Міжнародний збірник наукових робіт
Международный сборник научных работ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблеми і дослідження

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

Випуск 32

Засновники:

Донецький національний університет

Інститут педагогіки Академії педагогічних наук України

Національний педагогічний університет ім.М.П.Драгоманова

Донецьк: ДонНУ, 2009

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету 27.11.2009 (протокол № 9)

Д44 **Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт.** – Вип. 32. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2009. – 168 с.

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів та студентів.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся и студентов.

Свідоцтво про державну реєстрацію
КВ № 15209-3781Р від 30.04.2009

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

International Collection of Scientific Works

DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations

Issue # 32

Founders:

Donetsk National University, Ukraine

Pedagogical Institute of the Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine

National Pedagogical University, Kiev, Ukraine

2009

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

A periodic semiannual edition founded by Professor Yurii Palant in 1993.

Recommended for publication by Scientific Council
of Donetsk National University on 27.11.2009 (minutes # 9)

Д44 **Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. –** Issue # 32. – Donetsk: DonNU, 2009. – 168 p.

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу «Педагогічні науки» включено наш збірник наукових робіт «Дидактика математики: проблеми і дослідження» (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання «Евристика та дидактика точних наук» міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

ЗМІСТ

Редакція зберігає за собою право на редагування і скорочення статей. Думки авторів не завжди збігаються з точкою зору редакції. За достовірність фактів, цитат, імен, назв та інших відомостей відповідають автори.

CONTENT

ПРИНЦИПЫ СИНЕРГЕТИКИ И ИХ КОНКРЕТИЗАЦИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

В.Б.Милушев,
доктор педагог. наук,
Пловдивский Университет им. Паисия Хилендарского,
г. Пловдив, БОЛГАРИЯ

Розглянуті основні поняття синергетики. Акцент поставлений на її принципах і самоорганізації досліджуваної системи. Зроблена спроба адаптувати і конкретизувати їх у відповідності з методичними аспектами навчання розв'язанню задач з математики. Розроблена структурна модель системи „той, хто навчає – той, кого навчають" в контексті синергетичного підходу у відповідному освітньому середовищі.

Ключові слова: *синергетика, синергетичний підхід, самоорганізація, структура.*

Чтобы использовать в этом исследовании элементы синергетики и более конкретно ее принципы, в начале рассмотрим некоторые ее основные понятия. По мнению Г.Хакена [24], **синергетика** исследует взаимосогласованное поведение компонентов сложных систем, которое в одной или другой степени касается внутренних механизмов системы. Иными словами, синергетика рассматривается как „наука о динамическом самоорганизующемся целом" [6, с.76], где ключевым является понятие система.

Под системой в педагогике понимается „множество элементов, которые взаимодействуют между собой и на которые оказывается воздействие" [25, с. 59]. Отдельные ее подсистемы определяют соответствующие их свойства. Например, каждое новое знание входит в логическую связь с остальными знаниями в подсистеме, меняет ее, а следовательно и саму систему. Таким образом можно сказать, что изменение любого элемента или появление нового приводит к изменению в соответствующей подсистеме, а из-за существующего межлементного взаимодействия – и к изменению в основной системе.

Система учебных возможностей ученика исключительно сложна, так как состоит из множества подсистем, каждая из которых включает много разнообразных по содержанию и качеству элементов, причем как подсистемы, так и элементы в них находятся в сложных взаимосвязях. Независимо от этого, системой нужно и можно управлять. Этот вопрос рассматривается теоретически на базе другого основного понятия – „самоорганизация".

„Самоорганизация есть процесс, при котором общие, взятые в целом, внешние воздействия стимулируют включение внутренних для системы механизмов, благодаря которым в системе возникают определенные структуры" [3, с. 32]. Само понятие „структура" можно рассматривать как „совокупность относительно устойчивых связей и отношений, которые при маленьких внутренних или внешних воздействиях сохраняют основные свойства системы" [25, с.127]. Пока структура имеет сравнительно устойчивый, инвариантный характер и соответствует постоянству в отношениях, то организация рассматривает не только инвариантность, но и изменчивую упорядоченность элементов.

Независимо от исследований Г.Хакена проводятся и другие исследования, которые используют понятие „самоорганизация". Например, „теория нелинейных автоволновых процессов" школы, основанной Л.И.Мандельщамом [5]; „теория диссипативных структур" И.Пригожина [20] и др.

Эти теории имеют свои собственные понимания о процессах самоорганизации. В исследованиях разных авторов ([24], [26], [30], [20], [5], [13], [10], [11], [3], [14], [15], [7], [9], [17], [18], [19], [23], [1], [2], [28], [29] и др.), предполагается, что хотя используемые подходы различны, между ними есть синергетическая связь.

С целью выяснения других важных понятий синергетики, здесь используется представленный в [1] подход, ибо он позволяет рассматривать эти понятия в соответствии с принципами синергетики, адекватными динамике стадий системы. Для наглядности, эти стадии и соответствующие им принципы представляем следующей схемой.

Схема 1. Модель переходов системы и принципы синергетики, соответствующие ее стадиям

1. Принципы Бытия

Указанные принципы стадии „Бытия”, разработанные В.Г.Будановым, можно адаптировать и конкретизировать в соответствии с методическими аспектами преемственности при обучении математике и моделировании решения задач на атомарном, молекулярном и клеточном уровнях [4]. Так, например, адаптируя принцип иерархичности можно сказать, что любое знание или умение, закрепленное в зоне актуального развития (ЗАР) учащегося, т.е. „более низшее” знание или умение, является „структурой – порядком” при преодолении стандартных для него задач („низший” уровень деятельности), но при задачах нового типа, являющихся полуэвристическими или эвристическими, для которых стандартные задачи являются задачами-компонентами, последние служат строительным материалом, даже в начальном этапе – и „элементами хаоса”. Такова и роль „базовых задач”, которые используются в обучении математике.

Элементы системы, связываясь в **структуру**, передают этой структуре часть своих функций. Эти функции уже становятся функциями всей системы, в результате чего в [1, с. 52] названы „коллективными переменными”, а в синергетике – „**параметрами порядка**”. Они функционируют на более высоком иерархическом уровне, чем элементы системы, и описывают в сжатой форме цели-атракторы и смысл поведения системы. На основе иерархии и принципа подчинения можно описать и **зарождение самоорганизации.**

Эту теорию можно адаптировать для процесса обучения решению задач. Рассматривается система возможностей субъекта на определенном этапе его обучения и более специально система его теоретических знаний и умений их применения, а также и умения использования аналитико-синтетических рассуждений и специальных эвристик. При решении определенной задачи, субъект явно или неявно конструирует последовательно подсистемы знаний и умений, которые образуют компоненты внешней структуры задачи – базис и метод или их части. Совокупность элементов этих компонентов можно рассматривать как „проект” субъекта об операторе задачи. Переоткрывая их последовательно, субъект связывает эти элементы в некоторую структуру, на основе своих умений осуществлять анализ и синтез. В большинстве случаев учащийся не обладает необходимыми логическими знаниями на нужном уровне, они все еще находятся в процессе формализации, „отрывания” от конкретного носителя. Именно при их выявлении, хотя и в некоторую полуконкретную форму, причем „от имени коллектива”, у субъекта формируются знания об элементах оператора, в качестве коллективных переменных – параметров порядка. Значит, для таких параметров рассматриваемой подсистемы: ПО (проекто-оператор задачи) служат знания и умения субъекта о реляциях „эквивалентность” и „следование” суждений и предикатов, правила выводов, наиболее modus ponens, modus tollens и гипотетический силогизм. Ясно, что они являются знаниями более высокого иерархического уровня, вследствие чего некоторые авторы включают их в т.н. „дедуктивные правила”. Когда система возможностей субъекта находится на таком уровне, что налицо кохерентное согласование между параметрами порядка и соответствующим проекто-оператором задачи, т.е. действует принцип подчинения, тогда наступает явление <u>самоорганизации</u> со стороны субъекта.

Особо важную роль в синергетике играет иерархия самых близких последовательных временых уровней, называемых соответственно микро-, макро- и мегауровнями. Отметим важный факт – „при рассмотрении двух соседних уровней в фазе Бытия принцип подчинения гласит: *долгоживущие переменные управляют краткоживущими,* вышележащий уровень – нижележащими” [1, с.53]. Следовательно, коллективные переменные, которые задают язык среднего макроуровня, суть долгоживущие по отношению к быстрым, краткоживущим переменным, задающим язык микроуровня, и управляют ими. При этом первые формируются вторыми. Аналогично, мегауровень образован практически „вечными” переменными, которые являются параметрами порядка для макроуровня, „но теперь, в этой триаде уровней принято называть их управляющими параметрами” [там же]. Меняя плавно последние, меняется система нижележащих уровней. При, так называемых, критических (бифуркационных) стоимостях управляющих параметров достигается кризисное изменение системы.

Аналогичную модель этой временой триады можно рассматривать и при обучении математике, например, при изучении утверждений по схеме: частные случаи – утверждения для соответствующего класса таких случаев – обобщение этого утверждения. Такое, например, следующее отношение**:** зависимости между сторонами конкретных прямоугольных треугольников (микроуровень); замечание соответствующей закономерности и доказательство теоремы Пифагора (макроуровень); открытие ее аналогов в пространстве (мегауровень). Организация обучения в контексте синергетического подхода привела бы к формированию умений самообучения типа „хочу узнать как” (ноу-хау).

2. **Принципы Становления**

2.1. Принцип „<u>нелинейности</u>” является отрицанием принципа суперпозиции (относящегося к линейным системам) и в обобщенном виде его можно сформулировать следующим образом:

„*Результат суммы причин ≠ сумме результатов причин*” [1, с. 55], т.е. $R(\pi_1 + \pi_2 + \ldots + \pi_n) \neq R(\pi_1) + R(\pi_2) + \ldots + R(\pi_n)$; где ($R(\pi_i)$ – результат причины π_i).

В [14, с. 73] отмечено, что утверждение „целое больше суммы частей” утверждает основный принцип голизма[1]. Проявление синергетического подхода, порожденного

[1] Современное английское учение, которое рассматривает природу как духовное единство (целостность) нематериальных сущностей [21, с. 846]

наличием бифуркации, альтернативностью решения и др., метафорически выражается понятием „нелинейное мышление” или более корректно терминами „нелинейные методы”, „нелинейная методология”.

2.2. Незамкнутость (открытость). В природе все системы взаимодействуют с их окружением, т.е. в той или другой степени они открыты. Живые системы, общество и различные его подгруппы – открытые системы, потому что они взаимодействуют с соответствующей средой, потребляя вещество, энергию, информацию из них. „Именно открытость позволяет таким системам переходить от простого к сложному, развивать программу роста организма из клетки зародыша. Это означает, что иерархический уровень может развиваться, усложняться только при обмене вещества, энергии, информации с другими уровнями” [1, с. 57]. Эти закономерности не только подтверждают тезис Е.Скафы [22] относительно взаимодействия между системами: „ученики”, „учитель”, „знания, умения, методы и др.”, но и дают возможность для углубления исследования в этом направлении, обособляя в качестве подсистем**:** U – возможности отдельных учеников и их „объединение” (для соответствующей обучающей группы); P – возможности соответствующих им учителей и их совокупность; J – система информационных единиц, усвоенных как знания и умения (учащимися и учителями) и содержащихся в различных информационных источниках на бумажном или электронном носителе (учебники, пособия, интернет и др.)**;** и системы, построеные сочетанием этих подсистем. Ясно, что каждая из этих подсистем сложная, то линейно, то нелинейно развивающаяся, открытая система, входящая во взаимодействие с остальными. Особенно важно, что они связаны с явлением самоорганизации, которое очерчивается из валидности принципа открытости на границе между временовыми уровнями (по В.Г.Буданову). Отметим, что при модели С.Гроздева [25, с.75] о переходе системы возможностей ученика из одного гомеостатического состояния в другое, можно сказать, что около точки бифуркации эта система нелинейна и открыта, т.е. точно тогда ее взаимодействие с системами „учитель” и „информационные единицы” должно быть сильно выявлено, чтобы проявилось явление самоорганизации.

2.3. Неустойчивость. Удачной физической моделью неустойчивости является положение шарика на самой высокой части перевала (точка бифуркации), разделяющего одну долину от другой ([25, с. 125]). Отметим, что часто получение точки бифуркации связывается со множеством альтернатив и тогда даже с очень слабыми информационными воздействиями можно повлиять на выбор поведения системы. В обучении этот факт мог быть использован как основание для конструирования метода развития одной системы (например, системы возможностей ученика), который, условно, можно назвать „метод альтернатив”. Например, в процессе решения данной задачи часто ученик попадает в „тупик”. Учитель не должен сразу „слепо” оказывать ему помощь, а необходимо подождать и обеспечить ученику достаточное время для размышления, чтобы он сам открыл различные альтернативные идеи (самостоятельное приближение к точке бифуркации), после чего оказать определенное (небольшое) воздействие, например, с удачными „джокерами” так, чтобы эвентуально предопределить дальнейшие ходы мыслительной деятельности ученика.

2.4. Динамическая иерархичность. Этот принцип связан с рождением параметров порядка при переходах „порядок – хаос”, „хаос – хаос”, „хаос – порядок”, которые осуществляются в процессе взаимодействия минимум трех иерархических уровней системы. В то время как в фазе Бытия параметры порядка являются самыми устойчивыми переменными, то в процессе этого взаимодействия они превращаются в самые быстрые неустойчивые переменные среди опережающихся микрофлуктуаций. Рассмотренный принцип визирует переходы системы через различные иерархические уровни, начиная с медленного изменения управляющих параметров на мегауровне, которое приводит к появлению бифуркации, к неустойчивости системы на макроуровне и к переустройству ее структуры. „В точке бифуркации коллективные переменные, параметры порядка на макроуровне возвращают свои степени свободы в хаосе на микроуровне, причем они „растворяются” в нем и увеличивают его хаотизацию. После этого в непосредственном процессе взаимодействия на мега- и микроуровне рождаются новые параметры порядка обновленного макроуровня” [1, с. 60].

В обучении и культуре этот процесс Становления можно представить формулой „Способ действия + Предмет действия = Результат действия”, а в синергетике эта „*креативная триада”*: „управляющие сверхмедленные параметры верхнего мегауровня” + „краткоживущие переменные нижнего микроуровня” = „параметры порядка, структурообразующие долгоживущие коллективные переменные нового макроуровня”” [там же].

В процессе обучения феномен „самоорганизация” можно интерпретировать, используя некоторые точки зрения из [9, с.3] и [4], следующим образом. Как известно, процесс овладения данным знанием или умением начинается организованными учителем деятельностями, направленными на распредметение со стороны учащегося опредметенных обществаом знаний, т.е. медленно изменяющиеся параметры на мегауровне порождают неустойчивые состояния параметров на макроуровне. Как только нововоспринятые знания вступят в логическую связь со старыми знаниями, тогда старые представления на макроуровне исчезают и на их месте возникают знания уже с новым качеством.

В этой связи, я бы сказал, что хорошим средством для создания мотивов и условий самоорганизации являются такие системы учебных задач, первые из которых, с одной стороны, имеют связь с уже приобретенными знаниями и умениями и, с другой стороны, чем они для него интересны, значимы в практико-приложном, интеллектуальном отношении. Для достижения этого, полезно, чтобы обучающий выяснил цель обучения посредством соответствующей системы задач так, что учащиеся могли бы воспринять ее как свою собственную цель. Подчеркнем, что именно преемственность при обучении создает необходимые условия для осуществления указанной логической связи, т.е. обеспечивает взаимодействия между мега- и микро уровнями. Отсюда вытекает большая роль правильно организованной пропедевтики знаний и преемственности в разных аспектах учебной деятельности в зоне бифуркации на мега- и старом макро уровне.

2.5. Наблюдаемость. Этот принцип в [1, с. 62] рассматривается как „открытый комплексный эпистемологический принцип”, включение которого в систему принципов синергетики делает последнюю „открытой для пополнения философско-методологическими системными интерпретациями”. В этой связи, специально в образовании, где функционируют живые социальные системы, важно эффективно использовать рефлексию, толлерантный диалог и другие интерактивные методы.

Для достижения большей эффективности в развитии образовательной системы (педагогической системы, дидактической системы и др.) недостаточно интерпретировать педагогические ситуации только посредством синергетических принципов и закономерностей. Необходимо включить еще „синергетический подход”. Поэтому уместно рассмотреть и вариант комплексной математической модели самоорганизации (Схема 2).

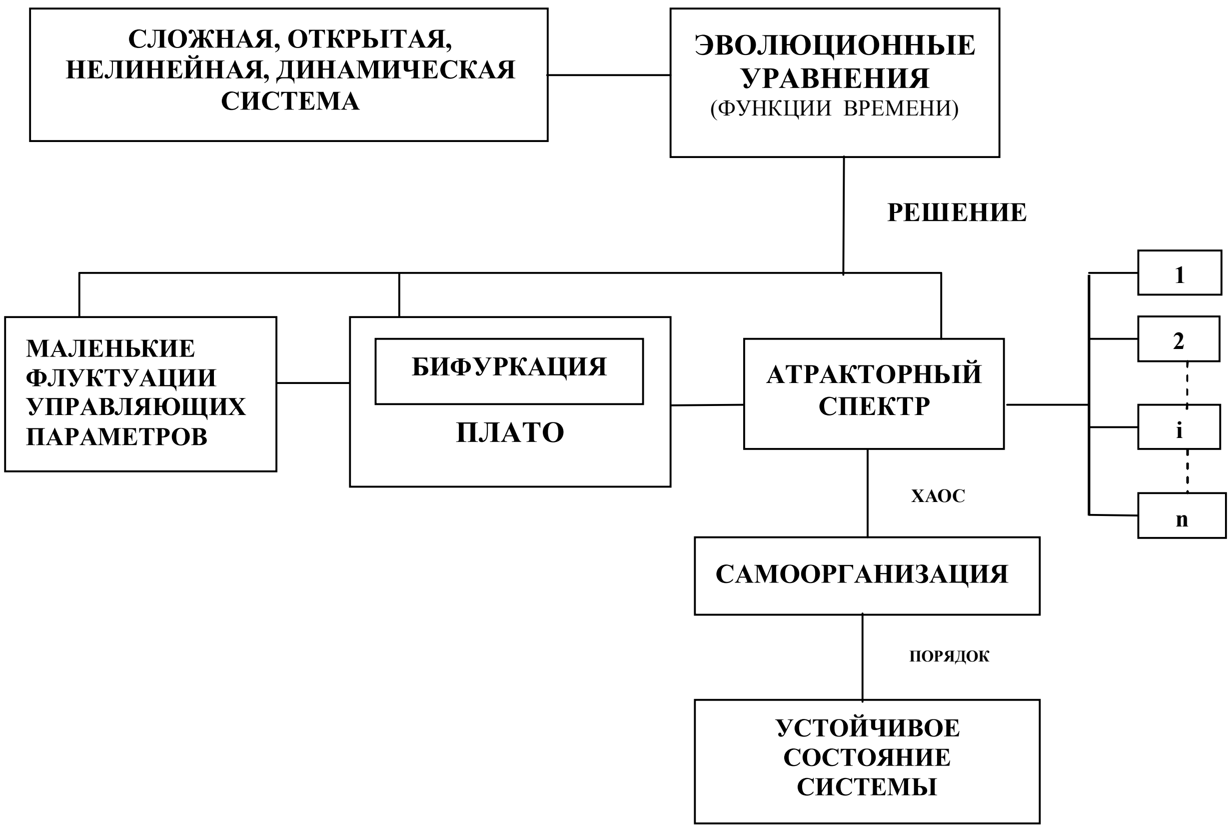


Схема 2. Математическая модель самоорганизации сложной, открытой, нелинейной, динамической системы

Математическая сторона самоорганизации, рассматриваемая как процесс, объясняется решением частных дифференциальных уравнений (см, например [3], [5], [9], [25]) (причем в общем случае речь идет об управляющих параметрах – функции времени, независимо какая система – образовательная, физическая, химическая, биологическая и т.д.). Эти уравнения, с помощью которых моделируется состояние системы, называются в общем случае эволюционными уравнениями. Делая медленные изменения (флуктуации) над управляющими параметрами, нарушается состояние первоначальной структуры исследуемой системы. В результате этого достигается критичность точек (называемых точками бифуркации), нарушается устойчивость структуры. Система может перейти различным путем к достижению устойчивого состояния снова, относительно времени. Налицо атракторы – структуры, посредством которых система „ощупывает" эти состояния и согласно своим внутренним механизмам достигает новой структуры, различающейся существенно от первоначальной. Следовательно, чтобы система могла перейти из одного устойчивого состояния в другое, необходимо создание новой структуры, тесно связанной с понятиями организации и самоорганизации. Это осуществляется при определенной степени флуктуации управляющего параметра, но при условии, что „количество накопленных" знаний и умений в процессе учения войдет во взаимодействие со старыми знаниями и умениями так, чтобы установились новые связи и отношения между ними. Они провоцируют создание новой структуры (придающей новое качество системе). Иными словами, этот процесс протекает по следующей формуле

„МЕГА + МИКРО = МАКРО new" [1, с. 60], представляющей основную идею стадии „Становления".

До сих пор мы комментировали только

один цикл процесса учения сообразно указанной схеме, причем в идеальном случае, когда после точки биффуркации уровень подготовленности ученика повышается. Естественно, описанный цикл может осуществляться аналогично многократно, что приводит к перманентному повышению уровня его подготовленности в рамках соответствующей образовательной степени. В принципе не существует „потолка" восприятия и развития личности в процессе обучения. Любая психологическая граница (в отличии от физиологической) может быть преодолена благодаря появлению новых флуктуаций.

Специально для потребностей наших исследований [27] интерес представляют синергетические процессы, сопровождающие деятельность решения математических задач. По-нашему, важно то, что благодаря „самоорганизации можно осуществить **смену** целей при поиске решения математических задач. Важно и то, что самоорганизация системы возможностей учащихся включает в себя как следствие и самообучение. Для этой цели нужно использовать подходящий инструментарий, который направляет самоорганизацию в правильное направление к системности, т.е. основывается на синергетическом подходе" [25, с. 62].

Итак, если отнести исследования к образовательным системам, можно предложить следующую ***структурную модель*** системы „обучаемый – обучающий" (см. Схему 3).

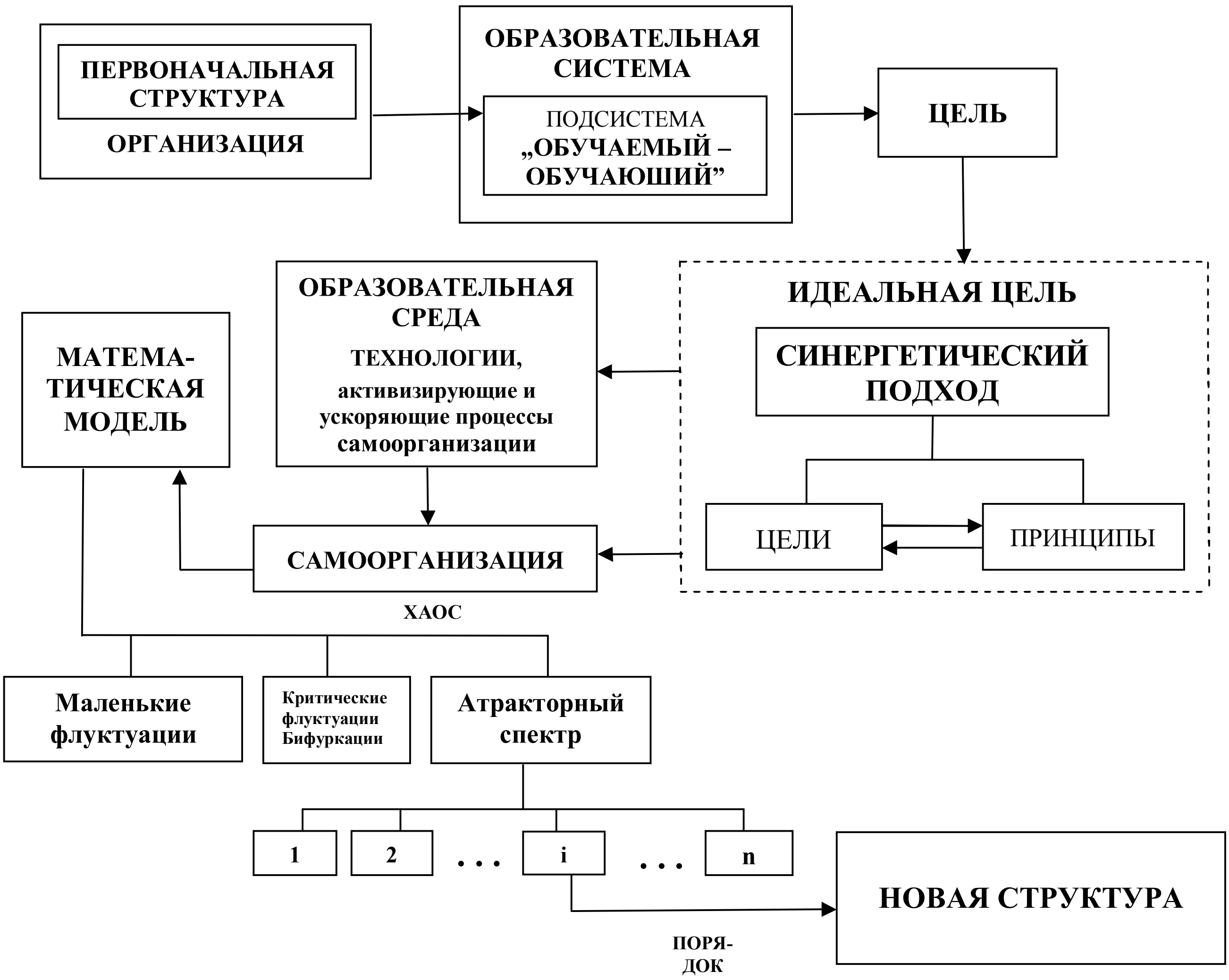


Схема 3. Структурная модель системы „обучаемый – обучающий" в контексте синергетического подхода в соответствующей образовательной среде

Цель системы „обучающий – обучаемый" – совершенствование технологично-процессуальной стороны обучения.

Идеальная цель синергетического подхода – путем самоорганизации достичь новой позитивной структуры системы.

Принципы (по В.Г.Буданову): 1) принципы Бытия: гомеостатичность, иерархичность; 2) принципы Становления: нелинейность, неустойчивость, незамкнутость, динамическая иерархичность, наблюдаемость.

Подсистема „обучаемый – обучающий", первоначальная структура которой имеет определенную организацию, ставит перед собою цель, которая впоследствии превращается в идеальную цель подсистемы. На основании синергетического подхода, базирующегося на определенных, указанных выше, принципах и целях, формируется соответствующая образовательная среда, включающая подходящие методы, формы, средства и технологии для активизации процессов самоорганизации. В результате этого создается математическая модель возникшей ситуации, с помощью которой исследуется наличие флуктуаций, бифуркаций, различных атракторов. Наступивший при этом **хаос** наводит к выбору определенного атрактора (обозначенного на фиг. 7 с „i"). Для его реализации создается соответствующий **порядок**, в результате чего возникает новая структура, обеспечивающая самоактуализацию субъектов (и обучаемого, и обучающего). Эта новая структура является первоначальной структурой для следующего цикла. Таким образом, по существу, реализуется спиралевидный принцип в обучении, но на более высоком уровне. Этим иллюстрируется факт, что образовательная система является сложной, открытой, нелинейной и динамической системой, в основе которой лежит самоорганизация. Под влиянием внешних или внутренних воздействий, на основе маленьких изменений (флуктуаций), система достигает хаотического состояния, выход из которого ищется в структурах – атракторах, а оттуда и нового устойчивого состояния.

По сути дела, в своей исследовательской работе пытаемся проявлять „синергетизм" в поиске новых альтернатив, связанных с новой интерпретацией уже известных методов и средств для оптимальной реализации триады деятельностей: решение, составление и преобразование задач с целью достижения оптимального саморазвития субъектов (и обучаемого, и обучающего). Это является предметом исследования других публикаций ([16] и [27]) на основе подхода, названного нами „рефлексивно-синергетическим подходом".

1. Буданов, В.Г. За методологията на синергетиката. – Педагогика, 2006. – №11, С. 42-64

2. Буданов, В.Г. Трансдисциплинарное образование, технологии и принципы синергетики. В: Синергетическая парадигма. – М., 2000.

3. Бушев, М. Синергетика; Хаос, ред, самоорганизация. С.: УИ „Св.Кл. Охридски", 1992. – 246 с.

4. Ганчев, Ив. Основни учебни дейности в урока по математика (синтез на резултати от различни изследвания). – С.: Модул-96", 1999. – 198 с.

5. Гапонов-Грехов, А.В., Рабинович, М.И. „Л.И.Манделщам и современная теория нелинейных колебаний и волн". УФН, 1979, вып. 4.

6. Герасимова, И.А. Съвместното мислене като изкуство: опит за философско-синергетическо изследване. – Педагогика, 2006, № 1, с. 74-84.

7. Герасимова, И.А. Синергетическая парадигма. Многообразие поисков и подходов. М.: „Прогресс-Традиция", 2000, 304 с.

8. Гроздев, С. Организация и самоорганизация при решаване на задачи. – Математика и информатика, 2002. – Кн. 6. – С. 51-58.

9. Гроздев, С. Синергетика на ученето. – Педагогика, 2002. – № 7. – С. 3-23.

10. Капица, С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. – М. 2001.

11. Князева, Е.Н. Пробуждащото обучение. – Педагогика, 2006. – № 8. – С. 3-21.

12. Князева, Е.Н. Синергетиката на 30 години (интервю с проф. Х.Хакен). – Педагогика, 2006. – № 5. – С. 3-12.

13. Князева, Е.Н., Кордюмов С.П. Законы еволюции и самоорганизации сложных систем. М.: „Наука", 1994, 236с.

14. Курдюмов, С.П., Князева Е.Н. Структурите на бъдещето: синергетиката като методологическа основа на футурологията. – Педагогика, 2006. – № 12. – С. 65-80.

15. Малинецкий, Г.Г., Курдюмов С.П. Синергетика, прогноза и управление на риска. – Педагогика, 2006. – № 7. – С. 87-103 (авторизиран перевод: проф., д-р М. Георгиева).

16. Милушев, В.Б. Рефлексивно-синергетичен подход в обучението. – В: Научни трудове на ПУ "П. Хилендарски". Т. 45. – Кн. 2, Методика на обучението, 2008. – С. 43-53.

17. Назаров, Т.С., Шаповаленко В.С. Синергетический синдром в педагогике. – Педагогика, 2001. – № 9. – С. 25-33.

18. Налимов, В.В. Самоорганизация как творческий процесс. Философский аспект. – В Сб.: Синергетическая парадигма. – М.: „Прогресс", 2002.

19. Панчев, С. Теория на хаоса. – С., 1996. – 246 с.

20. Пригожин, И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. – М., 1986.

21. Речник на чуждите думи в българския език. – С.: Изд-во на БАН, 1982. – 675 с.

22. Скафа, Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. (монография). – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

23. Тасев, М. В търсене на нов съюз между синергетика и образование в XXI век. Педагогика, 2001. – № 10. – С. 3-28.

24. Хакен, Г. Синергетика: йерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. – М.: „Мир", 1985. – 186 с.

25. Grozdev, S. For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice). – Sofia, 2007. – 295 p.

26. Haken, H. Synergetics' an overview. – Rep. Progr. Phys., 1989.

27. Milloushev, V.B. The Triad of Ativities Solving, Formulating and Transforming of Mathematical Problems. – In: "Proceedings of the 6th Mediterranean Conference on Mathematics Education. 22-26 April 2009, Plovdiv, Bulgaria, p. 467-475.

28. Князева, Е.Н., Курдюмов С.П. Синергетика и новые подходы к процессу обучения. (вж. http://www.haos.ru/artarc.php?sa=show_all@topic=21(2006)).

29. Курдюмов, С.П., Малинецки Г.Г. Синергетика – теория самоорганизации. (вж. http://www.n-t.org/tp/in/sts.thm (2006)).

30. Хакен, Г. Можем ли применять синергетику в науках о человеке? http://www.spkudynmov.narod.ru.

Резюме. **Милушев В.Б. ПРИНЦИПЫ СИНЕРГЕТИКИ И ИХ КОНКРЕТИЗАЦИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ.** *В настоящей работе рассмотрены основные понятия синергетики. Акцент поставлен на ее принципах и самоорганизации исследуемой системы. Сделана попытка адаптировать и конкретизировать их в соответствии с методическими аспектами обучения решению задач по математике. Разработана структурная модель системы „обучаемый – обучающий" в контексте синергетического подхода в соответствующей образовательной среде.*

Ключевые слова: *синергетика, синергетический подход, самоорганизация, структура.*

Summary. **Milloushev V. PRINCIPLES OF SYNERGETIC AND ITS CONCRETIZATION IN TEACHING OF MATHEMATICS.** *The main ideas of the synergetic are presented in this work. The accent is on its principles and the self-organization of the investigated system. An experience to be adapted and to be specified with correspond to the methodical aspects of the education of solving mathematical problems is done. A structural model of the system "learner- tutor" in the contest of the synergetic approach in the appropriative educational environment is developed.*

Keywords: *synergetic, synergetic approach, self-organization, structure.*

Робота представлена професором О.І.Скафою.

Надійшла до редакції 2.10.2009р.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ЗМІСТОВА ЛІНІЯ ШКІЛЬНОГО КУРСУ МАТЕМАТИКИ

В.О.Швець,
канд. педагог. наук, професор,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розглядаються прикладна спрямованість шкільного курсу математики і метод математичного моделювання як засіб її реалізації. Пропонується концептуальна модель формування в учнів середньої школи навичок і вмінь математичного моделювання.

Ключові слова: *прикладна спрямованість шкільного курсу математики, прикладні задачі, математична модель.*

Володіння навичками математичної діяльності та вміннями їх застосовувати до розв’язування різноманітних проблем є запорукою успішної участі особистості у сучасному суспільному житті.

Одним із вихідних положень, на які нині спирається система вітчизняної математичної освіти, є спрямованість навчання математики на забезпечення міцного і свідомого оволодіння учнями системою математичних знань і вмінь необхідних їм у повсякденному житті, достатніх для вивчення багатьох навчальних предметів загальноосвітньої школи, отримання якісної професійної освіти на наступних етапах. Сказане потребує додаткових уточнень.

Аналіз матеріалів звіту про світовий розвиток [6], які підготовлені світовим банком на основі тестування математичних і природничих знань учнів і студентів окремих розвинутих країн, серед яких були і країни СНД, показує відмінності розуміння значимості цих знань, а, відповідно, і різне ставлення до їх формування. Так, наприклад, якщо акцентувати увагу в навчанні учнів на одній із таких цілей навчання: 1) формувати систему знань; 2) навчити використовувати знання на практиці; 3) навчити використовувати знання в нестандартних ситуаціях, – то окреслюється різне бачення окремими країнами ступеня їх важливості. На рис. 1 зображені відхилення від середнього значення вибірки школярів 9-13 років.

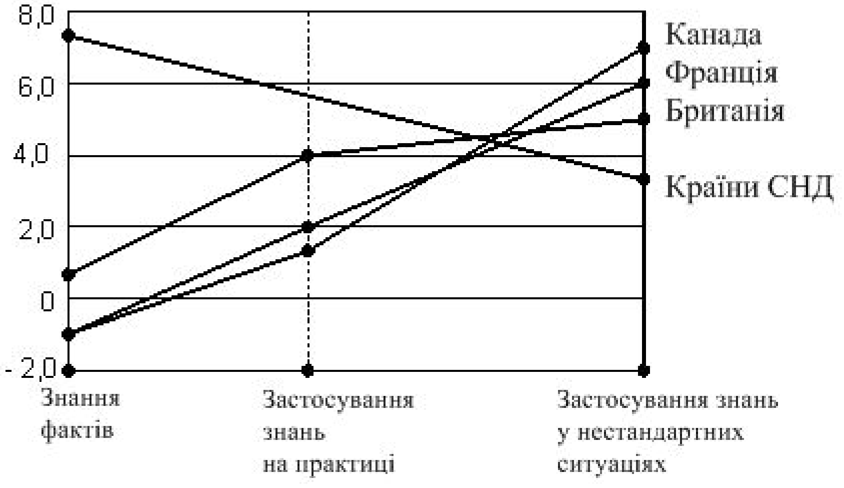


Рис. 1

Графіки, які наведені, свідчать про те, що у країнах колишнього СРСР традиційно пріоритетною була ціль сформувати в учнів середніх шкіл глибокі та міцні математичні і природничі знання, а двом іншим цілям приділялось уваги менше. В інших країнах, як видно на рис. 1, пріоритетність цілей інша.

Україна, ставши самостійною державою, реформуючи систему освіти, намагається виправити такий ухил. У всіх подальших державних нормативних документах, які стосуються проблеми змісту математичної освіти, вимог до математичної підготовки учнів, профілізації школи тощо, говориться про посилення прикладної спрямованості курсу математики (ціль 3). Заміна конгітивно-інформаційної парадигми освіти на компетентнісну не тільки заохочує виконувати це, але і зобов'язує. Стверджувати, що вже багато зроблено у цьому напрямі неможливо в силу різних причин: інерційності системи освіти, складності у розв'язуванні даної проблеми, відсутності належного матеріального забезпечення і т.д. Але просування вперед, хоч і малі, все-таки є.

Прикладна спрямованість шкільного курсу математики як проблема, яку необхідно вирішити, та як завдання, яке потребує розв'язання у навчанні математики задекларовані в "Концепції математичної освіти 12-річної школи" [1], у "Концепції профільної освіти у старшій школі" [2], у "Державному стандарті базової шкільної середньої освіти: освітня галузь Математика", у програмах з математики для середньої школи та в інших документах. На розробку технологій його розв'язування були спрямовані наукові дослідження М.Я.Ігнатенка, З.І.Слєпкань, Л.О.Соколенко, А.В.Прус, В.О.Швеця та інших українських математиків-методистів. Зокрема, вони досліджували і продовжують досліджувати проблеми прикладної спрямованості шкільних курсів алгебри та початків аналізу, стереометрії, інтегрованого шкільного курсу "Математика" і т.д. Менш успішно, поки що, ця проблема вирішується у шкільних підручниках з математики нового покоління.

Так що ж це таке – "прикладна спрямованість шкільного курсу математики"? Вперше означення цього поняття було дано радянським педагогом-математиком В.В.Фірсовим. Згодом воно вдосконалювалось іншими вченими. У нашому розумінні сутність **прикладної спрямованості шкільного курсу математики** полягає у орієнтації <u>цілей</u>, <u>змісту</u> і <u>засобів навчання</u> математики у напрямку:

- забезпечення цiленапрямлених змістових і методологічних зв'язків математики з практикою;
- набуття учнями в процесі математичного моделювання знань, умінь і навичок, які будуть використовуватись ними в повсякденному житті, в навчанні, в майбутній професійній діяльності.

Остання теза передбачає включення в навчання математики таких специфічних моментів, які характерні для дослідження прикладних проблем, зокрема для розв'язання <u>прикладних задач</u>, під якими ми розуміємо задачі, що виникають за межами математики, але розв'язуються з використанням математичного апарату.

Часто поряд з прикладною спрямованістю шкільного курсу математики говорять про <u>практичну спрямованість навчання</u> математики. У нашому розумінні сутність практичної спрямованості навчання математики полягає в спрямованості <u>цілей</u>, <u>змісту</u>, <u>засобів</u>, <u>методів</u> і <u>організаційних форм</u> навчання на формування в учнів вмінь і навичок розв'язування математичних задач.

Зрозуміло, що в реальному процесі навчання прикладна і практична спрямованості мають функціонувати спільно, доповнюючи одна одну.

Радикальним методом реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу алгебри і початків аналізу є метод математичного моделювання, а найбільш ефективним засобом – прикладні задачі, розв'язування яких потребує глибоких знань як з математики, так і з інших дисциплін.

Необхідно зазначити, що процесу розв'язування прикладних задач властиві всі етапи математичного моделювання.

В узагальненому вигляді це:

- переклад задачі з природної мови тієї галузі, де вона виникла, на мову математики (І етап, **створення математичної моделі**);

- розв'язування отриманої математичної задачі (ІІ етап, **дослідження математичної моделі**);

- інтерпретація отриманих результатів, тобто переклад розв'язку математичної задачі з мови математики на мову тієї галузі, де вона виникла (ІІІ етап, **інтерпретація розв'язків**).

Схематично процес розв'язування прикладної задачі зображено на рис. 2 (ПЗ – прикладна задача, МЗ – математична задача, РМЗ – розв'язання математичної задачі, РПЗ – розв'язок прикладної задачі).

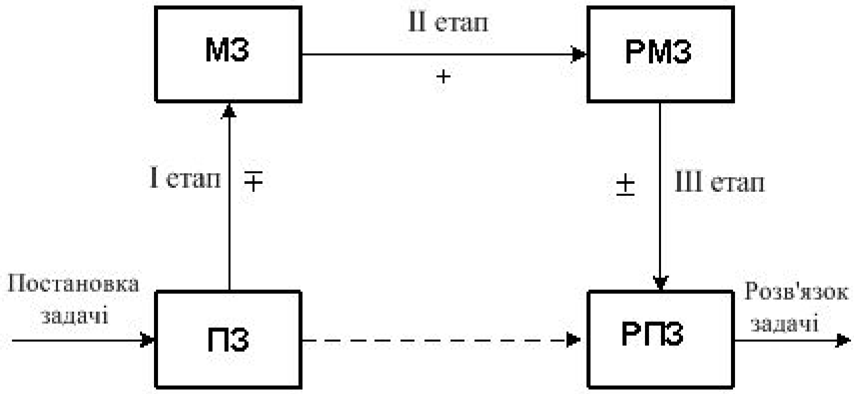


Рис. 2

Спеціальні дослідження показують, що найбільш складним для учнів є І етап ($\mp$ - дуже слабко володіють навичками перекладу ПЗ з природної мови на мову математики, створення адекватної математичної моделі). Якщо ж учням запропонувати готову або допомогти створити математичну модель прикладної задачі (рівняння, систему рівнянь, функцію тощо), то з її розв'язанням вони вправляються добре (+ - добре). Менш успішним, порівняно з ІІ етапом, є ІІІ етап ($\pm$ - не завжди учні вміють інтерпретувати розв'язок математичної задачі як розв'язок прикладної задачі).

Слід зазначити, що навчання учнів розв'язуванню прикладних задач, завдання не з легких. Труднощі виникають і в тих хто навчає і в тих хто вчиться.

Для організації ефективної навчальної діяльності учнів із розв'язування прикладних задач нами виокремлені (для кожного із вказаних вище етапів), відповідні методичні прийоми і орієнтовні дії (найбільші загальні):

І етап: – використати евристичні запитання (евристичні приписи, спеціальні евристики, які застосовуються для вивчення конкретного навчального матеріалу);

– абстрагуватися від властивостей об'єкту, несуттєвих для побудови адекватної моделі;

– допомагати учням чітко вказувати на відмінності між об'єктом та його моделлю;

– формулювати умову та вимогу прикладної задачі на мові математики.

ІІ етап: – використати (за необхідності) джерела додаткових даних і теоретичних відомостей;

– використати ілюстративні креслення, графіки або ескізи, які допомагають знайти розв'язок задачі;

– використати (за необхідності) математичні задачі-двійники;

– використовувати систематично ІКТ для виконання рисунків, графіків, проведення обчислень;

– довести знайдений розв'язок до числового значення або розрахункової формули.

ІІІ етап: – здійснити відбір тих розв'язків математичної задачі, які будуть розв'язками прикладної задачі, посилаючись на область визначення даних задачі, здійснюючи перевірку розв’язку;

– оцінити (за необхідності) ступінь точності отриманих розв’язків.

Зазначимо, що більш детально ці прийоми та дії описані у навчальному посібнику [4]. Проілюструємо вище сказане на прикладах.

Розглянемо на конкретних прикладах методику розв’язування прикладних задах із посібника [4] та її особливості, які потрібно враховувати.

Задача 1.1. Жінки індіанських племен, які живуть біля річки Амазонки, під час збирання насіння водяних рослин часто беруть із собою своїх маленьких дітей. Для безпеки вони кладуть їх на листя амазонського латаття. Кожен лист у поперечнику має до 2 м, а його краї високо загнуті вгору. Тому малюкам є де погратись і вони з листка не випадуть. Один дослідник для перевірки вантажопідйомності листка латаття насипав на нього 10 відер піску. Тільки тоді лист потонув. Яку масу може витримати один такий листок амазонського латаття?

Розв’язання задачі.

І етап. Зрозуміло, що учні досить погано уявляють собі таку рослину як амазонське латаття, зокрема, яку форму вона має. Демонструємо їм за допомогою комп’ютера ілюстративний матеріал (рис. 3-4).

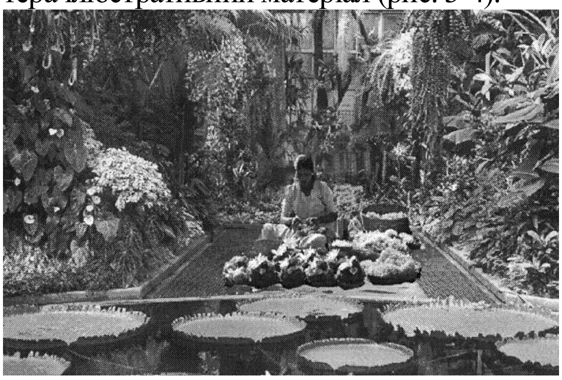


Рис. 3

Рис. 4

Після перегляду цих презентацій демонструємо учням картинку з відром (рис. 5) та з’ясовуємо, що таке відро може містити 10 л води. Таких даних в умові немає, проте це відомо із життєвого досвіду.

Рис. 5

Далі домовляємося (ідеалізуємо ситуацію), що всі відра мали однакову масу (хоч це не завжди так), а дослідник насипав пісок на лист латаття спочатку на середину, поступово розширюючи радіус своїх дій, інакше такий лист може перекинутись раніше, ніж будуть насипані 10 відер піску. Коли учні все це усвідомлять, ставимо їм запитання: «Що потрібно з’ясувати, щоб відповісти на запитання задачі?». Учні відповідають: «Потрібно знайти масу десяти відер піску». Таким чином, приходимо до такої, дещо модифікованої прикладної задачі: ”Яка маса 10 відер піску, якщо кожне відро вміщує 10 л води?”.

Учні швидко здогадаються, що потрібно дізнатись масу одного такого відра піску. Для цього слід встановити густину піску, скориставшись відомостями з фізики. Далі хід міркувань виглядає наступним чином:

1)густина піску $\rho = 1{,}5\dfrac{г}{см^3}$;

2)1 л води має об’єм 1 дм^3, 1 дм^3=1000 см^3;

3)маса піску в одному відрі

$$m = \rho \cdot 10^4 \text{ (г)};$$

4)маса десяти відер піску

$$M = m \cdot 10 \text{ (г)}.$$

Отримуємо вираз $M = \rho \cdot 10^5$ (г).

Щоб відповісти на запитання прикладної задачі, необхідно обчислити значення цього виразу при $\rho = 1{,}5\dfrac{г}{см^3}$. Таким чином приходимо до такої математичної задачі: ”Обчислити значення виразу $\rho \cdot 10^5$, де $\rho = 1{,}5$”.

ІІ етап. Вираз $M = \rho \cdot 10^5$ – математична модель вихідної прикладної задачі.

Знаходимо, що

$$M = \rho \cdot 10^5 = 1{,}5 \cdot 10^5 = 150000.$$

Отримаємо відповідь до математичної задачі: $M = 150000$.

III етап. Оскільки об'єм відра виражається в кубічних сантиметрах, а густина піску в грамах на один сантиметр кубічний, то маса піску буде 150000 г, тобто 150 кг. Далі міркуємо таким чином.

Якщо дослідник рівномірно та обережно насипав пісок відром на листок латаття, то вантажопідйомність такого листка приблизно дорівнює 150 кг. Якщо вважати, що вага маленької дитини дорівнює в середньому до 10 кг, то на такому листі латаття змогли б розміститись до 15 малюків (рис. 6).

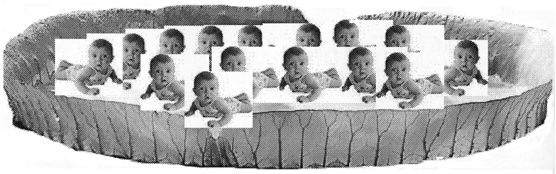


Рис. 6

Відповідь. Листок амазонського латаття може втримати вантаж до 150 кг і не потонути.

У наведеному прикладі чітко виділяється всі три етапи розв'язання прикладної задачі. На практиці таке розділення, як правило, не виконується, розв'язання подається як цілісний процес. Звернемося знову до прикладу.

Задача 1.2. Сергій насипав у циліндричну каструлю трошки крупи та запитав маму: «Скільки потрібно налити води, щоб зварити смачну кашу?» – «Це дуже просто, – відповіла мама. – Нахили каструлю, постукай, щоб крупа пересипалась і закрила рівно половину дна. Тепер зафіксуй точку на стінці каструлі біля краю, до якого піднялася крупа. До цього рівня і потрібно налити воду». – «Але крупи можна насипати більше або менше, та й каструлі бувають різні – широкі, вузькі», – сказав Сергій. – «Не має значення, цей спосіб стане у пригоді в будь-якому випадку», – відповіла мама. Чи справді це так?

Розв'язання задачі.

Учнів такою посудиною як каструля не здивуєш. Тому, після демонстрацій за допомогою комп'ютера ілюстративного матеріалу (каструлі, каструлі з крупою, з крупою і водою), переходимо до наступних узагальнень:

– моделлю каструлі з крупою може бути циліндр, який заповнено речовиною (рис. 7);

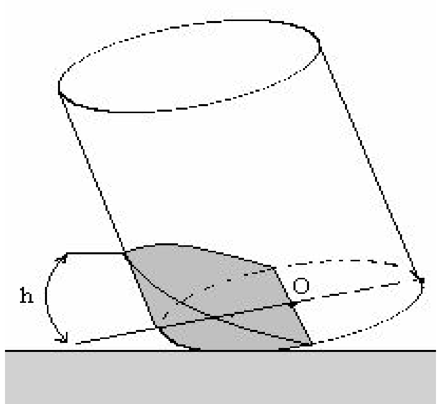


Рис. 7

– моделлю каструлі з крупою, водою може бути той же циліндр (рис. 8).

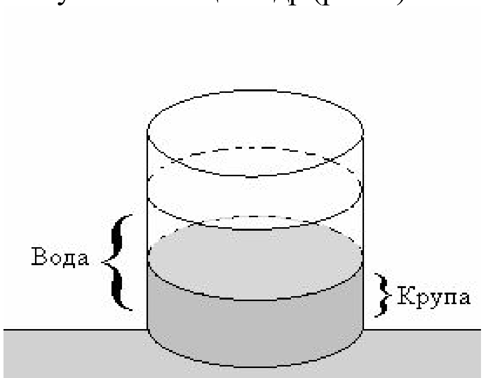


Рис. 8

Крупа займає в цьому циліндрі об'єм $V_к$, а вода – об'єм $V_В$. Щоб перевірити чи правильним буде твердження, висловлене мамою, потрібно відповісти на запитання: «Чи змінюється відношення цих об'ємів залежно від форми циліндра?».

Отже, приходимо до математичної задачі: «Визначити відношення об'ємів $V_к$ і $V_В$». Модель, що досліджується (рис. 7), помістимо в прямокутну систему координат так, щоб основа циліндра належала площині *XOY*, а центр основи *O* був початком координат (рис. 9).

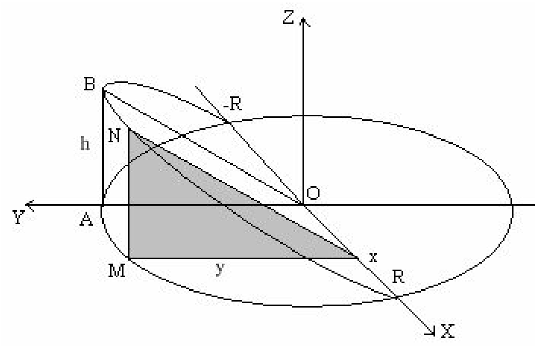


Рис. 9

Через точку *x* на осі *OX*, $x \in [-R;\ R]$, будуємо переріз тіла (тобто гірки із крупи всередині каструлі) площиною, що перпендикулярна до осі *OX*. В перерізі отримаємо трикутник MNx. Очевидно, що ΔMNx подібний до ΔABO. Тоді $\frac{MN}{h}=\frac{y}{R}$.

Звідси $MN=\frac{yh}{R}$. Площа ΔMNx дорівнює: $S_{\Delta MNx}=0,5MN\cdot Mx$, $S_{\Delta MNx}=\frac{hy^2}{2R}$. Оскільки точка *M* належить колу радіуса *R* і має координати $(x;\ y)$, то отримаємо $x^2+y^2=R^2$, $y^2=R^2-x^2$. Тоді $S_{\Delta MNx}=\frac{h(R^2-x^2)}{2R}$. Використовуючи визначений інтеграл (як математичну модель), отримаємо

$$V_k=2\int_0^R\frac{h\left(R^2-x^2\right)}{2R}dx=$$

$$=\frac{h}{R}\int_0^R\left(R^2-x^2\right)dx=\frac{2}{3}hR^2.$$

Отже,

$$V_в=V_ц-V_к=\pi R^2h-\frac{2}{3}R^2h=\frac{R^2h}{3}(3\pi-2)$$

Відповідно, $\frac{V_в}{V_к}=\frac{3\pi}{2}-1\approx 3,5$ (const). Як бачимо, це відношення не залежить від розмірів каструлі.

Відповідь. Готування смачної каші за маминим рецептом не залежить від розмірів каструлі.

Нагадування, в кожному з приведених прикладів, про використання комп’ютера (комп’ютерних презентацій) – не випадкове. Досвід показує, що це дуже потужний засіб, який робить процес розв’язування прикладних задач більш ефективним та результативним. Тому розв’язування прикладних задач з використанням доречних комп’ютерних презентацій (як засобу) дозволяє:

- істотно посилити та інтенсифікувати процес формування у школярів вмінь застосовувати математичні знання на практиці, в нестандартних умовах (усунути той недолік, який випливає із звіту світового банку [6];
- ефективно здійснювати як міжпредметні зв’язки математики з іншими шкільними предметами так і зв’язки всередині математики;
- підвищити практичну підготовку учнів із математики , вчити їх оволодівати методом математичного моделювання, потужним методом наукового дослідження;
- формувати в учнів наукову картину світу, позитивні мотиви до навчання, вміння бачити реальний світ крізь математичні окуляри.

Слід зазначити, що прикладних задач в шкільних підручниках дуже мало, а якщо й є, то подані вони, переважно, у вигляді стандартних текстових задач. Цю прогалину мають заповнити прикладні задачі на:

- обчислення значень величин, які зустрічаються в практичній діяльності;
- складання розрахункових таблиць;
- побудову графіків, полігонів, гістограм, геометричних фігур;
- застосування і обґрунтування емпіричних формул, виразів, рівнянь;
- виведення формул залежностей, які зустрічаються на практиці.

Із сказаного випливає висновок – математичне моделювання має стати наскрізною змістовою лінією шкільного курсу математики. Нами пропонується наступна концептуальна модель формування в учнів основної школи навичок і вмінь математичного моделювання (табл. 1).

Таблиця 1

Навчальний предмет „Математика” 5-6	**Навчальний предмет „Геометрія” 7-9**	**Навчальний предмет „Геометрія” 10-12**	**Навчальна тема „Математичне моделюваня” (12 клас)**
Чисельне моделювання: числові і буквенні вирази, діаграми і графіки, як математичні моделі.	*Геометричне моделювання*: планіметричні фігури як моделі реальних об’єктів.	*Геометричне моделювання*: стереометричні фігури як моделі реальних об’єктів.	
	Навчальний предмет „Алгебра” 7-9	**Навчальний предмет „Алгебра і початки аналізу” 10-12**	
	Аналітичне моделювання: вирази, рівняння, нерівності і їх системи, функції і їх графіки як математичні моделі.	*Аналітичне моделювання*: функції і їх графіки , рівняння і нерівності та їх системи, похідна і інтеграл, диференціальні рівняння як математичні моделі. *Стохастичне моделювання:* гістограма, полігон, ймовірність.	**(Зміст)** Математична модель, види математичного моделювання, етапи побудови і дослідження моделі. Математичні моделі шкільного курсу математики.

У 5-6 класах учні повинні:

– отримати уявлення про числовий та буквенний вираз як математичні моделі; навчитися будувати числові і буквенні вирази для розв’язування текстових задач, обчислювати їх значення;

– інтерпретувати отримані результати як розв’язки прикладних задач.

У 7-9 класах, вивчаючи курс алгебри, учні мають:

– розширити відомості про математичні моделі, зокрема мати поняття про такі математичні моделі як алгебраїчні вирази, лінійні, квадратні та раціональні рівняння, раціональні нерівності, системи рівнянь і нерівностей, функції $y = kx + b$, $y = \frac{k}{x}$, $y = ax^2 + bx + c$ та їх графіки:

– навчитися будувати такі моделі під час розв’язування прикладних задач;

– інтерпретувати, отримані в ході дослідження побудованих математичних моделей, результати як розв’язки прикладних задач.

Вивчаючи в основній школі планіметрію учні повинні:

– мати уявлення про геометричні фігури як математичні моделі реальних об’єктів;

– вміти застосовувати геометричні фігури і їх властивості до розв’язування прикладних задач;

– інтерпретувати отримані результати як розв’язки прикладних задач.

У 10-12 класах, вивчаючи курс алгебри і початків аналізу, учнів мають:

– розширити відомості про математичні моделі, зокрема мати поняття про такі математичні моделі як показникова, логарифмічна і степенева функції та їх графіки, показникові та логарифмічні рівняння і нерівності, похідна і інтеграл, диференціальні рівняння (гармонічних коливань, експоненціального зростання тощо), стохастичні моделі (гістограма, полігон, простір подій, функція розподілу (ймовірність);

– вміти будувати названі моделі під час розв’язування прикладних задач;

– інтерпретувати, отримані в ході дослідження побудованих математичних моделей, результати як розв’язки прикладних задач.

Вивчаючи в старшій, профільній школі стереометрію учнів повинні:

– мати уявлення про стереометричні фігури як математичні моделі реальних об'єктів;

– вміти застосовувати стереометричні фігури і їх властивості до розв'язування прикладних задач;

– інтерпретувати отримані результати як розв'язки прикладних задач.

Завершити таку змістову лінію, слід окремою навчальною темою „Математичне моделювання", де б учні отримали узагальнені знання про математичне моделювання. Зрозуміло, що має бути врахований також вибраний профіль навчання.

1. Концепція математичної освіти 12-річної школи: Проект // Математика в школі. – 2002. – № 2. – С.12-17.

2. Концепція профільного навчання в старшій школі // Інформ. зб. МОН України. – 2003. – № 24. – С.32.

3. Соколенко Л.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу: Навч. посібник. – Чернігів: Сіверянська думка, 2002. – 128 с.

4. Швець В.О., Прус А.В. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії: Навчальний посібник. – Житомир: Видавництво ЖДУ імені І.Франка, 2007. – 156 с.

5. Швець В., Прус А. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії // Математика в школі, 2009. – № 4. – С.17-24.

6. World Bank (1996), World Development Report 1996: From Plan to Market. Oxford and New York: Oxford University Press for the World Bank.

Резюме. **Швец В.А. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ЛИНИЯ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ.** *В статье рассматриваются прикладная направленность школьного курса математики и математическое моделирование как средство ее реализации. Предлагается концептуальная модель формирования учащихся средней школы навыков и умений математического моделирования.*

Ключевые слова: *прикладная направленность школьного курса математики, прикладные задачи, математическая модель.*

Summary. **Shvets V. MATHEMATICAL MODELING AS PROFOUND LINE OF THE SCHOOL MATH COURSE.** *The applied directivity of the school math course and method of mathematical modeling as facility to its realization are considered in the article. The conceptual model of the shaping pupils' skills of mathematical modeling in secondary school is offered.*

Keywords: *applied orientation of school course of mathematics, applied tasks, mathematical model.*

Надійшла до редакції 3.10.2009р.

СИСТЕМА ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ПРИРОДНИЧОГО ХАРАКТЕРУ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ

Л.О.Соколенко,
канд. педагог. наук, доцент,
Чернігівський державний педагогічний університет ім. Т.Г.Шевченка,
м. Чернігів, УКРАЇНА

Доведена необхідність створення системи прикладних задач природничого характеру для профільного навчання математики та розкрито методичні засади, на основі яких створено цю систему.

Ключові слова: *прикладна задача, математична модель, евристична діяльність, розумові і практичні дії.*

Наповнення навчального процесу прикладними задачами є одним з головних шляхів реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу алгебри і початків аналізу.

Прикладні задачі - це задачі, які виникають поза курсом математики і розв'язуються математичними методами та способами, що вивчаються в шкільному курсі.

Проблема відбору ілюстративного матеріалу (сучасність, актуальність, тематика задач); розкритість питання здійснення взаємозв'язку математики з іншими шкільними предметами, зокрема біологією, хімією, а також медициною в плані прикладної спрямованості; розробленість методики навчання розв'язувати прикладні задачі з урахуванням розумових дій, що входять до складу діяльності при розв'язуванні задач; зміст навчального матеріалу курсу алгебри і початків аналізу, що відповідає чинній програмі з математики для загальноосвітніх навчальних закладів [1], стан проблеми у навчально-методичній літературі, зокрема у чинних шкільних підручниках та існуючих посібниках, і шкільній практиці переконують у необхідності створення системи прикладних задач природничого характеру для профільного навчання математики [3].

Метою статті *є обґрунтування необхідності створення системи прикладних задач для роботи в системі евристичного навчання математики.*

Створюючи цю систему, ми сформулювали специфічні вимоги до прикладних задач природничого характеру, які використовуються під час вивчення шкільного курсу алгебри і початків аналізу, та дидактичні вимоги до системи прикладних задач.

Прикладні задачі створеної системи задовольняють такі *методичні вимоги*: 1) задачі мають реальний практичний зміст який забезпечує ілюстрацію практичної цінності і значущості набутих математичних знань; 2) задачі відповідають шкільним програмам і чинним підручникам з курсу алгебри і початків аналізу щодо методів і фактів які будуть використовуватися в процесі їх розв'язування; 3) прикладні задачі природничого характеру демонструють практичне застосування математичних ідей в різних галузях природознавства, зокрема в біології, генетиці, екології, хімії, медицині, фармації; 4) зміст задач повинен викликати в учнів пізнавальний інтерес, давати можливість демонструвати ефективне використання математичних знань на практиці; 5) поняття і терміни задач мають бути відомі або інтуїтивно зрозумілі учням; 6) числові дані в прикладних задачах відповідають існуючим на практиці, тобто є реальними. У процесі розв'язування задач потрібно дотримуватись правил наближених обчислень, а також використовувати обчислювальні засоби, зокрема персональні комп'ютери.

Створена система прикладних задач задовольняє такі *дидактичні вимоги:* 1) відбір задач системи відповідає математичному змісту курсу алгебри і початків аналізу, на якому доцільно реалізувати прикладну спрямованість; 2) в основу класифікації задач системи покладені види математичних моделей, які створюються під час їх розв'язування або містяться в умовах окремих задач; 3) задачі системи відповідають їх функціям у процесі навчання математики; 4) існує можливість одержувати розв'язання задач системи не тільки незалежно від інших задач, а й, для деяких задач, на основі розв'язування попередніх; 5) вміння розв'язувати задачі одного типу полегшує розв'язування задач деяких інших типів; 6) відбір задач системи здійснено диференційовано для різних типологічних груп учнів; 7) задачі системи сприяють міжпредметному узагальненню набутих знань і вмінь; 8) тематика прикладних задач сучасна і актуальна; 9) під час розв'язування деяких типів задач може використовуватися алгоритмічний підхід; 10) до системи прикладних задач включені різні за змістом задачі, розв'язування яких зводиться до побудови однієї і тієї ж моделі; 11) передбачена можливість розв'язування деяких задач різними способами; 12) створена система задач сприяє оволодінню учнями прийомами як алгоритмічної так і евристичної діяльності.

Система задач поєднує задачі прикладного характеру, що приводять до математичних понять з прикладними задачами на застосування цих понять. До неї увійшли задачі прикладного характеру, які доцільно розглядати поряд з задачами чинних шкільних підручників. Система містить тринадцять типів задач: 1) задачі, в основу сюжету яких покладені загальнофункціональні поняття, що вивчались в основній школі; 2) прикладні задачі, математичні моделі яких включають показникову, логарифмічну, степеневу функції; 3) задачі в яких роль математичної моделі відіграють показникові та логарифмічні рівняння і нерівності; 4) задачі, які приводять до поняття похідної та задачі в розв'язанні яких це поняття відіграє першорядну роль; 5) прикладні задачі, в яких похідна застосовується: до дослідження на монотонність функції, яка відіграє роль математичної моделі, даної задачі; з метою дослідження функції на екстремум; з метою знаходження найбільшого і найменшого значень функції; під час дослідження функції за загальною схемою, на основі якого будується її графік; до обчислення наближеного значення функції; 6) задачі, які приводять до поняття первісної, та задачі в розв'язуванні яких це поняття відіграє першорядну роль; 7) задачі які приводять до поняття інтеграла; 8) задачі на застосування інтеграла у природничих науках; 9) прикладні задачі природничого змісту, що приводять до диференціальних рівнянь; 10) задачі природничого змісту на розв'язування диференціальних рівнянь; 11) задачі з комбінаторики; 12) прикладні задачі, в яких йдеться про випадкові події та їх імовірності; 13) статистичні задачі природничого змісту.

Серед прикладних задач на застосування математичних понять зустрічаються задачі, математична модель яких міститься в умові задачі, та задачі, розв'язування яких передбачає побудову моделі.

Прикладні задачі, математична модель яких міститься в умові задачі, вносять елемент зацікавленості в процес навчання, але їх розв'язування значно простіше у порівнянні з розв'язуванням неформалізованих прикладних задач.

Розумові та практичні дії, володіння якими необхідне для розв'язування цього типу задач, складають так званий <u>мінімум дій</u>, необхідний для розв'язування будь-якої прикладної задачі системи . До цього мінімуму відносяться такі розумові та практичні дії: 1) розчленування формулювання задачі на умови та вимоги; 2) виявлення в умові задачі об'єктів і їх характеристик (властивостей об'єктів, відношень між об'єктами); 3) співставлення умов з вимогами; 4) встановлення типу прикладної задачі; 5) виділення з умови задачі математичного співвідношення, яке складає математичну модель прикладної задачі; 6) вибір методу дослідження побудованої моделі;

7) створення на основі загальних правил (формул, тотожностей) або загальних положень (означень, теорем) алгоритму розв'язування формалізованої задачі; 8) розв'язування формалізованої задачі за створеним алгоритмом; 9) дотримування правил наближених обчислень, а також використання обчислювальних засобів у процесі розв'язування задачі; 10) переклад на змістовну мову прикладної задачі одержаних результатів розв'язання.

Під час розв'язування неформалізованих прикладних задач п'ята дія щойно згаданого мінімуму (виділення з умови задачі математичного співвідношення, яке складає математичну модель прикладної задачі) замінюється декількома розумовими і практичними діями, володіння якими необхідне для побудови математичної моделі, серед яких: 1) вибір даних, необхідних для розв'язування задачі (відокремлення істотних характеристик об'єктів від другорядних; оцінка повноти вихідної інформації; введення при необхідності числових даних, яких недостає; виділення параметрів; введення змінних; виявлення фактів, що викликають похибку; з'ясування точності даних задачі); 2) заміна вихідних термінів вибраними математичними еквівалентами; 3) встановлення математичних співвідношень між введеними змінними і параметрами задачі (безпосередня побудова алгебраїчної моделі); 4) вибір сукупності всіх можливих математичних співвідношень, що описують ситуацію задачі, тих які складають математичну модель; 5) переформулювання нестандартної задачі до еквівалентної їй стандартної; 6) поділ нестандартної задачі на декілька стандартних задач та ін. [2, 22].

Саме такі задачі і є безпосередньо засобом формування евристичної діяльності учнів. Згадана система прикладних задач природничого характеру складає основу нового посібника "Прикладні задачі в курсі алгебри і початків аналізу: практикум" [7].

Зупинимось на деяких типах прикладних задач створеної системи, які не розглядались у попередніх публікаціях, проілюструємо приклади задач цих типів та розглянемо методику навчання учнів їх розв'язуванню.

Розпочнемо з задачі, яку можна використовувати як на етапі повторення загальнофункціональних понять основної школи, зокрема знань про геометричну прогресію, так і на етапі формування нових функціональних понять.

Задача 2.3 (с.22). Одна рослина кульбаби (корневище) займає площу наближено $10\ м^2$ і дає за рік 100 летючих насінин. Скільки квадратних кілометрів площі покриють всі нащадки однієї особини кульбаби через 6 років за умови, що вона розмножується без перешкод у геометричній прогресії. Відомо, що площа поверхні суші земної кулі складає 148 млн. кв. км. Чи вистачить цим рослинам на сьомий рік місця на поверхні земної кулі?

