выпуск 3(63)

ISSN 2079-9152

# ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:

## проблемы и исследования

международный научный журнал

2024

# ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

ISSN 2079-9152

Основан в 1993 г.

ВЫПУСК 3(63)

2024

Международный научный журнал





**Журнал размещен**

НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU

CYBERLENINKA

**Индексация журнала**

РОССИЙСКИЙ ИНДЕКС НАУЧНОГО ЦИТИРОВАНИЯ Science Index

Google Академия

INDEX COPERNICUS INTERNATIONAL

ВЫСШАЯ АТТЕСТАЦИОННАЯ КОМИССИЯ (ВАК РФ)

**Адрес редакции:**
283001, г. Донецк,
ул. Университетская, 24,
кафедра высшей математики и методики преподавания математики ДонГУ
e-mail:
**kf.vmimpm.dongu@mail.ru**
сайт: **http://donnu.ru/dmpi**

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

***Журнал основан профессором Юрием Александровичем Палантом в 1993 году***

Рекомендован к печати Ученым советом
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет» 05.11.2024 (протокол № 12)

Д44 **Дидактика математики: проблемы и исследования.** – 2024. – Вып. 3 (63). – 98 с.

ISSN 2079-9152

В периодическом международном научном журнале публикуются статьи по двум научным специальностям: 5.8.2. Методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования: математика) и 5.8.7. Методология и технология профессионального образования. В нем представлены различные проблемы исследований в области методологии и технологии профессионального образования, вопросы, связанные с рассмотрением современных тенденций развития теории и методики обучения математике, как в высших, так и средних образовательных организациях. Особое место занимают публикации по использованию и разработке эвристических приемов в обучении, стимулированию профессионально-ориентированной деятельности студентов в процессе обучения математическим дисциплинам. Отдельным направлением статей, издаваемых в журнале, являются работы, посвященные вопросам формирования методической компетентности будущих учителей, в том числе и учителей математики, то есть готовности и способности работать, используя разнообразные современные дидактические системы и технологии обучения. Кроме того, большим блоком выделяются частные методические проблемы преподавания математики, как в среднем профессиональном образовании, так и общеобразовательной, и профильной школе.

*Основные направления опубликованных статей представлены в рубриках:*

1) методология и технология профессионального образования;
2) современные тенденции развития методики обучения математике в высшей школе;
3) научные основы подготовки будущего учителя;
4) методическая наука – учителю математики и информатики;
5) история математики и математического образования.

**Журнал входит в перечень рецензируемых научных изданий ВАК РФ**
**Свидетельство о регистрации средства массовой информации**
**ААА № 000061 от 04.11.2016**

**Издание индексируется:**

**Лицензионный договор с библиографической базой данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ)** № 825-12/2015 от 17.12.2015;

**Лицензионный договор с ООО «Итеос» (КиберЛенинка)** № 33518-01 от 16.06.2021;

**Google scholar** (https://scholar.google.ru/citations?user=COtB_MkAAAAJ&hl=ru);

**Index Copernicus** (https://journals.indexcopernicus.com/search/reportList/45840)

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

# DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations

ISSN 2079-9152

Founded on 1993

2024

ISSUE No. 3(63)

International Scientific Journal







**Founder:** Donetsk State University (DonSU)

**Journal posted**

**Journal indexing**



**Editorial office address:**
283001, Donetsk,
24, Universitetskaya st.,
Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics
DonSU
**e-mail:**
**kf.vmimpm.dongu@mail.ru**

**site:** **http://donnu.ru/dmpi**

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

*The journal was founded by Professor Yuri Alexandrovich Palant in 1993*

*Recommended for publication by Scientific Council*
*of Donetsk State University on 05.11.2024 (protokol No. 12)*

Д44 **Didactics of mathematics: Problems and Investigations.** 2024. No. 3 (63). 98 p.

ISSN 2079-9152

The periodic International Scientific Journal publishes articles on two scientific specialties: 5.8.2. Methods of teaching and upbringing (by fields and levels of education: mathematics) and 5.8.7. Methodology and technology of vocational education. It presents various research problems in the field of methodology and technology of vocational education, issues related to the consideration of current trends in the development of theory and methods of teaching mathematics, both in higher and secondary educational institutions. A special place is occupied by publications on the use and development of heuristic techniques in teaching, stimulating professionally oriented activities of students in the process of teaching mathematical disciplines. A separate area of articles published in the collection are works devoted to the formation of methodological competence of future teachers, including teachers of mathematics, that is, readiness and ability to work, using a variety of modern didactic systems and learning technologies. In addition, a large block in the Journal highlights private methodological problems of teaching mathematics, both in secondary vocational education and in general education and specialized schools.

*In the Journal articles are grouped by headings:*
1) methodology of technology of professional education;
2) modern trends in the development of mathematics teaching methods in higher school;
3) scientific basis of future teacher training;
4) methodical science to a teacher of mathematics and informatics;
5) history of mathematics and mathematical education.

**Mass media state registration AAA № 000061от 04.11.2016**

**The journal is included in the list of peer-reviewed scientific publications of the Higher Attestation Commission of the Russian Federation**

**The license agreement with the bibliographic database of the Russian Science Citation** Index data № 825-12/2015 dated 17.12.2015
**License agreement with LLC Iteos (CyberLeninka)** No. 33518-01 dated 16.06.2021;
**Google scholar** (https://scholar.google.ru/citations?user=COtB_MkAAAAJ&hl=ru);
**Index Copernicus** (https://journals.indexcopernicus.com/search/reportList/45840)

# С О Д Е Р Ж А Н И Е



*Редакция оставляет за собой право на редактирование и сокращение статей. Мысли авторов не всегда совпадают с точкой зрения редакции. За достоверность фактов, цитат, имен, названий и других сведений несут ответственность авторы.*

# CONTENT

# МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 37.015.31
DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-7-16

## ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ФОРМИРОВАНИЯ У ЛИЦЕИСТОВ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В СИСТЕМЕ «ЛИЦЕЙ – КЛАССИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Киселёва Ольга Сергеевна,**
*директор многопрофильного лицея-интерната,*
*e-mail: kiseleva-olga89@mail.ru*
*ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,*
*г. Донецк, РФ*

***Аннотация.*** *В публикации затрагивается проблема формирования метапредметных результатов обучения старшеклассников, решение которой возможно при соблюдении определенных организационно-педагогических условий. На примере опыта многопрофильного лицея-интерната Донецкого государственного университета описаны организационно-педагогические условия формирования метапредметных результатов обучения лицеистов. Обосновано влияние выбранных нами условий на формирование метапредметных компетенций и цифровых навыков старшеклассников, включая развитие их функциональной грамотности, а также на осознанный выбор будущей профессиональной деятельности.*

***Ключевые слова:*** *многопрофильный лицей, метапредметные результаты, организационно-педагогические условия, единая научно-образовательная среда, инновационные технологии обучения, функциональная грамотность, профессиональное самоопределение.*

***Для цитирования:*** Киселёва, О.С. Организационно-педагогические условия формирования у лицеистов метапредметных результатов обучения в системе «Лицей – классический университет» / О.С. Киселёва // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 7–16. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-7-16.

**Постановка проблемы.** В педагогической науке проблема формирования метапредметных результатов обучения школьников актуальна и рассматривается как важный способ подготовки гармонично развитой личности, обеспечения ее мотивации к выбору будущей профессиональной деятельности [5]. Кроме того, установленные федеральным государственным образовательным стандартом

(ФГОС) среднего общего образования требования к результатам обучающихся вызывают необходимость в изменении содержания обучения на основе метапредметности, включающей освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности как условия достижения высокого качества образования [24].

Формирование метапредметных результатов обучения старшеклассников, к которым относятся и обучающиеся лицеев при классических университетах, возможно при соблюдении определенных организационно-педагогических условий. Речь идет об обстоятельствах, связанных с организацией учебно-воспитательного процесса в лицее, с той внешней учебно-воспитательной средой, в которой организуется познавательная, учебно-исследовательская и воспитательная деятельность лицеистов, направленная на формирование у них базовых и профессионально-ориентированных знаний, умений и навыков, развитие их мировоззренческой культуры, функциональной грамотности, являющихся результатом овладения метапредметными компетенциями [10].

Проблемам разработки педагогических условий, их соблюдения, средств и методов их реализации в последние годы посвящены работы Е.А. Ганина, Л.Н. Жарко, Н.В. Ипполитовой, А.А. Попова, М.Ф. Хакимовой и др.

**Анализ актуальных исследований**. Анализируя работы исследователей рассматриваемого феномена, следует отметить, что многие авторы делят педагогические условия на психолого-педагогические; содержательные; дидактические и организационно-педагогические условия [8; 9; 17].

Остановимся на анализе каждого из видов педагогических условий для определения того, который в наибольшей степени вписывается в контекст нашего исследования.

*Психолого-педагогические условия.* Применительно к системе образования, отмечает И.А. Федякова [25], целесообразно говорить о *психолого-педагогических условиях*, под которыми понимают конкретные способы педагогического взаимодействия, взаимосвязанных мер в учебно-воспитательном процессе, направленных на формирование субъектных свойств личности, учитывая психологические особенности, продуктивные и эффективные способы и приемы деятельности в заданных условиях.

Под психолого-педагогическими условиями, по определению С.А. Хазовой [26], понимают установленную организацию образовательного процесса в совокупности педагогических средств, методов и форм организации образовательного процесса. К ним автор относит и конкретные способы педагогического взаимодействия, информационное содержание образования, особенности психологического микроклимата. Все это должно обеспечивать целенаправленное педагогическое воздействие на обучающихся. О.С. Носуля отмечает, что совокупность психолого-педагогических условий определяется сущностью формируемого качества личности, внутренне мотивированной к осуществлению образовательной и в дальнейшем профессиональной деятельности с использованием средств ИКТ как основы для выбора базовых образовательных подходов, принципов, средств и методов воздействия [18].

Психолого-педагогические условия являются основой обучения, педагог, который ими владеет, может умело обучать школьников, поощрять их к самостоятельному поиску новых знаний и источников информации. Познавательные возможности обучающихся находятся на грани между переходом от детского возраста к формированию мышления взрослого человека. Поэтому, мы считаем важным учитывать психолого-педагогические особенности каждого лицеиста, его способности использовать в обучении все навыки и умения.

Взаимодействие учителя с лицеистами осуществляется в процессе восприятия и овладения учебной информацией, при формировании мышления, особенностей памяти, способности представлять явления и процессы, о которых идет речь. Учитель, умеющий удачно понимать особенности течения указанных процессов, и пользующийся этими знаниями, – обладает ключом для успешного достижения открытия тропинки, по которой проходят лицеисты с целью своего профессионального самоопределения.

В нашем исследовании учет психолого-педагогических особенностей лицеистов раскрывается в психолого-педагогических предпосылках формирования их метапредметных результатов обучения, мы их относим к методологическим основам исследования, которые строятся на таких подходах как системно-деятельностный, проектно-эвристический, личностно-ориентированный и дифференцированный.

*Содержательные педагогические условия* обычно рассматриваются с позиции системно-деятельностного и информационно-деятельностного подходов. Комплекс содержательных педагогических условий, например, для формирования информационной культуры будущих специалистов [18], основывается на требованиях, предъявляемых к их подготовке, специфике преподавания цикла дисциплин профессионального блока и компьютерно-ориентированных дисциплин, особенностях технологий обучения будущих специалистов, готовящихся к профессиональной деятельности с использованием современных средств ИКТ в условиях информатизации общества [7; 18].

Деятельность педагога и обучающихся как субъектов педагогического процесса характеризуется направленностью на достижение конкретных целей образования. Содержательные педагогические условия должны быть направлены на совершенствование содержания обучения, реализованные в соответствующей педагогической технологии и в нашем исследовании можно говорить об инновационных образовательных технологиях учебно-воспитательного процесса лицея.

*Дидактические условия* учебного процесса. Многие исследователи отмечают, что дидактические условия – это специально смоделированные обучающие процедуры, реализация которых позволяет решать определенный класс образовательных задач [9]. Основной функцией дидактических условий, как отмечают Н.В. Ипполитова и Н.С. Стерхова, является выбор и реализация возможностей содержания, форм, методов, средств педагогического взаимодействия в процессе обучения, обеспечивающих эффективное решение образовательных задач [9]. Выявление условий, обеспечивающих функционирование и развитие педагогической системы, целостного педагогического процесса является одной из важных задач нашего педагогического исследования. Дидактические условия определяют наличие целей, методов, содержания обучения в лицее, формы обучения с учетом принципов обучения и воспитания, предполагают выбор определенных форм, средств и методов обучения, разработку методов и отбор форм контроля учебныхдостижений (тренажеры, тесты, интерактивные обучающие компьютерные программы, электронные образовательные среды, дистанционные курсы, как элементы электронных образовательных сред и т.д.), разработку и применение специальных заданий, способствующих овладению метапредметными результатами и влияющих на профессиональное самоопределение лицеистов.

*Организационно-педагогические условия.* А.В. Багачук, Е.В. Фоменко, Е.А. Карелина отмечают, что сложившаяся традиционная система организации и педагогического сопровождение учебной деятельности обучающихся в определенной степени устарели и требуют обновления в связи с переходом на компетентностный формат образования [2]. И.М. Логвинова описывает компетентностный подход как методологический, имеющий практическую направленность [14], которую А.В. Хуторской [28] раскрывает как практико-ориентированные способы получения качественно новых результатов образования. Таким образом, компетентностный подход относится к организационно-педагогическим условиям.

