

**ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Кафедра теории вероятностей и математической статистики

**УТВЕРЖДАЮ:**

Проректор по научно-методической  
и учебной работе

Е.И. Скафа

«28» июня 2017 г.



**Рабочая программа учебной дисциплины**  
**«Актuarная математика»**

Направление подготовки:

Магистерская программа:

Программа подготовки:

Квалификация:

Форма обучения:

01.04.02 Прикладная математика и  
информатика

актуарная математика

академическая магистратура

магистр

очная

Донецк 2017



УТВЕРЖДАЮ:  
Декан факультета математики и  
информационных технологий  
В.Н. Андриенко

28 июня 2017 г.

МП

Программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 28 августа 2015 г. № 911.

Программа учебной дисциплины «Актурная математика» составлена на основе ГОС ВПО по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, утвержденному приказом Министерства образования и науки ДНР от «04» апреля 2016 г. № 288, зарегистрированному в Министерстве юстиции ДНР от 22 апреля 2016 г. № 1191, «Положения об организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики», утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР «30» октября 2015 г. № 750 (с изменениями и дополнениями), учебного плана по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (магистерская программа: актурная математика) (форма обучения: очная), утвержденного Ученым Советом Университета от 31.03.2017 г., протокол № 3 и основной образовательной программы, утвержденной приказом ректора (№ 77/05 от 06.05 2017 г.).

Разработчик:

Профессор, доктор педагогических наук,  
профессор кафедры теории вероятностей и  
математической статистики

А.И. Дзундза

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры теории вероятностей и математической статистики  
Протокол № 17 от 21.06.2017 г.

Заведующий кафедрой

Б.В. Бондарев

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий  
Протокол № 11 от 21.06.2017 г.

Председатель учебно-методической  
комиссии факультета

Н.И. Пономаренко

**1. Область применения и место дисциплины в учебном процессе:** Учебная дисциплина «Актuarная математика» является дисциплиной вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (магистерская программа - актуарная математика).

Дисциплина реализуется на факультете математики и информационных технологий кафедрой теории вероятностей и математической статистики. Для изучения данной учебной дисциплины важны знания, умения и навыки, формируемые предшествующими и сопутствующими дисциплинами - Математический анализ, Теория вероятностей и математическая статистика. Знание теоретических положений дисциплины может существенно помочь в научно-исследовательской работе при написании магистерской диссертации.

## 2. Структура дисциплины

Характеристика учебной дисциплины					
Направление подготовки	01.04.02 Прикладная математика и информатика				
Магистерская программа	актуарная математика				
Программа подготовки	академическая магистратура				
Квалификация	магистр				
Количество содержательных модулей (тем)	1				
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы <sup>1</sup>	дисциплина вариативной части Блока 1				
Формы контроля	1 модульный контроль, 1 экзамен.				
Показатели	очная форма обучения на базе		заочная форма обучения		
	ОСО	СПО (ускор.)			
Количество зачетных единиц (кредитов)	5				
Количество часов	180				
Год подготовки	1				
Семестр	2				
Количество часов					
- лекционных	34				
- практических, семинарских	17				
- лабораторных					
- самостоятельной работы	129				
в т.ч. индивидуальное задание					
Недельное количество часов, т.ч.	10,6				
аудиторных	3				

## 3. Описание дисциплины

### Цели и задачи.

Цель дисциплины –

1. Изучение современных теорий и эффективных методов оценивания и моделирования страхового риска и принятия решений в условиях неопределенности.

2. Развитие понятийной теоретико-вероятностной базы и формирование высокого уровня теоретических и прикладных знаний и умений в профессиональной сфере, овладение основными понятиями, фактами и моделями актуарной математики.

Задачи дисциплины – в результате изучения дисциплины «Актуарная математика» студенты должны овладеть основными понятиями и методологией расчета премий и резервов в страховании, уметь использовать полученные знания для оценки платежеспособности страховой деятельности, уметь решать типовые задачи, иметь навыки работы со специальной математической литературой, развитие у студентов математической культуры, логического мышления, подготовка студентов к изучению других математических методов и дисциплин (теория вероятностей, математическая статистика, Актуарная и финансовая математика и т.д.).

