ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра компьютерных технологий
Кафедра общей физики и дидактики физики

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по научно-методической
и учебной работе
_____ Е.И. Скафа
“__21_____” декабря____2016 г.
МП

Рабочая программа учебной дисциплины
«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

Направление подготовки:	03.03.02 Физика
Профиль подготовки:	Общий
Образовательный уровень выпускника:	Академический бакалавр
Форма обучения:	***очная**

Донецк 2016

УТВЕРЖДАЮ:
Декан физико-технического факультета
_____Малюк Н.Г.
«16» декабря 2016 г.
М.П.

Программа учебной дисциплины «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ» составлена на основе ГОС ВПО по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утверждённого приказом Министерства образования и науки ДНР «04» апреля 2016 г. №284 и «Положения об организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики», утверждённого приказом Министерства образования и науки ДНР «30» октября 2015 г. №750.

Разработчик:
Д. т. н., профессор кафедры компьютерных технологий _____ Толстых В.К.

Ст. преподаватель
кафедры общей физики и дидактики физики _____ Бондарь Е. Д.

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании
кафедры компьютерных технологий.
Протокол № 7 от «08» декабря 2016 г.
Зав. кафедрой компьютерных технологий _____ Шарий Т.В.

кафедры общей физики и дидактики физики
Протокол № 5 от «17» ноября 2016 г.
Зав. кафедрой общей физики и дидактики физики _____ Бешевли Б.И

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией *физико-технического факультета*

Протокол № 4 от «14» декабря 2016 г.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета _____ Котенко В.Н.

1. **Область применения и место дисциплины в учебном процессе:** Дисциплина «Численные методы» относится к базовой части профессионального блока (Б2).

Для освоения дисциплины «Численные методы» студенты используют знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, полученные и сформированные в ходе изучения следующих дисциплин: «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Теория групп», «Дифференциальные уравнения. Интегральные уравнения и вариационное исчисление», «Программирование и математическое моделирование», «Методы математической физики», «Численные методы и математическое моделирование. Интегрированные системы и компьютерная графика», «Пакеты прикладных программ (Вычислительная физика (практикум на ЭВМ))», «Программное обеспечение и алгоритмизация», «Информатика (Информатика и методика преподавания информатики)».

Изучение дисциплины является базой для дальнейшего освоения студентами курсов по выбору профессионального цикла и прохождения Производственной (преддипломной практики, в т.ч. подготовки ВКР: дипломной работы).

2. **Нормативные ссылки** *(при необходимости)*

3. **Структура дисциплины *(модуля)***

Характеристика учебной дисциплины	очная форма обучения на базе		заочная форма обучения на базе		
	СОО	СПО (ускор.)	СОО	СПО (ускор.)	ВПО (ускор.)
Образовательный уровень:	Академический бакалавр				
Направление подготовки	***03.03.02 Физика***				
Профиль	Общий				
Количество содержательных модулей (тем)	4 (14)				
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы [1]	**Профессиональный блок,** Базовая часть				
Формы контроля	**текущие, (модульный контроль) и промежуточная аттестация (экзамен).*				
Показатели	очная форма обучения на базе		**заочная форма обучения на базе*		
	СОО	**СПО (ускор.)*	СОО	СПО (ускор.)	ВПО (ускор.)
Количество зачетных единиц (кредитов)	2				
Количество часов	72				
Год подготовки	4				
Семестр	8				
Количество часов					
- лекционных	20				
- практических, семинарских					
- лабораторных	20				
- самостоятельной работы	32				
в т.ч. индивидуальное задание					
Недельное количество часов, т.ч.					
аудиторных	4				

СОО – среднее общее образование

СПО – среднее профессиональное образование

ВПО – высшее профессиональное образование

1- в соответствии с ООП (основной образовательной программой)

1. Описание дисциплины

Цели и задачи

Цель: Формирование систематических знаний в области численных методов решения задач математического анализа, алгебры и математической физики на ЭВМ.

Задача изучения дисциплины «Численные методы» предусматривает обеспечение знаний основных методов и современных достижений в математическом моделировании разнообразных физических явлений, развитие умения использовать методы вычислительной математики и программирования для решения задач, аналитическое решение которых или отсутствует, или довольно сложное.

Требования к результатам освоения дисциплины: Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО по данному направлению подготовки (профилю):

общекультурными компетенциями (ОК):

способностью использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции (ОК-1);

способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

общепрофессиональными компетенциями (ОПК):

способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК-2);

способностью использовать основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации и навыки работы с компьютером как со средством управления информацией (ОПК-5);

профессиональными компетенциями (ПК),

научно-исследовательская и проектная деятельность:

способностью использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин (ПК-1);

способностью проводить научные исследования в избранной области экспериментальных и (или) теоретических физических исследований с помощью современной приборной базы (в том числе сложного физического оборудования) и информационных технологий с учетом отечественного и зарубежного опыта (ПК-2);

научно-инновационная деятельность:

готовностью применять на практике профессиональные знания теории и методов физических исследований (ПК-3);

способностью применять на практике профессиональные знания и умения, полученные при освоении профильных физических дисциплин (ПК-4);

способностью пользоваться современными методами обработки, анализа и синтеза физической информации в избранной области физических исследований (ПК-5);

В результате изучения учебной дисциплины студент должен.

знать:

-основы теории погрешностей и теории приближений;

-основные численные методы алгебры;

-методы построения элементов наилучшего приближения;

-методы построения интерполяционных многочленов;

-методы численного дифференцирования и интегрирования;

-методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений;

-методы численного решения дифференциальных уравнений в частных производных;

-методы численного решения интегральных уравнений;

уметь:

-численно решать алгебраические и трансцендентные уравнения, применяя для этого следствия из теоремы о сжимающих отображениях;
-численно решать системы линейных уравнений методом простой интеграции методом Зейделя;
-численно решать системы нелинейных уравнений методом Ньютона;
-использовать основные понятия теории среднеквадратичных приближений для построения элемента наилучшего приближения (в интегральном и дискретном вариантах);
-интерполировать и оценивать возникающую при этом погрешность;
-применять формулы численного дифференцирования и интегрирования;
-применять методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
-применять численные методы при решении задач математической физики;
владеть:
-технологиями применения вычислительных методов для решения конкретных задач из различных областей математики и ее приложений;
- навыками практической оценки точности результатов, полученных в ходе решения тех или иных вычислительных задач, на основе теории приближений;
-основными приемами использования вычислительных методов при решении различных задач профессиональной деятельности.

