

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**



УТВЕРЖДАЮ
Проректор ДонГУ

А.В. Белый

2024г.

**ПРОГРАММА
вступительного экзамена**

**по специальности 5.8.2 Теория и методика обучения и воспитания
(по областям и уровням образования: математика)**

Донецк – 2024

Программа вступительного экзамена по специальности 5.8.2 Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования: математика) составлена кафедрой высшей математики и методики преподавания математики Донецкого государственного университета.

ВВЕДЕНИЕ

ЦЕЛЬ вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 5.8.2 Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования: математика) – выявить уровень овладения абитуриентами универсальными, общепрофессиональными и профессиональными компетенциями будущего научно-педагогического работника.

ЗАДАЧИ вступительного испытания:

- выявить уровень общей математической и педагогической культуры абитуриентов, поступающих в аспирантуру;
- определить степень владения теорией и методикой обучения математике, которые обеспечивают содержательный компонент подготовки аспиранта к продолжению обучения в аспирантуре по специальности 5.8.2 Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования: математика);
- диагностировать уровень знаний по всем фундаментальным математическим дисциплинам.

К профильному экзамену по специальности 5.8.2 допускаются лица, имеющие диплом магистра или специалиста.

Формой вступительного испытания для поступающих в аспирантуру является устный экзамен, который проводится очно и (или) с использованием дистанционных технологий.

Программа экзамена в аспирантуру по специальности 5.8.2 Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования: математика) интегрирует программы фундаментальных математических дисциплин «Основы дискретной математики», «Алгебра и теория чисел», «Математическая логика», «Геометрия», «Математический анализ» и дисциплин психологи-педагогической направленности «Методика обучения математике», «Педагогика высшей школы», «Психология».

СТРУКТУРА ЭКЗАМЕНА

Раздел 1. Основы элементарной и высшей математики

1. *Элементы математической логики, теории множеств, комбинаторики.* Понятие высказывания. Высказывательная переменная. Основные логические связки и логические операции над высказываниями. Формулы алгебры высказываний и их логические возможности. Множество. Отношения между множествами, их свойства. Операции над множествами и их свойства. Декартово произведение множеств. Соответствия, свойства соответствий. Суперпозиция соответствий. Функции, отображения.

2. *Основные алгебраические структуры. Элементы теории групп, колец и полей. Числовые поля.*

Алгебраические операции и алгебры. Бинарные операции и их свойства. Определение, примеры и простейшие свойства групп. Группы преобразований. Подстановки. Подгруппы группы, смежные классы группы по подгруппе. Нормальные делители. Примеры. Конечные группы Морфизмы полугрупп, групп. Основные теоремы об изоморфизмах полугрупп, групп.

Определение, примеры и простейшие свойства колец и полей. Подкольца и идеалы. Числовые кольца и поля. Наименьшее числовое поле. Морфизмы колец, полей. Основные теоремы об изоморфизмах колец, полей.

3. *Векторные пространства. Евклидовы пространства.* Определение, примеры и простейшие свойства линейных (векторных) пространств. Арифметическое n -мерное векторное пространство над данным полем и его свойства. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости, базис и размерность конечномерного векторного пространства. Определение и свойства подпространства линейного пространства.

4. *Системы линейных уравнений. Матрицы и определители.* Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования уравнений системы. Равносильные системы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений, фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной СЛУ и соответствующей однородной СЛУ. Ранг матрицы. Различные способы вычисления ранга матрицы. Действия над матрицами и их свойства. Различные методы решения СЛУ с квадратной матрицей (метод Гаусса, матричный метод, метод Крамера).

5. *Теория делимости в кольце целых чисел.* Области целостности. Примеры. Обратимые и ассоциированные элементы области целостности. Делимость в области целостности и ее свойства. НОД и НОК двух элементов области целостности и их свойства. Евклидовы кольца. Алгоритм Евклида для вычисления НОД в евклидовом кольце. Основная теорема арифметики.

6. *Теория сравнения. Диофантовы уравнения.* Сравнения и их свойства. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Линейные сравнения и методы их решения. Диофантовы уравнения 1-ой степени с двумя неизвестными и их целочисленные решения. Арифметические приложения теории сравнений: вывод признаков делимости, определение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную.

7. *Теория многочленов от одной и нескольких переменных. Многочлены над числовыми полями.*

Многочлены от одной переменной. Корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера. Разложение многочлена по степеням линейного двучлена. Делимость многочлена и ее свойства. НОД, НОК многочленов и их свойства. Алгоритм Евклида. Многочлены над полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена над полем комплексных чисел на линейные множители. Теорема Виета. Многочлены над полем действительных чисел.

