Г.Єрмаков, О.В. Овчарук – К.: Плеяда, 2005. – 120 с.*

3.*Зайцева Л.І. Формування елементарної математичної компетентності в дітей старшого дошкільного віку: дис. … канд. пед. наук: 13.00.08 / Зайцева Лариса Іванівна – К., – 2005. – 215 с.*

4. *Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. 11 клас: У 2 кн. / [М.І.Бурда, О.Я.Біляніна, О.П.Вашуленко, Н.С.Прокопенко]. – Х.: Гімназія, 2008. – Кн. 1 – 224 с.; Кн. 2 – 224 с.*

5. *Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 10 – 12 класи (старша школа) // Математика в школі, 2006. – № 3. – С. 3 – 11.*

6. *Наказ МОН України від 05.05.2008 № 371. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: – www.mon.gov.ua/laws/MON_371_08.doc*

7. *Прокопенко Н.С. Методичні рекомендації щодо проведення державної підсумкової атестації з математики в 11 (12) класах загальноосвітніх навчальних закладів у 2007/2008 навчальному році / Н.С.Прокопенко // Математика в школі. – 2008. – № 3. – С. 3 – 5.*

8.*Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: монографія / С.А.Раков. – Х.: Факт, 2005. – 360 с.*

9. *Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно ориентированной парадигмы образования / А.В.Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58 – 65.*

10. *Шавальова О.В. Реалізація компетентнісного підходу у математичній підготовці студентів медичних коледжів в умовах комп'ютеризації навчання: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: 13.00.02 "Теорія і методика навчання математики" / О.В.Шавальова. – К., 2007. – 20 с.*

***Резюме.* Ачкан В.В. ОЦЕНИВАНИЕ ЗАДАНИЙ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ ИЗ СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ В КОНТЕКСТЕ ВНЕДРЕНИЯ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА В ОБУЧЕНИЕ.** *В статье рассмотрен вопрос актуальности и целесообразности усовершенствования методики обучения учеников решению уравнений и неравенств в курсе алгебры и начал анализа и оценивания результатов этого обучения в условиях внедрения компетентностного подхода; приведены методические рекомендации относительно оценивания решения основными методами заданий третьей части государственной итоговой аттестации из содержательной линии уравнений и неравенств.*

***Summary.* Achkan V. THE EVOLUTIONAL TESTS OF STATE TOTAL ATTESTATION IN MATHEMATICS FROM THE CONTENT LINE OF EQUITATIONS AND INEQUALITIES IN CONTENT OF INTRODUCING THE COMPETENT APPROACH IN STUDYING.** *The matter of actuality and expediency of improving the teaching methodic to solve equitation's and inequalities in algebra course and beginning of analysis is considered In the article. The evaluation the results of this teaching on condition of introducing the competent approach is represented. Some methodical recommendations for evaluation the solution by means the basic methods the tasks of the third part of state total attestation from the content line of equitation's and inequalities are suggested.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 7.04.2009р.

УСТАНОВЛЕНИЕ ПРОПЕДЕВТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В НАЧАЛЬНОЕ И ДОШКОЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ, ВЫЯВЛЕННЫЕ ПОТРЕБНОСТЯМИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ*

Н.Х.Тончева,
главный ассистент, канд. наук,
Шуменский университет им.Епископа К. Преславского,
г.Шумен, БОЛГАРИЯ

У статті представлена схема діагностики критичних моментів навчання у середній школі та можливості подолання установлених проблем за допомогою введення пропедевтичних елементів у ранні етапи навчання.

Представлений метод можливо використовувати не тільки у навчанні математиці, але й в інших галузях освіти. В основу даного підходу поставлена необхідність установлення евристичного початку в теоретичну постановку деяких математичних понять і тільки потім установити строгий математичний підхід.

Основна мета даної роботи установити певну схему, за допомогою якої спільно змогли б працювати вчителі на різних етапах навчання.