2. **Содержание дисциплины (модуля) и формы организации учебного процесса**

Порядковый номер и тема	**Краткое содержание темы**
Содержательный модуль 1. **«Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений»**	
Тема 1. Математические модели и численные методы	Математические модели и численные методы в физике. Погрешности вычислений. Источники погрешностей. Классификация погрешностей. Общая формула для погрешности функции
Тема 2. Приближенные числа и действия над ними.	Приближенные числа и действия над ними. Расчет полиномов и их производных по обобщенной схеме Горнера. Метод итераций приближенного вычисления значений элементарных функций.
Тема 3. Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений.	Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Аналитическое и графическое обособление корней
Тема 4. Уточнение корня, сходимость итерационной процедуры.	Уточнение корня методом дихотомии, методом хорд, методом Ньютона (методом касательных). Метод итераций и условие его сходимости. Приведение уравнения к виду, который обеспечивает сходимость итерационной процедуры.
Содержательный модуль 2. **«Системы уравнений»**	
Тема 5. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений.	Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.
Тема 6. Итерационные методы.	Итерационные методы. Методы: простой итерации, Зейделя, релаксаций.
Тема 7. Численное решение систем нелинейных уравнений	Численное решение систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации, метод Ньютона
Содержательный модуль 3. **«Интерполяция и экстраполяция функций»**	
Тема 8. Постановка задачи интерполяции. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона.	Постановка задачи интерполяции. Конечные разности. Случай равноотстоящих узлов. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона. Интерполяционный полином Бесселя.
Тема 9.	Интерполяция для неравноотстоящих узлов. Интерполяционный

Интерполяционный полином Лагранжа	полином Лагранжа. Нахождение корня уравнения методом обратной интерполяции.
Тема 10. Метод наименьших квадратов	Отыскание параметров эмпирических формул методом наименьших квадратов. Суть метода наименьших квадратов
Тема 11. Интерполяция сплайнами	Интерполяция сплайнами. Сходимость интерполяционного процесса. Построение кубического сплайна.
***Содержательный модуль 4. «*Методы численного решения дифференциальных уравнений»**	
Тема 12 Дифференцирование и интегрирование функций.	Проблема дифференцирования. Численные формулы дифференцирования. Остаточные члены простейших формул. Задача численного интегрирования. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Практическое оценивание погрешностей. Принцип Рунге. Квадратурные формулы Чебышева и Гаусса.
Тема 13 Обыкновенные дифференциальные уравнения.	Задача Коши для уравнения первого порядка. Метод последовательного приближения. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Многошаговые методы Адамса. Метод Милна. Численное решение уравнений высших порядков. Численное решение систем уравнений. Краевые задачи. Сведение краевых задач к задаче Коши. Метод конечных разностей
Тема 14 Уравнения математической физики.	Начальные, граничные и начально-граничные (смешанные) задачи. Уравнение Лапласа в конечных разностях. Решение задачи Дирихле методом сеток. Метод Монте-Карло. Метод сеток и метод прогонки для уравнения теплопроводности. Метод сеток и метод прямых для уравнения колебаний струны.

Курс дисциплины «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ» предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа студента.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов преподавания. При проведении лекций для обсуждения материала широко используются мультимедийные презентации, анимации, а также раздаточные материалы.

В учебном процессе широко применяются активные и интерактивные формы проведения занятий (разбор конкретных ситуаций, дискуссия, полемика), внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение, блочно-модульное обучение.

Использование в учебном процессе интернет-ресурсов по данному курсу; рассмотрение задач, максимально приближенных к конкретным научно-исследовательским ситуациям, которые исторически приходилось решать для построения моделей соответствующих космических объектов, с элементами дискуссии и полемикой в процессе поиска путей решения сформулированных проблем; тесты и контрольные работы.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение индивидуальных заданий, подготовку к лабораторным занятиям, изучение учебной и методической литературы, составление конспектов, аннотаций статей, защита презентаций и докладов, изучение приборов и оборудования, проведение эксперимента, обработку полученных результатов, анализ полученных результатов.

Тематический план (*заполняется согласно учебному плану)*

	***Содержательный модуль 1. «*Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений»**																						
Названия содержательных модулей и тем	**Количество часов**																						
	Очная форма						**Заочная форма**																
							на базе общего среднего образования						**на базе среднего профессионального образования**						**на базе высшего профессионального образования**				
	всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.			
		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	работасамостоятельная	работаиндивидуальная
Тема 1. Математические модели и численные методы	4	1		1	2																		
Тема 2. Приближенные числа и действия над ними.	4	1		1	2																		
Тема 3. Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений.	4	1		1	2																		
Тема 4. Уточнение корня, сходимость итерационной процедуры.	4	1		1	2																		
Итого по 1 содержательному модулю	16	4		4	8																		

	Содержательный модуль 2. **«Системы уравнений»**																						
Названия содержательных модулей и тем	**Количество часов**																						
	Очная форма						**Заочная форма**																
							на базе общего среднего образования						**на базе среднего профессионального образования**						**на базе высшего профессионального образования**				
	всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.			
		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	работасамостоятельная	работаиндивидуальная
Тема 5. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений.	6	2		2	2																		
Тема 6. Итерационные методы.	6	2		2	2																		
Тема 7. Численное решение систем нелинейных уравнений	6	2		2	2																		
Итого по 2 содержательному модулю	18	6		6	6																		

	Содержательный модуль 3. **«Интерполяция и экстраполяция функций»**																						
Названия содержательных модулей и тем	**Количество часов**																						
	Очная форма						**Заочная форма**																
							на базе общего среднего образования						**на базе среднего профессионального образования**						**на базе высшего профессионального образования**				
	всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.			
		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	работасамостоятельная	работаиндивидуальная
Тема 8. Постановка задачи интерполяции. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона.	5	1		1	3																		
Тема 9. Интерполяционный полином Лагранжа	5	1		1	3																		
Тема 10. Метод наименьших квадратов	5	1		1	3																		
Тема 11. Интерполяция сплайнами	5	1		1	3																		
Итого по 3 содержательному модулю	20	4		4	12																		

Содержательный модуль 4. «Методы численного решения дифференциальных уравнений»																							
Названия содержательных модулей и тем	**Количество часов**																						
	Очная форма						**Заочная форма**																
							на базе общего среднего образования						**на базе среднего профессионального образования**						**на базе высшего профессионального образования**				
	всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.			
		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	лабораторные	работасамостоятельная	работаиндивидуальная		лекции	практические	работасамостоятельная	работаиндивидуальная
Тема 12. Дифференцирование и интегрирование функций.	6	2		2	2																		
Тема 13. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	6	2		2	2																		
Тема 14. Уравнения математической физики	6	2		2	2																		
Итого по 4 содержательному модулю	18	6		6	6																		
Всего часов по модулю	72	20		20	32																		

пп. 6-10 являются необязательной формой и носят рекомендательный характер)

6. Темы семинарских занятий.

Семинарские занятия учебным планом не предусмотрены

7. Темы практических занятий.

Практические занятия учебным планом не предусмотрены

8. Темы лабораторных занятий.

1. Приближенные числа и действия над ними. Расчет полиномов и их производных по обобщенной схеме Горнера
2. Метод итераций приближенного вычисления значений элементарных функций
3. Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Графическое решение уравнений. Метод половинного деления (дихотомии)
4. Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Метод хорд
5. Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Метод Ньютона (метод касательных)
6. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений Метод Гаусса
7. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод прогонки.
8. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений Метод простой итерации (метод Якоби)
9. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений Метод Зейделя
10. Численное решение систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации, метод Ньютона
11. Первая интерполяционная формула Ньютона
12. Вторая интерполяционная формула Ньютона
12. Интерполяционный полином Лагранжа
13. Нахождение корня уравнения методом обратной интерполяции.
14. Суть метода наименьших квадратов
15. Интерполяция сплайнами
16. Формула прямоугольников, Формула трапеций Формула Симпсона
17. Вычисление определенных интегралов методами Монте-Карло
18. Численное дифференцирование. Методы решения задачи Коши. Метод Эйлера –Коши для решения дифференциального уравнения первого порядка
19. Метод Эйлера с пересчетом
20. Метод рядов, не требующий вычисления производных правой части уравнения
21. Метод Рунге-Кутта

9. Самостоятельная работа.

Самостоятельная работа студентов предусматривает проработку теоретических основ прослушанного лекционного материала; изучение отдельных тем и вопросов, запланированных для самостоятельного изучения; изучение учебной и методической литературы; составление конспектов; самостоятельное создание и редактирование изображений; систематизацию изученного материала перед модульным контролем и экзаменом. Для лучшего закрепления материала предлагается выполнить несколько практических заданий.

