

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»**



Программа вступительного испытания
при приеме на обучение по программе магистратуры
**по направлению подготовки 01.04.01 Математика
(Магистерская программа: Математика)**

2025

Разработчики программы:

Машаров Павел Анатольевич, проректор ФБГОУ ВО «ДонГУ», доцент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, канд. физ.-мат. наук.

Лиманский Дмитрий Владимирович, доцент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, канд. физ.-мат. наук, доцент.

Программа утверждена на заседании Ученого совета факультета математики и информационных технологий от 19 декабря 2024 г., протокол № 5.

Декан факультета математики и
информационных технологий,
доктор физ.-мат. наук, доцент



И.А. Моисеенко

СОДЕРЖАНИЕ

1. Общие положения и порядок проведения вступительного испытания	4
2. Основное содержание программы вступительного испытания	5
3. Шкала оценивания и минимальное количество баллов, подтверждающее успешность прохождения вступительного испытания	7
4. Образец экзаменационного билета	8
5. Список рекомендуемой литературы для подготовки к вступительному испытанию	10

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Цель вступительного испытания по направлению подготовки 01.04.01 Математика (Магистерская программа: Математика) при приеме на обучение по программе магистратуры – выявить уровень владения абитуриентами универсальными и профессиональными компетенциями бакалавра.

Задачи вступительного испытания:

- установить способность абитуриента обучаться по образовательной программе магистратуры по направлению подготовки 01.04.01 Математика (Магистерская программа: Математика);
- определить степень владения абитуриентом теоретическими знаниями по математическому и комплексному анализу, линейной алгебре, аналитической геометрии, дифференциальным уравнениям;
- диагностировать уровень развития математического кругозора;
- определить степень готовности применять теоретические знания для решения практических примеров и задач.

Формой вступительного испытания для поступающих в магистратуру является письменное тестирование, которое будет проходить очно и (или) с использованием дистанционных технологий.

На экзамен допускаются абитуриенты при наличии листа результатов вступительных испытаний (экзаменацонного) и документа с фотографией, удостоверяющего личность (паспорта). При себе необходимо иметь шариковую ручку с пастой синего цвета.

Во время проведения экзамена абитуриентам запрещается свободно перемещаться по аудитории, общаться друг с другом, пользоваться справочными материалами, телефонами, смартфонами, калькуляторами, линейками, транспортирами, циркулями, карандашами, другими посторонними предметами.

Все ответы должны вноситься в чистовик бланка ответов. Для промежуточных вычислений допускается использование черновика – обратной стороны бланка ответов. Допускается использование только шариковой ручки с пастой синего цвета. Обязательно фиксируется номер билета на первом листе бланка ответов. Никакие лишние пометки на бланке ответов не допускаются.

Ответ абитуриента рассматривается экзаменационной комиссией и оценивается на закрытом заседании по стобалльной шкале.

2. ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Для выполнения заданий вступительного испытания необходимо владеть теоретическими знаниями (определения, необходимые и достаточные условия) по следующим вопросам.

Математический и комплексный анализ

Предел последовательности. Элементарные функции, их свойства и графики. Предел и непрерывность функции, точные грани. Дифференцирование функций одного и нескольких переменных. Применение производной. Методы вычисления неопределенного и определенного интеграла. Экстремум, условный экстремум, нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на множестве. Кратные интегралы, замена переменных. Применение интегралов для вычисления площадей плоских фигур, объемов тел. Криволинейные и поверхностные интегралы, элементы теории поля. Функциональные последовательности и ряды (поточечная и равномерная сходимость, абсолютная сходимость, формула Коши-Адамара, непрерывность и дифференцируемость степенного ряда). Несобственные интегралы (сходимость, абсолютная сходимость).

Действия с комплексными числами, действительная и мнимая часть, решение уравнений, изображение множеств на комплексной плоскости. Моногенность и голоморфность функции комплексного переменного. Ряды Тейлора и Лорана, вычеты. Интегрирование функции комплексного переменного (интегральная теорема Коши, применение вычетов).

Алгебра и аналитическая геометрия

Матрицы и операции над ними. Определители матриц: определение, основные свойства и способы вычисления. Ранг матрицы. Обратная матрица. Многочлены и их корни, кратность корня. Системы линейных уравнений, матричные уравнения и методы их решения. Совместность системы линейных уравнений. Линейное пространство, подпространство. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов, размерность и базис. Евклидовы пространства. Скалярное произведение векторов. Билинейные и квадратичные формы. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Линейный оператор и его матрица. Ядро и образ. Собственные числа и собственные векторы. Ортогональный базис. Ортогональная проекция.

Уравнения прямой и плоскости. Кривые и поверхности второго порядка.

Дифференциальные уравнения

Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Построение частного решения. Задача Коши. Элементарные методы интегрирования уравнений первого порядка. Решение задачи Штурма-Лиувилля. Краевая задача. Функция Грина.