Правильный выбор подходящего места проведения пропедевтики основных математических понятий, позволяет школьникам с легкостью усвоить и осмысленно использовать эти понятия, как для решения математических задач, так и в своей практической деятельности в реальных житейских ситуациях. Современное образование направлено к установлению образовательных моделей, следующих единую логику во всем обучении до получения среднего образования. Для успешной организации обучения, необходимо осуществить сильную связь между коллективами, реализующие действующие на национальном уровне учебные программы. Тем самым совместно должны работать эксперты разных образовательных уровней – детского сада, дошкольного обучения, начального, прогимназиального и гиманзиального этапа[1]. Согласно стратегии развития системы среднего образования с 2004, основная ответственность данной задачи в Болгарии падала на Национальный институт образования [5], однако, практически достаточно сложно учесть все нюансы обучения только одним коллективом, поэтому как мы считаем, удачно дать возможность учителям давать идеи способствующие решению проблем возникшим в процессе обучения, так как именно учителя напрямую сталкиваются с конкретными проблемами и имеют нужную квалификацию и практический опыт. Для преодоления некоторых возникших в обучении проблем, предлагаем схему, которую представляем в данной работе.

Схема установления пропедевтических элементов

Данная схема не является универсальным инструментом, а лишь решает проблемы обучения, возникшие из за слабой основы, положенной в дошкольном или начальном образовании. Предлагаем следующую Схема 1, представляющую план коррекции возникших пропусков в обучении, с помощью введения пропедевтики некоторых основных понятий в более раннем этапе обучения.

*Эта статья осуществляется с помощью фонда Научных исследований ШУ “Епископа Константина Преславскиого” – № РД- 05-293 / 11.03.2009

[1] Данные этапы показаны согласно болгарскому законодательству.