1. Приближенные числа и действия над ними. Расчет полиномов и их производных по обобщенной схеме Горнера. Метод итераций приближенного вычисления значений элементарных функций.
2. Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Графическое решение уравнений. Метод половинного деления (дихотомии). Метод хорд. Метод Ньютона (метод касательных). Комбинированный метод.

3. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Точные методы. Метод обратной матрицы. Метод Крамера. Метод Гаусса.
4. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Приближенные методы. Метод простой итерации (метод Якоби). Метод Зейделя
5. Численное решение систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации, метод Ньютона
6. Постановка задачи интерполяции. Конечные разности. Случай равноотстоящих узлов. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона. Интерполяционный полином Бесселя.
7. Интерполяция для неравноотстоящих узлов. Интерполяционный полином Лагранжа. Нахождение корня уравнения методом обратной интерполяции.
8. Отыскание параметров эмпирических формул методом наименьших квадратов. Суть метода наименьших квадратов
9. Приближенное вычисление интегралов. Квадратурные формулы с равноотстоящими узлами (формула трапеций, формула Симпсона) и их погрешности. Практическая оценка погрешности и выбор шага интегрирования. Вычисление определенных интегралов методами Монте-Карло
10. Численное дифференцирование. Методы решения задачи Коши. Метод Эйлера –Коши для решения дифференциального уравнения первого порядка. Метод Эйлера с пересчетом. Метод рядов, не требующий вычисления производных правой части уравнения. Метод Рунге-Кутта
11. Методы численного решения дифференциальных уравнений в частных производных

10.Индивидуальные задания.

Индивидуальные задания не предусмотрены учебным планом.

11. Контрольные вопросы к промежуточной аттестации

1. Погрешность. Абсолютная, относительная погрешность. Интервал неопределенности. Оценка погрешности. Формулы суммы, произведения и частного.
2. Погрешность. Прямая и обратная задачи теории погрешностей. Приближенная оценка погрешности.
3. Конечные методы решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Выбор главного элемента.
4. Конечные методы решения систем линейных уравнений. Вычисление определителя и обратной матрицы.
5. Конечные методы решения систем линейных уравнений. Общая характеристика и сравнение методов.
6. Итерационные методы решения систем линейных уравнений. Методы итераций и Зейделя. Сходимость метода итераций.
7. Итерационные методы решения систем линейных уравнений. Метод релаксации.
8. Методы решения нелинейных уравнений. Отделение и уточнение корней. Метод отделения корней уравнения.
9. Методы решения нелинейных уравнений. Методы дихотомии и хорд.
10. Итерационные вычисления. Методы решения нелинейных уравнений. Методы итераций и касательных.
11. Итерационные вычисления. Методы решения нелинейных уравнений. Метод Ньютона- Чебышева. Метод обратной интерполяции.
12. Решения систем нелинейных уравнений. Методы Ньютона и простой итерации.
13. Методы численного интегрирования Гаусса и разложения в ряд.
14. Интерполяция, экстраполяция, аппроксимация функций. Приложения интерполяции и аппроксимации. Интерполяционные полиномы. Канонический полином.
15. Интерполяционные полиномы. Полином Лагранжа. Оценка погрешности полинома Лагранжа.

16. Интерполяционные полиномы. Разделенные разности. Полином Ньютона. Интерполирование вперед и назад.

17. Полиномы Чебышева и его свойства. Полином наилучшего равномерного приближения.

18. Сплайн интерполяция. Кубический сплайн.

19. Метод наименьших квадратов. Матрица Грамма.

20. Методы численного дифференцирования и интегрирования. Разностные формулы для производных.

21. Методы численного интегрирования. Однократный и многократный методы. Методы прямоугольников, трапеций и Симпсона.

22. Метод Рунге практической оценки погрешности. Формулы Рунге.

23. Численные методы решения задачи Коши. Методы Рунге-Кутта. Порядок погрешности и контроль шага.

24. Численные методы решения задачи Коши. Одношаговые и многошаговые методы. Методы Адамса и Милна.

25. Методы решения краевых задач. Метод стрельбы. Аппроксимационные методы.

26. Методы решения краевых задач. Сеточный метод. Метод прогонки.

27. Методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Сеточный метод. Разностная аппроксимация. Явные и неявные схемы. Шаблон. Устойчивость и сходимость метода.

38. Решение дифференциальных уравнений в частных производных. Решение уравнения теплопроводности. Разностные схемы

12.**Образец экзаменационного билета**

Министерство образования и науки ДНР
ГОУ ВПО ***«Донецкий национальный университет»***

Образовательный уровень ***бакалавр***
Факультет *физико-технический*
Направление подготовки: **03.03.02 Физика**
Семестр 8 Кафедра общей физики и дидактики физики
Учебная дисциплина ***«Численные методы»***

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Математические модели и численные методы.
2. Методы решения нелинейных уравнений. Методы дихотомии и хорд.

Утверждено на заседании кафедры ***общей физики и дидактики физики***
протокол № __ от " __" _____ года

заведующий кафедрой _____ ***Бешевли Б.И.***
экзаменатор _____ ***Бондарь Е. Д.***

13.Образец тестового задания

1. Чем вызвана неустранимая погрешность?
а) Тем, что математическая модель исследуемого объекта никогда не учитывает всех без исключения явлений, влияющих на состояние объекта, и тем, что входящие в задачу заданные параметры (числа или функции) измеряются с какой-либо ошибкой.
б) Тем, что любые арифметические операции над числами производятся при наличии ограниченного количества используемых для записи чисел разрядов позиционной системы исчисления.
в) Тем, что в результате применения численного метода могут быть получены не точные, а приближенные значения искомой функции, даже если все предписанные методом вычисления проделаны абсолютно точно.

2. Некоторые величины t = 0,34 и k = 0,42 измерены с точностью до 0,01. Найти абсолютную и относительную погрешности в определении величины d = t·k = 0,1428.
а) Абсолютная погрешность = 0,0075 , относительная погрешность = 0,053.
б) Абсолютная погрешность = 0,0077 , относительная погрешность = 0,051.
в) Абсолютная погрешность = 0,0077 , относительная погрешность = 0,054.

3. Пусть a^* – точное, a – приближенное значение некоторого числа. Дайте определение относительной погрешности.
а) Относительной погрешностью приближения a называется величина δ_a такая, что $|a - a^*| < \delta_a$.
б) Относительной погрешностью приближения a называется величина δ_a такая, что $\delta_a = \sqrt{(a - a^*)/a}$, ($a \neq 0$).
в) Относительной погрешностью приближения a называется величина $\delta_a = |(a - a^*)/a|$, ($a \neq 0$).

4. Определить относительную погрешность приближенного числа $b = 2{,}3254$ по ее абсолютной погрешности $\Delta_b = 0{,}01$, предварительно округлив число b до верных знаков.
а) Относительная погрешность = 0,0078. б) Относительная погрешность = 0,0043.
в) Относительная погрешность = 0,0143.

5. Объем V = 2,385 м^3 и плотность ρ = 1400 кг/м^3 образца измерены с точностью до 1 дм^3 и 1 кг/м^3 соответственно. Найти абсолютную и относительную погрешности в определении массы образца m = V·ρ = 3339 кг.
а) Абсолютная погрешность = 3,895, относительная погрешность = 0,0012.
б) Абсолютная погрешность = 3,786, относительная погрешность = 0,0011.
в) Абсолютная погрешность = 3,657, относительная погрешность = 0,0010.