**Требования к результатам освоения дисциплины:** Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО РФ по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (магистерская программа: актуарная математика):

*а) общекультурные (ОК):*

- способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1);
- готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения (ОК-2);
- готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала (ОК-3).

*б) общепрофессиональные компетенции:*

- готовность к коммуникации в устной и письменной формах на государственном языке РФ и иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-1);
- готовность руководить коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия (ОПК-2);
- способность самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение (ОПК-3);

*в) Профессиональные компетенции, соответствующие видам профессиональной деятельности, на которые ориентирована программа магистратуры:*

***научно-исследовательская деятельность:***

- способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива (ПК-1);
- способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (ПК-2);

***проектная и производственно-технологическая деятельность:***

- способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач проектной и производственно- технологической деятельности (ПК-4);

***организационно-управленческая деятельность:***

- способность управлять проектами, планировать научно- исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять командой проекта (ПК-5);

**В результате изучения учебной дисциплины студент должен.**

**Знать:**

- основы теорий, которые составляют ядро курса «Актuarная математика»;
- терминологию и аппарат основных понятий изученного курса;
- роль и место курса в общей естественно-научной картине мира.

**Уметь:**

- систематизировать результаты наблюдений;
- делать обобщение и оценивать их достоверность и пределы применения;
- применять изученные соотношения к описанию разнообразных процессов;
- решать задачи по изученным темам;

**Владеть:**

- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;
- методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития страховых и финансовых явлений и процессов (в части компетенций, соответствующих понятиям и методам теории вероятностей).

Минимальный удовлетворительный уровень знания предполагает владение студентом основными понятиями дисциплины и умение решать типовые задачи.

Высокий уровень освоения дисциплины предполагает овладение студентом всеми понятиями дисциплины, умение решать типовые задачи, готовность к изучению специальных разделов актуарной математики, умение проводить расчеты, связанные с оценкой платежеспособности страховой деятельности.

#### **4. Содержание дисциплины и формы организации учебного процесса**

Курс дисциплины «Актuarная математика» предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов преподавания. При проведении лекций для обсуждения материала широко используются раздаточные материалы.

В учебном процессе широко применяются активные и интерактивные формы проведения занятий (разбор конкретных ситуаций, дискуссия, полемика), внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение, блочно-модульное обучение.

Использование в учебном процессе интернет-ресурсов по данному курсу; рассмотрение задач, максимально приближенных к конкретным научно-исследовательским ситуациям, с элементами дискуссии и полемикой в процессе поиска путей решения сформулированных проблем; тесты и контрольные работы.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение индивидуальных заданий, подготовку к практическим занятиям, изучение учебной и методической литературы, составление конспектов, аннотации статей, защита презентаций и докладов, анализ полученных результатов.

<b>Порядковый номер и тема</b>	<b>Краткое содержание темы</b>
<b>Тема 1.</b> Оценивание параметров страховой и финансовой деятельности	Распределение иска к страховой компании, его характеристики в различных дискретных моделях. Наиболее часто используемые дискретные распределения и оценки их параметров. Выбор наилучшей модели.

(дискретные модели).	
<b>Тема 2.</b> Преобразование Лапласа в дискретных моделях страхования	Нахождение числовых характеристик случайной величины иска к страховой компании с помощью аппарата преобразований Лапласа в дискретных моделях
<b>Тема 3.</b> Оценивание параметров страховой и финансовой деятельности. Непрерывные модели страхования.	Распределение иска к страховой компании, его характеристики в различных непрерывных моделях. Наиболее часто используемые дискретные распределения и оценки их параметров. Выбор наилучшей модели. Нахождение числовых характеристик случайной величины иска к страховой компании с помощью аппарата преобразований Лапласа в непрерывных моделях
<b>Тема 4.</b> Модель индивидуальных рисков	Разорение в модели индивидуальных рисков. Распределение суммарного иска (дискретные и непрерывные модели). Вероятность разорения в модели индивидуального риска
<b>Тема 5.</b> Модель коллективных рисков	Разорение в модели коллективных рисков. Распределение суммарного иска. Вероятность разорения в модели коллективного риска
<b>Тема 6.</b> Риски перестрахования	Функция удержания и ее свойства. Основные виды перестрахования. Пропорциональное перестрахование с позиции оценки вероятности неразорения. Непропорциональное перестрахование на примере контракта превышения потерь. Условия оптимальности эксцедентного перестрахования.
<b>Тема 7.</b> Системы бонус-малус	Определение системы бонус-малус. Оценка систем бонус-малус. Матрица переходных вероятностей. Условия бонусного голода.
<b>Тема 8.</b> Байесовское оценивание в страховании	Байесовское оценивание в различных моделях страхования
<b>Тема 9.</b> Доверительный взнос	Доверительные взносы в моделях Нормальное/Нормальное, Пуассон/Экспоненциальное, Биномиальное/Бета, Геометрическое/Бета