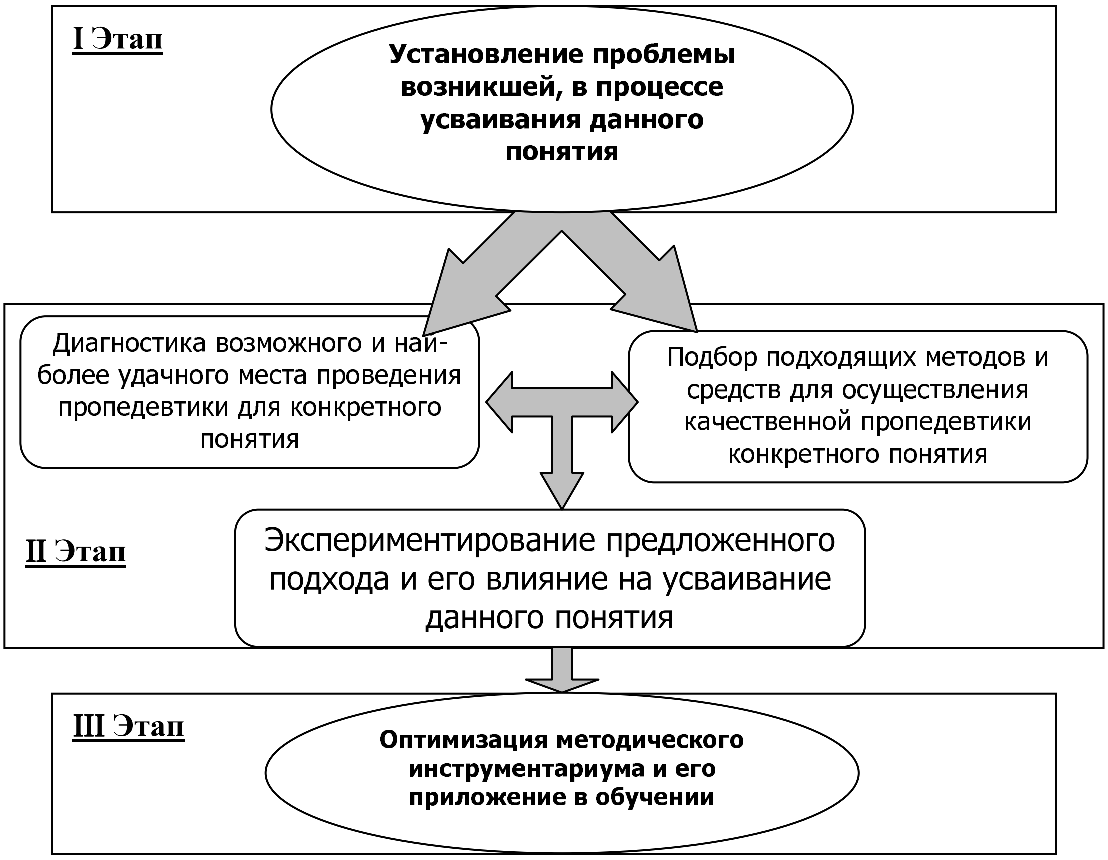


Схема 1

Предложенную схему можно успешно использовать в практике, если созданы прочные связи между экспертными коллективами, работающими над действующими на национальном уровне учебными программами для разных образовательных этапов. Для проведения корректного эксперимента диагностицирующего результаты от конкретного нововведения по данной схеме необходимо ждать несколько лет и к тому же достаточно сложно проследить организовать группу одних и тех же школьников, если идет речь от выборке, которую экспериментатор делает в начальном этапе. Имея ввиду эти сложности, особо важно чтоб предложения об введении пропедевтических элементов были обоснованными, как потребностями в обучении, так и психологическими особенностями детей и их способностями воспринимать новые знания. Практически основополагающими в данной схеме являются экспертные мнения специалистов, работающие на разных образовательных этапах.

Тут надо заметить, что первый этап схемы – „Установление проблемы возникшей, в процессе усваивания данного понятия" совсем естественно осуществляется учителями прогимназиального и гимназиального этапа. Эти проблемы выявляются так же, при проведении национальных и международных тестов и исследований, проверяющих уровень школьного образования. Хотя учителя и видят многие проблемы в обучении, они редко сами их подчеркивают, обычно, университетские преподаватели исследуют и ставят акцент на выявление недостатков в обучении. Они, совместно с действующими учителями и авторами учебников, пытаются решить, в рамках своих полномочий, появившиеся в обучении проблемы.

Диагностика и подбор подходящих методов и средств так же является исследовательской проблемой, которую удачно решить совместно учителям и специалистам по методике, педагогике и психологии.

Чтоб удачно закончить предложенный процесс, необходимо централизовано внедрять готовый продукт, в форме учебных программ и правил оформления учебников. Для этого необходимо содействие структур министерства образования.

С данной работой, нашей целью является показать только первые два этапа предложенной Схема 1, так как полноценное осуществление третьего этапа не в наших правомочиях.

Иллюстрация схемы на примере проблем усваивания понятия „вероятность"

Приложение Схема 1, для примера, можно проследить ясно при решении одной проблемы обучения математики, а именно введения в теорию вероятностей, что в Болгарии в основном осуществляется в 10 классе. Тут понятие вероятность появляется в одном позднем этапе развития ребенка. Из за нехватки пропедевтической основы, понятие сильно формализуется. В обучении не достаточно используется эвристический подход, который особо удачен для данного понятия. Школьники пытаются использовать суть „вероятности", становясь на знакомый им детерминистический подход, что приводит к ряду проблем в обучении. Часть проблем данного обучения описаны в [6]. Исследование данной проблемы и проведение эксперимента показывают, что удачно осуществить пропедевтику данного понятия еще в дошкольном обучении. Имея ввиду работу многих ученых, можно сказать, что выводы первого этапа известны давно и являются объектом дискуссии уже много лет. По второму этапу Схема 1 тоже есть определенные действия, но тут мы коснемся одного разного подхода. Для третьего этапа мы имеем готовность к приложению готового продукта (готовых систем задач, занятий, методических указаний и т.д.), но данные действия следует осуществлять централизовано и тем самым успешно отслеживать эффект данного обучения с помощью структур министерства образования.

В настоящей работе поставим акцент над вторым этапом Схема 1.

- **Психологические аспекты**

Ряд известных исследований показывают, что в возрасте 15-17 лет достаточно поздно делать первые шаги ознакомления с понятием вероятность. Это мнение знаменитых ученых как Варга, Гнеденко, а так же и учителей, обучающих школьников 10 класса. Разные авторы предлагают широкий диапазон возрастов для осуществления пропедевтики данного понятия. Примеры разных подходов можно проследить в [1, 2, 3] и многих других источниках. В [6] представлено исследование проблем как в гимназиальном этапе, так и в высшем образовании, порожденными недостатком своевременной пропедевтики понятия вероятность. В целом картина предоставляет основной вопрос – когда самый удачный момент осуществить подобную пропедевтику?