6. Даны числа $a = 1{,}137$ и $b = 1{,}073$ с абсолютными погрешностями $\Delta_a = \Delta_b = 0{,}011$. Оценить погрешность их разности $c = a - b$.
а) $\Delta_c = 0{,}011$. б) $\Delta_c = 0{,}022$. в) $\Delta_c = 0{,}001$.

7. Чем обусловлено появление погрешности округления при численном решении поставленной задачи?
а) Тем, что математическая модель исследуемого объекта не может учитывать все без исключения явления, влияющие на состояние объекта.
б) Тем, что любые арифметические операции над числами производятся при наличии ограниченного количества используемых для записи чисел разрядов позиционной системы исчисления.
в) Тем, что в результате применения численного метода могут быть получены не точные, а приближенные значения искомой функции, даже если все предписанные методом

вычисления проделаны абсолютно точно.

8. Дайте определение сплайн-функции.

а) Полином $P_n(x)=\sum_{i=0}^{n}\left(f(x_i)\prod_{k=0}^{n}(x-x_k)\Big/(x-x_i)\prod_{k\neq i}(x_i-x_k)\right)$, принимающий в точках x_i значения $f(x_i)$, называется сплайн-функцией, соответствующей данной функции $f(x)$ и узлам x_i ($i = 0, 1,\ldots, n$).

б) Сплайн-функцией m-го порядка, соответствующей данной функции $f(x)$ и узлам x_i ($i = 0, 1,\ldots, n$), называется функция $s(x)$, которая: 1) является полиномом m-го порядка на каждом частичном отрезке $[x_{i-1}, x_i]$ ($i = 1, 2,\ldots, n$); 2) непрерывна вместе со своими производными до (m–1)-го порядка в узлам x_i ($i = 1, 2,\ldots, n$–1); 3) $s(x_i) = f(x_i)$ ($i = 0, 1,\ldots, n$).

в) Сплайн-функцией, соответствующей данной функции $f(x)$ и узлам x_i ($i = 0, 1,\ldots, n$), называется полином вида $P_n(x)=y_0+q\Delta y_0+\frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0+\ldots+\frac{q(q-1)\ldots(q-n+1)}{n!}\Delta^n y_0$, где $q=(x-x_0)/h$, h – шаг разностной сетки, $\Delta^k y_i$ – конечные разности k-го порядка.

9. Сформулируйте постановку задачи интерполирования функции.

а) Требуется вычислить производные от функций, заданных в табличном виде.

б) Требуется найти значение функции f(x), $x\neq x_i$ ($i = 0, 1,\ldots,n$), если известны узлы интерполирования x_i ($i = 0, 1,\ldots,n$) и значения функции f(x) в этих узлах.

в) Требуется определить допустимую погрешность аргументов по допустимой погрешности функции.

10. Что принимают за меру качества аппроксимации функции $f(x)$ полиномом $P_m(x)$ в методе наименьших квадратов?

а) За меру качества аппроксимации функции $f(x)$ полиномом $P_m(x)$ в узлах x_i принимают максимум модуля разности $f(x_i)$ и $P_m(x_i)$ ($i = 1, 2,\ldots, n$).

б) За меру качества аппроксимации функции $f(x)$ полиномом $P_m(x)$ в узлах x_i принимают сумму $\sum_{i=1}^{n}\omega(x_i)\left[f(x_i)-P_m(x_i)\right]^2$, где $\omega(x)\geq 0$ – заранее выбранная «весовая» функция.

в) За меру качества аппроксимации функции $f(x)$ полиномом $P_m(x)$ в узлах x_i принимают сумму $\sum_{i=1}^{n}\left|f(x_i)-P_m(x_i)\right|$.

11. В чем заключается задача обратного интерполирования?

а) Пусть функция y = f(x) задана таблицей. Требуется по заданному значению функции y найти соответствующее значение аргумента x.

б) Пусть функция y = f(x) задана таблицей. Требуется найти функцию $\varphi(x)$, расчеты по которой либо совпадают, либо в определенном смысле приближаются к данным значениям функции f(x).

в) Пусть функция y = f(x) задана таблицей. Требуется построить полином вида $P_n(x)=\sum_{i=0}^{n}\left(f(x_i)\prod_{k=0}^{n}(x-x_k)\Big/(x-x_i)\prod_{k\neq i}(x_i-x_k)\right)$, принимающий в точках x_i, называемых узлами, значения интерполируемой функции f(x_i).

12. По прогнозу 1983 г. добыча нефти в Западной Европе должна была составить в 1980 г. – 2,6 млн. баррелей/сут., в 1985 г. – 3,9 млн. баррелей/сут. и в 1990 г. – 3,2 млн. баррелей/сут. Используя интерполяционный полином Лагранжа, рассчитать данный показатель на 1988 г.

а) 3,720 млн. баррелей/сут. б) 3,894 млн. баррелей/сут.

в) 3,643 млн. 3,894 млн. баррелей/сут.

13. Как определяется остаточный член интерполирования полиномами Ньютона?

а) $|R_n| \le \frac{h^2(b-a)}{24} M_2$, где $M_2 = \max\limits_{\xi \in [a,b]} |f''(\xi)|$, ξ – некоторая точка заданного промежутка $[a, b]$, h = const – расстояние между соседними узлами интерполяции x_i (i = 0, 1,…, n).

б) $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_n)$, где ξ есть некоторая точка наименьшего промежутка, содержащего все узлы интерполяции x_i (i = 0, 1,…, n) и точку x, в которой находится значение сеточной функции $f(x)$.

в) $R_n = \max|x - x_i|$, $(i = \overline{0, n})$, где x_i – узлы интерполяции, x – точка, в которой находится значение сеточной функции $f(x)$.

14. Какую функцию называют аппроксимирующей?

а) Пусть для конечного множества значений аргумента x_0, x_1, …, x_n известны табличные значения функций $f(x_0)$, $f(x_1)$, …, $f(x_n)$. Аппроксимирующей (приближающей) называют функцию $\varphi(x)$, расчеты по которой либо совпадают, либо в определенном смысле приближаются к данным значениям функций.

б) Пусть для конечного множества значений аргумента x_0, x_1, …, x_n известны табличные значения функций $f(x_0)$, $f(x_1)$, …, $f(x_n)$. Аппроксимирующей (приближающей) называют функцию $\varphi(x)$, производные от которой равны производным функции $f(x)$.

в) Пусть для конечного множества значений аргумента x_0, x_1, …, x_n известны табличные значения функций $f(x_0)$, $f(x_1)$, …, $f(x_n)$. Аппроксимирующей (приближающей) называют функцию $\varphi(x)$, значения которой отличаются от данных значений функций на постоянную величину.

15. Назовите достоинства и недостатки интерполяционных формул Лагранжа.

а) Достоинство – метод наиболее прост в понимании и организации вычислительного процесса. Основной недостаток метода – при увеличении числа узлов и соответственно степени интерполяционный многочлен Лагранжа требуется строить заново.

б) Достоинство – метод относится к числу итерационных методов и имеет наибольшую точность интерполяции. Основной недостаток метода – медленная скорость сходимости, что приводит к значительным затратам машинного времени.

в) Достоинство – использование многочленов невысокого порядка и вследствие этого малое накопление погрешностей в процессе вычислений. Основной недостаток метода – из числа методов интерполяции наиболее сложен в организации вычислительного процесса.

16. В чем состоит сущность метода наименьших квадратов?

а) Метод состоит в следующем. Весь отрезок интерполирования разбивают на частичные отрезки и на каждом из частичных отрезков приближенно заменяют интерполируемую функцию $f(x)$ многочленом невысокой степени. Для того чтобы не возникало разрывов производной в местах сочленения, на каждом частичном отрезке степень полинома берется «с запасом», а возникающую свободу в выборе коэффициентов полиномов используется для сопряжения производных на границах участков.