## Тематический план

Содержательный модуль 1												
Названия содержательных модулей и тем	Количество часов											
	Очная форма обучения						Заочная форма обучения					
	всего	в т.ч.					всего	в т.ч.				
		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа
<b>Тема 1.</b> Оценивание параметров страховой и финансовой деятельности (дискретные модели).	20	4	2			14						
<b>Тема 2.</b> Преобразование Лапласа в дискретных моделях страхования	20	4	2			14						
<b>Тема 3.</b> Оценивание параметров страховой и финансовой деятельности. Непрерывные модели страхования.	20	4	2			14						
<b>Тема 4.</b> Модель индивидуальных рисков	20	4	2			14						
<b>Тема 5.</b> Модель коллективных рисков	20	4	2			14						
<b>Тема 6.</b> Риски перестрахования	20	4	2			14						
<b>Тема 7.</b> Системы бонус-малус	20	4	2			14						
<b>Тема 8.</b> Байесовское оценивание в страховании	20	4	2			14						
<b>Тема 9.</b> Доверительный взнос	20	2	1			17						
<b>Итого</b>	180	34	17			129						

**5. Методические рекомендации для проведения лекционных, практических и лабораторных занятий.**

Лабораторные занятия не предусмотрены учебным планом.

**ТЕМЫ ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЙ**

<b>№ п/п</b>	<b>Название темы</b>	<b>Количество часов</b>
1	Оценивание параметров страховой и финансовой деятельности (дискретные модели).	4
2	Преобразование Лапласа в дискретных моделях страхования	4
3	Оценивание параметров страховой и финансовой деятельности. Непрерывные модели страхования.	4
4	Модель индивидуальных рисков	4
5	Модель коллективных рисков	4
6	Риски перестрахования	4
7	Системы бонус-малус	4
8	Байесовское оценивание в страховании	4
9	Доверительный взнос	2
	<b>ВСЕГО</b>	<b>34</b>

**ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

<b>№ п/п</b>	<b>Название темы</b>	<b>Количество часов</b>
1	Оценивание параметров страховой и финансовой деятельности (дискретные модели).	2
2	Преобразование Лапласа в дискретных моделях страхования	2
3	Оценивание параметров страховой и финансовой деятельности. Непрерывные модели страхования.	2
4	Модель индивидуальных рисков	2
5	Модель коллективных рисков	2
6	Риски перестрахования	2
7	Системы бонус-малус	2
8	Байесовское оценивание в страховании	2
9	Доверительный взнос	1
	<b>ВСЕГО</b>	<b>17</b>



## 6. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов.

### ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

<i>№ п/п</i>	<i>Название темы</i>	<i>Количество часов</i>
1	Оценивание параметров страховой и финансовой деятельности (дискретные модели).	14
2	Преобразование Лапласа в дискретных моделях страхования	14
3	Оценивание параметров страховой и финансовой деятельности. Непрерывные модели страхования.	14
4	Модель индивидуальных рисков	14
5	Модель коллективных рисков	14
6	Риски перестрахования	14
7	Системы бонус-малус	14
8	Байесовское оценивание в страховании	14
9	Доверительный взнос	17
	<b>ВСЕГО</b>	129

## 7. Индивидуальные задания.

### ВАРИАНТ 1

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 30%, 60%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 60%;
- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,3. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется равномерным в интервале (0;900) законом распределения.

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

- 1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;
- 2) найти время необходимое для стабилизации;
- 3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

### ВАРИАНТ 2

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 20%, 40%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 40%;
- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,45. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется Г-распределением с параметрами  $\alpha = 1000$ ,  $\beta = 2$ .