Согласно [7] оказывается, что „Еще до целенаправленных действий на построение понятия числа, ребенок формирует свою сложную систему невербальной репрезентации количественных отношений, на основе которой он отражает ординальные отношения, лежащие в основе дальнейших знаний и операциях с числами." В данной работе представлен эксперимент с детьми самого раннего возраста. Практически сделан вывод, что дети интуитивно чувствуют количественные отношения, имеют врожденную способность к осуществлению сериации, а это выдвигает идею, что дети способны ощутить житейское понятие „вероятность", „шанс к успеху" и использовать его в игровых ситуациях.

Специфика понятия и его сильная связь с формированием одного из основных умений детей этого возраста – сериации, дают идею поставить ознакомление с понятием „вероятность" (тут термин может быть изменен согласно мнению учителя) и умения детей осуществлять операцию сериация поставить на параллельное изучение, визируя момент, в котором сериация входит в свою операциональную фазу – этот момент по мнению психологов приходит к 6-7 годам. Тем самым определяем дошкольное обучение (группы 6-летних детей) как удачное место проведения данной пропедевтики.

Образовательное направление "Математика" в болгарской системе дошкольной подготовки разделено на пять ядер (Количественные отношения; Осуществление измерений; Пространственные отношения; Временые отношения; Фигуры и формы в плоскости). Согласно поставленным целям, можно удачно варьировать в выборе ядра, в котором осуществить пропедевтику. В [4] представлены идеи конкретной реализации такого обучения с помощью игр, описанием сценария и методических указаний к осуществлению данного подхода и оценки его эффективности.

- **Выбор подхода**

Осуществление успешной пропедевтики в столь раннем этапе обучения – сложная задача так, как плоды посеянные учителями в дошкольных группах будут собирать их коллеги намного позже. Важно выбрать средства, которые не только способствуют осуществлению поставленных целей, но и сделают этот процесс приятным для детей. Тут особо важны активные методы, которые в этом возрасте удачно осуществлять с помощью игр. Успешным оказывается использование атрактивных дидактических материалов, которые стимулируют эмоциональные реакции детей. Примеры таких игр, решающие форму пропедевтики понятия вероятность, представлены в [4, 6]. Для их осуществления, основой послужили идеи Монтесори. Для осуществления занятий предложены готовые „сценарии" игр, а используемые материалы легко сделать из подручных средств и наличных игрушек. Тем самым решается не только финансовый проблем, а так же учителя получают свободу творчества и имеют возможность разнообразить занятия согласно специфическим интересам детей в их группе. Предложенные игры дают примерную модель и легко могут быть модифицированы, что является дополнительным активом для учителя.

- **Эксперимент**

Часть предложенных игр уже экспериментировали с детьми из дошкольных групп. Подробно результаты представлены в [6]. Основные данные относятся к результатам занятий к моменту непосредственно после их проведения. Результаты последующего воздействия данного обучения пока не получены, из за трудности организации подобного рода эксперимента. Практически его можно осуществить лишь централизовано. По экспертной оценке, подобное обучение сильно облегчит детей в их дальнейшем знакомстве с понятием вероятность.

Идеи практического приложения

Настоящей работой, осознавая свои правомочия, акцентируем в основном на идее стимулировать учителей из прогимназиального и гимназиального этапа, задуматься какие из проблем, которые они встречают в обучении по определенным темам, проявляются в определенных недостатках в обучении на раннем этапе. Обычно опытные педагоги умеют правильно диагностировать необходимость пропедевтической основы данного понятия для его успешного усваивания, но они редко делятся своими идеями решения этих проблем. По нашему мнению, работа над подобными проблемами, может быть интересным направлением развития исследовательской работы учителей, на их пути на получение профессионально-квалификационной степени и привести к интересным результатам, которыми они смогут поделиться с коллегами с помощью публикаций в электронных и бумажных образовательных изданиях.

Для примера дадим несколько идей на выбор тематики, в которой могут быть найдены интересные решения использования пропедевтики в раннем этапе обучения. Для учителей, которые желают проследить ход представленной схемы мы бы посоветовали рассмотреть, например:

- ✓ Элементы математической логики.
- ✓ Теория множеств.
- ✓ Основные понятия стереометрии.