Розв'язання. Нехай $S_0 = 10\ м^2$ – початкова площа, яку займає одна рослина кульбаби. Тоді $S_1, S_2, ..., S_n$ – площі, які покриють нащадки однієї кульбаби через 1, 2, ..., n років відповідно за умови, що рослина розмножується без перешкод у геометричній прогресії. При цьому

$$S_1 = S_0 \cdot 10^2,\ S_2 = S_1 \cdot 10^2 = S_0 \cdot 10^4,$$

$$S_3 = S_2 \cdot 10^2 = S_0 \cdot 10^6, \ldots,$$

$$S_n = S_{n-1} \cdot 10^2 = S_0 \cdot 10^{2n}.$$

Отже, $S_6 = 10 \cdot 10^{12} = 10^{13}\ (м^2)$.

Оскільки площа поверхні суші земної кулі складає $148 \cdot 10^6\ км^2 = 1{,}48 \cdot 10^{14}\ м^2$, то на сьомий рік на поверхні суші місця для цих рослин не вистачить, тому що $S_7 = 10^{15}\ м^2$.

Відповідь. За згаданих умов на сьомий рік місця на поверхні суші земної кулі для кульбаби не вистачить.

Розглянута задача фактично приводить до поняття *показникової функції* $S(n) = S_0 \cdot 10^{2n}$. Але одночасно для відповіді на поставлене питання можна було використати формулу n-го члена геометричної прогресії $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, де $b_1 = 10^2$ (насінин), $q = 100$. Тоді $b_7 = 10^2 \cdot 100^6 = 10^{14}$ а $S_7 = S_0 \cdot b_7 = 10 \cdot 10^{14} = 10^{15}$ (м^2).

Показникова, логарифмічна та степенева функцій відіграють роль математичних моделей численних прикладних задач природничого характеру. Розглянемо приклад задачі хімічного змісту, використовуючи яку можна навчати учнів найпоширенішому способу розв'язування показникових рівнянь – *зведенню обох частин рівняння до спільної основи.*

Задача 2.9 (с.35). Залежність швидкості реакції від температури виражається формулою $v_{T_2} = v_{T_1}\gamma^{\frac{T_2 - T_1}{10}}$, де v_{T_1}, v_{T_2} – швидкості при температурах T_1, T_2, γ – температурний коефіцієнт (правило Вант-Гоффа). На скільки градусів слід підвищити температуру, щоб швидкість хімічної реакції зросла у 8 разів, якщо температурний коефіцієнт $\gamma = 2$?

Розв'язання. Оскільки швидкість реакції повинна зрости у 8 разів, то $\frac{v_{T_2}}{v_{T_1}} = 8$, отже, маємо рівняння $2^{\frac{T_2 - T_1}{10}} = 8$. Використовуючи спосіб зведення обох частин рівняння до основи 2, одержимо $2^{\frac{T_2 - T_1}{10}} = 2^3$. Звідки $\frac{T_2 - T_1}{10} = 3$, $T_2 - T_1 = 30(^0C)$.

Відповідь. Температуру слід підвищувати на 30 ^0C.

Введення означення *логарифмічного рівняння* та вивчення способів розв'язування логарифмічних рівнянь також повинно по можливості супроводжуватись розглядом природничих проблемних ситуацій.

Задача 2.12 (с.38). В наслідок зростання температури води Північного моря виникла екологічна катастрофа – забруднення синьо-зеленими водоростями території довжиною біля 10 км (площа, на якій повністю вбито морське життя). Визначте середній приріст синьо-зелених водоростей протягом доби (у %) , якщо кожного місяця їх кількість збільшується у 10 разів.

Розв'язання. Використаємо формулу $l = l_0(1 + p)^t$, де l – довжина забрудненої водоростями території в момент часу t, l_0 – початкова довжина забрудненої території, p – середній приріст водоростей протягом доби, виражений у %, t – час, вимірюється добами. Звідси, згідно даних задачі одержуємо рівність: 10(1+p)^{30} =100, якій рівносильна рівність $(1 + p)^{30} = 10$. Для визначення p можна піднести обидві частини рівняння до степеня $\frac{1}{30}$ і, виконавши певні перетворення, одержати $p = \sqrt[30]{10} - 1 \approx 0{,}079 \approx 8(\%)$.

Можна діяти по-іншому. Пролагорифмувавши рівність $(1 + p)^{30} = 10$ за основою 10 і скориставшись властивістю логарифма, одержуємо: $30\lg(1 + p) = 1$, звідси $\lg(1 + p) = \frac{1}{30}$. Тобто маємо рівняння в якому змінна міститься лише під знаком логарифма. Такі рівняння називають *логарифмічними.*

За означенням логарифма приходимо до тієї ж відповіді.

Відповідь. 8%.

Під час дослідження функції за загальною схемою з метою побудови їх графіків слід розглянути з учнями декілька прикладних задач. Це внесе елемент зацікавленості у навчальний процес і активізує пізнавальну діяльність учнів.

Задача 3.7 (с.54). При вливанні глюкози її кількість в крові хворого (виражена у відповідних одиницях) після t годин складає $C(t) = 10 - 8e^{-t}$. Побудуйте графік $C(t)$ як функції часу при $t \geq 0$. Знайдіть $\lim\limits_{t \to \infty} C(t)$ – рівноважну кількість глюкози в крові.

Розв'язання. Областю визначення даної функції є всі невід'ємні числа ($t \geq 0$), $C(0) = 2$. Для того щоб з'ясувати, який проміжок є множиною значень даної функції, знайдемо рівноважну кількість глюкози в крові хворого:

$$\lim_{t\to\infty}(10-8e^{-t})=10-8\lim_{t\to\infty}\frac{1}{e^t}=10 \text{ (од.)}.$$

Отже, $E(C)=[2;10)$. Оскільки похідна $C'(t)=8e^{-t}=\frac{8}{e^t}$ додатна, то функція $C(t)$ зростаюча на всій області визначення. Її графік зображено на рис. 18.

Відповідь. рівноважна кількість глюкози 10 одиниць.

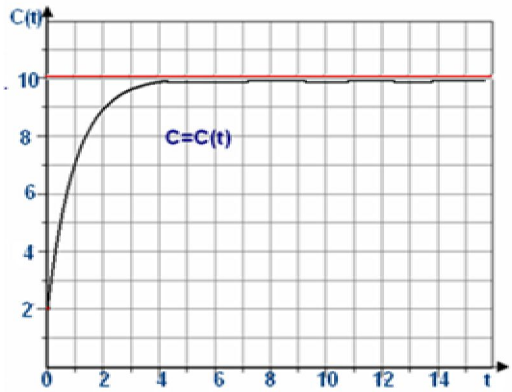


Рис. 18

Ми розглянули деякі з задач створеної нами системи прикладних задач природничого характеру, які разом з іншими задачами системи були апробовані під час проведення уроків з курсу алгебри і початків аналізу у Чернігівському обласному ліцеї для обдарованої сільської молоді та у ЗНЗ № 20, 27 м. Чернігова. Результати навчання свідчать про ефективність розробленої методики, а отже, корисні для учнів, викладачів та студентів фізико-математичних і природничих факультетів.

1. *Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика. 5-12 класи. Міністерство освіти і науки України. – К.: Ірпінь, 2005. – 64с.*

2. *Соколенко Л.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу: Навч. посібник. – Чернігів: Сіверянська думка, 2002. – 128с.*

3. *Соколенко Л.О. Про необхідність створення системи прикладних задач природничого характеру для профільного навчання математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний зб. наук. робіт. –Донецьк, 2005. – Вип. 24. – С.218-222.*

4. *Соколенко Л.О. Математичне моделювання біологічних, хімічних, медичних процесів і явищ у класах природничого профілю. – Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний зб. наук. робіт. – Донецьк, 2006. – Вип. 25. – С.99-105.*

5. *Соколенко Л.О. Прикладні аспекти математики: Інтеграл та його застосування в класах природничого профілю. – Вісник Чернігівського державного педуніверситету. Серія: Педагогічні науки. – Чернігів, 2006. – Вип. 42. – С.74-77.*

6. *Методичні засади побудови навчального посібника "Прикладні задачі природничого характеру в курсі математики старшої школи" / Л.О.Соколенко, Л.Г.Філон, В.О.Швець // Вісник Чернігівського державного педуніверситету. Серія: Педагогічні науки. –Чернігів, 2009. – Вип.60. – С.121-126.*

7. *Прикладні задачі в курсі алгебри і початків аналізу: практикум / Л.О.Соколенко, Л.Г.Філон, В.О.Швець. – К: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2009. – 112 с.*

Резюме. **Соколенко Л.А. СИСТЕМА ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ЕСТЕСТВЕННОГО ХАРАКТЕРА КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ.** *Доказана необходимость создания системы прикладных задач естественного характера для профильного обучения математике и раскрыты методические принципы, на основании которых создана эта система.*

Ключевые слова: *прикладная задача, математическая модель, эвристическая деятельность, умственные и практические действия.*

Summary. **Sokolenko L. SYSTEM OF APPLIED PROBLEMS WITH NATURAL CHARACTER AS MEANS OF STUDENTS' HEURISTIC ACTIVITY FORMATION.** *The necessity of creation the system of natural applied problems for profile training in mathematics is proved. The methodical principles, on the basis of which the system is created, are revealed.*

Keywords: *applied task, mathematical model, heuristic activity, mental and practical actions.*

Стаття представлена професором В.О.Швецом.

Надійшла до редакції 5.10.2009р.

ПРИНЦИПИ ДОБОРУ СИСТЕМИ ВПРАВ З ГЕОМЕТРІЇ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ ТА МЕТОДИЧНІ ВИМОГИ ДО ЇХ РЕАЛІЗАЦІЇ

О.П.Вашуленко,
науковий співробітник,
Інститут педагогіки АПН України,
м. Київ, УКРАЇНА

Обґрунтовуються дидактичні принципи добору системи вправ з геометрії в основній школі та психолого-методичні вимоги до їх реалізації з урахуванням дидактичних принципів навчання, цілей та вимог до результатів навчання геометрії в основній школі, особливостей навчальної пізнавальної діяльності учнів відповідної вікової категорії, систематизації різних підходів до побудови системи навчальних вправ.

Ключові слова: *принципи, методи, результати, диференціація навчання; етапи навчального процесу; рівні навчальної діяльності; система вправ; функції вправ; типи вправ.*

Актуальність. Спрямованість системи освіти переважно на засвоєння знань вже не відповідає сучасному соціальному замовленню, яке вимагає виховання самостійних, ініціативних і відповідальних молодих людей, здатних ефективно взаємодіяти у виконанні соціальних, виробничих і економічних завдань. Нині функцією математичної освіти є не лише надання учням системи математичних знань і вмінь, а й забезпечення цілісного орієнтування у світі з позицій інтересів людини, ефективного використання математичних знань і умінь для визначення свого місця в житті, продовження неперервної освіти впродовж усього життя.

Геометрія, як навчальний предмет, має широкі можливості щодо інтелектуального розвитку учнів і впливу на особистість. Це обумовлюється принциповими зв'язками геометричної науки з практикою, перетворюючою діяльністю і загальнокультурним розвитком людини. Геометричний зміст має бути предметом і метою діяльності школярів. Потрібно враховувати, що знання і вміння свідомо засвоюються лише тоді, коли учень з виконаної діяльності та її результатів здобуває інформацію про істотні властивості реального світу.

Результати психологічних досліджень свідчать про те, що умовою засвоєння учнями деякого змісту є представлення його у якості предмету їх діяльності, тобто у вигляді задачі, що спонукає активну пізнавальну діяльність. Це означає, що саме геометричні вправи виконують функцію засобу організації навчальної діяльності учнів щодо засвоєння геометричного змісту, вироблення навичок оперування знаннями, інтелектуального і культурного розвитку. Тому проблема вдосконалення методичного забезпечення процесу навчання геометрії в основній школі стосується, насамперед, існуючих систем вправ та методики їх добору.

Метою статті *є обґрунтування загальнодидактичних принципів побудови системи вправ з геометрії в основній школі на основі аналізу теоретичних основ дослідження проблеми.*

Основний зміст. Проблема добору системи навчальних вправ багатоаспектна. Для її дослідження потрібний системний підхід, тобто врахування психологічних, дидактичних, методичних і суто предметних аспектів. Враховуючи дидактичні принципи навчання, цілі та вимоги до результатів навчання геометрії в основній школі, особливості навчальної пізнавальної діяльності учнів відповідної вікової категорії, систематизуючи різні підходи до побудови системи навчальних вправ нами обґрунтовано принципи добору системи вправ з геометрії в основній школі – загальнодидактичні положення, які визначають напрями діяльності по добору системи вправ і спрямовані на досягнення відповідних методичних цілей. Конкретні вимоги, що реалізують принципи добору системи вправ, є ознаками, наявність і врахування яких створює передумови для ефективної організації навчального процесу з геометрії в основній школі.

1. Принцип повноти. Система вправ з геометрії в основній школі має бути повною. Це означає, насамперед, що система вправ повинна *відповідати діючій програмі*, підручнику чи навчальному посібнику, тобто містити достатню кількість вправ до всіх розділів, тем, передбачених програмою і розміщуватися у відповідній послідовності, забезпечувати реалізацію відповідних програмних вимог. Система вправ з геометрії в основній школі має містити достатню кількість вправ для *реалізації їх функцій* (навчальних, розвивальних, виховних, контролюючих і коректуючих); підсистеми вправ для організації систематичного повторення матеріалу, самостійної навчальної діяльності, для її контролю і корекції.

Вправи є однією з форм прояву методів навчання. Тому наступною вимогою до системи вправ з геометрії в основній школі є *реалізація методів навчання геометрії*. За характером навчально-пізнавальної діяльності учнів методи навчання поділяють на: пояснювально-ілюстративні; репродуктивні; проблемні; частково-пошукові; дослідницькі; практичні методи навчання.

Для побудови системи вправ з геометрії для основної школи важливою є вимога *поєднання різних типів вправ* як за темами, так і за видами діяльності. А саме: система вправ з геометрії до кожної теми має містити достатню кількість вправ на обчислення, побудову, доведення і дослідження, а також для усного і письмового розв'язування, самостійної і колективної роботи.

Вправи є способом організації і управління навчально-пізнавальною діяльністю учнів; носієм дій, адекватних змісту навчання. Тому система вправ з геометрії в основній школі має *відповідати змісту, операційному складу і етапам навчальної пізнавальної діяльності* учнів. Навчальний процес організовується різними засобами, зокрема системою вправ, на всіх основних етапах навчального процесу: на етапі підготовки до введення нового змісту, безпосереднього введення нового змісту, його закріплення, етапі контролю і корекції цього процесу. Тому однією з вимог до системи вправ з геометрії в основній школі є її *відповідність етапам навчального процесу*.

2. Принцип науковості у побудові системи вправ з геометрії в основній школі випливає з принципу науковості добору відповідного змісту. Цей принцип реалізується, зокрема, через вимоги *використання сучасної термінології і символіки, ознайомлення учнів з різними методами геометрії*. Система вправ, спрямована на засвоєння геометричних методів, має реалізувати такі вимоги: забезпечувати засвоєння всіх складових певного методу; містити достатню кількість завдань для формування відповідного рівня володіння методу; формувати вміння визначати можливість застосування того чи іншого методу у даній ситуації; містити завдання на розпізнавання типу задачі і свідомого вибору прийому її розв'язування.

3. Принцип доступності. Дидактичний принцип доступності вимагає, щоб обсяг і зміст навчального матеріалу були під силу учням, відповідали рівню їх розумового розвитку та запасу знань, вмінь і навичок. Вищезгаданий принцип реалізується вимогами: *коректності формулювання умови і вимоги задач* у системі геометричних вправ; відповідності елементів системи *рівням навченості учнів*. За принципом доступності у навчанні система геометричних вправ в основній школі має *відповідати віковим особливостям учнів підліткового віку*.

4. Принцип прикладної спрямованості. Прикладна спрямованість навчання математики передбачає орієнтацію його змісту і методів на тісний зв'язок з життям, основами інших наук, на підготовку школярів до використання математичних знань у майбутній професії, на широке застосування у процесі навчання сучасної електронно-обчислювальної техніки. Уміння застосовувати математичні знання на практиці є однією з вимог компетентнісного підходу до навчання. Принцип прикладної спрямованості системи геометричних вправ для основної школи реалізується через вимоги: *залучення задач прикладного змісту (практичних задач); забезпеченням етапів застосування математичних знань до розв'язування задач, що виникають у практиці.*

5. Принцип наочності. Дидактичний принцип наочності у системі геометричних вправ реалізується через візуалізацію змісту та процесу виконання її елементів. Унаочненням змісту геометричної задачі є малюнок (креслення). Це найпростіший і найбільш вживаний вид наочності при вивченні геометрії в основній школі. Найчастіше без малюнка неможливо встановити потрібні співвідношення елементів фігур, даних у задачі і відшукати потрібний шлях розв'язання. Тобто малюнок до геометричної задачі є *евристичним засобом* діяльності учнів під час її розв'язання. Принцип наочності у навчанні геометрії реалізується також через вимогу *унаочнення логічних зв'язків задачі* відповідної системи вправ. Ця вимога виконується, зокрема, якщо умову задачі і процес її розв'язання представляти у вигляді граф-схеми.

6. Принцип систематичності і послідовності. Основним засобом реалізації цього дидактичного принципу вважається зміст навчання, відображений у програмі і підручнику. Тому однією з вимог до системи вправ з геометрії в основній школі є її *відповідність логічній структурі теоретичного матеріалу*.

Вищезгаданий принцип реалізується також через вимогу *нарощування складності вправ*. Застосовується кілька способів ускладнення геометричних вправ: збільшення кількості змістових одиниць (розширення тематики вправ); ускладнення алгоритму розв'язування вправи; введення у розв'язання вправ евристик та збільшення їх кількості. Ускладнення вправ на високому рівні може здійснюватись як за двома попередніми методами так і шляхом збільшення кількості евристик у розв'язанні.

7. Принцип диференційованої реалізованості. Однією з вимог до системи вправ з геометрії в основній школі є *забезпечення рівнів навчальної діяльності учнів*. Реалізація такої вимоги передбачає умовний поділ учнів класу на типологічні групи за рівнями їх навчальної діяльності, які в свою чергу визначаються за рівнями розвитку її компонентів для кожного учня. Диференційовану реалізованість системи геометричних вправ реалізує також вимога *забезпечення рівнів програмних вимог*. Програмні вимоги до результатів навчання учнів з геометрії в основній школі сформульовані за напрямками: мати уявлення; знати; уміти. Рівні програмних вимог до кожної теми курсу визначаються за рівнями оволодіння знаннями і способами діяльності. А саме: *початковий рівень* – учень називає математичний об'єкт, але тільки в тому випадку, коли цей об'єкт запропоновано йому безпосередньо; за допомогою вчителя виконує елементарні завдання; *середній рівень* – учень повторює інформацію, операції, дії, засвоєні ним у процесі навчання, здатний розв'язувати завдання за зразком; *достатній рівень* – учень самостійно застосовує знання в стандартних ситуаціях, вміє виконувати математичні операції, загальні методи і послідовність (алгоритм) яких йому відомі, але зміст та умови виконання змінені; *високий рівень* – учень здатний самостійно орієнтуватися в нових для нього ситуаціях, складати план дій і виконувати його; пропонувати нові, невідомі йому раніше розв'язання, тобто його діяльність має дослідницький характер. Диференційоване навчання геометрії в основній школі ефективне за умови відкритості рівнів програмних вимог, яка забезпечується фіксацією рівня вмінь і відповідного набору задач та орієнтацію на них учнів в процесі навчання. „...вимоги, задані переліком умінь, допускають досить широке тлумачення. Засобом їх конкретизації є *набори спеціальних еталонних задач*, які розробляються для кожного рівня навчання. Кількість їх має бути мінімальною, а зміст задач учні повинні знати заздалегідь. Якщо учень після вивчення курсу вміє розв'язувати відповідні еталонні задачі, це означає, що він досяг певного рівня навчання. Такий підхід дає змогу школяру вибрати певний рівень засвоєння математичного матеріалу і варіювати своє навчальне навантаження" [2, с. 14]. Тому диференційовану реалізованість системи геометричних вправ забезпечує також вимога *фіксування рівнів програмних вимог у еталонних задачах*.

8. Принцип наступності у навчанні передбачає з одного боку закріплення, розширення і поглиблення знань, умінь і навичок, набутих на попередніх етапах навчального процесу. З іншого – навчальна діяльність на кожному попередньому етапі здійснюється з орієнтацією на вимоги наступних етапів. Реалізація цього принципу у навчанні геометрії в основній школі вимагає, з одного боку, забезпечення *пропедевтики стереометричних понять* засобом системи вправ. При цьому необхідно *орієнтуватися на змістово-методичні лінії* курсів планіметрії і стереометрії. Наступність між вивченням геометричного матеріалу у 5 – 6 класах і систематичним курсом геометрії 7 – 9 класів реалізується, зокрема, вимогою *відповідності раніше вживаній термінології* у системі вправ.

9. Принцип варіативності. Важливою умовою формування в учнів правильних узагальнень психологи вважають *варіювання неістотних ознак поняття за умови інваріантності істотних*. Варіювання у побудові системи вправ реалізується таким чином: якщо в означенні того чи іншого поняття є істотною певна ознака, необхідно, щоб ця ознака у вправах, пропонованих учням, фігурувала у якості істотної, інші ж, неістотні ознаки, мають широко варіюватись. *Варіювання форми подання умови* вправ сприяє фіксації в пам'яті учнів того чи іншого прийому розв'язування задач. При цьому варіювання умови геометричних вправ стосується неістотних її сторін, що безпосередньо не впливають на застосування прийому розв'язування, а саме, числових даних, буквених позначень, розміщення фігур тощо. Такі вправи називають однотипними, а їх систему – однотипною. Забезпечити розв'язання потрібної кількості однотипних геометричних вправ можливо завдяки вправам за готовими малюнками. Корисно також пропонувати учням на різних рівнях вправи певного типу, що мають однакову логічну структуру, але різну форму презентації умови. Форму подання умови вправ можна варіювати шляхом введення додаткових елементів, збільшення кількості числових даних. *Варіювання видів розумової діяльності* засобом системи вправ реалізується шляхом залучення задач на прямі і обернені дії. Метод одночасного розв'язування прямих і обернених задач був запропонований П.М.Ерднієвим. На думку автора такий підхід сприяє швидшому і глибшому засвоєнню навчального матеріалу [4]. Я.Й.Грудьонов пропонує застосовувати принцип порівняння для того, щоб підкреслити взаємозв'язок, спільне та відмінне в системі задач [3]. Добираючи систему вправ з геометрії для досягнення певної мети, потрібно передбачати *варіацію видів математичного мислення*, пропонуючи різні типи вправ: на обчислення, доведення, побудову, дослідження.

10. Принцип інтегрованості. У Концепції математичної освіти 12-річної школи зазначається, що „... у змісті математики мають бути *посилені зв'язки між алгеброю і геометрією, планіметрією і стереометрією* ..." [2, с. 16]. Тому принцип інтегрованості у побудові системи вправ з геометрії в основній школі реалізується, по-перше, *залученням засобів алгебри* до розв'язування геометричних задач, по-друге, застосуванням методу *фузіонізму* через систему вправ. Рекомендуються вправи на: встановлення відповідності між планіметричними і стереометричними фігурами; представлення просторової фігури у вигляді комбінації плоских фігур і навпаки; обчислення елементів плоских фігур, що є частинами просторової фігури або утворюють її обертанням.

Висновки. Отже, для визначення методичних основ добору системи вправ з геометрії в основній школі необхідно окреслити межі пошуку її елементів, визначити фактори, що впливають на процес добору, обґрунтувати принципи та психолого-методичні вимоги їх реалізації, які визначають напрями діяльності по добору системи вправ і спрямовані на досягнення відповідних методичних цілей. На цій основі можливе створення методичних рекомендацій щодо побудови конкретних систем геометричних вправ.

1. Бурда М.І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти //Педагогіка і психологія. – 1996. – № 1. – С. 14 – 16.

2. Концепція математичної освіти 12-річної школи // Математика в школі. – 2002. – № 2. – С. 12-17.

3. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики: Кн. Для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.

4. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П.Укрупнение дидактических единиц в обучении математике: Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1986. –255 с.

Резюме. **Вашуленко О.П. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ УПРАЖНЕНИЙ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ИХ РЕАЛИЗАЦИИ.** *В статье обосновываются дидактические принципы построения системы геометрических упражнений в основной школе и психолого-методические требования к их реализации с учетом дидактических принципов обучения, целей и требований к результатам обучения геометрии в основной школе, особенностей познавательной деятельности учеников соответствующей возрастной категории, систематизации разных подходов к построению системы учебных упражнений.*

Ключевые слова: *дидактический принцип, система упражнений, геометрия, функции упражнений, методы обучения.*

Summary. **Vashulenko O. PRINCIPLES OF CONSTRUCTION THE SYSTEM OF GEOMETRICAL EXERCISES AT BASIC SCHOOL AND METHODICAL REQUIREMENTS TO THEIR REALIZATION.** *This paper explains the didactic principles of constructions the system of geometrical exercises at secondary school. Psychological-methodical requirements for their realization taking into account didactic principles of teaching are considered. Aims and requirements for the results of teaching geometry at basic school, features of cognitive activity of students of the proper age category, systematization of the different approaches in the construction of the system of educational exercises are taking into account.*

Keywords: *didactic principle, a system of exercises, geometry, teaching methods, exercises functions.*

Стаття представлена професором М.І.Бурдою.

Надійшла до редакції 16.09.2009р.

ПРО ФОРМУВАННЯ ПІЗНАВАЛЬНОЇ АКТИВНОСТІ УЧНІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ ІКТ

Т.Г.Крамаренко,
канд. педагог. наук,
Криворізький державний педагогічний університет,
Т.В.Колчук,
вчитель математики,
Криворізька педагогічна гімназія,
м. Кривий Ріг, УКРАЇНА

Аналізуються компоненти пізнавальної активності учнів, дидактичні умови їх розвитку. Досліджується ефективність застосування у процесі навчання геометрії розроблених авторами електронних наочностей для підручників геометрії з метою формування пізнавальної активності.

Ключові слова: *пізнавальна активність учня, інформаційні технології, комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання математики.*

Постановка проблеми. Орієнтація сучасної школи на гуманізацію процесу освіти і всебічний розвиток особистості у процесі навчання математики передбачає поєднання безпосередньо навчальної діяльності, в межах якої формуються базові знання, уміння та навички з діяльністю творчою, пов'язаною з розвитком особистісних задатків учнів, їх пізнавальною активністю. Важливо виховувати соціально активну людину, яка вміє самостійно знайти потрібні відомості, у якої пізнавальна (навчальна) активність є стійкою рисою особистості.

Подальший пошук шляхів та засобів залучення учнів до активної пізнавальної діяльності може бути пов'язаний з впровадженням інформаційно-комунікаційних технологій навчання (ІКТН), а у зв'язку з цим із новим ставленням до пошуку відомостей та здобування нових знань. Тому евристичне навчання геометрії з використанням засобів ІКТ сприятиме формуванню пізнавальної активності школярів.

Аналіз досліджень і публікацій. Проблема розвитку пізнавальної активності учнів займає чільне місце в психолого-педагогічних дослідженнях і належить до пріоритетних питань сучасної педагогічної науки і практики. Розрізняючи пізнавальну і навчальну діяльності учнів, розрізнятимемо активність пізнавальну як більш широке поняття і навчальну як одну з форм пізнавальної. Питання обґрунтування сутності пізнавальної активності учнів у процесі навчання знайшли відображення у дослідженнях І.Я.Лернера, М.І.Махмутова, Л.В.Мар'яненко [3] В.О.Онищука, Н.О.Половникової, М.М.Скаткіна, Н.О.Чувасової [5], Т.І.Шамової [6] та ін. Пізнавальна активність характеризує індивідуальні особливості учня у процесі пізнавальної діяльності. Т.І.Шамова розглядає активність як "якість діяльності, в якій виявляється особистість самого учня з його ставленням до змісту, характеру діяльності і прагненням мобілізувати власні морально-вольові зусилля на досягнення навчально-пізнавальних цілей" [6, 31]. Пізнавальна (навчальна) активність тісно пов'язана з самостійністю, яка є одним з її проявів. Головне із завдань у процесі навчання геометрії з використанням ІКТ вбачаємо в тому, щоб активність учня підняти до рівня самостійності.

На основі аналізу джерел [3], [5], [6] можемо визначити пізнавальну активність як складно-структуроване особистісне утворення, що являє собою синтез таких взаємопов'язаних структурних компонентів, як мотиваційний, операційний та особистісний. *Мотиваційний* компонент містить потреби, інтереси, мотиви, забезпечує включення учнів у процес активного навчання і підтримує цю активність протягом усіх етапів навчального пізнання. До *операційного* компоненту входять розумові операції та розумові уміння, властивості мислення, мовно-розумова діяльність. Операційний компонент забезпечує процесуальний перебіг пізнавальної активності і визначає систему шляхів, засобів і прийомів формування пізнавальної активності учнів у процесі вивчення геометрії з використанням ІКТ. *Особистісний* (результативний) компонент включає такі якості особистості, які стимулюють прояв та розвиток пізнавальної активності і самі розвиваються в результаті її функціонування (наприклад, допитливість, вдумливість, інтелектуальна рефлексія, самовдосконалення, ініціативність, впевненість у собі та ін.).

Рівні пізнавальної активності встановлюють залежно від характеру діяльності учня у процесі пізнання. Н.О.Чувасова виділяє п'ять рівнів сформованості пізнавальної активності – найвищий, високий, середній, низький, дуже низький [5]. Т.І.Шамова пов'язує рівні пізнавальної активності з рівнями інтересів та наполегливості школярів, які виявляються, коли учні проникають у сутність явищ, у взаємозв'язок між ними [6, 54]. В подальшому будемо дотримуватися рівнів пізнавальної активності, виділених Т.І.Шамовою − відтворююча активність, інтерпретуюча, творча, що відповідатимуть початковому-середньому, достатньому та високому рівням навчальних досягнень учнів.

Для формування пізнавальної активності учнів у процесі навчання важливо забезпечити певні дидактичні умови. Н.О.Чувасова відносить до таких у ході діалогічного навчання "забезпечення активності комунікативного процесу, педагогічну взаємодію, співробітництво і співтворчість у системі стосунків "учитель-учень", різноманітність видів діалогічного спілкування і діяльності, свободу вибору засобів і дій, психологічний комфорт, ситуацію успіху для кожного учня, що стимулює саморозкриття і самоствердження учнів у навчальному діалозі" [5, 6].

Виділення частини проблеми. Разом з тим, окремі аспекти проблеми формування пізнавальної активності учнів у процесі навчання геометрії в сучасних умовах не знайшли належного розв'язання. Зокрема, подальшої перевірки потребують дидактичні умови розвитку пізнавальної активності учнів з використанням ІКТН. Існуючі електронні засоби навчання геометрії в основній школі (наприклад, [4]) і посібники по їх застосуванню не в повній мірі зінтегровані з навчальною програмою для 12-річної школи та діючими підручниками, а тому використання учнями цих засобів у процесі самостійної роботи не забезпечує реалізацію принципів систематичності і послідовності в навчанні геометрії, недостатньо стимулює учнів до саморозкриття та самоствердження.

Мета нашого дослідження конкретизувалася в завданні дібрати матеріал систематичного курсу геометрії основної школи відповідно до діючих підручників для 7-го класу, вивчаючи який доцільно використовувати програмні засоби динамічної геометрії для формування пізнавальної активності учнів, розробити тести, електронні наочності та рекомендації щодо їх застосування у процесі навчання геометрії.

Основний матеріал. Відповідно до компонентів особистісного утворення "пізнавальна активність" доцільно виділити три групи умов, дотримання яких забезпечуватиме формування пізнавальної активності учнів у процесі навчання геометрії. А саме, умови, що забезпечують формування позитивної мотивації (наявність стійких пізнавальних інтересів і пізнавальної потреби); забезпечення успішного формування системи знань та самокерування процесів навчання (формування інтелектуальних умінь та умінь мовно-розумової діяльності; створення сприятливого педагогічно-освітнього середовища (забезпечення ситуації успіху і психологічного комфорту кожному учневі, стимулювання самовдосконалення і впевненості у собі, забезпечення співробітництва та співтворчості вчителя і учнів).

Як важливу дидактичну умову успішного формування пізнавальної активності учнів розглядаємо систематичне, цілеспрямоване використання у процесі навчання ІКТН, що дозволило б учням самостійно приходити до пізнавальних відкриттів при вивченні теоретичного матеріалу і в ході розв'язування задач. При цьому потрібно забезпечити систематичність наростання пізнавальних утруднень у навчальній діяльності, різноманітність видів діяльності учнів та індивідуальний підхід до школярів. Для цього доцільно використовувати у навчанні геометрії електронні засоби, пов'язані з діючими навчальними підручниками.

У розробленому нами електронному засобі за підручниками для основної школи [1], [2] значна увага приділяється формуванню раціональних прийомів пізнавальної діяльності, поєднанню колективної та індивідуальної форм роботи, формуванню внутрішніх стимулів до навчання, самоосвіти. Для забезпечення формування мотиваційного компоненту пізнавальної активності учнів вчителю математики пропонується низка навчальних проектів для впровадження у процесі навчання геометрії. У посібнику розміщено значну кількість презентацій за допомогою яких доцільно продемонструвати прикладну спрямованість вивчуваного матеріалу. Учні заохочуються до самостійного створення слайдів для презентацій, динамічних креслень, до підготовки кросвордів. З метою забезпечення наступності у процесі навчання, формування системи знань та самокерування процесів навчання у посібнику налагоджено автоматичну систему контролю і самоконтролю знань учнів шляхом виконання комп'ютерних тренувальних тестів. Тести, які пропонуються на початку вивчення теми, здебільшого стимулюють учнів пригадати вивчене у 5-6 класі. Тести у відкритій і закритій формі всередині того чи іншого параграфа допомагають перевірити рівень засвоєння вивченого матеріалу.

Особливістю підручників [1], [2] є заохочення учнів до самостійного формулювання означень, теорем, виконання практичних завдань. Тому і для розробленого електронного посібника характерне цілеспрямоване застосування навчальних досліджень при роботі з педагогічними програмними засобами (ППЗ), освітніми продуктами яких є поява в учнів уміння генерувати ідеї, висувати гіпотези, формулювати проблеми. Завданням на доведення зазвичай передують завдання на використання евристичного прийому переформулювання завдання і дослідження засобами ППЗ. Це допомагає урізноманітнювати сюжети завдань, вносити елементи творчості, самостійності, зацікавленості учнів. Як показали наші дослідження, систематичне застосування дослідницького підходу при вивченні теоретичного матеріалу покращує ставлення учнів до вивчення геометрії, до формування мотиваційної сфери підлітка, а тому сприяє формуванню пізнавальної активності учня.

У шкільному курсі геометрії 7-го класу спеціально виділяються задачі на побудову, які розв'язуються лише за допомогою циркуля і лінійки. Ці задачі мають значну дидактичну цінність, оскільки не тільки формують практичні навички виконання основних побудов, а й розвивають логічне мислення, формують евристичну діяльність. Важливість задач на побудову обумовлюється особливостями наукової структури курсу планіметрії, провідним компонентом якої є конструктивізм: майже всі геометричні поняття означаються конструктивно; доведення всіх теорем спирається на використання фігур, реальне існування яких можна підтвердити побудовою. Отже, задачі на побудову мають розвивати в учнів конструктивний підхід до осмислення всього комплексу геометричних знань, а не лише формувати конструктивні навички розв'язування задач.

Реалізуючи дослідно-експериментальну програму вивчення теми "Геометричні побудови" з використанням засобів ІКТ важливо забезпечувати в учнів формування операційного компоненту пізнавальної активності, зокрема розумових операцій та розумових умінь. Опанування учнями розв'язуванням задач на побудову за відомою схемою, що складається з чотирьох етапів − аналіз, побудова, доведення, дослідження, сприятиме формуванню у них таких розумових операцій як аналіз, синтез, узагальнення, доведення-спростування. З цією метою значна частина рисунків у посібнику виконана за допомогою засобу динамічної геометрії Gran-2D і містить гіперпосилання на відповідні файли засобу. Використовуючи підказки, приховані за допомогою спеціальних інструментів − "кнопок", учні можуть самостійно крок за кроком просуватися до отримання розв'язку завдання, висунення гіпотези як результату певного дослідження, здійснення узагальнення тощо. При цьому принцип наочності полягає не стільки в можливості пасивного споглядання учнями моделей, як в активній перетворюючій діяльності, у процесі якої школярі самостійно будують моделі.

Під час розв'язування задач на побудову, на дослідження з використанням ІКТ доцільно стимулювати формування в учнів операційного компонента "властивості мислення". А саме, самостійність і гнучкість мислення через встановлення важливих закономірностей і застосування на практиці набутих знань. Не менш важливо при цьому розвивати підрозділ операційного компонента "мовно-розумову активність", зокрема вміння передавати зміст матеріалу своїми словами, уміння формулювати головне.

Висновки. У ході дослідження встановили, що процес формування пізнавальної активності учнів у навчанні геометрії буде успішним, якщо при його організації забезпечити систематичне, цілеспрямоване, обґрунтоване й педагогічно доцільне використання сучасних ІКТ; формувати в учнів стійкий інтерес до пошукової дослідницької діяльності; стимулювати творчий потенціал учнів під час розв'язування навчально-творчих завдань. Використання на уроках геометрії розробленого нами електронного посібника за діючими підручниками для 7-го класу показало збільшення в експериментальних класах порівняно з контрольними числа учнів з інтерпретуючим і творчим рівнями активності. Потребує подальшого дослідження ефективність використання посібника з метою розвитку пізнавальної активності учнів в умовах дистанційного навчання.

1. *Бевз Г.П. Геометрія: підручник [для 7 класу] / Г.П.Бевз, В.Г.Бевз, Н.Г.Владимирова. − К.: Вежа, 2007. − 208 с.*
2. *Бурда М.І. Геометрія: підручник [для 7 класу] / М.І.Бурда, Н.А.Тарасенкова. − К.: Зодіак-ЕКО, 2007. − 208 с.*
3. *Мар'яненко Л.В. Особливості структурної організації пізнавальної активності учнів / Л.В.Мар'яненко // Педагогіка і психологія. − 1997. − №1. − С. 14-22.*
4. *Педагогічний програмний засіб "Бібліотека електронних наочностей. Геометрія, 7-9 клас". – К. Мальва, 2006. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12 см. – Системні вимоги: процесор x86, 1100 MHz; 128 Мб RAM, CD-ROM Windows 98/XP.*
5. *Чувасова Н.О. Формування пізнавальної активності старшокласників у процесі діалогічного навчання: дис. ... канд.. пед. наук: 13.00.09 / Чувасова Наталія Олександрівна. − Кривий Ріг, 2008. − 215 с.*
6. *Шамова Т.И. Активизация учения школьников. – М.: Педагогика, 1982. – 208 с.*

Резюме. **Крамаренко Т.Г., Колчук Т.В. О ФОРМИРОВАНИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ УЧЕНИКОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИКТ.** *Анализируются компоненты познавательной активности учеников, дидактические условия их развития. Исследуется эффективность применения в процессе обучения геометрии разработанных авторами электронных наглядностей для учебников геометрии с целью формирования познавательной активности школьников.*

Ключевые слова: *познавательная активность ученика, информационные технологии, компьютерно-ориентированные средства обучения математике.*

Summary. **Kramarenko T., Kolchuk T. ABOUT FORMING OF COGNITIVE ACTIVITY OF STUDENTS IN THE PROCESS OF TEACHING OF GEOMETRY WITH THE USE OF ICT.** *The components of cognitive activity of students, didactic terms of their development, are analysed. Efficiency of application in the process of teaching of geometry is probed developed the authors of electronic evidentness for the textbooks of geometry with the purpose of forming of cognitive activity.*

Keywords: *cognitive activity of student, information technologies, computer-oriented facilities of studies of mathematics.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 8.11.2009р.

ОБОГАЩЕНИЕ МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Р.П.Маврова,
доцент, доктор,
Д.В.Милушева-Бойкина,
гл. ассистент, доктор,
Пловдивский университет им. Паисия Хилендарского,
г. Пловдив, БОЛГАРИЯ

Ставиться акцент на засоби, за допомогою яких можна збагатити розумову діяльність учнів, а саме: математичні задачі з умисними помилками, софізми, парадокси тощо.

Ключові слова: *розумовий процес, активація розумової діяльності, розвиток мислення.*

Двадцать первый век динамично развивается. В нем особое внимание уделяется образованию как самому ценному богатству человека. Указываются и основные принципы образования – научить ученика самому учится непрерывно, научить его доказывать, саморазвиваться и самоконтролироваться. Поэтому быстро развиваются и совершенствуются технологии обучения. Все это направлено на активизацию мыслительного процесса учащегося, на создание условий для обогащения и развития различных качеств мышления ученика, в том числе и его творчество. Известно, что творческое мышление не ограничивается в шаблонах, установленных традициями, а ориентируется на новые, оригинальные пути и способы, которые индивид стремится найти. Существенное значение для нахождения таких путей имеет самостоятельность и критичность мышления потому, что они являются условиями для выработки собственного стиля учебной деятельности. Особо важно в обучении математике использовать подходящие средства, которыми активизируется мыслительный процесс и обогащается личность ученика.

Целью статьи *является исследование таких средств обучения, с помощью которых можно обогатить мыслительную деятельность учащихся*

К таким средствам обучения мы относим математические задачи с умышленными ошибками, софизмы, парадоксы и др.

Рассмотрим задачу.

Задача 1. *В окружности с радиусом 1 см построены диаметр AB и хорда CD, которые пересекаются в точке M (рис. 1). Если AC=0,5 см, BD=1,25 см и CM=0,6 см, найти длину отрезка AM.*

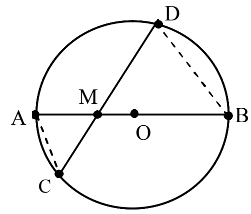


Рис. 1

Учащимся предлагаются следующие способы решения.

I способ:

Рассматриваем ΔAMC и ΔDMB. Они подобны, ибо имеют равные углы: $\angle AMC=\angle BMD$ и $\angle CAM=\angle MDB$. Тогда $\dfrac{AC}{BD}=\dfrac{CM}{MB}$, т.е. $\dfrac{0,5}{1,25}=\dfrac{0,6}{2-AM}$. Отсюда AM=0,5 см.

II способ:

Рассмотрим ΔABC. Он прямоугольный. Пусть $\angle MAC=\alpha$. Тогда $\cos\alpha=\dfrac{AC}{AB}=0,25$.

Применяем теорему косинусов для ΔAMC: $CM^2 = AM^2 + AC^2 - 2AM\cdot AC\cdot\cos\alpha$. Так как CM, AC и $\cos\alpha$ известны, то это равенство является квадратным уравнением относительно AM. Решая его, получаем $AM = \dfrac{5+\sqrt{201}}{40}$ см.

У учащихся возникает проблема: где

ошибка в проведенных рассуждениях рассмотренной задачи? Для разрешения этой проблемы требуется усиление мыслительной работы, включающей дивергентное мышление. Предлагаются различные идеи для устранения допущенной ошибки. После отыскания ошибки, от учащихся требуется составить корректные математические задачи, используя данные элементы или другие элементы, выбранные самими учащимися.

Другая задача, при решении которой проявляется возможность сделать умышленную ошибку, следующая.

Задача 2. *Доказать, что сумма внутренних углов треугольника равна 180^o.*

Учащимся предлагается проанализировать следующие „рассуждения":

„Пусть ABC произвольный треугольник. С помощью отрезка CD ($D \in AB$) разделяем его на два треугольника – ΔADC и ΔDBC. Обозначим через x сумму углов каждого из этих треугольников, т.е. $x = \angle ACD + \angle ADC + \angle DAC$ и $x = \angle CDB + \angle DBC + \angle DCB$. Сложив почленно эти равенства, получаем $2x = \angle ACD + \angle ADC + \angle DAC + \angle CDB + \angle DBC + \angle DCB$.

Однако $\angle ACD + \angle DCB = \angle ACB$, а $\angle ADC + \angle CDB = 180^o$.

Тогда $2x = \angle ACB + \angle BAC + \angle ABC + 180^o$. В этом равенстве сумма $\angle ACB + \angle BAC + \angle ABC = x$. Следовательно $2x = x + 180^o$, откуда следует, что $x = 180^o$."

Здесь учащиеся должны найти и осмыслить суть ошибки в проведенных рассуждениях (наличие порочного круга), что создает условия для активизации их мыслительной деятельности.

Развитию и обогащению мышления учащихся способствует и использование софизмов. Например, при изучении дробных выражений или дробных уравнений, неравенств, можно использовать следующий софизм: „Все числа равны".

Пусть a и b произвольные числа, удовлетворяющие условию $a>b$. Тогда $a = b + c$. Умножив обе сторон этого равенства на $(a-b)$, получаем $a \cdot a - a \cdot b = a \cdot b + a \cdot c - b \cdot b - b \cdot c$.

Переносим $a \cdot c$ в левую сторону и раскладываем на множители, т.е.

$$a(a - b - c) = b(a - b - c).$$

После разделения на $(a - b - c)$ получаем „результат" $a = b$. Как это возможно?

Анализируя каждый шаг этих „рассуждений", ученик выявляет ошибку и делает важный вывод о том, что нельзя разделить на число или выражение, содержащее переменные, которое может принять значение, равное нулю.

Развитию мышления и его обогащению способствуют и задачи, в условии которых имеются лишние данные. В процессе решения такой задачи ученики должны открыть, что в ней содержатся лишние данные, установить какие из них не нужны, т.е. без которых можно найти решение задачи, и значит, их надо устранить, а также составить различные новые задачи, используя определенную часть данных.

Особое место в развитии мышления учащихся при обучении математике занимают задачи, при решении которых понадобится сделать дополнительное построение некоторых элементов данной фигуры. В таких случаях учащиеся должны анализировать ситуацию и, в результате применения разных мыслительных операций, открыть подходящее дополнительное построение, которое поможет найти рациональное решение данной задачи. Например.

Задача 3. *На сторонах BC и CD квадрата ABCD взяты соответственно точки M и K таким образом, что $\angle BAM = \angle MAK$. Доказать, что справедливо равенство $BM + KD = AK$.*

Чтобы доказать равенство $BM + KD = AK$, достаточно доказать равенство двух отрезков, один из которых – отрезок AK, а другой должен быть равен сумме $BM + KD$ (рис. 2). Это рассуждение подталкивает учащихся к необходимости сделать дополнительное построение так, чтобы на фигуре появился отрезок, равный сумме $BM + KD$. Ясно, что возможны два варианта – или построить отрезок $DP = BM$ на продолжении стороны CD, или построить отрезок $BH = KD$ на продолжении стороны CB (рис. 3).

Какой вариант выберут учащиеся, зависит от проведенного ими анализа, сравнения и других мыслительных операций, с помощью которых установят в каком случае при решении будет меньшее число задач-компонентов.

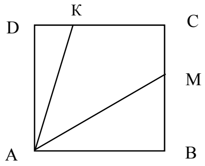


Рис. 2

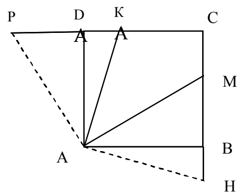


Рис. 3

Для развития мышления полезно и рассмотрение различных „нестандартных” и в тоже время рациональных приемов решения иррациональных уравнений. Такими являются, например, следующие уравнения:

а) $\sqrt{3-2x}= 10x-24-x^2$;

б) $x^2+\sqrt{x^2-4x+3}=3x-\sqrt{5x-6-x^2}$;

в) $\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+x-2}=0$.

Ясно, что применение традиционного способа решения (возведение в квадрат обеих сторон уравнения а) и обязательная проверка для устранения „лишних” корней) приводит к уравнению четвертой степени, которое ученики едва ли смогут решить. Однако, если применить метод эквивалентности, то при нахождении области равносильности (ОР) получится, что из $\begin{cases} 3-2x\geq 0, \\ 10x-24-x, \end{cases}$ следует $x\in\varnothing$, т.е. уравнение а) не имеет решения. В уравнении б) нахождение области допустимых значений x показывает, что только $x = 3$ является допустимым для данного уравнения. Непосредственной проверкой устанавливается, что $x = 3$ действительно единственное решение уравнение б). В уравнении в) необходимо сообразить, что оно будет иметь решения только, если одновременно выполняются равенства $x^2-x=0$ и $x^2+x-2=0$, т.е. решение задачи сводится к нахождению общего корня этих двух квадратных уравнений, а именно $x = 1$.

Наш опыт и учебная практика показывают, что рассмотрение задач указанных групп способствуют активизации мыслительных операций: сравнению, анализу, синтезу обобщению. Проявляются и формируются такие качества мышления как глубина, гибкость, самостоятельность и критичность. Все это способствует обогащению мышления учащихся, развитию позитивных качеств личности. При этом важно принимать во внимание, что поставленные перед учащимися проблемы должны быть посильны их возможностям, так как если задания очень трудные, то они приводят к разочарованию, а если слишком элементарные – не мобилизируют в максимальной степени силы учащихся.

1. *Александров, П. Интеллект и обучение. – С.: „Народна просвета”, 1990.*
2. *Маврова, Р., Милушева-Бойкина Д.. Развитие на критичност на мисленето при обучението на учениците по математика. – В: Научни трудове ПУ „Паисий Хилендарски”, т. 41, кн. 2, Методика на обучението, Пловдив, България, 2008, с. 43-53.*
3. *Пирьов, Г. Проблеми на когнитивната психология. – С.: Изд. „Проф. М. Дринов”, 2000.*
4. *Giulford, J.P. Three Faces of Intellect. – In: Intelligence and Ability. St. Wiezeman, 1967.*

Резюме. **Маврова Р., Милушева-Бойкина Д. ОБОГАЩЕНИЕ МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ.** *В работе делается акцент на такие средства, с помощью которых можно обогатить мыслительную деятельность учащихся, а именно: математические задачи с умышленными ошибками, софизмы, парадоксы и др.*

Ключевые слова: *мыслительный процесс, активизация мыслительной деятельности, развитие мышления.*

Summary. **Mavrova R., Millousheva-Boikina D. ENRICHMENT OF STUDENT'S THINKING IN THE PROCES OF EDUCATION IN THE FIELD OF MATHEMATICS.** *Ways in which student's thinking in the area of mathematics can be enriched (intentional wrong problems, sophisms, paradox) are presented in this article.*

Keywords: *cogitative process, activation of cogitative activity, development of thought.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 14.11.2009р.

ЕВРИСТИЧНА СКЛАДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТАРШОКЛАСНИКІВ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ЕЛЕМЕНТАМ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Н.П.Варущик,
старший викладач,
Ніжинський державний університет ім. Миколи Гоголя,
м. Ніжин, УКРАЇНА

Розглядаються та аналізуються прийоми, методи та засоби евристичної діяльності, спрямовані на створення ситуації успіху в процесі розв'язування задач математичного аналізу.

Ключові слова: *ситуація успіху, евристично орієнтовані задачі, евристико-дидактичні конструкції.*

Навчально-пізнавальна евристична діяльність учнів – це діяльність, організована і керована вчителями з використанням різноманітних евристичних прийомів, методів, форм і засобів, спрямованих на створення нової системи дій за пошуком раніше невідомих закономірностей, на формування процесів, які забезпечують пізнавальну і творчу діяльність, у результаті якої учні активно оволодівають знаннями та вміннями, формують пізнавальні мотиви і організаційні якості [6].

Проблему розвитку евристичної діяльності учнів у процесі навчання математики досліджували вчені і методисти А.Артемов, Г.Балк, Г.Бевз, М.Бурда, В.Болтянськийй, Б.Вікол, К.Власенко, Б.Гніденко, І.Гончарова, І.Горчакова, С.Губа, Г.Дорофєєв, П.Ерднієв, І.Зільберберг, Ю.Колягін, Л.Ларсон, Т.Максимова, Т.Мірякова, А.Мишкіс, Ю.Палант, Д.Пойа, Г.Саранцев, У.Семенов, О.Скафа, З.Слєпкань, Ю.Смогоржевський, Є.Турецький, Л.Фрідман, А.Хуторський, Є.Шапіто та ін.

Зроблено вагомий внесок у розвиток теорії, методики, технології евристичної діяльності. Зокрема розроблена концепція формування евристичної діяльності під час вивчення математики в умовах впровадження сучасних технологій, теоретично обґрунтована і експериментально перевірена методика створення ЕДК і сконструйовані технології використання їх в процесі вивчення математики; методика формування прийомів евристичної діяльності учнів на уроках геометрії в класах з поглибленим вивченням математики та на факультативних заняттях; методика диференційованого формування прийомів евристичної діяльності старшокласників на уроках стереометрії; формування евристичних вмінь у позакласній роботі з математики та ін. Однак у цих дослідженнях не розглянуто питання формування та розвитку прийомів евристичної діяльності в старших класах в процесі вивчення алгебри і початків аналізу.

У відповідності до теорії Л.С.Виготського процеси навчання і виховання розвивають учня не самі по собі, а лише в тому випадку, коли мають відповідний зміст і набувають форму діяльності. Між навчанням і психічним розвитком людини завжди стоїть його діяльність.

Для ранньої юності визначення провідної діяльності ще й досі залишається невирішеною науковою проблемою. Одні вчені надають перевагу учінню, інші – професійній діяльності.

Наукові факти і життєвий досвід підводять до висновку, що рання юність – це підготовчий етап до перетворення людини на суб'єкта власного життя; людину, яка свідомо ставить цілі, що відповідають її потребам і можливостям, використовує свої способи досягнення цих цілей, людину унікальну і неповторну із власною філософією життя, тобто на індивідуальність. Старшокласник продовжує вчитись, спілкуватись, виконує ще багато видів діяльності, але всі вони є тепер способами, умовами досягнення провідного смислоутворюючого мотиву – вибору напрямку життєвого шляху.

Учіння в цьому віці є формою провідної діяльності. Воно тісно пов'язане з іншою формою провідної діяльності – з самопізнанням.

Сукупність усіх уявлень індивіда про себе, поєднана з оцінкою цих уявлень, за визначенням Р. Бернса, є важливим психічним новоутворенням, яке називають „Я-концепція" [1].

Результатом процесу самопізнання є самоуправління і саморегуляція.

У процесі навчальної діяльності в старшокласників формується індивідуальний стиль цієї діяльності та спілкування. Важливим у цей віковий період є шлях до результату, який фіксується у свідомості учня і зберігається в формі суб'єктного досвіду.

Оскільки в старшому шкільному віці навчально-пізнавальна евристична діяльність найкращим чином забезпечує зв'язок із світом вважаємо за можливе формування особистості через цю діяльність.

Таким чином, ***метою статті*** *є обґрунтування розвитку прийомів евристичної діяльності в учнів старшої школи через систему евристично орієнтованих задач.*

Логічно припустити, що навчання впливатиме на розвиток через його зміст та науково правильно організований навчальний процес, який включає самоорганізацію і саморозвиток.

За висловленням С.І.Рубінштейна основний шлях формування суб'єкта – це добре організоване зовнішнє і переведення його у внутрішнє. Навчання повинно стати засобом розкриття процесу учіння як суб'єктивної діяльності. Учіння за І.С.Якиманською є складним процесом переробки (переосмислення) власного досвіду, його зміни під впливом навчання та формування психічних новоутворень: когнітивних, операційних, мотиваційних.

Характеризуючи мотиваційну складову навчально-пізнавальної діяльності слід враховувати, що така діяльність здійснюється під впливом певних мотивів і що мотивація є не лише передумовою евристичної діяльності, а й її результатом, її новоутворенням [7].

В умовах суб'єкт-суб'єктних відношень урок математики слід починати з формулювання цілей евристичної пізнавальної діяльності. Лише в цьому випадку зовні внесені цілі будучи реально об'єктивними сприйматимуться учнем як свої власні суспільнозначущі.

Приклад 1. *10 клас. Побудувати графік функції* $y = x^5 - 5x^3 + 2,8x + 1$

Мотивуючи необхідність застосування похідної до дослідження функцій учитель може запропонувати учням задачу: *побудувати графік функції за табличними даними*

x	0	1	2	–1	–2
y	1	–0,2	–1,4	2,2	3,4

Виявляється, що одержані точки належать прямій лінії, що суперечить раніше відомому факту та умові задачі: дана функція не є лінійною. За допомогою GRAN 1 школярі можуть побудувати графік даної функції і "зчитати" властивості проте, проблемність ситуації полягає у необхідності розв'язати обернену задачу: дослідити властивості і побудувати графік функції. Виникає потреба в поповненні знань.

Особливе значення мають навчальні матеріали для самоосвіти, які сприяють розвитку як загальних так і спеціальних прийомів евристичної діяльності.

Прийомами самоосвіти будемо вважати прийоми чіткого цілепокладання при вивченні конкретного матеріалу, планування своєї пізнавальної діяльності, самоаналізу і самоконтролю.

Так на уроці, дидактична мета якого – засвоєння необхідних та достатніх умов монотонності, опуклості та екстремумів функції та способу їх доведення, метою евристичної діяльності може бути – формування прийому абстрагування прямим шляхом з використанням правила-орієнтиру та розвитку інтуїції, зокрема геометричної інтуїції.

На основі поставлених цілей спільно виробляється алгоритм колективної та індивідуальної діяльності, проводиться рефлексія.

Успішний шлях роботи з окремими учнями лежить через творчий розвиток усього контингенту школярів [4].

Для одержання гіпотези можна використати комп’ютерні експерименти за допомогою GRAN 1: 1) побудувати в одній системі координат графік функції і графік її першої похідної; графік функції та графік її другої похідної; 2) провести дослідження за допомогою GRAN 1, користуючись послугою: Операції. Похідна [3].

Завдання для частково-пошукової роботи повинні бути підібрані у зоні найближчого розвитку, щоб учні мали право вільного вибору завдань. Засвоюючи науковий зміст, учень не просто дістає нову інформацію, а й перетворює її на основі власного досвіду, тобто будує суб’єктну модель пізнання, в яку включаються не лише логічно істотні, а й особистісно значущі ознаки пізнавальних об’єктів.

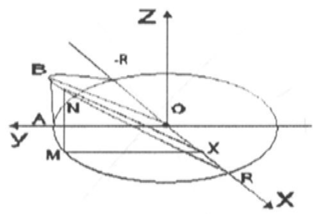
Основним структурним елементом евристичного навчання, засобом досягнення цілі є евристична навчальна ситуація. Технологія створення і використання евристичних ситуацій актуалізації (орієнтації, пошуку, перетворення та інтеграції) [2], за своєю суттю є особистісно-орієнтованою, – оскільки для розв’язання її потрібен прояв усіх особистісних функцій: учень у всьому повинен шукати сенс, думати про себе, вибирати творчий момент, дати критичну оцінку факторам і т.д. Це не репродуктивна задача, яку можна розв’язати за аналогією. Крім того вона узгоджується з провідною діяльністю старшокласників, тому може бути засобом досягнення цілей у курсі алгебри і початків аналізу.

Приклад 2. *11 клас. (Задача про кашу)*

Рецепт: насипати крупу так, щоб вона зайняла половину дна посудини, на стінці якої зробити помітку на висоті “гірки” крупи. Води налити до рівня помітки. Чому якість каші не залежить від розмірів посудини?

Дана задача з прикладним змістом, евристична, теоретичного характеру, підібрана з метою мотивації теми застосування визначеного інтеграла до вивчення об’ємів в процесі організованої діяльності.

Засобом реалізації евристичних намірів учня і вчителя може бути діалог, в процесі якого потрібно перевести зміст задачі з побутової мови на мову математики, одержати математичну модель задачі: довести, що $\frac{V_1}{V_2} = const$, обрати геометричний образ змісту, як опору для пошуку розв’язання, умовні позначення в обраній системі координат.Розширення меж пізнання учнями нового зможе відбутися, коли буде актуалізовано кілька аналогів його творчого продукту. В даному випадку це алгоритм розв’язування задач на знаходження формул площі криволінійної трапеції та маси неоднорідного стержня. Результати діалогу повинні сприяти формуванню прийому аналогії, перенесенню його в нестандартну ситуацію.



Розв’язання: $V_1 = 2\int\limits_0^R S(y)\,dy$,

$S(y) = \frac{1}{2} MN \cdot MX = \frac{1}{2} y \cdot MN$,

$\Delta ABO \sim \Delta MNX$, тому $\frac{MN}{h} = \frac{y}{R}$;

$S(y) = \frac{y^2 h}{2R}$, $V_1 = \frac{hR^2}{6}$, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{6\pi}$.

Мета діалогу не просто “зняти” проблему, а сформулювати її так, щоб вона мала суб’єктивне значення, була стимулом для утворення нового смислу.

Знання повинні бути результатом відкриття, пошуку. Сприяти розвитку гнучкого, вільного мислення можна лише за умови наявності альтернативного змісту. Слід відбирати розвивальний зміст навчального матеріалу, тобто такий на основі якого учнів можна включити в мисленеву діяльність. Розвивальний зміст мають задачі-парадокси, софізми.

Приклад 3. *У чому справа?*

За основною властивістю первісних, якщо похідні двох функцій співпадають, то ці функції повинні відрізнятися на константу. Похідні функцій а) $y_1 = \frac{1}{1-x^2}$ і $y_2 = \frac{x^2}{1-x^2}$; б) $y_1 = ln|x|$ і

$$y_2 = \begin{cases} ln\,x + 3, & \text{якщо } x > 0, \\ ln(-x) + 5, & \text{якщо } x < 0. \end{cases}$$

З іншого боку, у випадку а) функція y_2 одержана з y_1 множенням на x^2, а у випадку б) функції y_2 і y_1 відрізняються на різних проміжках на різні константи.

Засоби контролю повинні забезпечувати не лише перевірку засвоєння змісту навчального матеріалу, а й прийомів та способів навчальної діяльності. Потрібні дидактичні матеріали, які б забезпечували формування прийомів розумової діяльності, прийомів організації учіння, враховували закономірності психічного розвитку.

Оскільки процес навчальної евристичної діяльності є процесом взаєморозвитку, то здатність до рефлексії слід формувати й у вчителя (самоаналіз уроку з точки зору використання можливостей навчального матеріалу для реалізації принципів розвивального навчання, для співпраці, для діалогу і т.п.).

Таким чином, з операційно-процесуальної точки зору навчально-евристична діяльність при вивченні математики є процесом дослідження, яка повністю або частково включає його етапи, в ході яких учні оволодівають евристичними вміннями, навичками саморегуляції евристичної діяльності, здатністю до самооцінки і самоконтролю.

1. Бернс Р. Развитие. Я концепция и воспитание / Р.Бернс. – М.: Прогресс, 1986.

2. Власенко К.В. Актуалізація евристичних ситуацій на уроках геометрії (за матеріалом основної школи) / К.В.Власенко, О.І.Скафа. – Донецьк, Фірма ТЕАН, 2003. – 192 с.

3. Крамаренко Т.Г.Уроки математики з комп'ютером. Посібник для вчителів та студентів. За ред. М.І.Жалдака. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. – 272 с.

4. Лернер И.Я. Развивающее обучение с дидактических позиций / И.Я.Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.

5. Саранцев Г.И. Цели обучения математике в средней школе в современных условиях / Г.И.Саранцев // Математика в школе. – 1999. – № 3. – С. 36-41.

6. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография. / Е.Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

7. Якиманская И.С. Разработка технологии личностно-ориентированого обучения / И.Я.Якиманская // Вопросы психологии. – 1995. – № 2. – С.31-42.

Резюме. **Варущик Н.П. ЭВРИСТИЧЕСКАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТАРШЕКЛАССНИКОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.** *В статье рассматриваются и анализируются методы и средства эвристической деятельности, которые нацелены на создание ситуации успеха в процессе решения задач математического анализа.*

Ключевые слова: *ситуация успеха, эвристико ориентированные задачи, эвристико-дидактичные конструкции.*

Summary. **Varuschik N. HEURISTICS COMPONENT OF MATHEMATICAL ACTIVITY AT SENIORS IN THE PROCESS OF STUDYING THE ELEMENTS OF MATHEMATICAL ANALYSIS.** *The methods and forms of heuristics activity at seniors analyzed and open up in the article.*

Keywords: *situation of success, heuristic the oriented tasks, heuristic didactics constructions.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.

Надійшла до редакції 13.09.2009р.

РЕАЛІЗАЦІЯ ПРИНЦИПІВ МОДУЛЬНОГО НАВЧАННЯ В ВИКЛАДАННІ АЛГЕБРИ ТА ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ В СТАРШІЙ ШКОЛІ

О.С.Кухарева,
аспірант,
Республіканський вищий навчальний заклад
Кримський гуманітарний університет (м. Ялта),
м. Ялта, УКРАЇНА

Розглянуті деякі підходи до трактування поняття „модуль”, на основі цього виділено декілька видів модульного навчання. Описані принципи модульного навчання та їх характерні риси щодо вивчення алгебри та початків аналізу в старшій школі.

Ключові слова: *модуль, модульне навчання, принципи навчання.*

Сучасна шкільна освіта сьогодні стоїть перед прикрим фактом – в умовах традиційних форм та методів навчання учні, пасивно отримуючи інформацію, не вміють здобувати її самостійно та застосовувати те, що знають. Ця проблема є актуальною навіть не дивлячись на те, що за останній час проведено багато реформ у сфері освіти. Всі вони спрямовані на реалізацію так званих ідей гуманітарізації математичної освіти, що не виправдано суттєво вплинуло на зменшення кількості годин, що відведені на вивчення математики в загальноосвітній школі. З 1980 року до 2005 року маємо зменшення часу, що відведено на вивчення математики, на 24% (з 2012 годин до 1530 годин). Звичайно, це не могло не вплинути на рівень математичної підготовки учнів, на розвиток їхнього математичного мислення. Про що доречи переконливо свідчать результати зовнішнього тестування з математики в 2008 навчального року.

Результати зовнішнього тестування свідчать, що більшість учнів мають від чотирьох до шести балів, що є тільки низьким рівнем, а високий рівень мають менше десяти відсотків учнів.

При вступі у ВНЗ за економічними та технічними спеціальностями абітурієнти мають надалі справу з математикою, що призводить до подальших проблем у навчанні та у розвитку особистості, становленні майбутнього спеціаліста тієї чи іншої галузі. Однак маємо факт зменшення навчального часу, що відведено на вивчення математичних дисциплін за останні десять років і у ВНЗ на 40%.

Але сучасному суспільству в умовах розвитку нашої країни потрібні активні, творчі особистості, які здатні самостійно приймати рішення, розв’язувати складні питання в економічній, політичній, науковій, культурній та інших сферах життя нашої країни.

Щоб розв’язати цю проблему в умовах зменшення часу, що відведено на вивчення математики в загальноосвітній школі, якісно відібрати зміст навчання, маємо дібрати доцільні методи та форми навчання математики, тобто маємо змінити всю методичну систему навчання математики в загальноосвітній школі на більш ефективну в сучасних умовах.

Питання підвищення рівня математичної освіти та реформування методичної системи навчання математики на різних етапах розглядало багато дослідників в нашій країні (Г.П.Бевз, Г.І.Білянін, М.І.Бурда, М.І.Жалдак, М.Я.Ігнатенко, Є.П.Нелін, З.І.Слєпкань, І.Ф.Тесленко, В.О.Швець, М.І.Шкіль та інші) та за її межами

(О.М.Абрамов, Ж.Адамар, Д.В.Аносов, Л.С.Атанасян, Г.Д.Глейзер, Г.В.Дорофєєв, А.Г.Мордкович та інші). Але питання математичної підготовки випускників загальноосвітніх шкіл і на сьогодні є актуальним. На нашу думку, доцільнішою буде зміна традиційної системи навчання математики на систему модульного навчання.

Питанню модульного навчання присвячено багато зарубіжних досліджень (Б.Голдшміт, М.Голдшміт, К.Курх, Дж.Рассел, Б.Ф.Скіннер, Р.Оуєнс), а також вітчизняних (В.І.Бондар, К.Я.Вазіна, О.Є.Гуменюк, П.І.Сікорський, А.В.Фурман), серед яких можна виділити роботи Г.І.Біляніна, Р.С.Бєкірової, О.В.Мішеніної, Л.О.Сазонової, що стосуються модульного навчання саме при вивченні математичних дисциплін. Але в цих працях розглянуто або вивчення окремих тем із математики за допомогою модульного навчання в середній школі, або вивчення математики у ВНЗ, а питання впровадження модульного навчання при вивченні математики (алгебри та початків аналізу) в старшій школі все ж таки є нерозв'язаним.

Тому ***метою цієї статті*** *є аналіз видів модульного навчання, його принципів із метою виділення тих, що найбільш підходять до викладання математики, а саме алгебри та початків аналізу в старшій школі.*

Модульне навчання виникло вперше після другої світової війни у відповідь на соціально-економічні потреби, коли були необхідні системи навчання професійним умінням за короткий інтервал часу. Тобто модульне навчання у первинному своєму вигляді є саме технологією професійного навчання, а тільки через декілька років дослідники у сфері освіти і професійної освіти почали систематизувати технічне та професійне навчання на модульній основі.

Слово „модуль” (від лат. modulus – „маленька міра”) – складова частина, яку можна виділити від загального. Модульним називають звичайно те, що складається з чітко визначених частин, які можна забирати або додавати, не руйнуючи річ. Поняття модуль використовують у багатьох науках та сферах: електроніці, програмуванні, математиці, архітектурі, поліграфії тощо. В педагогіці на цьому понятті побудована ціла технологія навчання.