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;

2) найти время необходимое для стабилизации;

3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

### ВАРИАНТ 3

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 27%, 54%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 54%;

- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,25. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется показательным распределением со средним значением

$$\frac{1}{1000}.$$

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;

2) найти время необходимое для стабилизации;

3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

### ВАРИАНТ 4

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 18%, 36%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 36%;

- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,22. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется распределением Парето с параметрами  $\lambda = 1500$ ,  $\alpha = 3$ .

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;

2) найти время необходимое для стабилизации;

3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

### ВАРИАНТ 5

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 15%, 30%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 30%;

- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,31. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется равномерным в интервале (0;2000) законом распределения.

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

- 1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;

- 2) найти время необходимое для стабилизации;

- 3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

## ВАРИАНТ 6

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 24%, 48%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 48%;

- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,32. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется Г-распределением с параметрами  $\alpha = 2000$ ,  $\beta = 2$ .

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

- 1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;

- 2) найти время необходимое для стабилизации;

- 3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

## ВАРИАНТ 7

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 21%, 42%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 42%;

- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,34. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется показательным распределением со средним значением

$$\frac{1}{2000}.$$

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

- 1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;
- 2) найти время необходимое для стабилизации;
- 3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

#### ВАРИАНТ 8

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 29%, 58%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 58%;
- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,15. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется распределением Парето с параметрами  $\lambda = 2100$ ,  $\alpha = 3$ .

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

- 1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;
- 2) найти время необходимое для стабилизации;
- 3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

#### ВАРИАНТ 9

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 32%, 59%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 59%;
- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,3. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется равномерным в интервале (0;900) законом распределения.

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

- 1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;
- 2) найти время необходимое для стабилизации;
- 3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

#### ВАРИАНТ 10

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 19%, 42%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 42%;

- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,4. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется Г-распределением с параметрами  $\alpha = 1000$ ,  $\beta = 2$ .

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;

2) найти время необходимое для стабилизации;

3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

## ВАРИАНТ 11

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 26%, 51%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 51%;

- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,35. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется показательным распределением со средним значением

$$\frac{1}{1000}.$$

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;

2) найти время необходимое для стабилизации;

3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

## ВАРИАНТ 12

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 28%, 46%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 46%;

- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,2. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется распределением Парето с параметрами  $\lambda = 1500$ ,  $\alpha = 3$ .

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;

- 2) найти время необходимое для стабилизации;
- 3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

### ВАРИАНТ 13

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 25%, 60%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 60%;
- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,39. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется равномерным в интервале (0;2000) законом распределения.

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

- 1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;
- 2) найти время необходимое для стабилизации;
- 3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

### ВАРИАНТ 14

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 25%, 45%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 45%;
- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной 0,38. Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется Г-распределением с параметрами  $\alpha = 2000$ ,  $\beta = 2$ .

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

- 1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;
- 2) найти время необходимое для стабилизации;
- 3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

### ВАРИАНТ 15

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 28%, 49%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 49%;
- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной  $0,37$ . Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется показательным распределением со средним значением  $\frac{1}{2000}$ .

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

- 1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;
- 2) найти время необходимое для стабилизации;
- 3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

## ВАРИАНТ 16

Страховая компания применяет систему скидок при отсутствии убытков с тремя уровнями: 0%, 21%, 55%. При этом используются следующие правила перехода с одного уровня скидки на другой:

- если в течение года не было убытков по полису, то страхователь переходит на уровень выше или остается на уровне скидки 55%;
- если в течение года предъявлялось требование, то полисодержатель переходит на один уровень ниже или остается на уровне 0% скидки.

Предполагается, что в течение страхового года по любому полису может произойти только один убыток с вероятностью равной  $0,37$ . Размер каждого индивидуального убытка, если он наступает, моделируется распределением Парето с параметрами  $\lambda = 2100$ ,  $\alpha = 3$ .

В предположении, что полисодержатель заявляет обо всех убытках,

- 1) оценить относительную частоту страхователей на каждом из уровней скидки после стабилизации процесса;
- 2) найти время необходимое для стабилизации;
- 3) определить базовую недисконтированную премию страховой компании, если размер совокупной премии считается равным ожидаемому покрытию всех убытков.