А.А. Володиным и Н.Г. Бондаренко на основе междисциплинарного подхода проведен анализ понятия «организационно-педагогические условия». Авторы раскрывают его через понятийную систему: условие, организация, организационные условия, педагогические условия, пространственная среда, образовательная среда, пространственно-образовательная среда, образовательные отношения [3]. Отмечается, что данный термин состоит из двух смысловых частей: «организационные условия» (как существенный компонент комплекса объектов, явлений или процессов, от которых зависят другие, обусловливаемые феномены (объекты, явления или процессы), и влияющий на направленное и упорядоченное формирование среды, в которой протекает феномен) [3, с. 144] и «педагогические условия» (характеристика педагогической системы, отражающая совокупность потенциальных возможностей образовательной среды, реализация которых обеспечит эффективное функционирование и развитие педагогической системы) [3, с. 146].

На наш взгляд, организационные и педагогические условия представляют собой единое целое, выступая как его равноценные части. Поэтому в контексте нашего исследования будем рассматривать организационно-педагогические условия.

***Цель статьи*** *– раскрыть содержание понятия организационно-педагогические условия формирования метапредметных результатов обучения лицеистов, обеспечивающих развитие их функциональной грамотности и влияющих на профессиональное самоопределение.*

**Изложение основного материала**. Прежде, чем выделить организационно-педагогические условия, необходимые для формирования метапредметных результатов обучения лицеистов, остановимся на толковании понятия «организационно-педагогические условия». Анализ научной педагогической литературы позволяет сделать вывод, что данному понятию различные исследователи дают разные дефиниции (А.А. Володин, О.В. Галкина, Л.Н. Жарко, И.А. Кудрейко, П.В. Мусиец, А.А. Попов, М.Ф. Хакимова, М.И. Шалин и др.).

О.В. Галкина [4], например, указывает, что исследование данного феномена целесообразно проводить с применением методологического анализа понятия «условия», как базовой смыслообразующей составляющей, сформированной на основании положения о всеобщей обусловленности явлений в педагогической действительности. Характер этой обусловленности определяют причинно-следственные отношения, представленные как объективно, реально существующая связь в логической цепочке: цель – условия – деятельность – результат. При этом, условия выступают в качестве обстоятельства действия, которое приводит к желаемому результату как следствию в целесообразной деятельности субъекта, преобразующего действительность [4].

А.А. Попов и Т.А. Яндукова рассматривают организационно-педагогические условия как комплекс объективных и субъективных факторов, детерминирующих характер и результат педагогического процесса [21]. Таким результатом учебно-воспитательного процесса в лицее, по нашему мнению, является сформированная функциональная грамотность лицеистов, а также профессиональная ориентация.

Согласно М.Ф. Хакимовой, организационно-педагогические условия предполагают наличие определенной среды и специально организованного в ней образовательного процесса, цель которого − подготовка педагога [27]. В нашем исследовании такой средой может быть единая научно-образовательная среда «Лицей – классический университет».

И.А. Кудрейко организационно-педагогические условия понимает, как обстоятельства, моделируемые участниками образовательного процесса с целью достижения его результативности [12]. В этом смысле деятельность педагогов, а также преподавателей высшей школы, осуществляющих работу в лицее, по нашему мнению, должна быть организована как их совместная деятельность с лицеистами, цели всех участников учебно-воспитательного процесса должны совпадать.

М.А. Малькова предлагает следующую дефиницию понятия организационно-педагогических условий: это «совокупность внешних и внутренних обстоятельств (объективных мероприятий) образовательного процесса, от реализации которых зависит достижение поставленных дидактических целей» [15, с. 98]. Мы поддерживаем данное определение, внешние и внутренние обстоятельства в наибольшей степени отражают тот процесс, который должен быть направлен на получение требуемого результата.

Обобщая вышеприведенные дефиниции, под *организационно-педагогическими условиями формирования метапредметных результатов обучения лицеистов* будем понимать *совокупность внешних и внутренних обстоятельств (объективных мероприятий), способствующих организации и осуществлению образовательного процесса в лицее классического университета с учетом потребностей, интересов, возможностей обучающихся лицея, которые предусматривают подготовку гармонично развитой личности со сложившимися базовыми знаниями, умениями и навыками, профессиональным самоопределением, развитой функциональной грамотностью.*

Нами были определены следующие основные организационно-педагогические условия формирования метапредметных результатов обучения лицеистов:

1) функционирование единой научно-образовательной среды «Лицей – классический университет»;

2) использование инновационных технологий в образовательном процессе лицея;

3) развитие функциональной грамотности лицеистов как результата их метапредметных компетенций;

4) профессиональное самоопределение лицеистов.

Охарактеризуем вышеперечисленные организационно-педагогические условия и раскроем возможности их реализации в учебно-воспитательном процессе лицея Донецкого государственного университета.

***Первое организационно-педагогическое условие*** – *функционирование единой научно-образовательной среды «Лицей – классический университет».* Обобщая существующие научные определения понятия «образовательная среда», можем констатировать, что большинство ученых рассматривают образовательную среду как многоуровневую систему условий (обстоятельств, факторов, возможностей), которая обеспечивает оптимальные параметры образовательной деятельности определенного образовательного субъекта во всех аспектах – целевом, содержательном, процессуальном, результативном, ресурсном.

Мы рассматриваем единую научно-образовательную среду «Лицей – классический университет» как сложную интегративную систему, которая включает совокупность всех социальных, материальных, организационно-педагогических и психологических условий и постоянно развивающихся взаимодействий всех участников образовательного процесса, как лицея, так и университета, в структуру которой входят информационная образовательная, научно-исследовательская и социокультурная среды.

Все они служат интеграции лицеистского и университетского образования.

Первостепенное значение в этом процессе приобретает *единая информационная образовательная среда* университета и лицея. Такая среда должна интегрировать научный, образовательный и инновационный потенциал всех субъектов научно-образовательной деятельности, способствующий развитию учебной, педагогической, управленческой и обслуживающей деятельности лицея, где ведущую роль играют информационно-коммуникационные технологии, позволяющие повысить качество и доступность учебного процесса, а также формировать цифровую культуру обучающихся [16]. Такая среда, являясь рефлексивной и инновационной, должна включать также материальную, информационную и виртуальную составляющие как необходимое условие её эффективности.

*Научно-исследовательская среда* интегрирует научный, образовательный и инновационный потенциал всех субъектов научно-образовательной деятельности. Она должна быть открытой социуму и научно-образовательному сообществу лицея. Например, к проводимой научно-исследовательской работе в рамках факультетов и институтов классического университета должны привлекаться обучающиеся лицея с целью развития конкурентоспособности личности старшеклассника [29].

*Социокультурная среда* должна быть построена на гуманистических основаниях и предполагать гуманистический характер взаимодействия субъектов научно-образовательной деятельности. Для лицея она должна входить в социокультурное пространство университета, то есть воспитательная работа в лицее должна проводиться на основании плана мероприятий, разрабатываемых в университете.

***Второе организационно-педагогическое условие*** *– использование инновационных технологий обучения и воспитания в образовательном процессе лицея*. Под *инновационными технологиями обучения* будем понимать законосоответственную педагогическую деятельность, которая реализует научно-обоснованный проект дидактического процесса и владеет более высокой степенью эффективности, надежности и гарантированности результата, чем это имеет место при традиционных технологиях обучения [22]. *Воспитательные технологии* – это система научно обоснованных приемов и методик, способствующих установлению таких отношений между субъектами процесса, при которых в непосредственном контакте достигается поставленная цель – приобщение воспитуемых к общечеловеческим культурным ценностям [20].

Применение второго условия предполагает организацию учебной, учебно-поисковой, научно-исследовательской, воспитательной работы в лицее на основе использования современных технологий обучения и воспитания, включая гибридные, проектно-эвристические с использованием цифровых инструментов, технологию использования игровых методов, систему инновационной оценки «Портфолио» и др. С целью реализации таких технологий предлагаем в лицеях классического университета:

– усовершенствовать учебно-воспитательный процесс лицея, перейдя к вузовской лекционно-практической системе обучения, введя по всем базовым и вариативным предметам лекции, практические занятия, семинары, лабораторные работы на основе смешанного, гибридного обучения с использованием цифровых инструментов;

– разработать систему профориентационной работы лицея с использованием технологий, направленных на ориентацию каждого лицеиста к обучению в университете по соответствующему профилю, например, построение индивидуальных образовательных программ для каждого обучающегося и использование event-технологий;

– разработать тематику научно-исследовательской работы обучающихся лицея по всем профилям в единой научно-образовательной системе «Лицей – классический университет» на основе информационно-коммуникационных технологий для приобретения ими цифровых компетенций;

– привлечь обучающихся лицея к общественной работе университета, цель которой формировать их мировоззрение, патриотизм, чувство долга, на основе воспитательных технологий.

Активное внедрение в учебный процесс инновационных технологий обучения и воспитания повышает качество подготовки лицеистов, формирует у них метапредметные результаты обучения, повышает эффективность организации образовательной деятельности.

***Третье организационно-педагогическое условие*** – *развитие функциональной грамотности лицеистов как результата их метапредметных компетенций.* Одной из основных задач обучения старшеклассников в современном лицее является формирование метапредметных результатов обучения, направленных на овладение ими компетенциями, связанными с дальнейшим продолжением образования в ведущих университетах страны. И так как функциональная грамотность выступает как метапредметный результат обучения, наша главная идея заключается в необходимости организации работы по её формированию у старшеклассников с целью их профессионального самоопределения, готовности выпускника лицея к овладению будущей профессиональной деятельностью.

Отметим, что сегодня функциональная грамотность является основным трендом современного обучения и показателем как уровня знаний, умений и навыков, которые обеспечивают нормальное поведение личности в социуме, так и языкового, речевого, математического развития, которое должно обеспечиваться познавательной, коммуникативной, ценностно-смысловой, информационной и личностной компетенциями [6; 19; 23].

Для понимания того, какие основные виды функциональной грамотности нужно формировать у обучающихся лицея в условиях современного вуза определим понятие такой грамотности.

В научно-педагогической литературе нет единого толкования данного понятия. Э.Г. Азимов и А.Н. Щукин рассматривают функциональную грамотность как способность человека вступать в отношения с внешней средой и максимально быстро адаптироваться и функционировать в ней [1]. Как способность применять приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, определяет функциональную грамотность Г.С. Ковалева [11]. Такая грамотность обнаруживает себя за пределами учебных ситуаций, в задачах, не похожих на те, где эти знания, умения, способы действий приобретались.

В нашем исследовании под *функциональной грамотностью лицеиста* понимаем важную ситуативную характеристику его личности, лежащую в основе развитых личностных качеств и сформированных метапредметных компетенций, обеспечивающую его успешную адаптацию к различным сферам человеческой деятельности, включая готовность выпускника лицея к овладению будущей профессиональной деятельностью (под ситуативной характеристикой, следуя И.А. Кудрейко [13], мы понимаем умение человека оперативно реагировать на ситуацию).

К компонентам функциональной грамотности лицеиста относим: лингвистическую, математическую, естественнонаучную, финансовую, цифровую грамотность.

Развитие данных компонентов функциональной грамотности должно проходить в процессе обучения лицеистов, так как уже на этапе выбора будущего профессионального предпочтения у старшеклассников должны быть развиты эти компоненты хотя бы на начальном уровне.

Таким образом, формирование у лицеистов функциональной грамотности является приоритетным направлением образовательной деятельности лицея.

***Четвертое организационно-педагогическое условие*** *– профессиональное самоопределение лицеистов.* Проблема профессиональной ориентации старшеклассников актуальна и разрешима для лицеев, которые функционируют при классических университетах. Совместная работа по взаимодействию лицея и университета в области исследовательского творчества обучающихся позволит повысить интерес к науке, исследовательской деятельности, сформировать положительный образ ученого у старшеклассника, и, возможно, сделать серьезные шаги в решении кадровой проблемы современной отечественной науки. Например, по результатам научно-исследовательской работы, организованной научно-педагогическими работниками университета с обучающимися лицея, лицеисты могут выступать с докладами на защитах научных работ, научно-практических конференциях, научно-методических семинарах, симпозиумах, конкурсах ученических научных проектов, олимпиадах, совместно с руководителями могут готовить публикации в научных и периодических изданиях. Также они разрабатывают сценарии видеофильмов, праздников, выполняют монтаж роликов и репортажей, готовят презентации, статьи, репортажи в газетных рубриках, изготавливают тематические альбомы, газеты, фотоотчеты и т. д. То есть продуктивная творческая работа лицеистов в определенной области знаний влияет на их профессиональное самоопределение.

**Выводы.** Таким образом, формирование метапредметных результатов обучения лицеистов происходит при соблюдении выбранных нами организационно-педагогических условий. Каждое из них как компонент целостной системы использования определенных педагогических средств, методов и форм обучения, влияет на формирование метапредметных компетенций и цифровых навыков старшеклассников, включая развитие их функциональной грамотности, а также на осознанный выбор будущей профессиональной деятельности.