У загальній педагогіці модуль визначається як функціональний, логічно обумовлений вузол навчально-виховного процесу, завершений блок дидактично адаптованої інформації [1, С.103]. Але залежно від того, який сенс несе поняття модуля, існують декілька видів модульного навчання (див. табл. 1).

Таблиця 1

Підхід	Модуль – це	Дослідники
Змістовний	пакет, що охоплює одну концептуальну одиницю навчального матеріалу	Дж.Рассел, С.Н.Постлезвейт, Л.А.Толкачова та ін.
Процесуальний	самостійно спланована одиниця навчальної діяльності, що допомагає учню досягти певної мети; продукт інтеграції різних видів і форм навчання, що підлягають загальній темі навчального курсу	Б.Голдшміт, М.Голдшміт, І.Прокопенко та інші В.М.Гарєєв, С.І.Куликов, Є.М.Дурко
Організаційний	педагогічна одиниця, тобто команда вчителів із 5-8 осіб, що повністю забезпечує процес навчання в групі (60-100 учнів одного віку); частина шкільного дня, що заповнена відповідним дидактичним змістом;	А.Де Калуве, Є.Маркс, М.Петрі, А.М.Алексюк, О.В.Попович та ін. В.Оконь та ін.

	добровільна асоціація в межах певного регіону (місто, район, селище) шкіл, дошкільних і позашкільних установ, середніх спеціальних і вищих навчальних закладів, підприємств і організацій, що створено для інтеграції зусиль усіх учасників (прямих і непрямих) педагогічного процесу	Є.В.Сковін та ін.
Комбінований	засіб системного усвідомлення світу, доза системного змісту, що включає в себе одну норму взаємодії об'єктів; основний засіб модульного навчання, що є закінченим блоком інформації, а також включає цільову програму дій і методичне керівництво, що забезпечує досягнення поставлених дидактичних цілей.	К.Я.Вазіна та ін. П.А.Юцявічене, М.Г.Тересявічене, Т.І.Шамова, М.Д.Миронова, І.Б.Сеновський та ін.

З вищевикладеного можна виділити декілька видів модульного навчання:

1.Модульно-організаційне (Є.В.Сковін, В.М.Зоц).

2. Модульно-рейтингове (В.Бондар, В.Вонсович, П.Сикорський, Н.Шиян).

3. Модульно-тьюторське (А.М.Алексюк, О.В. Попович).

4. Модульно-проблемне (П.А.Юцявічене, І.Бабін, І.Б.Сеновський, М.Чошанов).

5. Модульно-розвивальне (А.В.Фурман, О.Є.Гуменюк, В.Мельник) [3, С. 51].

Ми ж, з точки зору комбінованого підходу, під модулем будемо розуміти закінчений блок змісту навчання, що відібрано та дидактично оброблено на основі результатів попереднього тестування для досягнення належного рівня знать та вмінь, що встановлено цілевою програмою дій та має вхідний та вихідний контроль. Відповідно до цього під модульним навчанням будемо розуміти „цілісний процес, який діалектично поєднує мету і завдання, мотиви і зміст, методи і форми, корекцію та результати і реалізується через дидактично відібраний навчальний зміст, який складає блок інформації, програму дій і методичне керівництво ними, забезпечуючи досягнення освітніх, розвивальних і виховних цілей" [3,с 64].

Якщо розглядати принципи модульного навчання, то всі вони виходять із основних принципів дидактики. Але П.А.Юцявічене [5] розробила принципи модульного навчання, створюючи при цьому теоретичну основу цього навчання, які надалі лягли в основу практичних розробок цілого ряду дослідників. Це такі принципи:

1. Принцип модульності, що характеризується конструюванням навчального матеріалу так, щоб він забезпечував досягнення кожної поставленої перед учнями дидактичної мети, уявлення цього матеріалу закінченим блоком; відповідно до навчального матеріалу інтеграція різних видів і форм навчання, підлеглих досягненню поставленої мети.

2. Принцип виділення із змісту навчання відособлених елементів.

3. Принцип усвідомленої перспективи. Другий та третій принцип ми розуміємо як принцип усвідомленої перспективи, що реалізується шляхом чіткого опрацьовування, розробки різнорівневих дидактичних цілей: комплексних, окремих – на клас; на їх основі – структуризація змісту освіти з алгебри та початків аналізу.

4. Принцип динамічності, що забезпечує вільний зміст модулів з урахуванням

запитів суспільства та можливість різноманітності змісту.

5. Принцип гнучкості, що передбачає доповнення модулів, видозміну форм організації навчально-пізнавальної діяльності і методів навчання; зміну навчальної діяльності; аналіз кожного етапу уроку з позиції адаптивної, комфортності учня та побудову програм, які б легко забезпечували можливість пристосування змісту навчання і шляхів його засвоєння до індивідуальних потреб учнів.

6. Принцип системності, дієвості й оперативності знань. Цей принцип характеризується спрямованістю навчання на розвиток особистості учня, що реалізується через створення індивідуальних програм із засвоєння навчального матеріалу для кожного учня на основі результатів попереднього тестування, використовування стимулюючого заохочення: активної діяльності учня при роботі оцінюючої системи.

7. Принцип паритетності, що передбачає забезпечення модульною програмою самостійність засвоєння учнями знань певного рівня, активність учнів підчас навчального процесу.

8. Принцип різносторонності методичного консультування характеризується тим, що модульні програми містять поради вчителя, інші пояснювальні методи, що полегшують засвоєння інформації (алгоритми, системи питань від репродуктивних до проблемних, короткі конспекти).

На нашу думку, всі ці принципи доречно реалізовувати при навчанні алгебри та початків аналізу в старшій школі, бо це сприятиме більш самостійній роботі учня, розвитку мотиваційної сфери, інтелекту, вмінь здійснювати самоуправління навчально-пізнавальною діяльністю, що край необхідно при вивченні математичних дисциплін.

У подальшій нашій роботі ми плануємо проаналізувати методи та форми модульного навчання, виділити серед них ті, що більш підходять до вивчення математики, та побудувати методичну систему модульного навчання початків аналізу в старшій школі на основі вже виділених принципів модульного навчання та з урахуванням відповідних цілей, методів і форм навчання.

1. Кузьмінський А.І., Омельяненко В.А. Педагогіка: Підручник. – К.:Знання, 2007. – 447 с.

2. Малафіїк І.В. Дидактика: Навч. посіб. – К.:Кондор, 2009. – 398 с.

3. Перспективні педагогічні технології в шкільній освіті: Навч. посіб./ За заг. ред. С.П.Бондар – Рівне: Теміс, 2003. – 200 с.

4. Фурман А.В. Теорія навчальних проблемних ситуацій: психолого-дидактичний аспект: Монографія. – Тернопіль: Астон, 2007. – 164 с.

5. Юцявичене П.А. Теория и практика модульного обучения. Каунас: Швиеса, 1989. – 271 с.

6. http://testportal.kiev.ua

Резюме. **Кухарева Е.С. РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИНЦИПОВ МОДУЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ АНАЛИЗА В СТАРШЕЙ ШКОЛЕ.** *В статье рассмотрены различные подходы к определению понятия „модуль" и соответствующие им виды модульного обучения. Проанализированы принципы модульного обучения и возможность их реализации при преподавании алгебры и начал анализа в старшей школе.*

Ключевые слова: *модуль, модульное обучение, принципы обучения.*

Summary. **Kuhareva E. THE REALIZATION OF MODULAR EDUCATION PRINCIPLES IN ALGEBRA AND BASES OF ANALYSES IN THE HIGHER SCHOOL.** *The various approaches to the definition of concept and the appropriate forms of modular education are considered in the article. The principles of modular education and the possibility of their realization during the instruction in algebra and bases of analyses in the higher school are analyzed.*

Keywords: *module, module teaching, principles of teaching.*

Стаття представлена професором М.Я.Ігнатенком.
Надійшла до редакції 28.09.2009р.

РЕАЛІЗАЦІЯ ЗВ'ЯЗКІВ ЗМІСТОВОЇ ЛІНІЇ ФУНКЦІЙ ЗІ СТОХАСТИЧНОЮ ЛІНІЄЮ

В.К.Кірман,
вчитель математики,
Дніпропетровський обласний ліцей інтернат
фізико-математичного профілю,
м. Дніпропетровськ, УКРАЇНА

Виділяються основні напрямки взаємодії функціональної та стохастичної змістових ліній при поглибленому вивченні математики в школі. Описуються підходи адаптації знайомства з складними комбінаторно-ймовірностними схемами до можливостей учнів старших класів. Пропонуються задачі з початків математичного аналізу, що реалізують такі схеми.

Ключові слова. *Стохастична змістова лінія, функціональна змістова лінія, поглиблене вивчення.*

Питання основ теорії ймовірностей починають займати гідне місце в шкільному курсі математики. Особливо це стосується профільних класів та класів з поглибленим вивченням математики, де вивченню основ стохастики виділяється достатня кількість часу. Введення основ теорії ймовірності в шкільний курс стало завдяки втіленню педагогічних ідей видатних математиків та методистів А.Колмогорова, О.Хінчіна, Б.Гнеденка, А.Скорохода, М.Ядренка, І.Гіхмана, М.Крамера, Ф.Мостеллера, Р.Рурке, Дж.Томаса, А.Реньї, М.Глермана, А.Плоцькі. Апробація поглибленого вивчення основ теорії ймовірностей стала можливою завдяки роботам З.І.Слєпкань, Л.М.Вивальнюка, З.Г.Шефтеля, В.С.Лютікаса, В.Г.Тарнопольського, В.Г.Васильченко. Питанням вивчення стохастики на сучасному етапі присвячені роботи Я.С.Бродського, О.П.Павлова, М.І.Жалдака, Г.О.Михаліна, Ю.І.Волкова, В.О.Грищенка. Різним аспектам вивчення питань стохастики присвячені роботи останнього десятиліття А.В.Ліпінської, Т.М.Задорожньої, Н.П.Варущик, Т.А.Овчинникової, В.Г.Божко, Т.В.Війчука Дослідженням питань вивчення теорії ймовірностей в класах з поглибленим вивченням математики присвячені роботи О.В.Трунової.

В той же час ціла низка питань, пов'язаних з поглибленим вивченням елементів стохастики залишається недостатньо дослідженою. Це стосується по-перше системної неперервної пропедевтики основ теорії ймовірності при вивченні інших тем шкільного курсу математики і по-друге, способів вивчення необхідних з прикладної точки зору аспектів теорії ймовірностей, які потребують достатньо складний, а іноді й такий, що виходить за межі шкільної програми аналітичний апарат. Так в роботі [7] пропонується вивчати питання знаходження математичного сподівання та дисперсії випадкової величини з розподілом Пуассона, що приводить до необхідності ознайомлення школярів з рядом Тейлора для експоненти. Нові програми для поглибленого вивчення математики містять питання про неперервні розподіли, що, в свою чергу викликає необхідність ознайомлення з невласними інтегралами, вивчення яких не передбачено програмою.

Метою даної статті *є аналіз зв'язків стохастичної та функціональної змістових ліній при поглибленому вивченні математики як в аспекті пропедевтики так і при систематизації та узагальненні матеріалу з позицій компетентістного під-*

ходу.

Вивчення питань, пов’язаних з випадковими явищами, без сумніву, повинно носити прикладний характер і є обов’язковими для формування та розвитку математичної компетентності. Згідно нових програм, елементи теорії ймовірностей вивчаються концентрично: початкове знайомство в 6 класі, обчислення ймовірностей за класичною схемою в 9, основи теорії ймовірностей в 11. Ця схема фактично узаконила систему викладання основ теорії ймовірностей, яка в неявному вигляді сформувалась в профільних фізико-математичних класах. Більшість досвідчених вчителів розуміють, що “одним махом”, стисло неможливо майже ознайомити учнів з відповідними поняттями теорії ймовірностей. На це є декілька об’єктивних причин: по-перше, поняття стохастичної змістової лінії носять світоглядний характер, тому повинні засвоюватися еволюційно, поступово; по-друге, для розв’язування багатьох ймовірнісних задач необхідні певні, іноді дуже специфічні, технічні навички які теж формуються часом; по-третє, ілюстрація конкретних застосувань потребує іноді знань, що виходять за межі шкільної програми (це стосується, в першу чергу, обчислювальних задач). Таким чином, виникає потреба пропедевтики та неперервного розвитку стохастичних уявлень, зокрема, при вивченні тем змістової лінії функцій.

Отже, характеризуючи внутрішньо-предметні зв’язки стохастичної та функціональної лінії, можна виділити такі напрямки:

1. Розвиток стохастичних уявлень при вивченні функцій.
2. Розвиток функціональних уявлень при вивченні основ теорії ймовірностей
3. Формування технічних, зокрема, обчислювальних знань та навичок, необхідних для ймовірнісних задач при вивченні тем, пов’язаних з функціями.
4. Розвиток навичок математичного моделювання функціональних залежностей при вивченні теорії ймовірностей.
5. Розвиток обчислювальних вмінь, пов’язаних з функціями при вивченні основ теорії ймовірностей.

Реалізація цих внутрішньопредметних зв’язків організується завдяки спеціально підібраним задачам, що відображають напрямки 1-5 при вивченні відповідних тем. Наведемо приклади. Щодо напрямку 1, то мова йде, в основному, про задачі на побудову та дослідження функціональних залежностей, пов’язаних з ймовірностями. Акцент в них робиться не на ймовірнісну, а на функціональну складову, тобто робота відбувається з готовими концептуальними моделями. Тут можна виділити задачі де ймовірності вже задані *a priori* і задачі, де ідея обчислення ймовірностей достатньо прозора і відома учням, в тому числі з інтуїтивних міркувань. Так в восьмому класі при повторенні та систематизації матеріалу сьомого класу, на уроці, присвяченому лінійним функціям, значний фрагмент уроку можна присвятити такій корисній задачі та її узагальненням [3]: “На футбольному полі гравець А та воротар В готуються до серії “одинадцятиметрівок”. Гравець може бити в правий (стратегія 1) або лівий (стратегія 2 гравця) боки. Аналогічно, воротар може стрибати ліворуч або праворуч (відповідно, стратегії 1 та 2 воротаря). Середня кількість забитих м’ячів при відповідних стратегіях гравця (перший стовпчик) та воротаря (перший рядок) відображена в таблиці 1.

Таблиця 1

Середня кількість забитих м’ячів при відповідних стратегіях гравців

	1	2
1	7	10
2	9	6

Якщо перший гравець буде застосовувати стратегію 1 з ймовірністю x, а другий стратегію 1 з ймовірністю y, то:

а) яке буде середнє число забитих м'ячів;

б) побудувати графік залежності $m(x)$ середньої кількості забитих м'ячів, якщо $y = 0{,}8$;

в) дослідити залежність $m(x)$ для різних y;

г) яку найбільшу та найменшу кількість м'ячів може бути в принципі забито.

Під час евристичної бесіди, основна мета якої з'ясувати термін "середня кількість забитих м'ячів (розвиток стохастичних уявлень), повинні прийти до висновку, що значення середньої кількості забитих м'ячів дорівнює

$$m = (7x + 9(1-x))y + (10x + 6(1-x))(1-y) = -6xy + 4x + 3y + 6 = (4-6y)x + 3y + 6.$$

Принциповим для пункту б) є обмеження $0 \le x \le 1$. Розв'язання в) можна проілюструвати за допомогою програмного комплексу GRAN1 (рис. 1).

Природним є запитання: чому і саме в якій точці перетинаються графіки всіх цих лінійних функцій? Відповідь до пункту г) здається майже очевидною, якщо аналізувати табл. 1. Але, якщо підійти формально, то мова йде про найбільше та найменше значення виразу $g(x,y) = -6xy + 4x + 3y + 6$, якщо $0 \le x \le 1$ та $0 \le y \le 1$. Тут виникає чудовий привід, щоб ознайомити учнів з *методом заморожування змінних*, тоді приходимо до висновку, що для отримання максимальних та мінімальних значень нашого виразу достатньо розглянути пари значень аргументу $(0;0)$, $(0;1)$, $(1;0)$, $(1;1)$.

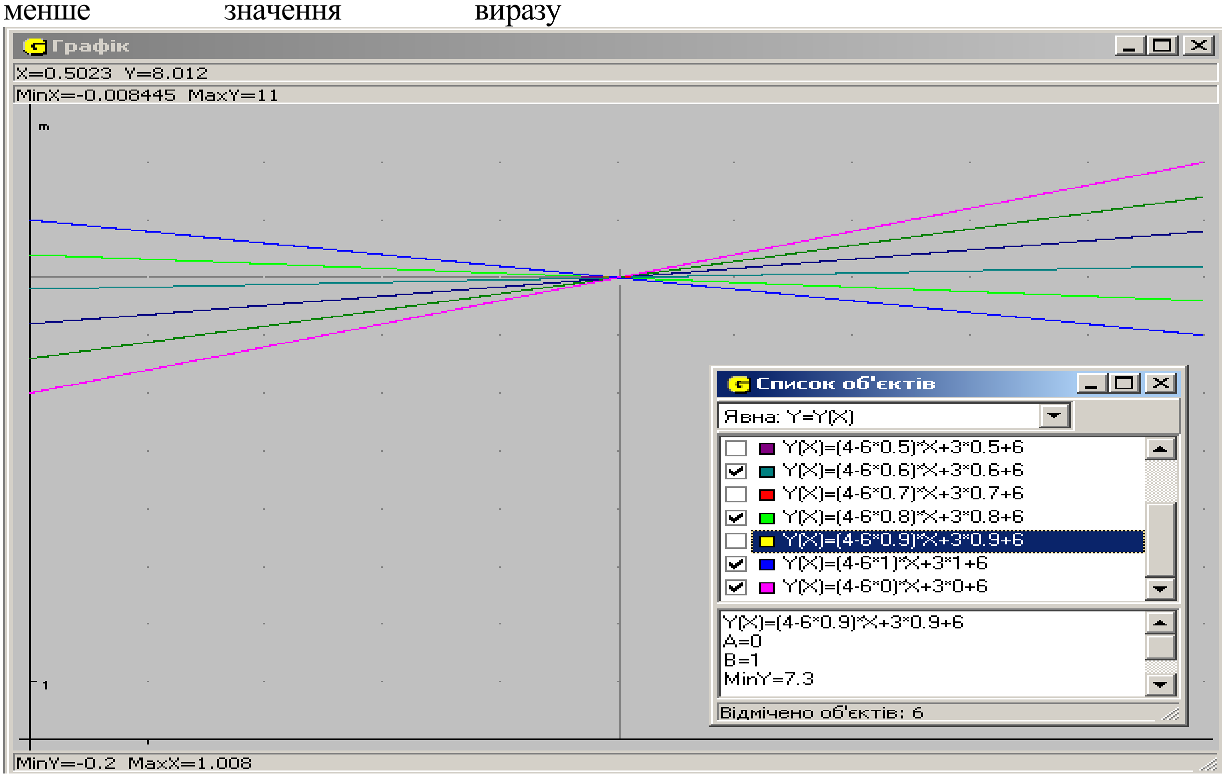


Рис. 1

Учні дев'ятого класу вміють розв'язувати найпростіші комбінаторні задачі на застосування правила множення, тому при вивченні теми "Квадратична функція" питання знаходження мінімальних та максимальних значень квадратичної функції на відрізку можна проілюструвати на такій задачі: "В двох ящиках знаходиться 200 кульок, з них 100 червоних та 100 синіх. З кожного ящика дістаємо по кульці. Як треба розділити червоні та сині кульки по ящикам, щоб ймовірність того, що обидві кульки, що дістали з ящиків будуть червоними, якщо а) в обох ящиках по 100 кульок; б) в першому 70 кульок; в) в першому 30 кульок?". Якщо x – кількість червоних кульок в першому ящику, то ймовірність, що обидві витягнуті кульки червоні дорівнює $p(x)=\dfrac{x(100-x)}{a_1a_2}$, де a_1, a_2 – кількість кульок в першому та другому ящиках відповідно. Тепер задача зводиться до знаходження максимуму функції $p(x)$ на проміжку $[0;a_1]$. Для учнів головним буде тут зрозуміти, що у випадках а) та б) вершина параболи знаходиться на відповідному проміжку, а у випадку в) поза ним, тому в силу монотонності функції на проміжку, максимальне її значення буде досягатись на кінцях відрізку.

Продовження знайомство з ймовірнісними ідеями можливо й при вивченні теми "Послідовності" (9 кл.). Так можна на уроках під керівництвом вчителя розбирати задачі, де фактично працює формула повної ймовірності і приходити до рекурентних співвідношень. Застосовування її відбувається на інтуїтивному рівні, виходячи зі статистичних міркувань. Це можна робити на задачі типу *задачі про розорення гравця* [5, с.23-24]: "В грі "орлянка" гравець обирає "герб" або "решку", після чого кидається монета. Якщо гравець правильно назвав результат випробування, то він отримає винагороду в 1 гр., інакше він штрафується на 1 гр. Мета гравця довести свій капітал до суми a гр. Гра продовжується до тих пір, доки гравець не досягне відповідної суми або залишиться без грошей. Яка ймовірність розорення гравця, якщо його стартовий капітал становить x_0 гр. ($0\le x_0\le a$)?". Якщо $p(n)$ – ймовірність розорення з стартовим капіталом n гр., то як раніше зазначено, можна отримати співвідношення:

$$p(n)=\frac{1}{2}\left(p(n+1)+p(n-1)\right)(*).$$

Зі змісту задачі випливає, що $p(0)=1$ і $p(a)=0$. Під час розв'язування задачі вчитель повинен сконцентрувати увагу, що величини $p(n)$ утворюють деяку послідовність. Учні тоді можуть зрозуміти, що треба перейти до рекурентного способу задання цієї послідовності:

$$p(n+1)=2p(n)-p(n-1)(**).$$

Учителю ще раз треба привести учнів до висновку, що при такому рекурентному способу задання $p(n)$ треба знати два початкових значення. Тоді, якщо припустити, що $p(1)=t$ маємо:

$$p(2)=2t-1;$$
$$p(3)=3t-2;$$
$$p(4)=4t-3$$

Очевидною стає гіпотеза: $p(n)=tn-n+1$. Її доведення – дуже проста вправа на метод математичної індукції. Тепер, враховуючи відомі значення для $n=0$ та $n=a$ остаточно маємо: $p(x_0)=1-\dfrac{x_0}{a}$. Звернемо увагу , що рекурентне співвідношення задає відомий тип зворотної послідовності, застосував одразу апарат характеристичних рівнянь, можна прийти до висновку, що шукана залежність має вигляд лінійної функції. Значну кількість завдань із зворотними послідовностями, яким можна надати комбінаторно-ймовірностний зміст можна знайти в [1].

Звернемо увагу на дуже важливу для теорії ймовірності задачу дослідження для фіксованого n скінченої послідовності $p_k=C_n^k a^k b^{n-k}$. Учням у вигляді задач можуть бути поставлені такі запитання: а) для якого номера k p_k набуває найбільшого значення; б) на яких проміжках послідовність p_k зростає; в) на яких проміжках послідовність p_k спадає? На всі ці питання дає відповідь дослідження відношення $\frac{p_{k+1}}{p_k}$, що повністю включається в систему задач на дослідження послідовностей на монотонність та обмеженість при вивченні теми "Послідовності" в 9 класі.

На нашу думку, досить принциповим для формування стохастичних уявлень і розширення світогляду є ознайомлення з ймовірнісними схемами, які принципово не вписуються в класичну. Розбирати ці питання під час вивчення теорії ймовірності в шкільному курсі, очевидно, недоцільно, бо вони будуть дуже ускладнювати сприйняття матеріалу і заплутають учнів. В той же час, при вивченні границь послідовностей в темі "Числові послідовності" (10 кл.) як вправи на обчислення границь, можна запропоновувати учням деякі задачі статистичної теорії чисел [9, с.41-44]. Так під час проходження цієї теми після опрацювання властивостей нескінченно малих послідовностей можна розглянути таку задачу: "Яка ймовірність того, що навмання обране натуральне число ділиться на 7?". На перший погляд відповідь майже очевидна, але якщо уважно проаналізувати задачу постає природне запитання, що ми тут вважаємо ймовірністю, бо ця задача не вписується в так звану класичну схему. Тому необхідним елементом стає тут *формалізація задачі*, тобто придання задачі строгого змісту. Треба підвести учнів до такої природної загальної схеми. Нехай (a_n) деяка послідовність. Якщо $q(N)$ кількість елементів серед N перших членів послідовності, що задовольняють деякій властивості G, то *ймовірність* того, що "навмання обраний елемент послідовності" буде задовольняти властивості G *природно визначити* як $p(G)=\lim\limits_{N\to\infty}\frac{q(N)}{N}$. В нашому прикладі очевидно $q(N)=\left[\frac{N}{7}\right]$. Нехай $r(N)$ – залишок при діленні числа N на 7, тоді $N=7q(N)+r(N)$, тоді

$$\frac{q(N)}{N}=\frac{q(N)}{7q(N)+r(N)}=$$

$$=\frac{\left(q(N)+\frac{r(N)}{7}\right)-\frac{r(N)}{7}}{7q(N)+r(N)}=\frac{1}{7}-\frac{r(N)}{7N}.$$

Враховуючи, що $r(N)$ обмежена, а $\frac{1}{7N}$ – нескінченно мала остаточно маємо: $p(G)=\lim\limits_{N\to\infty}\frac{q(N)}{N}=\frac{1}{7}$. Очікуваний результат!

Розвиток функціональних уявлень при вивченні теорії ймовірностей крім технічних задач на побудову функціональних залежностей перш за все полягає в безпосередньому баченні ймовірності, як функції, заданої на алгебрі подій. В достатньо сильних класах учитель може акцентувати на цьому увагу, виділяючи алгебру подій, як підмножину булеану даної універсальної множини, замкненої відносно операцій об'єднання, перетину, доповнення (в школі ми не розглядаємо поняття $\sigma-$алгебри), якій належить як універсальна, так і порожня множина. Конструюючи різноманітні такі алгебри (булеви алгебри) і міри на них можна побудувати змістовні задачі, доступні сильним школярам при виконанні індивідуальних творчих завдань [6]. Інший аспект розвитку функціональних уявлень при вивченні теорії ймовірностей – широке застосування ідей симетрії, які, без сумніву, носять функціональну природу в комбінаторно-ймовірнісних задачах. В той же час, на нашу думку експлікація поняття випадкової величини як відображення в школі є недоцільною, так як на початковому знайомстві, яке носить інтуїтивний характер буде тільки затрудняти сприйняття учнями матеріалу.

При розв'язуванні комбінаторно-ймовірнісних задач, як відомо, дуже часто зустрічаються факторіали і тому, якщо учням стверджують про прикладний характер відповідних задач бажано було б показати їм формулу Стирлінга, як наближену формулу для обчислення факторіалів:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\, n^n e^{-n} = \sqrt{2\pi}\, n^{\frac{1}{2}+n} e^{-n}.$$

Ілюстрація застосування цієї формули є цілком зрозумілою, в той же час в учнів вона природно викликає відчуття здивування. Цікаво, що можна майже на елементарному рівні провести її доведення при вивченні теми "Показникова та логарифмічна функції". Проблема тільки полягає в тому, що в умовах сучасних програм важко організувати послідовну "хронологію" доведення. Справа в тому, що відоме нам доведення формули Стирлінга спирається на застосування так званою формули Валліса:

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2n+1}\left(\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!}\right)^2.$$

Елементарне (але достатньо технічне) доведення цієї формули можна провести ілюструючи застосування комплексних чисел за схемою [9, с.66-69] і за допомогою інтегралів при вивченні теми "Інтеграл та його застосування" (до вступу в дію нової програми ці теми йшли перед вивченням теорії ймовірностей в 11 класі). Але від "нехронологічності" є й перевага: умотивованість самої формули Валліса. Схема доведення формули Валліса достатньо відома [8, с.344], її можна реалізувати на уроках під час вивчення цієї теми, якщо попередньо обговорити з учнями доведення формул (за допомогою рекурентних співвідношень):

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n} x = \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\cdot\frac{\pi}{2};$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n+1} x = \frac{(2n)!!}{(2n+1)!!}.$$

Далі залишається проінтегрувати на проміжку від 0 до $\frac{\pi}{2}$ подвійну нерівність

$$\sin^{2n+1} x < \sin^{2n} x < \sin^{2n-1} x,$$

що приводить до нерівності

$$\left(\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!}\right)^2 \cdot \frac{1}{2n+1} < \frac{\pi}{2} < \left(\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!}\right)^2 \cdot \frac{1}{2n}.$$

Тепер доводячи збіжність крайніх виразів і користуючись тим, що їх різниця прямує до 0, легко отримати формулу Валліса.

Доведення формули Стирлінга можна запропонувати як домашнє завдання у вигляді ланцюжка задач, які приводять безпосередньо до необхідної формули. Після чого пропонується обговорення цих задач на семінарі. Отже, пропонується такий ланцюжок.

Задача 1. *Довести, що функція* $f(x) = \left(x+\frac{1}{2}\right)\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ *спадає на проміжку* $(1;+\infty)$.

Розв'язання задачі 1. Розглянемо похідну нашої функції:

$$f'(x) = \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{2x+1}{2(x^2+x)}$$

Розглядаємо другу похідну:

$$f''(x) = -\frac{1}{x(x+1)} - \frac{4x^2+4x-(2x+1)(4x+2)}{4x^2(x+1)^2} = \frac{4x^2+4x+2}{4x^2(x+1)^2} - \frac{1}{x(x+1)} > \frac{4x^2+4x}{4x^2(x+1)^2} - \frac{1}{x(x+1)} > 0$$

Отже, перша похідна зростає. Тепер звернемо увагу на те, що $\lim_{x\to+\infty} f'(x) = 0$, звідси випливає, що на проміжку $(1;+\infty)$ похідна $f'(x) < 0$, відповідно, наша функція $f(x)$ є спадною.

Задача 2. *Довести, що*

$$\lim_{x\to+\infty}\left(x+\frac{1}{2}\right)\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) = 1.$$

Розв'язання задачі 2. Задача зводиться до другої визначної границі:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(x+\frac{1}{2}\right)\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to+\infty}x\ln\left(x+\frac{1}{x}\right)+\frac{1}{2}\lim_{x\to+\infty}\ln\left(x+\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to+\infty}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=\ \ln e\quad 1.$$

Зауваження. При обговоренні на семінарі необхідно ще раз звернути увагу на використанні неперервності логарифму при обчисленні границь.

Задача 3. *Довести, що для всіх натуральних* n *виконується нерівність*

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+\frac{1}{2}}>e.$$

Розв'язання задачі 3. Дана нерівність рівносильна нерівності

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)>1,$$

справедливість якої для $n\geq 2$ випливає з результатів задач 1 та 2. При $n=1$ нерівність безпосередньо перевіряється.

Задача 4. *Розглянемо послідовність* $x_n=\dfrac{n!e^n}{n^{n+\frac{1}{2}}}$. *Довести, що ця послідовність збіжна.*

Розв'язання задачі 4. Очевидно, що всі члени послідовності додатні. Розглянемо відношення

$$\frac{x_n}{x_{n+1}}=\frac{n!e^n}{n^{n+\frac{1}{2}}}\cdot\frac{(n+1)^{n+1+\frac{1}{2}}}{(n+1)!e^{n+1}}=\frac{1}{e}\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+\frac{1}{2}}>1.$$

Остання нерівність випливає з результату попередньої задачі. Отже, наша послідовність спадна та обмежена, тому є збіжною.

Задача 5. *Обчислити границю* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n^2}{x_{2n}}$ *(застосувати формулу Валліса).*

Розв'язання задачі 5. Нескладними перетвореннями з урахуванням формули Валліса, маємо:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{x_n^2}{x_{2n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{2n(2n+1)}}{n}\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{2n+1}}\cdot\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!}=2\cdot\sqrt{\frac{\pi}{2}}=\sqrt{2\pi}.$$

Задача 6. *Обґрунтуйте наближену формулу* $n!\approx\sqrt{2\pi n}\,n^n e^{-n}=\sqrt{2\pi}\,n^{\frac{1}{2}+n}e^{-n}$.

Розв'язання задачі 6. З задачі 5 нескладно довести, що $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\sqrt{2\pi}$, це фактично і означає, що $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!}{\sqrt{2\pi n}\,n^n e^{-n}}=1$.

Формула Стирлінга дає можливість ознайомити учнів з ідеєю доведення локальної теореми Лапласа (як наближеної формули) і, відповідно, інтегральної теореми Лапласа. Ознайомлення з цими фактами і виконання відповідних обчислювальних робіт дає можливість проілюструвати практичне застосування широкого кола ймовірнісних задач, пов'язаних із схемою Бернуллі. Система обчислювальних вправ на застосування цих фактів описана в [4]. З наближеними формулами для обчислення значень біноміального розподілу можна ознайомити знов-таки при вивченні теми "Показникова та логарифмічна функція". При першому знайомстві з теорією ймовірності учні вже зустрічали вирази $p_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}$, $p+q=1, 0\leq p\leq 1$ і розуміють їх ймовірнісний зміст. Тому на початку вивчення теми можна запропонувати учням домашнє завдання по табулюванню величин $p_n(k)$ використовуючи ідеї статистичного моделювання (за допомогою генератора випадкових величин). Рівень знань з програмування вже достатній для виконання такого завдання. Учні діляться на групи, кожна група буде виконувати завдання для відповідного p. Групи отримають інструкції з алгоритмами. Орієнтовно, алгоритм має вигляд:

Ш 1. Вводиться число n випробувань та N кількості ітерацій.

Ш 2. Для всіх $k = 0,...,n$ величинам $p_n(k)$ надаються нульові значення.

Ш 3. $I := 1$ (ініціалізація лічильника ітерацій).

Ш 4. $J := 1$ (ініціалізація лічильника випробувань всередині ітерації).

Ш 5. $K := 0$ (ініціалізація лічильника успіхів під час серії випробувань).

Ш 6. Генерація випадкового числа $r \in [0;1]$

Ш7. Якщо $r \in [0; p]$, то $K := K + 1$(реєстрація успіху в серії випробувань)

Ш 8. $J := J + 1$

Ш 9. Якщо $J \le n$, то перейти до кроку Ш 6.

Ш 10. $p_n(K) := p_n(K) + 1$

Ш 11. $I := I + 1$.

Ш 12. Якщо $I \le N$, то перейти до кроку Ш4.

Ш 3. Для всіх $k = 0,...,n$ набуваються значення $p_n(k) := \dfrac{p_n(k)}{N}$.

Результати виконаних завдань у вигляді таблиць та графіків в єдиному форматі (бажано у вигляді електронних таблиць EXCEl) учитель готує для уроку з теми “Застосування показникової функції”. Під час уроку учням ілюструється на одному з прикладів, що при достатньо великих n і немаленьких p можна вважати, що

$$p_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \text{де } x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}.$$

Найбільш сильним учням можна запропонувати (на подальших уроках) обґрунтувати цю формулу спираючись на формулу Стирлінга та наближену формулу $\ln(1 + x) \approx x - \dfrac{x^2}{2}$ для достатньо малих x. На цьому ж уроці можна запропонувати учням в домашній роботі модернізувати алгоритм для дослідження величин $p_{\lambda,n}(k) = C_n^k \left(\dfrac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \dfrac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$. Після вивчення другої важливої границі можна обґрунтувати формулу $p_{\lambda,n}(k) \approx \dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$, це доступно майже всім учням:

$$\lim_{n\to\infty} p_{\lambda,n}(k) = \lim_{n\to\infty} C_n^k \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} = \lim_{n\to\infty} \frac{n(n-1)...(n-(k-1))}{k!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(\frac{n}{n-\lambda}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n.$$

Через те, що $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1 - \dfrac{\lambda}{n}\right)^n = e^{-\lambda}$ та $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n(n-1)...(n-(k-1))^k}{(n-\lambda)^k} = 1$, маємо остаточно: $\lim\limits_{n\to\infty} p_{\lambda,n}(k) = \dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$.

Останній результат буде використано при вивченні теорії ймовірностей при обґрунтуванні наближення біноміального розподілу пуассонівським у випадку $n \to \infty$ та $np = \lambda$.

До речі, таке наближення дає можливість показати, що однорідний потік подій (потік Пуассона) має відповідний (пуассонівський) розподіл ймовірностей. Відповідні міркування [2, с.109-113] дають приклад математичного моделювання функціональних залежностей *методом редукції*, тобто зведення до відомої задачі. В даному випадку до задачі про серії випробувань Бернуллі. Корисним є розгляд під час вивчення теорії ймовірностей класів задач, що зводяться до граничних випадків біноміального розподілу, наприклад, задач “про родзинки” та радіоактивний розпад, які приводять до пассонівського розподілу [5, с.50-51] та задачі про броунівський рух, що приводить до нормального розподілу [5, с.53-56]. Останній задачі можна присвятити окремий інтегрований урок фізика-математика та лабораторну роботу з фізики на комп’ютерне моделювання.

Отже, роблячи висновок, можна стверджувати про достатню складність зв'язків стохастичної та функціональної змістових ліній, яка перш за все проявляється в протиріччях між реалізацією практичної спрямованості викладання основ теорії ймовірностей і наявністю необхідних аналітичних знань та вмінь в учнів старшої школи. На нашу думку, ці протиріччя можуть бути розв'язані з одного боку пошуком альтернативних структур подачі матеріалу, знаходженню нових схем доведень, широкого введення в практику навчання обчислювального експерименту, а з другого, дослідженню оптимальних методів та організаційних форм навчання основ теорії ймовірностей.

1. Алфутова Н.Б., Устинов А.В., Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ / Н.Б.Алфутова, А.В.Устинов. – М.: МЦНМО, 2002. – 264 с.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С.Вентцель. – М.: Наука, 1969. –576с.

3. Вертгейм Б.М., Игры с квадратичными функциями / Б.М.Вертгейм // Квант. – 1981. – №11. – С.6–10.

4. Лютикас В.С. Факультативный курс по математике. Теория вероятностей / В.С.Лютикас. – М.: Просвещение, 1990. – 76с.

5. Прохоров Ю.В. Теория вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. Справочник / Ю.В.Прохоров, Ю.А.Розанов – М.: Наука, 1987. – 400с.

6. Сикорский Р. Булевы алгебры / Р.Сикорский. – М.: Мир, 1969. – 160с.

7. Трунова О.В. Про вивчення початків теорії ймовірностей та елементів статистики в ліцеях і класах з поглибленим вивченням математики/ О.В.Трунова // Математика в школі, 2005. – №2. – С. 40-47

8. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа., том 1 / Г.М.Фихтенгольц, М.: ГИТТЛ, 1956. – 440с.

9. Яглом А.М. Неэлементарные задачи в элементарном изложении / А.М.Яглом, И.М.Яглом – М.: ГИТТЛ, 1954. –544с.

Резюме. **Кирман В.К. РЕАЛИЗАЦИЯ СВЯЗЕЙ СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ ФУНКЦИЙ СО СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЛИНИЕЙ.** *В данной статье выделяются основные направления взаимодействия функциональной и стохастической содержательных линий при углубленном изучении математики в школе. Описываются подходы адаптации знакомства со сложными комбинаторно-вероятностными схемами к возможностям учащихся старших классов. Предлагаются задачи анализа для реализации таких схем.*

Ключевые слова. *Стохастическая содержательная линия, содержательная линия функций, углубленное изучение.*

Summary. **Kirman V. THE REALIZATION OF CONTEXTUAL FUNCTION LINE CONNECTIONS WITH PROBABILITY TENDENCY.** *The main tendencies of the relationship of functional and stochastic lines under profound study of school mathematics have been outlined in this article. The methods of adapting complex combinatorial probabilistic schemes to the abilities of senior grades pupils have been described. The elementary problems in mathematical analysis due to which such schemes are realized have been suggested.*

Keywords. *Probability tendency, contextual function line, profound study.*

Стаття представлена професором Н.А.Тарасенковою.
Надійшла до редакції 2.10.2009р.

ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ МНОЖИН

І.А.Акуленко,
канд. педагог. наук, доцент,
Ю.Ю.Лещенко,
канд. фіз.-мат. наук,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Розглянуті окремі аспекти проблеми формування дослідницьких компетентностей учнів у процесі вивчення теми „Скінченні й нескінченні множини, зліченні й незліченні множини” (8 клас з поглибленим вивченням математики).
Ключові слова: *компетентнісний підхід, дослідницька компетентність.*

Відображенням потреби суспільства в підготовці людей, які не тільки володіють певним обсягом знань, але й мають різносторонній досвід діяльності є компетентнісний підхід до навчання, який нині впроваджується в українську систему освіти. Основна ідея цього підходу полягає в тому, що головним результатом освіти мають стати не окремі знання, навички й уміння, а здатність і готовність людини до ефективної й продуктивної діяльності в різних соціально-значущих ситуаціях. У зв’язку з цим, у рамках компетентнісного підходу провідним постає завдання не стільки нарощування обсягу знань, скільки надбання різностороннього досвіду діяльності [7]. Ще однією відмінністю компетентнісного підходу від домінантного нині знаннєвого є його націленість на оцінку, рефлексію суб’єктом навчального процесу своїх можливостей, усвідомлення меж своєї компетентності й некомпетентності.

У вітчизняних і закордонних дослідженнях представлені різні підходи, а відповідно й різні класифікації компетентностей, якими має володіти випускник загальноосвітнього закладу, їх аналіз наведено у [5]. Цілком слушним, на наш погляд, є виділені С.А.Раковим [8] математичні компетентності, які доцільно формувати в учнів у процесі навчання математики в школі: процедурна, логічна, дослідницька та методологічна компетентності. Ми також притримуємося думки М.І.Бурди [2], що варіації змісту курсу математики (зокрема поглибленого), а відповідно й математичні компетентності учнів, які поглиблено вивчають математику, зумовлені природою тих математичних моделей, які застосовуються у різних галузях математики (в алгебрі, геометрії, математичному аналізі, статистиці, теорії ймовірностей тощо) й принципом поступового моделювання професійної діяльності фахівця-математика.

Тому важливого значення набуває формування в учнів дослідницької компетентності як інтегрованої якості особистості, що є вираженою в усвідомленій готовності й спроможності суб’єкта самостійно опановувати або створювати системи нових знань у результаті зміщення акцентів у діяльності: від функціональної до перетворювальної на основі попередньо опанованих знань, навичок, умінь. Дослідницька компетентність учнів, які вивчають математику поглиблено, природно спрямована на сферу математичних об’єктів.

Слід констатувати, що учні в процесі здійснення дослідницької діяльності проходять шлях від цілепокладання до рефлексії результатів своєї діяльності й обмежень, які накладаються. Певних результатів вони досягають з опорою на допомогу вчителя, застосовуючи як евристичні прийоми, так і відомі алгоритмічні підходи. Досвід дослідницької діяльності дозволить учням у подальшому застосовувати опановані підходи у різних життєвих і професійних ситуаціях.

Формування дослідницької компетентності відбувається у процесі усвідомленого переходу учня в позицію дослідника через ненасильницький, добровільний вибір мети діяльності, шляхів і засобів її реалізації, рефлексію досягнутих результатів.

Форми організації дослідницької діяльності можуть бути різноманітними. Головною їхньою особливістю є те, що вони зумовлені психолого-педагогічними закономірностями навчального процесу й логікою математичного наукового пізнання і спрямовані на отримання учнями нових знань. Поряд із цим метою дослідницької діяльності є не лише кінцевий результат, але й сам процес, у ході якого вдосконалюються дослідницькі й математичні здібності учнів. Досвід дослідницької діяльності учні можуть, зокрема, набувати у ході підготовки й проведення уроків-семінарів.

У даній статті наведемо приклад уроку-семінару у 8 класі з поглибленим вивченням математики з теми: „***Скінченні й нескінченні множини, зліченні й незліченні множини***” [6]. Метою такого уроку є набуття учнями досвіду дослідницької діяльності у процесі *поглиблення й узагальнення знань* про операції над множинами, потужність множини, про різні види множин (скінченні, нескінченні, зліченні й незліченні множини), у процесі *встановлення зв'язків* між поняттями теми „Множини”; *формування понять учнів* про незліченні множини, множини потужності континууму; *узагальнення способів діяльності у ході* задання взаємно однозначної відповідності між множинами, при доведенні зліченності множин; *формування умінь учнів* доводити незліченність множин.

На попередньому уроці учні отримали завдання для самостійного опрацювання, загальні рекомендації щодо змісту доповідей на семінарі.

Питання для самостійного опрацювання:

1. Незліченні множини.
2. Множини потужності континууму (континуальні множини).
3. Операції з множинами. Різниця двох множин.
4. Парадокси теорії множин.

Рекомендації щодо змісту доповідей на семінарі

1. Незліченні множини. Доведення незліченності множини нескінченних послідовностей, елементами яких є цифри 0, 1. *Рекомендована література*: [4, с.55-57].

2. Довести, що множина всіх десяткових дробів (скінченних і нескінченних) з інтервалу від 0 до 1 (не включаючи межі) є незліченною. *Рекомендована література*: [1, с.94-97], [3, с. 30-31].

3. Проаналізувати операції над множинами, провести аналогії з операціями над числами, ввести означення різниці множин і доповнення однієї множини до другої. *Рекомендована література:* [1, с. 23-29], [3, с. 6-8].

4. Розглянути парадокс перукаря (парадокс Расела) та різні його формулювання. *Рекомендована література:* [3, с. 34-36], [9].

Доцільно розподілити учнів на групи (по 6 – 7 осіб у кожній) і порадити їм призначити *доповідача і співдоповідача*, *рецензента*, *опонентів*.

Завданням доповідача і співдоповідача є опрацювання питання, яке призначене для даної групи, підготовка доповіді й попереднє ознайомлення учасників своєї групи з доповіддю. Рецензенти на уроці представляють доповнення до основної доповіді, виділяють основні думки, основні етапи в доведеннях, якщо вони були.

Дуже важливою є роль опонентів. Їх в групі має бути три, відповідно до кількості питань, винесених на семінар для інших груп. Опоненти попередньо знайомляться не лише з матеріалом своєї групи, а й із тим, який готують інші групи. Основна мета підготовки опонентів у тому, щоб вони могли, з одного боку, критично оцінити представлені доповіді, виявити в них можливі недоліки або неточності, а з іншого, – допомогти всім учням класу закріпити отримані нові поняття чи факти.

Тому опонентами доцільно призначати учнів, схильних до критичного мислення. Попередньо, можливо, порекомендувати, які саме запитання слід задавати, щоб усі учні класу могли закріпити нові знання. Вчителю доцільно заздалегідь проконтролювати й скоректувати роботу доповідачів, рецензентів і опонентів.

Розпочинаємо урок із перевірки домашнього завдання й актуалізації базових знань. Для цього пропонуємо дати відповіді на запитання: 1) чи буде множина функцій виду $y = ax + b$, де $a, b \in Z$, зліченною? 2) які ще аналогічні приклади зліченних множин Ви можете навести? 3) чи можна стверджувати, що множина трійок $(a; b; c)$, $a, b, c \in N$, є зліченною? 4) які властивості зліченних множин Ви використали? 6) які відомі Вам способи доведення зліченності множини раціональних чисел?

Проводимо експрес-контроль у вигляді математичного диктанту. Правила проведення диктанту: якщо учень погоджується із висловлюванням учителя, то він ставить одиницю, якщо не погоджується, – нуль. Учні виконують завдання на листках із копіркою. Один листок віддають учителеві, інший залишають собі для самоперевірки. У процесі перевірки ті висловлювання, які були хибними, мають бути виправлені на істинні (усно). Кожне правильно виконане завдання оцінюється в 1 бал: 1) якщо B – злічена множина і $A \subset B$, то обов'язково A – скінченна (*ні; A може бути зліченною*); 2) якщо A – скінченна множина і $C \subset B$, а між множинами A і C можна встановити взаємно однозначну відповідність, то B обов'язково є нескінченною (*ні; B може бути скінченною*); 3) якщо множини A і B – скінченні і $n(A) = n(B)$, то між ними можна встановити взаємно однозначну відповідність (*так*); 4) Якщо A, B, C – скінченні множини і $C \subset B$, а між множинами A і C можна встановити взаємно однозначну відповідність, то $n(A) < n(B)$ (*так*); 5) між множиною цифр $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ та множиною всіх її підмножин можна встановити взаємно однозначну відповідність (*ні; всіх одноелементних підмножин даної множини – 10 штук, а є ще й інші підмножини*); 6) кожна скінченна множина містить хоча б одну зліченну підмножину (*ні*); 7) кожна злічена множина містить хоча б одну скінченну підмножину (*так*); 8) дві множини називають рівнопотужними, якщо між ними можна встановити взаємно однозначну відповідність (*так*); 9) якщо дві множини рівнопотужні третій, то вони рівнопотужні між собою (*так*); 10) між довільною зліченною множиною і множиною цілих чисел можна встановити взаємно однозначну відповідність (*так*).

Після самоперевірки математичного диктанту пропонуємо учням поміркувати над запитанням, чи кожна нескінченна множина є зліченною (можна згадати теорему про потужність множини всіх підмножин непорожньої множини). Для висвітлення цього питання запрошуємо одного з учнів, який робить повідомлення на тему „Незліченні множини".

Повідомлення 1. У своєму повідомленні ***доповідачі*** звертають увагу на те, що попередньо розглянуті множини були або скінченними, або зліченними, і цей факт наводить на думку, що незліченних множин взагалі не існує. Тоді всі нескінченні множини були б рівнопотужні множині натуральних чисел. Однак це не так. Розглядається множина нескінченних послідовностей, утворених цифрами 1 і 0 і доводиться її незліченність. Відповідне пояснення будують, користуючись підходами, запропонованими В.Я.Віленкіним [4, с.55-57]. ***Рецензенти*** можуть зауважити, що процес, описаний у повідомленні, називається *діагональним процесом Кантора* і він застосовується для доведення факту незліченності множини нескінченних десяткових дробів, які належать відрізку числової прямої від 0 до 1. ***Опоненти*** можуть задати запитання: 1) як можна реалізувати діагональний процес Кантора для нескінченних послідовностей, елементами яких є цифри 0, 1, 2, 3; 2) чи буде зліченною множина таких послідовностей; 3) чи будуть рівнопотужними множини послідовностей, елементами яких є цифри 0, 1, цифри – 0, 1, 2, 3, цифри – 0, 1, 2, 3, 4, …, 9.

Повідомлення 2. Учні наводять строге доведення того, що множина всіх десяткових дробів (скінченних і нескінченних) з інтервалу від 0 до 1 (не включаючи межі) є незліченною. ***Рецензенти*** зауважують, що потужність множини точок числової прямої, які знаходяться на відрізку від 0 до 1 називають потужністю *континууму*. ***Опоненти*** можуть запропонувати учням пояснити, чому запропоновані нижче множини мають потужність континууму: 1) множина точок числової прямої, які знаходяться на відрізку від 1 до 10; 2) множина точок відкритого півкола радіуса 4 см; 3) множина точок числової прямої; 4) множина точок квадрату.

Пропонуємо учням навести приклади відомих множин, які мають потужність континууму. Узагальнюємо та систематизуємо разом із учнями відомості щодо поділу множин на певні види, аналізуючи схему (рис. 1). Існування множин, потужність яких в деякому сенсі „більша" континууму, можна пояснити використовуючи теорему про *нерівнопоужність множини і множини її підмножин*.

Рис. 1. Види множин

Підсумовуємо відомості щодо операцій з множинами (рис. 2).

Рис. 2. Порівняння операції над множинами

Повідомлення 3. У своєму повідомленні ***доповідачі*** вводять поняття різниці двох множин, формальний запис означення, який ілюструють за допомогою діаграм Ейлера-Венна (рис. 3) і відповідними прикладами. Контролюють і коментують розв'язання вправ 1, 2, 3.

Вправа 1. Нехай A – множина точок числової прямої, які знаходяться на відрізку від 2 до 6 (2 і 6 включно), B – множина точок числової прямої, які знаходяться на відрізку від 1 до 4 (1 і 4 включно). Визначте, якою буде множина: а) $A \setminus B$; б) $B \setminus A$; в) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$; г) $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$.

Вправа 2. Нехай

$A = \{x \mid x = 2m - 1, m \in Z\}$,

$B = \{x \mid x = 4n + 1, n \in Z\}$.

Знайдіть множину: а) $A \setminus B$; б) $B \setminus A$.

Вправа 3. Знайдіть множини $A \cup (B \setminus C)$ і $(A \cup B) \setminus C$, якщо $A = \{x \mid 0 \le x < 1, x \in Z\}$, $B = \{x \mid 1 \le x < 5, x \in Z\}$, $C = \{2; 3\}$.

Рецензенти можуть підкреслити, що якщо $B \subset A$, то різниця $A \setminus B$ називається *доповненням множини* B *до множини* A і позначається B_A. Наприклад, доповненням множини гострокутних трикутників до множини всіх трикутників буде множина прямокутних і тупокутних трикутників. ***Опоненти*** можуть задати такі запитання: 1) нехай A, B – множини; знайдіть: а) $\varnothing \setminus A$; б) $A \setminus \varnothing$; в) $A \setminus A$; г) $A \setminus B$, якщо $A \cap B = \varnothing$; 2) співвідношення між множинами зображено за допомогою кругів Ейлера (рис. 4). Яка кількість елементів у множинах $C \setminus (A \cup B)$, $C \setminus (A \cap B)$, $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$?

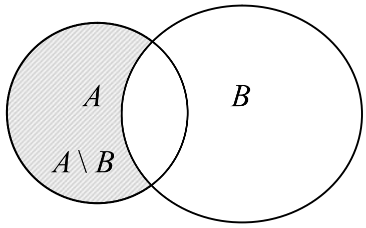


Рис. 3. Різниця множин

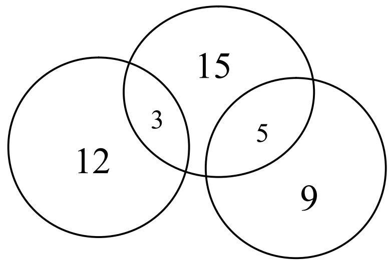


Рис. 4. До питань опонента

Підсумовуючи повідомлення учнів пропонуємо дослідити певні аналогії у властивостях операцій з числами (додавання, віднімання, множення) і операцій із множинами (об'єднання, перетин, різниця множин).

Пропонуємо учням знайти помилки у записах таблиці (табл. 1) та навести відповідні контрприклади. Слід звернути увагу учнів на останні два рядки таблиці.

Виконання рівностей

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ і

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

доцільно проілюструвати за допомогою кругів Ейлера для випадку, коли $A \cap B \cap C \ne \varnothing$. Інші випадки можна запропонувати учням дослідити самостійно й зробити відповідні висновки.

Таблиця 1

Властивості дій над числами	**Властивості операцій із множинами**
$a + b = b + a$	$A \cup B = B \cup A$
$(a+b)+c = a+(b+c)$	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
$a + 0 = a$	$A \cup \varnothing = A$
$a \cdot b = b \cdot a$	$A \cap B = B \cap A$
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
$a \cdot 0 = 0$	$A \cap \varnothing = \varnothing$
$a + (b - c) = (a + b) - c$	$A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$ (*невірно*)
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
$a + b \cdot c = (a + b) \cdot (a + c)$ (*невірно*)	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Повідомлення 4. У повідомленні учні розглядають різні варіанти представлення парадоксів теорії множин: парадокс перукаря (парадокс Расела), виявляють причини їхнього виникнення й способи подолання. ***Рецензенти*** можуть доповнити, що парадокс перукаря має кілька формулювань. Особливо слід підкреслити, що існує помилкова думка, що парадокс Расела та інші антиномії демонструють суперечливість теорії множин Г.Кантора, однак, це не зовсім так. Вони лише вказують на недопустимість занадто „вільного" користування поняттями, що описуються через поняття множини за Кантором (зокрема таких, як множина всіх множин).

У кінці уроку разом із учнями доцільно проаналізувати позитивні й негативні моменти, з якими вони зіткнулися під час підготовки до уроку та в ході його проведення. Для цього пропонуємо відповісти на запитання: 1) які були складнощі у підготовці до уроку? 2) чи користувалися Ви додатковою літературою у процесі підготовки свого повідомлення? 3) яку додаткову літературу Ви могли б рекомендувати по відповідному питанню? 4) як краще, на Вашу думку, організувати роботу рецензентів, опонентів?

1. Белоусов А.И. Дискретная математика / А.И.Белоусов, С.Б.Ткачев. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. – 744 с.

2. Бурда М.І. Структура і зміст профільного навчання математики // Математика в школі. – 2007. – №7. – С. 3-6.

3. Верещагин Н.К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов: ч. 1. Начала теории множеств / Н.К.Верещагин, А.Шень. – М.: МЦНМО, 2002. – 128 с.

4. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах / Н.Я.Виленкин. – М.: Наука, 1965. – 128 с.

5. Кузьмінський А.І. Наукові засади методичної підготовки майбутнього вчителя математики / А.І.Кузьмінський, Н.А.Тарасенкова, І.А.Акуленко. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2009. – 320 с.

6. Мерзляк А.Г. Алгебра: підручник для 8 кл. з поглбл. вивч. Математики / А.Г.Мерзляк, В.Б.Полянський, М.С.Якір. – Х.: Гімназія, 2008. – 368 с.

7. Овчарук О.В. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти / О.В.Овчарук // Стратегія реформування освіти в Україні. – К., 2003. – С.13-41.

8. Раков С. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти // Математика в школі. – 2007. – №5. – С.2-7.

9. Ященко И.В. Парадоксы теории множеств / И.В.Ященко – М.: МЦНМО, 2002. – 40 с.

Резюме. **Акуленко И. А., Лещенко Ю. Ю. ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ.** *В статье рассмотрены некоторые аспекты формирования исследовательских компетентностей учащихся в ходе изучения темы „Конечные и бесконечные множества, счетные и несчетные множества" (8 класс с углубленным изучением математики).*

Ключевые слова: *компетентносный подход, исследовательская компетентность.*

Summary. **Akulenko I., Leshchenko Yu. THE DEVELOPMENT OF PUPILS RESEARCH COMPETENCES WHILE STUDING THE ELEMENTS OF SET THEORY.** *The article deals with the problems of development the research mathematical competences. In particular, the scenario of seminar on "Finite and infinite sets, countable and uncountable sets" are proposed.*

Keywords: *research competence.*

Стаття представлена професором Н.А.Тарасенковою.
Надійшла до редакції 24.10.2009р.

МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ПРОБЛЕМНОГО ПІДХОДУ ЩОДО ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

І.М.Зіненко,
аспірант,
Республіканський вищий навчальний заклад
„Кримський гуманітарний університет”(м. Ялта)
м. Ялта, УКРАЇНА

Входження України в новий освітній простір зумовило зміну освіти в загальноосвітніх навчальних закладах, пов'язану з впровадженням компетентнісного підходу. У статті висвітлено можливості застосування проблемного підходу в межах компетентнісного підходу на уроках математики щодо формування ключових компетентностей.

Ключові слова: *компетентність, ключові компетентності, проблемний підхід.*

Головна перевага високорозвинутої країни пов'язана з можливістю розвитку людського потенціалу, який визначається станом освіти. У зв'язку зі стрімкими змінами суспільства, інформатизації освіта зазнала істотних змін. Так, входження України до Болонського процесу вимагає перебудови вищої освіти, що зобов'язує і зміну освіти в загальноосвітніх навчальних закладах. Сутність змін полягає в тому, що процес навчання має переорієнтуватися на розвиток особистості учня, навчання його самостійно оволодіти новими знаннями. Цей етап розвитку освіти пов'язаний із впровадженням у навчальний процес компетентнісного підходу, як „підходу з погляду результатів”. Сучасній школі потрібно одночасно з розвитком розумових здібностей формувати в учнів готовність діяти в умовах майбутнього, тенденції якого можуть значно відрізнятись від сьогодення. Тому, основні завдання шкільної методики навчання математики на сьогодні – сформувати в учнів бажання і здатність самостійно вчитися, прагнути до творчості, здобувати інформацію, засвоювати, поновлювати й оцінювати її, розвивати вміння застосовувати способи пізнавальної та творчої діяльності.

Проблемам математичної освіти, розробці теоретичних і методичних аспектів навчання математики в сучасних умовах присвячено дослідження М.І.Бурди, М.І.Жалдака, М.Я.Ігнатенка, В.І.Клочка, С.А.Ракова, О.І.Скафи, З.І.Слєпкань, Ю.В.Триуса, М.І.Шкіля та ін. Не зважаючи на актуальність, компетентнісний підхід не є достатньо розроблений як на теоретичному, так і на практичному рівні. Сутності поняття компетентності, визначенню її структури присвячено роботи В.М.Авдєєвої, О.В.Бондаревської, В.В.Краєвського, С.Є.Лебедєва, О.В.Овчарук, О.І.Пометун, С.А.Ракова, Г.К.Селевка, Н.А.Тарасенко, І.Є.Фруміна, А.В.Хуторського. Певні шляхи в розв'язані проблеми реалізації компетентнісного підходу до навчання висвітлено в роботах Н.М.Бібік, О.І.Локшиної, Л.І.Пращенко, С.Є.Трубачевої, Г.О.Фрейман, а питання теорії та практики формування предметних компетентностей з математики – С.А.Ракова, Н.А.Тарасенкової.

Відсутність загальноприйнятих методик щодо формування ключових компетентностей не дозволяє повноцінно розвиватися компетентнісно орієнтованому підходу до навчання. Орієнтація компетентнісної освіти на практичні результати, досвід особистої діяльності, вироблення ставлень дозволяє припустити, що для формування ключових компетенцій можуть застосовуватись відомі в педагогіці підходи, методики, системи та технології.

Мета статі: *показати, що реалізація проблемного підходу при навчанні алгебри та початків аналізу сприяє формуванню ключових компетентностей.*

Теоретичною основою компетентнісного

підходу є поняття „компетенція” та „компетентність”. Аналіз літератури свідчить, що існує різне тлумачення цих понять, яке є ключовим для компетентнісного підходу.

На думку О.Г.Бермуса: *компетенція* – сукупність взаємозв'язаних якостей особистості, що відносяться до певного предмету, а *компетентність* – володіння людини відповідною компетенцією, що містить його особисте відношення до неї та предмету діяльності.

Великий тлумачний словник української мови дає такі визначення: „*компетенція* – коло повноважень якої-небудь організації, установи або особи; *компетентність* – властивість за значенням компетентний; *компетентний* – який має достатні знання в якій-небудь галузі, який з чим-небудь добре обізнаний; тямущий” [1].

У сучасній педагогічній та методичній літературі терміни „компетенція” та „компетентність” іноді використовують як синоніми. На нашу думку, вони не є синонімами, а створюють систему. Так, за визначеннями С.А.Ракова, „*компетенції* – еталон досвіду дій, знань, умінь, навичок, творчості, емоційно-ціннісної діяльності, який установлює суспільство; а *компетентність* – рівень досягнення компетенцій” [6, с. 8].

Система компетентностей в освіті має ієрархічну структуру, рівні якої складають:

1) ключові компетентності – „здатність людини здійснювати складні поліфункціональні, поліпредметні, культурно доцільні види діяльності, ефективно розв'язуючи актуальні та соціальні проблеми” [6, с. 11];

2) міжпредметні – належать до групи предметів або освітніх галузей, „…формуються учнем впродовж засвоєння змісту тієї чи іншої освітньої галузі в усіх класах середньої школи і які відбиваються у розумінні „способу існування” відповідної галузі…” [5, с. 2].

3) предметні – „складова загально галузевих компетентностей, формуються засобами навчальних предметів” [6, с. 11].

Ключові компетентності є універсальними та формуються засобами предметного і міжпредметного змісту. На основі цілей загальної середньої освіти та основних видів діяльності учнів визначається перелік ключових компетенцій. У наказі міністра освіти України зазначено такі ключові компетентності:

- *уміння вчитися* – передбачає формування індивідуального досвіду участі школяра в навчальному процесі, вміння, бажання організувати свою працю для досягнення успішного результату; оволодіння вміннями та навичками саморозвитку, самоаналізу, самоконтролю та самооцінки.
- *здоров'язбережувальна компетентність* – пов'язана з готовністю вести здоровий спосіб життя у фізичній, соціальній, психічній та духовній сферах.
- *загальнокультурна* – передбачає опанування спілкуванням у сфері культурних, мовних, релігійних відносин; здатність цінувати найважливіші досягнення національної, європейської та світової культур.
- *соціально-трудова* – пов'язана з готовністю робити свідомий вибір, орієнтуватися в проблемах сучасного суспільно-політичного життя; оволодіння етикою громадянських стосунків, навичками соціальної активності, функціональної грамотності; уміння організувати власну трудову та підприємницьку діяльності; оцінювати власні професійні можливості, здатність співвідносити їх із потребами ринку праці.
- *інформаційна* – передбачає оволодіння новими інформаційними технологіями, уміння відбирати, аналізувати, оцінювати інформацію, систематизувати її; використовувати джерела інформації для власного розвитку.

Галузь математики в цьому контексті має специфічну особливість, яка полягає в тому, що на відміну від інших шести предметних галузей (мова і література; суспільствознавство; естетична культура; природознавство; технології; здоров'я і фізична культура) вона представлена тільки одним предметом – математика. Реалізація цілей навчання математики в загальноосвітніх навчальних закладах, закріплених у державному освітньому стандарті з галузі математики щодо формування в учнів уявлення про математику як потужний метод вивчення і перетворення реального світу, ставить цю науку на особливе місце в системі людських знань, що за суттю обумовлює поєднання у математичній компетентності як галузевих, так і предметних компетентностей разом, що сприяє формуванню ключових компетентностей.

„Учень лише тоді включається в пізнавальний процес, коли стикається з проблемами (питаннями і задачами), які йому треба розв'язати" [7, с. 43]. Проблемний підхід – це така організація навчального процесу, що припускає створення в пізнанні учнів проблемних ситуацій за допомогою вчителя і організацію активної самостійної діяльності учнів щодо їх розв'язування, в результаті відбувається творче оволодіння учнями знаннями, вміннями, навичками та розвиток способів розумової діяльності. Головна мета цього підходу: набуття ЗВН (знань, вмінь та навичок) учнями, засвоєння способів самостійної діяльності, формування пошукових та дослідницьких вмінь та навичок, розвиток пізнавальних і творчих здібностей. Дидактичний зміст навчання в контексті проблемного підходу є лінією проблемних ситуацій, цілеспрямовано створених учителем, які вміщують суперечність, що потрібно розв'язати, різні погляди на одне й те питання, задачі з недостатніми чи надмірними даними, питання з помилками тощо.

Проблемна ситуація створює в учня психологічний дискомфорт, який спонукає до дії, пошуку способу її розв'язку. Це є могутнім стимулом діяльності. Педагогічна проблема, що створюється вчителем, приймається учнем та стає особисто значуща; мотиви – внутрішніми; діяльність – ефективніша; а, відповідно, знання та вміння міцніше засвоєні.

І.О.Зимня в [2] показала, що в ієрархії підходів до аналізу і організації навчального процесу компетентнісний підхід є системним, міждисциплінарним, а той факт, що різні підходи не заперечують один одного, дає можливість реалізовувати один із підходів у межах іншого.

Головним мотивом включення одного підходу в інший – співвідношення цілей, а саме: мета проблемного підходу – набуття ЗВН учнями, засвоєння способів самостійної діяльності, формування пошукових та дослідницьких умінь та навичок, розвиток пізнавальних і творчих здібностей – розташовується усередині широких цілей компетентнісного підходу.

Проаналізуємо можливості проблемного підходу щодо формування ключових компетентностей.

Складові системи ключових компетентностей	Можливості проблемного підходу щодо їх формування
Уміння вчитися	У процесі розв'язування проблемних ситуацій учні виконують ряд специфічних дій: формулюють проблему, висувають гіпотези щодо її розв'язання, планують свою діяльність, застосовують план, перевіряють гіпотезу, вивіряють та досліджують отримані результати. Для цього необхідно порівнювати, аналізувати, систематизувати, виділяти головне. Саме тоді дії не є репродуктивними, вони мають творчий дослідницький характер. Особлива організація занять може стимулювати учнів до самоаналізу власної діяльності, вчинків, взаємовідношень, своїх якостей. Явно чи підсвідомо школярі прагнутимуть удосконалити ці якості.
Здоров'язбережувальна	Формується загалом у самостійній активній діяльності за допомогою батьків, учителів, соціального оточення, але в текстових та сюжетних задачах містяться проблемні ситуації, в яких імовірне її формування.
Загальнокультурна	Проблемний підхід необхідно доповнювати додатковими засобами, що дозволяють оволодіти особливостями загальнолюдської й національної культури, духовно-етичними основами життя людини, місцем науки в житті людини тощо.
Соціально-трудова	Проблемний підхід у межах будь-якого предмета спонукає учнів активно включатися в процес навчання. Вони займають діяльнісну позицію, що не є звичкою, але в подальшому житті

	активно застосовується.
Інформаційна	Учні перебувають в умовах, у яких їм необхідно шукати інформацію, якої бракує, аналізувати, відбирати необхідну, формувати, зберігати й передавати її. Крім того, інформація, що отримана учнем самостійно з мінімальною допомогою вчителя, краще засвоюється. Коло інформації, в якій виконується пошук, набагато ширший, тому одним із розв'язань проблеми є суб'єктивно нова інформація, що відкрита учнем.