## 8. Контрольные вопросы к промежуточной аттестации

1. Составное Пуассоновское распределение. Числовые характеристики суммарного иска.
2. Нахождение третьего центрального момента величины, имеющей составное Пуассоновское распределение.
3. Свойства составного Пуассоновского распределения.
4. Составное отрицательное биномиальное распределение.
5. Нахождение третьего центрального момента величины, имеющей составное отрицательное биномиальное распределение.
6. Сведение составного отрицательного биномиального распределения к составному Пуассоновскому.
7. Приближенные методы расчета вероятности разорения в коллективной модели. Гауссовское приближение.
8. Модель ожидаемой полезности. Классы функций полезности. Страхование и полезность.
9. Оптимальное страхование. Оптимальность перестрахования стоп-лосс. Теорема Эрроу об оптимальном страховании.
10. Принципы расчета премий.

## 9. Образец билета на модульный контроль

### ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информатика  
Магистерская программа: актуарная математика  
Программа подготовки: академическая магистратура  
Семестр: I  
Учебная дисциплина: Актуарная математика

### МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

#### ВАРИАНТ №1

1. Составное отрицательное биномиальное распределение.
2. Нахождение третьего центрального момента величины, имеющей составное отрицательное биномиальное распределение.
3. Сведение составного отрицательного биномиального распределения к составному Пуассоновскому.
4. Приближенные методы расчета вероятности разорения в коллективной модели. Гауссовское приближение.

Утверждено на заседании кафедры теории вероятностей и математической статистики, протокол № \_\_\_\_ от “\_\_” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Зав. кафедрой  
Преподаватель

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

#### Критерии оценивания модульного контроля

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
Задание 1	5
Задание 2	5
Задание 3	5
Задание 4	5
<i>Всего</i>	<i>20</i>

## 10. Образец экзаменационного билета

#### *Теоретические вопросы к экзамену*

1. Структурирование в модели индивидуальных исков.
2. Непрерывные модели индивидуальных исков. Рандомизация.
3. Специальные условия договоров страхования.
4. Модели процесса исков. Пример рандомизированного распределения Пуассона.
5. Отрицательное биномиальное распределение в статической модели.
6. Модель коллективного иска. Производящая функция и преобразование Лапласа суммарного иска. Числовые характеристики.



7. Составное Пуассоновское распределение. Числовые характеристики суммарного иска.
8. Нахождение третьего центрального момента величины, имеющей составное Пуассоновское распределение.
9. Свойства составного Пуассоновского распределения.
10. Составное отрицательное биномиальное распределение.
11. Нахождение третьего центрального момента величины, имеющей составное отрицательное биномиальное распределение.
12. Сведение составного отрицательного биномиального распределения к составному Пуассоновскому.
13. Приближенные методы расчета вероятности разорения в коллективной модели. Гауссовское приближение.
14. Модель ожидаемой полезности. Классы функций полезности. Страхование и полезность.
15. Оптимальное страхование. Оптимальность перестрахования стоп-лосс. Теорема Эрроу об оптимальном страховании.
16. Принципы расчета премий.
17. Модели индивидуальных рисков на коротком интервале времени. Распределения смешанного типа.
18. Вероятность разорения в модели индивидуального риска. Классическая асимптотическая формула для страховых премий в статической модели страхования.
19. Процессы риска Спарре–Андерсона. Классический процесс риска. Момент разорения. Вероятность разорения на конечном и бесконечном промежутках времени.
20. Основные виды перестрахования. Пропорциональное перестрахование с позиции оценки вероятности неразорения. Непропорциональное перестрахование на примере контракта превышения потерь.
21. Условия оптимальности эксцедентного перестрахования.
22. Определение системы бонус-малус. Оценка систем бонус-малус.
23. Байесовское оценивание.

### ***Образец экзаменационного билета***

#### **ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет математики и информационных технологий

<i>Направление подготовки:</i>	01.04.02 Прикладная математика и информатика
<i>Магистерская программа:</i>	актуарная математика
<i>Программа подготовки:</i>	академическая магистратура
<i>Семестр</i>	I
<i>Учебная дисциплина</i>	Актуарная математика

#### **БИЛЕТ №1**

#### **ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ**

1. Расчет премий и вероятности разорения в модели индивидуального риска
2. Число поступления исков по договорам автомобильного страхования имеет распределение Пуассона со средним  $\lambda$ , где  $\lambda$  имеет гамма-распределение с математическим ожиданием 2 и дисперсией 4.  
Подсчитайте вероятность того, что число исков  $v = 1$ .
3. У компании 5 одинаковых договоров страхования жизни. Условия:

- если застрахованный доживёт до конца года, то компания не платит ничего;
- если застрахованный умрёт от естественных причин, то родственники получают 100000 гривен;
- если застрахованный умрёт от несчастного случая, то родственники получают 400000 гривен.