*1. Азимов, Э.Г. Новый словарь методических терминов и понятий (теория и практика обучения языкам) / Э.Г. Азимов, А.Н. Щукин. – Москва : Икар, 2009. – 448 с.*

*2. Багачук, А.В. Организационно-методические условия формирования исследовательской деятельности студентов – будущих учителей математики / А.В. Багачук, Е.В. Фоменко, Е.А. Карелина // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 3-1. – С. 189–192.*

*3. Володин, А.А. Анализ содержания понятия «организационно-педагогические условия» / А.А. Володин, Н.Г. Бондаренко // Известия Тульского государственного университета. Гуманитарные науки. – 2014. – № 2. – С. 143–152.*

*4. Галкина, О.В. Организационно-педагогические условия как категория научно-педагогического исследования / О.В. Галкина // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2008. – № 4. – С. 30–36.*

*5. Гелясина, Е.В. Метапредметные компетенции – целевой ориентир профильного обучения / Е.В. Гелясина // Адукацыя і выхаванне. – 2017. – Вып. 4. – С. 3–12.*

*6. Горобец, Л.Н. Функциональная грамотность как основной тренд современного обучения / Л.Н. Горобец, И.В. Бирюков, Т.П. Попова // Мир науки, культуры, образования. – 2022. – №3 (94). – С. 84–86.*

*7. Днепровская, Н.В. Открытые образовательные ресурсы и цифровая среда обучения / Н.В. Днепровская, И.В. Шевцова // Высшее образование в России. – 2020. – № 12. – С. 144–155.*

*8. Жарко, Л.Н. Организационно-педагогические условия подготовки преподавателя дополнительного профессионального образования для ведения коммерческой деятельности инновационной направленности / Л.Н. Жарко // Проблемы современного педагогического образования. – 2019. – № 65-1. – С. 117–120.*

*9. Ипполитова, Н. Анализ понятия «педагогические условия»: сущность, классификация / Н. Ипполитова, Н. Стерхова // General and Professional Education. – 2012. – № 1. – С. 8–14.*

*10. Киселёва, О.С. Методологические подходы к формированию метапредметных результатов обучения лицеистов / О.С. Киселёва // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2022. – Вып. 56. – С. 23–32. – DOI: 10.24412/2079-9152-2022-56-23-32.*

*11. Ковалева, Г.С. Финансовая грамотность как составляющая функциональной грамотности: международный контекст / Г.С. Ковалева // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2017. – №2 (37). – С. 31–43.*

*12. Кудрейко, И.А. Комплекс организационно-педагогических условий становления профессионально значимых ценностей будущих учителей-филологов / И.А. Кудрейко // Известия Волгоградского государственного педагогического университета. – 2023. – № 8 (181) – С. 48–58.*

*13. Кудрейко, И.А. Функциональная грамотность учителя как основа профессионально значимых ценностей педагога-филолога / И.А. Кудрейко // Управление образованием: теория и практика. – 2022. – Т.12. – № 10. – С. 155–160. – DOI: 10.25726/m5349-8669-2243-v.*

*14. Логвинова, И.М. Методическая готовность работников образования к реализации ФГОС / И.М. Логвинова. – Москва, 2012. – 36 с.*

*15. Малькова, М.А. Формирование профессиональной готовности будущих социальных педагогов к взаимодействию с девиантными подростками : специальность 13.00.05 Теория, методика и организация социально-культурной деятельности : дис. … канд. пед. наук / Малькова Марина Александровна. – Луганск, 2006. – 185 с.*

*16. Маслакова, М.В. Цифровая культура как фактор формирования и развития электронной информационной образовательной среды вуза / М.В. Маслакова // Культура и образование: научно-информационный журнал вузов культуры и искусств. – 2020. – № 2 (37). – С. 5–14. – DOI: 10.24412/2310-1679-2020-10201.*

*17. Мусиец, П.В. Организационно-педагогические условия совершенствования профессионально-правовой компетенции слушателей военных вузов / П.В. Мусиец, А.И. Краюхин // Научные исследования и инновации. – 2021. – № 2. – С. 230–235.*

*18. Носуля, О.С. Педагогические условия формирования информационной культуры студентов химических направлений подготовки / О.С. Носуля // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2020. – Вып. 51. – С. 28–34.*

*19. Пакина, Т.А. Развитие функциональной грамотности и формирование понятия «функциональная грамотность» в России / Т.А. Пакина // Вестник педагогических наук. – 2022. – № 5. – С. 201–206.*

*20. Подласый, И.П. Педагогика : учеб. для бакалавров / И.П. Подласый. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2019. – 574 с.*

*21. Попов, А.А. Организационно-педагогические условия обеспечения преемственности общего и высшего образования / А.А. Попов, Т.А. Яндукова // Вестник Университета Российской академии образования. – 2020. – № 1. – С. 60–69.*

*22. Скафа, Е.И. Методика обучения математике : эвристический подход. Общая методика / Е.И. Скафа. – Издание второе. – Москва : ООО «Директ-Медиа», 2022. – 441 с.*

*23. Скафа, Е.И. Функциональная грамотность старшеклассников как основа их профессионального самоопределения к педагогической деятельности / Е.И. Скафа, И.А. Кудрейко, О.С. Киселёва // Управление образованием : теория и практика. – 2024. – Том 14. – № 1-2. – С. 115–120.*

*24. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования Российской Федерации [Электронный ресурс]: утвержден приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 286. – URL : https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/ (дата обращения: 11.06.2024). – Текст электронный.*

*25. Федякова, И.А. Психолого-педагогические условия формирования субъектных свойств личности младшего школьника / И.А. Федякова. – Текст электронный // Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». – 2007. – URL: http://festival.1september.ru (дата обращения 08.07.2024).*

*26. Хазова, С.А. Педагогические условия подготовки курсантов к профессионально-*

*ориентированной научно-исследовательской деятельности / С.А. Хазова, В.А. Михайлюк, Н.Н. Трунов // Вестник АГУ. – 2020. – Вып. 3(263). – С. 141–147.*

*27. Хакимова, М.Ф. Организационно-педагогические условия подготовки педагогических кадров в условиях цифровизации образования / М. Ф. Хакимова // Наука и образование сегодня. – 2022. – № 2 (71). – С. 70–72.*

*28. Хуторской, А.В. Метапредметное содержание и результаты образования: как реализовать федеральные государственные образовательные стандарты / А.В. Хуторской. – Текст : электронный // Эйдос. – 2012. – № 1. – URL : http://www.eidos.ru/journal/2012/0229-10.htm/ (дата обращения: 18.07.2024).*

*29. Шалин, М.И. Организационно-педагогические условия развития конкурентоспособности личности старшеклассника / М.И. Шалин // Теория и практика образования в современном мире : Материалы III Международной научной конференции, Санкт-Петербург, 20–23 мая 2013 года. – Санкт-Петербург: Реноме, 2013. – С. 47–49.*

## ORGANIZATIONAL AND PEDAGOGICAL CONDITIONS FORMATION OF THE LYCEUM STUDENTS' META-SUBJECT LEARNING OUTCOMES IN THE SYSTEM «LYCEUM – CLASSICAL UNIVERSITY»

***Kiselyova Olga,***
*Headmaster of Multidisciplinary Lyceum*
*Donetsk State University,*
*Donetsk, Russian Federation*

***Abstract.*** *The publication touches upon the topic of formation of meta-subject learning outcomes of high school students which is possible under certain organizational and pedagogical conditions. On the example of experience of multidisciplinary lyceum-boarding school of Donetsk State University the organizational and pedagogical conditions of formation of meta-subject learning outcomes of lyceum students are described. The influence of our chosen organizational and pedagogical conditions on the formation of meta-subject competencies and digital skills of high school students, including the development of their functional literacy, as well as on the conscious choice of future professional self-determination is substantiated.*

***Keywords****: multidisciplinary lyceum, meta-subject results, organizational and pedagogical conditions, unified scientific and educational environment, innovative teaching technologies, functional literacy, professional self-determination.*

***For citation:*** Kiselyova O. (2024). Organizational and pedagogical conditions formation of the lyceum students' meta-subject learning outcomes in the system «Lyceum – classical university». Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 3(63), pp. 7–16. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-7-16.

***Статья представлена профессором Е.И. Скафой***
***Поступила в редакцию 20.07.2024***

## СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

УДК 378.02:004-051
DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-17-24

# ДИДАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОДГОТОВКИ ПРОГРАММИСТОВ ВЫСШЕЙ КВАЛИФИКАЦИИ

**Воронов Михаил Владимирович,**
*доктор технических наук, профессор,*
*e-mail: mivoronov@yandex.ru*
*ФГБОУ ВО «Московский государственный психолого-педагогический университет»,*
*г. Москва, РФ*

***Аннотация.*** *Обсуждается проблематика формирования у выпускников современных вузов способности к оперативной адаптации к возможным изменениям условий их трудовой деятельности. Анализируются работы, посвященные разрешению противоречия между требованиями фундаментальной и профессиональной составляющих подготовки выпускников вузов. Фиксируется императив: освоение фундаментальных знаний должно занимать в образовательном процессе современного университета приоритетные позиции. Рассматриваются проблемы совершенствования учебных планов. Подчеркивается необходимость усиления содержательной связи между изучаемыми учебными курсами. Обосновывается целесообразность введение в учебные планы дисциплин, ориентированных на интегрирование полученных общеобразовательных и предметно-ориентированных знаний. Описан опыт чтения ряда учебных курсов, обладающих такими свойствами. Представлены предложения по практическому воплощению в жизнь требования интеграции учебного процесса на примере университетской подготовки программистов высшей квалификации.*

***Ключевые слова:*** *образование, интегрирование знаний, учебный план, фундаментальность, системность, программирование.*

***Для цитирования:*** Воронов, М.В. Дидактические аспекты подготовки программистов высшей квалификации / М.В. Воронов // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 17–24. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-17-24.

**Постановка проблемы.** Доминирующим (и вполне объяснимым) требованием собственно работодателей к вузам была и остается подготовка выпускников, способных на должном уровне решать профессиональные задачи, причем, как говорится, «здесь и сейчас». Традиционно сфера высшего профессионального образования откликается на это адаптацией учебного процесса в направлении подготовки специалистов, способных, подбирая методы из освоенного инструментария, решать производственные вопросы. Предполагается, что по мере накопления опыта и освоения новых знаний некоторые из них станут способными успешно решать все более сложные задачи и из все более широкого круга вопросов. Для функционирования больших производств и организаций с устоявшимися технологиями такая политика в целом была оправдана.

По мере ускорения темпа изменений условий жизни общества растут и требования к способности выпускников оперативно адаптироваться к новым условиям своей трудовой деятельности, причем количество востребованных выпускников, способных решать задачи, требующие владения все более широким спектром знаний и умений, постоянно увеличивается. При этом желание работодателей получать работников вполне готовых после студенческой скамьи к самостоятельной работе и способных решать вопросы в широком спектре меняющихся условий остается. Иначе говоря, это противоречие не только сохраняется, но и обостряется, а посему актуализируется потребность его разрешения.

**Анализ актуальных исследований.** В рамках поиска путей снижения уровня выявленного противоречия происходит бурная полемика о том, на какой методологической базе формировать программы высшего образования. В настоящее время можно констатировать, что наибольшую поддержку имеет следующая установка: строить учебный процесс на идеях фундаментальности [2; 3; 9; 13; 15; 24; 25]. Аргументы сводятся, в конце концов, к тому, что существенные изменения требований к выпускникам традиционных специальностей и появляющихся новых направлений подготовки могут быть удовлетворены только при условии фундаментальности образования, правда, при этом непременно уточняется: с адекватным конкретной ситуации сочетанием добротной профессиональной подготовки [19]. Государство заинтересовано в том, чтобы получивший высшее образование человек в наши дни мог уверенно себя чувствовать на протяжении многих последующих лет. Разделяя эту позицию, остановимся на дидактических аспектах подготовки программистов в вузе университетского типа.

Фундаментальность образования (в отличие от понятия фундаментальной науки) – понятие весьма неопределенное, что подтверждает неоднозначность его трактовки различными авторами на протяжении уже многих лет [10; 16; 18; 20; 22; 23].

В общефилософском аспекте под фундаментализацией обучения понимают концептуальное изучение законов мира с целью выработки базовых смыслов бытия. В практическом же плане целесообразно следовать тезису: образование фундаментально, если человек обучен тому, что лежит в основе, в фундаменте его профессии. Эта позиция приводит к фиксации императива: освоение фундаментальных знаний должно занимать в образовательном процессе приоритетные позиции, причем так, чтобы формировать у обучаемого своеобразный стержень, обеспечивающий возможность эффективного накопления новых знаний и приобретения на их основе дополнительных умений и навыков. Важно отметить и следующий факт: получив действительно фундаментальное образование, индивидуум, как правило, приобретает способность в широком спектре новых ситуаций самостоятельно находить решение вновь поставленных ему задач, а также успешно заниматься самообразованием. Это весьма актуальное качество любого современного специалиста, но оно особенно важно для программистов высшей квалификации, поскольку фундаментальное образование способствует и формированию творческого мышления выпускника в целом, и развитию умений строить модели и алгоритмы как в изменившихся ситуация, так и в новых предметных областях, в частности.

Полученные фундаментальные знания сравнительно медленно изменяются и способность умело применять их в различных ситуациях, как правило, сохраняют свою значимость для работника на протяжении всей его трудовой деятельности. Это обстоятельство также важно учитывать в эпоху резкого увеличения числа подготовленных специалистов с высшим образованием с позиции оценки затрат государства на систему высшего образования.

При всем при этом, ссылаясь на бурно происходящие социально-экономические и информационно-технологические процессы и используя звучную риторику, ряд вузов форсирует переход на практико-ориентированные программы, что в условиях дефицита учебного времени по существу приводит к дефундаментализации образования. Так, нередки случаи, когда под лозунгом гуманизации сокращается естественно-научный блок программ за счет ввода, например, суррогатной дисциплины «Естествознание», представляющей собой некую солянку из разделов физики, химии и биологии [17]. Тем самым выхолащивается базовая идея современного образования – понимание единства мира и необходимость подхода к разрешению многочисленных проблем в сфере образования с системных позиций.