Аналіз свідчить, що проблемний підхід дозволяє формувати майже всі ключові компетентності, але найбільший та очевидний внесок вкладає в формування уміння вчитися та інформаційну компетентності.

Покажемо на конкретному прикладі можливості формування ключових компетентностей за допомогою проблемного підходу при навчанні алгебри та початків аналізу, орієнтуючись на гуманітарні класи. Наведемо фрагмент уроку за темою "Площа криволінійної трапеції" з необхідним поясненням у формуванні ключових компетентностей.

У підручниках з математики спочатку наводиться поняття криволінійної трапеції, далі приводиться теорема про площу криволінійної трапеції через первісну, де функція $f(x)$ невід'ємна. Випадок, коли $f(x) \leq 0$, не завжди розглядається. В завданнях незалежного тестування з математики 2008 року містяться завдання для цього випадку. Звідси виникає необхідність аналізу такого випадку.

Проблемна ситуація може бути створена так: при вивченні теореми про площу не треба акцентувати увагу, що функція $f(x)$ невід'ємна. Після тренування знаходження площ, що обмежені функціями, які задовольняють умову теореми, пропонуємо завдання: обчислити площу S фігури, що обмежена параболою $y = x^2 - 1$, прямою $x = 2$ та осями координат.

Побудуємо графік (рис. 1) та проаналізуємо його. Шукана фігура складається з двох криволінійних трапецій, одна з яких розташована над віссю абсцис, а друга – під нею. Отже, щоб знайти площу фігури S треба знайти суму площ цих криволінійних трапецій. Друга трапеція задовольняє умовам теореми, тому знаходження її площі не викликає затруднень. За теоремою, не враховуючи, що на проміжку $[0;1]$ функція $f(x) = x^2 - 1$ не задовольняє її умовам, учні обчислюють площу першої трапеції та отримують у відповіді нуль. Виникає проблемна ситуація, що породжує протиріччя: фігура є, а її площа дорівнює нулю. Таке протиріччя повинні помітити самі учні. Іноді на цьому розв'язок задачі закінчується, і відповіді записують тільки площу другої криволінійної трапеції. У цьому випадку вчитель повинен звернути увагу учнів на ситуацію, що склалася. (Або може бути такий випадок, коли на етапі побудови фігури, хтось з учнів помітить, що раніше функції розташовувались над віссю Ox, а ця нижче Ox).

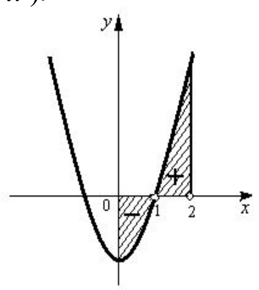


Рис. 1

Залежно від рівня підготовки класу робота може виконуватися учнями самостійно або під керівництвом вчителя. Якщо робота виконується під керівництвом вчителя, то може відбуватися проблемна бесіда, в якій треба визначити таке:

1. Чи може бути таке, щоб фігура не мала площі?

2. Чим відрізняється ця задача від попередніх?

3. Як мовою нерівностей записати той факт, що частина графіка знаходиться нижче Ox?

4. Як можна перетворити від'ємну на проміжку $[0;1]$ функцію $f(x) = x^2 - 1$, щоб вона стала невід'ємною?

5. Як зміниться формула функції?

6. Як зміниться формула для знаходження площі криволінійної трапеції?

7. Сформулюйте теорему для знаходження площі криволінійної трапеції, коли функція від'ємна.

На перший погляд, було витрачено багато часу дарма, бо треба було просто змінити знак у формулі. Але в ході роботи в цій проблемній ситуації учні порівнювали цю задачу з іншими, отриману самостійно формулу з формулою, поданою в теоремі; аналізували графік, умову теореми, отриманий розв'язок, доцільність міркувань та дій; висували гіпотезу, за допомогою вчителя сформували мету. Все це свідчить про формування уміння вчитися. В ході розв'язку школярі шукали недостатню інформацію, аналізували умову теореми та графік, відбирали потрібну інформацію, формулювали цю інформацію в теорему, переводили її на математичну мову, що показує формування інформації компетентності. Цей фрагмент показує, що в межах проблемного підходу формується три компетентності з п'яти. До недоліків проблемного підходу можна віднести велику витрату часу, низьку керованість процесом навчання, неефективність при формуванні вмінь та навичок. Але аналіз інших педагогічних теорій, систем на предмет формування ключових компетентностей свідчить, що можна інтегрувати проблемний підхід із якимось іншим, для більш високого освітнього результату з погляду набуття компетентностей. Доцільно продовжувати роботу з інтеграції педагогічних технологій у системі навчання окремих навчальних предметів для підвищення рівня освіченості випускників загальноосвітніх навчальних закладів.

1. Великий тлумачний словник сучасної української мови [уклад. і голов. ред. В.Т.Бусел]. – К.: Ірпінь: ВТФ „Перун", 2004. – 1440 с.

2. Зимняя И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования / И.А.Зимняя // Высшее образование. – 2003. – №5. – С. 34–42.

3. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: Бібліотека з освітньої політики/ Під заг. ред. О.В.Овчарук. – К.: "К.І.С.", 2004. – 112 с.

4. Лебедев О.Е. Компетентностный подход в образовании / О.Е.Лебедев // Школьные технологии. – 2004. – № 5. – С. 3-12.

5. Наказ Міністерства освіти і науки № 371 від 05.05.2008 „Про затвердження критеріїв оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти".

6. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ / С.А.Раков – Харків: Факт, 2005. – 360 с. – (Монографія).

7. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів / З.І.Слєпкань. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.

Резюме. **Зиненко И.Н. ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОБЛЕМНОГО ПОДХОДА ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ КЛЮЧЕВЫХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ.** *Одним из приоритетных направлений модернизации образования сегодня является реализация компетентного подхода. Это обуславливает поиск новых методов реализации этого подхода в процессе изучения конкретных дисциплин. В статье показаны возможности проблемного подхода в рамках компетентного для формирования ключевых компетентностей на уроках математики.*

Ключевые слова: *компетентность, ключевые компетентности, проблемный подход.*

Summary. **Zinenko I. POSSIBILITIES OF THE USING THE PROBLEM APPROACH FOR FORMING KEY COMPETENCES ON THE MATHEMATICS LESSONS.** *Today the main stage of the development of education is introduction of the competent approach. Therefore, this is problem of elaboration the realization methods of this approach in the process of some subjects' study. The article shows the possibility of employment the problem approach within the framework of the competent one when forming the key competences during mathematics lessons.*

Keywords: *competence, key competences, problem approach.*

Стаття представлена професором М.Я.Ігнатенком.
Надійшла до редакції 5.10.2009р.

ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ В ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ В НАЧАЛЬНОЙ И ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

С.А.Скворцова,
доктор педагог. наук, доцент,
Южноукраинский национальный педуниверситет им. К.Д.Ушинского,
г.Одесса, УКРАИНА

Запропоновані шляхи реалізації наступності за допомогою ознайомлення вчителя з результатами навчання і методичними прийомами, які використовуються в початковій школі.

Ключові слова: *навчання математики в п'ятому класі, спадкоємність між початковою і основною школою, математичні компетенції.*

Модернизация образования на современном этапе осуществляется через внедрение компетентностного подхода, который характеризуется ориентацией на формирование у человека способности эффективно действовать за пределами учебных сюжетов и ситуаций; компетентностный подход направлен на формирование у человека набора компетенций и компетентностей.

Проблема компетентностного подхода исследуется в работах В.И.Байденко, А.В.Баранникова, Н.М.Бибик, А.Н.Дахина, Э.Ф.Зеер, И.А.Зимней, Г.И.Ибрагимова, В.А.Кальней, О.В.Лебедева, О.И.Локшиной, О.В.Овчарук, О.И.Пометун, А.Я.Савченко, С.Е.Трубачевой, С.Е.Шишова, С.Шо, А.В.Хуторского, В.Хутмахера и др. Несмотря на большое внимание, уделяемое ведущими зарубежными исследователями и учеными стран СНГ, содержание основных категорий компетентностного подхода до конца еще не определено, на что указывается в обобщающем докладе В.Хутмахера на симпозиуме «Ключевые компетенции для Европы» [4]. В отечественной науке существуют два подхода к определению понятий «компетенция» и «компетентность». Согласно первому – эти понятия отождествляются, согласно второму – дифференцируются. С.Е.Шишов, используя «компетентность» и «компетенцию» как синонимы, рассматривает категорию компетенции «как общую способность, основанную на знаниях, ценностях, склонностях, что дает возможность установить связь между знанием и ситуацией, найти процедуру (знание и действие), соответствующую для проблемы». Аналогичной трактовки этого понятия придерживаются В.И.Байденко и Б.Оскарссон. А.В.Хуторский, различая понятие «компетенция» и «компетентность», под «компетенцией» понимает совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), которые задаются по отношению к определенному кругу предметов и процессов, и необходимых для качественной деятельности по отношению к ним; отчужденное, заранее заданное социальное требование (норма) к образовательной подготовке ученика, необходимой для его эффективной продуктивной деятельности в определенной сфере [3]. И.А.Зимняя рассматривает компетенции как некоторые внутренние, потенциальные, скрытые психологические новообразования (знание, представление, программы (алгоритмы) действий, системы ценностей и отношений), проявляющиеся в компетентностях человека. Компетенции задают высший, обобщенный уровень умений и навыков обучающегося, а содержание образования определяется четырехкомпонентной моделью содержания образования (знания, умения, опыт творческой деятельности и опыт ценностного отношения) [1]. Таким образом, компетенции включают: знание и понимание (теоретические знания, способность знать и понимать); знание как действовать (практическое оперативное применение знаний к конкретным ситуациям); знание как быть (ценности, которые являются неотъемлемой частью восприятия жизни с другими в социальном контексте).

Компетенции классифицируют на три группы: ключевые, обще- предметные и специально-предметные. Знания, умения и навыки, предусмотренные государственной программой на момент окончания начальной школы, большей частью, можно отнести к обще-предметным компетенциям.

Целью статьи *является определение направлений реализации преемственности в формировании математических компетенций в начальной и основной школе.*

Проблема преемственности отражена в трудах Б.Г.Ананьева, М.И.Бурды, Ш.И.Ганелина, В.В.Давидова, М.А.Данилова, Б.П.Есипова, В.В.Краевского, В.Т.Кудрявцева, И.Я.Лернера, А.А.Люблинской, Ю.М.Макарычева, А.К.Марковой, Н.Н.Скаткина, З.И.Слепкань, С.И.Шварцбурда и др. Преемственность рассматривается как один из принципов непрерывного образования ребенка, и должна быть реализована в содержании, методах, формах и средствах обучения; предусматривает максимальное использование на каждом этапе обучения того, что достигнуто на предыдущем.

Преемственность в обучении математике в начальной и основной школе должна реализовываться, во-первых, в логике построения содержания учебного предмета, во-вторых, в методических подходах, в-третьих, в системе учебных заданий. Что касается первого и третьего направления, то решение этих задач лежит на плечах авторов программы по математике и учебников, рекомендованных МОН Украины. Мы хотим обратить внимание на возможности, имеющиеся у учителя математики основной школы в реализации преемственности. Прежде всего, это преемственность в методических подходах, и, частично – в построении системы учебных заданий. Что для этого нужно? Необходимым условием в этом плане является знание учителем основных результатов обучения математике в начальной школе, а также ознакомление с методическими приемами, используемыми учителями младших классов. Остановимся на этом детально.

Рассмотрим результаты обучения математике на конец 4-го класса. **Устная и письменная нумерация чисел в пределах миллиона. Арифметические действия на основе нумерации**: ученик знает названия первых двух классов и разрядов, входящих в них, знает соотношение между разрядными единицами каждого класса, анализирует разрядный и классный состав чисел, имеет представление об образовании многозначных чисел способом присчитывания или отсчитывания по 1 или из единиц разных разрядов или из единиц разных классов, знает названия и последовательность натуральных чисел в пределах 1000000, место нуля в расширенном ряду чисел, определяет количество единиц каждого разряда и класса и общее количество единиц определенного разряда; различает четырехзначные, пятизначные, шестизначные числа, сравнивает многозначные числа разными способами (на основе следования чисел в натуральном ряду и на основе десятичного состава чисел). Читает и записывает числа цифрами, понимает позиционное значение цифры в записи многозначного числа; заменяет многозначное число суммой разрядных слагаемых или классных чисел, использует знание нумерации многозначных чисел для выполнения арифметических действий над ними, умеет умножать и делить круглые (разрядные) числа на однозначное число разными способами, умеет делить круглые (разрядные) числа на круглые (разрядные) разными способами.

Арифметические действия в пределах 1000000: ученик понимает конкретный смысл арифметических действий, взаимосвязь между сложением и вычитанием, умножением и делением; знает названия компонентов и результатов арифметических действий, правила нахождения неизвестного компонента; законы сложения и умножения (переместительный, сочетательный; распределительный закон умножения относительно сложения), свойства арифметических действий (с 0 и 1), правила прибавления числа к сумме и суммы к числу, вычитания числа от суммы и суммы от числа, умножения числа на сумму, деления суммы на число, умножения числа на произведение; применяет переместительный закон сложения или умножения для нахождения значений выражений удобным (рациональным) способом; знает алгоритмы и умеет выполнять письменное сложение и вычитание многозначных чисел, умножение и деление на однозначное и двузначное число; умеет проверять правильность выполнения арифметических действий; выполняет вычисление значений числовых выражений в 4 – 5 действий с числами в пределах 1000000; выполняет деление с остатком и проверяет правильность его выполнения; умеет устно складывать и вычитать двузначные числа, а также круглые трехзначные числа разными способами; устно умножать и делить двузначное и трехзначное число на однозначное; устно делить двузначное или трехзначное на однозначное двумя способами (на основании конкретного смысла действия деления и на основании правила деления числа на произведение).

Обыкновенные дроби: ученик имеет представление о получении дробей способом деления целого на равные части и выделения нескольких из них; знает суть числителя и знаменателя дроби; умеет читать и записывать дроби; умеет сравнивать дроби с помощью наглядных средств (полосок, рисунков), знает правила нахождения дроби от числа и правило нахождения числа по значению его доли и умеет их применять при выполнении математических и практических заданий.

Геометрический материал: ученик различает, выделяет, называет плоские геометрические фигуры и их элементы (треугольник, четырехугольник: прямоугольник и квадрат, пятиугольник …, окружность и круг); имеет представление о геометрических телах (пирамида, конус, шар, цилиндр, прямоугольный параллелепипед) и основных их элементах.

Алгебраическая пропедевтика: ученик читает и записывает математические выражения (простые: сумма, разность, произведение, частное двух чисел, и сложные – содержащие знаки нескольких арифметических действий); знает правила порядка выполнения действий и применяет их для вычисления значений числовых и буквенных выражений; выполняет тождественные преобразования математических выражений на основе знания конкретного смысла арифметического действия умножения, законов сложения или умножения, свойств арифметических действий; решает простые и усложненные уравнения (уравнения, в которых правая часть представлена числовым выражением, уравнения, в которых один из компонентов числовое выражение) с одной переменной; доказывает, что полученное значение переменной является решением уравнения (выполняет проверку); имеет представление о неравенстве с переменной и множественности его решений, решает неравенства с одной переменной способом подбора.

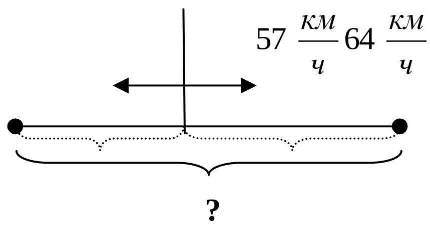
Величины: ученик знает названия и обозначения единиц величин – длины (км, м, дм, см, мм), массы (г, кг, ц, т), площади (см^2, дм^2, м^2, км^2, а, га), времени (с, мин, ч), скорости (км/ч; км/мин; км/с; м/ч; м/мин; м/с и потому подобное), стоимости (к., грн), соотношения между единицами длины, площади, массы, времени, денежными единицами; использует единицы изученных величин при решении задач; имеет представление о равномерном прямолинейном движении, скорости движущегося тела как о расстоянии, которое преодолело тело за единицу времени; осознает, если речь идет о движении тел, то эта ситуация описывается с помощью группы величин: расстояние, скорость и время движения; знает взаимосвязь между расстоянием, скоростью и временами при равномерном прямолинейном движении;

заменяет крупные единицы длины, массы и времени простыми и наоборот, заменяет составленное именованное число простым и наоборот; сравнивает именованные числа; выполняет арифметические действия сложения и вычитания, умножения и деления над именованными числами, представленными в единицах длины, массы; выполняет сложение и вычитание именованных чисел, представленных в единицах времени; знает правило нахождения площади прямоугольника и применяет его для вычисления площади прямоугольника и квадрата, находит длину одной стороны прямоугольника по известной площади и другой стороне; решает задачи изученных видов и объясняет ход их решения.

Задачи: ученик решает простые задачи изученных видов, составленные задачи на 2 – 4 действия (нахождение суммы, разностное, кратное сравнение двух произведений или частных и обратные к ним); решает простые задачи, которые содержат группу величин, находящихся в пропорциональной зависимости; решает сюжетные задачи на нахождение дроби от числа и числа по значению его части, в том числе и составные задачи; решает простые задачи на прямолинейное равномерное движение, которые содержат величины: расстояние, скорость и время, и составленные задачи с этой группой величин; решает простые задачи на вычисление длительности события, времени начала события или времени окончания события; умеет решать задачи на: нахождение четвертого пропорционального способом вычисления одинаковой величины (приведением к единице) и способом отношений, на двойное приведение к единице, совместную работу, пропорциональное деление, нахождение неизвестного по двум разностям; имеет представление о среднем арифметическом, понимает его содержание, владеет способом вычисления среднего арифметического, решает задачи на нахождение среднего арифметического; понимает содержание видов прямолинейного движения нескольких тел (в разные стороны: навстречу и в противоположные стороны; в одну сторону: вдогонку), решает задачи на одновременное движение в разных направлениях; умеет решать простые и составные (на 2 – 3) действия с буквенными данными.

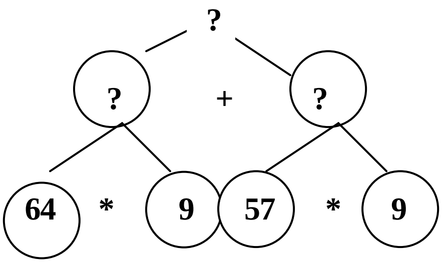
Вопрос о преемственности методических подходов следует рассматривать с позиций преемственности в работе над отдельными видами заданий и преемственности методики формирования умений и навыков. Так, особенностью работы над задачами в начальной школе является составление краткой записи и/или схематического рисунка, аналитические или синтетические рассуждения при поиске решения задачи, составление плана решения, и только после этого записывается, собственно, решение – по действиям с объяснением к каждому или выражением. В качестве примера рассмотрим методику работы над задачей из учебника 5-го класса (№415) [1]: С одной станции в противоположных направлениях одновременно отправились два поезда. Один из них двигался со скоростью 64 км/ч, а второй – 57 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 9 часов после начала движения?

Вопросы, задаваемые учителем стимулируют учеников на пересказ задачи, определения ситуации, которая описывается в ней, оглашение выводов об изменении расстояния, о времени движения каждого тела и составляющих всего пути при одновременном движении в противоположных направлениях. Выполняем краткую запись в форме чертежа:



Объясняя числовые данные задачи, обращаем внимание на физический смысл скорости: скорость первого поезда 64 км/ч обозначает, что первый поезд за каждый час проезжает по 64 км; скорость второго поезда 57 км/ч обозначает, что второй поезд за каждый час преодолевает по 57 км.

Рассуждаем от вопроса к числовым данным (анализ). Что достаточно знать, чтобы ответить на вопрос задачи «Какое расстояние будет между ними через 9 часов после начала движения?»?



Достаточно знать два числовых значения: 1 – путь, пройденный первым поездом (неизвестно) и 2 – путь, пройденный вторым поездом (неизвестно). Каким арифметическим действием ответим на вопрос задачи? Действием сложения. Можем ли мы сразу ответить на вопрос задачи? Нет, так как мы не знаем ни одного числового значения.

Что достаточно знать, чтобы узнать путь, пройденный первым поездом? Достаточно знать два числовых значения: 1 – скорость первого поезда (известно, 64 км/ч) и 2 – время движения первого поезда (известно, 9 ч). Каким арифметическим действием ответим на этот вопрос? Действием умножения, так как, чтобы найти расстояние, надо скорость умножить на время. Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Да, так как нам известны оба числовые значения. А можем ли мы теперь ответить на вопрос задачи? Нет, мы не знаем путь, пройденный вторым поездом.

Что достаточно знать, чтобы найти путь, пройденный вторым поездом? Достаточно знать два числовых значения: 1 – скорость второго поезда (известно, 57 км/ч) и 2 – время движения второго поезда (известно, 9 ч). Каким арифметическим действием ответим на этот вопрос? Действием умножения. Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? Да, так как нам известны оба числовые значения. А можем ли мы теперь ответить на вопрос задачи? Да, мы от вопроса перешли к числовым данным, анализ закончен.

Составляем план решения задачи: первым действием узнаем путь, пройденный первым поездом; вторым действием – путь, пройденный вторым поездом, и третьим действием узнаем весь путь – ответим на вопрос задачи. Далее записываем решение задачи по действиям с объяснением или выражением.

После получения ответа на вопрос задачи работа над задачей может продолжиться. Учащимся предлагается выполнить проверку правильности решения, например, посредством составления и решения обратной задачи или решения задачи другим способом. Для данной задачи возможно, как то, так и другое, но мы рассмотрим решение задачи другим способом.

Учитель ставит дополнительные вопросы, которые направляют учащихся к выводу: расстояние между поездами за каждый час увеличивается на сумму расстояний, которые преодолевает каждый поезд за час. После чего можно сразу составить план решения вторым способом [1) на сколько увеличивается расстояние за 1 час? 2) на сколько увеличится расстояние за 9 часов?], а можно провести аналитический или синтетический поиск решения для тех детей, которые пока еще не могут решить задачу этим способом.

Таким образом, мы проиллюстрировали методику работы над задачей в начальной школе. Безусловно, слепо ее копировать не следует, но в случаях, когда часть учеников класса затрудняется решить отдельную задачу, для них можно провести такие рассуждения. Исходя из теоретического анализа проблемы обучения решению сюжетных математических задач и нашего практического опыта в качестве учителя математики 1 – 6 классов, приходим к выводу о том, что обязательными этапами в работе над задачей в 5 – 6 классах должны быть: анализ задачной формулировки с фиксацией его результатов в форме краткой записи и/или схематического рисунка, составление плана решения задачи, запись решения и ответа, работа над задачей после ее решения (проверка: решение обратной задачи, решение задачи другим способом; изменение условия или вопроса задачи и определение его влияния на решение задачи т.п.). Также можно привести примеры рассуждений, сопровождающих устные и письменные вычисления, решение уравнений и т.д. Что касается построения методики формирования математических умений и навыков в контексте преемственности, то это тема дальнейших исследований.

1. *Математика: Учебник для 5 класса / А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонский, М.С.Якир. – Х.: Гимназия, 2005. – 288 с.*
2. *Разумовский В.Г. Научный метод познания и личностная ориентация образования // Педагогика, 2004. – № 6. – С.32-36.*
3. *Хуторской А.В. Технология проектирования ключевых и предметных компетенций // Интернет-журнал "Эйдос". – 2005. – 12 декабря. http://www.eidos.ru/journal/2005/1212.htm.*
4. *Hutmacher Walo. Key competencies for Europe//Report of the Symposium Berne, Switzerland 27-30 March, 1996. Council for Cultural Co-operation (CDCC) //Secondary Education for Europe Strasburg, 1997.*

Резюме. **Скворцова С.А. ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ В ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ В НАЧАЛЬНОЙ И ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ.** *В статье предложены пути реализации преемственности посредством ознакомления учителя с результатами обучения и методическими приемами, используемыми в начальной школе.*

Ключевые слова: *обучение математике в пятом классе, преемственность между начальной и основной школой, математические компетенции.*

Summary. **Skvortsova S. RECEIVERSHIP IN FORMING OF MATHEMATICAL COMPETENSES AT PRIMARY AND BASIC SCHOOL.** *The ways of realization the succession by means of teacher’s acquaintance with the results of teaching and methodical receptions, in-use at primary school are offered in the article.*

Key words: *teaching to mathematics is in a fifth class, succession between initial and basic school, mathematical competenses.*

Надійшла до редакції 1.10.2009р.

До уваги читачів!

Наступний випуск міжнародного збірника наукових робіт “Дидактика математики: проблеми і дослідження” № 33 планується випустити у квітні 2010 року.

Чекаємо на Ваші нові роботи!

Прохання до всіх авторів, надсилаючи статті, додержуватися вимог щодо оформлення робіт

ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ ОБУЧЕНИЯ В ПОСТРОЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В СРЕДНЕЙ И ВЫСШЕЙ ШКОЛАХ

Н.Д.Орлова,
канд. техн. наук, доцент,
Одесская национальная морская академия,
Л.К.Попова,
Одесский лицей «Приморский»,
г. Одесса, УКРАИНА

Розглянута проблема наступності навчання математики в середній школі та вищому навчальному закладі з використанням сучасних методичних новин та інформаційних технологій.

Ключові слова: *наступність навчання математики.*

Современную систему образования характеризуют значительные изменения, связанные с разработкой и применением в школе и вузе современных технологий обучения. Технология (как процесс обучения) характеризуется [1,5] – разделением процесса обучения на взаимосвязанные этапы; координированием и поэтапным выполнением действий для достижения поставленной цели. Поэтому особое внимание следует уделить сохранению преемственности в изучении таких новых разделов, как «Математическое моделирование» в программе профильной школы и вузе. Только грамотное построение содержания нового школьного курса, основанное на взаимодействии школьного материала с перспективой на высшую школу, позволит получить магистрам полноценные математические знания, умения и навыки построения физических и математических моделей реальных объектов. В процессе изучения математики в средней школе, а затем и техническом вузе необходимо формировать такую систему обучения математическим дисциплинам, при которой полученные школьниками и студентами знания и умения можно использовать при решении прикладных задач. В этом случае преподавание математики должно вестись на определенном уровне строгости. Не следует увлекаться строгим изложением математического материала, который никогда не будет использован в практической деятельности.

Математические дисциплины являются инструментом, обеспечивающим решение технических задач. Моделирование – это один из способов изучения прикладных задач. Модели реальных объектов, моделирование явлений издавна используются в науке и инженерной практике для проверки идей, отработки гипотез, получения экспериментального материала[4]. Модель – это не только и не столько внешнее сходство. Главное лежит глубже – поведение модели и реального объекта должно подчиняться одинаковым закономерностям. Изучив их на доступной для исследования модели, оказывается возможным предсказать свойства реальных объектов. В физике метод математического моделирования используется издавна и весьма успешно. Со времен Галилея описание физического явления или процесса считался достоверным, если оно выражено с помощью числовых величин. Эти уравнения есть запись на языке математики законов природы, которые управляют интересующим нас физическим или другими явлениями. При создании математической модели не следует попытаться учесть всё, ибо в этом случае получится математический “монстр” решение которого даже на современных быстродействующих вычислительных машинах будет затруднительно.

Создавая математическую модель, следует оценить, какие факторы являются главными, а на какие следует не обращать внимания (их влияние мало, несущественно). Проведя такое деление на основные факторы, и второстепенные факторы, необходимо далее записать это в виде строгих математических (физических) условий.

И если они выполнены, то математическая модель адекватна изучаемому явлению – ее предсказания хорошо согласуются с результатами эксперимента. Эти дополнительные условия, устанавливают границы применимости полученных результатов. Все полученные с помощью такой модели теоретические результаты будут справедливы только в оговоренных рамках. Следует отметить, что изменение границ применимости (изменение условий – переход некоторых факторов из второстепенных в основные), возможно и позволяет расширить рамки исследований. Важной методологической основой [1,3,2] в обучении созданию математической модели является овладение сначала упрощенной схемой для создания модели (школьный курс), а затем расширенными схемами (для бакалавров) и расширенными схемами с последующим прогнозированием результатов (для магистров). Например, в средней школе задача создания и исследования математической модели приводит к исследованию функции одной переменной на экстремум. К таким задачам можно отнести геометрические задачи на нахождение наибольшего или наименьшего значений объема, площади поверхности геометрических тел, задачи физики на наибольшее и наименьшее значение [6]. В вузе (1-4 курс) рассматривается аналогичная задача, которая приводит к исследованию функции многих переменных на безусловный или условный экстремум, а магистранты решают задачу по исследованию функции, которая должна быть найдена из решения дифференциального или интегрального уравнения. Смысл преемственности обучения [2] математике в высшей школе состоит в дальнейшем развитии и углублении знаний и умений, полученных в средней школе.

Выводы. Поддерживая и сохраняя преемственность в изучении курса «Математическое моделирование» между средней и высшей школами, преподаватели помогают школьникам быстрее адаптироваться к новым условиям обучения. Для студентов старших курсов непрерывность в изучении позволяет быстрее достичь стабильности математического образования. Студенты, решающие и исследующие прикладные задачи, быстрее осознают, что математические дисциплины, интегрированные в компьютерные технологии – мощный инструмент для исследования природных явлений.

1. Скафа Е.И. Теоретико-методические основы формирования приёмов эвристической деятельности при изучении математики в условиях внедрения современных технологий обучения: Дис. ...докт. пед. наук: 13.00.02 / Донецкий нац. ун-т. – Киев,2004.-479с.

2. Яценко С.Є., Гриб Н.В. Об'єктивні протиріччя у забезпеченні наступності між загальноосвітньою та вищою школами // Дидактика математики: Проблеми і дослідження. Міжнар. зб. наук. робіт. Вип. 30. – Донецьк, 2008. – С.125-129.

3. Панченко Л.Л. Про понятійний апарат математичного моделювання в загальноосвітній школі та педагогічному вузі //Науковий часопис НПУ ім. М.П.Драгоманова. Серія №3: Зб. Наукових праць. – К.: НПУ ім.М.П.Драгоманова, 2004. – №1. – С.89-97.

4. Попов В.Г., Орлова Н.Д. Математические методы научных исследований систем автоматического регулирования. Учебное пособие. – Одесса: ОНМА, 2009. – 52с.

5. Виленский М.Я., Образцов П.И., Уман А.И. Технологии профессионально-ориентированного обучения в высшей школе. – М.: Педагогическое общество России, 2005. – 191с.

6. Вальє О.Е., Попова Л.К. Найбільше та найменше значення у задачах фізики. Навчальний посібник. Одеса – 2008. – 27с.

Резюме. **Орлова Н.Д., Попова Л.К. ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ ОБУЧЕНИЯ В ПОСТРОЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В СРЕДНЕЙ И ВЫСШЕЙ ШКОЛАХ.** *Рассмотрены современные проблемы преемственности в обучении математическому моделированию в профильной средней и высшей школах.*

Ключевые слова: *преемственность обучения математике.*

Summary. **Orlova N., Popova L. THE RECEIVERSHIP OF STUDYING IN BUILDING OF MATHEMATICAL MODELS IN CONTEMPORARY SCHOOL AND UNIVERSITY.** *Advanced training methods are being considered in this paper. The modern problems of succession in studying of mathematical design in contemporary school and university have been regarded. The objective oppositions which appear while providing the succession of studying come out.*

Keywords: *succession of teaching mathematics.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 11.10.2009р.

МОТИВАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ В ДИСТАНЦІЙНОМУ КУРСІ З МАТЕМАТИКИ

О.М.Хара,
викладач,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розглянуто шляхи підвищення в абітурієнтів мотивації до навчання математики в дистанційному курсі.

Ключові слова: *мотивація, дистанційне навчання, математичний дистанційний курс.*

Однією з характерних рис XXI століття є розвиток та використання новітніх інформаційних технологій у всіх сферах суспільного життя, підвищення рівня використання людством інформаційних продуктів та послуг. В нових умовах якісно змінюється не тільки зміст освіти, але й форми надання освітніх послуг. Дистанційне навчання на основі сучасних інформаційних технологій є одним із шляхів підвищення інформаційної культури особистості та підготовки її до діяльності у інформаційному суспільстві XXI століття.

Протягом усього існування людство прагнуло організувати навчання на відстані, а не тільки в певному місці і за присутності викладача. В основу дистанційного навчання покладено принцип відокремлення студента від навчального закладу. Цей принцип дозволяє спростити студентам отримання освітніх послуг, проте ускладнює для навчальних закладів роботу з надання цих послуг, оскільки неможливо просто перенести звичайний навчальний курс у дистанційне середовище, розраховуючи на ефективність технічних засобів як на умову успішності навчання. Таким чином, виникає проблема ефективного використання дистанційних технологій у навчальному процесі.

Дослідженню цієї проблеми присвятили свої роботи провідні українські та зарубіжні вчені. Загальні аспекти дистанційного навчання розкрито у роботах О.М.Довгялло, Є.С.Полат, О.Андрєєва, В.В.Олійник, П.В.Дмитренко; психолого-педагогічні аспекти і технології створення дистанційного курсу – В.М.Кухаренко, Т.О.Олійник, В.В.Рибалка, Н.Г.Сиротенко, А.Т.Петренко, Н.В.Морзе; методичні та дидактичні проблеми і перспективи використання інформаційних технологій у навчанні – Г.А.Атанов, В.П.Безпалько, В.Г.Болтянський, А.П.Єршов, М.І.Жалдак, В.І.Клочко, В.І.Монахов, Н.В.Морзе, В.М.Глушков, А.В.Хуторський, О.І.Скафа.

Аналіз досліджень, присвячених організації дистанційного навчання, виявив, що одним із факторів забезпечення ефективного навчання на відстані є формування позитивної мотивації пізнавальної діяльності. Проблема мотивації актуальна і для традиційного навчання, проте саме в дистанційному вона вимагає першочергового вирішення. Це зумовлено відсутністю в дистанційному курсі реального вчителя та інших факторів, які сприяють мотивації у стаціонарному навчанні, що залишає учня один на один зі змістом навчального предмету, і без свідомого ставлення з його сторони до роботи ймовірність досягнення навчальної мети значно знижується.

Мета статті *– з'ясувати шляхи підвищення в абітурієнтів мотивації до навчання математики в дистанційному курсі.*

Мотивація спонукає людину через свідому роботу задовольнити власні потреби. Високий рівень мотивації передбачає зацікавленість того, хто навчається, як у процесі, так і в результаті його діяльності. Формування мотивації навчання знаходиться у тісному взаємозв'язку зі змістом навчального предмету, в межах якого вона формується. На нашу думку, формування позитивної мотивації у слухачів дистанційного курсу повинно здійснюватися поетапно:

1) привернути увагу і здійснити цілепокладання;

2) запевнити у важливості навчання та досяжності мети;

3) підтримувати впевненість через наявність посильних завдань;

4) забезпечити позитивні результати та задоволення від навчання.

В дистанційному курсі «Математика для абітурієнтів» на основі платформи Moodle [3] нами було використано два основні шляхи формування та підтримування позитивної мотивації протягом всього терміну навчання. По-перше, урізноманітнення форм і засобів представлення навчального матеріалу в дистанційному курсі. Найпоширеніші форми організації навчання в дистанційному курсі: електронні лекції, відеолекторії, віртуальні семінари і практикуми, чат-конференції, форуми, мережеві консультації, телекомунікаційні проекти. Вибір форми значною мірою залежить від того, який саме матеріал потрібно донести до слухача дистанційного курсу.

При побудові дистанційного курсу з математики для абітурієнтів основна мета – систематизувати та узагальнити теоретичний матеріал, який вивчається в шкільному курсі протягом кількох років. Для цього зручно використовувати електронні лекції, які об'єднують текст теоретичного матеріалу, графічні ілюстрації, презентаційні матеріали, відео та аудіо файли. Всі вимоги до традиційної лекції можна сміливо застосовувати до її електронного аналога: науковість, наступність, доступність викладу, зв'язок теорії з практикою тощо. Крім того, досвід організації навчальних занять на основі нових інформаційних технологій дозволив виділити низку вимог до електронної лекції, зумовлених психофізіологічними особливостями візуального сприймання та специфікою використання комп'ютера як навчального засобу.

1. Основою для побудови лекції має стати чергування теоретичного матеріалу з прикладами та практичними завданнями.

2. Послідовність викладу матеріалу визначає викладач, рівень складності та заглиблення в тему – слухач (пошук та опрацювання додаткових джерел інформації).

3. Можливість асинхронної роботи з матеріалами, яка може бути реалізована через гіпертекстові посилання.

4. Урізноманітнення форм діяльності під час роботи з навчальними матеріалами.

5. Велика кількість тестів для самоконтролю в кожній темі.

При створенні електронних лекцій слід пам'ятати, що значний обсяг текстового матеріалу складно сприймається з екрану монітора, а отже, і знижує мотивацію до навчання. Стиль роботи з текстом на екрані значно відрізняється від роботи з друкованими матеріалами. Читання з екрану на 25% повільніше. Як правило, користувачі «сканують» текст, а не читають кожне слово. В Інтернеті інформація представлена невеликими блоками, на одній сторінці може бути подано різні матеріали одночасно у декількох формах представлення: текст, зображення, аудіо та відео фрагменти, анімація. Це формує специфічний стиль роботи в мережі, який не можна ігнорувати при підготовці матеріалів для дистанційного курсу.

За основу представлення інформації в дистанційному курсі зручно використовувати гіпертекст. Це пов'язано з тим, що його обрано за основу представлення інформації в Інтернеті. Перевагами гіпертексту є вільне пересування по тексту, реферативний виклад, використання перехресних посилань. Детально особливості підготовки дидактичних матеріалів для мережевих дистанційних курсів розглянуто в роботі [1]. Але поряд із зазначеними перевагами і зручністю використання нами виявлено певні ускладнення, а саме: вільне пересування по тексту, велика кількість перехресних посилань вимагають свідомого ставлення до навчання та чіткого усвідомлення мети роботи, що притаманне дорослій людині. Учні старшого шкільного віку зазвичай не володіють необхідними вміннями на достатньому рівні, тому в електронній лекції мають бути присутні засоби для організації уваги того, хто навчається, а гіпертекст повинен перемежовуватися інтерактивними ілюстраціями та прикладами.

Оптимізація обсягу та послідовності навчального матеріалу дозволяють слухачу не розгубитися і не втратити навчальну мету. Впорядкування змістового наповнення електронної лекції потрібно здійснювати таким чином, щоб структура і зміст демонстраційного матеріалу найбільш повно розкривали дидактичні цілі. Оскільки в процесі дистанційного навчання слухачі працюють віддалено від викладача і більшу частину часу – самостійно, то планування навчальної діяльності набуває першочергового значення. На нашу думку, на початку електронної лекції слухачу варто запропонувати детальний план роботи, який буде містити назву лекції, її стислий опис (план), навчальні цілі та завдання, вимоги до знань, вмінь та навичок, часові обмеження, основну та допоміжну літературу.

Розглянемо це на прикладі лекції «Алгебраїчні рівняння». Кожен вид рівняння представлено на окремій сторінці, які зв'язані між собою гіперпосиланнями. Бажано, щоб весь матеріал було розмішено на сторінці з мінімальною необхідністю «прокрутки». Крім теоретичного матеріалу, на сторінці є приклад для інтерактивного навчання. Слухачу пропонують розв'язати рівняння відповідного типу (у даному випадку – рівняння, що зводиться до лінійного), керуючись підказками. Якщо дію виконано правильно, слухач отримує можливість перейти до наступного етапу (рисунок). За умови помилки програма надає правильний варіант і пропонує уважніше виконати наступний крок. За такої структури електронної лекції діяльність слухача постійно мотивується від постановки мети до її досягнення шляхом виконання практичних занять.

Для впливу на емоційну сферу учнів корисно використовувати відеоматеріали. Використання відеолекцій в дистанційному курсі вимагає швидкісного Інтернет-зв'язку, що в сучасних умовах на Україні не завжди можливо. Проте невеликі відеоролики, які доповнюють основний зміст та створюють емоційне забарвлення курсу, можуть бути використані з метою підвищення цікавості до навчання та урізноманітнення навчальної інформації. Враховуючи особливості сприймання, тривалість відеолекції має бути не більше 15 хв. В дистанційному курсі з математики в першому модулі «Рівняння, нерівності та їх системи» розглядається тема «Числові множини». Оскільки метою нашого курсу є підготовка до ЗНО з математики, під час складання якого заборонено використання обчислювальних інструментів, то в цій темі потрібно приділити особливу увагу формуванню навичок усних обчислень і, зокрема, різним способам швидкого обчислення. З цією метою пропонуємо використовувати відеоматеріали з нетрадиційними способами швидких обчислень, представлені у вільному доступі на Інтернет-сервісі Youtube: ділення довільного числа на 9, «китайський» спосіб множення двозначних і тризначних чисел, множення двозначних чисел табличкою. Використання відео в такому випадку є виправданим, оскільки трихвилинний ролик відразу дає повне уявлення про метод обчислення навіть за відсутності довгих словесних коментарів. Крім того, відеолекції дозволять стимулювати до роботи не тільки слухачів-візуалів, які переважають серед користувачів Інтернет-послуг, але й аудіалів, оскільки відео поєднує зображення і звук в динаміці, та кінестетиків через створення враження особистої присутності та відповідного емоційного стану.

Практичні заняття в дистанційному курсі повинні не тільки інтегрувати теоретичні знання і практичні вміння в єдиному процесі навчальної діяльності, але й підтримувати впевненість слухача у власних силах та забезпечувати позитивні результати навчання. Розглянемо можливості електронного практичного заняття, створеного в системі Moodle, на прикладі теми «Методи розв'язування показникових рівнянь». На початку заняття слухачу пропонується розв'язати найпростіші види показникових рівнянь та ввести відповіді до комп'ютера. Програма реагує на неправильні відповіді: надає коментар та посилання на відповідне місце у підручнику. Робота з цими завданнями триває, поки всі вони не будуть розв'язані правильно. В основній частині практичного заняття подано поетапне розв'язання типових прикладів, в яких слухач виконує проміжні дії. У заключній частині містяться завдання для самостійного розв'язування. В разі необхідності користувач може отримати підказку від навчальної програми. Час роботи з темою та кількість спроб необмежені.

Мережеві семінари на форумі дистанційного курсу є однією із нових форм управління пізнавальною активністю слухачів. Постійна присутність викладача як консультанта запевнює у важливості навчання та підтримує впевненість слухача. За таких умов відбувається цілеспрямований обмін інформацією між викладачем і студентами.

На форумі також можуть проводитися мережеві консультації як поточні (з теми лекції, семінару, практичного заняття), так і перед модульними тестуваннями. Умовою ефективного спілкування на форумі є актуальність його теми для всіх учасників дискусії. Для мережевого семінару проблему для обговорення пропонує викладач, для консультацій тему на форумі відповідного модуля задають слухачі. Викладач має можливість підписувати на форум всіх слухачів курсу, так звана «Обов'язкова підписка».

В системі Moodle форуми можуть існувати у трьох форматах: стандартний (слухачі можуть і запитувати, і відповідати), односторонній (слухачі можуть лише відповідати), дошка оголошень (слухачі не можуть ні запитувати, ні відповідати). Для електронних семінарів зручно використовувати односторонні форуми, тоді дискусія не буде відхилятися від заданої теми і викладач зможе з'ясувати рівень знань всіх учасників. Для кожної відповіді передбачено можливість оцінки, яка може бути конфіденційною. Для мережевих консультацій підходить стандартний формат форуму, коли кожен може задати своє питання і отримати відповідь не тільки викладача, але й інших абітурієнтів.

В модулі 3 представленого дистанційного курсу в темі 3.3 «Чотирикутники» передбачено семінар-форум «Властивості чотирикутників». Викладач пропонує слухачам порівняти властивості вивчених чотирикутників: назвати спільні властивості ромба і паралелограма, квадрата і ромба, трапеції та паралелограма. Форум є одностороннім – слухачі можуть тільки відповідати. Відповіді оцінює викладач. У другій частині семінару слухачам потрібно визначити, для розв'язування якої із запропонованих задач можна використати перераховані властивості, та аргументувати свій вибір.

Теореми	Задачі
Властивість суми квадратів діагоналей паралелограма	a і b – верхня і нижня основи трапеції. Знайти довжину відрізка, що з'єднує середини діагоналей трапеції.
Властивість внутрішніх різносторонніх та внутрішніх односторонніх кутів при паралельних прямих, які перетинає січна.	У прямокутній трапеції діагоналі взаємно перпендикулярні, а відношення основ дорівнює λ $(0<\lambda<1)$. Знайдіть відношення діагоналей трапеції.
Властивість кутів зі взаємоперпендикулярними сторонами	Менша основа рівнобічної трапеції дорівнює бічній стороні, а діагональ перпендикулярна бічній стороні. Знайдіть кути трапеції.
Властивість середньої лінії трапеції	Периметр ромба дорівнює $2p$, а сума діагоналей його дорівнює m. Знайдіть площу ромба.

Іншим способом забезпечення високого рівня мотивації до навчання в дистанційному курсі є створення ефективної комунікації. Комунікаційний блок забезпечує інтерактивний зв'язок між всіма учасниками навчального процесу і є невід'ємною складовою дистанційного курсу. Спілкування є дуже важливим, оскільки абітурієнт більшу частину часу працює самостійно. Викладач повинен мати повну інформацію про перебіг процесу навчання кожної особи, зареєстрованої на курсі, і проявляти свою зацікавленість у результатах навчання, своєчасно виявляти проблеми і допомагати їх розв'язувати. Після вивчення кожного модуля варто підвести підсумки і привітати слухача із вдалим завершенням певного етапу навчання. Учень має бути задоволений своєю роботою протягом навчального періоду і досягнутими результатами.

Таким чином, для результативного дистанційного курсу необхідним є як якісний навчальний матеріал, так і підтримка мотивації до навчання. Це є досить складним завданням в умовах дистанційного навчання, оскільки на відстані зменшується безпосередній вплив особистості викладача, колективу. Робота в мережі Інтернет відрізняється від роботи в аудиторії і вимагає сформованості специфічних навичок. Поетапне формування мотивації дозволяє пожвавити навчання в дистанційному курсі, зацікавити слухача в результативності навчання, створити робочу атмосферу.

1. Moodle [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.moodle.org. – Заголовок з екрана, 2009.

2. Дистанційний курс «Математика» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.dn.npu.edu.ua/login/index.php. – Заголовок з екрана, 2009.

3. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

4. Смирнова-Трибульская Е.Н. Основы формирования информатических компетентностей учителей в области дистанционного обучения. Монография. – Херсон: Айлант, 2007. – 704 с.

5. Хара О.М. Психологічні особливості дистанційного навчання математики./ О.М.Хара // Математика в школі. – 2008. – № 9. – С. 32-35.

Резюме. **Хара А.Н. МОТИВАЦИЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ДИСТАНЦИОННОМ КУРСЕ ПО МАТЕМАТИКЕ.** *В статье раскрыты способы повышения мотивации абитуриентов к изучению математики в дистанционном курсе.*

Ключевые слова: *мотивация, дистанционное обучение, математический дистанционный курс.*

Summary. **Khara A. THE TUITION ACTIVITY MOTIVATION IN THE DISTANCE COURSE OF MATHEMATICS.** *The article regards methods of increase of tuition activity motivation in the mathematics distance course.*

Keywords: *motivation, distance learning, Mathematics distance course.*

Стаття представлена професором В.Г.Бевз.

Надійшла до редакції 12.10.2009р.

ПРО ПОГЛИБЛЕННЯ ПОНЯТТЯ “ПРОГРЕСІЯ” В МОДУЛІ “ЧИСЛОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ” ДИСЦИПЛІНИ “МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ” ДЛЯ МОЛОДШИХ СПЕЦІАЛІСТІВ КОМП’ЮТЕРНО ОРІЄНТОВНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

В.В.Тихонова,
викладач,
Промислово-економічний коледж НАУ,
О.Л.Лещинський,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Промислово-економічний коледж,
О.П.Томащук,
канд. педагог. наук, доцент,
Український центр оцінювання якості освіти,
В.А.Гроза,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Національний авіаційний університет,
м. Київ, УКРАЇНА

Розглянуто задачі на дослідження властивостей рекурентно заданих числових послідовностей як пропедевтика вивчення спеціальних дисциплін студентами вищих навчальних закладів І-ІІ рівнів акредитації комп’ютерно орієнтовних спеціальностей.

Ключові слова: *прогресія, пропорція, числова послідовність, рекурентна формула.*

У багатьох вищих навчальних закладах І-ІІ рівнів акредитації України здійснюється підготовка молодших спеціалістів за спеціальністю 5.05010301 “Розробка програмного забезпечення”. В місті Києві, наприклад, підготовку вказаних фахівців здійснюють Промислово-економічний коледж НАУ, Коледж зв’язку, Коледж інформаційних технологій і землевпорядкування НАУ, радіомеханічний коледж НАУ, Київський технікум електронних приладів та інші. Математична освіта майбутніх програмістів середньої ланки складається з наступних дисциплін: математика (шкільна компонента), лінійна алгебра та аналітична геометрія, математичний аналіз, диференціальні рівняння, дискретна математика, теорія ймовірностей та математична статистика, чисельні методи, математична логіка, математичні методи дослідження операцій. Крім того, у навчальному плані підготовки молодших спеціалістів-програмістів істотна увага приділяється, зокрема, специфіці вхідних, проміжних та вихідних даних, яка проявляється, наприклад, наявністю дисципліни “Теорія алгоритмів та структури даних” [1]. Навчальна програма цієї дисципліни передбачає вивчення, зокрема, загальної теорії структур даних та абстрактного типу даних “список”. Зрозуміло, що наявність певних властивостей на множині даних спрощує і оптимізує їх обробку. Групою авторів був виявлений певний “вакуум” з інформаційної точки зору між вивченням дисциплін математичного циклу і вказаною дисципліною.

Досліджуючи це питання, автори прийшли до висновку, що в навчальному модулі “Числові послідовності” дисципліни “Математичний аналіз”, яка читається на другому курсі в третьому семестрі можна вже проводити активну пропедевтичну роботу для “виховання” сприйняття і відчуття певних закономірностей між даними, і починати це виховання доцільно з найпростіших прикладів послідовностей, які мають багатий спектр властивостей – з прогресій. Крім того, поглиблене вивчення поняття “прогресія” дозволяє активізувати студентську пошукову та наукову роботу, яку можна підтримувати на спеціальних гуртках або семінарах.

Таким чином, ***мета роботи*** – *розглянути та обгрунтувати доцыльнысть використання задач на дослідження властивостей рекурентно заданих числових послідовностей як пропедевтики вивчення спеціальних дисциплін студентами вищих навчальних закладів I-II рівнів акредитації комп'ютерно орієнтовних спеціальностей.*

В шкільній математиці розглядаються тільки дві прогресії – арифметична і геометрична [2], хоча з давнини відомо, що прогресій, взагалі кажучи, існує велика кількість. З давніх часів між прогресіями і пропорціями існував певний логічно-змістовний зв'язок, який, на жаль, загублений в наші часи в шкільній математиці. Пропорції суттєво використовуються при обробці статистичних даних, у процесах оптимізації, і вказаний зв‘язок можна використовувати також для ефективної обробки і стиснення вхідних та вихідних даних, зокрема, даних типу “список”. Проаналізувавши дворічний досвід розширення поняття “прогресія” на основі відповідних пропорцій, автори пропонують вивчати елементарні властивості цих прогресій на початку вивчення навчального модуля “Числові послідовності” в дисципліні “Математичний аналіз”. Почати розгляд такого підходу можна з прогресій, які подані в табл. 1.

Таблиця 1

Деякі прогресії, які можна вивести з пропорцій

№	Базова пропорція	Аналітичний запис прогресії	Назва прогресії
1.	$\frac{a-b}{b-c}=\frac{a}{a}$	$a_{i+1}=\frac{a_i+a_{i+2}}{2};\quad a_{i+2}=2a_{i+1}-a_i$	Арифметична (a-прогресія)
2.	$\frac{a-b}{b-c}=\frac{b}{c}$	$b_{i+1}^2=b_ib_{i+2};\quad b_{i+2}=\frac{b_{i+1}^2}{b_i}$	Геометрична (g-прогресія)
3.	$\frac{a-b}{b-c}=\frac{a}{c}$	$\frac{1}{h_{i+1}}=\frac{\frac{1}{h_i}+\frac{1}{h_{i+2}}}{2};\quad \frac{1}{h_{i+2}}=\frac{2}{h_{i+1}}-\frac{1}{h_i},$ $h_{i+2}=\frac{h_ih_{i+1}}{2x_i-h_{i+1}}$	Гармонічна (h-прогресія)
4.	$\frac{a-b}{b-c}=\frac{c}{a}$	$\frac{1}{h_{i+1}}=\frac{h_i+h_{i+2}}{h_i^2+h_{i+2}^2};$ $h_{i+2}=\frac{h_{i+1}\pm\sqrt{h_{i+1}^2+4h_ih_{i+1}-4h_i^2}}{2}$	Антигармонічна ($\overline{h}$ -прогресія)
5.	$\frac{a-b}{b-c}=\frac{c}{b}$	$x_{i+2}=\frac{x_{i+1}\pm\sqrt{5x_{i+1}^2-4x_{i+1}x_i}}{2}$	–

6.	$\frac{a-b}{b-c}=\frac{b}{a}$	$x_{i+2}=\frac{x_{i+1}x_i+x_{i+1}^2-x_i^2}{x_{i+1}}$	–
7.	$\frac{a-b}{b-c}=\frac{b}{c}$	$x_{i+2}=\frac{x_{i+1}+x_i\pm\sqrt{x_i^2-3x_{i+1}^2+2x_ix_{i+1}}}{2}$	–
8.	$\frac{a-b}{a-c}=\frac{a}{b}$	$x_{i+2}=\frac{x_{i+1}^2-x_ix_{i+1}+x_i^2}{x_i}$	–
9.	$\frac{a-c}{b-c}=\frac{a}{c}$	$x_{i+2}=x_i\pm\sqrt{x_i^2-x_ix_{i+1}}$	–
10.	$\frac{a-b}{a-c}=\frac{a}{c}$	$x_{i+2}=\frac{x_i^2}{2x_i-x_{i+1}}$	–
11.	$\frac{a-c}{b-c}=\frac{c}{b}$	$x_{i+2}=x_{i+1}\pm\sqrt{x_{i+1}^2-x_ix_{i+1}}$	–
12.	$\frac{a-b}{a-c}=\frac{b}{a}$	$x_{i+2}=\frac{2x_ix_{i+1}-x_i^2}{x_{i+1}}$	–
13.	$\frac{a-c}{b-c}=\frac{c}{a}$	$x_{i+2}=\frac{x_{i+1}+x_i\pm\sqrt{x_{i+1}^2-3x_i^2+2x_ix_{i+1}}}{2}$	–
14.	$\frac{a-b}{a-c}=\frac{c}{a}$	$x_{i+2}=\frac{x_i\pm\sqrt{4x_ix_{i+1}-3x_i^2}}{2}$	–
15.	$\frac{a-c}{b-c}=\frac{b}{a}$	$f_{i+2}=f_i+f_{i+1}$	Фібоначчієва (f-прогресія)
16.	$\frac{a-b}{a-c}=\frac{c}{b}$	$\tilde{f}_{i+2}=\tilde{f}_i-\tilde{f}_{i+1}$	Квазіфібоначчієва ($\tilde{f}$ -прогресія)

Далі можна зупинитись, наприклад, на a-прогресії. Її можна вивчати, виходячи з означення, яке є на сьогодні класичним [3]:

Арифметичною прогресією називається послідовність дійсних чисел, кожен елемент якої, починаючи з другого, дорівнює сумі попереднього і деякого фіксованого дійсного числа, яке називають різницею цієї прогресії.

Але можна почати і наступним означенням:

Арифметичною прогресією називається послідовність дійсних чисел, кожен елемент якої, починаючи з другого, можна представити у вигляді середнього арифметичного попереднього і наступного, тобто

$$a_{i+1}=\frac{a_i+a_{i+2}}{2};\quad i\in\mathrm{N}.$$

Еквівалентність цих означень очевидна:

$$2a_{i+1}=a_i+a_{i+2},$$

$a_{i+1}-a_i=a_{i+2}-a_{i+1}$ для будь-якого натурального числа *i*. Таким чином, маємо

$$a_{i+k}-a_{i+k-1}=a_{i+k-1}-a_{i+k-2}=$$
$$=\ldots=a_2-a_1=const.$$

Розглянемо пропорцію

$$\frac{a-b}{b-c}=\frac{a}{a},\quad a\neq 0,\quad b\neq c,$$

$$a(a-b)=a(b-c),\ a^2-ab=ab-ac,$$

$$2ab=a^2+ac,\ 2ab=a(a+c),$$

$$2b=a+c,\ b=\frac{a+c}{2}.$$

Якщо розглядати

$$a_i=a,\ a_{i+1}=b,\ a_{i+2}=c,$$

то маємо $a_{i+1}=\frac{a_i+a_{i+2}}{2}$ – друге означення арифметичної прогресії, тобто, виконання першої базової пропорції для всіх послідовних трійок заданої послідовності вказує на те, що ця послідовність є a-прогресією. Аналогічно можна показати зв'язок між іншими прогресіями з таблиці 1 і закономірностями між елементами відповідних послідовностей, які теж природно назвати прогресіями.

Потім, після повторення відомих фактів для a- та g-прогресій, доцільно проілюструвати деякі властивості інших прогресій. Можна розглянути прогресію (у таблиці прогресія 6), яка задається рекурентною формулою

$$x_{i+2} = \frac{x_{i+1}x_i + x_{i+1}^2 - x_i^2}{x_{i+1}}.$$

Перші її члени дорівнюють:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = \frac{2+4-1}{2} = \frac{5}{2},$$

$$x_4 = \frac{\frac{5}{2}\cdot 2 + \frac{25}{4} - 4}{\frac{5}{2}} = \frac{\frac{20}{4} + \frac{25}{4} - \frac{16}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{29}{10}, \quad \ldots$$

Для неї властиве співвідношення:

$$x_n - x_{n-1} = x_n(x_{n+1} - x_n) = x_1(x_2 - x_1).$$

При $x_i > 0, \quad \forall\, i = 1,\ldots,n,$ і $x_{i+1} > x_i, \quad \forall\, i = 1,\ldots,n,$ має місце певна асимптотика: $(x_{n+1} - x_n)\xrightarrow[n\to\infty]{} const,$ тобто елементи даної послідовності із збільшенням n прямують до деякої сталої. Справді,

$$x_{i+2} = \frac{x_{i+1}^2 - x_i x_{i+1} + x_i^2}{x_i} = \frac{x_{i+1}(x_{i+1} - x_i)}{x_i} + x_i,$$

$$\frac{x_{i+2}}{x_{i+1}} = \frac{x_{i+1} - x_i}{x_i} + \frac{x_i}{x_{i+1}} \quad \Rightarrow \quad \frac{x_{i+2}}{x_{i+1}} = \frac{x_{i+1}}{x_i} + \frac{x_i}{x_{i+1}} - 1.$$

З того, що

$$\frac{x_{i+1}}{x_i} - \frac{x_i}{x_{i+1}} = \frac{x_{i+1}^2 - x_i^2}{x_i x_{i+1}},$$

маємо

$$\frac{x_{i+1}}{x_i} = \frac{x_i}{x_{i+1}} + \frac{x_{i+1}^2 - x_i^2}{x_i x_{i+1}},$$

звідки

$$\frac{x_{i+2}}{x_{i+1}} = \frac{x_i}{x_{i+1}} + \frac{x_{i+1}^2 - x_i^2}{x_i x_{i+1} + x_i^2} <$$

$$< \frac{x_i}{x_{i+1}} + \frac{x_{i+1}^2 - x_i^2}{x_i x_{i+1}} = \frac{x_{i+1}}{x_i},$$

тобто $\frac{x_{i+2}}{x_{i+1}} < \frac{x_{i+1}}{x_i}$, що означає, що відношення між сусідніми членами зменшується із збільшенням n. Тоді

$$1 + \frac{x_{i+2}}{x_{i+1}} = \frac{x_{i+1}}{x_i} + \frac{x_i}{x_{i+1}}.$$

Звідси

$$1 + \frac{x_{i+2}}{x_{i+1}} < \frac{x_{i+1}}{x_i} + \frac{x_{i+1}}{x_{i+2}},$$

$\frac{x_{i+1}}{x_i} - \frac{x_{i+2}}{x_{i+1}} > 1 - \frac{1}{\frac{x_{i+2}}{x_{i+1}}}$ при умові, що $x_{i+2} > x_{i+1}$,

Наведені міркування не претендують на завершеність і строгу коректність, а є лише ілюстрацією і в певній мірі подальшого вивчення і дослідження цієї прогресії.

Продовжити запропоновані міркування можна при вивченні деяких властивостей фібоначчієвої прогресії.

Однією з основних властивостей цієї прогресії є асимптотичне прямування її до геометричної прогресії при $n \to \infty$.

<u>Задача 1.</u>

Довести, що при $n \to \infty$ фібоначчієва прогресія асимптотично наближається до геометричної прогресії із знаменником $q = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Для доведення використаємо наступну лему.

Лема 1. Для будь-якого $n \geq 2$ в фібоначчієвій прогресії значення виразу

$$f_{n+1}^2 - f_n^2 - f_n f_{n+1}$$

є постійною величиною, рівною за абсолютним значенням значенню виразу

$$f_n^2 - f_{n-1}^2 - f_{n-1}f_n.$$

Доведення леми 1.

$$f_{n+1}^2 - f_n^2 - f_n f_{n+1} = f_{n+1}(f_{n+1} - f_n) - f_n^2 =$$
$$= f_{n+1}f_{n-1} - f_n^2 = (f_{n-1} + f_n)f_{n-1} - f_n^2 =$$
$$= f_n f_{n-1} + f_{n-1}^2 - f_n^2 = -\left(f_n^2 - f_{n-1}^2 - f_{n-1}f_n\right).$$

Лема доведена. (Доречи, співвідношення $f_{n+1}^2 - f_n^2 - f_{n+1}f_n = f_{n-1}f_{n+1} - f_n^2$ само по собі є цікавим).

Таким чином,

$$\left|f_{n+1}^2 - f_n^2 - f_n f_{n+1}\right| = const = d, \quad d \in \Re,$$

тоді

$$\left|\frac{f_{n+1}^2 - f_n^2 - f_n f_{n+1}}{f_n f_{n-1}}\right| = \left|\frac{f_{n-1} f_{n+1} - f_n^2}{f_n f_{n-1}}\right| =$$

$$= \left|\frac{f_{n+1}}{f_n} - \frac{f_n}{f_{n-1}}\right| = \frac{d}{f_n f_{n-1}} \underset{n\to\infty}{\to} 0,$$

тобто відношення між сусідніми членами є величина стала:

$$\frac{f_{n+1}}{f_n} \underset{n\to\infty}{\to} const = q,$$

тоді

$$f_{n+1} \underset{n\to\infty}{\to} f_n q, \quad f_{n+2} \underset{n\to\infty}{\to} f_n q^2.$$

З визначення фібоначчієвої прогресії маємо:

$$f_{n+2} = f_n + f_{n+1}, \quad f_1 = f_2,$$

$$f_n q^2 \underset{n\to\infty}{\to} f_n + f_n q,$$

з асимптотичної точки зору маємо:

$$f_n q^2 = f_n + f_n q, \quad q^2 - q - 1 = 0.$$

Звідси $q = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ (від'ємний корінь останнього рівняння не влаштовує зміст міркувань).

Наступним прикладом може бути прогресія, що задається рекурентною формулою $x_{i+2} = x_{i+1} \pm \sqrt{x_{i+1}^2 - x_i x_{i+1}}$ (прогресія 11 у табл. 1). Її можна розглядати наступним чином:

$$x_n - x_{n-1} = \sqrt{x_{n-1}^2 - x_{n-1} x_{n-2}},$$

$$\frac{x_n - x_{n-1}}{x_{n-1}} = \sqrt{\frac{x_{n-1}(x_{n-1} - x_{n-2})}{x_{n-1}^2}},$$

$$\frac{x_n}{x_{n-1}} - 1 = \sqrt{1 - \frac{x_{n-2}}{x_{n-1}}}. \qquad (*)$$

Нехай

$\delta_n = \sqrt{1 - \dfrac{x_{n-2}}{x_{n-1}}}$, тоді $\dfrac{x_n}{x_{n-1}} = 1 + \delta_n$. Аналогічно $\dfrac{x_{n-1}}{x_{n-2}} = 1 + \delta_{n-1}$, причому $\delta_n \neq 0\ \forall n$.

Тут можуть бути два випадки:

1) $0 < \delta_{n-1} < \delta$, де δ – додатній корінь рівняння $\delta^2 + \delta - 1 = 0$. Тоді

$$\delta_n = \sqrt{1 - \frac{1}{1+\delta_{n-1}}} > \delta_{n-1}.$$

$$\delta_{n-1}^2 + \delta_{n-1} - 1 < 0,$$

тому що $0 < \delta_{n-1} < \delta$. Тому

$$\sqrt{\frac{\delta_{n-1}}{1+\delta_{n-1}}} < \delta \quad .$$

Нехай $\delta_{n-1} = \delta - \delta'$, тоді маємо

$$\frac{\delta - \delta'}{1 + \delta - \delta'} < \delta^2; \quad \delta - \delta' < \delta^2 + \delta^3 - \delta^2\delta'.$$

Звідси $\delta' > \delta^2\delta'$, тобто $\delta^2 < 1$. Тому $\delta_{n-1} < \delta_n < \delta$.

2) При умові, що $\delta_{n-1} > \delta$, має місце нерівність $\delta < \delta_n < \delta_{n-1}$.

Після піднесення до квадрату лівої і правої частини рівності (*) маємо:

$$\frac{x_n^2}{x_{n-1}^2} - 2\frac{x_n}{x_{n-1}} + 1 = 1 - \frac{x_{n-2}}{x_{n-1}}.$$

Після спрощення маємо:

$$\frac{x_n}{x_{n-1}} = 2 - \frac{x_{n-2}}{x_n},$$

або, що те ж саме:

$$\frac{x_{n-1}}{x_{n-2}} = 2 - \frac{x_{n-3}}{x_{n-1}}.$$

Віднімаючи дві останні рівності, маємо

$$\frac{x_n}{x_{n-1}} - \frac{x_{n-1}}{x_{n-2}} = -\frac{x_{n-2}}{x_n} + \frac{x_{n-3}}{x_{n-1}} \le \frac{x_{n-3} - x_{n-2}}{x_n}$$

Тобто $\dfrac{x_n}{x_{n-1}} \le \dfrac{x_{n-1}}{x_{n-2}}$. Знак "<" обов'язково приводить до висновку про постійність членів прогресії, що суперечить "+", тому можливий тільки знак "=". Тоді

$$\frac{x_n}{x_{n-1}} = \frac{x_{n-1}}{x_{n-2}},$$

тобто досліджувану послідовність теж можна асимптотично апроксимувати геометричною прогресію зі знаменником q, який знаходиться з породжуючої пропорції:

$$\frac{q^2 - q}{q^2 - 1} = \frac{q}{q^2}, \text{ тобто } \frac{q(1-q)}{(q+1)(q-1)} = \frac{1}{q},$$

$$\frac{q}{q+1}=\frac{1}{q}, \quad q^2-q-1=0.$$

Тобто при $n \to \infty$ прогресія (11) веде себе майже як геометрична прогресія і як фібоначчієва.

1. Берзтисс А.Т. Структуры данных. – М.: Статистика, 1974. – 408 с.

2. Шилова Э.З. Повторим математику / Учебное пособие для поступающих в вузы. Изд-е 2-е, доп. – М.: Высшая школа, 1974. – 519 с.

3. Великий довідник школяра: Природничі науки: 5-11(12) класи. – Харків: ВД «Школа», 2008. – 896 с.

Резюме. **Тихонова В.В., Лещинский О.Л., Томащук О.П., Гроза В.А. ОБ УГЛУБЛЕНИИ ПОНЯТИЯ «ПРОГРЕССИЯ» В МОДУЛЕ «ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ» ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» ДЛЯ МЛАДШИХ СПЕЦИАЛИСТОВ КОМПЬЮТЕРНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ.** *Рассмотрены задачи на исследование некоторых свойств рекуррентно заданных числовых последовательностей как пропедевтика изучения специальных дисциплин студентами высших учебных заведений I-II уровней аккредитации компьютерно ориентированных специальностей.*

Ключевые слова: *прогрессия, пропорция, числовая последовательность, рекуррентная формула.*

Summary. **Tikhonova V., Leshchinskij O., Tomaschuk O., Groza V. EXTENDING THE CONCEPT “PROGRESSION” IN THE MODULE “NUMERICAL SEQUENCES” OF THE DISCIPLINE “MATHEMATICAL ANALYSIS” FOR JUNIOR SPECIALISTS OF COMPUTER-ORIENTED SPECIALTIES**. *Problems on investigation some properties of recurrent sequences as preparing to studying special disciplines for students of I-II level higher educational establishments of computer-oriented specialties have been considered.*

Key words: *progression, proportion, numerical sequence, recurrence relation*

Стаття представлена професором В.О.Швецом..
Надійшла до редакції 19.09.2009р.

ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ ІНЖЕНЕРНО-МАШИНОБУДІВНОГО ПРОФІЛЮ

К.В.Власенко,
канд. педагог. наук, доцент,
Донбаська державна машинобудівна академія,
м. Краматорськ, УКРАЇНА

Розглядається план заходів, спрямованих на удосконалення кожного етапу системи управління якістю вищого технічного навчального закладу в цілому та аналізується підвищення якості підготовки з вищої математики фахівців машинобудівного профілю ДДМА. В результаті аналізу певних заходів розроблено модель-схему інтеграції навчального матеріалу вищої математики та загальноінженерних і професійно-орієнтованих дисциплін підготовки інженерів-машинобудівників та схему забезпечення вихідних положень комп'ютеризації навчального процесу з вищої математики.

Ключові слова: *управління якістю, інтеграція навчального матеріалу, інженери-машинобудівники, комп'ютеризація навчального процесу.*

Питання якості інженерно-машинобудівної освіти, уніфікації та адаптивності освітніх програм, зрозумілості їх змісту та можливості практичної реалізації, визнання документів про освіту належать до проблем, пов'язаних із стандартизацією освіти.

Якість математичної освіти пропонується підвищувати за такими напрямками, як розробка методологічних основ методики навчання математики (О.К.Артемов, М.І.Бурда, М.І.Зайкін, Т.В.Крилова, В.І.Крупіч, Г.І.Саранцев, З.І.Слєпкань, О.І.Скафа, А.В.Хуторський, В.О.Швець та ін.), реалізація внутрі- й межпредметних зв'язків (Н.Я.Віленкін, В.О.Далінгер, В.М.Монахов, П.М.Эрднієв и др.), розробка інтегрованих курсів (О.І.Азевич, І.Т.Богданов, В.Ф.Бутузов, Л.С.Капкаєва, О.С.Симонов, Ю.М.Колягін, Г.Л.Луканкін, Т.С.Полякова та ін.), прикладна спрямованність (П.Т.Апанасов, С.С.Варданян, І.В.Єгорченко, Н.О.Терешин, І.М.Шапіро, В.О.Швець та ін.), укрупнення дидактичних одиниць (О.К. Артемов, С.А. Атрощенко, Г.І. Саранцев, П.М. Эрднієв та ін.), наступність (Ю.М.Колягін, М.Л.Сагателян, Л.Ю.Нєстєрова та ін.), застосування математичного моделювання (І.І.Баврін, Т.В.Крилова, В.А.Петрук, В.Г.Скатецький, Н.О.Терешин, В.Н.Щенніков та ін.).

Метою нашої статті *є аналіз та розробка плану заходів, спрямованих на удосконалення кожного етапу системи управління якістю вищого технічного навчального закладу в цілому та підвищення якості підготовки з вищої математики фахівців машинобудівного профілю.*

Так, у Донбаській державній машинобудівній академії (ДДМА) було визначено необхідність цілої низки заходів, ряд з яких вже втілено в життя та реально забезпечує підвищення якості математичної підготовки фахівців інженерно-машинобудівного профілю.

1. Розробка галузевих стандартів вищої освіти (ОКХ і ОПП) для фахівців інженерно-машинобудівного профілю всіх освітньо-кваліфікаційних рівнів.

У загальному підсумку за два роки в ДДМА було розроблено освітньо-кваліфікаційні характеристики (ОКХ), освітньо-професійні програми (ОПП) з інженерно-машинобудівних профілів підготовки за всіма освітньо-кваліфікаційними рівнями. Розробці проектів Державних стандартів вищої освіти передувала цілеспрямована робота по вивченню кваліфікаційних вимог до інженерів-машинобудівників за всіма освітньо-кваліфікаційними рівнями. Ця робота проводилася безпосередньо на багатьох крупних машинобудівних підприємствах, серед яких є Новокраматорський машинобудівний, Старокраматорський машинобудівний заводи, Енергомашспецсталь, Котельно-механічний завод та інші. За цим аналізом з'ясовано, що математичний апарат фахівця машинобудівної галузі визначається, як взаємозв'язана сукупність мови, моделей і методів математики, орієнтована на розв'язок інженерних задач. Технічні науки розвиваються у нерозривному зв'язку з математикою. Це виявляється, з однієї сторони, у використанні математичного апарата для розв'язку науково-технічних задач. З іншого боку, інженерна практика орієнтує і стимулює розвиток самої математики. Курс вищої математики закладає основи математичної освіти студента. Дисципліна «Вища математика» відноситься до циклу природничо-наукової загально-технічної підготовки і відповідає Освітньо-професійній програмі підготовки бакалаврів за напрямами: 6.050502 «Інженерна механіка», 6.050503 «Машинобудування», 6.050504 «Зварювання», 6.050401 «Металургія», 6.050402 «Ливарне виробництво».

Мета курсу вищої математики – забезпечити студента знаннями, які необхідні для вивчення дисциплін циклу природничо-наукової загально-технічної підготовки та циклу професійно-орієнтованих дисциплін.

Завдання дисципліни полягає у тому, що студенти повинні:

знати (декларативні знання):

– усі відомі математичні моделі, які застосовуються у прикладних задачах техніки;

– методи розв'язання математичних задач;

– методи підведення розв'язання до практичного результату;

– методи контролю правильності розв'язання;

– методи збирання даних, потрібних для розв'язання практичних задач;

– методи обробки даних за допомогою інформаційних технологій.

уміти (процедурні знання):

– складати і аналізувати математичні моделі простих реальних задач;

– вибирати раціональні методи дослідження математичної моделі;

– застосовувати відповідний математичний апарат до розв'язання задач;

– доводити розв'язок задачі до практично прийнятного результату;

– діяти з розмірними величинами;

– оцінювати порядок величин та їх асимптотику;

– вибирати й використовувати обчислювальні методи і засоби;

– застосовувати сучасні інформаційні програмовані засоби, довідники і таблиці.

2. Розробка інформаційних пакетів європейської системи перезарахування кредитів ECTS для інженерно-машинобудівних спеціальностей, за якими ведеться підготовка; співробітництво з цього питання зі спорідненими кафедрами інших навчальних закладів з метою розробки єдиних інформаційних пакетів.

Розробка інформаційних пакетів, а саме розділів дисципліни «Вища математика», здійснюється згідно «Положення про організацію навчального процесу в Донбаській державній машинобудівній академії в умовах кредитно-модульної системи підготовки фахівців».

Програма курсу вищої математики складена в обсязі, необхідному для вивчення загальнонаукових, загальноінженерних і спеціальних дисциплін, розвитку навичок, необхідних для застосування математичних методів у роботі інженера. Для вирішення завдань Освітньо-професійної програми підготовки фахівця інженерно-машинобудівного профілю рекомендується наступний розподіл навчального часу (табл. 1).

Тематичний план навчання вищої математики складається з семи модулів таким чином, що вивчення студентами курсу є необхідною умовою для засвоєння загальноінженерних та професійно-орієнтованих дисциплін.

Аналіз інформаційного пакету допоміг створити модель-схему інтеграції навчального матеріалу вищої математики та загальноінженерних і професійно-орієнтованих дисциплін підготовки інженерів-машинобудівників. Для структурування змісту курсу вищої математики було використано метод графів. При формуванні направлених графів з'являється можливість урахувати всі переходи в матеріалі дисципліни, уникнути його дублювання, забігання наперед, необґрунтованого повторення (рис. 1).

Таблиця 1

Розподіл навчального часу

три-местр	Усього		Розподіл за триместрами та видами занять (денне відділення, звичайне)					триместр атест.
	Годин	кредитів	Лекц.	Практичн.	Контр. роб.	Самостійна робота студента		
						Усього	У тому числі на виконання індивідуальних завдань	
1	288	8	45	60	4	179	20	мод.
2	144	4	36	27	4	77	20	мод.
3	144	4	27	36	6	75	15	екз.
Усього	576	16	108	123	14	331	55	

3. Розробка єдиних організаційно-методичних принципів здійснення безперервної професійної, психологічної, фундаментальної підготовки.

Навчання студентів вищої математики, особливо в умовах використання інформаційно-комунікаційних технологій, повинне базуватися на глобальних макродидактичних принципах організації професійної інженерно-машинобудівної підготовки, що будуть сформульовані в інформаційній концепції проектування методичної системи навчання вищої математики в процесі навчання тандему «студент+комп’ютер».

Одним із напрямків інтенсифікації навчального процесу з вищої математики повинно бути застосування сучасних інформаційних, телекомунікаційних та комп’ютерних технологій.

Вихідними положеннями комп’ютеризації математичної освіти майбутніх інженерів-машинобудівників є:

- всебічна комп’ютеризація навчальної діяльності;
- індивідуалізація навчання;
- активізація навчання;
- використання при навчанні завдань професійної діяльності;
- оволодіння сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями (ІКТ).

Реалізація вихідних положень комп’ютеризації навчального процесу з вищої математики майбутніх інженерів-машинобудівників ґрунтується на наступних принципах (рис. 2).

1) створення інформаційно-навчальних середовищ на робочому місці викладача на основі локальних і глобальних комп’ютерних мереж;

2) розподіл обчислювальних та інформаційних ресурсів у локальній комп’ютерній мережі академії, використання при навчанні та навчальної діяльності глобальних мереж (Internet тощо);

3) використання електронних варіантів навчальних посібників і електронних бібліотек та комп’ютерного документообігу;

4) створення та впровадження навчальних систем різних видів, орієнтація на інтелектуальні та візуальні навчальні системи (навчально-методичні комплекси);

5) створення комп’ютерних технологій навчання, практична робота з інформаційно-комунікаційними технологіями під час навчання та науково-дослідної роботи;

6) акцентування уваги студентів на можливостях застосування персонального комп’ютеру (ПК) та інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у подальшій професійній діяльності, застосування при навчанні інформаційних та програмних засобів, що можуть використовуватися в майбутній професійній діяльності.

4. Розробка системи комплексного навчально-методичного забезпечення навчального процесу та самостійної роботи з вищої математики.

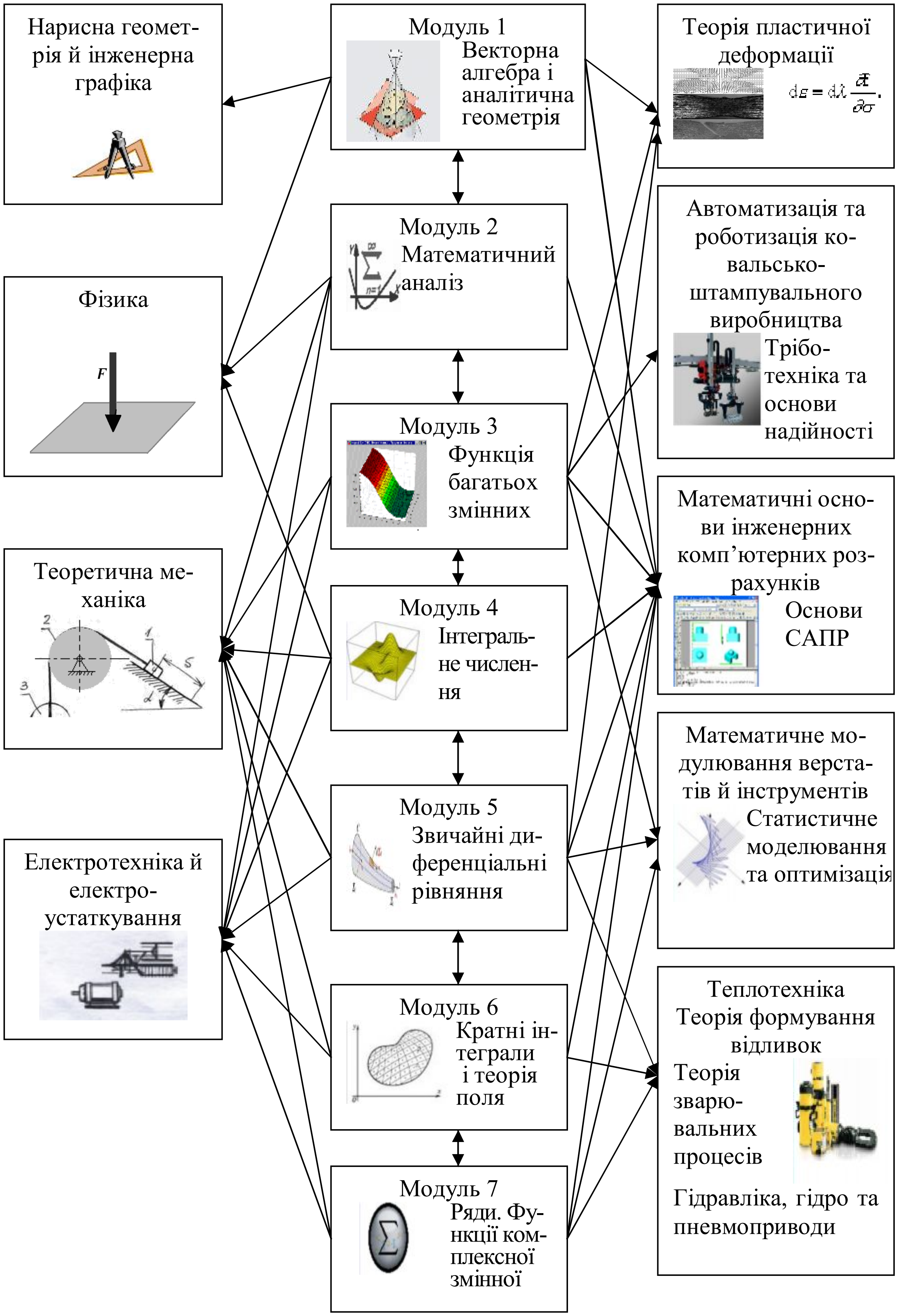


Рис. 1. Модель інтеграції навчального матеріалу вищої математики та загальноінженерних і професійно-орієнтованих дисциплін підготовки інженерів-машинобудівників

Формування і розвиток рівня самостійної роботи здійснюється шляхом проведення на високому науково-теоретичному і практичному рівнях усіх видів навчальних занять в тісному поєднанні з планомірною організацією самостійної роботи.

Підхід, що пропонується в дослідженні, засновано на положеннях інформаційної концепції поліізоморфної системи змісту технологій навчання [2] вищої математики та розвиває класичні концепції й сучасні методики у пристосуванні до математичної освіти майбутніх інженерів-машинобудівників в інформаційному комп’ютеризованому суспільстві. При такому підході навчально-методичний комплекс предназначено для навчання математики тандему «студент+комп’ютер».

Навчальні заняття та організація самостійної роботи виступають як єдиний цілеспрямований процес підготовки фахівців. Нами розроблені методичні рекомендації з метою забезпечення єдиного підходу до розробки методичних вказівок по організації та плануванню навчального процесу та самостійної роботи з вищої математики.

5. Розробка системи безперервного оцінювання якості.

Контроль знань студентів з вищої математики здійснюється згідно «Положення про рейтингово-модульну систему оцінювання знань» (РМСО). Головна мета впровадження РМСО – поліпшення якості навчання шляхом активізації навчальної діяльності, стимулювання ритмічної роботи студентів на протязі семестру, підвищення об’єктивності оцінки знань. Загальну методичну документацію РСНД складають РГР (розрахунково-графічні роботи), тестові завдання, контрольні роботи, тексти модульних та екзаменаційних завдань.

Комплексні контрольні роботи містять необхідну документацією (критерії оцінок, рецензії й тощо) у пакеті ККР за різноманітними напрямками та фахами. На початку навчального року створюються семестрові графіки з вказівкою обов’язкових контрольних точок і діапазоном балів по кожній точці дисципліни.

6. Розробка тестів та запровадження моніторингу якості підготовки студентів.

Співвідношення поставленої мети й отриманого результату може з’явитися критерієм якості освіти.

Якщо при оцінці якості освіти виходити зі створення певних технологій і способів перевірки результативності навчання, то питання керування якістю освіти за результатами є очевидним. Якість має дві сторони: відповідність стандартам і відповідність запитам споживачів [3]. Стандарт можна розглядати як засіб, що визначає напрямок і границі використання матеріалу по дисциплінах і, одночасно, бути однією із цілей, що може бути орієнтована на результат освіти [4].

Інтегральним показником якості функціонування педагогічної системи машинобудівної академії є успішність студентів з дисциплін навчального плану. Педагогічний моніторинг як технологія керування пов’язаний з постановкою цілей, аналізом, корекцією, оцінкою й контролем на всіх етапах навчально-виховного процесу.

Головним моментом у моніторингу, що розуміється як «планомірне динамічне відстеження професійного освітнього процесу» [5] є діагностика динаміки професійного розвитку студентів і внесення коректив у процес професійної освіти. Тобто моніторинг включає діагностику, прогнозування й корекцію професійного розвитку особистості й процесу навчання.

Протягом навчального року з вищої математики проводиться 14 діагностичних процедур. Аналіз результатів припускає порівняння показників кожного етапу, відстеження ряду наскрізних, а також зіставлення вхідних і підсумкових показників. Реєструється тип змін успішності студентів як висхідний, рівний, спадний, невизначений.

Однією з діагностичних процедур, що проводиться наприкінці кожного модуля є тест. Тест з вищої математики складається з двох окремих частин, одна з яких є базовою, і забезпечує перевірку знань і засвоєння основних теоретичних положень та формул з відповідного розділу вищої математики, друга є головною, і забезпечую перевірку вміння виконувати в повному обсязі математичні викладки і одержувати числову відповідь з аналізом отриманого результату із наданням відповідної інтерпретації моделі, в разі необхідності. Частина завдань як базової так головної частин тесту повинні бути професійно спрямованими.

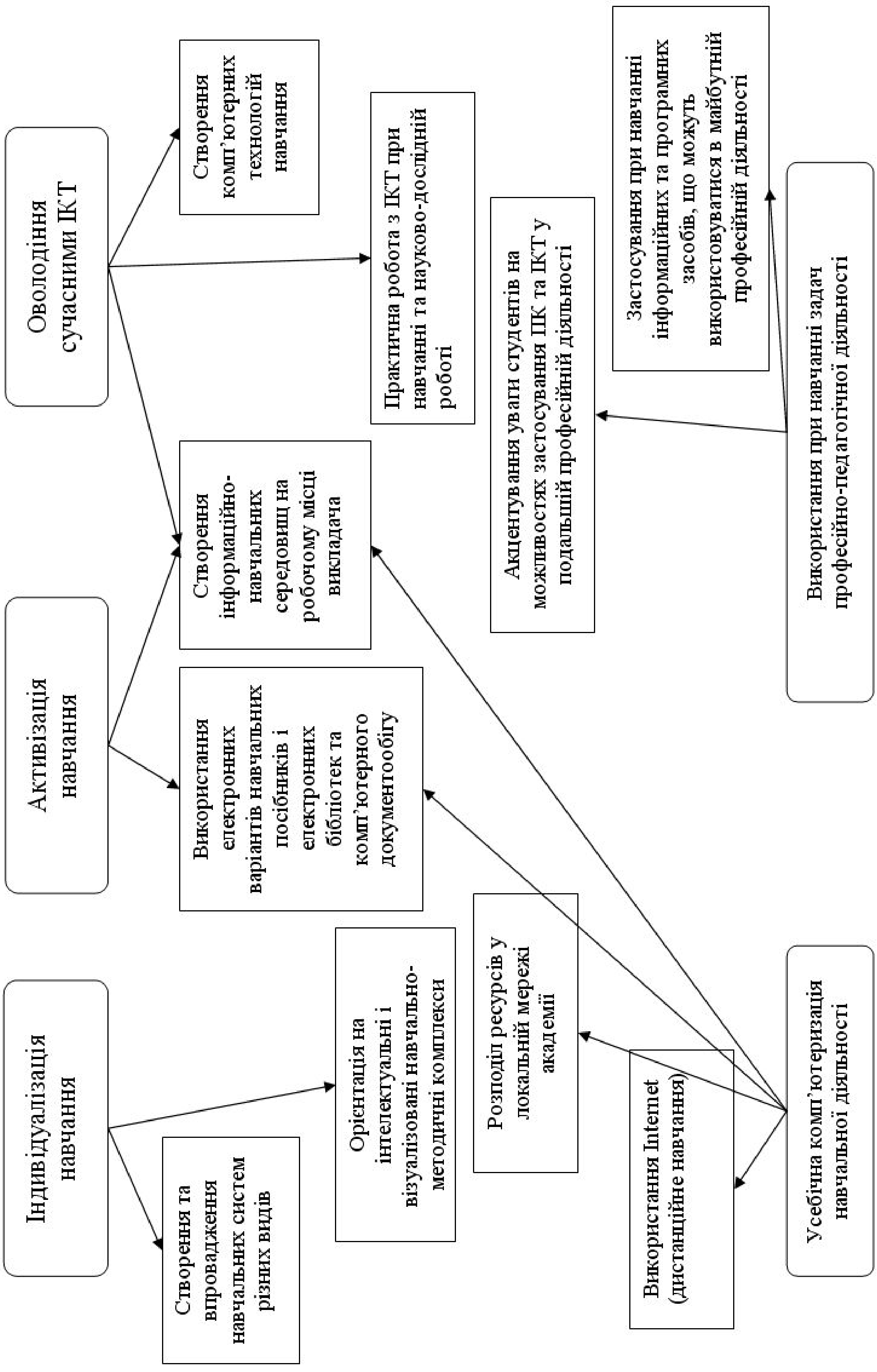


Рис.2. Схема забезпечення вихідних положень комп'ютеризації навчального процесу з вищої математики

Аналіз результатів навчання з вищої математики буде розглянуто в експериментальній частині нашого дослідження.

Таким чином, в Україні зроблено вже досить багато в плані підвищення якості підготовки фахівців, але враховуючи суттєві розбіжності в структурі й завданнях систем вищої освіти України та більшості європейських країн, неможна в наших умовах просто скопіювати все те, що пропонує Європа. Орієнтація на Болонський процес не повинна призводити до надмірної перебудови вітчизняної системи освіти, інакше можна втратити надбання вітчизняної вищої школи ще не встигнувши набути переваг освітніх систем Європи [1]. Потрібні певні структурні зміни в українській системі освіти, а це, в свою чергу, неможливо без відповідних соціально-політичних та економічних змін. Тому процес перебудови системи освіти України потребує, насамперед, значної багатопланової підготовчої роботи – законодавчої, теоретичної, дослідної, у главі кута якої має бути врахування національної специфіки, великого теоретичного і практичного досвіду підготовки кадрів.

1. Андрущенко В.П. Гуманітарна складова формування технічної еліти України/ В.П.Андрущенко // Проблеми та перспективи формування національної гуманітарно-технічної еліти. – Х.: НТУ «ХПІ», 2002. – Вип. 3. – С 14-20.

2. Лазарєв М.І. Полісистемне моделювання змісту технологій навчання загальноінженерних дисциплін: Монографія / М.І.Лазарєв. – Х.: Вид-во Національного фармацевтичного університету, 2003. – 355 с.

3. Носков М.В. К теории обучения математике в технических вузах / М.В.Носков, В.А.Шершнева // Педагогика, 2005. – № 10. – С.12-19.

4. Носков М. Математическая подготовка как интегрированный компонент компетентности инженера (анализ государственных образовательных стандартов)/ М.В.Носков, В.А.Шершнева // Alma Mater (Вестник высшей школы), 2005. – № 7. – С. 45-54.

5. Поташник М.М. Управление качеством образования в школе / М.М.Поташник. – М.: Педобщество, 2006. – 448 с.

Резюме. **Власенко Е.В. ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СПЕЦИАЛИСТОВ ИНЖЕНЕРНО-МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРОФИЛЯ.** *В статье рассматривается план мероприятий, направленных на усовершенствование каждого этапа системы управления качеством высшего технического учебного заведения в целом и анализируется повышение качества подготовки по высшей математики специалистов машиностроительного профиля ДГМА. В результате анализа определенных мероприятий разработана модель-схема интеграции учебного материала высшей математики, общеинженерных и профессионально ориентированных дисциплин подготовки инженеров-машиностроителей, а также схема обеспечения положений компьютеризации учебного процесса по высшей математике.*

Ключевые слова: *управление качеством, интеграция учебного материала, инженеры-машиностроители, компьютеризация учебного процесса.*

Summary. **Vlasenko K. UPGRADING MATHEMATICAL PREPARATION OF SPECIALISTS OF ENGINEER-MACHINE-BUILDING TYPE.** *The plan of measures, directed to the improvement every stage of the control quality of higher technical educational establishment system on the whole is developed the article. The upgrading of quality preparation to higher mathematics of specialists of machine-building type of DSMA is examined in the article. As a result of analysis of certain measures the model-chart of integration of higher math educational material and professionally oriented disciplines in preparation of engineers-machine builders is analyzed. The schema of providing the positions of computerization the educational process on higher mathematics are represented.*

Keywords: *quality management, integration of educational material, machine engineers-builders, computerization of educational process.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 28.09.2009р.

ЦІЛІ ТА ЗМІСТ НАВЧАННЯ ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ У СИСТЕМІ ІНЖЕНЕРНОЇ ОСВІТИ

Н.А.Прокопенко,
асистент,
Донецький національний технічний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Розглянуто вміння з векторної алгебри, які використовуються для розв'язання задач в деяких дисциплінах у системі інженерної освіти. Визначені цілі та зміст навчання векторної алгебри. Складена тематична компонента предметної моделі студента.

Ключові слова: *моделювання студента, предметна модель студента, операційна та тематична компоненти предметної моделі студента, вміння з векторної алгебри.*

Сучасна дійсність вимагає модернізації вищої освіти. Це означає, що в процесі навчання студенти повинні виконувати навчальну діяльність, яка моделює їх майбутню професійну діяльність. Задовольнити цій вимозі може діяльнісне навчання.

Для реалізації діяльнісного навчання в своїй практиці викладач повинен усвідомити і прийняти сформульовані нижче методологічні положення [1,с.7]:

– кінцевою метою навчання є формування способу дій, тобто вмінь, що забезпечують здійснення майбутньої професійної діяльності;

– при проектуванні і організації навчання первинними є задана характером майбутньої спеціальності діяльність і дії, що становлять цю діяльність;

– зміст навчання складає задана характером майбутньої спеціальності система дій і тільки ті знання, які забезпечують виконання всіх цих дій;

– знання не самодостатні, вони є усього лише засобом виконання дій і навчання ним. Знання відіграють службову роль, пояснюючи і готуючи практичні дії;

– в процесі навчання ті, кого навчають, повинні здійснювати навчальну діяльність, яка моделює майбутню професійну діяльність, а не накопичувати знання;

– механізмом здійснення навчальної діяльності є вирішення задач, а не опрацювання навчального матеріалу, і якщо студент не вирішує навчальні задачі, то це означає, що його навчальна діяльність не організована;

– в сучасному розумінні знати – значить за допомогою знань здійснювати певну діяльність, а не тільки пам'ятати певні знання;

– засвоювати знання можна, тільки використовуючи їх і оперуючи ними, а не запам'ятовуючи їх. Запам'ятовування знань повинне бути результатом їх застосування та використання;

– навчання являє собою сукупність двох взаємопов'язаних, але самостійних діяльностей: діяльності навчаючого і діяльності тих, кого навчають, або навчальної діяльності;

– діяльність викладача полягає в проектуванні навчальної діяльності, організації навчальної діяльності і управлінні навчальною діяльністю.

Відповідно до цього принциповим питанням для кожного викладача є проектування навчального курсу: визначення його цілей і змісту. Задача визначення змісту навчального курсу вирішується в процесі структурування знань цього курсу або моделювання навчальної предметної області. Це моделювання полягає в побудові предметної моделі студента, яка складається з тематичної, семантичної, процедурної, операційної і функціональної частин. Цілями навчання є вміння, які забезпечують формування способів дій майбутньої професійної діяльності. Ці вміння складають операційну компоненту предметної моделі студента.

Метою роботи *є визначення цілей та змісту навчання розділу векторна алгебра курсу вищої математики, що викладається студентам інженерних спеціальностей.*

Векторна алгебра є дуже важливим розділом дисципліни «Вища математика» в системі інженерної освіти. При формуванні цілей і змісту навчання векторної алгебри необхідно враховувати, які вміння з цього розділу використовуються як в самому курсі вищої математики, так і в інших дисциплінах. Наведемо приклади використання вмінь з векторної алгебри при розв'язанні деяких задач.

Наприклад, векторна алгебра використовується при розв'язанні задач теорії поля, яка застосовується в гідродинаміці, електростатиці, теорії магнетизму, теоретичній механіці [4] тощо.

Задача 1. *Знайти ротор векторного поля* $\overline{F}=(P,Q,R)$*, де P, Q, R – деякі задані функції змінних x, y, z.*

Розв'язання. Ротор векторного поля $\overline{F}=(P,Q,R)$ – це вектор, який знаходиться за формулою:

$$\overline{rot\overline{F}}=\overline{grad}\times\overline{F}=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ P & Q & R\end{vmatrix}.$$

У результаті отримаємо:

$$\overline{rot\overline{F}}=\left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z}\right)\cdot\bar{i}-\left(\frac{\partial R}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial z}\right)\cdot\bar{j}+\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)\cdot\bar{k}$$

Для розв'язання цієї задачі треба вміти: *за наданими координатами двох векторів знаходити векторний добуток цих векторів.*

Задача 2. *Знайти дивергенцію векторного поля* $\overline{F}=(P,Q,R)$*, де* P, Q, R *– деякі задані функції змінних x, y, z.*

Розв'язання.

$$div\overline{F}=\overline{grad}\cdot\overline{F}=\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}.$$

У цьому випадку треба вміти: *за наданими координатами двох векторів знаходити скалярний добуток цих векторів.*

Задача 3. *За допомогою формули Стокса перетворити криволінійний інтеграл* $\oint\limits_L Pdx+Qdy+Rdz$*, де* P, Q, R *– деякі задані функції змінних x, y, z.*

Розв'язання. Формула Стокса зв'язує криволінійний інтеграл за замкненим контуром L (циркуляцію) з поверхневим інтегралом за поверхнею Σ, що обмежена контуром L:

$$\oint\limits_L Pdx+Qdy+Rdz=\iint\limits_{\Sigma} rot\overline{F}\cdot\overline{n}\,d\sigma,$$

де $\overline{F}=(P,Q,R)$, а $\overline{n}$ – нормальний вектор поверхні Σ.

Для розв'язання цієї задачі необхідно знайти $rot\,\overline{F}$ за формулою $\overline{rot\overline{F}}=\overline{grad}\times\overline{F}$ та обчислити скалярний добуток $rot\overline{F}\cdot\overline{n}$. Для цього треба вміти:

– за наданими координатами векторів знаходити векторний добуток векторів;

– за наданими координатами векторів знаходити скалярний добуток векторів.

Векторна алгебра також застосовується у деяких розділах фізики, наприклад, у кінематиці та динаміці.

Задача 4. *Тіло кинуте зі швидкістю* V_0 *під кутом* α *до горизонту. За польотом тіла спостерігають в оптичну трубу, встановлену в точці кидання. Через який час швидкість тіла буде перпендикулярна вісі труби? Прискорення вільного падіння дорівнює* g*.*

Розв'язання. Спершу зробимо малюнок до задачі (рис.1).

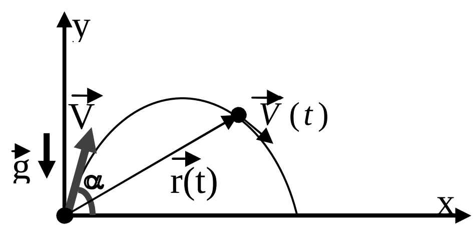


Рис. 1

Необхідно визначити момент часу, коли радіус-вектор точки $\overrightarrow{r(t)}$, що зображає тіло, перпендикулярний швидкості тіла $\overrightarrow{V(t)}$.

Для цього скористаємося умовою перпендикулярності векторів: скалярний добуток перпендикулярних векторів рівний нулю.

$\vec{r}(t)\cdot\vec{V}(t)=0$, де $\overrightarrow{V(t)}=\left(V_x(t),V_y(t)\right)$,

$$\overrightarrow{r(t)}=\left(r_x(t),r_y(t)\right)$$

Виразимо скалярний добуток через координати векторів:

$$\vec{r}(t)\cdot\vec{V}(t)=r_xV_x+r_yV_y,$$

Враховуючи, що $\overrightarrow{V_0(t)}=\left(V_{0x}(t),V_{0y}(t)\right)$ та формули кінематики отримаємо

$$r_x=V_{0x}t, V_x=V_{0x}, r_y=V_{0y}t-\frac{gt^2}{2}, V_y=V_{0y}-gt.$$

Після алгебраїчних перетворень ми отримаємо кубічне рівняння:

$$V_{0x}t\cdot V_{0x}+(V_{0y}t-\frac{gt^2}{2})\cdot(V_{0y}-gt)=0$$

Розв'язком цього рівняння є такі значення t:

$$t_1=0;\ t_{2,3}=\frac{V_0}{2g}\left(3\sin\alpha\pm\sqrt{9\sin^2\alpha-8}\right).$$

Причому значення часу $t_1=0$ відповідає моменту кидка.

Задача 5. *Два тіла кинуті з однаковими по модулю швидкостями V_0 під різними кутами до горизонту – перше тіло під кутом α, друге – 2α до горизонту. Знайти момент часу t, коли вектори швидкості тіл будуть паралельні. Прискорення вільного падіння рівне g.*

Розв'язання. Розглянемо малюнок до задачі (рис. 2).

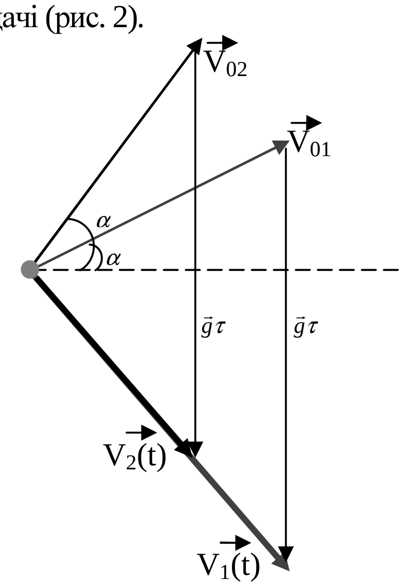


Рис. 2

Вектори $\vec{V}_1(t)=\vec{V}_{01}+\vec{g}t$ і $\vec{V}_2(t)=\vec{V}_{02}+\vec{g}t$, де $\overline{V_{01}}$ та $\overline{V_{02}}$ початкові швидкості першого та другого тіла відповідно, за умовою колінеарні: $\vec{V}_1(t)\parallel\vec{V}_2(t)$.

Для розв'язання скористаємося однією з умов колінеарності двох векторів: векторний добуток двох колінеарних векторів дорівнює нульовому вектору.

Вираз векторного добутку векторів $\overline{V_1}=\left(V_{1x},V_{1y},V_{1z}\right)$ та $\overline{V_2}=\left(V_{2x},V_{2y},V_{2z}\right)$ в прямокутних координатах має вигляд:

$$\vec{V}_1\times\vec{V}_2=(V_{1y}V_{2z}-V_{1z}V_{2y})\vec{i}+$$
$$+(V_{1z}V_{2x}-V_{1x}V_{2z})\vec{j}+(V_{1x}V_{2y}-V_{1y}V_{2x})\vec{k},$$

де $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ – вектори декартового базису. Вважатимемо, що рух відбувається в площині XY. Тоді всі проекції на вісь Z дорівнюють нулю. Для виконання умови колінеарності повинна виконуватися рівність

$$V_{1x}V_{2y}-V_{1y}V_{2x}=0\ (1),$$

де $V_{1x}=V_0\cos\alpha, V_{1y}=V_0\sin\alpha-gt$ та

$$V_{2x}=V_0\cos2\alpha, V_{2y}=V_0\sin2\alpha-gt.$$

Після підстановки координат векторів $\overline{V_1}$ та $\overline{V_2}$ у рівність (1) отримаємо:

$$t=\frac{V_0}{g}\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}.$$

Для розв'язання задач 4, 5 треба вміти:

– виконувати лінійні операції з геометричними векторами;

– за наданими координатами двох векторів знаходити векторний добуток векторів;

– за наданими координатами двох векторів знаходити скалярний добуток векторів.

Задача 6. *Під дією сталої сили $\overline{F}$ матеріальна точка переміщується з точки A у точку B. Знайти роботу, яка при цьому виконується.*

Розв'язання. $A=\overline{F}\cdot\overline{AB}$.

У цьому випадку треба вміти: *за наданими координатами двох векторів на площині, чи у просторі знаходити скалярний добуток цих векторів.*

Задача 7. *Визначити момент сили $\overline{F}$,* *прикладеної до точки* A*, відносно точки O.*

Розв'язання. $\overline{M} = \overline{r} \times \overline{F}$, де $\overline{r} = \overline{OA}$.

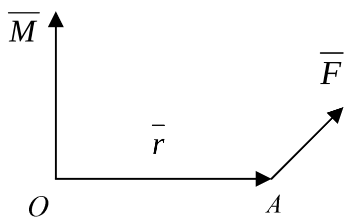


Рис. 3

У цьому випадку треба вміти: *за наданими координатами двох векторів на площині, чи у просторі знаходити векторний добуток цих векторів.*

Векторна алгебра також застосовується і в деяких розділах математики, наприклад: в аналітичній геометрії та теорії функції багатьох змінних [3].

Задача 8. *Скласти рівняння прямої, що проходить через дві задані точки:* $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$.

Розв'язання. Нехай $M(x, y, z)$ – довільна точка прямої. Тоді вектор $\overline{M_1M}$ колінеарний до вектору $\overline{M_1M_2}$. Знайдемо координати цих векторів: $\overline{M_1M} = (x - x_1, y - y_1, z - z_1)$ і $\overline{M_1M_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$. З умови колінеарності векторів, зважаючи на довільність вибору точки $M(x, y, z)$, одержимо рівняння прямої M_1M_2:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}.$$

У цій задачі використовують такі вміння:

– за наданими координатами початку і кінця вектору знайти координати цього вектора;

– за наданими координатами векторів перевірити умову колінеарності векторів.

Задача 9. *Скласти рівняння площини, що проходить через надану точку* $M_0(x_0, y_0, z_0)$ *перпендикулярно даному вектору* $\overline{n} = (A, B, C)$.

Розв'язання: Нехай $M(x, y, z)$ – довільна точка площини. Тоді вектор $\overline{M_0M}$ перпендикулярний вектору $\overline{n} = (A, B, C)$. Знайдемо координати вектора

$$\overline{M_0M} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0).$$

З умови перпендикулярності векторів, зважаючи на довільність вибору точки $M(x, y, z)$, одержимо рівняння площини:

$$\overline{M_0M} \cdot \overline{n} = 0 \text{ або}$$

$$A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) + C \cdot (z - z_0) = 0$$

У цій задачі використовують такі вміння:

– за наданими координатами початку і кінця вектору знайти координати цього вектора;

– за наданими координатами векторів перевірити умову перпендикулярності векторів.

Задача 10. *Скласти рівняння площини, що проходить через три задані точки:* $M_0(x_0, y_0, z_0)$, $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$.

Розв'язання. Нехай $M(x, y, z)$ – довільна точка площини. Тоді вектори $\overline{M_0M}$, $\overline{M_0M_1}$, $\overline{M_0M_2}$ – компланарні. Знайдемо координати цих векторів:

$$\overline{M_0M} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0),$$

$$\overline{M_0M_1} = (x_1 - x_0, y_1 - y_0, z_1 - z_0) \text{ і}$$

$$\overline{M_0M_2} = (x_2 - x_0, y_2 - y_0, z_2 - z_0).$$

З умови компланарності векторів, зважаючи на довільність вибору точки $M(x, y, z)$, одержимо рівняння площини:

$$\left(\overline{M_0M} \times \overline{M_0M_1}\right) \cdot \overline{M_0M_2} = 0 \text{ або}$$

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \end{vmatrix} = 0.$$

У цій задачі використовують такі вміння:

– за наданими координатами початку і кінця вектору знайти координати цього вектора;

– за наданими координатами векторів перевірити умову компланарності векторів.

Задача 11. *Знайти похідну функції* $U = f(x, y)$ *за напрямом вектора* $\overline{l}$.

Розв'язання. Спочатку знайдемо вектор, що є градієнтом функції U:

$$\overline{grad}U = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right).$$

Далі знайдемо орт вектора $\bar{l}$: $\overline{l_0} = \frac{\bar{l}}{|\bar{l}|}$. А потім похідну за напрямом вектору $\bar{l}$:

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{l}} = \overline{grad}\, U \cdot \overline{l_0}.$$

У цій задачі використовують такі вміння:

– за наданими координатами вектора знайти модуль цього вектору;

– за наданими координатами вектора знайти орт цього вектору;

– за наданими координатами двох векторів знайти їх скалярний добуток;

Засвоєння якого-небудь навчального предмету означає послідовне засвоєння вмінь з декількох блоків, що складають систему вмінь. Ці вміння можуть бути розподілені за рубриками: базові, методологічні, загальні, предметні. Базові вміння мають самий загальний сенс і визначаються людською природою студента. У свою чергу, вони визначають його когнітивні (пізнавальні) здібності. Методологічні вміння визначають підхід до пізнання. Загальні вміння виконують організаційні, забезпечуючи і виконавчі функції. Предметні вміння також відносяться до одного певного навчального предмета. Предметні вміння визначаються, насамперед, характером предмета, що вивчається, хоча існують предметні вміння, загальні для різних предметів. На основі базових, методологічних і загальних вмінь будується система предметних вмінь, яка і являє собою операційну предметну модель [2].

З векторної алгебри були виділені такі вміння:

1. За наданими координатами вектора на площині, чи у просторі:

– визначати модуль вектора;

– визначати напрямні косинуси вектора;

– записувати розвинення вектора за декартовим базисом;

– знаходити добуток вектора на число;

– знаходити орт вектора;

– визначати, чи є вектор одиничним;

– визначати, чи є вектор нульовим;

2. Визначати координати вектора на площині, чи у просторі:

– за наданими координатами начала і кінця вектора;

– за наданими напрямними косинусами та модулем;

– за наданим розвиненням вектора за декартовим базисом;

– за наданими координатами орта вектора та модулем;

3. За наданими координатами двох векторів на площині, чи у просторі:

– визначати, чи є вектори рівними;

– знаходити суму та різницю векторів;

– визначати, чи є вектори колінеарними;

– знаходити скалярний добуток векторів;

– визначати, чи є вектори перпендикулярними;

– знаходити проекцію одного вектора на інший;

– визначати косинус кута між векторами;

– знаходити векторний добуток векторів;

– знаходити площу паралелограма і трикутника, що побудовано на цих векторах;

4. За наданими координатами трьох векторів у просторі:

– знаходити мішаний добуток векторів;

– знаходити об'єм піраміди і паралелепіпеду, що побудовані на цих векторах;

– визначати, чи є вектори компланарними;

– визначати, чи можуть три вектори утворювати базис у просторі;

– переходити до нового базису у просторі.

Відповідно цим вмінням була виділена тематична компонента предметної моделі студента:

1. Види векторів.
2. Лінійні операції з векторами.
3. Базис. Проекція вектора на вісь.
4. Способи завдання векторів.
5. Скалярний добуток векторів.
6. Векторний добуток векторів.
7. Мішаний добуток векторів.

Таким чином вміння з векторної алгебри використовуються для розв'язання задач в таких дисциплінах як фізика, теоретична механіка, теорія механізмів та машин, гідродинаміка, електростатика, теоретичні основи електротехніки тощо. Для визначення цілей та змісту навчання векторної алгебри проаналізовано зміст прикладних дисциплін у системі інженерної освіти та визначено тематичну компоненту. Подальша робота повинна полягати в розробці ієрархії та структури предметних вмінь з векторної алгебри та побудови спектрів знань та вмінь кожного предметного вміння. Така робота дасть можливість розробити систему задач, спрямовану на формування предметних вмінь.

1. Атанов Г.О. Знання як засіб навчання. – К., Кондор, 2008.

2. Атанов Г.О. Теорія діяльнісного навчання. – К., Кондор, 2007.

3. Пак В.В., Носенко Ю.Л. Вища математика. – К., Либідь, 1996.

4. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. – М., Высшая школа, 1971.

Резюме. **Прокопенко Н.А. ЦЕЛИ И СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ В СИСТЕМЕ ИНЖЕНЕРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ.** *В статье рассмотрены умения по векторной алгебре, которые используются для решения задач некоторых дисциплин в системе инженерного образования. Определены цели и содержание обучения векторной алгебре. Составлена тематическая компонента предметной модели студента.*

Ключевые слова: *моделирование студента, предметная модель студента, операционная и тематическая компоненты предметной модели студента, умения по векторной алгебре.*

Summary. **Prokopenko N. THE PURPOSE AND CONTENT OF THE VECTOR ALGEBRA TEACHING IN THE SYSTEM OF ENGINEERING EDUCATION.** *The skills that used while solving the problems in vector algebra are given in the article. These problems are necessary at some special disciplines in the system of engineering education. The purpose and content of the vector algebra teaching is determined. The thematic component of the object student model is compound.*

Key words: *student modelling, the student subject model, the operating component and the tematic component of the student subject model, the skills in the vector algebra.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 28.10.2009р.

СПЕКТРАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО РОЗРОБКИ СИСТЕМИ НАВЧАЛЬНИХ ЗАДАЧ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВІ ПРЕДМЕТНОЇ МОДЕЛІ СТУДЕНТА

О.Г.Євсеєва,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Донецький національний технічний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Надано технологію розробки задач з вищої математики на основі семантичної, операційної і процедурної компоненти предметної моделі студента. Сформульовано поняття спектра знань і спектра вмінь задачі. Підхід, що описано, дозволяє створювати систему задач, що спрямовані на формування вмінь, необхідних для засвоєння певної теми.

Ключові слова: *навчальна діяльність, система задач з вищої математики, предметна модель студента, спектр знань задачі, спектр вмінь задачі.*

Центральним поняттям при організації і функціонуванні системи освіти є поняття навчального процесу. Навчальний процес у вищій школі з точки зору діяльнісного навчання являє собою сукупність двох взаємопов'язаних, але самостійних діяльностей: діяльності викладача і діяльності студента. Діяльність викладача називають навчанням, а діяльність студента – навчальною діяльністю.

Під навчальною діяльністю розуміють спеціально організовану діяльність людей, результатом якої є формування способу дій. Стосовно до вищої школи це означає, що студент під час навчання повинен засвоїти способи дій, на використанні яких засновується його майбутня професійна діяльність. У діяльності викладача можна виділити три аспекти: проектування навчальної діяльності, її організація і забезпечення, управління навчальною діяльністю [2].

Функціональне структурування навчальної діяльності передбачає наявність п'яти функціональних частин: змістовної, мотиваційної, орієнтувальної, виконавчої і контрольно-коректувальної (рис. 1) [2]. Змістовна частина визначає предмет діяльності (те, на що діяльність спрямована), і ведуча роль тут належить викладачеві. Роль студента у визначенні змісту навчання пасивна, хоча, звичайно, він може привносити в нього свої особисті елементи. Однак йому відводиться найактивніша роль в засвоєнні цього змісту.

Рис. 1. Схема функціонального структурування навчальної діяльності

Будь-яка діяльність здійснюється шляхом розв‘язування задач, причому ці задачі повинні бути специфічними для діяльності даного виду. У виробничій, науково-дослідній діяльності її прямими продуктами є результати розв‘язування задач, саме для отримання цих результатів й організовується діяльність.

Таким чином, цілям діяльності відповідає факт розв‘язування. Тут не важливо, як розв‘язувалася задача, важливо, що виникло в процесі її розв‘язання. У навчальній же діяльності важливим є не результат, отриманий в процесі розв‘язування задачі, а сам процес розв‘язання, його процедура, бо це є процедура формування способу дій. А формування способу дій і є кінцевою метою навчання. Це центральний момент навчання – навчити розв‘язувати задачі. Вірна ж відповідь на задачу свідчить про високу імовірність того, що спосіб дій сформовано.

У навчальній діяльності розв‘язують навчальні задачі. Поняття «навчальна задача» розглядалося як вченими психологами, так і педагогами. Найбільш продуктивною є точка зору Ю.І.Машбиця, згідно з якою навчальна задача – це *будь-яка* задача, що пред'являється тим, кого навчають, якщо вона спрямована на досягнення навчальних цілей – засвоєння визначеного способу дій [6].

Кожну задачу можна характеризувати її *структурою* – певним набором елементів і зв'язків між ними. Умова задачі – це сукупність розрізнених і роз'єднаних дискретних елементів, якими є об'єкти, уявлення, поняття предметної області. Умови можуть задаватися як явно, так і неявно, і елементами умови можуть також бути підсумки розумової діяльності. Різні автори виділяють різні елементи структури задачі: характеристики даних, характеристики завдання; предметну область, тобто клас об'єктів (предметів), про які йде мова в задачі; відносини, що зв'язують об'єкти предметної області; оператори, тобто сукупність тих дій (операцій), які треба зробити над умовами задачі, щоб виконати її вимоги тощо [3, 7, 8].

Метою даної роботи є методика розробки системи задач з вищої математики на основі предметної моделі студента [0, 2]. У найширшому значенні під моделлю студента розуміють знання про нього, які використовуються для організації процесу навчання. Знання про те, яким ми хочемо бачити студента в результаті навчання, тобто вимоги до його кінцевого стану як за окремими предметами, так і як до фахівця в цілому, називають нормативною моделлю. Нормативна модель щодо фахівця в цілому отримала назву моделі спеціаліста, щодо окремого навчального предмета – предметної моделі [2]. В роботі [4] описано п’ятикомпонентну предметну модель студента з вищої математики, що складається з семантичної, процедурної, операційної, тематичної і функціональної компонент.

З точки зору інженерії знань розрізняють знання декларативні і процедурні [1]. Перші являють собою твердження, або декларації, про об'єкти предметної області, їх властивості і відносини між ними. Загальноприйнята точка зору тут полягає у тому, що декларативні знання – це факти з предметної області, або фактичні знання. Процедурні ж знання – це правила перетворення об'єктів предметної області.

Для розв‘язування задач необхідні як процедурні, так і декларативні знання. Декларативні знання визначають об'єкти і процеси, що беруть участь в умові задачі, їх властивості і закономірності, взаємодії і взаємовідносини. Вони пояснюють сутність справи, що покладена в основу навчальної задачі, і в сукупності визначають загальну компоненту орієнтувальної частини діяльності з розв‘язування цієї задачі, складаючи орієнтувальну основу діяльності. Таким чином, на основі декларативних знань здійснюється загальне орієнтування. У результаті виникає розуміння, які знання необхідно використовувати при розв‘язанні задачі. Крім того, декларативні знання можуть забезпечувати орієнтування на виконання, хоча і меншою мірою, ніж загальне орієнтування.

Процедурні знання дають відповідь на запитання «Як оперувати декларативними знаннями?». Вони визначають характер і порядок перетворення об'єктів предметної області, явно і неявно заданих умовами задачі, визначають практичні дії з переробки декларативних знань, з оперування ними. Процедурні знання лежать в основі орієнтування на виконавчу частину діяльності з розв‘язуванням задачі і самої виконавчої частини (рис. 2).

Головне призначення задач полягає в тому, що вони є засобом формування способу дій. Дії на практиці реалізовуються за допомогою вмінь, формування яких є цілями навчання, а формування вмінь відбувається в процесі розв‘язування задач. Інша роль задач полягає в тому, що вони є засобом контролю сформованості вмінь у студентів. Таким чином, задачі в навчанні відіграють двояку роль — вони є засобом навчання і засобом контролю.

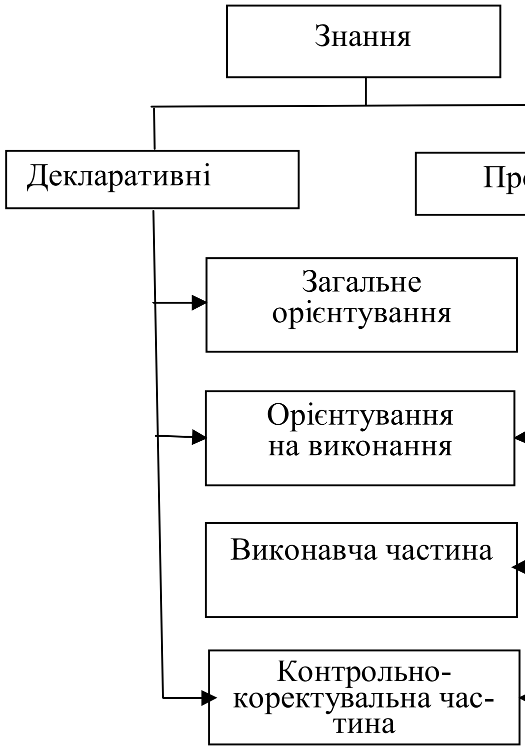


Рис. 2. Ілюстрація ролі знань в діяльності

Вміння, які мають бути сформовані в процесі вивчення якого-небудь предмета, визначає операційна компонента предметної моделі студента. Ці вміння становлять частину змісту навчання (інша частина – це знання, що забезпечують освоєння цих вмінь). Звідси витікає, що до навчальних задач пред'являється жорстка вимога: склад системи задач, що розв‘язуються з курсу, повинен забезпечити формування всіх вмінь, що входять в операційну компоненту предметної моделі студента. За допомогою однієї задачі формується одне або декілька вмінь. Розв‘язування ж задачі забезпечується раніше сформованими вміннями і знаннями, за допомогою яких здійснюється орієнтувальна (загальне орієнтування і орієнтування на виконання) і виконавчі частини діяльності (рис. 3).

Якщо говорити про систему задач, то її спектр вмінь складає сукупність спектрів вмінь всіх задач цієї системи. І зрозуміло, що при визначенні складу системи задач з курсу, необхідно задачі підбирати не просто за тематичною ознакою. У загальній постановці, спектр вмінь усіх задач системи повинен покривати операційну компоненту предметної моделі студента з курсу, іншими словами, в сукупному спектрі вмінь системи задач повинні бути присутні всі вміння операційної компоненти предметної моделі студента. У цьому випадку говорять, що спектр вмінь системи задач повний.

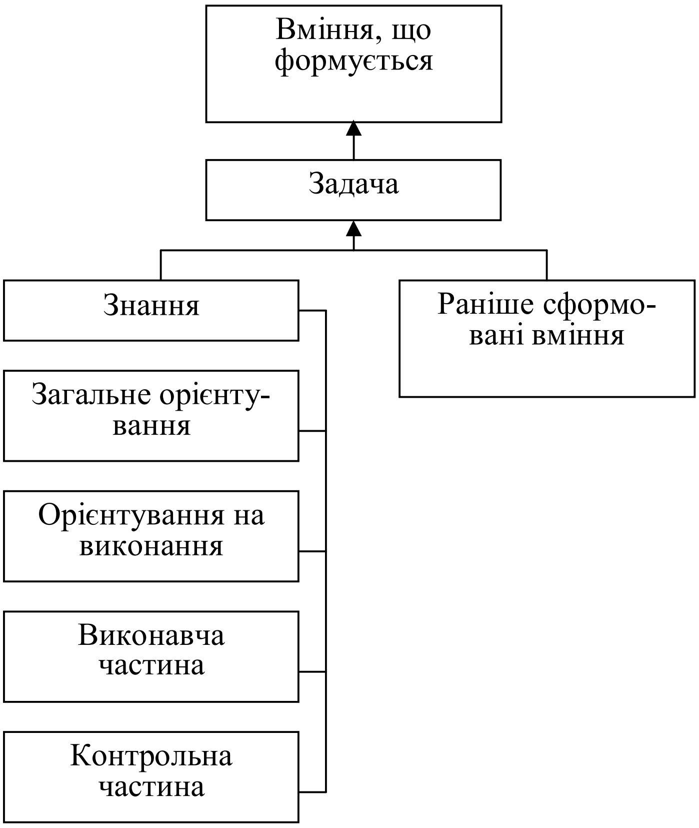


Рис. 3. Схема формування вмінь

Вказані обставини є теоретичним обґрунтуванням для підбору задач, що складають систему з певної дисципліни. Зрозуміло, що немає сенсу включати в цю систему задачі, що мають однакові спектри вмінь. І тільки порівняльний спектральний аналіз великої кількості задач може дозволити отримати такий їх набір, спектр вмінь якого буде повний або близький до нього. При цьому цілком імовірні ситуації, коли виявиться неможливим із наявних задач отримати спектр вмінь достатньої повноти. У цьому випадку доведеться розробляти необхідні задачі самостійно.

Паралельно можна говорити про спектр знань задачі як про знання, які треба застосувати, щоб вирішити цю задачу. Ці знання забезпечують виконання загального орієнтування, орієнтування на виконання і виконавчої частини діяльності з розв‘язування задачі. Велика частина цих знань міститься в семантичному конспекті з відповідної дисципліни [2, 5]. Він має великі потенційні можливості як засіб організації орієнтувальної основи діяльності, особливо при розв‘язанні задач. Адже в конспекті в явному вигляді зібрані знання, які є засобом виконання орієнтування.

Спектр знань задачі задається семантичною и процедурною компонентами предметної моделі студента, а спектр вмінь – операційною компонентою (рис. 4).

Наприклад, розглянемо таку задачу: «Знайти всі вектори, що є перпендикулярними двом векторам $\overline{a} = (3;2;-1)$ і $\overline{b} = (2;-2;4)$, модулі яких дорівнюють 3», яка може бути розв‘язана у два способи.

Алгоритм розв‘язування задачі за першим способом полягає у такому:

1. Ввести невідомі координати вектора, що відшукується.
2. Знайти скалярні добутки невідомого вектора на відомі вектори.
3. Розв’язати систему двох лінійних рівнянь з трьома невідомими. Виразити дві невідомі координати через третю – вільну координату.
4. Знайти модуль невідомого вектора. Записати рівність модуля невідомого век-

тора заданому числу.

5. Розв’язати рівняння, що отримане. Знайти значення вільної координати.

6. Знайти координати векторів, що відшукувались.

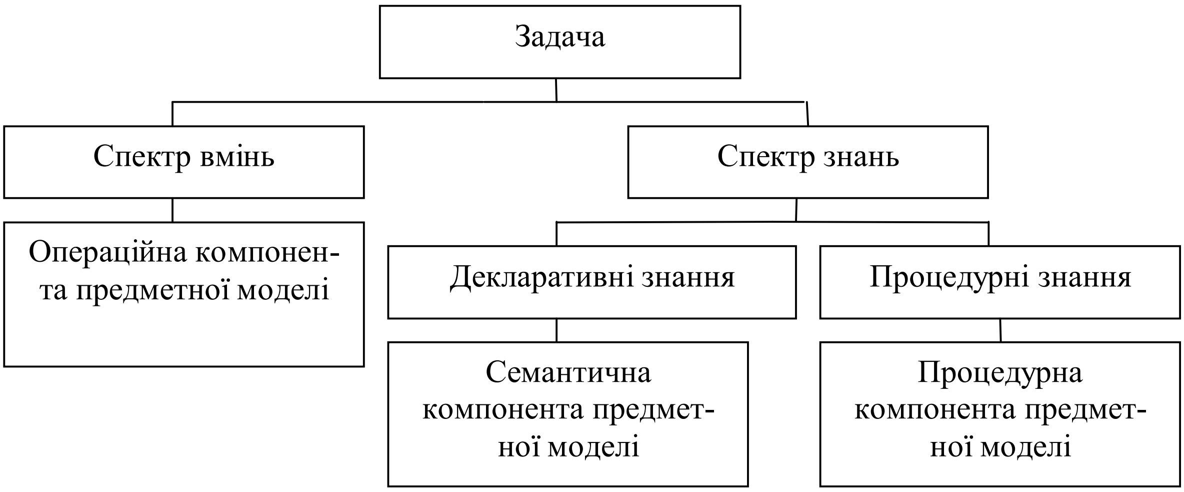


Рис. 4. Спектри вмінь і знань задачі

Алгоритм розв‘язування задачі за другим способом полягає у такому:

1. Ввести невідомі координати вектора, що відшукується.

2. Знайти векторний добуток відомих векторів.

3. Записати умови колінеарності невідомого вектора і вектора, що є векторним добутком відомих векторів.

4. Виразити координати вектора через коефіцієнт пропорційності в умові колінеарності.

5. Знайти модуль невідомого вектора. Записати рівність модуля невідомого вектора відомому числу.

6. Розв’язати рівняння, що отримане. Знайти значення коефіцієнта пропорційності.

7. Знайти координати векторів, що відшукувались.

Спектр знань задачі складається з таких знань:

1. Декларативні знання:

- визначення понять: вектор, координати вектора, скалярний добуток векторів, векторний добуток векторів, модуль вектора, колінеарність векторів, перпендикулярність векторів.
- ознаки: колінеарності векторів, перпендикулярності векторів.

2. Процедурні знання:

- алгоритм знаходження модуля вектора;
- алгоритм знаходження векторного добутку двох векторів;
- алгоритм знаходження скалярного добутку двох векторів;
- алгоритм знаходження вектора, що є колінеарним наданому;
- алгоритм розв’язання невизначеної системи рівнянь методом Гауса;
- алгоритм обчислення визначника 3-го порядку.

Спектр вмінь задачі складається з таких вмінь:

1. Вміння з векторної алгебри:

- за наданими координатами двох векторів знаходити: скалярний добуток векторів, векторний добуток векторів;
- за наданими координатами вектора знаходити модуль вектора;
- знаходити вектор, що є колінеарним наданому;

2. Вміння з лінійної алгебри:

- розв’язувати невизначену систему лінійних рівнянь методом Гауса;
- обчислювати визначник 3-го порядку.

3. Вміння з елементарної математики:

- вилучати квадратний корінь з числа;

• вилучати корінь квадратний з невідомої величини;

• знаходити невідому величину за її модулем.

Для розв‘язання задачі необхідні такі висловлювання семантичного конспекту:

1.9. Модулем вектора називається довжина відрізка, що задає вектор.

1.10. Модуль вектора $\overline{a}$ у символічному вигляді позначається $|\overline{a}|$.

4.18. Модуль вектора дорівнює кореню квадратному з суми квадратів його координат.

4.19. Модуль вектора $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ обчислюється за формулою:

$$|\overline{a}| = \sqrt{a_x^{\ 2} + a_y^{\ 2} + a_z^{\ 2}}\ .$$

6.1. Скалярним добутком двох векторів називається число, яке дорівнює добутку модулів цих векторів на косинус кута між ними.

6.2. Скалярний добуток векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначається $\overline{a} \cdot \overline{b}$.

6.3. Скалярний добуток двох векторів, заданих координатами, дорівнює сумі добутків однойменних координат цих векторів.

6.4. Скалярний добуток векторів $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ і $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$ обчислюється за формулою:

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z\ .$$

6.9. Якщо вектор $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ є перпендикулярним вектору $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, то скалярний добуток цих векторів дорівнює нулю: $\overline{a} \cdot \overline{b} = 0$.

6.10. Якщо вектор $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ є перпендикулярним вектору $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, то виконується умова: $a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = 0$.

7.1. Векторним добутком двох векторів називається вектор, модуль якого дорівнює добутку модулів цих векторів на синус кута між ними, і направлений перпендикулярно площині, в якій знаходяться дані вектори, складаючи з ними праву трійку векторів.

7.2. Векторний добуток векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначається $\overline{a} \times \overline{b}$.

7.3. Векторний добуток двох векторів $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ і $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$ є вектор, координати якого обчислюються за формулою:

$$\overline{a} \times \overline{b} = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ x_{\overline{a}} & y_{\overline{a}} & z_{\overline{a}} \\ x_{\overline{b}} & y_{\overline{b}} & z_{\overline{b}} \end{vmatrix}.$$

9.1. Якщо вектор $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ є колінеарним вектору $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, то виконується умова: $\dfrac{a_x}{b_x} = \dfrac{a_y}{b_y} = \dfrac{a_z}{b_z}$.

9.5. Якщо вектор $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ є перпендикулярним вектору $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, то скалярний добуток цих векторів дорівнює нулю: $\overline{a} \cdot \overline{b} = 0$.

9.6. Якщо вектор $\overline{a} = (a_x; a_y; a_z)$ є перпендикулярним вектору $\overline{b} = (b_x; b_y; b_z)$, то виконується умова:

$$a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = 0\ .$$

Задачник, що містить систему задач, розроблену за описаною технологією, має таку структуру. Після умови в кожній задачі вказуються деякі числа. Це номери висловлювань з семантичного конспекту, що визначають знання, за допомогою яких повинна розв‘язуватися ця задача. Якщо вжити термінологію теорії діяльності, то ці висловлювання в сукупності складають схему орієнтувальної основи діяльності. Суттєво, що в цій схемі не просто вказані знання, потрібні для розв‘язування задачі, але також позначені їх зв'язки з іншими знаннями, з яких вони витікають, якими вони визначаються. Як показала практика, цього виявляється достатньо, щоб активізувати думку основної маси студентів і направити її у потрібне русло.

Значення такого підходу полягає не тільки в тому, що студенти вчаться розв‘язувати задачі з конкретної теми. Нехай навіть не віддаючи собі звіту в цьому, студенти усвідомлювали ведучу роль орієнтування, і у них формується раціональний спосіб дій, вони засвоювали науковий підхід до розв‘язування задач, а значить, і до здійснення діяльності.

1. *Атанов Г.О. Знання як засіб навчання. –К., Кондор, 2008.*

2. *Атанов Г.О. Теорія діяльнісного навчання. – К., Кондор, 2007.*

3. *Балл Г.А. О психологическом содержании понятия «задача» // Вопросы психологии. – 1970. – № 6. – С. 21-22.*

4. *Евсеєва Е.Г. Деятельностное обучение математике в высшей школе. Дидактика математики: проблеми і дослідження // Міжнародний збірник наукових праць. –Вип.25. – Донецьк: ТЕАН, 2006. – С. 197-205.*

5. *Евсеєва Е.Г. Семантический конспект по линейной алгебре. Дидактика математики: Проблеми і дослідження // Міжнародний збірник наукових праць. – Вип. 24. – Донецьк: ТЕАН, 2005. – С. 103-111*

6. *Машбиц Е.И. Психологические основы управления учебной деятельностью. – К.: Вища школа, 1987.*

7. *Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теорія, методика, технология. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439с.*

8. *Столяренко Л.Д. Педагогическая психология. Серия „Учебники и учебные пособия”. – 2-е изд., перераб. и доп. – Ростов н/Д.: Феникс, 2003.*

Резюме. **Евсеева Е.Г. РАЗРАБОТКА УЧЕБНЫХ ЗАДАЧ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ ПРЕДМЕТНОЙ МОДЕЛИ СТУДЕНТА.** *В статье приведена технология разработки задач по высшей математике на основе семантической, операционной и процедурной компонент предметной модели студента. Сформулированы понятия спектра знаний и спектра умений задачи. Описанный подход, позволяет создавать систему задач, которые направлены на формирование умений, необходимых для усвоения определённой темы.*

Ключевые слова: *учебная деятельность, система задач по высшей математике, предметная модель студента, спектр знаний задачи, спектр умений задачи.*

Summary. **Yevseyeva E. CONSTRUCTION OF STUDYING PROBLEMS IN HIGH MATHEMATICS ON THE BASE OF THE STUDENT SUBJECT MODEL.** *In this article the technology of construction problems in high mathematics on base of semantic, operational and procedural components of the student subject model is given. The notions of the knowledge spectrum and the skills spectrum of the problem are formulated. Such the approach gives us the opportunity to compound the system of problems are to be solved by a student for mastering definite theme.*

Key words: *learning activities, the system of problems in high mathematics, the student subject model, of the knowledge spectrum of the problem, the skills spectrum of the problem.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 28.10.2009р.

ПСИХОЛОГО-ДИДАКТИЧНІ ПЕРЕДУМОВИ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

В.Я.Забранський,
канд. педагог. наук, доцент,
Н.В.Вінніченко,
аспірант,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розглядаються психолого-дидактичні передумови самостійної роботи студентів-першокурсників економічних ВНЗ. Виділяються дві групи умов: зовнішні (дидактичні) і внутрішні (індивідуальні), необхідні для ефективної організації самостійної роботи.

***Ключові слова**: незалежна робота студентів; дидактичні для психології передумови; зовнішні (дидактичні) терміни; внутрішні (індивідуальні) терміни.*

Для професійного становлення майбутніх фахівців великий потенціал має їх самостійна робота у процесі навчання. Її ефективна організація має здійснюватись із врахуванням психолого-дидактичних передумов. Ці передумови визначаються індивідуально-психологічними особливостями студентів-першокурсників, специфікою навчальної дисципліни «Математика для економістів», змістом самостійної роботи з даної дисципліни.

В педагогіці та дидактиці вищої школи накопичений значний фонд досліджень, присвячений психологічному аналізу здійснення самостійної роботи студентів. Методисти та педагоги завжди надавали важливого значення вивченню всіх аспектів, пов'язаних з СРС. Цією проблемою займалися Б.П.Єсипов, П.І.Підкасистий, Ю.К.Бабанський, В.А.Козаков, В.К.Буряк, О.Г.Мороз, Д.В.Чернілевський, А.І.Кузьмінський та інші. Методичні основи формування самостійної роботи з математики як навчальної діяльності відображено у наукових роботах З.І.Слєпкань, М.І.Жалдака, В.Г.Бевз, В.О.Швеця, О.І.Скафи та інших. Вивченню проблем становлення самостійної активної особистості майбутнього економіста під час його підготовки до навчальної діяльності присвячені наукові праці Л.І.Нічуговської, І.Ф.Зінов'єва, Р.Е.Нафієва, О.Г.Фомкіної, Н.В.Ванжі, Г.М.Романової.