б) Метод состоит в том, что строится полином, сумма квадратов отклонений которого от табличных значений интерполируемой функции $y_i = f(x_i)$ минимальна, т.е. за меру качества аппроксимации функции $f(x)$ полиномом $P_m(x)$ в узлах x_i принимают сумму $\sum\limits_{i=1}^{n} \omega(x_i)\left[f(x_i) - P_m(x_i)\right]^2$, где $\omega(x) \ge 0$ – заранее выбранная «весовая» функция.

в) Сущность метода наименьших квадратов состоит в ледующем. Строится полином вида

$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} \left(f(x_i) \prod_{k=0}^{n} (x - x_k) \Big/ (x - x_i) \prod_{k \neq i} (x_i - x_k) \right)$, принимающий в точках x_i, называемых узлами, значения интерполируемой функции $f(x_i)$.

17. Написать интерполяционный полином Лагранжа для функции $f(x)$, которая представлена четырьмя своими значениями: $f(0) = -0{,}5$; $f(0{,}1) = 0$; $f(0{,}3) = 0{,}2$ и $f(0{,}5) = 1$.

а) $P_3(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{7}x^2 - 11x - \frac{2}{13}$. б) $P_3(x) = \frac{25}{11}x^2 - \frac{73}{12}x + \frac{4}{7}$.

в) $P_3(x) = \frac{125}{3}x^3 - 30x^2 + \frac{73}{12}x - \frac{1}{2}$.

18. Назовите области применения интерполирования функций.

а) К интерполированию функций чаще всего прибегают, когда приходится вычислять значения функции в промежуточных точках, при этом данная функция задана в табличном виде и аналитическое выражение функции неизвестно. Интерполирование применяют и в случае, когда аналитический вид функции известен, но сложен и требует большого объема вычислений для определения отдельных значений функции.

б) К интерполированию функций чаще всего прибегают, когда приходится вычислять производные от функций, заданных таблично, или когда непосредственное дифференцирование функции затруднительно. Интерполирование применяют и в случае, когда необходимо вычислить производные от функций, имеющих разрыв 2-го рода.

в) К интерполированию функций чаще всего прибегают, когда требуется определить допустимую погрешность аргументов по допустимой погрешности функции. Интерполирование применяют и в случае, когда необходимо вычислить погрешность функции нескольких переменных при заданных погрешностях аргументов.

19. С какой точностью можно вычислить по интерполяционной формуле Лагранжа ln 100,5 по известным значениям ln 100, ln 101, ln 102 и ln 103.

а) $4{,}5 \cdot 10^{-5}$; б) $6{,}7 \cdot 10^{-7}$; в) $2{,}3 \cdot 10^{-9}$.

20. Опишите методику нахождения корней уравнения $f(x) = 0$ методом обратного интерполирования.

а) Рассмотрим функцию $y = f(x)$ и составим таблицу ее значений, близких к нулю. При этом количество узлов выбираем в зависимости от требуемой точности корня. В качестве x_0 и x_1 берем те соседние узлы, для которых $f(x_0) \cdot f(x_1) < 0$, и применяя метод обратного интерполирования, отыскиваем значение x, при котором $y = 0$.

б) Рассмотрим интервал $[a, b]$, на концах которого функция $f(x)$ принимает ненулевые значения противоположного знака. Строим итерационную процедуру, состоящую в переходе от такого интервала к новому интервалу, совпадающему с одной из половин предыдущего и обладающему тем же свойством. Процесс заканчивается, когда длина вновь полученного интервала станет меньше заданной точности ε, и в качестве корня уравнения приближенно принимается середина этого интервала.

в) На выбранном интервале строится система равноотстоящих точек $x_k = x_0 + k \cdot h$ ($k = 0, 1, 2, \ldots$) при достаточно малом шаге h. Применяя метод обратного интерполирования, находим значения функции $y = f(x)$ в всех точках x_k. Затем методом простого перебора выбираем наименьшее значение функции y.

21. В чем состоит суть методов численного интегрирования функций?

а) Суть состоит в замене подынтегральной функции f(x) вспомогательной, интеграл от которой легко вычисляется в элементарных функциях.

б) Суть состоит в следующем: при заданном числе интервалов разбиения следует расположить их концы так, чтобы получить наивысшую точность интегрирования.

в) Суть состоит в том, что из подынтегральной функции f(x) выделяют некоторую функцию g(x), имеющую те же особенности, что функция f(x), элементарно интегрируемую на данном промежутке и такую, чтобы разность f(x)–g(x) имела нужное число производных.

22. Опишите методику вычисления определенного интеграла по формулам прямоугольников.

а) Отрезок интегрирования [a, b] разбивается на n равных интервалов. В пределах каждого интервала [x_i, x_{i+1}] подынтегральная функция $f(x)$ заменяется интерполяционным многочленом Лагранжа первой степени с узлами x_i и x_{i+1}, что соответствует замене кривой на секущую. Интеграл по [a, b] вычисляется как сумма интегралов по всем частичным отрезкам.

б) В квадратурных формулах $\int_{-1}^{1} f(t)dt = \sum_{i=1}^{n} c_i f(t_i) + \Psi$ коэффициенты c_i и абсциссы t_i подбираются так, чтобы формулы были точны для многочленов наивысшей возможной степени N. При n узлах точно интегрируются все многочлены степени $N \le 2n-1$. Коэффициенты c_i и абсциссы t_i находятся из системы $2n$-1 нелинейных уравнений.

в) Отрезок интегрирования [a, b] разбивают на частичные отрезки [x_i, x_{i+1}] равной длины. На каждом отрезке [x_i, x_{i+1}] подынтегральная функция $f(x)$ заменяется на постоянную величину $f(x_{i+1/2})$ (либо $f(x_i)$, либо $f(x_{i+1})$) и интеграл по [a, b] вычисляется как сумма интегралов по всем частичным отрезкам.

23. Вычислить приближенное значение интеграла $\int_{1}^{5} \frac{dx}{x}$ по формуле трапеций при $n = 4$.

а) Значение интеграла = 1,628. б) Значение интеграла = 1,683.
в) Значение интеграла = 1,647.

24. Определить величину шага h по оценке остаточного члена для вычисления интеграла $\int_{0}^{1} \frac{dx}{1+x^2}$ по формуле трапеций с точностью до 10^{-2}.

а) h = 1,49. б) h = 0,79. в) h = 0,96.

25. Назовите области применения формул численного интегрирования.

а) К численному интегрированию чаще всего прибегают, когда приходится вычислять интегралы от функций, заданных таблично, или когда непосредственное интегрирование функции затруднительно.

б) К численному интегрированию чаще всего прибегают, когда приходится вычислять значения функции в промежуточных точках, при этом данная функция задана в табличном виде и аналитическое выражение функции неизвестно.

в) К численному интегрированию чаще всего прибегают, когда требуется определить допустимую погрешность аргументов по допустимой погрешности функции.

26. Назовите достоинства метода Гаусса (метода наивысшей алгебраической точности) вычисления определенного интеграла.

а) Метод Гаусса в ряду других методов численного интегрирования наиболее прост в понимании и организации вычислительного процесса. При этом есть легко определяемая оценка погрешности.

б) В методе Гаусса отрезок интегрирования разбивается на n равных интервалов в отличие от других квадратурных формул, в которых абсциссы x_i подбираются исходя из соображений точности и, вообще говоря, являются иррациональными числами.