Большинство вузов сравнительно недавно перешло в статус университета, а это ко многому обязывает. Университет должен обеспечивать реализацию всеохватывающего действительно универсального обучения [1]. На практике этому требованию стремятся соответствовать на пути повышения уровня гуманитаризации технического образования и повышения роли естественно-научного знания при подготовке гуманитариев, а также введения междисциплинарных курсов, полагая, что при изучении последних иллюстрируется сближение, а в ряде случаев и органическая связь естественно-научных, гуманитарных и технических наук, тем самым обучаемым более ясной становится необходимость владения разноплановыми знаниями.

Вторым основным отличительным признаком университета является обязательная органическая связь реализуемого в нем учебного процесса с научными исследованиями. При этом в научных исследованиях в целом и профессионально-ориентированных научных исследованиях в первую очередь активное участие должны принимать и преподаватели, и студенты. Более того, без активной научной деятельности действительно фундаментальное образование попросту невозможно.

**Цель статьи.** Формально подготовка в современных университетах в значительной мере остается классической. Так большинство образовательных программ имеют: модуль «Гуманитарные, социальные и экономические основы профессиональной деятельности», модуль «Основы математики, информатики и физики», а также модуль профессиональных дисциплин. Новации, обусловленные необходимостью адаптации к происходящим в обществе изменениям, чаще всего, касаются уточнения вопроса о пропорциях, представленных в учебном плане общенаучных и специальных дисциплин. В частности, при подготовке программистов по ряду направлений на протяжении всего учебного периода читаются математические дисциплины, причем не только «традиционного пакета», но и такие дисциплины, как уравнения математической физики, функциональный анализ, теория функций комплексного переменного, методы вычислений, теория чисел, теория случайных процессов и др.

Структура построения учебного плана обычно представляет собой упорядоченную последовательность изучаемых отдельных учебных курсов. Несомненно, при этом прилагаются усилия, чтобы у обучаемых сложилось представление их содержательного единства. Между тем, в сознании большинства студентов этого не происходит, получаемые в ходе изучения этих курсов сведения фиксируются у них в виде отдельных обособленных порций знаний. Как следствие, при решении вопросов, требующих применения совокупности разноплановых знаний, этот факт обусловливает возникновение серьезных трудностей. В последнее время проявилась тенденция увеличения в учебном плане числа дисциплин. Понятно, что при увеличении количества изучаемых дисциплин, а это обычно сопровождается сокращением отводимого для изучения каждой дисциплины учебного времени, указанные трудности лишь возрастают [8]. Как отзывается на это современная педагогическая наука?

В современной образовательной среде в целом признается, что базовое высшее образование должно основываться на гипотезе единства нашего мира, и, как следствие, учебный процесс нужно основывать на этом теоретическом положении. Однако соответствующей методологии до сих пор, вообще говоря, не разработано. Более того «не выработано единого понимания таких понятий, как «междисциплинарность», «междисциплинарная интеграция», «междисциплинарный подход», «межпредметность» и др.» [21, с. 48].

Понимая необходимость решения вопросов действенной междисциплинарной интеграции учебного процесса, многие исследователи, рассматривая эту проблематику, основное внимание уделяют ее отдельным аспектам. Чаще всего речь идет лишь о междисциплинарной согласованности за счет активизации межпредметных связей [14]. Нам же представляется этого недостаточно, что весь образовательный процесс должен рассматриваться как единое целое, как система.

Целью данной статьи является изложение ряда предложений по практическому воплощению в жизнь стремления к интеграции учебного процесса на примере университетской подготовки выпускников по направлению 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»

**Изложение основного материала.** Одной из самых сильных сторон нашего высшего образования всегда была качественная фундаментальная подготовка выпускников, развивающая способность критически осмысливать окружающий мир и успешно обновлять свои знания. Как это должно поддерживаться и трансформироваться в наши дни?

Вначале отметим известные факты. Понятно, что в качестве необходимой составляющей фундаментального образования выступает трансляция в учебные курсы результатов достижений фундаментальных наук. При этом, как минимум, реализуется концептуальное изучение базовых законов окружающего нас мира. Здесь следует заметить, что «фундаментальные науки не имеют специальных практических целей, они дают наиболее общие знания и понятие законов, а также принципов строения и эволюции мира» [11, с. 13]. Однако прикладные исследования в решающей мере базируются на результатах фундаментальных исследований.

Содержательная связь между дисциплинами, изучаемыми в их логической последовательности – одно из основных требований дидактики высшего образования. На практике же учебные планы имеют две слабо связанные между собой группы учебных дисциплин. Первую составляют общеобразовательные дисциплины, и считается, что они обеспечивают фундаментальность подготовки, вторую – дисциплины, отвечающие за собственно профессиональную подготовку. Естественно, возникает необходимость их смысловой интегрированности. Как это осуществить, в целом оставаясь в рамках существующих учебных планов?

Остановимся на вузовской подготовке программистов. Опыт ряда лет свидетельствует, что роль интегратора значительной доли знаний, которыми должен овладеть такого рода специалист, может выполнять дисциплина «Теория систем и системный анализ» (ТСиСА). В последние годы ее часто включают в действующие учебные планы. Однако в процессе подготовки математиков-программистов она имеет ряд особенностей, наиболее актуальных для такого рода специалистов. Наиболее существенные из них следующие.

Как правило, программист (группа программистов), получая очередное задание на разработку программного продукта, сталкивается с необходимостью разрешения так называемых слабоструктурированных проблем (когда состав элементов рассматриваемого объекта и связей между ними известны только частично и используются качественные характеристики, что затрудняет разработку модели в достаточной мере адекватной объекту моделирования). На сегодняшний день для их разрешения наиболее целесообразным представляется использование системного анализа [12]. Кстати, владение соответствующим инструментарием, как и идеями теории систем в целом, весьма полезно для любого современного выпускника вуза.

Дело в том, что в рамках этого курса возможно реализовывать функция интеграции наиболее важных компонентов знаний, умений и навыков будущего специалиста данного профиля. Речь идет о разработке математических моделей и алгоритмов решения поставленных задач, которые все чаще оказываются слабоструктурированными.

О роли математического моделирования издано огромное количество публикаций, где, в том числе, показано, что математическое моделирование способствует формированию интегративных форм и методов обучения. Значительно скромнее выглядит список трудов, посвященных методике освоения умений разработки математических моделей, особенно, если задача сформулирована в вербальной форме и затрагивает целый ряд разделов знаний. Заметим, такая дидактическая единица, как «математическое моделирование» отсутствует во многих образовательных программах вузов [7].

Да, построение математической модели в значительной мере творческий процесс, но он в существенной мере базируется на знаниях и математики и рассматриваемой предметной области, а, посему, относится к весьма сложным для освоения умениям находить нужные кванты знаний и строить из них нужную логику рассуждений. Для современного же программиста способность построить модель, согласно которой будет функционировать его будущий программно-технический комплекс, едва ли не самая важная из оставляющих его профессиональных умений.

К сожалению, развитие способности строить математические модели, отображающие задачи, достаточно близкие к встречающимся в практической работе, наталкивается на крайне низкий уровень общей подготовленности многих абитуриентов к обучению в вузе. Особенно ярко это проявляется при попытках найти ответы на вопросы, связанные с интерпретацией поставленных в вербальной форме задач и неспособностью адекватного представления их в формальном виде. Ситуации осложняются и недостаточным уровнем эффективности обратной связи между преподавателем и обучающимся, а также выхолощенностью предлагаемых к решению на практических занятиях задач [6, с. 18]. В этой связи существенную часть выделенного на ТСиСА учебного времени целесообразно посвящать практическим занятиям по построению моделей для задач, заданных в тестовом формате и содержательно посвященных различным проблемным ситуациям.

Важной составляющей успешного освоения данного курса, как интегратора, является специализированная семестровая работа, в ходе выполнения которой каждый студент выбирает предметную область, формулирует, относящуюся к классу слабоструктурированных задачу, осуществляет полную процедуру системного анализа и формирует математическую модель. Принципиально важным моментом является то, что выполнение этой работы активно реализуется в течение всего периода изучения ТСиСА, причем с регулярным анализом полученных промежуточных результатов [5]. Последнее обстоятельство весьма важно, поскольку текущие результаты обсуждаются публично на семинарах, которые могут приводиться и в режиме «онлайн» в рамках часов, отводимых на самостоятельную подготовку. По существу, реализуется режим перманентных практических занятий, синхронизируемых с изучением соответствующих теоретических знаний.

Значительная часть разрабатываемых программистами приложений относится к сфере управления, как техническими, так и организационными объектами. В этой связи в подготовку программистов включена двухсеместровая дисциплина «Теория управления». В плане интеграции компонентов получаемых знаний и осваиваемых умений она является как бы продолжением курса ТСиСА, поскольку в значительной мере, опираясь на умение строить адекватные математические модели и знания изученных разделов математики, направлена на разработку алгоритмов обеспечения поддержки деятельности органов управления на всех этапах цикла управления. В ходе изучения этой дисциплины каждый студент также выполняет семестровую индивидуальную работу, посвященную разработке проекта программно-технического комплекса информационной поддержки деятельности конкретной организации. Тем самым студент вынужден активно использовать арсенал полученных знаний, а потребность обеспечивать поддержку всех этапов цикла управления вынуждает его синхронизировать свои усилия с последовательностью изучаемых тем данной учебной дисциплины.

Важную интегрирующую функцию выполняет и участие студентов в работе специализированного (профессионально ориентированного) функционирующего в режиме факультатива студенческого конструкторского бюро. Цель его организации заключается в создании практико-ориентированной среды, в значительной степени адекватной той, которая ожидает будущих выпускников. Дело в том, что разработку крупных программных комплексов обычно осуществляет коллектив специалистов, подразделения которого ориентированы на разработку различных подсистем (построению баз данных, разработку сайтов, созданию средств решения расчетных задач, формирование подсистем безопасности и др.). Поскольку студенты могут участвовать в разработке различных подсистем, каждому из них предоставляется возможность попробовать себя в различных ролях. Кроме того, студенты могут получать дополнительные навыки работы в едином творческом коллективе, разрабатывающем конкретный достаточно сложный программный комплекс. Тем самым будущие программисты и на теоретическом и на практическом уровне знакомятся практически со всем спектром ситуаций, в которых могут они оказаться в процессе своей профессиональной деятельности, и убедиться в необходимости получения знаний и умений, получаемых в результате освоения всех курсов их учебного плана [4]. Практика свидетельствует, что значительная часть студентов активно и инициативно участвует в работе студенческого конструкторского бюро.

**Выводы.** Фундаментальность образования обеспечивается в результате синтеза получаемых фундаментальных и прикладных знаний при реализации учебного процесса как системы, имеющей целью подготовку специалистов, способных адаптироваться к решению профессиональных задач в широком диапазоне производственных ситуаций.

Организационно достижение этих целей целесообразно обеспечивать на традиционных принципах деятельности классических университетов. При этом методология построения учебных планов должна базироваться на системном подходе. В структуру учебных планов необходимо введение ряда учебных дисциплин, главным предназначением которых является обеспечение действенной интеграции получаемых общетеоретических и предметно-ориентированных знаний, на основе которой базируются профессиональные умения выпускников.

*1. Анищенко, В.С. О предназначении и особенностях университетской системы образования / В.С. Анищенко // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. − 2015. − Т. 15. − Вып. 1. − С. 74–81.*

*2. Бондин, В.И. Актуальные аспекты гуманизации современного образования / В.И. Бондин, М.В. Марченко // Интернет журнал «Мир науки». − 2017. − Т.5. − № 4. – URL:http://mir-nauki.com/PDF/14PDMN417.pdf (дата обращения: 25.07.2024). – Текст : электронный.*

*3. Володарская, И.А. Взаимосвязь фундаментальных и специальных знаний при подготовке студентов в современной высшей школе / И.А. Володарская // Российский научный журнал. − 2010. − № (14). − С. 48–56.*

*4. Воронов, М.В. К вопросу повышения уровня практической подготовки в техническом вузе / М.В. Воронов // Проблемы современного образования в техническом вузе : материалы VIII Междун. науч.-метод. конф. Гомель, 19–20 окт. 2023 г. – Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого, 2023. − С. 83–85.*

*5. Воронов, М.В. Особенности вузовской подготовки программистов / М.В. Воронов // Педагогика информатики. − 2023. − №1-2. − С. 81–93.*

*6. Воронов, М.В. Методические аспекты формализации описания задач / М.В. Воронов // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. − 2023. − № 10. − С. 17–22.*

*7. Гриншкун, В.В. Особенности фундаментализации образования на современном этапе его развития / В.В. Гриншкун, И.В. Левченко // Вестник РУДН, серия Информатизация образования. − 2011. − № 1. − С. 5–11.*

*8. Зыкина, А.В. Подходы к моделированию процесса формирования учебного плана / А.В. Зыкина, В.В. Мунько // Математические структуры и моделирование. − 2021. − № 4(60). − С. 81–93.*

*9. Евсеева, Е.Г. Педагогика высшей школы: математическое образование: учебное пособие / Е.Г. Евсеева. – Донецк :− ДонНУ. – 2017. – 260 с.*

*10. Ерохин, С.А. Актуальные вопросы гуманизации системы высшего образования в России / С.А. Ерохин // Современные научные исследования и инновации. − 2016. − № 2. – URL: https://web.snauka.ru/issues/2016/02/64698 (дата обращения: 25.07.2024). – Текст: электронный.*