Билет вступительного испытания может включать задания, для решения которых (отыскания правильных ответов среди приведенных) необходимо уметь:

1. Осуществлять тождественные преобразования выражений, вычислять значения выражений.
2. Находить предел последовательности, исследовать числовую последовательность на сходимость.
3. Находить и исследовать точки разрыва функции одной переменной.
4. Вычислять производную функции в точке.
5. Применять производную (исследовать функцию на монотонность, составлять уравнение касательной к графику с заданным условием, находить и классифицировать точки экстремумов).
6. Вычислять значение интеграла Римана.
7. Применять интеграл Римана для нахождения площади плоской фигуры, объёма тела.
8. Исследовать функцию нескольких переменных на экстремум, находить её точные грани на множестве.
9. Исследовать сходимость числового ряда.
10. Исследовать сходимость несобственного интеграла.
11. Исследовать сходимость функционального ряда; функции, заданной в виде степенного ряда, на непрерывность и дифференцируемость.
12. Выполнять действия с комплексными числами; выделять действительную, мнимую часть, находить модуль и аргумент комплексного числа.
13. Решать уравнения в поле комплексных чисел.
14. Исследовать функцию комплексного переменного на моногенность и голоморфность.
15. Восстанавливать голоморфную функцию по её действительной или мнимой части и значению в точке.
16. Вычислять контурные интегралы от функции комплексного переменного.
17. Решать дифференциальные уравнения, задачи Коши.
18. Выполнять действия с матрицами (включая вычисление определителя, обратной матрицы), решать системы линейных уравнений.
19. Определять кратность корня многочлена.
20. Находить собственные векторы и собственные значения матрицы линейного оператора.
21. Приводить вещественную квадратичную форму к каноническому виду.
22. Составлять уравнения прямых и плоскостей с заданными условиями.
23. Находить вектор нормали к поверхности в заданной точке, нормировать его.
24. Классифицировать кривые и поверхности второго порядка по заданным их уравнениям.

3. ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ И МИНИМАЛЬНОЕ КОЛИЧЕСТВО БАЛЛОВ, ПОДТВЕРЖДАЮЩЕЕ УСПЕШНОСТЬ ПРОХОЖДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Испытание проводится в форме письменного тестирования. Билет содержит 10 тестовых заданий закрытого типа, подготовленных в соответствии с программой вступительного испытания в магистратуру. Продолжительность письменного экзамена – два академических часа (90 минут). Отсчет времени начинается после заполнения титульного листа ответов. При выполнении заданий абитуриентам запрещается пользоваться учебниками и средствами связи. В каждом билете сочетается материал теоретического и прикладного характера с задачами, призванными выявить умение абитуриента использовать категориальный аппарат, методы данного направления подготовки, а также осуществлять соответствующие расчеты.

В каждом тестовом задании закрытого типа на вступительном испытании предлагается начало предложения и пять вариантов его завершения. Среди вариантов завершения не менее одного верного варианта. Абитуриенту необходимо отметить в бланке ответов все клеточки, соответствующие правильным завершениям предложения.

За каждое правильно выполненное задание начисляется 10 баллов, за неправильное – 0 баллов. Под правильно выполненным заданием понимается такое, при котором абитуриент выбрал все верные варианты окончания предложения и не выбрал ни одного неверного. Количество баллов за всю работу вычисляется как сумма баллов за все задания. Максимальное количество баллов – 100 баллов.

Соотношение пятибалльной и стобалльной оценочных шкал представлено в следующей таблице:

Оценка по пятибалльной шкале	Сумма баллов по 100-балльной шкале
Отлично	90-100
Хорошо	75-89
Удовлетворительно	60-74
Неудовлетворительно	0-59

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешность прохождения вступительного испытания, – 60 баллов.

4. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

УТВЕРЖДЕНО:

на заседании Ученого совета

факультета математики и

информационных технологий

протокол №_____ от _____ г.

Председатель Ученого совета

И. А. Моисеенко

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий

Вступительное испытание по
Образовательная программа
Форма обучения
Направления подготовки

направлению подготовки
магистратура
очная
01.04.01 Математика (Магистерская
программа: Математика)

Билет №_____
в задачах 1-10 указать все правильные ответы, и только их

1. Производная функции $f(x) = \frac{\cos 3x}{x^2+2x+2}$ при $x = 0$ равна:

A) $-1/4$ Б) $-1/3$ В) $-2/3$ Г) $-1/2$ Д) -1

2. Если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, то:

A) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 13 & -8 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$ Б) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$ В) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 10 & 9 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ Г) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

Д) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

3. Значением интеграла $\int_0^1 (8x^3 - 9x^2 + 10x + 3)dx$ является:

A) 10 Б) 5 В) 9 Г) 12 Д) 7

4. Уравнение $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - z = 25$ задает в трёхмерном пространстве:

A) цилиндрическую поверхность Б) эллипсоид В) коническую поверхность
Г) параболоид Д) гиперболоид

5. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+3n-1}{5n^3+4n+1}$:

А) сходится по признаку Даламбера Б) расходится по признаку Даламбера
В) расходится по необходимому условию сходимости Г) сходится по необходимому
условию сходимости Д) расходится (для доказательства используются признаки
сравнения и интегральный)

6. Определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ равен:

А) 8 Б) -8 В) 4 Г) -4 Д) -6

7. Если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, то:

А) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$ Б) A^{-1} не существует В) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1/4 & 3/4 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$

Г) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ Д) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1/4 & -3/4 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$

8. Если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, то:

- А) её собственным вектором является $(1; 2)$ Б) её собственным вектором является $(2; 3)$ В) её собственным вектором является $(-1; 1)$ Г) её собственным вектором является $(3; 2)$ Д) её собственным вектором является $(-1; 2)$

9. Сходящимися интегралами являются:

- А) $\int_1^\infty \frac{\cos^2 x}{x} dx$ Б) $\int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}}$ В) $\int_1^\infty \frac{2^x}{x^2} dx$ Г) $\int_1^\infty \frac{\cos x}{x} dx$ Д) $\int_1^\infty \sin x^2 dx$

10. Если $z = \sin(2 + 3i)$, то:

- А) $\operatorname{Re} z = \cos 2 \cdot \operatorname{ch} 3$ Б) $\operatorname{Im} z = \cos 2 \cdot \operatorname{sh} 3$ В) $\operatorname{Re} z = \sin 2 \cdot \operatorname{ch} 3$ Г) $\operatorname{Re} z = \sin 2 \cdot \cos 3$
Д) $\operatorname{Im} z = \sin 2 \cdot \operatorname{sh} 3$

Председатель приемной комиссии

С.В. Беспалова

Председатель экзаменационной комиссии

Д. В. Лиманский

Год поступления 2025

5. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ВСТУПИТЕЛЬНОМУ ИСПЫТАНИЮ

Математический анализ

1. Ильин, В. А. Математический анализ : учебник : в 2 ч. Ч. 1, 2 / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов ; под ред. А. Н. Тихонова ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 3-е изд. – М. : Проспект : Изд-во МГУ, 2007. – 660 с.
2. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа [Текст] : в 3 т. : учебник для студентов вузов, обучающихся по естественнонауч. и техн. направлениям и специальностям. Т. 1 – 3: / Л. Д. Кудрявцев. – Изд. 7-е. – Москва : Дрофа, 2008. – 701 с.
3. Сборник задач по математическому анализу : Учеб. пособие. Т. 1 – 3 / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин ; Под ред. Л. Д. Кудрявцева. – 2-е изд. – М. : Физматлит, 2003.

Комплексный анализ

4. Бицадзе, А. В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного : Учеб. пособие для студентов мех.-мат. и физ. специальностей вузов / А. В. Бицадзе. – 3-е изд. – М. : Наука, 1984. – 320 с.2. Волковыский Л. И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учеб. пособие для студ. вузов / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. – 3-е изд. – Москва : Наука, 1975. – 319 с.
5. Сборник задач по теории аналитических функций : [Учеб. пособие для вузов] / М. А. Евграфов, Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк и др. ; Под ред. М. А. Евграфова. – М. : Наука, 1969. – 388 с.

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

6. Гельфанд, И. М. Лекции по линейной алгебре / И. М. Гельфанд. – 5-е изд. – Москва : Добросвет : МЦНМО, 1998. – 320 с.
7. Ильин, В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов ун-тов и техн. вузов, обучающихся по специальности "Математика", "Прикладная математика и информатика" / В. А. Ильин, Г. Д. Ким ; Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 3-е изд. – Москва : Проспект, 2008. – 393 с.
8. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : Учеб. для студентов ун-тов, обучающ. по спец. "Математика" и "Прикладная математика". Ч.1 : Основы алгебры, Ч. 2 : Линейная алгебра, Ч. 3 : Основные структуры алгебры / А. И. Кострикин. – М. : Физматлит, 2000.
9. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика" / А. Г. Курош. – 17-е изд. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 431 с.
10. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И. В. Проскуряков. – Изд. 13-е. - Санкт-Петербург : Лань ; Москва, 2010. – 480 с.

11. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия : учебник для физ.-специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – Изд. 7-е. – Москва : Физматлит, 2009. – 223 с.
12. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : [учеб.-пособие для вузов] / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. – 17-е изд. – Санкт-Петербург : Профессия, 2009. – 199 с.

Дифференциальные уравнения

13. Понtryгин, Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения : [учебник для вузов] / Л. С. Понtryгин. – 3-е изд. – Москва : Наука, 1970. – 332 с.
14. Степанов, В. В. Курс дифференциальных уравнений : учебник для гос. ун-тов / В. В. Степанов. – изд. 10-е. – М. : [Изд-во ЛКИ], 2008. – 468 с
15. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : [более 1400 задач с ответами] / А. Ф. Филиппов. – Изд. 4-е. – Москва : URSS : Либроком, 2011. – 235, [2] с.