Другая интересная сторона рассматриваемой схемы, может быть совместная работа учителей разных этапов обучения, например учителя, преподающего в 10-11 классах и учителя, работающего с детьми 5-6 лет.

1. *Банков, К., Раковска, Д., Шаркова, И., Математика за задължителна и свободноизбираема подготовка – 6 клас, Регалия 6, София, 2003.*

2. *Варга, Т., Логика и теория вероятностей в младших классах средней школы, Математика в школе. − 3, Педагогика, Москва, 1973.*

3. *Златилов, В., Тонова, Т., Първа математическа читанка 3 – 4 клас, Труд, София, 2005*

4. *Петрова, Р., Тончева, Н., Примерни задачи за деца от предучилищни групи за пропедевтика на понятието "вероятност" по метода на Монтесори, НАУЧНА КОНФЕРЕНЦИЯ с международно участие посветена на 105-годишнината от рождението на пионериите на компютърната техника Джон Атанасов и Джон фон Нойман, 4 - 5 декември 2008 година, Шумен.*

5. *Стратегия за развитие на системата на средното образование в Република България, http://www.econ.bg/analysis/article103919.html, 10.01.2004.*

6. *Тончева, Н., Елементи от теория на вероятностите в българското училище, Конкретна съвременна реализация в 10 клас, Дисертация за присъждане на образователна и научна степен "доктор" по научната специалност 05.07.03 Методика на обучението по математика, Шумен, 2008.*

7. *Трифонова, М., Невербалната репрезентация на количества и оценка на ординалните отношения в детска възраст, http://bulgarian-psychology.com/ 29.4.2009 г.*

Резюме. **Тончева Н.Х. УСТАНОВЛЕНИЕ ПРОПЕДЕВТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В НАЧАЛЬНОЕ И ДОШКОЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ, ВЫЯВЛЕННЫЕ ПОТРЕБНОСТЯМИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ.** *В статье представлена схема диагностики критических моментов обучения в средней школе и возможности преодоления установленных проблем с помощью введения пропедевтических элементов в ранние этапы обучения. Представленный метод можно использовать не только в обучении математике, но и в других областях образования. В основу данного подхода поставлена необходимость установления эвристического начала в теоритическую постановку некоторых математических понятий и лишь позже установить строгий математический подход. Основная цель данной работы установить определенную схему, с помощью которой совместно смогли бы работать учителя разных этапов обучения.*

Summary. **Toncheva N. DETERMINATION OF *PROPAEDEUTIC* ELEMENTS IN PRESCHOOL EDUCATION, THAT REVEALLED NEEDS OF THE SECONDARY SCHOOL.** *The article presents a scheme diagnosis of critical moments of learning in secondary schools and the possibility of overcoming the problems set by introducing propaedeutic elements in the early stages of learning. The presented method can be used not only in teaching mathematics, but also in other areas of education. The basis of this approach has the need for a heuristic theory of the early production of some mathematical concepts and only later to establish a rigorous mathematical approach. The main objective of this work to establish a scheme, which could work together teachers of different stages of learning.*

Стаття представлена професором Й.Ніколовим (Болгарія).
Надійшла до редакції 7.05.2009р.

ДО ВІДОМОСТІ АВТОРІВ

У збірнику ***„Дидактика математики: проблеми і дослідження”*** публікуються роботи з дидактики математики, розвивального навчання, евристики, застосування математичних ідей та методів у навчанні.

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ

Мова: українська, російська, англійська.
Обсяг статті: (включно зі списком цитованої літератури) від 7 до 15 сторінок. Посилання на вітчизняні та зарубіжні літературні джерела (до 10 джерел) обов`язково.
Поля: верхнє – 25мм, нижнє – 25мм, ліве – 25мм, праве – 25 мм.
Шрифт: Times New Roman, розмір 14 п**.**
Інтервал: полуторний.
Відступ першої строки: 1,25 см.
Оформлення формул: використовувати Microsoft Word зі встроєним редактором формул Microsoft Equation, розмір 12.
Оформлення таблиць: таблиці розміщуються у тексті статті, шрифт у таблицях і малюнках 12.
Оформлення літератури: список літератури розміщується у кінці статті під назвою «**Література**» (нумерація джерел за алфавітом).