*11. Касьян, А.А. Принцип фундаментальности высшего образования / А.А. Касьян. − Нижегородское образование. − 2013. −№2. − С. 11-19.*

*12. Кузнецов, В.В. Системный анализ: учебник и практикум для вузов / В.В. Кузнецов, А.Ю. Шатраков ; под общей редакцией В.В. Кузнецова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт. − 2024. – 333 с.*

*13. Куликова, О.В. Проектирование учебного процесса на основе математического моделирования качества освоения дидактических единиц / О.В. Куликова, Н.П. Чуев // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 8-7. – С. 1658-1662.*

*14. Крель, Н.А. Межпредметные связи как дидактическая основа для формирования междисциплинарного практикума / Н.А. Крель. – URL : https://superinf.ru/view_helpstud.php?id=4033 (дата обращения: 11.07.2024). – Текст: электронный.*

*15. Поломошнов, А.Ф. Что происходит с российским образованием / А.Ф. Поломошнов // Народное образование. − 2017.− № 1-2.− С. 53-66.*

*16. Ротанева, Н.Ю. Профессионально-ориентированная математическая подготовка будущих специалистов сферы информационных систем и технологий / Н.Ю. Ротанева, В.С. Прач // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 1(61). – С. 25–33. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-61-25-33.*

*17. Садовников, Н.В. О фундаментализации образования / Н.В. Садовников // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Общественные науки. – 2007. − № 2. − С. 63-69.*

*18. Тамошкина, Е.В. Исследование проблем фундаментальности высшего образования / Е.В. Тамошкина, Е.М. Шнейдер // Современные проблемы науки и образования. – 2017. – № 5. – URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=27015 (дата обращения: 25.07.2024). – Текст: электронный.*

*19. Фундаментальность и практико-ориентированность: как университетам найти «сложный баланс»? (На запрос министра отвечают ректоры). – URL : https://akvobr.ru/new/publications/541 (дата* *обращения: 11.07.2024). – Текст: электронный.*

*20. Фундаментальность имеет границы, и университеты могут её корректировать – URL : https://skillbox.ru/media/education/fundamentalnost-imeet-granitsy-i-universitety-mogut-eye-korrektirovat/ (дата обращения: 09.07.2024). – Текст : электронный.*

*21. Шестакова, Л.А. Теоретические основания междисциплинарной интеграции в образовательном процессе вузов / Л.А. Шестакова // Вестник Московского университета имени С.Ю. Витте. Серия 3: Педагогика. Психология. Образовательные ресурсы и технологии. − 2013. −№1(2). − С. 47–52.*

*22. Шихов, Ю.А. О Возможных направлениях фундаментализации высшего технического образования / Ю.А. Шихов, О.Ф. Шихова // Евразийский Союз Ученых (ЕСУ). – 2015. − № 7 (16). − С. 154–156.*

*23. Эскиндаров, М.А. О фундаментальности фундаментально (Размышления об идейной основе отечественного вузовского образования) / М.А. Эскиндаров, Я.А. Пляйс. – URL : https://rg.ru/2024/04/15/o-fundamentalnosti-fundamentalno.html (дата обращения: 08.07.2024). – Текст: электронный.*

*24. Kelley, T.R. A conceptual framework for integrated STEM education / T.R. Kelley, J.G. Knowles // International Journal of STEM Education. − 2016.− Vol.3. − No.11. − DOI: https://doi.org/10.1186/s40594- 016-0046-z].*

*25. Türk, N. New Trends in Higher Education in the Globalizing World: STEM in Teacher Education / N. Türk, N. Kalayc, H. Yamak // Universal Journal of Educational Research. − 2018. − Vol. 6. − No. 6.*

## DIDACTIC ASPECTS OF PREPARATION HIGHLY QUALIFIED PROGRAMMERS

**Voronov Mikhail,**
*Doctor of Technical Sciences, Professor*
*Moscow State Psychological and Pedagogical University,*
*Moscow, Russian Federation*

***Abstract.*** *The problems of forming the ability of graduates of modern universities to adapt quickly to possible changes in their working conditions are discussed. The works devoted to resolving the contradiction between the requirements of the fundamental and professional components of the training of university graduates are analyzed. The imperative is fixed: the development of fundamental knowledge should occupy priority positions in the educational process of a modern university. The problems of improving curricula are considered. The need to strengthen the meaningful connection between the studied training courses is emphasized. The expediency of introducing disciplines into the curricula aimed at integrating the acquired general education and subject-oriented knowledge is substantiated. The experience of reading a number of training courses with such properties is described. The proposals for the practical implementation of the requirement of integration of the educational process are presented on the example of university training of highly qualified programmers.*

***Keywords****: education, integration of knowledge, curriculum, fundamentals, consistency, programming.*

***For citation:*** Voronov M. (2024). Didactic aspects of preparation highly qualified programmers. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 3(63), pp. 17-24. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-17-24.

***Статья поступила в редакцию 18.07.2024***

УДК [378.016:519.12]:004.358
DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-25-33

# ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ВУЗЕ

**Куликова Ольга Валентиновна,**
*кандидат педагогических наук, доцент,*
*e-mail: kulikova@usurt.ru*
**Куликова Ирина Валерьевна,**
*старший преподаватель,*
*e-mail: ivkulikova@usurt.ru*
*ФГБОУ ВО «Уральский государственный университет путей сообщения»,*
*г. Екатеринбург, РФ*

***Аннотация.*** *В работе представлены методические рекомендации по проведению демонстрационных экспериментов с использованием имитационного моделирования на начальном этапе формирования понятий теории вероятностей в вузе. Предложена модель имитации наступления случайного события псевдослучайным числом с равномерным законом распределения в интервале от нуля до единицы, которое создается генератором случайных чисел специальными функциями в электронных таблицах или в системах компьютерной математики. Содержание модели имитации случайного события включает подробное вербальное описание и образное представление в виде структурно-логической схемы, что создает благоприятные условия для ее понимания. Авторами выделены такие этапы в раскрытии содержания понятия «имитация наступления случайного события» как восприятие модели имитации наступления случайного события, наблюдение генерации псевдослучайных чисел, программирование циклических алгоритмов генерации псевдослучайных чисел.*

***Ключевые слова:*** *имитационное моделирование, вероятность случайного события, относительная частота случайного события, демонстрационный эксперимент, системы компьютерной математики*

***Для цитирования:*** Куликова, О.В. Имитационное моделирование случайных событий в преподавании теории вероятностей в ВУЗе / О.В. Куликова, И.В. Куликова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 25–33. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-25-33.

**Постановка проблемы.** Формирование понятий теории вероятностей у студентов вуза выступает важным компонентом математической подготовки образовательной программы будущего специалиста или бакалавра. Сложное восприятие вероятностных закономерностей во многом затрудняет понимание студентами существенных взаимосвязей случайных явлений и процессов. Содержание учебного материала вузовского курса теории вероятности расширяет систему знаний и умений студентов, сформированную в школьном курсе математики, и включает не только изложение теорем и формул, но и применение их для решения стандартных задач. Современные возможности информационных и мультимедийных технологий позволяют включить имитационное моделирование как инструмент познания в проведение демонстрационного и лабораторного эксперимента по наблюдению и исследованию случайных событий.

**Анализ актуальных исследований.** Использование в учебном процессе имитационного моделирования привлекает внимание преподавателей различных дисциплин по нескольким направлениям. Введение в процесс решения практико-ориентированных задач по математике специализированных программ, имитирующих реальные чрезвычайные ситуации в сфере пожарной и техносферной безопасности, нештатные ситуации в управлении воздушным движением рассматриваются в работах [8; 9]. Применение в системе моделирования *AnyLogic* различных имитационных моделей при выполнении лабораторных и курсовых работ, дипломного проектирования представлено в работах [4; 15].

Включение компьютерных симуляторов и математических пакетов в виртуальные лабораторные работы на аудиторных и выездных занятиях в вузовском курсе математики для студентов технических специальностей рассмотрено в работах [18-20]. Проектирование методического и дидактического обеспечения по выполнению студентами заданий с элементами имитационного моделирования требует понимания функционирования многоаспектной электронной образовательной среды [2], информационных и цифровых технологий [1], различных видов моделирования [24].

**Цель статьи:** *разработка методического обеспечения по применению имитационного моделирования случайных событий при изучении студентами вузовского курса теории вероятностей.*

**Изложение основного материала.** Формирование представления об имитационном моделировании как процессе создания модели реальной системы и постановки компьютерного эксперимента на этой модели для изучения и прогнозирования ее поведения в целях улучшения характеристик рассматриваемой системы [21] можно включить в вузовский курс математики при изучении дифференциальных уравнений и теории вероятностей. Математическая модель детерминированных взаимосвязей в виде дифференциальных уравнений используется для описания различных колебательных процессов [4]. Программное обеспечение компьютеров позволяет использовать специальные модули для написания программы по визуализации, например, сжатия и растяжения пружины с последующим построением различных графиков, необходимых для исследования параметров дифференциальных уравнений.

Применение имитационных моделей в преподавании теории вероятностей может начинаться на первом лекционном занятии. Понятие случайного события рассматривается как всякий факт, который может произойти или не произойти в результате опыта или испытания [22].

В школьном курсе информатики происходит знакомство старшеклассников с понятием случайных чисел, как числовой последовательности, в которой невозможно предсказать следующее число, даже зная все предыдущие [16]. В программное обеспечение современных компьютеров, ноутбуков, смартфонов встраиваются специальные функции, которые называются генераторами случайных чисел и воспроизводят псевдослучайные числа с различными законами распределений. Свойства псевдослучайных чисел во многом совпадают со свойствами случайных чисел, поэтому они широко используются в имитационном моделировании. Можно предложить студентам выявить аналогии между понятиями случайное событие и случайное число для замещения одного из них другим.

Модель имитации псевдослучайным числом наступления случайного события – это некий конструкт, содержание которого необходимо раскрыть при формировании понятия вероятности события для его возможного использования в имитационном моделировании. Построение в сознании студентов взаимосвязей какой-либо модели, адекватно отражающей объективную реальность, – это сложный педагогический процесс, требующий ее вербального и образного представления [23]. Раскрытие содержания понятия «имитация наступления случайного события» осуществляется после введения преподавателем классического и статистического определений вероятности события [13] и может включать три этапа – восприятие модели имитации наступления случайного события, наблюдение генерации псевдослучайных чисел, программирование циклических алгоритмов генерации псевдослучайных чисел.

*Восприятие модели имитации наступления случайного события.* Вербальное описание модели содержит информацию об источнике псевдослучайных чисел и условиях имитации. Наступление случайного события $A$ имитируется генератором случайного числа $\xi$ с равномерным законом распределения в интервале от 0 до 1. Если случайное число $\xi$ меньше или равно вероятности $P(A)$ случайного события $A$, то это означает, что оно наступило. Если случайное число $\xi$ больше вероятности $P(A)$ случайного события $A$, то это означает, что случайное событие не наступило. Образное представление модели имитации наступления случайного события выступает в виде структурно-логической схемы, которая отражает взаимосвязи псевдослучайного числа и вероятности события (рис. 1).

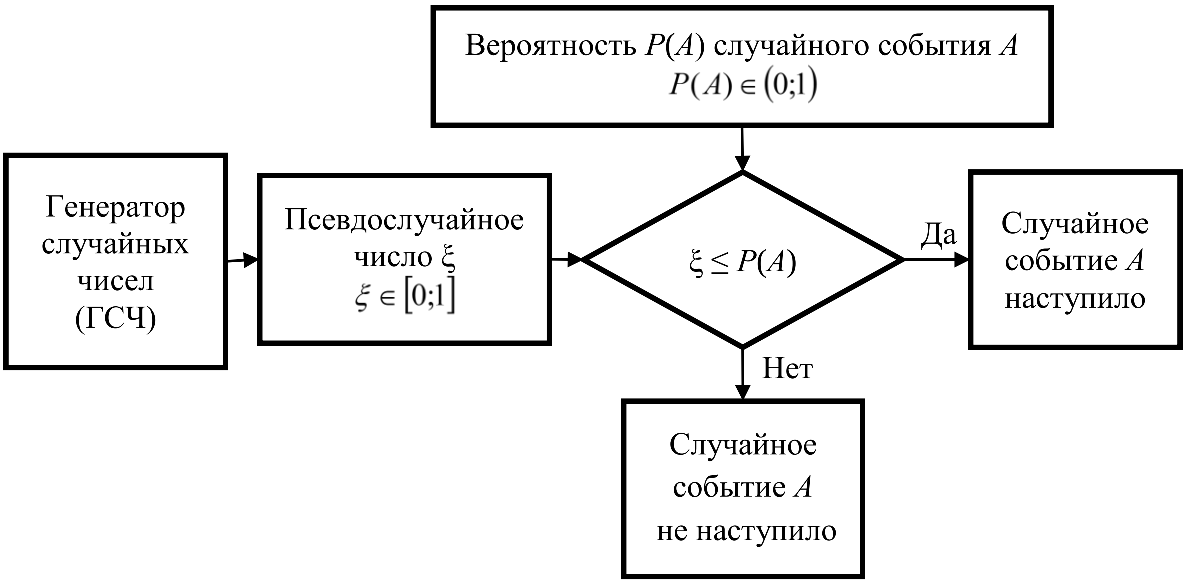
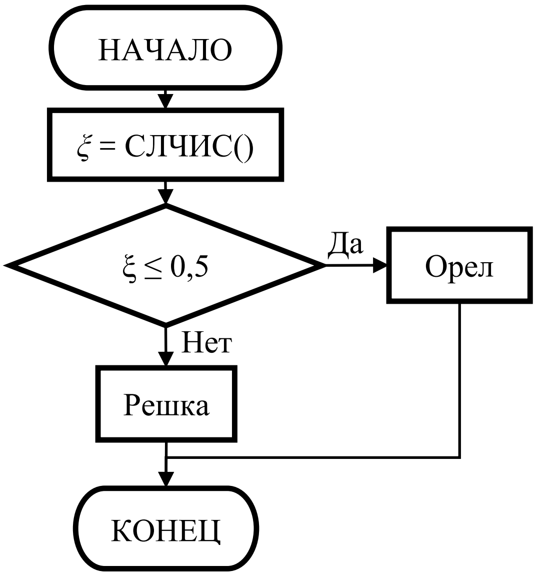



*Рисунок 1 – Модель имитации наступления случайного события*

*Наблюдение генерации псевдослучайных чисел.* Изучение теории вероятностей, как правило, начинается с рассказа преподавателя о таких случайных событиях как выпадение «орла» или «решки» при подбрасывании монеты, выпадении очков от одного до шести при бросании игральной кости, извлечение белого или черного шара из урны, в которую предварительно были помещены белые и черные шары. Можно дополнить представленную информацию иллюстрацией имитации выпадения «орла» или «решки», которая осуществляется с использованием электронных таблиц *MS Excel* [3]. Они имеют в своей библиотеке математическую функцию, генерирующую случайное число (СЛЧИС), и логическую функцию импликации (ЕСЛИ), проверяющую условие на истину и ложь. Предложенную имитацию можно рассматривать как алгоритм с ветвлением и представить его в виде блок-схемы (рис. 2), учитывая, что различные виды алгоритмов известны студентам из школьного и вузовского курсов информатики [14; 16].