8. *Основные числовые системы.* Аксиомы Пеано. Аксиоматическое определение системы натуральных чисел. Принцип полной математической индукции. Сложение и умножение на множестве натуральных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве натуральных чисел и его свойства.

Действия на множестве целых чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве целых чисел и его свойства.

Действия на множестве рациональных чисел и их свойства. Отношение порядка на множестве рациональных чисел и его свойства.

Действия на множестве действительных чисел их свойства. Отношение порядка на множестве действительных чисел и его свойств.

Определение, существование и единственность поля комплексных чисел. Свойства поля комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в натуральную степень (формула Муавра), извлечение корня натуральной степени из комплексного числа). Первообразные корни. Геометрическая интерпретация корня натуральной степени из единицы и из произвольного комплексного числа.

9. *Элементы векторной алгебры.* Векторное пространство. Умножение 2 и 3 и большего числа векторов, скалярное, векторное, векторно-скалярное и векторно-векторное произведения векторов. Роль, значимость векторов при изучении геометрии, в аксиоматическом построении научного знания.

10. *Аналитическая геометрия.* Метод координат на плоскости и в пространстве. Уравнения, их геометрическое истолкование. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Кривые и поверхности второго порядка.

11. *Дифференциальная геометрия.* Геометрия плоских и пространственных кривых. Сопровождающий трехгранник кривой. Уравнения касательной, главной нормали, бинормали, спрямляющей, соприкасающейся и нормальной плоскостей. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой.

Поверхности. Параметризация. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратичная форма и ее приложения. (Длина линий на поверхности, угол между линиями на поверхности, площадь поверхности.). Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линий на поверхности. Кривизна поверхности. Замечательные линии на поверхности. Внутренняя геометрия поверхности.

12. *Введение в математический анализ.* Предмет математического анализа. Функции. Композиция функций. Арифметические действия над функциями. Числовые последовательности и их предел, подпоследовательности.

Единственность предела. Теорема о пределе подпоследовательности. Предел функции. Арифметические действия с последовательностями и функциями, имеющими предел. Теорема Гейне. Критерий Коши. Предел суперпозиции функций. Предельный переход в неравенствах. Первый замечательный предел.

Бесконечно малые последовательности, их свойства и сравнение.

Бесконечно большие последовательности и их свойства. Предел монотонной последовательности. Число e . Теорема Больцано-Вейерштрасса.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции функций.

Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы о промежуточных значениях функции, о непрерывности обратной функции к монотонной, об ограниченности, достижении наибольшего и наименьшего значений, равномерной непрерывности.

13. *Дифференциальное исчисление функции одной переменной.* Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование сложной, параметрически заданной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной. Исследование функций на монотонность. Экстремум, необходимое и достаточные условия экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функции. Точки перегиба. Наклонные асимптоты функции. Построение графика.

Элементарные функции, их непрерывность и дифференцируемость.

Кривая. Спряmlяемость непрерывно дифференцируемой кривой и формула вычисления длины.

14. *Интегральное исчисление функции одной переменной.* Задача восстановления функции по ее производной. Первообразная функция, неопределенный интеграл и его свойства. Метод интегрирования по частям и метод замены переменной. Методы интегрирования рациональных и иррациональных функций. Определенный интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Суммы Дарбу, их свойства. Критерий интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства – непрерывность и дифференцируемость. Первая теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и заменой переменной.

Приложение определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Вычисление объемов тел вращения. Принцип Кавальери. Вычисление длины гладкой дуги. Дифференциал дуги. Двойной интеграл в полярных координатах.

15. *Дифференциальные уравнения.* Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности решения уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка. Сведение уравнения n -ого порядка к нормальной системе уравнений. Линейные уравнения. Пространство решений однородного линейного уравнения n -го порядка. Неоднородное линейное уравнение, структура общего решения. Метод вариации постоянных решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Раздел 2. Теория и методика обучения и воспитания (математика)

1. *Предмет теории и методики математического образования.* Предмет методики обучения математике, связь методики обучения математики с другими науками, цели и основное содержание обучения математике в школе.

2. *Математическое образование в современной школе. Современное состояние школьного математического образования: роль математического образования в современных образовательных системах; основные направления обновления школьного математического образования (гуманизация, гуманитаризация, уровневая и профильная дифференциация, интеграция и др.) и изменение его целей (от обучающих, воспитательных и развивающих к прогностическим, мировоззренческим, личностно-ориентированным, компетентностным).*

3. *Процесс обучения математике как один из видов образовательного процесса.* Основные этапы процесса обучения математике. Принципы дидактики в современном математическом образовании.