АВТОРИ НЕСУТЬ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЬ ЗА ЗМІСТ І ДОСТОВІРНІСТЬ ПОДАНИХ МАТЕРІАЛІВ

Матеріали пересилати за адреси: ***skafa@dongu.donetsk.ua; goncharovairina710@rambler.ru.***

Спочатку по центру друкується назва статті прописними жирними літерами симетрично, нижче (на другому рядку) – ініціали та прізвище автора(-ів), науковий ступінь, вчене звання, на третьому рядку – місце роботи автора (-ів) (організація), місто, країна.

Через один інтервал друкується анотація роботи українською мовою (2-3 речення). Після цього йде початок тексту роботи *через півтора інтервали* комп`ютерного стандарту. Формули та малюнки набираються на комп`ютері. Малюнки групуються та розміщуються усередині тексту. Підписи до малюнків, схем, таблиць включають їх номер, назву, пояснення умовних позначень.

Посилання на літературу подаються у квадратних дужках. Список літератури на мові оригіналу йде у кінці роботи після пропуску рядка через один рядок. Оформлення бібліографії стандартне.

Після списку літератури через один рядок наводиться ***резюме*** російською та англійською мовами. Воно містить прізвище та ім`я автора(-ів), назву статті та текст на 4-5 строчок.

РОБОТИ, ЯКІ НЕ ВІДПОВІДАЮТЬ ВКАЗАНИМ ВИМОГАМ, ПУБЛІКУВАТИСЯ НЕ БУДУТЬ!

Редколегія зберігає за собою право відхиляти роботи без обговорення та рецензування.

АВТОРИ НАДАЮТЬ:

1) електронний варіант статті (стаття має бути ретельно перевірена і повністю відредагована);
2) відгук члена редакційної колегії збірника;
3) довідку про автора(-ів).

ЗАЯВКА

- ***Прізвище***
- ***Ім’я***
- ***По батькові***
- ***Науковий ступінь***
- ***Вчене звання***
- ***Посада***
- ***Установа***
- ***Науковий керівник***
- ***Член редакційної колегії збірника, який надає відгук***
- ***Поштова адреса***
- ***Телефон***
- ***E-mail***

ЗАГОЛОВОК ПРОПИСНИМИ ЛІТЕРАМИ

І.П.Прізвище,
науковий ступінь, вчене звання,
організація, місто, КРАЇНА,

Анотація статті *(українською мовою)*

Текст статті

Література

Прізвище І.П. Назва статті. Анотація *(російською мовою)*
Прізвище І. Назва статті. Анотація *(англійською мовою)*

Наукове видання

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕННЯ

МІЖНАРОДНИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ РОБІТ

Випуск 31, 2009 рік

Рекомендовано до друку вченою радою Донецького національного *університету (протокол №6 від 30.06.2009).*

Редакція збірника:
Науковий редактор – доктор педагог. наук, проф. Скафа Олена Іванівна
Тел.: (38)-(0622)-3357085 (р.) (38)-(062)-3112429 (д.),
E-mail: skafa@dongu.donetsk.ua

Технічні редактори – Гончарова І.В.
Тутова О.В.
Комп'ютерна верстка – Гончарова І.В.
Художнє оформлення – Селявкіна Ю.П.

Відповідальний секретар – ст. викл. Тимошенко Олена Вікторівна
Тел.: (38)-(062)-3052375 (р.),
(38)-(062)-3378985 (д.).
E-mail: horol@dongu.donetsk.ua

Адреса редакції збірника: Кафедра вищої математики і методики викладання математики, Донецький національний університет, вул. Університетська, 24, Донецьк, 83055, Україна

Узгоджені матеріали надсилати за адресою:
Тимошенко О.В., пр.Миру, 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна

Збірник розповсюджується безкоштовно

Підписано до друку 3.06.2009 р. Формат 60x84/8. Папір типографський. Друк Офсетний. Умовн. друк. арк. 12,35. Тираж 150 прим. Замовлення № 679

Видавництво Донецького національного університету
Україна, 83055, Донецьк, вул. Університетська, 24

Надруковано в типографії ООО "Цифрова типографія" на цифрових лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060.
Адреса: Донецьк, вул. Челюскінців, 291а. Тел. (062) 388 07 31