в) Для функций высокой гладкости при одинаковом числе узлов метод Гаусса дает

значительно более точные результаты, чем другие методы численного интегрирования. При этом для получения одной и той же точности по формуле Гаусса необходимо выполнить меньше операций.

27. Выбор шага интегрирования для обеспечения заданной точности вычисления интеграла с помощью метода двойного пересчета.

а) Общая погрешность вычисления интеграла рассматривается как сумма погрешности усечения ε_s и погрешности округления ε_p. Так как с уменьшением шага расчета h погрешность ε_s убывает, а ε_p возрастает, то существует оптимальный шаг h, определяемый таким образом, чтобы ε_s составляла примерно половину ε_p.

б) Вычисляют интеграл I по выбранной квадратурной формуле дважды: сначала интеграл I_h с некоторым шагом h, затем интеграл $I_{h/2}$ с шагом $h/2$, а затем сравнивают их. Если окажется, что $|I_h - I_{h/2}| < \varepsilon$, где ε – допустимая погрешность, то полагают $I \approx I_{h/2}$. Если же $|I_h - I_{h/2}| \geq \varepsilon$, то расчет повторяют с шагом $h/4$ и т.д.

в) Пусть требуется вычислить интеграл I с точностью ε. Используя формулу соответствующего остаточного члена Ψ, выбирают шаг h таким, чтобы выполнялось неравенство $|\Psi| < \varepsilon/2$. Затем вычисляют I по выбранной квадратурной формуле с полученным шагом. При этом вычисления следует производить с таким числом знаков, чтобы погрешность округления не превышала $\varepsilon/2$.

28. Проведите сравнение формул численного интегрирования по точности на основании остаточных членов формул.

а) Формула прямоугольников обеспечивает высокую точность при небольшом числе узлов, чем формулы Симпсона и трапеций, а последние – более точные результаты, чем формула Гаусса. Однако для функции малой гладкости, имеющих лишь 1-ю или 2-ю производную, а также для функций с разрывами производных простые формулы интегрирования (Гаусса, трапеции и Симпсона) могут давать примерно ту же точность, что и формула прямоугольников.

б) Для функций имеющих непрерывные производные достаточно высокого порядка при одинаковом числе узлов формула Гаусса дает значительно более точные результаты, чем формула Симпсона, а последняя – более точные результаты, чем формулы прямоугольников и трапеций. При этом для получения одной и той же точности по формуле Гаусса необходимо выполнить меньше операций, чем по формуле Симпсона, а по последней – меньше, чем по формуле трапеций.

в) Анализ формул численного интегрирования показывает, что для функций высокой гладкости квадратурная формула трапеций является наиболее точной по сравнению с формулами Гаусса и Симпсона). Однако для функций с разрывами производных наиболее точной является более сложная формула прямоугольников.

29. Вычислить по формуле трапеций интеграл $I = \int_1^5 \frac{dx}{x}$ при $n = 4$ и оценить остаточный член.

а) $I = 67/38$, $|R| \leq 0{,}053$; б) $I = 101/60$, $|R| \leq 0{,}67$;
в) $I = 65/30$, $|R| \leq 0{,}94$.

30. Отличие метода Гаусса с выбором главного (ведущего) элемента от метода Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.

а) Отличие в том, что на очередном шаге реализации метода Гаусса исключается не следующее по номеру неизвестное, а то неизвестное, коэффициент при котором является наибольшим по модулю. Таким образом, в качестве ведущего элемента здесь выбирается главный, т.е. наибольший по модулю элемент.

б) Отличие в том, что на очередном k-ом шаге реализации метода Гаусса исключается элемент $a_{kk}^{(k-1)}$, называемый главным элементом на k-м шаге исключения. Тем самым система линейных алгебраических уравнений приводится к треугольному виду.
в) Отличие в том, что на очередном шаге реализации метода Гаусса исключается не следующее по номеру неизвестное, а то неизвестное, коэффициент при котором является наименьшим по модулю. Таким образом, в качестве ведущего элемента здесь выбирается главный, т.е. наименьший по модулю элемент.

31. В чем преимущество метода Зейделя для решения системы линейных алгебраических уравнений перед методом простой итерации?
а) Дает большой выигрыш в точности, так как, во-первых, метод Зейделя существенно уменьшает число умножений и делений, во-вторых, позволяет накапливать сумму произведений без записи промежуточных результатов.
б) Метод Зейделя являются абсолютно сходящимся, т.е. для него нет необходимости вводить достаточные условия сходимости в отличие от метода простой итерации.
в) Обычно данный метод дает лучшую сходимость, чем метод простой итерации. Кроме того, метод Зейделя может оказаться более удобным при программировании, так как при вычислении $x_i^{(k+1)}$ нет необходимости хранить значения $x_1^{(k)}$, $x_2^{(k)}$, …, $x_{i-1}^{(k)}$.

32. Для решения систем линейных алгебраических уравнений какого вида разработан метод прогонки?
а) Метод прогонки разработан для решения систем линейных алгебраических уравнений с разреженной (лишь малая доля элементов матрицы отлична от нуля) матрицей коэффициентов.
б) Метод прогонки разработан для решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей коэффициентов.
в) Метод прогонки разработан для решения систем линейных алгебраических уравнений с апериодической матрицей коэффициентов.

33. Опишите метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.
а) В основе данного метода лежит идея последовательного исключения неизвестных. Решение системы распадается на два этапа: 1) прямой ход, когда исходная система приводится к треугольному виду; 2) полученные коэффициенты при неизвестных и правые части уравнений хранятся в памяти ЭВМ и используются при осуществлении обратного хода, который заключается в нахождении неизвестных из системы треугольного вида.
б) Заданная система линейных уравнений каким-либо образом приводится к эквивалентному виду. Исходя из произвольного начального вектора, строится итерационный процесс. При выполнении достаточных условий сходимости, получается последовательность векторов, неограничено приближающихся к точному решению.
в) Если матрица коэффициентов A невырожденная (определитель этой матрицы не равен нулю), то исходная система имеет единственное решение. Значения неизвестных могут быть получены по формулам $x_i = \frac{\det A_i}{\det A}$, $\det A_i$ и $\det A$ - определители матриц A_i и A соответственно, матрица A_i образуется из матрицы A путем замены ее i-го столбца столбцом свободных членов.

34. Почему метод простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений называется самоисправляющимся?
а) Потому что для данного метода вводятся достаточные условия сходимости.
б) Потому что отдельная ошибка, допущенная при вычислениях, не отражается на конечном результате, т.к. ошибочное приближение рассматривается как новый начальный вектор.

в) Потому что при использовании данного метода строится отдельная процедура, исправляющая любые ошибки, допущенные при расчетах.

35. Каковы недостатки решения системы уравнений по правилу Крамера?

а) Данное правило разработано и применимо лишь для решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей коэффициентов.

б) Реализация данного метода в виде вычислительной процедуры требует выполнения значительного количества арифметических операций и соответственно больших затрат машинного времени. Кроме того, он очень чувствителен к ошибкам округления.

в) Данный метод дает менее точные результаты, чем другие методы решения систем линейных алгебраических уравнений. При этом требуется выполнение жестких достаточных условий сходимости.

36. Опишите метод Якоби (простой итерации) решения системы линейных алгебраических уравнений.

а) Исходная система линейных алгебраических уравнений записывается в виде, разрешенном относительно неизвестных; при этом неизвестные появляются и в правой части. Исходя из произвольного начального вектора, строится итерационная процедура. При выполнении достаточных условий сходимости, получается последовательность векторов, неорганично приближающихся к точному решению. Точное решение системы получается лишь в результате бесконечного итерационного процесса и всякий вектор из полученной последовательности является приближенным решением.