Основные методы, используемые в школьном математическом образовании. Проблема методов на современном этапе развития школьного математического образования. Классификации методов. *Научные методы в обучении математике:* анализ и синтез, сравнение и аналогия, обобщение, абстрагирование и конкретизация. *Математические методы и методика их использования* в обучении математике, особенности использования метода математического моделирования в школьном курсе математики. *Методы обучения в школьном курсе математики:* методы организации (словесные, наглядные и практические), стимулирования и контроля. *Средства обучения математике.* Классификация средств обучения математике, печатные, наглядные и технические средства обучения математике. Цифровизация математического образования.

4. *Методика изучения основных компонентов содержания математического образования.* Специфические особенности математики как науки. Математические теории, их структура, основные математические объекты.

Математические понятия и методика их формирования. Математическое понятие, его объем и содержание. Определение понятия; требования к определению. Методика формирования математических понятий: индуктивный и дедуктивный методы формирования математических понятий, основные этапы их формирования; учебные действия, связанные с формированием понятия (проведение под понятие, выведения следствий из факта существования понятия, классификация понятий).

Математические предложения и их доказательства в школьном курсе математики. *Теоремы и аксиомы как виды математических предложений.* *Логическое строение* математических теорий. Связь аксиом и теорем. Аксиомы, требования к системе аксиом школьного курса математики, методика изучения аксиом. Теоремы, структура теорем; виды теорем. Методика изучения теорем.

Доказательство теорем: понятие доказательства, структура доказательства, виды доказательств. Методика обучения различным видам доказательства. Основные этапы методики обучения доказательству теорем в школьном курсе математики: пропедевтика, мотивация доказательства, методика обучения поиску доказательства, методика оформления доказательств. Применение теорем при доказательстве других утверждений и решении задач.

Задачи в школьном курсе математики. Роль и функции задач в обучении математике. Понятие школьной математической задачи, её структура. Классификации задач школьной математики. Общая методика обучения решению задач: работа с условием, поиск решения, оформление, анализ полученного решения.

5. *Структура и содержание школьного математического образования. Образовательные программы по математике.* Различные варианты образовательных программ по математике: базовая, углубленного обучения, гимназическая, лицейская, компенсирующего обучения, индивидуального обучения, программа для колледжей и др. Стандарты математического образования. Базисный учебный план по математике, учебные программы.

Содержательно-методические линии школьного математического образования: понятие о содержательно-методической линии, общая характеристика содержательно-методических линий школьного курса математики, целеполагание при организации изучения содержательно-методических линий.

Основные школьные математические курсы. Краткая характеристика курсов математики, алгебры, геометрии, алгебры и начал математического анализа. Проблемы учебников по основным школьным математическим курсам: требования к современным учебникам математики, разнообразие учебников математики, выбор учебника учителем математики. Краткая характеристика основных школьных учебников математики.

Темы школьного курса математики. Понятие темы. Структура темы. Логико-математический анализ темы. Методический анализ темы. Целеполагание. Методическая разработка темы.

6. *Основные формы организации обучения математике. Урок математики.* Требование к современному уроку математики. Классификация уроков математики. Структура уроков математики. Система подготовки учителя к урокам математики. Анализ урока.

Инновационные формы обучения математике. Школьные лекции, семинарские, практические и лабораторные занятия, экскурсии. Самостоятельная работа обучающихся. Взаимосвязь урока математики с другими формами организации обучения математике.

Педагогические технологии обучения математике. Основные понятия. Структура. *Классификация технологий* по различным признакам. Проектирование и конструирование педагогических технологий.

Роль и особенности технологического построения процесса обучения математике в системе личностно-ориентированного образования.

Педагогические технологии в системе развивающего обучения и принципы их конструирования. Информационно-коммуникационные технологии в процессе учебной деятельности по математике.

Раздел 3. Педагогика высшей школы

1. *Образование как многоаспектный феномен.* Общеметодологический смысл понятия «образование». Образование как система. Образование как процесс. Образование как результат.

2. *Основные тенденции развития высшего образования.* Интеграционные процессы в современном образовании. Информатизация и цифровизация образовательного процесса. Воспитательный компонент в профессиональном образовании.

3. *Педагогика как наука.* Предмет педагогической науки. Ее основные категории. Система педагогических наук и связь педагогики с другими науками. Основные тенденции развития педагогических наук. Актуальная проблематика научных исследований в области педагогики высшей школы.