Режим формул в *MS Excel*

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | =СЛЧИС() | =ЕСЛИ(A1<=0,5;"орел";"решка") |
| 2 | =СЛЧИС() | =ЕСЛИ(A2<=0,5;"орел";"решка") |
| 3 | =СЛЧИС() | =ЕСЛИ(A3<=0,5;"орел";"решка") |
| 4 | =СЛЧИС() | =ЕСЛИ(A4<=0,5;"орел";"решка") |
| 5 | =СЛЧИС() | =ЕСЛИ(A5<=0,5;"орел";"решка") |

Результат вычислений в *MS Excel*

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | 0,26400 | орел |
| 2 | 0,33580 | орел |
| 3 | 0,56711 | решка |
| 4 | 0,84535 | решка |
| 5 | 0,85977 | решка |

*Рисунок 2 – Блок-схема имитации выпадения «орла» при подбрасывании монеты*

Современные системы электронного обучения позволяют вывести на общий экран в мультимедийной аудитории или в виртуальном классе информацию с рабочего стола ноутбука или компьютера преподавателя. Лектор в режиме реального времени может войти в электронные таблицы *MS Excel* и ввести, например, в пять ячеек (*A*1: *A*5) функцию СЛЧИС (рис. 2). Студенты наблюдают появление различных чисел от 0 до 1 в каждой из этих ячеек. В соседних ячейках (*B*1:*B*5) размещается логическая функция ЕСЛИ и в процессе обсуждения в соответствующие разделы ее диалогового окна записывается информация о ее аргументах (условие появления «орла» или «решки»), а студенты при этом наблюдают появление слов «орел» или «решка» в ячейках *B*1:*B*5 (рис. 2).

*Программирование циклических алгоритмов генерации псевдослучайных чисел.* Имитировать многократно повторяющиеся подбрасывания монеты или игральной кости в электронных таблицах *MS Excel* достаточно затруднительно, так как отсутствует возможность организации циклического алгоритма. Современные системы компьютерной математики [10] имеют различные инструменты для программирования и большую библиотеку встроенных функций, поэтому целесообразно использовать их в имитационном моделировании. При многократном проведении опытов или испытаний важно получить информацию о количестве наступлений исследуемого события. Автоматизацию подсчета выпадения «орла» в многократном подбрасывании монеты можно осуществить с помощью циклического алгоритма со счетчиком (рис. 3).

Если обучение математике проводится для студентов технических специальностей и направлений подготовки, не связанных с информационными технологиями, то представляется целесообразным познакомить их с прикладной программой *Mathcad* [5]. Эта система

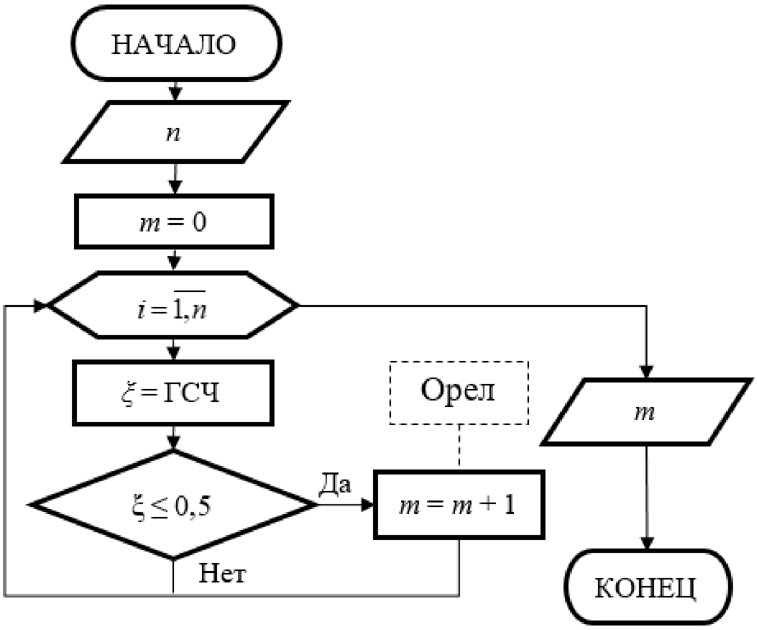



*Рисунок 3 – Блок-схема имитации многократного выпадения «орла»*

компьютерной математики предназначена для выполнения инженерных и научных расчетов, поэтому знакомство студентов с ее возможностями пригодится им для выполнения вычислений не только в курсовых работах по специальным дисциплинам, но и при написании дипломного проекта. Визуально-ориентированный язык программирования в системе *Mathcad* наглядно отражает этапы вычислений и не затрудняет восприятие студентами содержания программы.

Быстродействие современных компьютеров позволяет во много раз ускорить имитационное моделирование опытов Бюффона и Пирсона [13]. В режиме реального времени преподаватель с помощью мультимедийных технологий выводит на общий экран вход в систему *Mathcad* и открывает на рабочем столе файл с заранее подготовленной программой подсчета выпадения «орла» в многократных опытах (рис. 4).

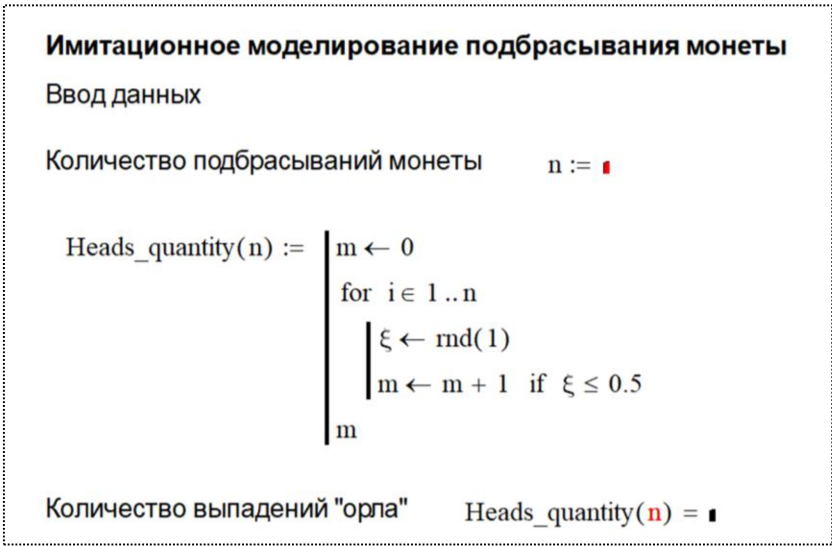



*Рисунок 4 – Программа подсчета выпадения «орла» в многократных опытах в системе Mathcad*

Содержание представленной программы (рис. 4) отражает информацию о том, что имитация подбрасывания монеты в системе *Mathcad* осуществляется с помощью функции *rnd*(1), которая выступает генератором псевдослучайных чисел с равномерным законом распределения.

Организация цикла со счетчиком имитирует многократное подбрасывание монеты. Если преподаватель вводит в программу значение $n$, равное количеству подбрасываний монеты в опытах Бюффона и Пирсона, то в результате ее работы можно наблюдать появление значения $m$, равного количеству выпадений «орла», а затем зафиксировать полученные результаты в протоколе наблюдений (табл. 1).

*Таблица 1 – Протокол наблюдений*

| Опыт | Результаты опыта | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | натурный | | | имитационный | | | $\lvert w - w' \rvert$ |
| | $n$ | $m$ | $w = \dfrac{m}{n}$ | $n'$ | $m'$ | $w' = \dfrac{m'}{n'}$ | |
| Бюффон | 4040 | 2048 | 0,507 | 4040 | 1995 | 0,494 | 0,013 |
| Пирсон | 23000 | 11512 | 0,501 | 23000 | 11475 | 0,499 | 0,002 |

Сравнительный анализ результатов опытов по подбрасыванию монеты (табл. 1) демонстрирует студентам, что статистические вероятности или относительные частоты $w$ и $w'$ в натурном и имитационном эксперименте незначительно отличаются друг от друга, а модуль их отклонения уменьшается при увеличении количества испытаний.

Желательно обратить внимание студентов на то, что относительные частоты $w$ и $w'$ несущественно отличаются от вероятности выпадения «орла» при подбрасывании монеты, которая равна 0,5. Можно предложить студентам провести самостоятельно имитационное моделирование подбрасывания монеты, зафиксировать полученные результаты и сравнить их не только с результатами опытов Бюффона и Пирсона, но и полученными на лекции в ходе демонстрационного эксперимента.

Иллюстрация на лекционных занятиях содержания формулы полной вероятности, формулы Байеса, формулы Бернулли также может сопровождаться демонстрационным экспериментом с использованием имитационного моделирования серий испытаний [11; 12; 17].

Преподаватель представляет студентам блок-схему алгоритма имитации наступления составного случайного события и обсуждает с ними его отображение в программе вычислений, созданной в системе *Mathcad*.

Программы, которые использовались для имитационного моделирования на лекциях, можно использовать в учебных занятиях для выполнения лабораторно-практических заданий. Запись составленного преподавателем циклического алгоритма со счетчиком в системе *Mathcad* доступно для восприятия студентами даже со средней математической подготовкой. Можно провести вычислительный эксперимент для различных значений повторения опыта и построить графики различных зависимостей.

Успешность выполнения студентами учебного исследования с использованием имитационного моделирования повторяющихся опытов в системе *Mathcad* обеспечивается разработанной преподавателем подробной инструкцией проведения вычислительного эксперимента и составленной технологической картой, которая выступает ориентировочной основой учебной деятельности третьего типа [4]. Она содержит запись постановки задачи, программы вычислений, форму таблицы для фиксации и анализа результатов имитационного эксперимента.

Студенты при выполнении лабораторно-практических заданий знакомятся с содержанием задачи, записывают листинг программы в системе *Mathcad*, вводят различные значения количества повторений опыта, записывают полученные результаты в таблицу, проводят их анализ, а в заключительной части работы ими формулируется вывод о вероятностных закономерностях.

**Выводы.** Применение имитационного моделирования в процессе изучения теории вероятностей создает благоприятные условия для развития у студентов когнитивных компетенций, которые отображают готовность выпускника к принятию эффективных решений в различных производственных ситуациях, опираясь на полученные в вузе знания и умения [7]. Знакомство с возможностями имитационного моделирования при изучении теории вероятностей вызывает интерес у студентов и позволяет им активно включиться в познавательную и исследовательскую деятельность.