б) Находятся определители матриц A_i ($\det A_i$) и A ($\det A$), где A – матрица коэффициентов системы линейных алгебраических уравнений, матрица A_i образуется из A путем замены ее i-го столбца столбцом свободных членов. Если определитель матрицы коэффициентов A не равен нулю, то исходная система имеет единственное решение и значения неизвестных определяются по формулам $x_i = \det^2 A_i - \det^2 A$.

в) Метод Якоби разработан для решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей коэффициентов. Исходная система n уравнений приводится к виду $x_i = \alpha_i + \beta_i x_{i+1}$, $(i = 1, 2, \ldots, n - 1)$. Числа α_i и β_i, называемые прогоночными коэффициентами, последовательно находятся в прямом ходе. При осуществлении обратного хода определяется x_n, а затем вычисляются значения x_i $(i = n - 1, \ldots, 1)$, последовательно применяя рекуррентные формулы $x_i = \alpha_i + \beta_i x_{i+1}$.

37. Опишите метод деления отрезка пополам.

а) Для нахождения корня нелинейного уравнения $f(x) = 0$ требуется, чтобы на концах интервала $[a, b]$ функция $f(x)$ принимала ненулевые значения противоположного знака. Итерационная процедура состоит в переходе от такого интервала к новому интервалу, совпадающему с одной из половин предыдущего и обладающему тем же свойством. Процесс заканчивается, когда длина вновь полученного интервала станет меньше заданной точности ε, и в качестве нелинейного корня уравнения приближенно принимается середина этого интервала.

б) Согласно данному методу общая погрешность вычисления интеграла рассматривается как сумма погрешности усечения ε_s и погрешности округления ε_p. Так как с уменьшением шага расчета h погрешность ε_s убывает, а ε_p возрастает, то существует оптимальный шаг h, определяемый таким образом, чтобы ε_s составляла примерно половину ε_p.

в) Строится система равноотстоящих точек $x_i = x_0 + i \cdot h$ $(i = 0, 1, 2, \ldots)$ при достаточно малом шаге h. Приближенные значения $y(x_i)$, являющиеся решением дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, вычисляются последовательно по формулам $y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i)$.

38. Сколько необходимо проделать итераций, чтобы методом деления отрезка

пополам решить нелинейное уравнение $y = x^2 - 0{,}55$ **с точностью** $\varepsilon = 0{,}05$ **на отрезке [0,5; 0,9].**
а) Потребуется 5 итераций, корень уравнения = 0,74.
б) Потребуется 6 итераций, корень уравнения = 0,76.
в) Потребуется 7 итераций, корень уравнения = 0,75.

39. В чем достоинство и недостаток метода Ньютона нахождения корней нелинейного уравнения?
а) Метод Ньютона весьма быстро сходится, точность каждого приближения в этом методе пропорциональна квадрату точности предыдущего. Основной недостаток метода – необходимость достаточно точного начального приближения.

б) Метод Ньютона относится к числу итерационных методов второго порядка и имеет наибольшую точность нахождения корней нелинейного уравнения. Основной недостаток метода – медленная скорость сходимости, что приводит к значительным затратам машинного времени при решении сложных нелинейных уравнений.

в) Метод Ньютона в ряду итерационных методов нахождения корней нелинейного уравнения наиболее прост в организации вычислительного процесса. Основной недостаток метода – достаточно медленная скорость сходимости.

40. Дано уравнение $x^3 + x^2 - 1 = 0$**. Привести данное уравнение к виду, при котором выполняются достаточные условия сходимости для метода простой итерации на отрезке [0,1; 1].**
а) $x = x^{-2} - 3$. б) $x = (1 - x^3)/3x$. в) $x = 1/\sqrt{x+3}$.

41. Решение нелинейного уравнения методом простой итерации.
а) Нелинейное уравнение $f(x) = 0$ на интервале $[a, b]$ заменяется эквивалентным уравнением $x = \varphi(x)$. Итерации образуются по правилу $x_{k+1} = \varphi(x_k)$, $(k = 0, 1, \ldots)$, причем задается начальное приближение x_0. Если последовательность чисел x_k имеет предел при $k \to 0$, то этот предел является корнем уравнения $x = \varphi(x)$.

б) Для нахождения корня нелинейного уравнения $f(x) = 0$ методом простой итерации требуется, чтобы на концах интервала $[a, b]$ функция $f(x)$ принимала ненулевые значения противоположного знака. Итерационная процедура состоит в переходе от такого интервала к новому интервалу, совпадающему с одной из половин предыдущего и обладающему тем же свойством. Процесс заканчивается, когда длина вновь полученного интервала станет меньше заданной точности ε, и в качестве корня уравнения приближенно принимается середина этого интервала.
в) Для нахождения корня нелинейного уравнения $f(x) = 0$ методом простой итерации требуется, чтобы функция $f(x)$ имела на интервале $[a, b]$ непрерывные производные 1-го и 2-го порядков, сохраняющие на $[a, b]$ постоянный знак. Для начала вычислений необходимо задание одного начального приближения x_0. Последующие приближения определяется по формуле $x_{k+1} = x_k - f(x_k)/f'(x_k)$, $(k = 0, 1, \ldots)$.

42. Проведите сравнение методов деления отрезка пополам (ДОП) и Ньютона по различным критериям (универсальность, скорость сходимости).
а) Метод Ньютона обладает большей универсальностью, чем метод ДОП, т.к. сходимость зависит только от выбора начальной точки. Вычисления методом ДОП можно начинать лишь с отрезка, на концах которого функция имеет разные знаки, а внутри этого интервала непрерывные производные 1-го и 2-го порядков. При решении практических задач не всегда удается проверить выполнение необходимых ограничений на выбор подобного интервала. Однако метод ДОП обладает более высокой скоростью сходимости.

б) Более универсальным является метод ДОП. Он гарантирует получение решения для

любой непрерывной функции f(x), если найден интервал, на котором она меняет знак. Метод Ньютона предъявляет к функции более жесткие требования. Сходимость метода Ньютона существенно зависит от выбора начальной точки. При реализации данного метода необходимо предусматривать вычисление производных функции для организации итерационного процесса и проверки условий сходимости. Важным преимуществом метода Ньютона является высокая скорость сходимости, обеспечивающая значительную экономию машинного времени при решении сложных нелинейных уравнений.
в) Методы Ньютона и ДОП имеют одинаковые необходимые и достаточные условия сходимости, поэтому применимы в одинаковых условиях. Однако метод ДОП обладает линейной скоростью сходимости, поэтому весьма быстро сходится в отличие от метода Ньютона, который обладает лишь квадратичной скоростью сходимости.

14. Критерии оценивания

(Разрабатываются и утверждаются кафедрой на основе Положения ДонНУ)

Согласно модульному принципу организации учебного процесса содержание учебных курсов состоит из четырех содержательных модулей. Каждый содержательный модуль состоит из теоретического материала и лабораторных работ, выполнение которых требует овладения теорией в указанном в модуле объеме.