4. *Основы дидактики высшей школы.* Сущность, структура и движущие силы обучения. Принципы обучения как основной ориентир в преподавательской деятельности. Методы обучения в высшей школе.

5. *Структура педагогической деятельности в высшей школе.* Педагогический акт как организационно-управленческая деятельность. Самосознание педагога и структура педагогической деятельности. Педагогические способности преподавателя высшей школы. Дидактика и педагогическое мастерство преподавателя высшей школы.

6. *Формы организации учебного процесса в высшей школе.* Инновационный подход к проведению лекций в ВШ. Семинарские и практические занятия в ВШ. Самостоятельная работа студентов как развитие личности обучаемых. Научно-исследовательская деятельность студентов.

7. *Педагогическое проектирование и педагогические технологии в ВШ.* Этапы и формы педагогического проектирования. Классификация технологий обучения высшей школы. Модульное построение содержания дисциплины и рейтинговый контроль.

8. *Технологии обучения в высшей школе в условиях цифровизации образования.* Информационные технологии обучения. Технологии дистанционного образования. Цифровые технологии обучения. Облачные технологии обучения в высшей школе.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Атанасян Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студ. физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – Ч.1. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – Москва : Просвещение, 1986.

2. Атанасян Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студ. физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч. 2 / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – Москва : Просвещение, 1987.

3. Баклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. для вузов / Д.В. Баклемишев. – Москва : Физматлит, 2007.

4. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре / И.М. Гельфанд. –

Москва : Наука, 1974.

5. Далингер В.А. Методика обучения математике. Обучение учащихся доказательству теорем : учебное пособие для вузов / В.А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Изд-во Юрайт, 2020. – 338 с.

6. Далингер В.А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся : учебное пособие для вузов / В.А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Изд-во Юрайт, 2020. – 460 с.

7. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа / Л.Д. Кудрявцев. – Москва : Наука. Т.1, 1985; Т.2, 1987; Т.3, 1988.

8. Кудрявцев Л.Д. Сб. задач по математическому анализу. Т.1,2,3 / Л.Д.Кудрявцев. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003.

9. Курош А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – Москва : Наука. 1973.

10. Методика обучения математике. Формирование приемов математического мышления / Н.Ф. Талызина [и др.] ; под ред. Н.Ф. Талызиной. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Изд-во Юрайт, 2020. – 193 с.

11. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия / А.В. Погорелов. – Москва : Наука, 2005. – 176 с.

12. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студ. мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 2002. – 224 с.

13. Скафа Е.И. Методика обучения математике: эвристический подход. Общая методика : учебное пособие / Е.И Скафа. – Второе издание. – Москва : Директ-Медиа, 2022. – 439 с.

14. Скафа Е.И. Методология и методы научно-педагогических исследований : учебное пособие. – Донецк: ДонНУ, 2017. – 227 с.

15. Скафа Е.И. Основы научных исследований в области теории и методики обучения математике [Электронный ресурс] : учебно-метод. пособие. / Е.И.Скафа. – Донецк: ДонНУ, 2016. – 107 с. – Электронные данные (1 файл).

16. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: учеб. пособие / Л.М. Фридман. – Москва : Либроком, 2014. – 248 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

17. Евсеева Е.Г. Педагогика высшей школы: математическое образование [Электронный ресурс]: учебное пособие / Е. Г. Евсеева. – Донецк :ДонНУ, 2019. – Электронные данные (1 файл).

18. Ефимов Н.В. Высшая геометрия / Н.В. Ефимов. – 7-е изд. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004.

19. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика / В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин и др. – Москва : Просвещение, 1980. – 368 с.

20. Новиков А.М. Методология научного исследования / А.М. Новиков, Д.А. Новиков. – Москва : Либроком, 2009. – 280 с.

21. Саранцев Г.И. Цель, объект и предмет исследования / Г.И.Саранцев // Педагогика. – 2002. – №7.

22. Теория и методика обучения математике в школе / Л.О. Денищева, А.Е. Захарова и др.; под ред. Л.О. Денищевой. – Москва : БИНОМ. Лаборатория

знаний, 2014. – 236 с.

23. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1,2,3 / Г.М. Фихтенгольц. – Москва : Наука, 1970.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019. – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000. – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека «**КиберЛенинка**»: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014. – URL: <https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система «**Лань**»: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016. – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив** ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

Программа одобрена на заседании Ученого совета факультета математики и методики преподавания математики, протокол от «27» 06 2024 г. № 11.

Декан ФМИТ



И.А. Моисеенко