***Метою нашої статті** є: уточнення психолого-дидактичних передумов самостійної роботи в умовах кредитно-модульної системи організації навчання, які сприяють формуванню знань і вмінь студентів економічних спеціальностей в процесі навчання вищої математики.*

За характером впливу на самостійну роботу доцільно розділити передумови на дві групи: зовнішні (професіоналізм діяльності викладача, цілепокладання, організація СРС, відбір змісту СРС, мотивацію (зовнішню і внутрішню)) та внутрішні (індивідуальні). Самостійна робота визначається єдністю зовнішніх та внутрішніх умов. Внутрішні умови не можуть бути реалізовані без необхідних зовнішніх умов.

Викладач, що починає працювати зі студентами-першокурсниками, має створити сприятливий клімат навчання, використовуючи адаптивну методику. Це безпосередньо вплине на ефективність і самостійної роботи студентів. Важливим є такий аспект, як вміння викладача створити умови для сприятливого клімату навчання. Одним з його складових є «віра в успіх» (причому як з боку викладача, так і з боку студента). Ще однією важливою умовою є «встановлення правильних взаємовідносин між викладачем та аудиторією і між студентами в групі, для чого необхідно виходити з моральної норми, яка базується на загальнолюдських цінностях». [6, 83]

Наступні рекомендації допоможуть викладачам знайти індивідуальний підхід до студентів з різними характеристичними даними:

• аудиторні заняття потрібно проводити так, щоб забезпечити виконання деякого мінімуму самостійної роботи всіма студентами й передбачити ускладнені завдання для краще підготовлених студентів;

• необхідний періодичний контроль (комп'ютерний та традиційний) успішності виконання СРС і консультації викладача. Принципове значення має особисте педагогічне спілкування викладача зі студентом;

• для успішності СРС потрібні чіткі методичні вказівки по її виконанню. На початку семестру викладач на першому лекційному занятті повинен ознайомити студентів із цілями, засобами, трудомісткістю, строками виконання, формами контролю й самоконтролю СРС;

• на практичних заняттях варто виявити студентів, які успішно й швидко справляються із завданнями. Їм можна давати ускладнені індивідуальні завдання, пропонувати консультувати більш слабких студентів, проводячи з «консультантами» додаткові заняття.

Важливою зовнішньою умовою ефективної СРС є цілепокладання. Чітке визначення цілей самостійної роботи викладачем, а також усвідомлення і прийняття їх студентами є необхідним елементом організації та здійснення самостійної роботи. Метою самостійної роботи майбутніх економістів з вищої математики є розширення і закріплення математичних знань і умінь, набуття навичок практичного їх застосування. Відповідно до мети ми виділили завдання самостійної роботи студентів з вищої математики: навчити студентів творчо сприймати навчальний матеріал і його осмислювати; привити навички щоденної самостійної роботи в одержанні та узагальненні знань з вищої математики.

Мета самостійного вивчення матеріалу має бути пов'язана з метою досягнення вмінь самостійної роботи з вищої математики, таких як: вміння складати конспект, вміння самостійно розв'язувати задачі, комп'ютерні вміння та інші. Важливими є також такі вміння, як: проектування мети вивчення тем студентами, підбір засобів, літератури згідно теми, складання завдань у відповідності до поставлених цілей тощо.

Реалізуючи компетентістний підхід, важливо узгодити три взаємопов'язані сфери діяльності майбутнього економіста, що визначають його професійну компетентність: навчальну, соціальну і безпосередньо професійну. Специфікою побудови структури освітнього процесу є реалізація моделі розвитку компетентності спеціаліста (рис. 1).

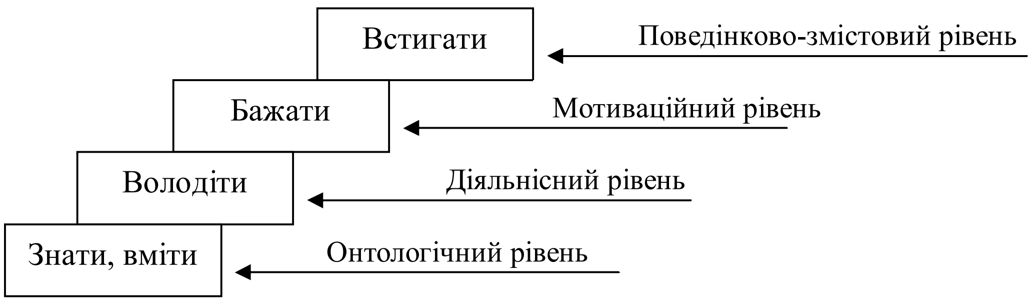


Рис. 1. Модель розвитку компетентності спеціаліста

Рівень знань являє собою ознайомлення, вивчення і розуміння основних ідей та теорій. Вміння потребує використовувати на практиці знання для розв'язання типових задач. Володіння припускає освоєння та застосування способів діяльності в професійній сфері для розв'язання нестандартних задач. «Бажати» – відповідає мотиваційним установкам, що реалізуються завдяки розвиваючій та креативній функціям.

Вищий рівень «встигати» – відповідає розвитку здібностей студента (креативних, комунікативних, рефлексивних і мисленевих), що дозволяють йому розв'язувати задачі і займатися самотворчістю на основі самоуправління. На думку І.Ф.Зінов'єва та Р.Е.Нафієва, вказані рівні відповідають просуванню студента від знань до творчої діяльності та розвитку особистості [2, 21].

Самостійна робота студентів має реалізовуватись з урахуванням загально-дидактичних принципів (системності, послідовності, доступності, індивідуального підходу), принципів КМСОН, принципів андрагогіки, принципів особистісно-орієнтованого навчання та діяльнісного підходу. Згідно нової парадигми навчання стає однією з форм людської діяльності. Здатність студента навчатися самостійно, без безпосереднього керівництва викладача – та якість, яка необхідна сучасній особистості в будь-якій професійній діяльності. Це положення можна пов'язати з особливостями організації СРС з урахуванням андрагогічного підходу до навчання.

Навчання студентів традиційно розглядає педагогічна модель. Андрагогіка (від. грець. «андрос» – доросла людина, «агогейн» – вести) – напрям у педагогіці, тобто педагогіка, спрямована спеціально на дорослих та потреби їх вікової групи. В андрагогічній моделі весь процес навчання будується саме на суспільній діяльності викладача і учнів. Тобто андрагогічна модель навчання передбачає і забезпечує активну діяльність учня, його високу мотивацію, а, отже, високу ефективність процесу навчання. С.І.Змєйов зазначає, що «андрагогічну модель навчання можна застосовувати в відповідних умовах і при навчанні визначеного контингенту учнів». [3, 92]

Студент – це людина, що знаходиться на стадії «дорослішання», яка може створити, за підтримки викладача, власну освітню траєкторію навчання. В рамках андрагогічного підходу йому можна і потрібно пропонувати свободу вибору часу, засобів, методів навчання, враховуючи рівень підготовки, психологічні особливості. Розглядаючи методичні засади самостійної роботи майбутніх економістів у ВНЗ, ми ставимо співпрацю викладача і студентів в основу ефективного навчання. Деякі принципи андрагогіки доцільно враховувати при проектуванні самостійної роботи майбутніх економістів в процесі навчання вищої математики.

1. Пріоритет самостійного навчання. Даний принцип є найголовнішим і найважливішим в самостійній роботі, оскільки тут розуміється самостійне здійснення студентами організації процесу свого навчання, а це є кінцевою метою – навчити вчитися.

2. Принцип спільної діяльності та індивідуалізації навчання. Принцип передбачає спільну діяльність викладача і студентів, а саме: планування самостійної роботи, розгляд моделі компетентності майбутніх економістів, визначення індивідуального темпу самостійного навчання тощо.

3. Принцип опори на досвід студента. Принцип стосується навчання дорослих. Оскільки ми переносимо його на навчання студентів віку 17-18 років, то маємо на увазі досвід навчання в школі та підготовки до вступу в ВНЗ.

4. Системність самостійної роботи. Цей принцип передбачає дотримання цілей, змісту, форм, методів, засобів самостійної роботи і оцінювання результатів роботи.

5. Принцип елективності самостійної роботи. Означає надання студентам певної свободи вибору цілей, змісту, форм, методів, джерел, засобів, термінів, часу виконання самостійної роботи.

6. Принцип усвідомлення самостійного навчання. Означає усвідомлення, осмислення студентами всіх параметрів процесу самостійної роботи і своїх дій по її організації.

Сформульовані принципи навчання дорослих перенесені в площину самостійної роботи студентів і не суперечитимуть дидактичним принципам педагогічної моделі навчання. Головна відмінність їх від педагогічних принципів полягає в тому, що вони визначають діяльність насамперед студентів, як суб'єктів навчальної діяльності.

Важливою зовнішньою умовою є ретельний відбір змісту матеріалу самостійної роботи. Зміст самостійної роботи майбутніх економістів з вищої математики має відповідати нормативній програмі освітньо-професійної підготовки бакалаврів та визначатися дидактичною карткою вивчення дисципліни. Зміст СРС виділяється згідно визначених нами критеріїв:

1). Врахування спряженості змісту СРС з темами шкільного курсу. Тобто у змісті тем мають простежуватися зв'язки курсу вищої математики з шкільним курсом математики.

2). Можливість вибору індивідуальної траєкторії при виконанні і засвоєнні СРС. Вибір власної траєкторії навчання – є проблема в освіті, масовим утрудненням для викладачів і студентів. Вибір студентами власної траєкторії навчання майже відсутній, можна перегнати або відстати, що не схвалюється, тому що це створює додаткове навантаження викладачу, тому студентів або гальмують (активних), або підганяють (менш активних).

3). Актуалізація змісту СРС. Якщо студент не розуміє, для чого йому та чи інша інформація, де вона йому знадобиться, то засвоєння не виникає. На деякий час інформація затримується в пам'яті і втрачається. Якщо освітні технології передбачають актуалізацію (розуміння важливості, значущості), то засвоєння інформації вмотивоване і результативне. Важливо, щоб засвоєння матеріалу впливало на вивчення інших тем вищої математики, а також інших дисциплін навчального плану економіста.

Зміст самостійної роботи з вищої математики майбутніх економістів, які є студентами-першокурсниками, має бути представлений у відповідних навчально-методичних посібниках для самостійної роботи, що мають спеціально визначену структуру і зміст. Структура такого посібника запропонована у статті [1].

Активна самостійна робота можлива за наявності серйозної та стійкої мотивації, яка є важливим фактором успішного навчання в ВНЗ. На думку С.М.Гончарова, «дійсною основою мотиву виступає потреба. Сукупність потреб і мотивів, які спонукають людину до діяльності, називають мотивацією. Всяка цілеспрямована діяльність повинна мати мотивацію. Тільки за цих умов проявляється діяльність навчання. Мотиваційність процесу навчання включає три групи мотивів: зовнішні (заохочення-покарання), змагальні (успіх в порівнянні з ким-небудь або з самим собою), внутрішні (як поле плідної діяльності особистості)».

Серед факторів, що сприяють зовнішній мотивації самостійної роботи, можна виділити наступні:

1. Введення в навчання активних методів, наприклад, ділових ігор або ситуаційних занять з використанням комп'ютерної підтримки.
2. Використання факторів мотивації контролю знань (накопичувальні оцінки, рейтинг, тести). Ці фактори при визначених умовах можуть викликати потяг до суперництва, що само по собі є сильним мотиваційним фактором самовдосконалення студента.
3. Заохочення студентів за позитивні результати навчання і творчій діяльності і санкції за погане навчання.
4. Індивідуалізація та диференціація завдань, що виконуються як в аудиторії так і поза нею, постійне оновлення банку завдань.

Як слушно зазначає Є.П.Ільїн, [4, 148] «не можна зовні в процесі виховання формувати мотиви, на що сподіваються багато педагогів. Мотив – складне психічне утворення, яке повинен побудувати сам суб'єкт». Від сформованості внутрішніх мотивів студентів залежить результативність їх діяльності. До сформованих внутрішніх мотивів студентів можна віднести: власні можливості (знання, вміння); переваги (інтереси, схильності); власний стан на даний момент; умови досягнення цілей навчання тощо.

Для майбутніх економістів одним з головних мотивів є – підготовка до подальшої ефективної професійної діяльності. Але при розгляді мотивів навчальної діяльності студентів психологи виділяють внутрішню спрямованість: на одержання знань, на одержання професії, на одержання диплому. Виявлення рівня сформованості мотивації допоможе викладачу обрати відповідні форми і методи самостійної роботи. Тип мотивації має бути врахований при індивідуальній роботі з студентами. Для виявлення типу мотивації ми використовували методику, запропоновану А.О.Реаном та В.А.Якуніним [7] «Вивчення мотивів навчальної діяльності студентів». Студенти, що націлені на одержання знань, характеризуються високою регулярністю в навчанні, цілеспрямованістю, сильною волею тощо. Ті, хто спрямовані на одержання професії, часто проявляють вибірковість, поділяючи дисципліни на «потрібні» та «непотрібні» для вивчення. Установка на отримання диплому робить студента ще менш розбірливим в виборі засобів на шляху його одержання – нерегулярні заняття, «штурмівщина», шпаргалки та інше.

До внутрішніх передумов СРС ми відносимо: вікові та психологічні особливості (пізнавальні здібності, емоційно-вольові особливості); рівень попередніх знань, сформованість навичок самостійної роботи.

Період навчання у вищому навчальному закладі є для сучасної молодої людини одним з найважливіших, так як саме цей час є періодом її особистісного зростання та становлення як особистості. Даний час характеризується одночасним перебігом цілого ряду психічних процесів, які обумовлені особливостями діяльності, соціального оточення. Розглядаючи психологічні передумови самостійної роботи ми виділяємо ті психологічні процеси та якості, які можуть впливати на успішність її проведення, тобто: особливості пізнавальних здібностей студента (мислення, сприймання, пам’ять, увага, уява); особливості емоційно-вольової сфери (темперамент, характер, воля, емоції).

Аналіз навчальних джерел з психології вищої школи [4; 5; 6] дозволив виділити деякі психічні особливості студентів даного віку, які є визначальними в організації СРС. А саме, у студентів-першокурсників:

- найменші обсяг і стійкість уваги, хоча концентрація уваги підвищується;
- в структурі мислення – накопичення і збереження нової інформації обмежується узагальненням, конкретизацією і абстрагуванням (іншими словами, мислення «випереджає» пам’ять), обсяг пам’яті зменшується;
- учіння набуває змісту підготовки до майбутньої професії, поступово переходячи в мотив пізнавальної діяльності; починає проявлятися вибірковий інтерес до знань – студенти заглиблюються до вивчення різних областей знань.

Однією з внутрішніх умов СРС, яка значною мірою впливає на результати роботи, буде визначення рівня попередніх знань студентів з математики, з’ясування рівня сформованості навичок самостійної роботи.

Особливістю організації СРС для першокурсників є те, що здатність до самостійної роботи у ВНЗ вони тільки формують, на відміну від, наприклад, студентів старших курсів. Можна проаналізувати структуру діяльності студентів, як колишніх старшокласників, які за роки навчання в школі придбали певні навички самостійної роботи. Зокрема, можна перевірити як першокурсники ставлять мету власної діяльності та обирають засоби для її реалізації. Для виявлення рівня сформованості навичок самостійної роботи ми використали методику А.А.Карманова [8], в основу якої покладено загальнонауковий базис «Мета-Засіб-Результат».

Таким чином, щоб самостійна робота студентів в умовах кредитно-модульного та адаптивного навчання реалізувала власну мету та завдання, при її організації мають враховуватись психолого-дидактичні передумови (рис. 2).

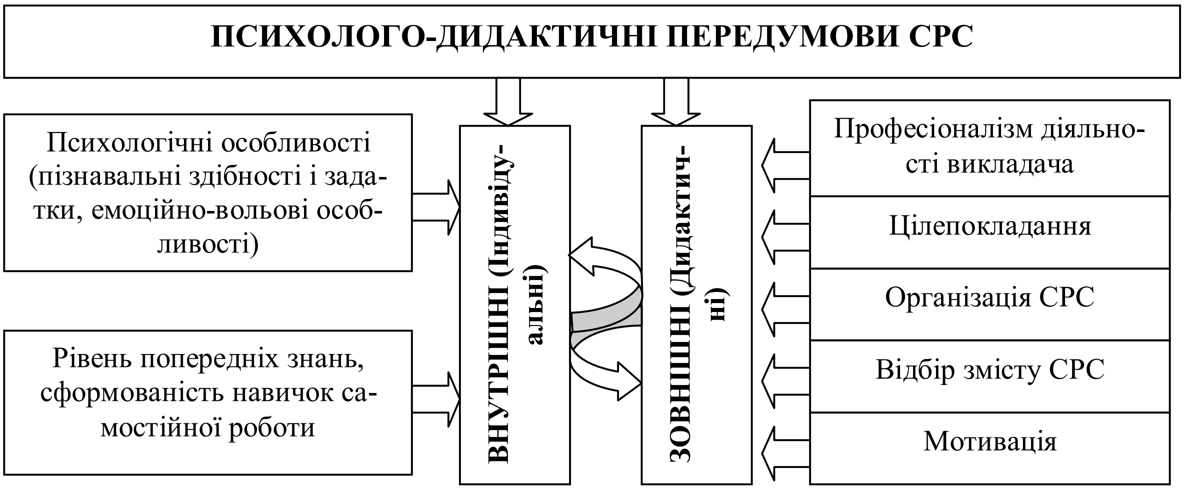


Рис. 2. Психолого-дидактичні передумови СРС

1. Вінніченко Н.В. Адаптація першокурсників до самостійної роботи з вищої математики у ВНЗ економічного профілю // Наукові записки: Випуск №73. – К.: Вид-во НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2008. – С. 76-85.

2. Зиновьев И.Ф., Нафиев Р.Э. Формирование востребованных экономистов (монография). – С., Таврия, 2005. – 280 с.

3. Змеёв С.И. Андрагогика: основы теории и технологии обучения взрослых. – М.: ПЕР СЭ, 2003. – 208с.

4. Ильин Е.П. Мотивы человека: теория и методы изучения. – Киев: Вища школа, 1998. – 292 с.

5. Кузьмінський А.І. Педагогіка вищої школи: Навчальний посібник. – К.: Знання, 2005. – 486 с.

6. Попков В.А. Коржуев А.В. Дидактика высшей школы: учебное пособие. – М.: Academia, 2001. – 188 с.

7. Реан А.А. Практическая психодиагностика личности: Учеб. пособие. / Санкт-Петербург. гос. ун-т, 2001. – 221 с.

8. http://www.psyperm.narod.ru/T11.htm

Резюме. **Забранский В.Я., Винниченко Н.В. ПСИХОЛОГО-ДИДАКТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ.** *Рассматриваются психолого-дидактические предпосылки самостоятельной работы студентов-первокурсников экономических ВУЗов. Выделяются две группы условий: внешние (дидактические) и внутренние (индивидуальные), необходимых для эффективной организации самостоятельной работы.*

Ключевые слова**:** *независимая работа студентов; дидактические для психологии предпосылки; внешние (дидактические) термины; внутренние (индивидуальные) термины.*

Summary. **Zabranskiy V., Vinnichenko N. PSYCHOLOGY-DIDACTIC PREMISES OF THE INDEPENDENT WORK STUDENT ON THE LESSONS OF HIGH MATHEMATICS IN HIGH EDUCATIONAL INSTITUTIONS.** *The psychological and didactic premises of the independent work student's economic institutes of higher mathematics are examined in the article. Two groups of terms, which are necessary for effective organization of independent work, are selected: external (didactic) and internal (individual).*

Key words**:** *independent work of students; psychology-didactic premises; external (didactic) terms; internal (individual) terms.*

Стаття представлена професором В.О.Швецом,
Надійшла до редакції 28.09.2009р.

ДЕЯКІ ПИТАННЯ МЕТОДИКИ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

В.О.Ячменьов,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Н.І.Одарченко,
канд. педагог. наук, доцент,
Сумський державний університет,
м. Суми, УКРАЇНА

Висвітлюються деякі питання методики організації самостійної роботи студентів на практичних заняттях з математичних дисциплін. Наводяться приклади її практичного застосування.

Ключові слова: *самостійна робота студентів.*

Освіта не закінчується закінченням певного навчального закладу, а повинна проходити через усе життя людини. Тому в сучасних умовах розвитку суспільства відбувається удосконалення дидактики вищої школи, що пов'язане із зміною акцентів у самій схемі навчального процесу. Впровадження у процес навчання кредитно-модульних технологій дозволяє підвищити мотиваційну функцію і активність студентів у сприйманні та закріпленні знань. Удосконалення організації самостійної роботи студентів є однією із основних проблем, яку вирішують викладачі при викладанні предмету.

Як відомо, самостійна робота студентів має великі педагогічні можливості у підвищенні ефективності процесу навчання. При включенні її у різних видах на практичних заняттях розв'язуються такі важливі завдання, як:

- розвиток умінь працювати з науковою, інформаційно-науковою, популярною, методичною літературою;
- формування умінь правильно складати план змісту матеріалу, що вивчається, конспектувати його, будувати алгоритм розв'язання задач, доведення теорем;
- розвиток дослідницьких умінь студентів;
- формування умінь робити узагальнення та висновки;
- активізація пізнавальної діяльності.

При цьому у зміст «самостійна робота» вкладається не тільки процес продуктивного відтворення знань, застосування їх для розв'язання поставлених завдань, але й проведення студентами самостійної роботи, що пов'язана із процесом внесення певних змін у об'єктивну діяльність, під час якої здійснюється засвоєння нових знань, розвиваються творчі здібності і формується студент як «самостійна особистість», що здатна діяти в умовах відсутності безпосереднього та постійного керівництва. До основного переліку дій, які можуть характеризувати «самостійну особистість» можна віднести вміння виявляти, виділяти, класифікувати та систематизувати об'єкти, явища, що вивчаються, зіставляти, порівнювати, аналізувати, узагальнювати навчальну інформацію та ін.

Адже студенти, які прийшли у вищі навчальні заклади зі шкіл, в основному займалися механічним запам'ятовуванням термінів, формул, фактів. Вони не знають, що робити зі своїми знаннями. Задача викладача при вивченні математичних дисциплін – навчити студентів здобувати самостійно знання та застосовувати їх на практиці.

Мета статті є *висвітлення деякіх питань методики організації самостійної роботи студентів на практичних заняттях з математичних дисциплін.*

Як відомо, кількість годин на вивчення математичних дисциплін у вищих навчальних закладах увесь час скорочується. А це призвело до того, що подача навчального матеріалу на лекційних і практичних заняттях перетворюється у набір готових формул та алгоритмів розв'язку задач. Викладач записує формулу, показує спосіб розв'язання учбових задач, студенти повторюють його декілька разів спочатку на практиці, а потім у домашніх умовах, виконуючи запропоновані індивідуальні домашні завдання. Але як тільки змінюється умова задачі, змінюється формулювання запитання, чи викладач пропонує спробувати одержати запропоновану формулу, виникає повне нерозуміння запропонованого для вивчення матеріалу. Тому включення у навчальний процес при вивченні математичних дисциплін самостійної роботи студентів розглядається як «дидактичне явище», що дозволяє викладачеві визивати у студентів задоволення від розумової діяльності. Наприклад, тему «Вектори. Лінійні операції над векторами. Скалярний добуток векторів і його застосування» студентам пропонується опрацювати самостійно. З теоретичним матеріалом вони ознайомлюються у курсі лекцій викладача, що є на кафедрі, у запропонованій літературі, яку можна знайти в університетській бібліотеці. Далі, студентам пропонується скласти блок запитань (10 – 15 запитань) з короткими відповідями на них, які б повністю охопили основний матеріал, що вивчається в даній темі. Були запропоновані такі запитання:

1. Чим характеризується вектор?
2. Що означає слово «вектор»?
3. Які операції над векторами називаються лінійними і чому вони мають таку назву?
4. Що означають поняття «колінеарність», «компланарність», «ортогональність»?
5. У чому полягає суть проекції вектора на вісь?
6. Як можна задавати вектори аналітично?
7. Що характеризує кутовий коефіцієнт вектора?
8. Що називається скалярним добутком двох векторів і чому він має таку назву?
9. Як скалярний добуток застосовується у механіці?
10. У чому полягає геометричний зміст скалярного добутку?

Також студентам було запропоновано підготувати задачі, які б розв'язувалися з використанням властивостей скалярного добутку. Кожен студент записував сформульовану умову задачі та її розв'язок у зошит для практичних задач разом з доведеною властивістю скалярного добутку, що була використана при цьому. Наприклад, пропонувалася задача: «Показати, що $\left(\overline{a}+\overline{b}\right)^2+\left(\overline{a}-\overline{b}\right)^2 = 2\left(\left|\overline{a}\right|^2+\left|\overline{b}\right|^2\right)$, дати геометричне тлумачення цієї рівності». Для її розв'язання ми використали такі властивості скалярного добутку:

1. Для скалярного добутку справджується розподільний закон $\overline{a}\left(\overline{b}+\overline{c}\right) = \overline{a}\cdot\overline{b}+\overline{b}\cdot\overline{c}$ і його доведення.
2. Скалярний квадрат вектора дорівнює квадрату його довжини: $\overline{a}^2=\left|\overline{a}\right|^2$ і його доведення.

Також студентам пропонувалось підготувати висновки, що полягали у відповіді на питання типу «Деякі властивості векторів, відмінні від властивостей чисел» та «Властивості скалярного добутку, відмінні від властивостей добутку чисел». З такими доповідями студенти виступали в кінці заняття, де показали на прикладах, що векторна алгебра з формальної точки зору має багато спільного з алгеброю чисел, але дуже відрізняється від неї.

Для більш зацікавлених студентів, що включаються у дослідницьку роботу, пропонується на індивідуальні заняття підготувати матеріал з теми «Застосування векторної алгебри до елементарної геометрії», де буде показано, як цю теорію можна з успіхом застосовувати для доведення теорем і розв'язання задач елементарної геометрії.

Але вся ця робота повинна відбуватися під керівництвом викладача. Воно може здійснюватися опосередковано або безпосереднім директивним способом. Це визначає викладач залежно від рівня розвитку пізнавальних можливостей студентів. Але обов'язковою умовою при проведенні практичних занять з елементами самостійної роботи є визначення заздалегідь теми, мети і завдання заняття, ознайомлення з планом його проведення, розподілення конкретних завдань між студентами з урахуванням їх індивідуальних пізнавальних можливостей, підбір та рекомендація студентам потрібної літератури, забезпечення можливостей проведення консультацій, а також пояснення особливостей складання конспектів та тез.

За таких форм проведення занять студент навчається тому, що він не вміє ще робити самостійно, але що для нього є можливим під керівництвом викладача.

Як відомо, при вивченні математичних дисциплін від студента вимагається активна розумова діяльність, самостійні зусилля. Ця робота на практичних заняттях може включати в себе: обговорення плану розв'язання навчальних задач, взаємний контроль та перевірку, допомога один одному при виконанні завдань. При цьому вона може складатися як і з усіх вказаних елементів, так і з окремих ланцюгів. Викладачеві дуже важливо слідкувати за тим, щоб кожен студент разом з усіма вкладав максимум зусиль у розв'язання задач.

Таку роботу на практичних заняттях проводять у випадку, якщо теоретичний матеріал розібраний і зрозумілий, але студенти ще мають певні труднощі у застосуванні цих знань, їм ще необхідно напрацювати певні уміння та навички. Дидактичне значення цієї роботи полягає у тому, щоб підготувати кожного студента до успішної індивідуальної роботи і звільнити студентів від опікування викладачем.

На практичних заняттях викладач повинен відпрацювати систему опорних задач з даної теми, які дозволять створити у студентів певну базу знань, на яку вони опираються при подальшому навчанні. Ці задачі повинні обов'язково включати у себе достатню кількість стандартних ситуацій, що потребують застосування найбільш поширених прийомів та методів розв'язання. При розв'язанні цих опорних задач повинна реалізовуватися самостійна робота, як складова система організації навчального процесу в присутності викладача і під його контролем.

Наприклад, тема «Визначники та їх властивості. Обчислення визначників. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь за формулами Крамера». Студенти підготували самостійно опорний конспект з даної теми і дають відповіді на питання:

1. Чому дорівнює визначник матриці

$$\left[a_{11}\right], \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}?$$

2. Що називається визначником матриці n-го порядку?
3. Назвати основні властивості визначників.
4. Що називається мінором порядку S матриці $A_{m\times n}$?
5. Що називається алгебраїчним доповненням елемента a_{ij} матриці A порядку n?
6. Написати формули Крамера.
7. Сформулювати теорему про розкладання визначника за елементами рядка.

Далі викладач виділяє узагальнені прийоми розв'язання основних задач, фіксуючи те спільне, що міститься у частинних прийомах розв'язання задач даного класу.

Потім студентам пропонується розв'язати самостійно з коментуванням завдання, що забезпечують можливість закріпити одержані уміння і навички.

Наприклад. Підібрати параметр λ так, щоб система

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + \lambda x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

мала єдиний розв'язок. Розв'язати цю систему за формулами Крамера.

Спочатку проводиться колективне обговорення прийому розв'язання завдання на основі вивченої теорії та аналогії. Студенти складають самостійно план розв'язання, виділяють та перераховують по порядку, які дії будуть виконані.

Для закріплення умінь та навичок викладач пропонує одержані визначники обчислювати різними способами: за розкладом першого рядка, за розкладом другого стовпця, правилом трикутника.

Важливим після одержаного результату має бути його аналіз та висновки, які студенти також повинні зробити самостійно, під керівництвом викладача. Усе це спрямовано на досягнення головної мети – глибокого оволодіння основами знань, творчого їх використання у практичній діяльності.

У сучасній дидактиці на теоретичному рівні розроблено багато різних форм і методів організації самостійної діяльності студентів. Разом з тим слід відзначити, що систематичне застосування самостійної роботи на лекційних і практичних заняттях ще є проблемним для викладачів і студентів. До основних причин можна віднести необхідність проведення викладачем великої техніко-педагогічної підготовчої роботи щодо організації самостійної діяльності студентів, а також недостатньої сформованості у студентів системи умінь та навичок самостійно працювати з науковою та методичною літературою, опрацьовувати одержану інформацію, складати тези, конспекти, приводити до порядку знання, формулювати самостійно питання, придумувати задачі до даних тем.

Отже, проведений аналіз сучасного стану методики організації самостійної роботи студентів при вивченні математичних дисциплін у вищих навчальних закладах освіти, дозволяє зробити висновки, що запровадження у навчальний процес елементів самостійної роботи є актуальною проблемою, яка потребує свого невідкладного вирішення. Це дозволить студентам пройти шлях від сприйняття готової навчальної інформації через відтворення одержаних знань і засвоєних способів діяльності, знайомство з прикладами наукового розв'язання проблем до оволодіння методами наукового пізнання до самостійного, а найкраще – творчого їх застосування.

1. Архангельский С.И. Лекции по научной организации учебного процесса в высшей школе: Учебное пособие. – М.: Просвещение, 1976. – 200с.

2. Вербицький А.А. Самостоятельная работа студентов: проблемы и опыт// Высшее образование в России, 1955. – № 2.

3. Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі. – К.: Вища школа, 1998. – 296 с.

4. Козаков В.А. Самостоятельная работа студентов и ее информационно-методическое обеспечение: Учебное пособие. – К.: Вища школа, 1990.

5. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі: Навчальний посібник. – К.: Вища школа, 2005. – 240 с.

6. Ванжа Н.В. Самостійна робота студентів економічних спеціальностей у процесі вивчення математичних дисциплін у вищих навчальних закладах: Автореферат дисертації кандидата педагогічних наук: 13.00.02/НПУ. – К.: 2003. – 20 с.

7. Організація самостійної роботи студентів в умовах інтенсифікації навчання: Навчальний посібник / А.М.Алексюк, А.А.Аюрзанов, П.І.Підкасистий, В.А.Козаков та ін. – К.: ІСДО, 1993. – 336 с.

8. Вузовское обучение: проблемы активизации/ Б.В.Бокуть, С.И.Сокорева, Л.А.Шеметков, И.Ф.Харламов. – Мн.: Университетское, 1989. – 110 с.

Резюме. **Ячменев В.А., Одарченко Н.И. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН.** *Освещаются некоторые вопросы методики организации самостоятельной работы студентов на практических занятиях по математическим дисциплинам. Приводятся примеры ее практического применения.*

Ключевые слова: *самостоятельная работа студентов.*

Summary. **Jachmenev V., Odarchenko N. SOME PROBLEMS OF INDEPENDENT STUDENTS WORK WHILE STUDYING MATHEMATICAL SUBJECTS.** *The paper deals with some aspects of organizing students' independent work at math classes. A few practical examples are gives.*

Keywords: *independent work of students.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 1.10.2009р.

ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ СТУДЕНТАМИ ТЕМИ «ТРИКУТНИКИ» НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ З МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

О.Є.Волянська,
канд. педагог. наук, доцент,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Представлено один з можливих зразків вивчення теми з курсу геометрії на практичних заняттях з методики навчання математики.

Ключові слова: *трикутник.*

Перехід вищої школи на кредитно-модульну систему навчання, а також зміни програми навчання з математики загальноосвітньої школи вимагають іншого рівня до підготовки майбутнього вчителя. Велику роль на сучасному етапі розвитку вищої освіти відіграє самостійна робота студентів, підвищуються вимоги до професійної підготовки майбутнього вчителя.

Пропонуємо зразок вивчення однієї з тем на практичних заняттях з методики навчання математики.

Мета статті: *з'ясувати зміст теми в курсі планіметрії основної школи, опанувати методику навчання основних структурних елементів теми.*

Завдання:

– з'ясувати зміст понять: трикутник, висота, бісектриса і медіана трикутника, зовнішній кут трикутника, прямокутний трикутник;

– проаналізувати програму з математики для загальноосвітніх навчальних закладів класів з поглибленим вивченням математики з теми „Трикутники";

– розглянути методичні особливості вивчення теми за діючими альтернативними підручниками;

– розробити методику формування основних понять теми та методику вивчення теорем;

– розкрити методичні особливості розв'язування задач з теми „Трикутники".

Змістова структура теми

№ п/п	Структурні елементи змісту	Де знайти відповідь
1	Місце теми в програмі. Основна мета вивчення та вимоги до математичної підготовки учнів	[4, 2]
2	Специфіка вивчення основних понять теми	[1, 2, 3]
3	Методика вивчення теорем, формування умінь застосовувати їх під час розв'язування задач	[3, 7, 8]
4	Особливості системи задач	[1, 2]

У результаті вивчення теми студент повинен **знати:**

– означення трикутника та різних його видів, висоти, медіани, бісектриси трикутника та їх властивості, властивість рівнобедреного трикутника, ознаки рівності трикутників, теорему про суму внутрішніх кутів трикутника, властивість зовнішнього кута трикутника;

– теорему косинусів та синусів та наслідки з них;

– алгоритми розв'язування довільних трикутників;

а також повинен **уміти:**

– зображати та знаходити на малюнках рівносторонні, рівнобедрені, прямокутні трикутники та їх елементи;

– доводити рівність трикутників;

– застосовувати властивості трикутників та їх елементів до розв’язування задач;

– розв’язувати задачі, застосовуючи алгоритми розв’язування трикутників;

– виконувати методичні завдання, пов’язані з темою „Трикутники”.

Контрольно-смислові запитання і завдання репродуктивного характеру

(перша самооцінка)

1. Опишіть місце теми в програмі шкільного курсу геометрії основної школи.
2. Яким є зміст теми „Трикутники” в 7 класі за програмою 12-річної школи?
3. Які означення трикутника даються в діючих альтернативних шкільних підручниках з геометрії для 7-го класу?
4. Які існують класифікації трикутників?
5. У чому полягає відмінність у поняттях „бісектриса кута” і „бісектриса трикутника”?
6. Які приклади необхідно розглянути під час формування поняття „зовнішній кут трикутника” абстрактно-дедуктивним методом?
7. У чому полягає метод геометричного фузіонізму?
8. Якими ще способами, відмінними від тих, що наведені в діючих підручниках, можна довести теорему про суму кутів трикутника?
9. Якими способами доводяться три ознаки рівності трикутників в діючих альтернативних підручниках з геометрії для 7 класу?
10. Опишіть особливості системи задач в діючих альтернативних підручниках з теми „Трикутники”.
11. Розгляньте види задач, які необхідно розв’язати з учнями на застосування ознак рівності трикутників.
12. Яким методом доводиться теорема косинусів і опишіть у діючих альтернативних підручниках?
13. Де використовуються надалі в курсі планіметрії теореми синусів та косинусів?

Відповіді та вказівки до контрольно-смислових запитань і завдань репродуктивного характеру

1. Пропедевтичне ознайомлення з поняттям „трикутник” починається ще в початковій школі. На цьому етапі учні повинні вміти: розпізнавати і зображати трикутник, обчислювати його периметр. В 5-6 класах продовжується пропедевтичне вивчення теми. Вивчається трикутник, його периметр, види трикутників, рівність фігур. В курсі геометрії 7 класу за програмою тема „Трикутники” вивчається на протязі 18 годин. В курсі геометрії 9 класу за програмою 11-річної школи вивчається тема „Розв’язування трикутників” на протязі 12 годин.

2. За програмою 12-річної школи тема „Трикутники” в 7 класі має такий зміст:

1) трикутник і його елементи. Рівність геометричних фігур. Ознаки рівності трикутників;

2) види трикутників. Рівнобедрений трикутник, його властивості та ознаки. Висота, бісектриса і медіана трикутника;

3) ознаки рівності прямокутних трикутників. Властивості прямокутних трикутників;

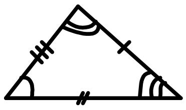
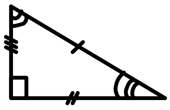
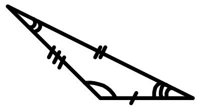
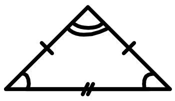
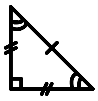
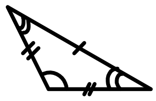
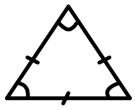
4) сума кутів трикутника. Зовнішній кут трикутника і його властивості;

5) нерівність трикутника.

3. У підручнику [7], наприклад, трикутник означається наступним чином: Трикутником називається геометрична фігура, яка складається з 3-х точок, що не лежать на одній прямій і 3-х відрізків, які сполучають ці точки. В підручнику [8] трикутник означається, як замкнена ламана з 3-х ланок.

4. Існують різні класифікаційні суми трикутників. Наприклад, в підручнику [7] представлено класифікацію трикутників за сторонами і кутами, яка має наступний вигляд (схема 1).

Схема 1

Класифікація трикутників в підручнику М.І.Бурди			
Трикутники	Гострокутні	Прямокутні	Тупокутні
Різносторонні			
Рівнобедрені			
Рівносторонні		—	—

Є інші класифікації, як наприклад, такі:

Схема 2

Класифікація трикутників за сторонами

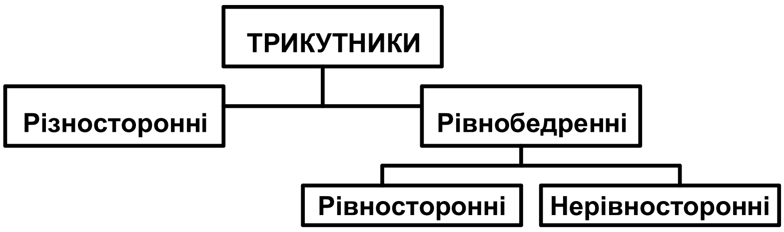


Схема 3

Класифікація трикутників за кутами

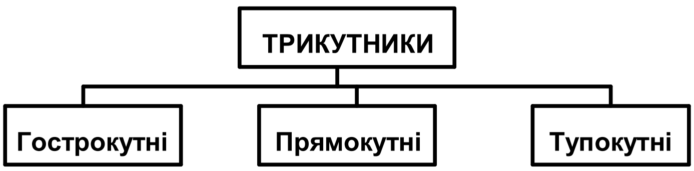
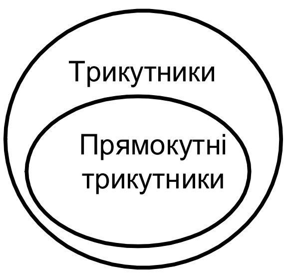
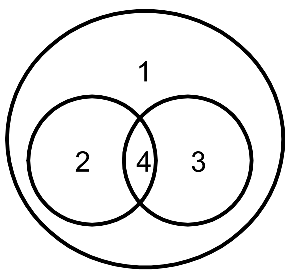


Схема 4

Інші класифікаційні схеми





1 - трикутники

2 - рівнобедрені

3 - прямокутні

4 - прямокутні рівнобедрені

5. Учні мають розуміти, що бісектриса кута – промінь, а бісектриса трикутника – відрізок. Це слід показати на рисунку (рис. 1 і рис. 2)

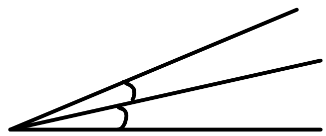


Рис. 1

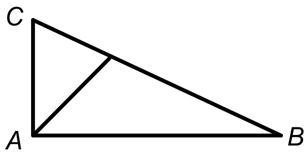


Рис. 2

6. Щоб в учнів не створилося неправильне уявлення про те, що зовнішній кут трикутника завжди більший, ніж внутрішній, суміжний з ним, не можна обмежуватися прикладами зовнішніх кутів лише гострокутного трикутника, а слід запропонувати позначити учням всі зовнішні кути таких трикутників (рис. 3 і рис. 4)

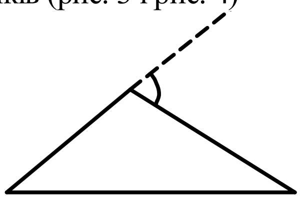


Рис. 3

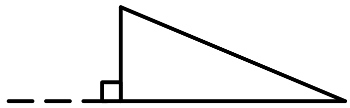


Рис. 4

7. У математиці є своєрідний підхід до вивчення геометрії – метод геометричного фузіонізму (від латинського слова „фузіо" – злиття), згідно з яким планіметричний і стереометричний матеріал слід подавати одночасно, надаючи перевагу стереометрії. Переходи думок від двовимірної площини до тривимірного простору полегшать потужний розвиток інтуїції школяра. Дивись докладніше [6].

Багато років тому єгиптяни знали, що коли сторони трикутника 3, 4, 5, то він прямокутний. Землеміри Стародавнього Єгипту так будували прямий кут: ділили мотузку на 12 рівних частин і кінці зав'язували. Потім мотузку розтягували на землі так, щоб утворився трикутник зі сторонами по 3, 4, 5 поділок. Більший з кутів утвореного трикутника – прямий. Ребра бічних граней єгипетських пірамід утворюють майже рівносторонні трикутники. Дивись докладніше [7, с.76-77].

8. Можна ще запропонувати 2 способи доведення. Наприклад, в першому здійснити додаткову побудову таким чином, а саме, провести *ВД* паралельно *АС* (рис. 5).

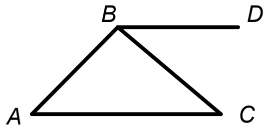


Рис. 5

Другий спосіб розглядає іншу додаткову побудову: треба продовжити сторони *ВС* і *АВ* за вершину *В* (рис. 6)

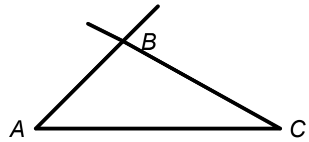


Рис. 6

9. Дві перші ознаки рівності трикутників доведені в нових підручниках [7] і [8] з використанням накладання. Третя ознака доводиться способом прикладання, бо він зрозуміліший, хоч і вимагає розгляду трьох випадків.

10. Задачі підручників [7] та [8] є більш різноманітними, ніж в підручнику [10] О.В.Погорєлова. По-перше, задачі обох підручників диференційовані. В підручнику [8] наведено 2 рівні складності, в підручнику [7] запропоновано 4 рівні складності задач. Також в підручниках представлено багато усних задач, задач за готовими малюнками, задач для повторення, деякі задачі наведено з розв'язанням.

11. Задачі на застосування ознак рівності трикутників поділяються на 3 види: 1) на доведення рівності трикутників; 2) на доведення рівності деяких елементів трикутників; 3) в яких для доведення рівності трикутників, або їх елементів треба розглянути кілька пар рівних трикутників.

12. Теорема косинусів доводиться

векторним методом.

13. Теореми синусів та косинусів використовуються надалі в шкільному курсі планіметрії при виведенні формул для обчислення площ деяких простих фігур і при розв'язуванні задач відповідної теми.

Методичні завдання реконструктивного та творчого характеру

(для самостійної роботи)

1. Проаналізувати діючі альтернативні підручники на предмет вивчення теми „Ознаки рівності трикутників".

2. Яким ще способом, відмінним від того, що наведений в підручниках [7] та [8] можна довести третю ознаку рівності трикутників?

3. Розробити конспект уроку засвоєння нових знань за темою „Сума кутів трикутника".

4. Якими є методичні особливості введення понять медіани, висоти, бісектриси трикутника?

5. Які усні вправи можна запропонувати після вивчення понять висота, медіана, бісектриса трикутника?

6. Розробити фрагмент уроку засвоєння нових знань за темою „Теорема косинусів".

7. Яку прикладну задачу з теми „Теорема косинусів" варто запропонувати учням?

8. Розробіть методику розв'язання з учнями наступної задачі:

Задача. Плиточки, що мають форму рівних рівносторонніх трикутників, викладають на площині так, що одна з вершин у них спільна, а сторони двох сусідніх збігаються. Чи можна скласти в такий спосіб „розетку" без зазорів? Якщо можна, то скільки плиточок для цього треба взяти? Знайдіть градусну міру кута, який утворюють два сусідні відрізки зовнішньої границі „розетки".

9. Які засоби наочності доцільно використати під час вивчення теми „Сума кутів трикутника"?

10. Підготувати презентацію методичної літератури для вчителів для вивчення теми „Трикутники".

11. Розробіть методику розв'язання з учнями наступних нестандартних задач:

Задача 1. Чи є ознакою рівності трикутників твердження: „Якщо дві сторони і гострий кут не між ними одного тупокутного трикутника відповідно дорівнюють двом сторонам і куту не між ними другого тупокутного трикутника, то такі трикутники рівні між собою".

Задача 2. Вчитель математики розрізав трикутний торт на 6 частин уздовж трьох його бісектрис. Собі він узяв шматочок у формі прямокутного трикутника. Чи мав той торт форму рівнобедреного трикутника? Відповідь обґрунтуйте.

Задача 3. Чи може пластинка мати форму такого рівнобедреного трикутника, щоб її можна було розрізати на дві трикутні частини з такими самими кутами, як і у вихідного трикутника [9]?

12. Які усні вправи доцільно розв'язати з учнями після вивчення теореми про медіану рівнобедреного трикутника?

13. Якою може бути система вправи на підведення під поняття „медіана трикутника"?

14. Розв'яжіть задачу № 311 з підручника [8].

Зразки відповідей і вказівки до завдань реконструктивного та творчого характеру

1. Аналіз методики вивчення ознак рівності трикутників доцільно подати у вигляді наступної схеми:

№ п/п	Автор підручника з геометрії	Означення рівності трикутника	Спосіб доведення ознак рівності трикутників

2. Третю ознаку рівності трикутників можна довести способом, відмінним від того, що наведений в діючих підручниках. Нехай у трикутників *ABC* і *KPT* *AB*=*KP*, *AC*=*KT*, *BC*=*PT* (рис. 7).

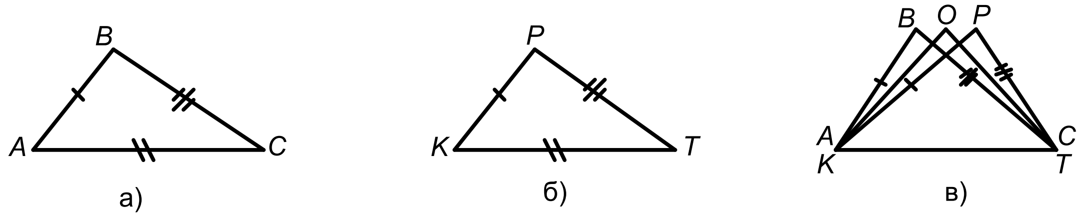


Рис. 7

Накладемо один з цих трикутників на другий так, щоб сторона *AC* збіглась з *KT*.

Якщо сторона *KP* не співпаде з *AB*, то вона займе положення *AP*. При цьому *AP*=*AB* і *CP*=*CB*. Отже, трикутники *ABC* і *APC* –рівнобедрені. їхні медіани *AO* і *CO* мають бути перпендикулярні *PB*. Вийде, що через одну точку *O* можна провести дві різні прямі, перпендикулярні до *PB*, а це неможливо. Отже, припущення про те, що *AP* і *AB* не співпадають – неправильне. Отже, якщо накласти трикутник *KPT* на трикутник *ABC* так, щоб сумістилися їх сторони *AC* і *KT*, то обов'язково сумістяться також *AB* і *KP*, *BC* і *PT*. Тобто два дані трикутники сумістяться всіма своїми точками.

4. Вводячи поняття медіани, бісектриси і висоти трикутника, добре використати конструктивний підхід, тобто спочатку навчити учнів будувати медіану, бісектрису і висоту, а потім уже формулювати формально-логічні означення цих понять.

Побудову медіан, бісектрис і висот можна виконати за допомогою лінійки з поділками, транспортира, прямокутного трикутника, оскільки питання про побудову за допомогою циркуля і лінійки розв’язується трохи пізніше.

При поясненні треба звернути увагу на кількість медіан, висот і бісектрис у трикутнику, на перетин медіан (бісектрис) в одній точці, на побудову висот у тупокутному трикутнику і на запис, що розкриває зміст розглядуваних понять. Наприклад, *AM* – медіана трикутника *ABC*, оскільки *BM*=*MC* і точка *M* належить *BC*, або *AM* – висота трикутника *ABC*, оскільки *AM* перпендикулярно *BC* і *M* належить *BC*.

Доцільно розказати про походження слова «медіана» – від латинського *medius*, що в перекладі означає «середній».

5. Після вивчення понять пропонуються наступні усні вправи:

1) У якому трикутнику сторона є його висотою?

2) Доведіть, що промінь *AM*, який містить медіану *AM* трикутника *ABC*, проходить між сторонами кута *BAC*.

3)Чи правильне твердження: у рівнобедреному трикутнику медіана є бісектрисою і висотою?

4) Чи існує трикутник, в якому будь-яка медіана є бісектрисою і висотою?

5) У трикутнику *CDE* кут *C* дорівнює куту *D*. До якої сторони проведена медіана буде бісектрисою і висотою?

6. Почати вивчення теореми косинусів необхідно з актуалізації опорних знань, а саме:

- згадайте теорему Піфагора.
- запишіть теорему Піфагора у вигляді рівності для прямокутного трикутника з катетами a і b та гіпотенузою c.

Далі вчитель каже, що для довільного трикутника зі сторонами a, b, c і кутом, який напроти сторони c, виконується рівність: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ і відмічає, що якщо $\gamma = 90°$, то $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos 90° = a^2 + b^2$, тобто теорема Піфагора є частинним випадком теорема косинусів. Надалі вчитель може запропонувати довести самостійно теорему за наступним планом:

1). Виразіть вектор $\overline{BC}$ через вектори $\overline{AC}$ і $\overline{AB}$.

2). Піднесіть обидві частини отриманої рівності до квадрату.

3). Виразіть скалярний добуток векторів

$\overline{AB}$ і $\overline{AC}$ через їхні модулі і косинус кута між ними.

7. Задача. З трьох жердин з довжинами 2 м; 0,8 м; 1,6 м необхідно виготовити трикутну конструкцію, з'єднавши їх кінцями.

а) Чи можна це зробити?

б) Нехай спочатку з'єднуються жердини довжинами 0,8 м і 1,6 м. Під яким кутом їх можна розташувати?

в) Якими будуть інші кути трикутної конструкції?

12. Усні вправи варто розв'язати такі:

1) У трикутнику трикутнику *MPK* два кути *M* і *K* мають градусні міри по $30°$, кут *P* дорівнює $120°$. *P*T – медіана. Знайдіть кути трикутника *MPT*.

2) У рівнобедреному *ABC* на основі *AB*, яка має довжину 10 см, відмічено точку *D*, причому *BD* = 5 см. Знайдіть кути *CDA* і *CDB*.

14. Після виконання малюнку до задачі можна помітити, що всі 3 бісектриси кожного трикутника проходять через одну точку, як і три медіани, і три прямі, яким належать висоти трикутника. Більш строге доведення цих тверджень учнів зрозуміють пізніше. А в 7 класі з ними можна ознайомитись на дослідницько-інтуїтивному рівні.

1. Про новий підручник з геометрії для 7 класу / Бевз Г., Бевз В., Владімірова Н. // Математика в школі. – 2007. –№ 6. – С. 17–20.

2. Тарасенкова Н., Бурда М. Тематичне планування з геометрії для 7 класу // Математика в школі. – 2007. –№ 6. – С. 23–26.

3. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.

4. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-12 класи. – Київ: ВТФ «Перун», 2005. – 64 с.

5. Бевз Г.П. Геометрія трикутника. – К.: Генеза, 2005.

6. Філон Л., Швець В. Елементи стереометрії в курсі математики основної школи. – Донецьк: Норд - Прес, 2006. – 180 с.

7. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. Геометрія: Підруч. для 7 класу загальноосвіт. навч. закл. – К. Зодіак-ЕКО, 2007. – 208 с.

8. Бевз Г.П. Геометрія: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Вежа, 2007. – 208 с.

9. Апостолова Г.В. Планіметрія: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Генеза, 2004. – 216 с.

10. *Погорєлов О.В. Планіметрія: Підруч. для 7-9 кл. серед, шк.. – 3-тє вид. – К.: Освіта, 1998. – 223 с.*

Резюме. **Волянськая Е.Е. ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ СТУДЕНТАМИ ТЕМИ «ТРЕУГОЛЬНИКИ» НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ ПО МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ.** *Представлен один из возможных образцов изучения одной из тем курса геометрии на практических занятиях по методике преподавания математики.*

Ключевые слова: *треугольник.*

Summary. **Volyanska O. PECULIARITIES OF STUDY STUDENTS THE TOPIC "TRIANGLES" ON THE PRACTICAL STUDIES IN METHODS OF TEACHING MATHEMATICS.** *The article defines one of possible examples of study one of the main topics in geometry on the practical studies in methods of teaching mathematics.*

Keywords: *triangle.*

Стаття представлена професором В.О.Швецом,
Надійшла до редакції 11.10.2009р.

ВВЕДЕННЯ І ФОРМУВАННЯ ПОНЯТТЯ ГРУПИ В КУРСІ ВИЩОЇ АЛГЕБРИ

Д.Я.Требенко,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
О.О.Требенко,
канд. фіз.-мат. наук,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розкрито історію виникнення та формування поняття групи, зроблено детальний аналіз існуючих підходів до означення поняття групи в навчальній та науковій літературі. Запропоновано методику введення і формування поняття групи в курсі вищої алгебри. Підкреслено необхідність узгодження означення групи, пропонованого в курсі вищої алгебри, із означеннями, що використовуються в курсах аналітичної геометрії та теоретичної фізики, шляхом доведення їх еквівалентності.

Ключові слова: *група, означення поняття групи.*

Постановка проблеми. Поняття групи є одним із основних понять сучасної математики. Сама теорія груп має чисельні застосування як в математиці, так і далеко за її межами – в топології, теорії функцій, теорії диференціальних рівнянь, алгебраїчній геометрії, квантовій механіці, кристалографії, криптографії і багатьох інших областях математики і природознавства. Загальність теорії груп, широта її застосувань зумовлена тим, що вона вивчає властивості дій в їх чистому вигляді, абстрагуючись як від природи елементів, над якими виконується дія, так і від природи самої дії.

Досить висока абстрактність поняття групи робить його непростим для сприйняття: тим, хто вперше знайомиться із цим поняттям, важко «побачити» серед множин елементів різної природи із заданими на них різними операціями, одну й ту саму групу.

Для студента математичних спеціальностей педагогічного університету чітка сформованість поняття групи просто необхідна. Як зазначав академік П.С.Александров [1], оволодіти поняттям групи (а також кільця, поля) повинен «кожен, хто викладає, або збирається викладати математику в середній школі, оскільки в світлі цих загальних алгебраїчних понять проявляється структура елементарної математики». Розуміння суті поняття групи, а не формальне знання означення необхідне студентам в процесі навчання не лише для опанування матеріалу курсу вищої алгебри, а й при розгляді груп геометричних перетворень в курсі аналітичної геометрії, груп Пуанкаре, Галілея і Лоренца в курсі фізики, груп Лі в курсі диференціальних рівнянь.

Проблема вивчення елементів сучасної алгебри (зокрема теорії груп) в середній школі розглядалась багатьма математиками і методистами. Вперше в шкільний курс математики така абстрактна алгебраїчна структура як поле була введена в 1915 році в Росії. Ця прогресивна ідея була запропонована професором Київського університету Д.О.Граве. На актуальності проблеми, на «необхідності проникнення духу сучасної алгебри в елементарну математику і геометрію» наголошували А.Ліхнелович (Франція, 1953), Ж.Папі (Бельгія, 1961), акад. П.С.Александров (Радянський Союз, 1935). За впровадження узагальнюючих понять (відношення, група, поле, лінійний простір) – як результат вивчення – виступали А.І.Маркушевич, Г.А.Гінзбург, Ш.Х.Міхелович. І хоча спроби в Радянському Союзі в 60-х рр. ХХ століття реформувати шкільний курс математики з метою «органічного поєднання в єдиному курсі класичних і сучасних розділів математики» не вдалися, науково-методичні пошуки в цьому напрямі тривали (К.П.Захарова (1967), Сайєд А.Ріад Абдель (1974)). Серед останніх досліджень можна відзначити дисертаційне дослідження І.В.Васильєвої (Росія, 2002), в якому проблему організації узагальнення знань про числові множини пропонується розв'язати шляхом побудови його на основі поняття алгебраїчної структури. Відмітимо також, що достатня увага приділяється висвітленню елементів сучасної математики в науково-популярній літературі (журнали «Квант», «Соросовский образовательный журнал» тощо).

Науково-методичних праць, присвячених методиці введення поняття групи в курсі вищої алгебри університету, зокрема педагогічних, немає. Основоположними принципами розробки даної методики вважаємо наступні принципи: навчання на високому науковому, але доступному рівні складності; відповідність рівня абстрактності подання матеріалу потенціальним можливостям студента щодо його сприйняття; наступність (що, зокрема, передбачає і активне використання конкретних різноманітних прикладів) і професійна спрямованість.

Метою даної статті *є розробка методики введення і формування поняття групи в курсі вищої алгебри педагогічного університету.*

Виклад основного матеріалу дослідження. Поняття групи, як і більшість абстрактних математичних понять, має тривалу історію формування і становлення, є результатом поступового узагальнення результатів різних галузей математики XIX ст., зокрема геометрії, теорії чисел і теорії рівнянь.

Термін „група" вперше використав Галуа в 1829 р. в статті, присвяченій розв'язуванню рівнянь в радикалах. Галуа не дає означення групи. Під групою він розуміє множину підстановок, замкнену відносно операції множення. Однак сталої термінології ним не було встановлено: він називає „групами" і підгрупу H, і множину $xH = \{xa \mid a \in H\}$, де $x \notin H$. Із виходом ``Traite' des substitiones et des equations algebriques" (1870) Жордана, в якому, як зазначав сам автор, були лише коментарі до робіт Галуа, термін „група" став загальновживаним.

Означення абстрактної скінченної групи дав А.Келі в статті „On the theory of groups, as depending on the symbolic equation $\theta^n = 1$" (1854): „Множина символів $1, \alpha, \beta, \ldots$, різних між собою, і таких, що добуток будь-яких двох з них (не важливо, в якому порядку вони взяті) або добуток будь-якого з них на самого себе належить цій же множині, називається групою". Келі окремо не зазначає, що множина $1, \alpha, \beta, \ldots$ скінченна, однак це стає зрозуміло при аналізі властивостей введеного ним поняття, а саме: якщо кожен елемент групи G помножити зліва, або справа, на деякий елемент a, то отримаємо групу G, або, що те ж саме, якщо символи групи перемножити так, як показано на таблиці, то кожен її рядок, так як і кожен стовпчик, будуть містити всі символи $1, \alpha, \beta, \ldots$.

Таблиця 1

Множники	праві				
ліві		1	α	β	$\ldots$
	1	1	α	β	$\ldots$
	α	α	α^2	$\alpha\beta$	$\ldots$
	β	β	$\beta\alpha$	β^2	$\ldots$
	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$

Опублікована в 1854 р. стаття, на жаль, залишилась непоміченою. Однак, коли в 1878 р. Келі повторно в двох різних журналах опублікував її, поняття групи отримало визнання.

Водночас означення групи з'являється в дещо іншому контексті, а саме в контексті групи „класів функцій", в алгебраїчній теорії чисел. Кронекер (1870) розглядає скінченну множину „функцій" $\vartheta', \vartheta'', \vartheta''', \ldots$ таких, що з кожних двох „функцій'' можна певним чином отримати третю. Він припускає, що в такій множині виконуються комутативний і асоціативний закони, а також, що $\vartheta'\vartheta'' \neq \vartheta'\vartheta'''$, якщо $\vartheta'' \neq \vartheta'''$. Сам Кронекер свої результати не пов'язує з теорією груп, але Г.Вебер (1882) дає дуже схоже означення групи як системи, в якій із будь-яких двох елементів можна отримати третій елемент так, щоб виконувались наступні умови:

1. $\left(\vartheta_r\vartheta_s\right)\vartheta_t = \vartheta_r\left(\vartheta_s\vartheta_t\right) = \vartheta_r\vartheta_s\vartheta_t$;

2. з того, що $\vartheta\vartheta_r = \vartheta\vartheta_s$, випливає, що $\vartheta_r = \vartheta_s$.

Однак таке означення має місце лише для скінченних груп; у випадку нескінченних груп необхідною є умова існування оберненого елемента. На це звертає увагу сам Вебер в „Lehrbuch der Algebra" („Підручник з алгебри", 1895).

В 1882-83 рр. фон Дік (докторант Клейна) запропонував інше означення абстрактної групи за допомогою твірних елементів і визначальних співвідношень. Наприклад, циклічну групу G порядку n можна означити наступним чином: $G = \langle a \rangle$, $a^n = 1$. В симетричній групі S_3 твірними елементами можна взяти a_1 і a_4, для яких справедливі співвідношення: $a_1^2 = 1$, $a_4^3 = 1$, $\left(a_1 a_4\right)^2 = 1$. Варто зауважити, що кількість співвідношень повинна бути достатньою для того, щоб вони визначали лише одну, з точністю до ізоморфізму, групу. Це означення широко використовується, зокрема, в топології.

На рис. 1 показано, яким тривалим був процес формування сучасного поняття групи.

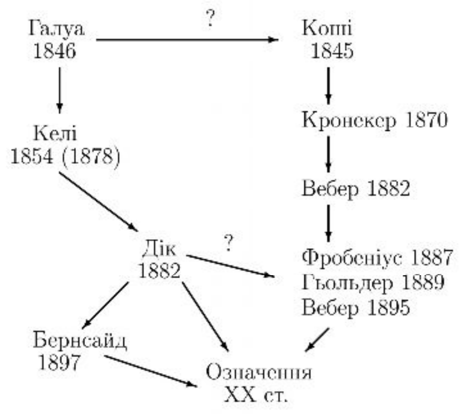


Рис. 1

Варто зауважити, що між двома лініями розвитку поняття зв'язок сумнівний, хоча достовірно відомо, що Бернсайд читав роботи Фробеніуса (правда пізніше), і навіть змушений був двічі наводити докази того, що не знав про надруковані результати Фробеніуса.

Для розвитку теорії груп велике значення мали підручники Серре ``Cours d'alg `e bre sup e′ rieur"(1849), Сальмона ``Modern Higher Algebra" (1859), Вебера ``Lehrbuch der Algebra" (1895) і, звичайно, монографія Бернсайда ``Theory of Groups of Finite Order" (1897). Однак в них розглядались переважно скінченні групи. В подальшому стало зрозуміло, що скінченність групи є досить сильним і не завжди природнім обмеженням. Теорія скінченних груп не могла задовольняти потреби геометрії, теорії автоморфних функцій, топології, в яких почали виникати структури, подібні до груп, але нескінченні. Крім того поза межами теорії залишались такі найпростіші і важливі групи, як, наприклад, адитивна група $\mathbb{Z}$ цілих чисел. Тому скінченна теорія груп мала стати частиною загальної теорії.

Вперше основи теорії груп без обмеження їх скінченності було викладено в монографії „Абстрактна теорія груп" (1916) О.Ю.Шмідта – студента-п'ятикурсника Київського університету Св. Володимира.

Означення 1 [2]. Непорожня множина G з композицією називається групою, якщо композиція задовольняє наступні вимоги.

1. Добуток будь-яких двох елементів із G сам належить до G.

2. Символічне множення є асоціативним; наприклад, для будь-яких трьох елементів a, b, c із G $a(bc) = (ab)c$.

3. В G знайдеться принаймні один елемент e, що задовольняє умову $ae = a$ для всіх елементів a в G.

4. Існує елемент e, що задовольняє вимогу 3 такий, що для кожного a в G існує x в G із умовою $ax = e$.

Далі доводиться, що в групі $ea = a$, $xa = e$. Шмідт зазначає, що використовує означення, запропоноване Е.Х.Мур'ом і Л.Діксоном.

Схоже означення зустрічаємо в монографії Б.Л. ван дер Вардена [3].

Означення 2 [3]. Непорожня множина

G елементів довільної природи (наприклад, чисел, відображень, перетворень) називається групою, якщо виконуються чотири наступні умови.

1. Заданий закон *композиції*, який кожній парі елементів a,b із G співставляє третій елемент c цієї ж множини, який називають, як правило, добутком елементів a і b і позначають через ab або через $a \cdot b$.

2. *Закон асоціативності*. Для будь-яких трьох елементів a,b,c із G має місце рівність $ab \cdot c = a \cdot bc$.

3. В G існує (ліва) одиниця , тобто елемент e, що виділяється наступною властивістю: $ea = a$ для всіх a із G.

4. Для кожного елемента a із G існує (принаймні) один (лівий) обернений елемент a^{-1} в G, що виділяється властивістю: $a^{-1}a = e$.

Формулюванню умов 3)-4) в такий спосіб, як у означенні 2, притримується і Б.Хупперт [4].

Для спрощення викладу теоретичного матеріалу, економії часу, на нашу думку, доцільно в означенні поняття групи вимагати виконання більш посилених умов 3)-4), а саме, щоб одиниця і обернений елемент були двосторонніми (як правими, так і лівими). Так, зокрема, ці умови формулюються в [5]-[7].

Означення 3 [5]. Моноїд G, всі елементи якого оборотні, називається групою. Іншими словами передбачається, що виконуються наступні аксіоми:

1. на множині G визначена бінарна операція: $(x,y) \to xy$.
2. операція асоціативна: $(xy)z = x(yz)$;
3. G має нейтральний (одиничний) елемент e: $xe = ex = x$ для всіх $x \in G$;
4. для кожного елемента $x \in G$ існує обернений x^{-1}: $xx^{-1} = x^{-1}x = e$.

Означення 4 [6]. Непорожня множина G, на якій визначено бінарну операцію *, називається групою, якщо виконуються такі умови:

1. операція * асоціативна;
2. в G існує нейтральний елемент η;
3. для кожного елемента $a \in G$ в множині G існує симетричний елемент a'.

Означення 5 [7]. Групою називається деяка множина елементів $G(a,b,c,...)$ з бінарною операцією, яка називається «композицією», такою, що виконуються:

G0. Закон замкнутості. Для кожної впорядкованої пари елементів a,b із G добуток $ab = c$ існує і є однозначно визначеним елементом із G.

G1. Асоціативний закон. $(ab)c = a(bc)$.

G2. Існування одиниці. Існує такий елемент 1, що $1a = a1 = a$ для будь-якого $a \in G$.

G3. Існування оберненого елемента. Для всякого елемента $a \in G$ існує такий елемент $a^{-1} \in G$, що $a^{-1}a = aa^{-1} = 1$.

В навчальній літературі зустрічаються також наступні означення.

Означення 6 [8]. Півгрупа називається *групою*, якщо в ній існує нейтральний елемент e такий, що при всіх a з групи $a*e = e*a = a$ (через * позначено знак дії), і для кожного елемента існує обернений такий, що $a*a^{-1} = a^{-1}*a = e$.

Означення 7 [9]. Асоціативний групоїд G, що має нейтральний елемент, називається групою, якщо для кожного елемента $g \in G$ існує обернений елемент g'.

Означення 8 [10]. Алгебра $A = \langle G,*,' \rangle$ називається групою, якщо головні її операції задовольняють умови (аксіоми):

(1) бінарна операція * асоціативна, тобто для будь-яких елементів a,b,c із G $a*(b*c) = (a*b)*c$;

(2) в G існує правий нейтральний елемент відносно операції *, тобто такий елемент, що $a*e = a$ для будь-якого елемента a із G;

(3) для будь-якого елемента a із G $a*a' = e$.

Як далі роз'яснює сам автор, відповідно до означення 8 група – це непорожня множина з двома операціями на ній – бінарною * і унарною ', причому бінарна операція асоціативна і володіє правим нейтральним елементом, а унарна операція є операцією переходу до правого симетричного елемента відносно бінарної операції і, значить, кожний елемент групи має правий симетричний йому елемент відносно бінарної операції групи *.