Содержательные модули	Форма контроля	Баллы
Содержательный модуль 1	Лабораторные работы	10
	Модульный контроль	5
Содержательный модуль 2	Лабораторные работы	5
	Модульный контроль	5
Содержательный модуль 3	Лабораторные работы	10
	Модульный контроль	5
Содержательный модуль 4	Лабораторные работы	5
	Модульный контроль	5
Экзамен		50
Общий итог		100

Для оценивания академической успеваемости обучающихся исполбзуется

Оценка по 100-балльной шкале, которая действует в ДонНУ	По шкале ECTS	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет. зачёт)	Определение
90–100	A	«Отлично» (5) *(зачтено)*	отлично – отличное выполнение с незначительным количеством неточностей
80–89	B	«Хорошо» (4) *(зачтено)*	хорошо – в целом правильно выполненная работа с незначительным количеством ошибок (до 10%)
75–79	C		хорошо – в целом правильно выполненная работа с незначительным количеством ошибок (до 15%)

70–74	D	«Удовлетворительно» (3) *(зачтено)*	удовлетворительно – неплохо, но со значительным количеством недостатков
60–69	E		достаточно – выполнение удовлетворяет минимальные критерии
35–59	FX	«Неудовлетворительно» с возможностью повторной аттестации (2) *(не зачтено)*	неудовлетворительно – надо поработать над тем, как получить положительную оценку
0-34	F	2 (неудовлетворительно) *(не зачтено)*	с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов

Знание теоретической части курса оценивается по следующим критериям:

1. Студент получает 75-100% баллов от максимального, если показал

■ глубокие и полные ответы на теоретические вопросы; глубокое понимание физической сущности проблемы;

■ умение проводить логические рассуждения и обобщения и сопровождать их соответствующими доказательствами;

2. Студент получает 60-74% баллов от максимального, если показал

■ глубокие и полные ответы на теоретические вопросы с незначительными погрешностями, затем исправленными самим студентом; понимание физической сущности рассматриваемых проблем;

■ умение логически рассуждать и проводить доказательства;

3. Студент получает 35-59% баллов от максимального, если показал

■ при ответе на теоретические вопросы ряд неточностей, которые студент не в состоянии самостоятельно исправить;

4. Студент получает 0-34% баллов от максимального, если

■ не выполнены требования, изложенные в предыдущих пунктах;

■ нет ответов на теоретические вопросы.

Экзамен оценивается в 50 баллов.

Для оценки экзамена преподаватель руководствуется следующими принципами:

50 баллов – показаны систематические и глубокие знания при ответе на теоретические вопросы билета, выполнена практическая часть билета в полном объеме;

45 баллов – показаны систематические и глубокие знания при ответе на теоретические вопросы билета, выполнена практическая часть билета в полном объеме, но при ответе допущены несущественные ошибки;

40 баллов – показаны не систематические и не глубокие знания при ответе на теоретические вопросы билета, практическая часть билета выполнена не в полном объеме, при ответе допущено несколько существенных ошибок;

30 баллов – показаны поверхностные знания при ответе на теоретические вопросы билета, практическая часть билета не выполнена, при ответе допущено много существенных ошибок;

20 баллов – показаны очень поверхностные знания, даны частичные ответы на простые вопросы по знанию основных определений и формул, воспроизведены отдельные фрагменты материала с помощью экзаменатора;

10 баллов – показаны очень поверхностные знания, даны частичные ответы на простые вопросы по знанию основных определений и формул, не воспроизведены отдельные фрагменты материала с помощью экзаменатора;

0 – полное незнание материала.

15. Материально-техническое обеспечение учебного процесса

Для проведения **лекционных занятий** требуется аудитория на группу, оборудованная меловой или интерактивной доской, мультимедийным проектором и экраном.

1. Для обеспечения **лабораторных занятий** по данному курсу необходимы специальным образом оборудованные аудитории, площадки для астрономических наблюдений.
2. Телескоп.
3. Ноутбук.
4. Выход в Интернет.
5. Wi-Fi доступ в корпусах университета.
6. Текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета.
7. Стенды

16. Рекомендованная литература

Основная

1. Демидович, Б.П. Численные методы анализа / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова . - Г.: Наука, 1967. - 368 с.
2. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович , И.А. Марон. -М.: Наука, 1970. - 670 с.
3. Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. - Г.: Наука, 1978. - 512 с.
4. Копченова, Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах / Н.В. Копченова , И.А. Марон . - Г.: Наука, 1972. - 367 с.
5. Самарский , А.А. Численные методы / А.А. Самарский, А.В. Гулин. - Г.: Наука, 1989.- 430 с.
6. Самарский, А.А. Введение в численные методы / А.А. Самарский. -М.: Наука, 1987. - 286 с.
7. Бахвалов Н. и др. Численные методы. - М.: Лаборатория базовых знаний. 2000.
8. Бахвалов Н.С. и др. Численные методы в задачах и упражнениях. -М.:Высшая школа. 2000. -190с.
9. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и ОДУ.–М.: Высшая шко- ла. 2001. –382 с.
10. Вержбицкий В.М. Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения.– М.: Высшая школа. 2000. –266 с.
11. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т.1.-М.: "Наука".1966.
12. Гриненко Е.В., Емельянова М.В., Пушечкин Н.П. Численные методы (учебно-методическое пособие).- Славянск-на-Кубани. ч.1 ООО «Берегиня». 2003. –64 с. ч.2 Изд. СГПИ. 2005. –56 с.
13. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы. Т.1. –М.: Нау- ка.1976. Т.2. –М.: Наука. 1977.
14. . Ин А.Х., Резцов А.С. Информатика и вычислительная техника. Численные методы. Лабораторный практикум для студентов педвузов. –М.: МГОПУ. 1996. –36 с.

Дополнительная

1. Воробьева Г.Н., Данилова А.Н. Практикум по численным методам. – М.: Высшая школа. 1979.
2. Гавурин М.К. Лекции по методам вычислений. – М.: Наука. 1971.
3. Гутер Р.С., Резниковский П.Т. Программирование и вычислительная математика. Вып.2. – М.: Наука.1971.
4. Плис А.И., Сливина Н.А. Лабораторный практикум по высшей математике. – М.: Высшая школа. 1994.
5. Мудров А.Е.. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран, Паскаль. - Томск: Раско. 1991.

6. Маликов В.Т., Кветный Р.Н. Вычислительные методы и применение ЭВМ.- Киев: Выща школа.1989.
7. Волков Е.А. Численные методы.- М.: Наука.1987.
8. Мысовских И.П. Лекции по методам вычислений. –М.: Физматгиз. 1962.
9. Боглаев Ю.П. Вычислительная математика и программирование. – М.: Высшая школа.1990. – 544 с.
10. Дьяконов В. MathCad8/2000 :специальный справочник. -СПб.: Питер.2001.

17. Информационные ресурсы

1. http://donnu.ru/ – сайт ДонНУ.
2. http://library.donnu.ru/ – сайт библиотеки ДонНУ.
3. http://www.exponenta.ru – образовательный математический сайт
4. http:// www.cmc.msu.ru – математическая школа МГУ
5. http://e.lanbook.com - Электронная библиотека издательства Лань
6. http://www.biblioclub.ru - Университетская библиотека ONLINE
7. http://www.biblio-online.ru - Сайт издательского дома ЮРАЙТ
8. matlab.exponenta.ru – консультационный центр MATLAB.

18. Программное обеспечение (при наличии)

Delphi 7 Pascal, Windows XP Pro (ліц), Антивирус Касперський Windows Workstations 6.0.4;(ліц). MATLAB

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 201____ год. Протокол заседания кафедры № ___ от ____ . Зав.кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 2018/2019 год. Протокол заседания кафедры № ___ от ____

Зав. кафедрой _____ _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 2019/2020 год. Протокол заседания кафедры № ___ от ____

Зав. кафедрой _____ _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 2018/2019 год. Протокол заседания кафедры № 1 от 20.08.2018

Зав. кафедрой _____ Малюк Н.Г.

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 2019/2020 год. Протокол заседания кафедры № ___ от ____

Зав. кафедрой _____ _____