Для каждого из застрахованных вероятность дожития равна 0,9, вероятность смерти от естественных причин равна 0,06 и вероятность смерти от несчастного случая равна 0,04. Определить зависимость вероятности разорения  $R$  от величины резерва компании с помощью формулы свёртки (Подсказка: нужно использовать матрицы; округления проводить до 4-го знака после запятой).

3. Компания заключила 64 договора страхования. Для каждого договора вероятность  $q$  наступления страхового случая равна  $1/4$ , а страховое возмещение  $B$ , выплачиваемое после наступления страхового случая, имеет плотность

$$f_B(y) = \begin{cases} 1-y, & \text{если } 0 < y < 1 \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Пусть  $S$  – общие выплаты по всему портфелю. Используя нормальное приближение, оцените  $P(S > 5)$ .

Утверждено на заседании кафедры ТВиМС

Заведующий кафедрой

Экзаменатор \_\_\_\_\_

#### Критерии оценивания экзамена

Номер задания	Количество баллов
Задание 1	20
Задание 2	10
Задание 3	20
<b>Всего</b>	<b>60 баллов</b>

#### 14. Критерии оценивания

Согласно модульному принципу организации учебного процесса знания студентов по учебной дисциплине «Актuarная математика» оцениваются в соответствии со следующей **СИСТЕМОЙ ОЦЕНИВАНИЯ АКАДЕМИЧЕСКИХ ДОСТИЖЕНИЙ СТУДЕНТОВ**

Содержательный модуль 1			Сумма
Темы 1-3	Темы 4-6		
ИЗ 1 10 баллов	ИЗ 2 10 баллов		20 баллов

Содержательный модуль 2		Экзамен (МК + экзамен)	Сумма
Темы 7-9	Модульная к.р.	Экзамен	Всего
ИЗ 3	МК		

10 баллов	20 баллов	50 баллов	100 баллов
-----------	-----------	-----------	------------

(ИЗ – индивидуальное задание), МК – модульный контроль.

Шкала оценивания:

Сумма баллов по 100 балльной шкале	По шкале ECTS	По государственной шкале	Определение
90–100	A	отлично	отлично – отличное выполнение с незначительным количеством неточностей
80–89	B	хорошо	хорошо – в целом правильно выполненная работа с незначительным количеством ошибок (до 10%)
75–79	C		хорошо – в целом правильно выполненная работа с незначительным количеством ошибок (до 15%)
70–74	D	удовлетворительно	удовлетворительно – неплохо, но со значительным количеством недостатков
60–69	E		достаточно – выполнение удовлетворяет минимальные критерии
35-59	FX	неудовлетворительно	неудовлетворительно – нужно поработать над тем, как получить положительную оценку
0-34	F	неудовлетворительно	неудовлетворительно – возможна повторная сдача экзамена при условии обязательного набора дополнительных баллов

Знание теоретической части курса оценивается по следующим критериям:

1. Студент получает 76-100% баллов от максимального, если показал
  - глубокие и полные ответы на теоретические вопросы; глубокое понимание возможности применения теоретических положений в практических задачах;
  - умение проводить логические рассуждения и обобщения и сопровождать их соответствующими доказательствами;
2. Студент получает 51-75% баллов от максимального, если показал
  - глубокие и полные ответы на теоретические вопросы с незначительными погрешностями, затем исправленными самим студентом; понимание сущности рассматриваемых проблем;
  - умение логически рассуждать и проводить доказательства;
3. Студент получает 26-50% баллов от максимального, если показал
  - при ответе на теоретические вопросы ряд неточностей, которые он не в состоянии самостоятельно исправить;
4. Студент получает 0-25% баллов от максимального, если
  - не выполнены требования, изложенные в предыдущих пунктах;
  - нет ответов на теоретические вопросы, не решены практические задачи.