Означення 9 [11]. Групою називають множину G з однією алгебраїчною операцією, асоціативною (хоча не обов'язково комутативною), причому для цієї операції повинна існувати обернена операція.

Означення 6 і 7 дуже прості для запам'ятовування, але (як і означення 8,9) не зручні для перевірки того, чи є деяка задана множина відносно операції групою. Крім того, вимагається додаткове знання понять «півгрупа», «групоїд» (понять, які в подальшому в курсі алгебри не використовуються). Означення 8 надзвичайно громіздке. А в означенні 9 потрібно наперед домовитись, що розуміти під оберненою операцією: цей термін автор до цього використовував лише для операцій віднімання і ділення, заданих на числових множинах (розглядаючи об'єкти нечислової природи, треба прийняти, що під оберненою операцією слід розуміти існування для довільних двох елементів a,b із G однозначно визначених елементів x,y таких, що $ax=b$, $ya=b$).

На думку авторів, в курсі вищої алгебри найбільш доцільним є формулювання означення поняття групи саме у вигляді переліку аксіом. Такий алгоритмічний підхід дозволяє чітко виділити суттєві властивості поняття групи, забезпечити зручність перевірки, чи є деяка множина відносно заданої операції групою.

При цьому варто включити в означення чотири аксіоми, виокремлюючи вимогу бінарної алгебраїчності операції (тобто її виконуваності для довільних двох елементів множини G, однозначності, залежності від порядку запису множників і замкненості). Якщо цю умову не виділити окремо в означенні (не акцентувати на ній увагу), студенти часто забувають її перевіряти, нехтують нею.

Щоб підкреслити, що «група» і «множина» – це абсолютно різні поняття, які нерідко ототожнюються студентами, доцільно вести мову не про множину із заданою на ній операцією, а про пару $\langle G;*\rangle$, де G – непорожня множина, * – операція, задана на ній.

В [12] авторами подано наступне означення поняття групи.

Означення 10 [12]. Впорядкована пара $\langle G;*\rangle$, де G – непорожня множина, називається *групою,* якщо виконуються наступні умови:

1) * – бінарна алгебраїчна операція, задана на множині G;

2) операція * асоціативна на G, тобто для будь-яких елементів a,b,c із G справедливо: $(a*b)*c=a*(b*c)$;

3) в G існує нейтральний відносно * елемент e, тобто такий, що $a*e=e*a=a$ для всіх $a\in G$;

4) для будь-якого елемента $a\in G$ існує симетричний до нього елемент $a'\in G$, тобто такий, що $a*a'=a'*a=e$.

Умови 1)-4) називають аксіомами групи.

В курсі «Лінійна алгебра» при вивченні теми «Алгебраїчні структури» (початок I семестру), коли студенти вперше зустрічаються із поняттям групи, варто обмежитись лише означенням групи. Досвід показує, що розглядати на даному етапі властивості груп, а також поняття підгрупи, критерій підгрупи і т.д. не зовсім доцільно, оскільки тоді студенти засвоюють даний матеріал на досить низькому рівні. Варто зосередитись лише на вивченні означення групи, сформувати вміння «бачити» групу, наводити різноманітні приклади груп. Місце теми «Алгебраїчні структури» в курсі вищої алгебри зумовлює певну специфіку добору прикладів: на цьому етапі студенти знають небагато прикладів нечислових множин. Зокрема, вони ще не знайомі із поняттями матриці, підстановки, класу лишків тощо. Щоб у студентів не склалось враження про те, що групами можуть бути лише числові множини, слід активно використовувати приклади множин нечислової природи, відомі з шкільного курсу математики: групу векторів площини відносно дії додавання, групу поворотів кола відносно центра тощо.

В самому курсі «Лінійна алгебра» поняття групи можна безпосередньо не використовувати. Проте досить висока абстрактність цього поняття вимагає значної кількості часу на його осмислення. Тому до сприйняття теоретичного матеріалу теми «Групи» (курс «Алгебра і теорія чисел») студентів необхідно заздалегідь підготувати. Варто відмітити, що автори є прихильниками ідеї доцільності пропедевтичного ознайомлення учнів старшої школи із елементами теорії груп, зокрема в системі гурткової роботи. Зауважимо, що в США і деяких країнах Європи поняття групи та ізоморфізму груп включені до основного курсу математики середньої школи.

Необхідність введення поняття групи на початку курсу вищої алгебри зумовлена також потребою аналітичної геометрії (в курсі якої розглядаються групи перетворень) у сформованому уявленні про поняття групи. В зв'язку з цим постає питання про узгодженість введеного означення і означення, яке пропонується в курсі геометрії. З цією метою авторами було детально проаналізовано підходи до означення поняття групи в сучасних підручниках з геометрії.

Означення 11 [13]. Групою називається пара $(G,\circ)$, де G – непорожня множина, на якій задана бінарна операція $\circ$ (закон композиції) і виконуються наступні три умови (аксіоми):

1) Бінарна операція $\circ$ асоціативна, тобто для будь-яких елементів $a,b,c\in G$ маємо: $a\circ(b\circ c)=(a\circ b)\circ c$.

2) В множині G існує такий елемент e (нейтральний елемент), що $a\circ e=a$ для будь-якого елемента a із G.

3) Для будь-якого елемента a із G існує такий елемент a' (симетричний елемент), що $a\circ a'=e$.

В даному означенні вимагається існування односторонніх (правих) нейтрального і симетричного елементів.

На 1 курсі доводити еквівалентність означень 10 і 11 не доцільно, оскільки, як показує досвід, до сприйняття абстрактного матеріалу сучасні першокурсники абсолютно не підготовлені (в шкільному курсі математики елементи абстрактної математики відсутні). Однак зауважити, що умови 3) і 4) означення 10 можна послабити, вимагаючи лише існування односторонніх (одночасно правих, або одночасно лівих) нейтрального і симетричного елементів, слід обов'язково: саме означення 11 широко використовується в геометрії та фізиці і студент повинен бачити, що це означення рівносильне означенню 10. При цьому необхідно також відмітити, що система аксіом, утворена в результаті заміни аксіом 3) і 4) означення 10 на аксіоми $3^\bullet$) $a*e=a$ (*правий* нейтральний) і $4^\bullet$) $a'*a=e$ (*лівий* симетричний) в загальному випадку визначати групу не буде (див. [14]). В курсі «Алгебра і теорія чисел» до цього питання слід обов'язково повернутись і довести еквівалентність означень.

Після формулювання означення групи, слід зауважити, що часто для позначення групової операції замість знака $*$ використовують більш звичні знаки: $+$ і $\cdot$. Якщо беруть знак $+$, то алгебраїчну операцію називають додаванням, групу відносно цієї операції – адитивною, нейтральний елемент – нульовим або просто нулем, симетричний – протилежним елементом, і таку форму запису називають адитивною. Якщо використовують знак $\cdot$, то алгебраїчну операцію називають множенням, групу відносно цієї операції – мультиплікативною, нейтральний елемент – одиничним або просто одиницею, симетричний – оберненим елементом, і таку форму запису називають мультиплікативною. На практиці знак $\cdot$ часто пропускають, тобто замість $a\cdot b$ пишуть просто ab.

Серед важливих прикладів груп, про які обов'язково слід згадати, – одинична (нульова) група, адитивні групи Z,Q,R, мультиплікативні групи Q^*,R^*.

Раніше авторами було розроблено методику введення поняття бінарної алгебраїчної операції, ознайомлення із яким бажано провести перед вивченням поняття групи в курсі вищої алгебри. Для закріплення знань студентів про поняття бінарної алгебраїчної операції було запропоновано самостійно (або за допомогою навчально-методичного забезпечення) скласти зведену таблицю властивостей операцій, заданих на певних конкретних множинах (табл. 2).

Таблиця 2

Множина M	Операція *	Властивості			
		асоціат.	нейтр елем.	симетр. елем.	комут
N	додав	+	0	–	+
	множ	+	1	–	+
Z	додав	+	0	$-a$	+
	множ	+	1	–	+
Q	додав				
	множ				
$Q^* = Q\setminus\{0\}$	додав				
	множ				
R	додав				
	множ				
$R^* = R\setminus\{0\}$	додав				
	множ				

До першої колонки слід додати також множини: $2Z$ парних цілих чисел, $2Z'$ непарних цілих чисел, Q_+ додатних раціональних чисел, R_+ додатних дійсних чисел тощо (перелік множин може бути доповнений на розсуд викладача). Відмітимо, що зазвичай для ілюстрації поняття групи студенти використовують приклади універсальних множин: Z, Q, R, або їхніх підмножин: Q^*, R^*. Важливо звернути увагу також на множини виду $Z[\sqrt{5}]$, $Q[\sqrt{3}]^*$ тощо.

Під час вивчення поняття групи створена таблиця дозволяє ефективно зекономити час: додаткова перевірка виконання властивостей 1)-4) не потрібна, студенти можуть допомагати викладачу наводити приклади як тих множин, що є групами відносно певних операцій, так і тих, які не є. В результаті аналізу до таблиці може бути доданий ще один стовпчик, в якому зазначається, чи є відповідна множина відносно конкретної операції групою, чи ні. Порівняльний аналіз у вигляді таблиці дозволяє також підкреслити той факт, що відносно різних операцій одна і та сама множина може бути групою, а може й не бути.

Для формування поняття групи на практичному занятті бажано розглянути вправи на зразок наступних:

1. Визначити, чи є групою відносно операції додавання: а) множина парних цілих чисел; б) множина непарних цілих чисел.
2. Визначити, чи є групою множина $Z^* = \{-1, 1\}$ відносно операції: а) додавання; б) множення.
3. Перевірити, чи утворює групу множина M всіх чисел виду 3^k, де $k \in Z$, відносно дії: а) додавання; б) множення.
4. Довести, що множина всіх поворотів кола навколо свого центра є групою відносно композиції поворотів.
5. Визначити, чи утворює групу множина M пар (a, b) цілих чисел відносно операції *, заданої наступним чином: $(a_1, b_1) * (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, (-1)^{a_2} b_1 + b_2)$.

При вивченні теми «Групи» в курсі «Алгебра і теорія чисел» (3-4 семестр) слід пригадати означення, введене на першому курсі, актуалізувати сформовані знання, вміння і навички, розширити обсяг уявлень про дане поняття, розглядаючи ряд еквівалентних означень, детально вивчаючи загальні елементарні властивості груп, розглядаючи різноманітні приклади груп, що раніше (на 1 курсі) не вивчались: симетричну групу підстановок S_n, циклічні групи (скінченні та нескінченні), адитивні групи $Z[i]$ цілих гаусових чисел, $M_n(P)$ всіх квадратних матриць над числовим полем P, а також загальну лінійну групу $GL_n(R)$ всіх невироджених матриць квадратних матриць над полем R дійсних чисел (та її підгрупи).

Так, доцільно звернути увагу, що у випадку скінченної групи, умова 4) є зайвою (див. також означення Келі). Для цього розглядаємо наступну задачу.

Приклад. Нехай операція $\cdot$ є бінарною алгебраїчною на скінченній множині M, і нехай виконуються умови 1)-3) означення 10 групи. Довести, що $< M; \cdot >$ – група.

Для узгодження введеного означення із означеннями, які використовуються в суміжних математичних курсах, слід показати еквівалентність означень 10 і 11, а також 10 і 12.

Означення 12 [15]. Непорожня множина G, в якій визначена операція множення, називається групою, якщо виконуються такі умови:

1. Операція множення асоціативна.

2. Для операції множення в множині G здійсненна обернена операція – ділення, тобто для будь-яких елементів a і b множини G кожне з рівнянь $ax = b$ і $ya = b$ має у множині G розв'язок і притому тільки один.

Означення 12 активно використовується в курсах «Числові системи» і «Теоретична фізики».

Підвести під формулювання означення 12 можна, наприклад, в наступний спосіб. На домашнє завдання пропонується скласти таблицю Келі (табл. 3) для симетричної групи підстановок S_3.

Таблиця 3

*	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_0	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1	a_1	a_0	a_5	a_4	a_3	a_2
a_2	a_2	a_4	a_0	a_5	a_1	a_3
a_3	a_3	a_5	a_4	a_0	a_2	a_1
a_4	a_4	a_2	a_3	a_1	a_5	a_0
a_5	a_5	a_3	a_1	a_2	a_0	a_4

На занятті проводиться аналіз помічених закономірностей. Так, елементи $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ зустрічаються у кожному рядочку і кожному стовпчику таблиці по одному разу. Чи випадково це? Ні, причина в тому, що в групі кожне з рівнянь $a \cdot x = b$ і $ya = b$, $a, b \in G$, має єдиний розв'язок.

Корисно розглянути різні означення поняття групи на гуртковому занятті «Різні означення групи та їхня еквівалентність». При цьому викладач формулює різні можливі означення, пропонує студентам відшукати в навчальній і науковій літературі інші означення, довести еквівалентність їх означенню 10. На занятті про проведену пошуково-дослідну роботу звітують студенти. Викладач доповнює виступи студентів, члени гуртка колективно доводять еквівалентність означень. На цьому ж гуртковому занятті можна розглянути задачу з математичної олімпіади, яка пропонувалась в 1975 р. на IX Всесоюзній математичній олімпіаді для учнів 8 – 10 класів (див. [16]).

Задача. На дошці записано кілька нулів, одиниць і двійок. Дозволяється витерти дві різні цифри і замість них написати одну цифру, що відрізняється від витертих (2 замість 0 і 1, 1 замість 0 і 2, 0 замість 1 і 2). Довести, що коли в результаті кількох таких операцій на дошці буде записано тільки одну таку цифру, то вона не залежить від порядку, в якому витирали цифри.

У системі задач шкільних математичних олімпіад чільне місце займають функціональні рівняння. Одним із методів їх розв'язування є груповий. Корисно (знову ж таки на гуртковому занятті) ознайомити з ним майбутніх вчителів. Можна розглянути наступний приклад (ідея його розв'язання ґрунтується на тому, що множина

$$F = \left\{ f_0 = x, f_1 = \frac{x-1}{x+1}, f_2 = -\frac{1}{x}, f_3 = \frac{x+1}{1-x} \right\}$$

утворює комутативну групу відносно операції суперпозиції функцій, ізоморфну четверній групі Клейна).

Приклад. Знайти функцію, визначену на множині дійсних чисел, відмінних від 0, 1, -1, що задовольняє рівняння

$$xf(x) + 2f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 1 .$$

Для спрощення перевірки, чи є деяка множина групою відносно певної операції (якщо ця множина є підмножиною деякої відомої групи), зручно використовувати критерій підгрупи.

Теорема (критерій підгрупи). Нехай $\langle G; \cdot \rangle$ – група. Для того, щоб непорожня підмножина H групи G була підгрупою цієї групи, необхідно і достатньо, щоб виконувались умови:

1. якщо $a, b \in H$, то $ab \in H$;

2. якщо $a \in H$, то $a^{-1} \in H$.

Мотивація введення: за означенням підгрупою групи G є її непорожня підмножина H, що сама є групою відносно операції, заданої в G. Перевіряти всі чотири аксіоми групи досить довго – постає питання про зменшення кількості аксіом. Визначаємо разом із студентами, які умови в підмножині автоматично виконуються і можна не перевіряти. Ефективність використання даного критерію легко побачити при розгляді наступного прикладу.

Приклад. Довести, що множина A_n парних підстановок утворює групу відносно операції композиції.

Висновки. Як показують результати апробації на базі Фізико-математичного Інституту НПУ імені М.П.Драгоманова, запропонована методика введення та формування поняття групи в курсі вищої алгебри є достатньо ефективною. Зауважимо, що ознайомлення із поняттям групи відповідно до даної методики цілком доступне учням старшої школи, що підтверджує досвід роботи з учнями в системі МАН [17].

1. Александров П.С. Введение в теорию групп. – М.: Учпедгиз. – 1938. – 128 с.

2. Шмидт О.Ю. Избр. труды. Математика. – М.: АН СССР, 1959. – 315 с.

3. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. – М.: Наука, 1976. – 648 с.

4. Huppert B. Endliche Gruppen. I. – Springer-Verlag Berlin. Heidelberg, 1967. – 794 s.

5. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры: Учебник для вузов. – 3-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 272 с.

6. Завало С.Т. Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985. – 503 с.

7. Холл М. Теория групп. – М.: Изд-во иностр. литер., 1962. – 468 с.

8. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. – М.: Наука, 1984. – 416 с.

9. Дорофеева А.В. Учебник по высшей математике для философских факультетов университетов. – М.: Изд. Московского ун-та., 1971.

10. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Высш. шк., 1979. – 560 с.

11. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – Изд. 9. – М.: Наука, 1968. – 432 с.

12. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел: У 2 ч. – Ч.1. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова. – 2009. – 420 с.

13. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2-х ч. – Ч.1. – М.: Просвещение, 1986. – 336 с.

14. Mann H.B. On certain systems which are almost groups // Bull. Amer. Math. Soc. – 50. – 1944. – P.879-881.

15. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел: У 2 ч.. – Ч.2. – К.:Вища школа, 1976. – 384 с.

16. Бородін О.І., Потьомкін Л.В., Сліпенко А.К. Основні поняття сучасної алгебри: Посібник для самоосвіти вчителів. – К.: Рад. школа, 1983. – 112 с.

17. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Про деякі аспекти організації учнівської наукової творчості // Креативність і творчість – Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – Серія «Соціологія. Психологія. Педагогіка». – Тематичний випуск №1. – К.: Гнозис, 2009. – С.230-234.

Резюме. Требенко Д.Я., Требенко О.О. ВВЕДЕНИЕ И ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ ГРУППЫ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ. *В статье раскрыта история возникновения и формирования понятия группы, проведен детальный анализ существующих подходов к определению понятия группы в учебной и научной литературе. Предложена методика введения и формирования понятия группы в курсе высшей алгебры. Подчеркнута необходимость согласования определения группы, предлагаемого в курсе высшей алгебры, с определениями, используемыми в курсах аналитической геометрии и теоретической физики путем доказательства их эквивалентности.*

Ключевые слова: *группа, определение понятия группы.*

Summary. **Trebenko D., Trebenko O. INTRODUCTION AND FORMING THE CONCEPT OF A GROUP IN HIGHER ALGEBRA COURSE.** *A history of the concept of a group origin and forming is exposed in the paper. A detailed analysis of existing approaches to define the concept of a group in manuals and scientific literature is done. A method of introduction and forming the concept of a group in Higher Algebra course is offered. A necessity to coordinate the definition of the concept of a group proposed in Higher Algebra course with definitions used in Analytical Geometry and Theoretical Physics courses by proving their equivalence is underlined.*

Keywords: *group, definition of the concept of a group.*

Стаття представлена професором М.В.Працьовитий.
Надійшла до редакції 19.10.2009р.

ПРО ОДИН МЕТОД ВВЕДЕННЯ ТА ВИКОРИСТАННЯ ПОНЯТТЯ ВИЗНАЧНИКА МАТРИЦІ

С.В.Єфіменко,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,
м. Київ, УКРАЇНА

Пропонується один з можливих методів введення та використання поняття визначника матриці. Застосування даної методики дозволяє значно спростити громіздкі доведення властивостей визначника.

Ключові слова: *матриця, визначник, символ Леві-Чивіти, абсолютно кососиметричний об'єкт.*

Процес інтеграції України у єдиний європейський освітній простір вимагає від викладачів вищих навчальних закладів створення та дотримання нових критеріїв якості освіти [2, 5]. Програми класичних фундаментальних дисциплін мають з одного боку відповідати фаховій спрямованості факультету, а з іншого боку – забезпечувати новий сучасний рівень вимог.

Особливість викладання математичних дисциплін на радіофізичному факультеті Київського національного університету ім.Тараса Шевченка полягає у тому, що вони повинні дати майбутнім інженерам-радіофізикам фундаментальні і глибокі знання з математики. При цьому важливо не перевантажувати їх високим рівнем математичної абстракції і встановити необхідні логічні зв'язки між різними математичними та фізичними дисциплінами навчального плану.

Однією з таких фундаментальних математичних дисциплін для студентів першого курсу нашого факультету є «Загальна алгебра». Цей курс включає дві частини – аналітичну геометрію та лінійну алгебру. Згідно з робочою навчальною програмою дисципліна "Загальна алгебра" є базовою нормативною дисципліною для спеціальності "радіофізика і електроніка", яка викладається в II семестрі в обсязі 4,5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS), в тому числі 85 годин аудиторних занять (з них 51 годин лекцій, 34 години практичних занять) і 77 годин самостійної роботи. Таким чином, у невеликій кількості аудиторних занять необхідно охопити достатньо об'ємний навчальний матеріал. Тому повсякденною задачею лектора є пошук компактних способів доведень громіздких тверджень, яких немало у курсі лінійної алгебри.

Мета цієї роботи *– поділитись із читачами одним із методичних прийомів введення та використання поняття визначника (детермінанта) матриці.*

Цю ідею в алгебраїчних курсах, які викладаються для студентів фізичних спеціальностей, використовував мій старший колега професор Придатченко Юрій Вікторович. На жаль, його передчасна смерть не дала змоги завершити роботу над започаткованим ним навчальним посібником з даного курсу.

Отже, звернемось до двох поважних підручників з алгебри [1] та [3].

У першому з них визначник матриці $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \cdots & a_n^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \cdots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1^n & a_2^n & \cdots & a_n^n \end{pmatrix}$ порядку n визначається рекурентно через визначник матриці порядку $(n-1)$:

$$|\mathbf{A}| = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} a_k^1 \,\overline{\mathbf{M}}_1^k \,, \qquad (1)$$

тут $\overline{\mathbf{M}}_1^k$ – мінор, утворений викреслюванням елементу першого рядка та k -го стовпчика. Тим самим відразу визначається метод обчислення визначника, проте набуваються неабиякі складнощі із доведенням його властивостей. При цьому самі твердження щодо властивостей визначника достатньо прозорі, а от доведення вимагають громіздких та копітких викладок. Виникає та сама ситуація, яку в народі називають «за деревами ліса не видно». Зрозуміло, що це не викликає ентузіазму ні у лектора, ні в його слухачів. Жертви часу та зусиль на коректність всіх викладок можуть бути виправдані, якщо це курс з алгебри для студентів математичних спеціальностей, проте аж ніяк не на радіофізичному факультеті.

В навчальному посібнику [3] читач поступово та логічно підводиться до поняття визначника матриці, яке спершу взагалі формулюється вербально – визначником матриці n-го порядку називається алгебраїчна сума $n!$ доданків, складених наступним чином: доданками є всі можливі добутки елементів матриці, взятих по одному з кожного рядка та кожного стовпчика, причому доданок береться із знаком плюс, якщо його індекси утворюють парну підстановку, та із знаком мінус у супротивному випадку. Велика кількість правильних слів при цьому суттєво затуманює зміст самого поняття. Технічні складнощі із доведеннями властивостей так означеного визначника – ті самі, крім того вимагає доведення і правило Лапласа обчислення визначника.

Що ж пропонується на відміну від класичного підходу? Варто зауважити, що метою автора не є ні в якій мірі заперечити правильність класичних підходів, а лише запропонувати ще один погляд на відомі речі. Адже це дає можливість вибору різних дидактичних шляхів у спілкуванні із студентською аудиторією.

Використаємо наступне означення визначника матриці:

Означення. Визначником матриці $\mathbf{A} = \left(a_1^1\right)$ порядку 1 називається єдиний елемент цієї матриці $|\mathbf{A}| = \det \mathbf{A} = a_1^1$. Визначником матриці порядку $n > 1$ називається число, яке задається наступною формулою:

$$|\mathbf{A}| = \det \mathbf{A} \quad \begin{vmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \cdots & a_n^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \cdots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & = & \vdots \\ a_1^n & a_2^n & \cdots & a_n^n \end{vmatrix} \quad .$$

$$\varepsilon_{i_1\, i_2\, \ldots\, i_n} \cdot a_1^{i_1} a_2^{i_2} \cdot \ldots \cdot a_n^{i_n} \qquad (2)$$

Тут через $\varepsilon_{i_1 i_2 \ldots i_n}$ позначений символ Леві-Чивіти – абсолютно кососиметричний об'єкт $\varepsilon^{i_1 i_2 \ldots i_n} \equiv \varepsilon_{i_1 i_2 \ldots i_n}$ від n індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$, де $i_k \in \{1, \ldots, n\}$, $k = \overline{1,n}$, який має значення рівне 1 при впорядкованому наборі індексів, тобто коли $i_k = k$, $k = \overline{1,n}$. Таким чином, $\varepsilon^{12\ldots n} \equiv \varepsilon_{12\ldots n} = 1$. І взагалі, необхідно показати слухачам, що насправді значеннями символів Леві-Чивіти можуть бути лише 0 та ± 1. Крім того, у формулі (2) використовується угода Ейнштейна про сумування по так званому «сліпому» індексу – якщо один і той самий індекс розташований у виразі вгорі та внизу окремих множників, то по ньому відбувається сумування.

Дуже важливо обов'язково пояснити слухачам, що дане означення, яке виглядає досить формалізованим, насправді у випадках $n = 2$ та $n = 3$ співпадає з уже знайомим означенням визначника. Зокрема,

$$|\mathbf{A}| = \begin{vmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{vmatrix} = \varepsilon_{11} a_1^1 a_2^1 + \varepsilon_{12} a_1^1 a_2^2 + \varepsilon_{21} a_1^2 a_2^1 +$$

$$\varepsilon_{22} a_1^2 a_2^2 = 0 \cdot a_1^1 a_2^1 + 1 \cdot a_1^1 a_2^2 + (-1) \cdot a_1^2 a_2^1 + 0 \cdot a_1^2 a_2^2$$

$$= a_1^1 a_2^2 - a_1^2 a_2^1$$

А враховуючи властивості символів Леві-Чивіти, формула (2) збігається з означенням (1). Варто зауважити, що використання символів Леві-Чивіти дозволяє спростити вже відомі на цей момент поняття векторного та мішаного добутків геометричних векторів, а саме: векторний добуток векторів $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ виражається наступною формулою $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \varepsilon_{ijk} \mathbf{e}^i a^j b^k$, де $i, j, k = \overline{1,3}$, $\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2, \mathbf{e}^3$ – орти прямокутної декартової системи координат, а

$a^i, b^i, i=\overline{1,3}$ – координат векторів $\mathbf{a}$ та $\mathbf{b}$ у цій системі координат. Мішаний добуток трьох векторів $\mathbf{a}=(a^1,a^2,a^3)$, $\mathbf{b}=(b^1,b^2,b^3)$, $\mathbf{c}=(c^1,c^2,c^3)$ задається формулою $\mathbf{abc}=\varepsilon_{ijk}a^i b^j c^k$ де $i,j,k=\overline{1,3}$ і виражає собою орієнтований об'єм паралелепіпеда із сторонами $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$.

Щоб не здавалось, що прагнучи спрощення, ми підвищуємо формалізм та абстракцію, підкреслимо, що символи Леві-Чивіти використовуються у тензорному аналізі та у загальній теорії відносності Ейнштейна (дивись, наприклад, [4]), яку слухають наші студенти на старших курсах. Тим самим встановлюється певний зв'язок між поняттями різних курсів.

Покажемо далі, що використання означення (2) на відміну від означення (1) дозволяє дещо спростити доведення властивостей визначника матриці. Проілюструємо це двома теремами – про визначник добутку матриць та правилом Лапласа обчислення визначника матриці.

Теорема 1. Визначник добутку двох матриць порядку n рівний добутку їх визначників: $|\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}|=|\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}|=|\mathbf{A}|\cdot|\mathbf{B}|$.

Доведення. Покажемо, що $|\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}|=|\mathbf{A}|\cdot|\mathbf{B}|$. (Друга частина рівності випливає з відомої властивості про визначник транспоновної матриці та з формули транспонування добутку матриць). Розглянемо згідно означенню (2) добуток визначників матриць:

$$|\mathbf{A}|\cdot|\mathbf{B}|=\varepsilon_{i_1 i_2\dots i_n}\cdot a_1^{i_1}a_2^{i_2}\cdot\ldots\cdot a_n^{i_n}\cdot|\mathbf{B}|=$$
$$=\varepsilon_{i_1 i_2\dots i_n}\cdot a_1^{i_1}a_2^{i_2}\cdot\ldots\cdot a_n^{i_n}\cdot\varepsilon_{j_1 j_2\dots j_n}\cdot$$
$$\cdot b_1^{j_1}b_2^{j_2}\cdot\ldots\cdot b_n^{j_n}.$$

(Нагадаємо, останній рядок містить суму по всім можливим значенням індексів $i_1,i_2,\dots,i_n$ та $j_1,j_2,\dots,j_n$ відповідно до угоди Ейнштейна). Переставимо в кожному доданку цієї суми елементи матриці $\mathbf{A}$ таким чином, щоб впорядкувати їх нижні індекси згідно з верхніми індексами елементів матриці $\mathbf{B}$, тобто: $a_1^{i_1}a_2^{i_2}\cdot\ldots\cdot a_n^{i_n}=a_{j_1}^{k_1}a_{j_2}^{k_2}\cdot\ldots\cdot a_{j_n}^{k_n}$. Нехай кількість транспозицій при переході від перестановки індексів $(1\,2\dots n)$ до перестановки індексів $(j_1\,j_2\dots j_n)$ рівна m. Тоді і кількість транспозицій при переході від перестановки індексів $(i_1\,i_2\dots i_n)$ до перестановки індексів $(k_1\,k_2\dots k_n)$ теж рівна m. Отже, $\varepsilon_{i_1 i_2\dots i_n}\cdot\varepsilon_{j_1 j_2\dots j_n}=$
$=(-1)^m\varepsilon_{k_1 k_2\dots k_n}\cdot(-1)^m\varepsilon_{1\,2\dots n}\quad\cancel{\varepsilon}_{k_1 k_2\dots k_n}\cdot\varepsilon_{1\,2\dots n}$

Таким чином, одержимо:

$$|\mathbf{A}|\cdot|\mathbf{B}|=\varepsilon_{k_1 k_2\dots k_n}\cdot a_{j_1}^{k_1}a_{j_2}^{k_2}\cdot\ldots\cdot a_{j_n}^{k_n}\cdot\varepsilon_{1\,2\dots n}\cdot b_1^{j_1}b_2^{j_2}\cdot\ldots\cdot b_n^{j_n}=$$
$$=\varepsilon_{k_1 k_2\dots k_n}\cdot\left(a_{j_1}^{k_1}\cdot b_1^{j_1}\right)\cdot\left(a_{j_2}^{k_2}\cdot b_2^{j_2}\right)\cdot\ldots\cdot\left(a_{j_n}^{k_n}\cdot b_n^{j_n}\right)=$$
$$=\varepsilon_{k_1 k_2\dots k_n}\cdot[\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}]_1^{k_1}\cdot[\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}]_2^{k_2}\cdot\ldots\cdot[\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}]_n^{k_n}=|\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}|.$$

Тут через $[\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}]_j^i$, $i,j=\overline{1,n}$ позначений елемент i-го рядка та j-го стовпчика добутку матриць $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$. Тим самим доведення завершене.

Теорема 2. (Правило Лапласа обчислення визначника матриці)

Для визначника будь-якої квадратної матриці $\mathbf{A}$ порядку n мають місце формули:

$$|\mathbf{A}|=\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+j}a_j^k\,\overline{\mathbf{M}}_k^j,\text{ де }k=\overline{1,n}\qquad(3)$$

$$|\mathbf{A}|=\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+i}a_k^i\,\overline{\mathbf{M}}_i^k,\text{ де }i=\overline{1,n}\qquad(4)$$

Формула (3) називається розкладом визначника за елементами j-го стовпчика, а формула (4) – розкладом визначника за елементами i-го рядка.

Доведення. В силу властивості визначнику, досить довести дане твердження лише для стовпчиків матриці $\mathbf{A}$. Розглянемо спочатку випадок, коли номер стовпчика $j=1$:

$$|\mathbf{A}|=\varepsilon_{i_1 i_2\dots i_n}\cdot a_1^{i_1}a_2^{i_2}\cdot\ldots\cdot a_n^{i_n}=$$
$$\sum_{k=1}^{n}a_1^k\cdot\varepsilon_{k\,i_2\dots i_n}\cdot a_2^{i_2}\cdot\ldots\cdot a_n^{i_n}\qquad(5)$$

Позначимо через $\varepsilon^{(k)}_{i_2\ldots i_n}$ символ Леві-Чивіти, у якого його $n-1$ індексів приймають $n-1$ значення від 1 до n за винятком значення k. Неважко переконатись, що $\varepsilon_{k\,i_2\,\ldots\,i_n} = (-1)^{k-1}\cdot\varepsilon^{(k)}_{i_2\,\ldots\,i_n} = (-1)^{k+1}\cdot\varepsilon^{(k)}_{i_2\,\ldots\,i_n}$, оскільки, вилучаючи індекс k із перестановки $(k\; i_2 \ldots i_n)$, ми зменшуємо кількість інверсій, що утворює цей індекс з рештою індексів, рівно на $k-1$ (саме стільки є індексів, менших за k, серед індексів $i_2,\ldots,i_n$). Крім того, врахуємо, що мінор $\overline{\mathbf{M}}{}^1_k$, одержаний після викреслювання першого стовпчика та k-го рядка рівний: $\overline{\mathbf{M}}{}^1_k \equiv \varepsilon^{(k)}_{i_2\ldots i_n}\cdot a_2^{i_2}\cdot\ldots\cdot a_n^{i_n}$.

Тоді попередню рівність (5) можна продовжити наступним чином:

$$|\mathbf{A}| = \sum_{k=1}^{n} a_1^k\cdot(-1)^{k+1}\cdot\varepsilon^{(k)}_{i_2\,\ldots\,i_n}\cdot a_2^{i_2}\cdot\ldots\cdot a_n^{i_n} =$$

$$= \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}\cdot a_1^k\cdot\overline{\mathbf{M}}{}^1_k$$

Нехай тепер j набуває довільного значення від 2 до n. Аналогічно з попереднім, запишемо:

$$|\mathbf{A}| = \varepsilon_{i_1 i_2\ldots i_j\ldots i_n}\cdot a_1^{i_1}a_2^{i_2}\cdot\ldots\cdot a_j^{i_j}\ldots\cdot a_n^{i_n} =$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_j^k\cdot\varepsilon_{i_1 i_2\ldots i_j=k\ldots i_n}\cdot a_1^{i_1}\cdot\ldots\cdot a_{j-1}^{i_{j-1}}\cdot a_{j+1}^{i_{j+1}}\ldots\cdot a_n^{i_n} =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} a_j^k\cdot\varepsilon^{(k)}_{i_1\ldots i_{j-1}\,i_{j+1}\ldots i_n}\cdot(-1)^{j-1}\cdot(-1)^{k-1}\cdot a_1^{i_1}\cdot\ldots\cdot a_{j-1}^{i_{j-1}}\cdot a_{j+1}^{i_{j+1}}\ldots\cdot a_n^{i_n} =$$

$$= \sum_{k=1}^{n}(-1)^{j+k}\cdot a_j^k\cdot\overline{\mathbf{M}}{}^j_k\text{, оскільки } \overline{\mathbf{M}}{}^j_k \equiv \varepsilon^{(k)}_{i_1\ldots i_{j-1}\,i_{j+1}\ldots i_n}\cdot a_1^{i_1}\cdot\ldots\cdot a_{j-1}^{i_{j-1}}\cdot a_{j+1}^{i_{j+1}}\ldots\cdot a_n^{i_n}.$$

Доведення завершене.

Для порівняння, відповідні доведення кожного з цих тверджень у підручниках [1] та [3] займає не менше ніж півтори сторінки.

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Высшая шк., 1998. – 312 с.

2. Вища освіта України і Болонський процес: Навчальний посібник / За редакцією В.Г.Кременя. Авторський колектив: М.Ф.Степко, Я.Я.Болюбаш, В.Д.Шинкарук, В.В. Грубінко, І.І. Бабин. – Тернопіль: Навчальна книга. – Богдан, 2004. – 384с.

3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1971. – 431 с.

4. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация, т. 1, 2, 3 – М. : Мир, 1977.

5. Слєпкань З.І. Болонський процес – європейська інтеграція систем вищої освіти // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – 2005. – Вип. 23. – С. 4 – 15

Резюме. **Ефименко С.В. ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ВВЕДЕНИЯ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОНЯТИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ МАТРИЦЫ.** *В данной статье предлагается один из возможных методов введения и использования понятия определителя матрицы. Применение данной методики позволяет упростить громоздкие доказательства свойств определителя.*

Ключевые слова: *матрица, определитель, символ Леви-Чивиты, абсолютно кососимметричный объект.*

Summary. **Iefimenko S. ABOUT ONE METHOD OF INTRODUCTION AND USE THE CONCEPT THE DETERMINANT OF MATRIX.** *One of possible methods the introduction and use the determinant of matrix concept is offered in this article. Application of this method allows simplifying bulky proofs of determinant properties.*

Key words: *matrix, determinant, Levi-Civita symbol, absolutly antisymmetric object.*

Стаття представлена професором В.О.Швецом..

Надійшла до редакції 16.09.2009р.

ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ТЕСТУВАННЯ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Т.В.Крилова,
доктор педагог. наук, професор,
Дніпродзержинський державний технічний університет,
м. Дніпродзержинськ,
О.Ю.Орлова,
аспірант,
Черкаський національний університет ім. Богдана Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Наведено огляд історії розвитку тестування, зокрема педагогічного. Виділено історичні періоди його виникнення та застосування, а також етапи розвитку педагогічного тестування. Розглянуто види, типи, вимоги до тестів та їх складанню.

Ключові слова: *тестування, тест, принципи, види, форми, тестові завдання.*

Тестування має давню історію. Його виникнення та застосування має три історичні періоди.

Перший період (до кінця XIX століття) – передісторія з донауковими формами контролю засвоєних знань та здібностей.

Другий період (1920-1960 р.р.) – класичний, протягом цього часу створюється класична теорія тестів.

Третій період (з 1970 р.) – технологічний, протягом якого розроблюються методи адаптивного тестування та навчання на засадах Item Response Theory, що є методологією ефективної розробки тестів й тестових завдань для параметричної оцінки людей, які проходять випробування, за змінюваній прихованій (латентній) якості.

Англійський вчений Френсіс Гальтон (1822-1911 р.р.) був одним з перших, хто намагався виявити та виміряти відмінність між людьми в галузі елементарних технічних процесів. Він визначив три основні принципи контролю за допомогою тестування, які використовуються й зараз, а саме:

1) застосування серії однакових випробувань до великої кількості людей, які приймають участь у випробуваннях;
2) статистична обробка результатів;
3) виділення еталонів оцінки.

Для вимірювання розумових здібностей при обробці результатів випробувань Ф.Гальтон використовував роботи бельгійського статистика А.Кеттелла.

4) В лабораторії Ф.Гальтона деякий час працював американський психолог Дж.Кеттелл. Він вважав тест засобом для проведення наукового експерименту і розробив вимоги для проведення тестування:
5) однаковість умов для всіх, хто проходить випробування;
6) обмеження часу тестування приблизно однією годиною;
7) відсутність глядачів в лабораторії, де відбувається експеримент;
8) обладнання повинно бути якісним й приваблювати людей до тестування;
9) однакові інструменти і чітке розуміння, що треба робити, тих, хто приймає участь у випробуванні;
10) результати тестування статистично оброблюються, знаходяться мінімальний, максимальний і середній результати, обчислюються середнє арифметичне та середнє відхилення.
11) Ці ідеї Дж. Кеттелла складають основу сучасної тестології.

Родоначальником сучасних тестів для визначення рівня розвитку інтелекту вважається французький психолог Альфред Біне (1857-1912р.р.).

Тестологи продовжували розвивати методики обробки результатів тестування. На початок 1896 року англійський математик-статистик Карл Пірсон (1857-1936 р.р.) заклав основи теорії кореляції. Ф.Гальтон першим розробив метод статистичного порівняння двох рядів змінних, ввів коефіцієнт кореляції, побудував лінії регресії.

У 1904 році Ч.Спірмен застосував метод кореляції для психології. Подальший розвиток тестології визначився потребами практики. Для тестування великої кількості людей було розроблено та впроваджено групові тести. Перші групові тести для потреб армії з'явилися в США у 1918 році. Найбільшого поширення набули тести А.Отиса, а саме: Альфа-тести для тих, хто володіє англійською мовою, і Бета-тести (“немі”) для тих, хто не володіє мовою. Розроблювались тести для професійного відбору в різних галузях виробничої діяльності, створювались тести для визначення інтелектуального розвитку. Найбільш відомим є тест Д. Векслера.

З початку XX століття виокремився й педагогічний напрямок у розвитку тестування. Американський вчений В.А.Маккол розподілив тести на педагогічні (Educational Test) та психологічні тести (Intelligense Test) задля визначення розумового розвитку. Основним завданням педагогічних тестів було вимірювання успішності учнів по різним навчальним дисциплінам за конкретний період навчання, а також успішності застосування методів викладання та організації учбового процесу.

Відомий американський психолог Едуард Лі Торндайк (1874-1915 р.р.) виокремив три етапи впровадження тестування в практику американської школи.

Перший етап (1900-1915 р.р.) – період пошуків. На цьому етапі відбувалося усвідомлення та початкове упровадження тестів пам'яті, уваги, сприйняття та інших тестів, що були запропоновані А.Біне. Розроблювались та перевірялись тести інтелекту, що дозволяли визначити коефіцієнт розумового розвитку.

Другий етап (1916-1930 р.р.) – роки широкого розповсюдження тестів в Америці. Перший стандартизований педагогічний тест був створений під керівництвом Е.Л.Торндайка. Це був тест на розв'язування арифметичних задач, який вперше був забезпечений “нормами”. Було розроблено та впроваджено тести О.Стоуна з арифметики, Б.Зекингема для перевірки правопису, Е.Торндайка з діагностики більшості шкільних предметів. Т.Келлі розробив спосіб вимірювання інтересів та нахилів учнів при вивченні алгебри. Ч.Спірмен запропонував загальні основи кореляційного аналізу для стандартизації тестів.

За ці 15 років було розроблено тести успішності за всіма навчальними дисциплінами, створено “інтелектуальні” тести для всіх шкіл США. Ці тести називалися “національними”, перед кожним розділом тестів американськими тестологами було подано зразкові вправи.

В Європі розповсюдження тестів йшло достатньо повільно.

Росія на початку XX століття беззастережно прийняла тестову основу об'єктивного шкільного контролю.

В СРСР практичне значення тести набули після 1925 року, коли була створена тестова комісія при педагогічному відділі Інституту методики шкільної роботи. Задачею цієї комісії була розробка стандартизованих тестів для радянської школи. На базі американських було розроблено тести з природознавства, суспільствознавства, лічбі, розв'язуванню задач, знань географічної карти, на розуміння читання та правопису.

Тести розробляли видатні російські психологи і педагоги П.П.Блонський, М.С.Бернштейн, С.М.Василейський та інші.

М.С.Бернштейн систематизував основні принципи складання тестів:

1) обмеження за часом, тільки 5 % учнів можуть закінчити опрацювання тесту за відведений час, тобто показник рівня розвитку інтелекту залежить від швидкості виконання завдань тесту;

2) наявність детальної інструкції відповідно проведення та оцінювання;

3) запровадження тестів з завданням обрання правильної відповіді, у випадку незнання або сумніву відповідь підкреслювати навздогад;

4) ретельна статистична обробка та екс-

периментальна перевірка.

Ці принципи в подальшому лягли в основу методології групових тестів.

З 1931 року починається сучасний етап розвитку шкільного тестування. Пошуки тестологів спрямовані на підвищення якості шкільного тестування, створення неперервної системи шкільної тестової діагностики та нових засобів обробки тестів, накопичення діагностичних відомостей.

Але в СРСР відношення до тестування кардинально змінюється. В 1936 році з'являється постанова ЦК ВКП(б) "О педагогических извращениях в системе Наркомпроса", що негативно вібилась на розвиткові тестології в країні. Тестування було визнано буржуазним знаряддям дискримінації учнів і було "виженинним" з радянської школи.

У школах розвинених країн упровадження та удосконалення тестів йшло швидко. Розповсюджувались діагностичні тести успішності, накопичувався статистичний матеріал, друкувались збірники тестів.

У зарубіжних школах контроль та облік успішності, діагностування навченості мають характер об'єктивної констатації результатів. Ці заходи не передбачають піклування про освіту кожного учня, виконується один з підходів принципу індивідуалізації навчання, а саме: кожний йде своїм шляхом та темпом, навчається за своїми можливостями та потребами.

З 1960 року в СРСР знову вивчаються можливості контролю засвоєних знань та набутих умінь і навичок за допомогою тестів. Питання створення та застосування тестів віддзеркалені в роботах В.А.Аванесова, В.П.Беспалька, Н.Н.Лосєвої, І.П.Підкасистого, З.І.Слєпкань, І.А.Цатурової та інших. З 1990 року відмічається підвищення інтересу до проблеми тестування. Цей інтерес був пов'язаний з певними недоліками традиційних методів діагностування успішності учнів і студентів:

– на традиційному усному іспиті викладач лише на основі відповіді на один білет оцінює рівень засвоєння всієї програми;

– суб'єктивізм та помилка в оцінці знань викладачем знижають мотивацію навчальної діяльності студентів;

– не співпадання вимог різних викладачів;

– різниця в професійній кваліфікації викладачів;

– при поточній перевірці засвоєних знань студентів викладачі завантажені нетворчою роботою, пов'язаною з великим обсягом відомостей, які треба опрацювати за відносно малий проміжок часу;

– використання учнями і студентами шпаргалок, списування і т.д., що впливає на вірогідність оцінки.

Істотними перевагами тестового іспиту є:

– уніфіковані вимоги;

– єдині критерії та норми оцінок;

– економія часу вчителя та учня.

В сфері педагогічного тестування існує два основних підходи: нормативно-орієнтовний та критеріально-орієнтовний.

Існує багато різновидів тестів, які розподіляються на наступні групи:

– за предметом тестування (тій якості, що оцінюється);

– за особливостями завдань тесту;

– за матеріалами тесту;

– за об'єктом оцінювання.

За предметом тести розподіляються на інтелектуальні, особистісні, міжособистісні. За особливостями завдань виділяють практичні, образні, вербальні тести. За характером тестових матеріалів тести розподіляються на бланкові, апаратурні. За об'єктом оцінювання – на процесуальні тести, тести досягнень, тести станів й властивостей.

Було сформульовано чотири головних критерії якості тестів:

– надійність (узгодженість результатів, які були одержані у тих самих учнів при повторному тестуванні за тим самим тестом або його еквівалентною формою);

– валідність (valid – придатний; придатність тесту для тієї конкретної мети, для якої він використовується, тобто чи відповідають тестові завдання тому рівню засвоєння понять, ознак і т.п., який запланований як мета);

– об'єктивність (досягнення об'єктивності педагогічного контролю шляхом формування колегіальної оцінки, яка виставляється спеціально створеною комісією, або використання стандартних тестових програм, технічних засобів контролю, зокрема за допомогою комп'ютера);

– точність (означає мінімізацію помилки вимірювання).

Розрізнюють два типи тестів: закритої і відкритої форми. Тестові завдання закритої форми можуть бути з множинним вибором відповіді, з простим множинним вибором, альтернативні, на встановлення послідовності, встановлення відповідної частини.

Тестові завдання відкритої форми передбачають вільне конструювання відповіді.

За формою проведення тести можуть бути індивідуальними та груповими, усними та письмовими, бланковими, предметними, апаратурними і комп'ютерними, вербальними та невербальними. При цьому кожний тест має декілька складових: інструкція по роботі з тестом, тестовий зошит з завданнями, аркуш відповідей, шаблони для обробки даних.

Зараз використовують наступні варіанти тестових контрольних заходів: автоматичний, напівавтоматичний, автоматизований.

І.П.Підкасистий класифікував тести за різними компонентами розвитку та формуванню якостей людини:

1. Тести загальних розумових здібностей, розумового розвитку.

2. Тести спеціальних здібностей в різних галузях діяльності.

3. Тести навченості, успішності, академічних досягнень.

4. Тести для визначення окремих якостей особистості (пам'яті, мислення, характеру тощо).

5. Тести для визначення рівня вихованості (сформованості загальнолюдських, моральних, соціальних та інших якостей).

Тест навченості – це сукупність завдань, що зорієнтовані на визначення рівня засвоювання певних частин змісту навчання.

Тести навченості повинні задовольняти наступним вимогам:

– не вимагати великих витрат часу проведення (відносна короткочасність),

– не допускати довільного тлумачення тестового завдання (однозначність),

– виключати можливість формулювання багатозначних відповідей (правильність): відповіді повинні бути відносно короткими, інформаційними, придатними для швидкої математичної обробки результатів.

Було опрацьовано методику формування тесту:

1. Вводяться понятійні індикатори першої та наступних ступенів: "Знання навчального предмету (курсу, розділу, теми)".

2. Задається кількість завдань тесту. Методисти рекомендують 30-60 тестових завдань на один розділ робочої програми.

3. Складається план тесту, при цьому нормуються завдання тестування: вміння дати означення, знання формул, вміння застосовувати теоретичний матеріал, вміння працювати з графічним матеріалом, вміння складати програми.

4. Складаються попередні тестові завдання, кількість яких може бути в 2-3 рази більшою, ніж вимагається.

5. Здійснюється експериментальна перевірка тестових завдань.

6. Згідно результатів перевірки тестових завдань будується матриця тесту.

І.П.Підкасистий визначив основні правила добору матеріалу для складання тесту:

1. Не можна включати відповіді, неправильність яких на момент тестування не може бути обґрунтована студентами.

2. Неправильні відповіді повинні конструюватися на основі типових помилок й бути правдоподібними.

3. Правильні відповіді повинні бути розташовані серед інших відповідей у випадковому порядку.

4. Питання не повинні повторювати формулювань підручника.

5. Відповіді на одні запитання не повинні бути підказкою для відповідей на інші.

6. Питання не повинні містити "пасток".

Перевагами тестування є:

– більша об'єктивність, більший позитивний стимулюючий вплив на пізнавальну діяльність студента;

– виключається негативний вплив настрою, рівня кваліфікації та інших характеристик конкретного викладача на результати тестування;

– орієнтованість на сучасні технічні засоби на використання комп'ютерних навчальних систем;

– універсальність, охоплення всіх стадій процесу навчання.

Недоліком тестування є те, що створення тестів, їх уніфікація та аналіз – це велика кропітка робота. Крім того, щоб довести тест до повної готовності до застосування, необхідно кілька років збирати статистичні дані (хоча б з одним потоком 100-120 студентів).

Виникають труднощі, пов'язані зі значним суб'єктивізмом у формуванні змісту тесту, з відбором та формулюванням тестових питань, зі структурою тестів та ін.

До недоліків можна віднести і деякі специфічні проблеми:

– відсутність достатнього парку ЕОМ, недостатність комп'ютерних класів,

– відсутність навичок користувача ЕОМ у студентів,

– складність та дорожнеча розробки програмного забезпечення,

– проблема розпізнавання відповідей довільної форми у відкритих тестових завданнях.

Заміна усного іспиту тестуванням – не панацея, оскільки тестові завдання та їх вибіркова система відповідей не дають можливості у повній мірі перевірити розумовий розвиток студента, його логічне та абстрактне мислення, усну мову, виявити причини помилок. Крім того, різні дисципліни неоднаково піддаються формалізації і тому погано укладаються в систему тестових завдань. Декілька відповідей, серед яких треба обрати одну, є не що інше, як "питання, які наводять", що полегшує та робить одноманітними інтелектуальні зусилля тих, хто тестується. Це може привести до порушення рівноваги між індуктивним та дедуктивним мисленням.

Регулярне тестування, так чи інакше, формує стандарти в освітній системі регіону, країни. В цьому є, на наш погляд, певна небезпека. Реальна школа, бажаємо ми цього або ні, як правило, підміняє навчальну мету: нею стає саме підсумковий контроль. При переході на загальне тестування дуже швидко для вчителя основною метою стала підготовка учнів до здавання тесту. Відкриваються курси з підготовки до здавання тестів. Не примусять себе чекати і відповідні методики (а вони вже є), що дозволять, не вивчаючи по-справжньому предмет, готувати школярів до здавання тесту.

Тести придатні та потрібні для перевірки механізму узнавання та виконання, але не на вміння володіти знаннями та вміннями.

Слід пам'ятати слова відомого математика П.Л.Чебишева: "Новое в преподавании полезно только тогда, когда на опыте проверено, что оно лучше старого".

Це все означає, що треба розумово поєднувати традиційні форми контролю з тестуванням.

Резюме. **Крылова Т.В., Орлова Е.Ю. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ТЕСТИРОВАНИЯ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ.** *Приведен обзор истории развития тестирования, в частности, педагогического. Выделены исторические периоды его возникновения и применения, а также этапы развития педагогического тестирования. Рассмотрены виды, типы, требования к тестам и их составлению.*

Ключевые слова: *тестирование, тест, принципы, виды, формы, тестовые задания.*

Summary. **Krylova T., Orlova O. HISTORY OF DEVELOPMENT THE TESTING AND ITS APPLICATIONS.** *The historical review of testing has been stated, namely the pedagogical one. The historical periods of its appearance and appliance as well as the stages of pedagogical testing development are singled out. The types, kinds, demands for the tests and their making up are also under the view.*

Keywords: *testing, test, principles, kinds, forms, test tasks.*

Надійшла до редакції 27.10.2009р.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Т.В.Крылова,
доктор педагог. наук, профессор,
Е.М.Гулеша,
ассистент,
Днепродзержинский государственный технический университет,
г. Днепродзержинск, УКРАИНА

Розглянуті можливості поліпшення якості освіти з вищої математики на основі широкого застосування завдань у тестовій формі.

Ключові слова: *тест, тестування, комп'ютерний тестовий контроль.*

В педагогической практике вузов в последние годы помимо традиционных форм контроля и оценивания знаний все больше внимания уделяется использованию в ходе текущего и итогового контроля дидактических тестов, которые отвечают духу времени и общей концепции модернизации и компьютеризации украинской системы образования. Отношение преподавателей к тестированию разное: от горячей поддержки до полного отрицания. Часть преподавателей поддерживает идею тестирования, в основном – это преподаватели-гуманитарии, а часть преподавателей с недоверием относится к нововведениям, так как не уверены в том, что предложенная система действительно является эффективным средством контроля и оценивания знаний. Для понимания сущности тестов важно разобраться в системе понятий.

Понятие «тест» ведет своё происхождение от английского слова test, что означает «проба, испытание, исследование». В литературе тест – это «сукупність завдань з певної галузі знань або навчального предмета, яка дозволяє кількісно оцінити знання, вміння, навчальні досягнення учнів і студентів» [1, с. 902].

Тест – совокупность тестовых заданий, подобранных по определенным правилам для измерения определенных свойств.

Тест определяется как система заданий возрастающей трудности, позволяющая эффективно измерить уровень и качественно оценить структуру подготовленности учащихся [2,3].

Обычно тест включает в себя от 30 до 60 вопросов, которые называются тестовыми заданиями. О тестовом задании можно сказать, что это наименьшая единица теста. Тестовые задания бывают закрытой и открытой формы.

Закрытое тестовое задание предусматривает выбор правильного ответа среди предложенных. Открытое тестовое задание предусматривает, что испытуемый дает ответ в произвольной форме, так как готовых вариантов ответов нет. Задания открытой формы могут быть с коротким и развернутым ответом. Если вероятность угадать правильный ответ при закрытой форме тестового задания теоретически составляет приблизительно 20%, то при открытой форме тестовых заданий угадать ответ практически невозможно.

В общем и целом, по сравнению с традиционными формами контроля компьютерное тестирование имеет как ряд преимуществ, так и ряд недостатков. К преимуществам можно отнести следующие факторы:

- быстрое получение результатов испытания;
- объективность в оценке;
- конфиденциальность;
- одинаковые условия для всех испытуемых;
- создание положительной мотивации у студентов, так как тестирование на компьютере более интересно по сравнению с традиционными формами контроля.

Несмотря на то, что практика проведения тестирования в нашей стране насчитывает всего несколько лет, большинство современных студентов готово к тестированию морально и технологически.

Специфика высшей математики как учебной дисциплины, а также специфика методов преподавания и оценивания результатов обучения накладывают ряд ограничений на использование компьютерного тестового контроля:

- ограничения, связанные с трудностями ввода и вывода символьной информации;
- необходимость проведения большой методической работы, состоящей из формирования содержания тестовых заданий, из распределения их по типам и уровню сложности, а также использования большого количества заданий;
- создание программного варианта теста;
- необходимость учитывания возможности программной оболочки.

Так как нынешние студенты хорошо воспринимают тесты, на кафедре высшей математики ДГТУ были разработаны тематические тесты, которые используются для обучения. Приведем примеры [4].

Задание. Если матрицей А размера m × n называется прямоугольная таблица из m строк и n столбцов, состоящая из чисел или иных математических выражений a_{ij} (называемых элементами матрицы), i=1,..,m, j=1,..,n, то является ли следующая форма представления таблицы матрицей?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 3 & x & -1 \\ 0 & 2x & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ: да.

Задание. Если транспонированной к матрице $A=(a_{ij})$ называется матрица $A^T=(a^T_{ij})$такая, что $a^T_{ij}=a_{ji}$, $\forall$ i, j (т.е. все строки которой равны соответствующим столбцам матрицы А), то является ли матрица $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ транспонированной к матрице $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$?

Ответ: да.

Для осуществления контроля по всем темам третьего семестра курса высшей математики нами были разработаны тестовые задания следующего вида:

- закрытого (выбор единственно правильного ответа из нескольких предложенных вариантов);
- открытого (с коротким ответом);
- открытого с развёрнутым ответом (для контроля усвоенных знаний по математике требуется формирование теоретических вопросов).

Однако процесс тестирования мы осуществляем и в компьютерной форме, и в письменной и устной, прежде всего из-за специфики самой учебной дисциплины и целей обучения.

Примеры тестовых заданий закрытой формы

Найти:

1) $\int \frac{(2+x)^2}{x}dx$.

А. $4\ln|x| + \frac{x^2}{2} + C$ Б. $4\ln|x| + 4x + \frac{x^2}{2} + C$

В. $\ln|x| + x + \frac{x^2}{2} + C$ Г. $4x + \frac{x^2}{2} + C$

2) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$

А. $\frac{1}{3}\arcsin\frac{3x}{2} + C$ Б. $\frac{1}{3}x + C$

В. $\frac{3x}{2} + C$ Г. $\arcsin\frac{x}{2} + C$

3) $\int \mathbf{sin}(5x+3)dx$

А. $\frac{1}{5}\cos(5x) + C$ Б. $-\frac{1}{5}\cos(x) + C$

В. $-\frac{x}{5} + C$ Г. $-\frac{1}{5}\cos(5x+3) + C$

Примеры тестовых заданий открытой формы с коротким ответом

Вычислите:

1) $\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos^3 x dx}{1+\sin x}$. Ответ: 0,125.

2) $\int\limits_0^2 x^2\sqrt{4-x^2}dx$. Ответ: π.

3) Сходится ли интеграл $\int\limits_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(1+3^x)}$?

Ответ: сходится и его значение меньше 1.

4) Вычислить несобственный интеграл

$\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$ или установить его расходимость.

Ответ: интеграл сходится и его значение равно $\frac{\pi}{2}$.

5) Найти площадь фигуры, ограниченной трехлепестковой розой $\rho = a\sin 3\varphi$.

Ответ: $\frac{\pi a^2}{4}$.

6) Найти длину кардиоиды $\rho = a(1+\cos\varphi)$.

Ответ: $8a$.

7) Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Оx фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x - x^2$, $y = -x + 2$. Ответ: $\frac{1}{5}$.

Примеры тестовых заданий открытой формы с развернутым ответом

1) Сформулируйте основные свойства неопределенного интеграла.

2) Пусть функции f(x) и g(x) непрерывны. Верно ли, что $\int f(x)\cdot g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$, т.е. интеграл от произведения двух функций равен ли произведению интегралов от них?

3) Используя метод интегрирования по частям, доказать, что

$$\int e^{ax}\cdot \cos bx dx = \frac{a\cos bx + b\sin bx}{a^2+b^2}\cdot e^{ax} + C$$

4) Выяснить, не вычисляя, какой из интегралов меньше:

а) $\int_1^{15} x^5 dx$ или $\int_1^{15} x^6 dx$?

б) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$ или $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx$?

5) Если при вычислении интеграла $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx$ применить подстановку x=sin$t$, то новые пределы интегрирования находятся из равенств sin$t$ = 0 и sin$t$ = 1. Можно ли в качестве пределов для t взять числа $t_1 = \pi$ и $t_2 = \frac{\pi}{2}$?

Материал тестовых заданий подбирали таким образом, чтобы не выходить за рамки учебной программы общего курса высшей математики. Для открытой формы тестовых заданий предпочтение отдавалось задачам, решение которых требует знаний различных разделов математики, а также задачам, которые требуют неформального творческого подхода. По ответам студентов на такие задачи проверялось овладение методами высшей математики и умение четко и корректно формулировать определения, теоремы и умение применять их на практике, что насущно необходимо для формирования профессиональных качеств будущего специалиста.

1. Енциклопедія освіти / Акад. пед. Наук України; головний ред. В.Г.Кремінь. – К.: Юрінком Інтер, 2008. – 1040 с.

2. Аванесов В.С. Композиция тестовых заданий. – М.: Центр тестирования, 2002. – 237с.

3. Аванесов В.С. Форма тестовых заданий. – М.: Центр тестирования, 2006. – 152 с.

4. Крылова Т.В., Гулеша Е.М. Применение тестовых заданий для обучения высшей математике студентов технического вуза и контроля приобретенных ими знаний // Материалы третьей междунар. научно-метод. конференции «Эвристическое обучение математике» (1-3 октября 2009 г.). – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2009. – С 337-338.

Резюме. **Крылова Т.В., Гулеша Е.М. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ.** *В статье рассматриваются возможности улучшения качества математического образования на основе широкого применения заданий в тестовой форме.*

Ключевые слова: *тест, тестирование, компьютерный тестовый контроль.*

Summary. **Krylova T., Gulesha E. USE OF COMPUTER TESTING AT TRAINING TO HIGHER MATHEMATICS.** *In article possibilities of improvement the quality of mathematical education on the basis of wide application the tasks in the form of test are considered.*

Keywords: *test, testing, computer test control.*

Надійшла до редакції 11.10.2009р.

МЕТОДИЧНІ ВИМОГИ ДО ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ ДО ЗАСТОСУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ПРОЦЕСІ ЕВРИСТИЧНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

О.В.Тутова,
асистент,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Розглядається методична система навчання майбутніх вчителів до творчого застосування інформаційно-комунікаційних технологій для організації евристичного навчання математики.

Ключові слова: *інформаційно-комунікаційні технології, евристичне навчання, підготовка вчителя математики.*

Цілі, зміст, форми, методи, засоби навчання в школі – це та професійна основа, якою повинен володіти кожен учитель математики. Вона закладається протягом усього навчання у ВНЗ, під час проходження педагогічної практики та діяльності на посаді вчителя. Вікові особливості школярів, їх інтелектуальні та фізичні потреби, визначають діяльність педагога і зміст математичної освіти в цілому. Виникає необхідність організації евристичного навчання математики, а специфіка евристичної діяльності та особливості впровадження інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) в процес навчання школярів суттєво впливають на методичну систему навчання підготовки майбутніх учителів математики.

Впровадження ІКТ певним чином змінює структуру діяльності педагога та помітно оновлює її. Від сучасного вчителя вимагається не лише вміння працювати з комп'ютерною технікою та існуючими педагогічними програмними засобами, але й творчо застосовувати їх для організації евристичного навчання математики. Підготовка до такої діяльності також впливає на зміст вищої педагогічної освіти, визначає форми, методи та засоби навчання.

*Тому **мета нашої статті** – окреслити шляхи підготовки майбутніх вчителів до творчого застосування інформаційно-комунікаційних технологій для організації евристичного навчання математики.*

Розглянемо методичну систему навчання студентів – майбутніх вчителів математики до використання ІКТ в евристичному навчанні. Вона складається з п'яти компонентів: цілей навчання, змісту навчання, методів організації навчального процесу, організаційних форм та засобів навчання.

Необхідним у формуванні професійної готовності майбутнього вчителя до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики є усвідомлення майбутнім учителем мотивів і мети даної діяльності.

Мета – це функція потреб майбутнього вчителя, оскільки будь-яка діяльність є реалізацією деякої мети. Тому мета і визначається як усвідомлена потреба, є ознаменуванням бажаного результату, на досягнення якого і спрямована активність особистості [3]. Цей момент особливо важливий у процесі формування в майбутніх учителів готовності використовувати ІКТ в евристичному навчанні математики, а, зважаючи на те, що саме поняття мети є необхідним структурним елементом будь-якої діяльності, її усвідомлення завжди визначає спосіб і характер діяльності студента, тобто, мета і активність студента в діяльності пов'язані між собою.

Мета методичної системи навчання майбутнього вчителя математики – сформувати професійну готовність майбутнього вчителя до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики. Мета реалізується в процесі вивчення наступних спеціальних курсів, при вивченні кожного з яких ставляться свої цілі: «Прикладне програмне забезпечення профільного навчання математики» (3 курс), «Методика проектування комп'ютерно-орієнтованих уроків математики» (4 курс), «Інформаційно-комунікаційні технології в процесі діяльності» (5 курс).

При вивченні спеціального курсу «Прикладне програмне забезпечення профільного навчання математики» необхідно сформувати в студентів 3 курсу навчальну та гігієнічно-ергономічну складові ІКТ-компетенції майбутнього вчителя математики, а саме: уявлення про існуючі педагогічні програмні засоби, вміння оцінювати їх психолого-педагогічну, змістово-методичну значимість, аналізувати проблеми та особливості дистанційного навчання, враховувати основні санітарні умови та режими безпечного використання комп'ютерів у навчальному процесі та ін. [9].

Крім того, при вивченні цього спеціального курсу важливо продовжувати формування евристичної діяльності студентів. У процесі вивчення фундаментальних дисциплін «Математичний аналіз», «Аналітична геометрія», «Диференціальні рівняння», «Лінійна алгебра» та ін., а також загальних курсів «Практикум з розв'язування задач», «Методика навчання математики» та ін. студентам пропонуються евристичні задачі. І формування евристичної діяльності повинно продовжуватися в процесі всього навчання студентів у вищому навчальному закладі. Тільки так можна підготувати вчителя, здатного організувати евристичне навчання математики. На спеціальному курсі «Прикладне програмне забезпечення профільного навчання математики» евристична діяльність студентів мотивується завдяки ефекту подиву, використанню проблемних ситуацій та спрямована на розв'язування евристичних задач.

Приклад. При вивченні змістового модуля «Використання демонстраційних програм у процесі навчання математики» спеціального курсу «Прикладне програмне забезпечення профільного навчання математики» після першого заняття студентам пропонується наступне жартівливе домашнє завдання «Дивимося мультфільми». Студенти відразу дивуються та усміхаються. Але після цілком серйозного пояснення домашнього завдання, студенти починають розуміти його важливість: мультфільми потрібно передивитися та обрати такі їх фрагменти, які доцільно впровадити у навчальний процес з математики. Ці фрагменти студенти використовують в демонстраційній програмі, яку вони створюють самостійно або в групах в якості творчого завдання до змістового модуля, що вивчається.

При вивченні спецкурсу «Методика проектування комп'ютерно-орієнтованих уроків математики» у студентів 4 курсу формується методична складова ІКТ-компетенції [9], причому особливу увагу необхідно приділити евристичному підходу, при вивченні спеціального курсу «Інформаційно-комунікаційні технології в процесі діяльності» магістри повинні вміти використовувати ІКТ в процесі своєї професійної діяльності та готувати майбутніх учителів до організації комп'ютерно-орієнтованого евристичного навчання математики.

Таким чином, система підготовки майбутнього вчителя математики має ступінчасті цілі, поступове досягнення яких дозволяє сформувати професійну готовність майбутніх учителів до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики.

Зміст навчального матеріалу, як компонента методичної системи, є частиною певної предметної галузі, яку студенти опановують під керівництвом викладача.

Зміст навчання – система знань з певної наукової галузі, практичних вмінь і навичок та способів діяльності, якими повинен оволодіти студент у процесі навчання [2].

Ми спираємося на вимоги до змісту математичної освіти, запропоновані М.І.Бурдою [1], але також виділяємо додаткові вимоги.

1. Необхідно послабити дискретність змісту навчання, підсилити його безперервність, функціональність, що дає можливість більш адекватно сприймати практичні ситуації та успішно опановувати інформаційно-комунікаційні технології.

2. Зміст навчання повинен відповідати принципу соціальної ефективності: обсяг знань повинен бути достатнім для самостійного продовження навчання.

3. Відбираючи зміст навчального матеріалу необхідно враховувати принцип пріоритету розвивальної функції навчання. Цей принцип вимагає реалізації діяльнісного підходу й сприяє інтенсифікації навчального процесу. Він спрямований не тільки на використання готових знань, а й на створення педагогічних ситуацій, які стимулюють самостійне відкриття фактів.

4. Зміст освіти повинен бути розрахований на реалізацію основних видів диференціації: по змісту навчального матеріалу (програми й підручники відбираються в обсязі матеріалу, його змісту й упорядкованості); за рівнем програмних вимог до математичної підготовки учнів (рівнева диференціація).