*1. Абраменкова, Ю.В. Формирование цифровой грамотности обучающихся посредством использования современных электронных ресурсов / Ю.В. Абраменкова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – № 2(62). – С. 59–65. – DOI 10.24412/2079-9152-2024-62-59-65.*

*2. Бадак, Б.А. Об особенностях компьютерно-педагогического сопровождения в практико-ориентированной математической подготовке студентов технического университета / Б.А. Бадак, Н.В. Бровка // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – № 4(60). – С. 37–47. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-60-37-47.*

*3. Бильфельд, Н.В. Методы MS Excel для решения инженерных задач : учебное пособие / Н.В. Бильфельд, М.Н. Фелькер. – Санкт-Петербург : Лань, 2020. – 164 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/136174 (дата обращения: 25.08.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.*

*4. Веремчук, Н.С. Имитационное моделирование в межпредметной интеграции учебных дисциплин / Н.С. Веремчук // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. – 2023. – Т. 12, № 2. – С. 11–17. – DOI 10.24412/2225-8264-2023-2-11-17.*

*5. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 224 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/327599 (дата обращения: 27.08.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.*

*6. Гальперин, П.Я. Лекции по психологии: Учебное пособие для студентов вузов / П.Я. Гальперин. – 2-е изд. – Москва : КДУ, 2005. – 400 с.*

*7. Гейн, А.Г. Когнитивные компетенции в инновационных моделях математических курсов : монография / А.Г. Гейн, В.П. Некрасов. – Екатеринбург : Уральский федеральный университет, 2014. – 108 с.*

*8. Горбачева, Д.А. Эффективность имитационного моделирования в профессиональном образовании: развитие навыков и компетенций в безопасной среде / Д.А. Горбачева, А.Е. Кругликов // Проблемы современного педагогического образования. – 2024. – № 83-1. – С. 65– 67.*

*9. Гребенкина, А.С. Имитационное моделирование в контексте практико-ориентированной математической подготовки будущих инженеров-спасателей / А.С. Гребенкина // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – № 3(59). – С. 21–28. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-59-21-28.*

*10. Дьяконов, В.П. Тенденции развития компьютерной математики / В.П. Дьяконов // Системы компьютерной математики и их приложения. – 2015. – № 16. – С. 8– 13.*

*11. Куликова, О.В. Имитационное моделирование случайных событий в курсе математики в транспортном вузе / О.В. Куликова, И.В. Куликова // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2019. – № 7. – С. 165–170. – DOI 10.25206/2307-5430-2019-7-165-170.*

*12. Куликова, О.В. Имитационное моделирование независимых повторных испытаний средствами Mathcad в учебном процессе* *вуза / О.В. Куликова // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 3. – С. 225.*

*13. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 551 с. – (Серия «Золотой фонд российских учебников»)*

*14. Лопатин, В.М. Информатика для инженеров / В.М. Лопатин. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 172 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/261494 (дата обращения: 27.08.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.*

*15. Магомедов, К.А. Опыт преподавания имитационного моделирования в условиях цифровизации / К.А. Магомедов // Образование от "А" до "Я". – 2024. – № 1. – С. 50–53.*

*16. Поляков, К.Ю. Информатика (базовый и углубленный уровни) (в 2 частях). 10 класс. Ч. 2 : учебник / К.Ю. Поляков, Е.А. Еремин. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2019. – 352 с.*

*17. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024665638 Российская Федерация. Имитационное моделирование некоторых случайных событий : № 2024664330 : заявл. 21.06.2024 : опубл. 03.07.2024 / И.В. Куликова ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уральский государственный университет путей сообщения».*

*18. Скафа, Е.И. Реализация методики практико-ориентированного обучения математике будущих инженеров пожарной и техносферной безопасности / Е.И. Скафа, Е.Г. Евсеева, А.С. Гребенкина // Перспективы науки и образования. – 2024. – № 4(70). – С. 257–273. – DOI 10.32744/pse.2024.4.16.*

*19. Скафа, Е.И. Цифровой подход к формированию способов действий по математическому моделированию в инженерном образовании / Е.И. Скафа, Е.Г. Евсеева, М.Е. Королев // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Социальные, гуманитарные, медико-биологические науки. – 2023. – Т. 25, № 92. – С. 55–62. – DOI 10.37313/2413-9645-2023-25-92-55-62.*

*20. Скафа, Е.И. Виртуальная лаборатория как система управления обучением математическому и компьютерному моделированию будущих инженеров / Е.И. Скафа, М.Е. Королев // Педагогическая информатика. – 2022. – № 1. – С. 30–40.*

*21. Строгалев, В.П. Имитационное моделирование : учебное пособие / В.П. Строгалев, И.О. Толкачева. – 3-е изд. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. – 295 с.*

*22. Трухан, А.А. Теория вероятностей в инженерных приложениях : учебное пособие / А.А. Трухан, Г.С. Кудряшев. – 4-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 368 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/211841 (дата обращения: 20.08.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.*

*23. Шамало, Т.Н. Формирование понятия «модель» в процессе обучения физике / Т.Н. Шамало // Формирование мышления в процессе обучения естественнонаучным, технологическим и математическим дисциплинам : Материалы всероссийской научно-практической конференции, Екатеринбург, 01–02 апреля 2019 года. – Екатеринбург : Уральский государственный педагогический университет, 2019. – С. 12–17.*

*24. Ядровская, М.В. Обучение моделированию студентов технических специальностей / М.В. Ядровская // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – № 3(59). – С. 46–52. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-59-46-52.*

## SIMULATION OF RANDOM EVENTS IN THE TEACHING OF PROBABILITY THEORY AT THE UNIVERSITY

**Kulikova Olga,**
*Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,*
**Kulikova Irina,**
*Senior lecturer,*
*Ural State University of Railway Transport,*
*Yekaterinburg, Russian Federation*

***Abstract.*** *The paper presents methodological recommendations for conducting demonstration experiments using simulation modeling at the initial stage of the formation of concepts of probability theory in higher education. A model is proposed to simulate the occurrence of a random event by a pseudorandom number with a uniform distribution law in the range from zero to one, which is created by a random number generator with special functions in spreadsheets or in computer mathematics systems. The content of the simulation model of a random event includes a detailed verbal description and a figurative representation in the form of a structural and logical scheme, which creates favorable conditions for its understanding. The authors have identified such stages in the disclosure of the content of the concept of "simulation of the occurrence of a random event" as the perception of a model for simulating the occurrence of a random event, observing the generation of pseudorandom numbers, programming cyclic algorithms for generating pseudorandom numbers*

***Keywords***: *simulation modeling, probability of a random event, relative frequency of a random event, demonstration experiment, computer mathematics systems.*

***For citation:*** Kulikova O., Kulikova I. (2024). Simulation of random events in the teaching of probability theory at the university. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 3(63), pp. 25–33. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-25-33.

***Статья представлена профессором Е.Г. Евсеевой.***
***Поступила в редакцию 08.09.2024***

## НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ

УДК [378.015.31-057.875:51]:159.955
DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-34-43

# ФОРМИРОВАНИЕ КОМБИНАТОРНОГО МЫШЛЕНИЯ У ОБУЧАЮЩИХСЯ КАК КОМПЕТЕНЦИЯ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

**Евсеева Елена Геннадиевна,**
*доктор педагогических наук, профессор,*
*e-mail:e.evseeva.dongu@mail.ru*
*ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,*
*г. Донецк, РФ*

***Аннотация.*** *В статье рассмотрена проблема подготовки учителя математики к формированию комбинаторного мышления обучающихся в процессе обучения курсу «Вероятность и статистика» в основной и средней школе в условиях цифровизации образования. Описаны различные подходы к трактовке понятия «комбинаторное мышление», обоснована структура феномена с позиций деятельностного подхода. Рассмотрены дисциплины, при обучении которым осуществляется подготовка будущих учителей математики к формированию комбинаторного мышления обучающихся в условиях цифровизации образования. Описаны элементы методики, соответствующие формированию мотивационного, содержательного и операционного компонентов комбинаторного мышления. Приведенные примеры цифровых средств обучения, которые могут быть использованы учителем математики в обучении комбинаторике.*

***Ключевые слова:*** *подготовка учителя математики, формирование комбинаторного мышления, обучение комбинаторике, комбинаторная деятельность.*

***Для цитирования:*** Евсеева, Е.Г. Формирование комбинаторного мышления у обучающихся как компетенция будущего учителя математики / Е.Г. Евсеева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 34–43. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-34-43.

**Постановка проблемы.** В современных условиях цифровой трансформации экономики, инновационного развития страны, требующего решения задач по импортозамещению, технологическому прорыву в сфере производства, остро встает необходимость в специалистах, способных к инновационной деятельности.

Неотъемлемой частью такой деятельности являются умение комбинировать пространственные и графические образы для создания качественно новых объектов, навыки планирования своей деятельности, выбора и принятия оптимального решения, его изменения в зависимости от внешних обстоятельств [1]. Более успешно это будет делать человек с развитым комбинаторным мышлением, в связи с чем актуализируется необходимость включения комбинаторных знаний и умений в содержание профессиональной подготовки современного специалиста [3].

Комбинаторные способы рассуждения играют важную роль в общей структуре научного мышления, поэтому в современных условиях требования к уровню комбинаторно-вероятностного мышления школьников и студентов существенно повышаются. Формирование комбинаторного мышления обучающихся 7-11 классов происходит в процессе обучения курсу «Вероятность и статистика», входящему в предметную область «Математика». В связи с этим, значительной в развитии комбинаторного мышления у обучающихся является роль учителя математики, который должен проектировать и реализовывать методику обучение комбинаторике.

Нами обосновано, что только учитель математики, обладающий сформированной на высоком уровне профессиональной цифровой компетентностью, сможет обеспечить цифровую трансформацию математического образования [8]. В связи с этим, и формирования комбинаторного мышления должно быть обеспечено цифровыми средствами визуальной наглядности [15].

Таким образом, в настоящее время актуализируется проблема подготовки будущих учителей математики к формированию комбинаторного мышления обучающихся основной и средней школы в условиях цифровизации математического образования.

**Анализ актуальных исследований.** Проблемы становления и развития комбинаторного мышления в обучении математике в последние десятилетия рассматривается в отечественных и зарубежных исследованиях таких ученых, как А.Ф. Абдрашитов [1], В.Г. Божко [2], А.Н. Ветохин [4], Л.В. Евдокимова [6], Л.Ю. Ковалева [9], Т.Г. Попова [13], А. Савенков [20], C. Chang [21], Z. Gooya [19], E. Lockwood [17], Y. Maftuhah [18], M. Rezaie [19], A. Rosyidi [22], Y. Tsai [21], G. Uripno [22] и др.

Термин «комбинаторное мышление» широко распространен в научно-методической литературе, однако специального общепринятого определения для его не сформулировано. Комбинаторное мышление опирается на стратегии выборочного поиска и, по сути, соответствует «способности мыслить в разных направлениях», которую американский психолог Дж. Гилфорд, называл «дивергентным мышлением» (от лат. divergere – расходиться, выявлять разноплановость). С дивергентностью связывают и проявления творчества [2].

По мнению А.Ф. Абдрашитова, комбинаторное мышление имеет образные и абстрактно-логические компоненты, что позволяет считать его переходной формой мышления (от образного к абстрактно-логическому и обратно) [1].

Комбинаторное мышление является важным элементом по сравнению с другими типами логического мышления, и его становление неотделимо от обучения математике. Согласно G. Graumann и B. Germany, комбинаторное мышление – это навык решения не только комбинаторных задач, но и, например, задач по геометрии. Учащиеся должны при решении задачи построить систему рассуждений, гарантирующую, что все альтернативы были рассмотрены. Помимо геометрии, комбинаторное мышление – это навык решения задач в таких областях, как вероятность и статистика, алгебра и арифметика [16].

G. Uripno и A. Rosyidi рассматривают комбинаторное мышление как способ мышления при решении комбинаторных задач. По мнению ученых, комбинаторные задачи – одни из самых сложных задач для студентов, однако в случае, когда изучение комбинаторного материала основывается на дедуктивном открытии формул самими учащимися, они лучше интерпретируют и усваивают материал [22].

M. Rezaie и Z. Gooya утверждают, что комбинаторное мышление – это способ мышления в рамках концепции обучения комбинаторике. Авторы выделили четыре уровня комбинаторного мышления: 1) исследование некоторых вариантов; 2) исследование возможных вариантов наугад, без систематизации перебора; 3) систематическая генерация всех вариантов; 4) преобразование задачи в новую комбинаторную задачу [19].

Y. Tsai, & C. Chang предположили, что комбинаторное мышление побуждает учащихся быть более творческими при решении задач. Это базовый навык, который необходимо развивать, чтобы развить потенциал и умение критически мыслить [21].

В работе E. Lockwood предложена модель комбинаторного мышления обучающихся, полученная путём концептуального анализа мышления, связанного со подсчетом вариантов, и анализа комбинаторной деятельности учащихся. Модель включает три компонента: 1) формулы/выражения, 2) процессы подсчета вариантов и 3) наборы результатов, а также взаимосвязи между ними [17].

*Формулы/выражения* относятся к математическим выражениям, которые дают некоторое числовое значение. *Процессы подсчета вариантов* относятся к процессу вычисления (либо мысленно, либо физически) при решении задачи подсчета вариантов. *Наборы результатов* относятся к набору подсчитываемых объектов – тем наборам элементов, которые, как можно себе представить, генерируются или перечисляются в процессе подсчета [17].

Результаты исследования Y. Maftuhah, C. Sa'dijah и, A. Subanji показывают, что существует четыре стадии комбинаторного мышления, такие как 1) *идентификация, 2) выбор, 3) заключение* и *4) рефлексия.* Идентификация – это когда учащиеся могут определить проблему, записав всю информацию в тестовые инструменты. Выбор происходит, когда учащиеся могут выбрать объект, а затем структурировать его на основе критериев, заданных в тестовых инструментах. Заключение означает, что они сделали вывод на основе критериев задачи, содержащихся в тестовых инструментах. И, наконец, рефлексия означает, что они проверили выбранные объекты и хорошо их структурировали, используя концепцию и процедуру комбинаторики [18].

Таким образом, комбинаторное мышление может быть теоретическим и практическим, репродуктивным и продуктивным, наглядно-образным и наглядно-действенным в зависимости от стоящих перед ним задач. Поэтому его рассматривают как психический процесс, направленный на выявление числа комбинаторных преобразований, создание пространственного образа каждой из конечного множества комбинаций реальных и символических объектов и селективный отбор тех вариантов, которые наиболее полно удовлетворяют условиям решаемой задачи [13].