**Экзамен оценивается в 50 баллов.**

Для оценки экзамена преподаватель руководствуется следующими принципами:

**50 баллов** - продемонстрированы систематические и глубокие знания при ответе на теоретические вопросы билета, выполнена практическая часть билета в полном объеме;

**40 баллов** - продемонстрированы систематические и глубокие знания при ответе на теоретические вопросы билета, выполнена практическая часть билета в полном объеме, но при ответе допущены несущественные ошибки;

**30 баллов** – продемонстрированы несистематические и неглубокие знания при ответе на теоретические вопросы билета, практическая часть билета выполнена не в полном объеме, при ответе допущено несколько существенных ошибок;

**20 баллов** - продемонстрированы поверхностные знания при ответе на теоретические вопросы билета, практическая часть билета не выполнена, при ответе допущено много существенных ошибок; на простые вопросы по знанию основных определений и формул, воспроизведены отдельные фрагменты материала с помощью экзаменатора.

**0** - полное незнание материала.

### **13. Материально-техническое обеспечение учебного процесса**

Для проведения **лекционных и лабораторных занятий** требуется аудитория на группу, оборудованная меловой или интерактивной доской.

### **14.Рекомендованная литература**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование</b>	<b>Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ</b>	<b>Наличие электронной версии в ЭБС</b>
<b><i>Основная литература</i></b>			
1.	Бондарев, Б. В. Моделирование эволюций цен рискованных активов, эволюций капитала страховых компаний и накопительных фондов : учеб. пособие / Б. В. Бондарев, Т. В. Жмыхова, А. В. Баев ; Донецкий нац. ун-т. - Донецк : ДонНУ, 2014. - 275 с.	5	+
2.	Бондарев, Б. В. Анализ рисков в страховании : монография / Б. В. Бондарев, В. О. Болдырева ; Донецкий национальный университет. - Донецк : ДонНУ, 2014. - 135 с.	10	+
3.	Актуарная математика: учебное пособие [Электронный ресурс]: / сост.: Дзундза А.И.; ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет». – Донецк, ДонНУ, 2017. – Электронные данные (1 файл).	0	+
4.	Прикладные аспекты актуарной математики: учебно-методическое пособие [Электронный ресурс]: / сост.: Дзундза А.И.; ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет». – Донецк, ДонНУ, 2017. – Электронные данные (1 файл).	0	+
<b><i>Дополнительная литература</i></b>			
5.	Бондарев, Б. В. Математическая теория страхования /	26	+

	Б. В. Бондарев, Т. В. Жмыхова. - Донецк : Юго-Восток, 2010. - 277 с.		
6.	Сербиновский, Б. Ю. Страховое дело : Учеб. пособие для студ. экон. спец. вузов / Б. Ю. Сербиновский, В. Н. Гарькуша ; Под ред. А. Л. Черненко. - Ростов н/Д : Феникс, 2000. - 384 с.	5	-
7.	Соловьев А. К. Актуарный прогноз долгосрочного развития пенсионной системы России / А. К. Соловьев // Финансы : Научно-практический журнал. - Москва, 2012.	5	+

## 15. Информационные ресурсы

<http://mondnr.ru/> – Министерство образования и науки Донецкой Народной Республики  
<https://www.donippo.org/> – ГОУ ДПО «Донецкий республиканский институт дополнительного педагогического образования»  
<http://ippo-vm.at.ua/> – Отдел математики Донецкого РИДПО  
<http://resobrnadzor.ru/> – Республиканская служба по контролю и надзору в сфере образования и науки  
[www.newlibrary.ru](http://www.newlibrary.ru) - новая электронная библиотека ДОННУ.  
[www.edu.ru](http://www.edu.ru) - федеральный портал российского образования.  
[www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru) - общероссийский математический портал.  
[www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru) - научная электронная библиотека.  
[www.nehudlit.ru](http://www.nehudlit.ru) - электронная библиотека учебных материалов.

## 16. Программное обеспечение

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДОННУ № 46484614);
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДОННУ лицензия № 46472919);
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы DreamSpark для высших учебных заведений);
4. Лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения: FreeLab, Scilab, R Studio, Python, Eclipse, Free Pascal, Tries Mode, Prolog, Антивирус Касперского, Linux Fedora, Libre Office, Adobe Acrobat Reader, xPDF, Blender, КОМПАС-3D LT, Paint.NET, Gimp.