5. Зміст освіти має інтегрувати раніше набуті знання і вміння студентів, враховувати міжпредметні зв'язки, що дасть можливість розкрити його загальний характер.

6. При відборі змісту освіти необхідно орієнтуватися на формування наукового світогляду, інформаційної культури, зокрема, ІКТ-компетентності, як користувача, так і вчителя та грамотного володіння основами освітньої діяльності.

7. Зміст навчання повинен забезпечувати належний рівень професійної готовності майбутніх учителів до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики.

Приклад. Розглянемо формування змісту на прикладі спеціального курсу «Прикладне програмне забезпечення профільного навчання математики» для студентів 3 курсу. Зміст підготовки зі спецкурсу повинен відповідати цілям формування навчальної і гігієнічно-ергономічної складових ІКТ-компетенції та формувати евристичну діяльність майбутнього вчителя математики, тобто має передбачати вирішення наступних завдань:

- ✓ ознайомитися з основними поняттями інформаційно-комунікаційних технологій та їх сутності;
- ✓ навчити творчо використовувати педагогічні програмні засоби в навчальному процесі з математики;
- ✓ навчити створювати презентації MS PowerPoint, за допомогою яких можна ефективно організовувати евристичне навчання математики та ін. [9].

Формування евристичної діяльності відбувається за рахунок упровадження у зміст навчання евристичних завдань, проблемних ситуацій та ін.

Реалізація цих завдань на практиці вимагає створення відповідного змісту спеціального курсу. Наведемо змістові модулі з робочої програми спеціального курсу «Прикладне програмне забезпечення профільного навчання математики», за якою навчаються студенти 3 курсу математичного факультету Донецького національного університету.

Змістовий модуль 1

<u>Прикладне програмне забезпечення навчального призначення з математики.</u> Значення, ціль і функції використання прикладних програм для підтримки профільного навчання математики. Режими використання прикладного програмного забезпечення навчального призначення з математики.

<u>Педагогічні програмні засоби з математики та їх типи.</u> Поняття педагогічного програмного засобу. Етапи розробки і впровадження педагогічних програмних засобів. Типи ППЗ і доцільність їх використання в навчальному процесі профільної школи.

Змістовий модуль 2

Використання демонстраційних програм у процесі навчання математики. Поняття, типи та приклади демонстраційних програм. Використання демонстраційних програм у процесі навчання.

Створення демонстраційних програм для підтримки процесу навчання математики. Створення власної демонстраційної програми. Вступ у Microsoft PowerPoint (призначення, порівняння версій та інше). Формування зовнішнього виду презентації. Робота зі слайдами (створення, дублювання і видалення). Управління показом презентації і слайдів. Використання спеціальних можливостей Microsoft PowerPoint. MS PowerPoint як засіб навчання. Доцільність включення аудіо та відео фрагментів до демонстраційної програми. Вставка аудіо та відео фрагментів до демонстраційної програми, що створюється.

Змістовий модуль 3

Використання програм-тренажерів, електронних підручників, інформаційно-довідкових програм та програм, що управляють евристичною діяльністю учнів у процесі навчання математики. Поняття програм-тренажерів, електронних підручників, інформаційно-довідкових програм та програм, що управляють евристичною діяльністю учнів. Основні компоненти інтерфейсу програм. Доцільність їх включення в процес навчання та основи використання в навчанні математики.

Змістовий модуль 4

Використання контролюючих програм у процесі навчання математики. Поняття контролюючих програм. Основні компоненти інтерфейсу контролюючих програм. Доцільність їх включення в процес навчання та основи використання в навчанні математики.

Змістовий модуль 5

Використання імітаційно-моделюючих програм у процесі навчання математики. Поняття імітаційно-моделюючих програм. Основні компоненти інтерфейсу. Доцільність їх включення в процес навчання та основи використання в навчанні математики.

Змістовий модуль 6

Використання ігрових програм у процесі навчання математики. Поняття та типи ігрових програм. Програми для створення кросвордів. Основні компоненти інтерфейсу ігрових програм. Доцільність їх включення в процес навчання та основи використання в навчанні математики.

При вивченні конкретного педагогічного програмного засобу, студенти повинні усвідомлювати, що навчальна програма з математики – це основний документ, що визначає зміст і обсяг знань з цього предмету, умінь і навичок, які підлягають засвоєнню, зміст розділів і тем з розподілом їх за роками навчання [10], і тому потрібно дуже обережно відноситися до вибору ППЗ для підтримки уроків математики.

Зміст навчання (чому вчити) є невіддільним від методів навчання (як учити). Успіх педагогічного процесу багато в чому визначається тим, наскільки тісно пов'язані між собою мета, зміст і методи навчання.

Оскільки успіх навчання значною мірою залежить від спрямованості та внутрішньої активності студентів, характеру їх діяльності, то саме характер діяльності, рівень самостійності, прояв творчих здібностей і повинні бути важливим критерієм вибору метода навчання. Тому ми будемо спиратися на класифікацію методів навчання, запропоновану І.Я.Лернером та М.Н.Скаткіним [4], а саме: пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, частково-пошуковий, дослідницький та проблемний. При підготовці до занять ми віддаємо перевагу серед них тим, які більшою мірою сприяють формуванню професійної готовності майбутнього вчителя до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики.

Звісно, ми використовуємо *пояснювально-ілюстративний метод*, який доцільно використовувати на лекціях для викладання великого масиву інформації, при цьому демонструємо презентації для більшої наочності та компактності матеріалу лекції.

На практичних заняттях використовуємо *репродуктивний метод*: пред'являємо завдання, які забезпечують виконання дій за інструкціями, правилами в аналогічних, подібних з указаним зразком ситуаціях, а також завдання, які забезпечують контроль та самоконтроль діяльності студентів. Це надає можливість залучити студентів до самостійної діяльності, у процесі якої буде відбуватися засвоєння теоретичного матеріалу, викладеного на лекції, автоматизації важливих операцій, що складають необхідний мінімум під час здійснення студентами діяльності з формування готовності до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики.

Але перевагу віддаємо проблемному, дослідницькому та частково-пошуковому методам. Практичні заняття забезпечують широке поле для застосування проблемного навчання: на практичних заняттях відсутня необхідність строго слідувати програмі курсу; є можливість у значній мірі регулювати рівень проблемності та рівень повноти проблемного навчання в рамках однієї і тієї ж теми, використовувати різні форми організації проблемного навчання, організувати діалог чи дискусію, конструювати проблемні ситуації.

Приклад. При вивченні змістового модуля «Використання програм динамічної геометрії DG та GRAN-2D у процесі вивчення геометрії» в спеціальному курсі «Прикладне програмне забезпечення профільного навчання математики» студентам пропонуються завдання, які мають практичне значення та містять елемент проблемності.

Розглянемо задачу: «Дано трикутник. Побудувати коло яке проходить через точки, симетричні ортоцентру трикутника відносно його сторін. Визначити розташування отриманого кола відносно заданого трикутника та обґрунтувати отримані висновки».

При розв’язанні даного завдання студенти, користуючись програмою GRAN-2D, досить швидко виконують побудову (рис.1). Змінюючи положення вершин трикутника вони спостерігають наступне: незалежно від вигляду чи розташування трикутника, його вершин, точки, симетричні ортоцентру, залишаються на колі, описаному навколо цього трикутника. Студенти висувають гіпотезу: точки симетричні ортоцентру трикутника відносно його сторін, належать колу, описаному навколо цього трикутника.

У залежності від вигляду трикутника розглядаються три випадки (трикутник прямокутний, гострокутний та тупокутний) та проводиться доведення.

Проблемні ситуації, які створюються на практичних заняттях спеціальних курсів, під час формування професійної готовності до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики, повинні сприяти більш глибокому розумінню та кращому запам’ятанню теорії, викоренeнню формалізму в засвоєнні знань, викликати великий емоційний ефект. Самостійна реалізація студентами деякої частини розв’язання проблеми, що відбувається після пояснення викладача, сприятиме опануванню студентами новими способами діяльності, у тому числі евристичної.

У навчанні студентів самостійно здійснювати окремі кроки розв’язання найбільш ефективним є *частково-пошуковий метод*. Він повинен передбачати активне включення студентів до пошуку розв’язання поставленої задачі або під керівництвом викладача, або на основі використання евристичних програм та вказівок. Процес мислення при цьому набуває продуктивного характеру, але поетапно спрямовується та контролюється або викладачем, або студентами, або евристичною навчальною комп’ютерною програмою. Так, цей метод активно використовується нами на лабораторних заняттях зі спеціального курсу «Прикладне програмне забезпечення профільного навчання математики», де ми пропонуємо студентам розв’язувати евристичні задачі за допомогою педагогічних програмних засобів, що вивчаються.

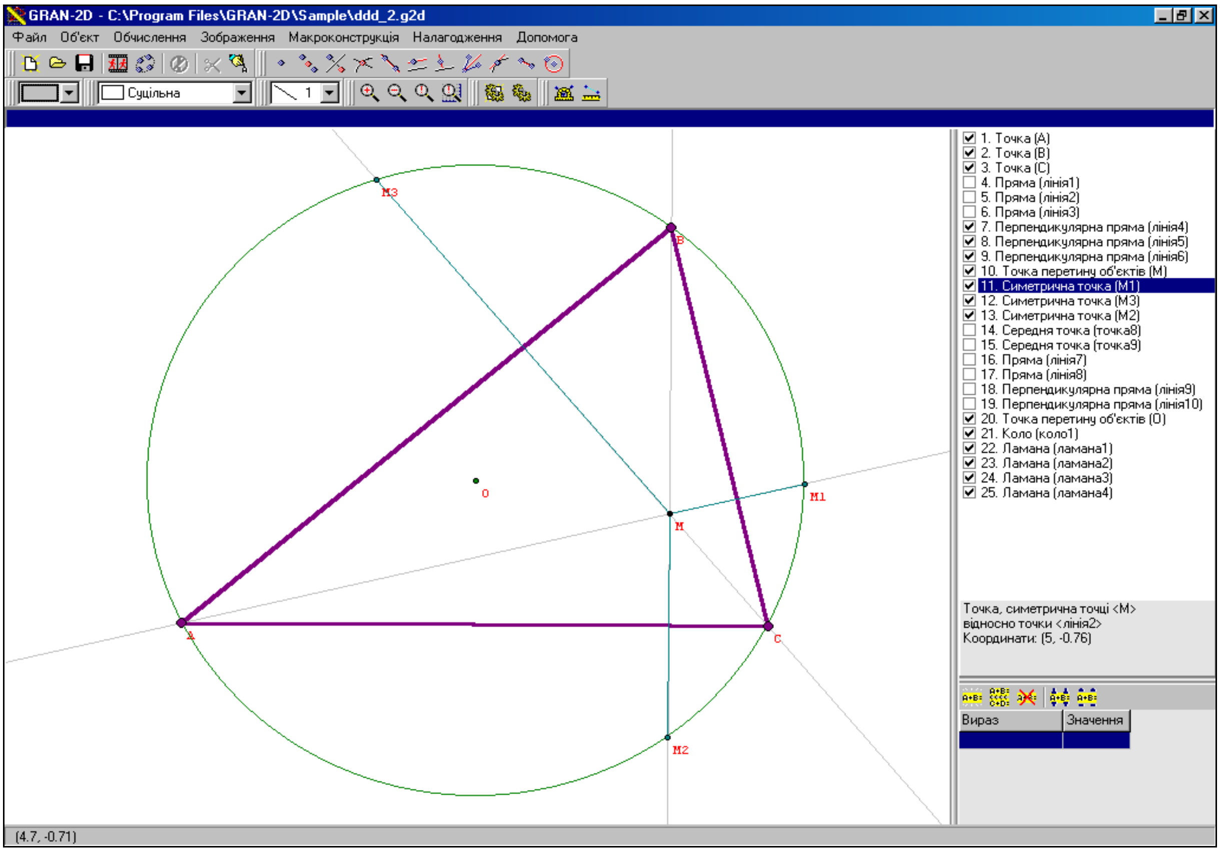


Рис. 1. Розв‘язування задачі на побудову в ППЗ GRAN-2D

Евристична бесіда, як один із різновидів даного методу, передбачає цілу низку запитань, які може ставити викладач, студенти, комп’ютерна програма. При цьому важливо, щоб питання стимулювали думку, а не підказувати ідею розв’язання. Крім того, у процесі постановки серії запитань необхідно поступово знижувати рівень проблемності задач, щоб вони були логічно пов’язані, стимулювали як логічні так і інтуїтивні процедури мислення, сприяли постановці допоміжних задач, кожне нове запитання приводило до нового, несподіваного погляду на задачу.

Приклад. При вивченні спеціального курсу «Методика проектування комп’ютерно-орієнтованих уроків математики» студентам пропонується тема «Перетворення графіка квадратичної функції». Викладач за допомогою евристичного діалогу будує методику ознайомлення з новим матеріалом. Перед студентами ставиться завдання: стимулювати евристичну діяльність учнів при вивченні даної теми засобами інформаційно-комунікаційних технологій. Вони аналізують відомі їм педагогічні програмні засоби та роблять висновок, що при вивченні запропонованої теми доцільніше організувати лабораторну роботу з використанням ППЗ GRAN - 1. У ході лабораторної роботи учні виконують побудову графіка функції *y=P1*(X+P2)^2+P3* та висувують гіпотезу, яка перевіряється в процесі зміни відповідних параметрів. Завершити лабораторну роботу студенти запропонували демонстрацією на інтерактивній дошці презентації «Перетворення графіку квадратичної функції» (рис. 2), що дозволяє, по-перше, записати правила перетворення у зошит і, по-друге, узагальнити та систематизувати вивчений матеріал.

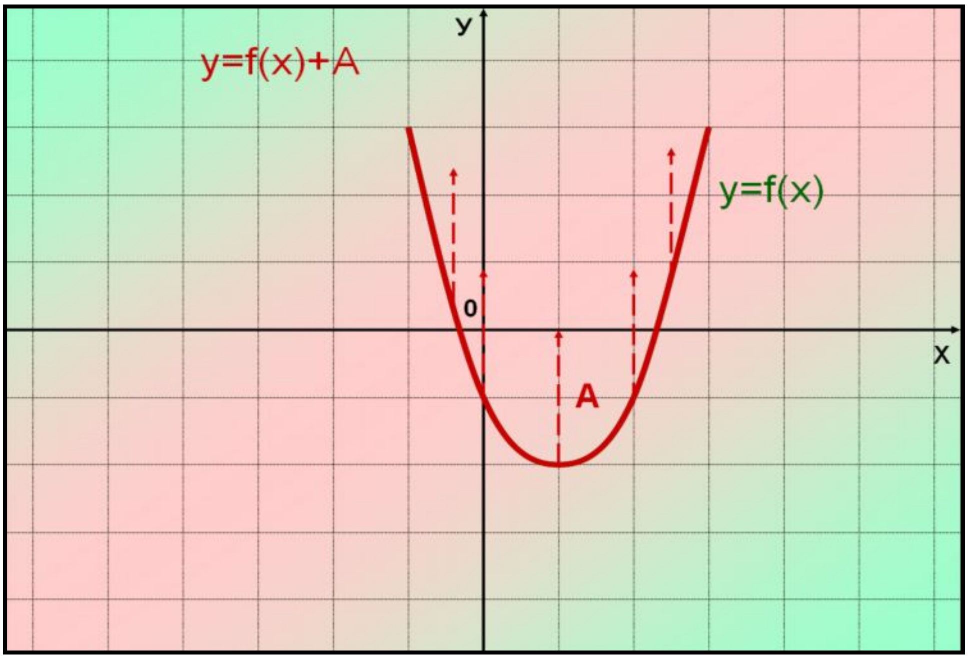


Рис. 2. Слайд з презентації до теми
«Перетворення графіка квадратичної функції»

Ініціатива, самостійність, творчий пошук у повній мірі розкриваються під час використання *дослідницького методу*, який полягає в організації пошукової евристичної діяльності студентів під час розв'язання нових для них проблем. У зв'язку із цим під час застосування цього методу на лабораторних роботах зі спецкурсів необхідною є наявність дослідницьких завдань, які вимагають від студентів проходження всіх або більшості етапів розв'язання проблеми, передбачають творче застосування теоретичних знань, при цьому складність розв'язуваних проблем повинна поступово зростати.

У процесі виконання дослідницьких завдань у комп'ютерній аудиторії студенти можуть отримувати усний чи письмовий інструктаж перед виконанням завдання. Але найбільшою мірою самостійність студентів буде досягатися під час виконання ними індивідуальних завдань дослідницького характеру, які передбачають роботу з літературою, педагогічними програмними засобами, Інтернетом не тільки в аудиторії, але і вдома.

Організація навчального процесу у вищих навчальних закладах у відповідності до Болонської декларації, на думку З.І.Слєпкань [7], передбачає перехід викладача до концентрованих форм викладу матеріалу в поєднанні з активною самостійною роботою студентів, при регулярних консультаціях із викладачем. У зв'язку із цим, під час формування професійної готовності до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики, *можливим є використання різних методів навчання, але перевагу слід надавати тим, які націлюють студентів на самостійну діяльність.* Тому крім вище перелічених методів у ході підготовки майбутніх вчителів математики у навчальному процесі ми використовуємо наступні евристичні методи: метод самоорганізації навчання, метод проектів, метод рецензій, конкурси, екскурсії, дискусія, рольові ігри та ін.

Основним **засобом** при підготовці майбутніх учителів до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики є комп'ютер із відповідними педагогічними програмними засобами та створеним нами програмним забезпеченням.

Як традиційні засоби у системі спеціальних курсів ми використовуємо: навчально-методичні таблиці, картки-завдання, електронний підручник «Евристичне навчання математики» [6], навчально-методичний посібник [5], довідники, пам'ятки й інструкції з використання педагогічних програмних засобів у процесі навчання, картки-завдання, відеозаписи фрагментів відкритих уроків учителів-методистів та ін.

Зміст роботи студентів у процесі формування готовності до використання ІКТ в евристичному навчанні математики вимагає використання поряд із традиційними – інструментальних (допоміжних) засобів: педагогічних програмних засобів для вивчення основ роботи із програмними засобами (наприклад, «Шість семестрів»), текстового і табличного процесорів, графічного редактора, бібліотеки графічних об'єктів (малюнків, фотографій і схем), програми для створення електронних презентацій (MS PowerPoint), Web-сторінок (MS FrontPage), аудіо і відео фрагментів (MS Movie Maker або Adobe Premier).

Приклад. При виконанні індивідуального творчого завдання з теми «Створення демонстраційних програм для підтримки процесу навчання математики» майбутні вчителі створюють власну демонстраційну програму. При цьому необхідні для презентації аудіо і відео фрагменти вирізаються за допомогою програми MS Movie Maker. Так, в процесі вивчення спецкурсу «Прикладне програмне забезпечення профільного навчання математики» студентка Т.Б.Макуха створила презентацію до теми «Неперервність функцій», яку вчитель за допомогою інтерактивної дошки демонструє на етапі вивчення нового матеріалу (рис. 3). У ній на окремому слайді акцентується увага учнів до розривних функцій фразою «А раптом графік порветься?». Ця фраза супроводжується фрагментом мультиплікаційного фільму «38 папуг».

Захист творчих робіт відбувається на семінарі. Аналіз і оцінка всіх представлених фрагментів уроків із використанням створеного педагогічного програмного засобу дає можливість виявити найбільш сильні організаційно-методичні сторони кожного з них. При цьому відбудеться взаємозбагачення учасників різних груп оригінальними методичними знахідками щодо здійснення навчального процесу в умовах застосування ІКТ.

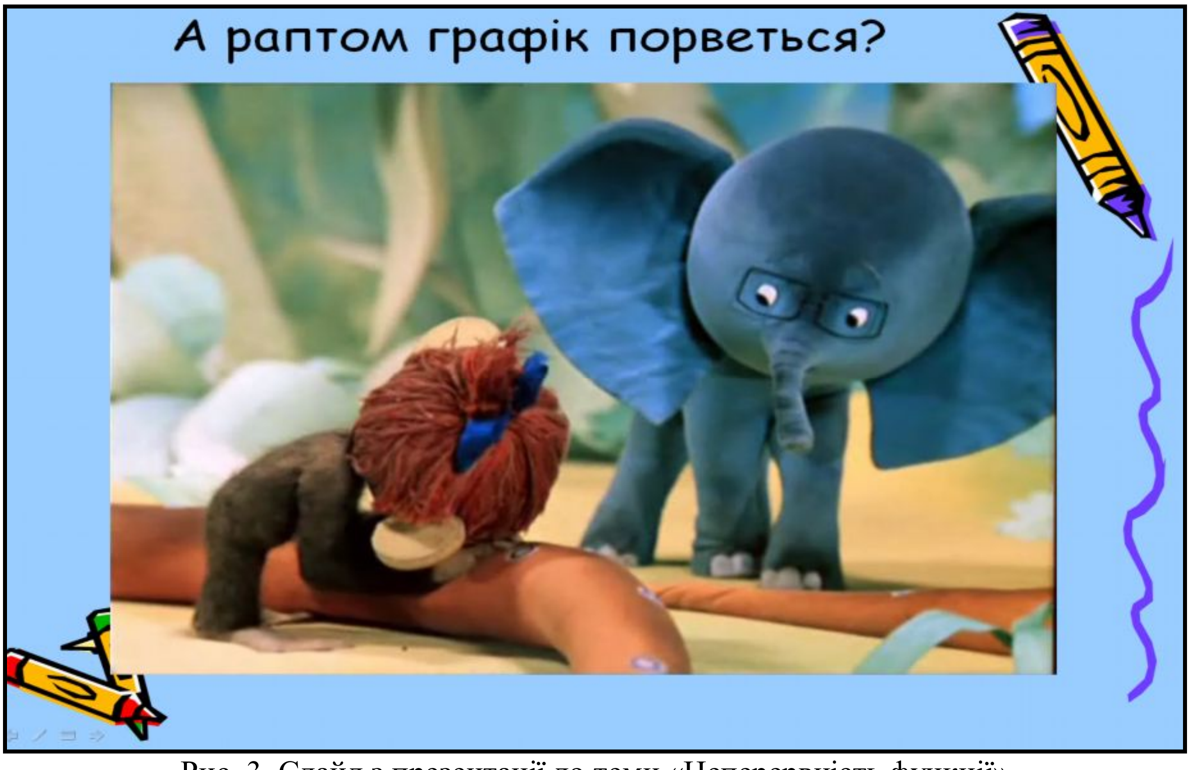


Рис. 3. Слайд з презентації до теми «Неперервність функції»

Організація й управління формуванням професійної готовності майбутнього вчителя до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчання математики неможливі без використання різних форм організації навчання. У процесі підготовки майбутніх учителів ми використовуємо евристичні лекції, заняття-практикуми, евристичні семінари, самостійну роботу студентів, консультації викладачів, педагогічні практики на IV та V курсах.

Великим дидактичним потенціалом володіють лекції з використанням мультимедійних презентацій. Це дає змогу підключити до засвоєння інформації візуальні механізми сприйняття. Крім того, наявність тексту лекцій в електронному вигляді, до якого студенти мають доступ в будь-який час та можуть роздрукувати і мати перед собою під час лекції, дає змогу відійти від традиційної системи викладання «лекція-конспект», коли під час викладання курсів викладач часто намагається подати якнайбільші обсяги інформації, які студентам доводиться механічно записувати без можливості зрозуміти сутність теми [8].

Доцільність використання мультимедійних презентацій в системі спеціальних курсів зумовлена: інтенсифікацією навчання за рахунок економії навчального часу при використанні слайдів; підвищенням наочності матеріалу та полегшенням його сприйняття завдяки компактному і чіткому поданню навчальної інформації; розширенням та поглибленням змісту навчання з дисципліни, що вивчається; здійсненням оперативного зворотного зв'язку за допомогою зорового контакту з аудиторією студентів [8].

Приклад. Презентації, що використовуються на лекціях спеціального курсу «Прикладне програмне забезпечення профільного навчання математики» включають:

1) цільовий кадр, у якому визначені мета і завдання роботи з педагогічним програмним засобом, що вивчається;

2) інструкційний кадр, що описує зміст майбутньої роботи з навчальною програмою;

3) термінологічний-поняттєвий кадр, що включає формулювання педагогічних понять, що є значимими для засвоєння розглянутої теми;

4) інформаційний кадр, де в схематизованому вигляді представлено характеристику об'єкта або явища;

5) контролюючий кадр, що містить питання і завдання з досліджуваної теми.

Беручи до уваги педагогічну ефективність використання навчальних презентацій, при підготовці до лекції, спецкурсу викладач обов'язково продумує зміст презентації, обирає спосіб його представлення (графіка, текст, символи, малюнки, схеми, діаграми, формули, анімація, звук), добирає відповідне оформлення, створює електронний варіант презентації і визначає її місце на лекції.

Головна мета проведення *занять-практикумів* – сформувати в майбутнього вчителя математики систему знань і вмінь, що характеризують певні для даного етапу підготовки майбутнього вчителя математики складові ІКТ-компетенцій. Практикуми дозволяють студентам більш глибоко та наочно вивчати механізм застосування теоретичних знань, оволодівати надзвичайно важливим для спеціаліста вмінням інтелектуального проникнення в ті навчальні процеси, які досліджуються в них.

Самостійна робота студентів завершує завдання всіх інших видів навчальної роботи, вона може бути логічним продовженням роботи, початої на лекції, практичних заняттях, передувати їм, бути частиною заняття. Важливим є включення студентів у самостійну роботу, результатом якої є особисті освітні продукти студентів.

Таким чином, виважена організація навчального процесу на заняттях із запропонованої системи спецкурсів відповідає основній меті формування ІКТ-компетентності майбутнього вчителя математики – створенню студентами особистого досвіду у вивченні системи спеціальних курсів, що пропонуються, і одержання основного продукту діяльності у вигляді набутих ІКТ-компетенцій, що сприяє формуванню професійної готовності майбутніх учителів до використання ІКТ в евристичному навчанні математики.

1. Бурда М.І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти / М.І.Бурда // Педагогіка і психологія. – 1996. – №1. – С.40–45.

2. Корольський В.В Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: навчальний посібник / В.В. Корольський, Т.Г. Крамаренко, С.О. Семеріков, С.В. Шокалюк – Кривий Ріг: Книжкове видавництво Кирєєвського, 2009. – 316 с.

3. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность / А.Н.Леонтьев. – М.: Политиздат, 1975. – 304 с.

4. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения / И.Я.Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.

5. Скафа О.І. Комп'ютерно-орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики: навчально-методичний посібник / О.І.Скафа, О.В.Тутова; [Донецький національний університет]. – Донецьк: вид-во «Вебер», 2009. – 320 с.

6. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: электронный учебник / Е.И.Скафа, О.В.Тутова, Ю.П.Селявкина [электронный ресурс] / [2008].

7. Слєпкань З.І. Болонський процес – європейська інтеграція системи вищої освіти / З.И.Слепкань // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2005.– Вип 23. – С. 4-15.

8. Стеценко Н., Стеценко В. Використання мультимедійних презентацій у навчальному процесі (на прикладі вивчення педагогіки) // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – №5. – 2008. – С. 74 – 77.

9. Тутова О.В. Формування інформаційної культури майбутнього вчителя математики / О.В.Тутова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 28. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007. – С. 100 – 104.

10. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика / М-во освіти і науки України, управл. змісту освіти, науково-метод. центр середн. освіти [Електронний ресурс] / [2008]. – Режим доступу: http://mon.gov.ua/main/php?query=education/average/prog12.

Резюме. **Тутова О.В. МЕТОДИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПОДГОТОВКЕ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ К ПРИМЕНЕНИЮ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРОЦЕССЕ ЭВРИСТИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ.** *В статье рассматривается методическая система обучения будущих учителей творческому применению информационно-коммуникационных технологий для организации эвристического обучения математики.*

Ключевые слова: *информационно-коммуникационные технологии, эвристическое обучение, подготовка учителя математики.*

Summary. **Tutova O. THE METHODICAL REQUIREMENTS TO FUTURE TEACHER'S PREPARING TO USING INFORMATION-COMMUNICATION TECHNOLOGIES IN HEURISTIC TEACHING MATHEMATICS.** *The methodical system of the learning the future teachers to creative use information-communication technologies for organization the heuristic teaching of mathematics is considered in the article.*

Keywords: *information-communication technologies, heuristic teaching of mathematics, math teachers' preparing.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 28.11.2009р.

ФОРМУВАННЯ АНАЛІТИЧНИХ ВМІНЬ МАЙБУТНІХ МЕНЕДЖЕРІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У ВНЗ

Ю.А.ГАЛАЙКО,
канд. педагог. наук,
Університет споживчої кооперації України,
м. Полтава, Україна

Розглядаються особливості формування аналітичних вмінь студентів з фахового спрямування «Менеджмент організацій» в процесі проведення практичних занять з математичних дисциплін у візі.

Ключові слова: *аналітичні вміння, математична підготовка, професійна компетентність, математичні методи і моделі.*

Підготовка майбутніх менеджерів у відповідності з потребами ринкової економіки вимагає підвищення ефективності навчального процесу, збільшення обсягу необхідного навчального матеріалу за незмінний період опанування математичними дисциплінами та формування навичок і вмінь використання математичних методів і моделей як основи аналітичної складової їх професійної компетентності.

Проведений аналіз науково-методичних джерел виявив, що часткове вирішення зазначеної проблеми обумовили дослідження, пов'язані з організацією загальної професійної підготовки фахівців, майбутніх менеджерів організацій, у вищих закладах освіти. Серед них праці у сфері педагогіки щодо особливостей вивчення менеджменту у ВНЗ як комплексного поєднання економічних, психологічних, педагогічних та інших дисциплін (О.С.Большаков, В.І.Михайлов, Л.В.Волинська, В.П.Черевко, Д.М.Рупняк, В.М.Юзевич та ін.); дослідження професійної підготовки майбутніх менеджерів у вищих навчальних закладах, у яких увага зосереджується на вдосконаленні складових навчальних технологій (Л.Володарська-Зола, Т.І.Коваль, С.О.Сисоєва, М.В.Паюл та ін.); психологічні дослідження щодо виявлення професійно важливих якостей майбутніх фахівців і шляхів їх формування у вищих закладах освіти (Н.А.Побірченко, Г.Й.Юркевич та ін.).

Водночас слід зазначити недостатню увагу науковців до проблем підготовки майбутніх менеджерів з основ фундаментальних наук і математичних у тому числі, які створюють підґрунтя для їхньої професійної компетентності, що й надає актуальності нашому дослідженню.

Метою нашої статті є *пошук і розкриття організаційно-методичних шляхів реалізації завдань професійної підготовки майбутніх менеджерів організацій щодо формування їх аналітичних умінь в процесі вивчення математичних дисциплін взагалі та під час проведення практичних занять зокрема.*

У цьому аспекті особливої ваги набуває розробка методичного супроводу занять з формування практичних способів діяльності відповідних знань, умінь та навичок. Це також можуть бути заняття, що узагальнюють вивчення деяких тем навчального модуля і вчать застосовувати набуті теоретичні знання або контролюючі заняття з відповідними процедурами тестування й іншими формами оцінювання рівня засвоєння змісту відповідного навчального модуля. У системі практичних занять математичних дисциплін для студентів менеджерського фаху належне місце посідають заняття – тренінги або навчання дією (з комп'ютерною підтримкою); заняття з використанням певного аналітичного інструментарію щодо вивчення різноманітних ситуацій, пов'язаних із необхідністю прийняття управлінських рішень; інтегровані заняття або заняття – ділові ігри та ін.

Однак, кожне практичне заняття є одночасно не тільки організаційною формою, а й елементом навчального процесу, що дозволяє спроектувати в межах кожного навчального модуля як засвоєння та удосконалення нових знань і вмінь студентів, так і їх застосування та одержання певного досвіду управлінського мислення й навичок роботи в команді.

Тому особливої ваги в процесі проведення практичних занять набуває раціональне поєднання індивідуальних, групових та фронтальних форм організації навчальної діяльності студентів, що поєднується з комп'ютерною підтримкою.

Однак, до якого б виду не належало практичне заняття, у процесі його проведення повинні бути враховані всі компоненти методичної системи, починаючи від уведення мотиваційного компонента, чітко поставленої мети і завдань. Важливим є також добір змісту навчального матеріалу з використанням раціональних методів, організаційних форм і засобів навчання з визначеними контрольними процедурами для перевірки якості навчальної діяльності студентів.

Головним критерієм при виборі прийомів, методів та організаційних форм навчальної діяльності має бути міра їх впливу на формування у студентів відповідних умінь та навичок, розвиток пізнавальних інтересів, інтелекту, творчих здібностей та ін., тобто при проведенні практичних занять необхідно раціонально поєднувати традиційні та інноваційні технології навчання. Наприклад, організація й проведення практичного заняття за традиційною методичною схемою безсумнівно виконує позитивну роль як основи для формування відповідних навичок і вмінь студентів. З іншого боку, доповнення її методами активного навчання (навчання дією, ситуаційні завдання, різноманітні тренінги, навчальні ігри та ін.) позитивно впливають на самостійну навчально-пізнавальну діяльність студентів.

Доцільно також поєднувати фронтальні форми організації навчання з різними видами групової та індивідуальної роботи. У зв'язку з диференціацією навчання необхідно на практичних заняттях організовувати навчальну діяльність як гомогенних (однорівневих), так і гетерогенних (різнорівневих) груп студентів згідно з діагностикою рівня базових математичних знань. У першому випадку студенти гомогенних груп можуть виконувати однакові завдання, у другому –диференційовані. Виходячи із необхідності реалізації розвиваючих та виховних цілей у процесі проведення практичного заняття, ефективнішою є робота зі змішаним складом студентів, тобто з гетерогенними групами.

Роль викладача при проведенні практичного заняття не обмежується поясненням нового матеріалу та формуванням у студентів певних навичок і вмінь. Його головна функція як керівника практичного заняття полягає, перш за все, в організації пізнавальної діяльності студентів шляхом створення умов, що найбільшою мірою сприяють їхньому продуктивному навчанню.

Разом з тим, усе вищезазначене буде сприяти підвищенню якості математичної підготовки як базової складової менеджмент-освіти, якщо врахувати, що процес розвитку мислення і формування навичок і вмінь необхідного рівня найкраще відбувається при розв'язанні задач.

Дослідження, пов'язані з теорією задач, стали об'єктом вивчення багатьох учених (В.В.Давидов [2], Ю.М.Колягін [3], В.І.Крупич [4], І.Я.Лернер [5], З.І.Слєпкань [6] та ін.).

Серед функцій задач у процесі навчання математики виділяють такі: навчальні функції, що націлені на формування системи математичних знань, навичок та умінь; розвиваючі функції, що орієнтовані на розвиток науково-теоретичного мислення; виховні функції, що спрямовані на підсилення пізнавального інтересу та рівня самостійності; контролюючі функції, що націлені на визначення рівнів учіння та научуваності, математичного розвитку та сформованості пізнавальних інтересів [4].

Водночас реалізація вищенаведених функцій певною мірою залежить від вдало побудованої системи задач.

На думку В.І. Крупича та І.І.Зільберберга [4], система задач повинна задовольняти певним вимогам: задачі певної системи повинні гарантувати досягнення навчальної мети; структурна система задач підпорядкована принципу цілісності; система задач спрямована на формування теоретичних знань та способів діяльності тих, хто навчається; реалізувати функції самоконтролю у процесі самостійної діяльності; підвищувати складність задач шляхом їх систематизації та зростання проблемності.

Узагальнюючи існуючі підходи до розробки системи задач при навчанні математики, зупинимося на їх специфіці у контексті нашої проблеми. Особливості задач, які повинні розв'язувати студенти менеджерського фаху, полягають у тому, що вони повинні носити прикладний характер з необхідністю аналізу та пошуку оптимального рішення. Враховуючи це, система завдань для кожної математичної дисципліни [1] створюється нами так, що вона задовольняє наступні методичні вимоги:

- добір задач системи повинен бути підпорядкованим досягненню поставленій дидактичній меті при проведенні практичного заняття з певного навчального модуля;
- задачі системи повинні диференціюватися в межах кожного типу завдань, тобто серед формалізованих, прикладних, ситуаційних та їх сполучень за рівнями А, В та С відповідно до вимог диференціації;
- у систему задач кожного навчального модуля повинні включатися різноманітні завдання, що забезпечують реалізацію методичного ланцюга: "знати – уміти – володіти – творити";
- серед задач системи повинні бути завдання, які передбачають необхідність одержання нових дидактичних одиниць математичних знань для їх розв’язання;
- система задач повинна мати завдання, які в концентрованому вигляді дозволяють актуалізувати знання попереднього навчального матеріалу;
- умови прикладних та ситуаційних завдань повинні бути спрямовані на реалізацію інтеграційних зв’язків між математичними та професійно орієнтованими дисциплінами менеджерського спрямування;
- серед ситуаційних завдань системи перевага повинна надаватись нестандартно поставленим задачам, що за умовою можуть імітувати типові задачі майбутньої управлінської діяльності й тому вимагають прийняття відповідного рішення;
- задачі системи повинні сприяти створенню індивідуального банку аналітичних процедур, математичних методів і моделей обробки статистичної інформації з комп’ютерною підтримкою у тому числі, що забезпечують обґрунтування процесу прийняття управлінського рішення;
- система задач повинна забезпечити опанування студентами менеджерського спрямування загальної методології формалізованого прогнозування як необхідної складової стратегії розвитку організації.

Власний досвід підтверджує, що ефективність упровадження методичної системи математичної підготовки студентів, майбутніх управлінців, залежить також від дидактично обґрунтованого поєднання ІКТ та методів активного навчання при проведенні практичних занять із математичних дисциплін.

Потрібно також враховувати фактори, що негативно впливають на ефективність проведення практичного заняття.

Серед них можна виділити:

- несформованість позитивної мотивації щодо теми практичного заняття;
- відсутність у певних студентів конкретної мети вивчення навчального матеріалу та чітко поставлених відповідних завдань заняття;
- методична одноманітність застосування форм і методів навчання при проведенні практичних занять;
- слабка стимуляція активності студентів;
- відсутність або недостатнє використання професійно-орієнтованих технологій навчання при проведенні практичних занять із математичних дисциплін та ін.

Водночас вплив вищезазначених факторів може бути зменшеним за рахунок якісно підготовленого кожного заняття в системі практичних занять з урахуванням цілої низки важливих моментів.

Перш за все, це стосується повідомлення теми практичного заняття. Форма повідомлення теми може бути різною: від чіткої її постановки з відповідним записом на дошці та у робочих зошитах до створення проблемної ситуації, аналіз якої потребує нових (для студентів) математичних знань, умінь та навичок. У залежності від навчальної дисципліни оголошенню теми можуть передувати відомі висловлювання відомих людей, рисунки, схеми, графічні зображення, які з першого погляду не мають відношення до теми і тому потребують змістовних коментарів викладача.

Виходячи із „Положення про організацію навчального процесу у вищих навчальних закладах" діяльність викладача повинна спрямовуватись на поглиблення знань та формування необхідних умінь та навичок їх практичного застосування шляхом індивідуального виконання студентами поставлених перед ними завдань. Останнє потребує особливої уваги до реалізації диференційованого підходу стосовно формування у студентів певних навичок і умінь у контексті теми практичного заняття.

Важливим є управління цим процесом, яке певною мірою обумовлюється дидактичними цілями навчання.

Якщо на першому місці по значущості стоїть первинне засвоєння способів діяльності, тобто формування початкових умінь та навичок, то перевага надається формалізованим завданням за зростаючою складністю. При цьому доцільними є певні методичні прийоми, серед яких: доведення до відома студентів чіткого переліку вмінь, якими вони повинні опанувати на практичному занятті; застосування зразків розв'язання типових завдань з обов'язковим акцентуванням на основних ідеях цього процесу при повторенні використаного алгоритму; повторення студентами певних дій та операцій, що базується не лише на різних формах завдань (усні, письмові, графічні та ін.), а й на необхідності постійного звернення до вже відомих способів діяльності; використання наочності, адже графіки, таблиці, схеми та ін. виконують опорну роль і є засобом активізації пам'яті, позитивно впливаючи на сприймання та увагу; здійснення диференційованого підходу шляхом розробки системи тренінгових завдань різних рівнів складності згідно з математичними можливостями студентів.

У випадку, коли при визначенні цілей навчання перевага віддається задачам практичного застосування математичних знань, то кероване управління викладача концентрується на активізації пізнавальних процесів мислення студентів. Останнє, як правило, пов'язують з методами активного навчання, серед яких у процесі проведення практичних занять особливого значення набувають методи імітаційного моделювання, евристичної бесіди, дискусії, тренінгів, ділової гри та ін. Адже, неодноразово підкреслюється, що менеджер як фахівець з управління не може бути підготовлений лише на засадах засвоєння відповідного досвіду колективу викладачів. Студент повинен одержати власний досвід щодо освоєння професійних умінь застосування математичних методів і моделей з відповідним опануванням способів діяльності й зразків міжособистісної взаємодії.

Сприятливі можливості для цього надає математична дисципліна „Дослідження операцій". Саме ця математична наука пропонує різноманітні ідеї, математичні методи, техніки аналізу, обчислювальні та спеціальні алгоритми та ін., що дають можливість структурувати й розв'язувати важливі проблеми бізнесу, менеджменту тощо.

Крім того, у цьому курсі акумулюються математичні знання усього попереднього циклу математичних дисциплін, які й надають сукупність математичних методів, моделей із відповідними алгоритмами стосовно їх реалізації.

Серед них моделі математичного програмування й математико-статистичні моделі, а також деякі спеціальні моделі та їх модифікації, такі як матричні ігри, сітьове моделювання, система масового обслуговування і математичні моделі управління запасами та ін.

Разом з тим під час вивчення курсу „Дослідження операцій” у студентів, майбутніх управлінців, повинно сформуватися чітке уявлення про наявність певних умов щодо ситуаційних проблем, при яких доцільним є застосування відповідних методів.

По-перше, це повинна бути ситуація, що потребує прийняття рішення, тобто вибору між конкуруючими або альтернативними варіантами можливих рішень.

По-друге, має бути ситуаційна проблема, яка може бути формалізована у відповідних термінах математичної моделі як моделі прийняття рішення.

По-третє, взагалі аналіз сучасних проблем прийняття рішень потребує розуміння універсальності методології моделювання як наукового методу пізнання явищ і процесів.

В-четверте, математичні моделі використовуються як допоміжний засіб аналізу та визначення можливих альтернативних рішень тощо.

Отже, можна стверджувати, що при проведенні практичних занять з математичних дисциплін існує багато методичних можливостей, щодо активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів, які значною мірою обумовлюють не лише якість їхньої математичної підготовки, а й рівень сформованості відповідних професійних вмінь, майбутніх фахівців з менеджменту.

1. Галайко Ю.А. Вимоги до системи завдань з математичних дисциплін для студентів з фахового спрямування „Менеджмент організацій” / Ю.А.Галайко // Вісник Черкаського університету. Серія педагогічні науки: Зб. наук. пр. – Черкаси: Вид. від ЧДУ, 2006. – Вип. 93. – С. 17–21.

2. Давыдов В.В. О понятии развивающего обучения /В.В. Давыдов // Педагогика. – 1995.– № 1. – С. 29–40.

3. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч.I: Математические задачи как средство обучения и развития учащихся / Ю.М.Колягин. – М.: Просвещение, 1977. – 110 с.

4. Крупич В.И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач / В.И.Крупич. – М.: Прометей, 1995. – С. 24–26.

5. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения /И.Я.Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.

6. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике: метод. пособие / З.И.Слепкань. – К.: Рад. школа, 1983. – 192 с.

Резюме. **Галайко Ю.А. ФОРМИРОВАНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ УМЕНИЙ БУДУЩИХ МЕНЕДЖЕРОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ В ВУЗЕ.** *Рассматриваются особенности формирования аналитических умений студентов, будущих менеджеров, в процессе проведения практических занятий по математическим дисциплинам в высших учебных заведениях.*

Ключевые слова: *аналитические умения, математическая подготовка, профессиональная компетентность, математические методы и модели.*

Summary. **Galayko U. FORMING ANALYTICAL SKILLS BY FUTURE SPECIALISTS IN THE FIELDS OF MANAGEMENT IN THE PROCESS OF STUDDING MATHEMATICAL COURSES IN UNIVERSITY.** *This paper deals with analytical skills forming of organizing the process of studing mathematical courses during carrying out the employment by future specialists in the fields of Management.*

Keywords: *analytical skills, mathematical training, professional competence, mathematical methods and models.*

Стаття представлена професором О.І.Скафою.
Надійшла до редакції 30.11.2009р.

ОРГАНИЗАЦИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО РЕШЕНИЮ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ

Е.И.Скафа,
доктор педагог. наук, профессор,
Донецкий национальный университет,
г.Донецк, Украина

Розглядається на основі методики організації евристичної діяльності важливий аспект розв'язання прикладних завдань з параметрами як спосіб формування евристичних умінь школярів.

Ключові слова: *моделювання, евристична діяльність, прикладні задачі з параметрами.*

При изучении курса математики учащимся важно дать понять, что возможность широкого использования математики к исследованиям реального мира основывается именно на том, что она сама взята из этого мира и выражает часть присущих ему форм, связей и только поэтому вообще может использоваться. Использование математики в реальном мире возможно, как отмечает Л.И.Ничуговская [1] с помощью математических моделей, которые, как отдельный вид, имеют ряд характерных для них особенностей.

В связи с практическими задачами в физике, биологии, экономике и т.д. возникает необходимость построения моделей процессов, содержащих параметры, а также их исследование. Поэтому некоторые задачи с параметрами естественно рассматривать как параметрические модели прикладных процессов [2] и как эвристические задачи [3].

Отметим, что в процессе решения задач с параметрами учащиеся знакомятся с большим количеством эвристических приемов общего и специального вида [8].

В методической литературе встречается ряд работ, связанных с задачами с параметрами, авторы которых В.И.Голубев, А.М.Гольдман, П.И.Горнштейн, Г.В.Дорофеев, О.Егоров, Н.Я.Игнатенко, К.С.Кочарова, О.А.Кормихин, Хенрик Конколь, В.М.Лейфура, В.К.Марков, Г.Ф.Олейник, В.Б.Полонский,С.А.Тынянкин, И.Ф.Шарыгин, М.С.Якир, Г.О.Ястребинецкий и др.

Однако в работах указанных авторов не рассматривается важный аспект решения прикладных задач с параметрами как способ формирования эвристических умений школьников.

Цель работы *– на основе методики организации эвристической деятельности показать приемы обучения учащихся решению прикладных задач с параметрами.*

Математическая модель – это специальный способ приближенного описания какой-либо проблемы, который позволяет при ее анализе использовать формально-логический аппарат математики. При математическом моделировании мы имеем дело не с самим объектом, а с построенной его теоретической копией, которая выражает в математической форме его основные закономерности [4].

Моделирование – это построение модели, воспроизводящей особенности структуры, поведения, а также свойства оригинала, и последующие ее экспериментальное или мысленное исследование [1].

Существуют положения, связанные с понятием математической модели:

- схожесть реального объекта и модели;
- идеализация, схематизация этого объекта при переходе к модели;
- игнорирование свойствами объекта, которые являются несущественными для проводящегося исследования;

▪ фундаментальная роль гипотез при построении моделей одного и того же объекта;

▪ требование адекватности свойств объекта, который исследуется и требование простоты модели;

▪ противоречивость этих требований, принципиально приближенный характер модели.

Успешность работы по математическому моделированию зависит от умения учитывать указанные положения. Большую роль играет выявление элементов математического моделирования.

Н.А.Терешин предлагает следующие элементы: замена исходных терминов выбранными математическими эквивалентами; оценка полноты исходной информации и введение при необходимости недостающих числовых данных; выбор точности числовых значений, соответствующих смыслу задачи; выявление возможности для получения данных для решения задачи на практике [5].

Применение математики в различных областях науки и практики имеет определенную общность, проходит через одни и те же этапы. Как метод познания математическое моделирование включает в себя:

1) формирование адекватной математической модели, явления или процесса;

2) внутримодельное решение задачи математическими средствами;

3) интерпретация полученного решения с точки зрения исходной ситуации.

Этот метод познания настолько широко используется при изучении окружающего нас мира, что создание у учащихся представлений о его сути, подведение их к овладению каждым из этапов должно стать одной из главных проблем в обучении математике. К сожалению, роль второго этапа в математическом образовании зачастую переоценивается, а первого и третьего – недооценивается.

В связи с этим заслуживает внимания система задач, требующая формализации прикладной ситуации и интерпретации математических понятий и утверждений в терминах соответствующей дисциплины (биологии, физики, химии и т. д.). Поэтому целесообразным является предлагать учащимся исследовательские задачи на элементы моделирования как по схеме 1, так и по схеме 2.

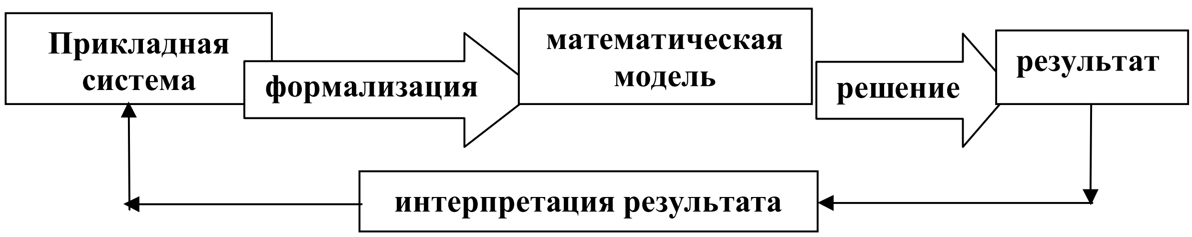


Схема 1

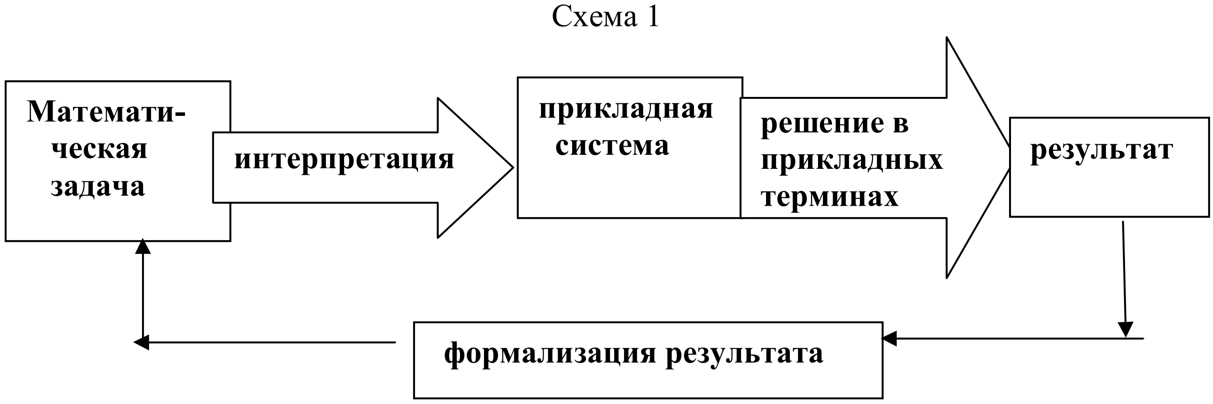


Схема 2

На важность решения задач, включающих формализацию и интерпретацию результата, в своих работах указывали С.К.Кожухов, М.И.Сивкина, Ю.А.Палант, Н.В.Чхаидзе, А.Ю.Карлащук [7, 6, 4].

На наш взгляд, в школьном курсе математики первое знакомство с такими задачами должно строится на интерпретации простейших функциональных зависимостей как параметрических моделей. Например, линейная функция как модель равномерного движения или силы упругости, квадратичная – модель равноускоренного движения и т.д. Разумно ставить вопросы, связанные с исследованием данной модели:

- вопрос существования решений данной модели;
- вопрос о единственности решения; поиск условий, обеспечивающих единственность решения;
- как влияет на решение изменение тех или иных параметров модели; исследование модели на устойчивость;
- выявление, в зависимости от параметров, содержательных свойств и особенностей модели и ее решений (экстремумы, области монотонности, симметрия, ограниченность и т.д.);
- исследование граничного поведения модели при предельном изменении параметров;
- вопрос упрощения модели;
- выбор оптимального решения.

В таком ключе интересно рассматривать задачи на определение параметров в эмпирических формулах по экспериментальным данным. Интересны такие постановки, когда данных избыточное количество. Здесь сама задача может в известном смысле не иметь решения, но возможно построение такой ее модификации, когда решение есть.

Приведем несколько примеров таких задач с параметрами, которые позволяют развивать эвристическое умение моделирования реальных процессов.

При изучении темы «Элементарные функции» полезно начинать ее рассмотрение с простейшей – линейной функции.

Задача1. *В законе движения $S=V_0t+S_0$ материальной точки по экспериментальным данным (t_i,S_i) $i=2,3,\dots,n$ определить параметры V_0 и S_0.*

Уместны следующие вопросы:

- *сколько данных достаточно для определения параметров?*
- *как найти решение, если данных больше двух?*

Предлагаемая задача является на самом деле пучком задач. Ее решение будет соответствовать схеме 1. Если количество экспериментальных данных совпадает с количеством искомых параметров, то для нахождения параметров необходимо решить систему линейных уравнений с двумя неизвестными. Если данных недостаточно, то в качестве решения может выступать однопараметрическое семейство, например, $(V_0,S_0(V_0))$. Если же данных в задаче более двух, то естественно модифицировать задачу: отметить все точки на плоскости, через них провести прямую, которая задает нужную зависимость (метод натянутой нити). В связи с таким модифицированным решением уместны следующие вопросы:

- *какие точки лучше брать?*
- *как быть с ситуацией "точка над точкой" ($V_0=((S_2-S_1)/(t_2-t_1))=const/0$)?*

При реализации межпредметных связей не только с физикой, а и с биологией полезно предложить следующую задачу.

Задача 2. *Изучалась зависимость скорости роста мицелия гриба (мм в сутки) от t°C. Данные приведены в таблице (табл.1).*

Таблица 1

$t°$	18	20	22	24	26	28	30
V	5	9	11	12	14	18	22

Теоретическая зависимость имеет вид $y=at+b$, где y – скорость роста мицелия (мм/сутки), t – температура. Определить параметры a и b, наиболее соответствующие эмпирической зависимости.

При изучении темы "Производная функции" полезно рассмотреть следующую задачу с параметрами, а также предложить учащимся интерпретировать ее в прикладном смысле. То есть решение задачи можно осуществить по семе 2.

Задача 3. *При всех значениях параметра b найти значения x, при которых f′(x) = 0, если* $f(x) = 2bx^2 - \frac{x^3}{3b} - (2b-1)x$.

Прикладной интерпретацией данной задачи могла бы быть такая:

тело движется по закону $S(t) = 2bt^2 - \frac{t^3}{3b} - (2b-1)t$. *Определить время остановки тела при всех значениях b.*

Задача 4. *Решить задачу о радиоактивном распаде.*

Кроме непосредственного решения данной задачи интересны такие вопросы.

1. Можно ли утверждать, что существует такой период времени T, по прошествии которого, начиная с любого момента t, масса радиоактивного вещества станет вдвое меньше (период полураспада)?

2. Можно ли связать величины k и T? Зависит ли T от m_0 *?*

3. Какую из величин k или T удобно найти в эксперименте?

4. Если период полураспада весьма велик (например, T≈1000 лет), то как можно его найти в эксперименте? (Следует ли ждать 1000 лет у установки)?

5. Представим себе, что масса куска вещества такова, что она содержит в себе ≈1000 атомов, например, для удобства счета, 1024 атома. Через промежуток времени T она составит 512 атомов, через 2T – 256 атомов, …, через 10T – 1 атом. Что будет дальше?

Из предлагаемых вопросов к задаче первые два вопроса носят математический характер, не будучи лишены прикладного значения, третий и четвертый – носят прикладной характер, и не слишком удалены от математики, пятый вопрос – вопрос о применимости модели. Он не связан с внутримодельным исследованием, однако, это не лишает его смысла.

В таком виде, как и в предыдущем случае, мы получаем систему задач, целью которой является всестороннее и достаточно глубокое исследование математической модели радиоактивного распада. Здесь возможны постановки обратной задачи (сколько времени назад масса составляла данную величину?), вопросы устойчивости зависимости от начального условия и периода полураспада.

Задача 5. *Решить задачу о размножении популяции и ответить на вопросы:*

1) можно ли утверждать, что существует такой промежуток времени T, по прошествии которого, начиная с любого момента, популяция удвоится (период удвоения)?

2) можно ли связать величины k и T? Зависит ли T от m_0 *? и т.д.*

После изучения темы “Показательная и логарифмическая функции” полезным будет предложить учащимся следующую задачу экономического содержания.

Задача 6. *В производственной функции Кобба-Дугласа* $\varphi(L,K) = aK^{\alpha}L^{1-\alpha}$, $a > 0,\ 0 < \alpha < 1$ *по экспериментальным данным* $\left(K_i, L_i, \varphi_i\right)_{i=1}^{n}$ *определить параметры a и α.*

Данная задача может быть переформулирована в духе метода наименьших квадратов следующим образом: *найти такие параметры,* $a > 0,\ 0 < \alpha < 1$, *при которых* $\sum_{i=1}^{n}\left(A + \alpha \ln K_i + (1-\alpha)\ln L_i - \ln\varphi_i\right)^2$, *где* $A = \ln a$, *принимает наименьшее значение.*

Если речь идет об учащихся, не знакомых с методом наименьших квадратов, может быть предложен иной подход, который изложен выше: находятся все решения по экспериментальным данным и оптимальным образом усредняются.

Например, при определении параметров какой-либо функциональной зависимости по экспериментальным данным, полученные данные отмечаются на координатной плоскости и через эти точки оптимальным образом проводится кривая, параметры которой определить нетрудно.

Задача 7. *Изучить зависимость силы тока в цепи от разности потенциалов (U=IR), по экспериментальным данным* $\left(U_k, I_k\right)_{k=1}^{n}$. *Как найти по этим данным R?*

Для наглядности решения задач такого типа можно использовать педагогическое программное средство GRAN1, что позволит сделать диалог ученика и учителя более доступным и эвристичным, т.к. важнейшие функции программы GRAN1: поддержка нахождения циклов «озарения» путем диалога с учащимся, ускорение выдвижения гипотез и их проверки с опорой на наглядные образы (графики), а также подготовка условий для нового понимания задачи.

Эвристические приемы, необходимые для решения таких задач: «модифицируй задачу», «переформулируй задачу», «новая постановка», «графический эксперимент».

Задачи, которые встречаются в реальной жизни, часто требуют компромисса. Поэтому важно приучать учащихся к возможности решать задачи с избыточными, противоречивыми или недостающими данными.

Задачи упомянутых классов достаточно характерны для моделей реальных ситуаций. На практике при исследовании вначале возникает вопрос (проблема), потом идет поиск необходимых для решения условий, а затем само решение. В школьных же традициях решения задач вначале идут условия (которые у учащихся не подвергаются сомнению), затем вопросы (проблемы) и, наконец, решение, что менее естественно и формирует у учащихся неправильное представление о том, что если данных (условий) для решения задачи недостаточно, то задача неразрешима.

В этом случае для формирования правильного понимания таких задач и их решений предлагается запараметризировать недостающие данные задачи (ввести недостающие параметры модели), оценить их значение на основании правдоподобной информации, а затем найти решение, в качестве которого будет параметрическое семейство, и проанализировать его.

Естественно рассмотреть эти ситуации на примере задач с параметрами, наиболее типичных для общеобразовательной школы. Продемонстрируем несколько таких задач.

Задача 8. *Из пушки, дуло которой находится под углом α к горизонту, вылетает снаряд, начальная скорость которого V_0 лежит в пределах: $V_{01} \le V_0 \le V_{02}$. Определить границы попадания снаряда.*

Задача 9. *Из пушки, дуло которой находится под углом α к горизонту, вылетает снаряд. Известно, что он упадет от пушки на расстоянии, лежащем в пределах: $l_1 \le l \le l_2$. Определить, какой может быть начальная скорость снаряда.*

Задача 10. *Для задач 8 и 9 найти все возможные значения максимальной высоты полета снаряда над землей:*

$$H_{\max 1} \le H_{\max} \le H_{\max 2}.$$

Таким образом, задачи с неполными условиями (данными) являются исходным материалом для имитации «диалога с природой», состоящего в введении недостающих параметров модели и оценкой их значений.

Еще одно направление связано с тем, что задачи с параметрами являются естественной и полезной линией обобщения в школьном курсе математики.

Введение параметра позволяет глубже понять задачу. Во многих школьных учебниках встречается прием, когда надо решить задачу при различных данных конкретных числовых значений величин, а потом при буквенных значениях. Следует предоставлять ученикам возможность самим формулировать задачу для общего случая, при этом обратить внимание на то, что, используя многоступенчатые обобщения, из одной задачи можно получить несколько обобщенных. Вводя параметры вместо каких-либо числовых данных, учащийся становится в позицию исследователя. Ему необходимо проанализировать все возможные решения данной задачи, возможные значения параметров, которые они могут принимать. Например.

Задача 11. *Через концы отрезка PN и его середину Q проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках P_1, N_1, Q_1. Найдите длину отрезка QQ_1, если отрезок PN не пересекает плоскость и если PP_1=21см, NN_1=15см.*

В условии задачи можно варьировать значения PP_1 и NN_1 и отношение PQ:QN. Постоянными сохраняются параллельное проектирование и условие, что отрезок PN не пересекает плоскость. Обобщить вначале задачу можно, заменив параметрами *a* и *b* соответствующие числовые значения 21 см и 15 см. Вторым обобщением может быть замена условия "точка Q – середина отрезка PN" обобщенным "точка Q делит отрезок PN в отношении *n:m*".

Такой прием имеет следующий операционный состав:

1) выделить в условии задачи конкретные числовые данные;

2) ввести вместо них полностью или частично параметры;

3) сформулировать обобщенную задачу;

4) проанализировать возможные значения параметров;

5) проанализировать решение задачи

Конкретные числовые данные можно заменять параметрами не сразу, а последовательно, как в рассмотренном примере. Мотивацию деятельности учащихся можно провести, разъяснив им, что, решив обобщенную задачу, мы исследуем все возможные варианты задач такого типа.

Итак, задачи с параметрами открывают широкое поле деятельности в плане развития умений и навыков исследования, а также помогают выяснить практическую значимость математики как аппарата для изучения закономерностей окружающего нас мира.

Реально такая реализация возможна при использовании систем задач с параметрами в школе.

1. *Нічуговська Л.І. Математичне моделювання в системі економічної освіти: Монографія / Л.І.Нічуговська. – Полтава: РВВ ПУСКУ, 2003. – 289 с.*

2. *Горнштейн П.И. Задачи с параметрами / П.И.Горнштейн, В.Б.Полонский, М.С.Якир. – К.: РИА „Текст", 1992. – 288 с.*

3. *Лейфура В.М. Математичні задачі евристичного характеру / В.М.Лейфура. – К.: Вища шк., 1992. – 91 с.*

4. *Карлащук А.Ю. Формирование исследовательских умений школьников в процессе решения математических задач с параметрами: Дисс... канд. пед. наук (13.00.02) /А.Ю.Карлащук. – К.: КНУ, 2001. – 198 с.*

5. *Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя / Н.А.Терешин.–М.: Просвещение, 1990.–96 с.*

6. *Палант Ю.А. Межпредметные связи курсов математики и физики на подготовительном отделении / Ю.А.Палант, Н.В.Чхаидзе. Тр. пед. ин-тов ГССР, т.VII. – С. 116-120.*

7. *Кожухов С.К. Различные способы решения задач с параметрами / С.К. Кожухов // Математика в школе. – 1998. – №6. – С. 9-12.*

8. *Скафа Е. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография. – Донецк, ДонНУ, 2004.-439 с.*

Резюме. **Скафа Е.И. ОРГАНИЗАЦИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО РЕШЕНИЮ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ.** *Рассматривается на основе методики организации эвристической деятельности важный аспект решения прикладных задач с параметрами как способ формирования эвристических умений школьников.*

Ключевые слова: *моделирование, эвристическая деятельность, прикладные задачи с параметрами.*

Summary. **Skafa O. ORGANIZATIONS THE HEURISTIC ACTIVITY IN SOLVING THE APPLIED TASKS WITH PARAMETERS.** *Important aspect of as way of the forming the pupils' heuristic skills on base of the methods to organizations the heuristic activity is considered.*

Keywords: *design, heuristic activity, applied tasks with parameters.*

Надійшла до редакції 28.10.2009р.

ДО ВІДОМОСТІ АВТОРІВ

У збірнику ***„Дидактика математики: проблеми і дослідження”*** публікуються науково-методичні роботи з дидактики математики, розвивального навчання, евристичного навчання, застосування математичних ідей та методів у навчанні у середній та вищій школі.

ВИМОГИ ДО ЗМІСТУ(Постанова ВАК України 2003р.)

- **Постановка** проблеми у загальному вигляді та її зв`язок із важливими науковими чи практичними завданнями; аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв`язання даної проблеми і на які спирається автор, виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується дана стаття.
- **Мета статті.** Формулювання цілей статті (постановка завдання).
- **Виклад основного матеріалу дослідження** з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів.
- **Висновки** з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку.

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ

Мова: українська, російська, англійська.
Обсяг статті: (включно зі списком цитованої літератури) від 7 до 15 сторінок. Посилання на вітчизняні та зарубіжні літературні джерела (до 10 джерел) обов`язково.
Поля: верхнє – 25 мм, нижнє – 25 мм, ліве – 25 мм, праве – 25 мм.
Шрифт: Times New Roman, розмір 14 п.
Міжрядковий інтервал полуторний.
Відступ першої строки: 1,25 см.
Оформлення формул: використовувати Microsoft Word з вбудованим редактором формул Microsoft Equation, розмір 12.
Оформлення таблиць: таблиці розміщуються у тексті статті, шрифт у таблицях і малюнках 12.
Оформлення літератури: список літератури розміщується у кінці статті під назвою «**Література**» (нумерація джерел за алфавітом). Посилання на літературу по тексту подаються у квадратних дужках.
Резюме пишеться після літератури російською та англійською мовами. Воно містить прізвище та ім`я автора(-ів), назву статті та текст на 4-5 рядків.
Ключові слова російською та англійською мовами надаються у кінці статті після резюме.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ

- Спочатку по центру друкується **назва статті** прописними жирними літерами симетрично.
- Нижче (на другому рядку) – **ініціали та прізвище автора**(-ів), нижче – науковий ступінь, вчене звання, на наступному рядку – місце роботи автора (-ів) (організація), місто, країна.
- Через один інтервал друкується **анотація роботи українською мовою** (2-3 речення).
- Наступний рядок – це **ключові слова** друкуються **українською мовою.**
- Після цього йде **початок тексту роботи** з обов’язковим дотриманням вимог до змісту.
- Після викладу матеріалу статті через один інтервал пропуску друкується **література,** потім **резюме й ключові слова російською мовою** та **резюме і ключові слова англійською мовою.**

АВТОРИ НЕСУТЬ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЬ ЗА ЗМІСТ І ДОСТОВІРНІСТЬ ПОДАНИХ МАТЕРІАЛІВ

Матеріали пересилати на адреси: ***goncharovairina710@rambler.ru*** або ***tutova-olga@rambler.ru***
контактний телефон: 050 82 33 599 Тутова Ольга Василівна
РОБОТИ, ЯКІ НЕ ВІДПОВІДАЮТЬ ВКАЗАНИМ ВИМОГАМ, ПУБЛІКУВАТИСЯ НЕ БУДУТЬ!
Редколегія зберігає за собою право відхиляти роботи без обговорення та рецензування.

АВТОРИ НАДАЮТЬ:

електронний варіант статті (стаття має бути ретельно перевірена і повністю відредагована); відгук члена редакційної колегії збірника; довідку про автора(-ів).

Наукове видання

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕННЯ

МІЖНАРОДНИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ РОБІТ

Випуск 32, 2009 рік

Рекомендовано до друку вченою радою Донецького національного *університету (протокол № 9 від 27.11.2009)*

Редакція збірника:
Науковий редактор – доктор педагог. наук, проф. Скафа Олена Іванівна
Тел.: (38)-(0622)-3357085 (р.) E-mail: skafa@dongu.donetsk.ua

Технічні редактори – Гончарова І.В.
Тутова О.В.
Комп'ютерна верстка – Гончарова І.В.
Художнє оформлення – Ільченко Ю.П.

Відповідальний секретар – ст. викл. Тимошенко Олена Вікторівна
Тел.: (38)-(062)-3052375 (р.),
(38)-(062)-3378985 (д.).
E-mail: elenabiomk@mail.ru

Адреса редакції збірника: Кафедра вищої математики і методики викладання математики, Донецький національний університет, вул. Університетська, 24, Донецьк, 83055, Україна

Узгоджені матеріали надсилати за адресою:
Тимошенко О.В., пр.Миру, 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна

Збірник розповсюджується безкоштовно

Підписано до друку 30.11.2009 р. Формат 60x84/8. Папір типографський. Друк офсетний. Умовн. друк. арк. 14,75. Тираж 300 прим. Замовлення № 924

Видавництво Донецького національного університету
Україна, 83055, Донецьк, вул. Університетська, 24

Надруковано в типографії ООО "Цифрова типографія" на цифрових лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060. Адреса: Донецьк, вул. Челюскінців, 291а. Тел. (062) 388 07 31