В настоящее время предлагаются многочисленные методические материалы по обучению курсу «Вероятность и статистика» в 7-11 классах, например [11]. Однако, по мнению Л.В. Евдокимовой, для систематического формирования комбинаторного мышления у обучающихся необходима методика, дающая возможность усвоения обобщенного способа решения комбинаторных задач, обеспечивающая осознанность и системность комбинаторных понятий [6]. Именно такой методикой обучения комбинаторике в рамках курса «Вероятность и статистика» должен овладеть учитель математики с целью формирования комбинаторного мышления у обучающихся.

**Цель статьи** – *описать подготовку будущих учителей математики к реали-*

*зации методики формирования комбинаторного мышления у обучающихся основной и средней школы.*

**Изложение основного материала.** В учебном плане бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями), профили – математика и информатика в Донецком государственном университете предусмотрено ряд дисциплин, при обучении которым осуществляется подготовка будущих учителей математики к формированию комбинаторного мышления обучающихся в условиях цифровизации образования. Это такие дисциплины:

– «*Дискретная математика*», программой которой предусмотрено освоение студентами комбинаторных знаний и умений;

– «*Теория вероятностей и математическая статистика*», при изучении которой студенты применяют комбинаторные знания для решения задач;

– «*Методика обучения математике*», при обучении которой у студентов формируется способы действий по проектированию и организации обучения математике в основной и средней школе, в том числе и курсу «Вероятность и статистика», в рамках которого школьниками изучается комбинаторика;

– «*Основы проектной деятельности*», целью которой является формирование умений по организации будущим учителем математики проектной деятельности обучающихся;

– «*ИКТ в обучении математике и информатике*», при изучении которой студенты осваивают программное обеспечение по проектированию и организации обучения математике;

– «*Проектирование и разработка электронных образовательных ресурсов*», в рамках обучения которой формируются метапредметные компетенции учителя математики по разработке собственных электронных средств учебного назначения;

– «*Психология*», в процессе изучения которой у студентов формируется понятие о мышлении как психическом познавательном процессе;

– «*Педагогическая и возрастная психология*», в процессе обучения которой формируется понятие об учебной деятельности, её структуре, свойствах и особенностях организации в обучении математике.

Рассматривая процесс становления и развития комбинаторного мышления обучающихся в контексте деятельностного подхода к обучению, под комбинаторным мышлением мы понимаем тип мышления, направленный на выполнение субъектом комбинаторной деятельности и характеризующийся мотивационным, содержательным и операционным компонентами (см. табл. 1).

Рассмотрим некоторые элементы методики формирования комбинаторного мышления, которую должен быть готовым реализовывать учитель математики, отдельно по каждому компоненту.

Средствами формирования мотивационного компонента могут выступать задачи, связанные с игровой деятельностью, а именно компьютерными играми [10], игрой в шахматы [12]. Следует также включать в обучение исторические комбинаторные задачи, способствующие возникновению интереса и устойчивой мотивации к освоению комбинаторной деятельности. Может быть рассмотрена, например, такая задача [5, с. 27].

***Задача 1.*** *После открытия Ф. Криком и Дж. Уотсоном в 1953 году расшифровки дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК) возник вопрос, каким образом молекулы ДНК передают организму инструкции о построении цепей из 20-ти аминокислот, составляющих белки. Американский физик Г. Гамов сформулировал задачу следующим образом: как с помощью 4 видов нуклеотидов можно закодировать 20 видов аминокислот?*

*Ответ:* Задача не имеет единственного решения. Гипотеза Г. Гамова о том, что 20 аминокислот можно закодировать, выбирая 3 из 4-х нуклеотидов и не учитывая порядок следования их в коде, не подтвердилась.

*Таблица 1 – Структура комбинаторного мышления*

| Компонент мышления | Характеристика компонента комбинаторного мышления |
|---|---|
| Мотивационный | потребность субъекта в познании новых сложных комбинаций окружающей действительности, в обновлении собственных психических образований путем освоения комбинаторной деятельности, наличие у обучающихся мотивации к освоению профессий, требующих сформированного комбинаторного мышления |
| Содержательный | комбинаторные знания субъекта: декларативные (определения и свойства понятий: множество, подмножество, сочетание, размещение, перестановка, выбор повторный и бесповторный) и процедурные (алгоритмы нахождения с комбинаторных соединений, повторного и бесповторного выбора, полного перебора, формулы нахождения количества соединений, а также комбинаторные правила суммы и произведения) |
| Операционный | логические операции (анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, аналогия, обобщение и др.), направленные на реализацию способов комбинаторной деятельности по выделение и соотнесению множеств, подмножеств и их элементов, определению их качественного состава, порядка следования элементов и других признаков |

С целью формирования профессиональных мотивов в структуре комбинаторного мышления целесообразно включать в обучение профессионально-направленные комбинаторные задачи. Например, для физического и физико-технического профиля обучения можно предложить задачу, математическая модель которой является простейшей моделью броуновского движения, совершаемого частицами под воздействием молекул. Рассматривая частицы, которые могут передвигаться только по прямой, и учитывая, что удары частиц носят случайный характер, можно рассмотреть такую задачу.

***Задача 2.*** *Из точки x=0 на оси Ox в момент времени t=0 начинают движение $2^N$ частиц. За единицу времени половина частиц сместится в положительном направлении оси Ox, а половина – в отрицательном* на ½ единицы длины. *Сколько частиц окажется в каждой точке оси Ox через N единиц времени после начала движения?* [5, с. 93]

*Ответ:* $C_N^k$ частиц.

Исследование исторических и профессионально-направленных задач можно организовать в форме проектов, при выполнении которых учащиеся рассмотрят историю открытий, о которых идет речь в задаче, различные варианты решения поставленной задачи, графические модели построения решения.

Так, в задаче 1 графической моделью может служить так называемое «дерево вариантов», которое отражает процесс перебора и построения всех возможных комбинаций в задаче. На рисунке 1 показано дерево вариантов для случая, когда из з-х нуклеотидов, обозначенных буквами А, В и С, составлялись всевозможные комбинации с учётом прядка их следования в выборке. Инструментом для построения дерева вариантов может служить он-лайн доска, а также сервисы для создания средств визуальной наглядности, например Draw.io.

В задаче 2 в качестве графической модели может быть построена кривая блуждания частицы в зависимости от времени, которая может быть изображена, например, в среде 1С: Математический конструктор (рис. 2).

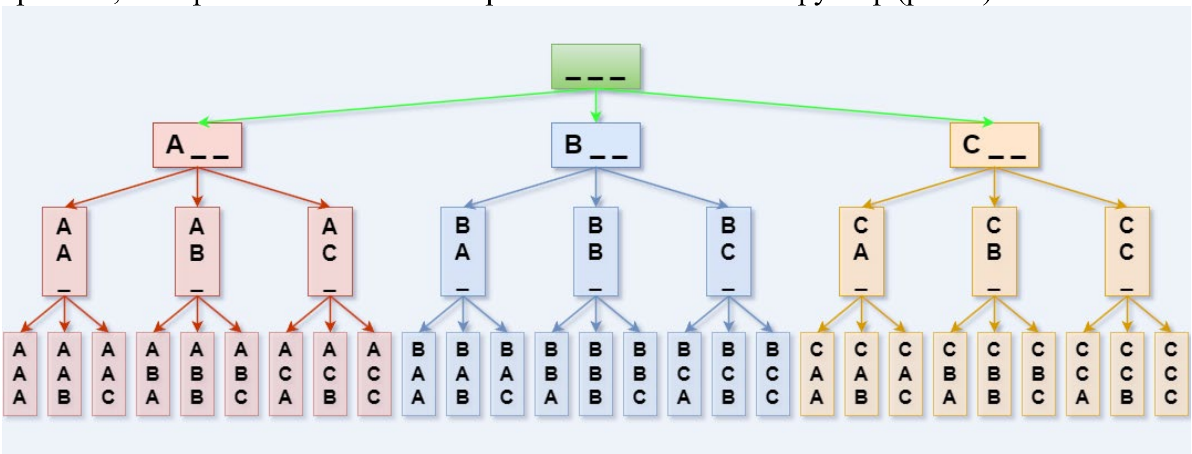



*Рисунок 1 – Дерево вариантов для задачи 1, построенное в сервисе Draw.io.*


*Рисунок 2 – Графическая модель случайного блуждания частиц в процессе диффузии*

Для учащихся классов дизайнерского профиля могут быть предложены задачи по графическому моделированию с использованием различных программных средств таких, как Autodesk 3ds Max, SketchUp, SelfCAD, Tinkercad и др. [14].

Повышение мотивации обучающихся к комбинаторной деятельности обусловлено также её эвристическая направленностью. Такой уровень активности предполагает желание учащихся понять сущность изучаемых явлений и применять новые приемы мышления для преодоления трудностей, наличие способности вносить элементы новизны в выполнение учебных заданий. Творческая активность вызывает позитивно-эмоциональное состояние, радость от открытия нового [3].

При формировании содержательного компонента комбинаторного мышления работа учителя математики должна быть направлена на формирование у обучающихся комбинаторных понятий (сочетание, размещение, перестановка, выбор повторный и бесповторный, порядок следования элементов, перебор вариантов) и усвоение ими алгоритмов нахождения с комбинаторных соединений (размещения, перестановки, сочетания), повторного и бесповторного выбора элементов множества, полного перебора, а также формул нахождения количества соединений, а также комбинаторных правил суммы и произведения.

Определение содержания обучения по формированию комбинаторных понятий на основе деятельностного подхода предполагает структурирование знаний и умений, установление связей между ними. Возможными вариантами такого структурирования, описанными нами в работе [7], являются пятикомпонентная предметная модель обучающего по комбинаторике, а также пирамида понятий, визуализация которой представлена в виде ментальной карты, разработанной в Draw.io [7, с. 51].

С целью формирования понятий также может быть разработана система тестовых заданий, реализованная в сервисе Online Test Pad (см. по ссылке https://onlinetestpad.com/2bocdkwmzl2kg), включающая тестовые задания закрытого типа на действий с объектами, заданными в символьном виде для усвоения комбинаторных формул; тестовые задания на соответствие для формирования комбинаторных понятий).

В систему тестовых заданий также включены задания на применение комбинаторных знаний при решении простейших задач.

Процедурные знания в виде алгоритмов комбинаторной деятельности могут быть предложены обучающимся как в готовом виде, так и в виде заданий для самостоятельного составления алгоритма. На рисунке 3 представлен алгоритм нахождения комбинаторных соединений без повторений, разработанный с помощью онлайн доски SBoard.

Операционный компонент комбинаторного мышления формируется путем освоения обобщенных способов комбинаторной деятельности. С этой целью обучающимся могут быть предложены задачи, направленные на последовательное освоение комбинаторных действий. Особенность таких задач заключается в варьирования условия задачи таким образом, чтобы для решения всех задач последовательно применялись все изучаемые понятия формулы и алгоритмы. Так при решении задачи 3 в случае: а) целесообразно применить правило сложения, в случае б) – правило умножения, а в случае в) следует применить оба этих правила.

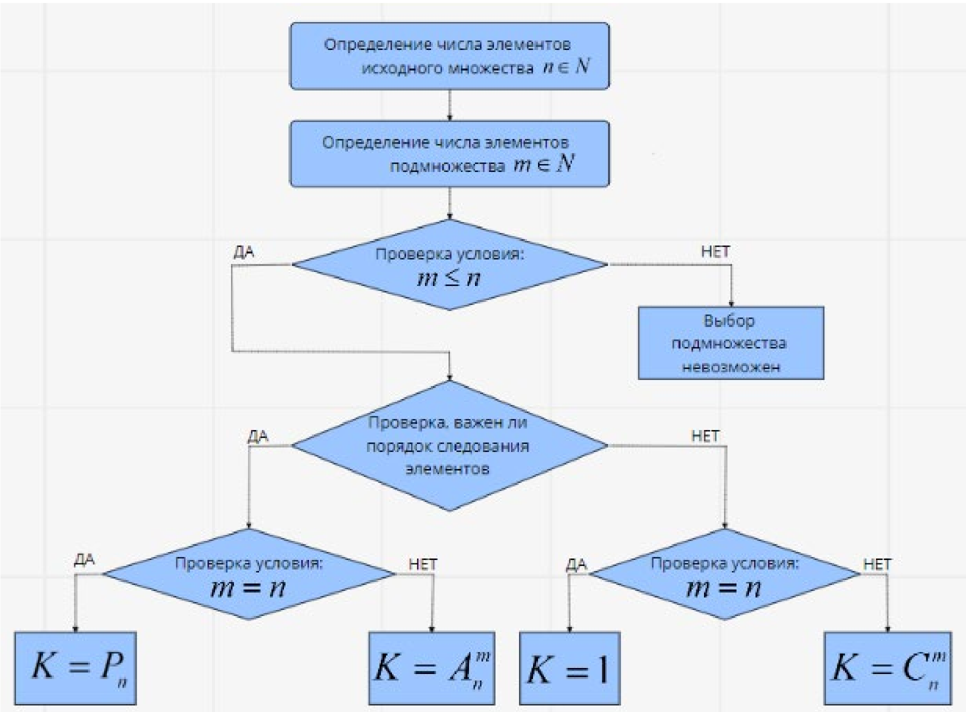



*Рисунок 3 – Алгоритм нахождения числа комбинаторных соединений без повторений*

***Задача 3.*** *Пассажир забыл код от камеры хранения, где оставил свой багаж. Сколько комбинаций он должен максимально набрать наугад, чтобы открыть камеру, если помнит только что код, состоящий из пяти цифр, содержит:*

*а) одинаковые цифры, не равные нулю;*

*б) только четные цифры и заканчивается нулём;*

*в) числа 23 и 37.*

*Ответ:* а) 9; б) 256; в) 356.

При решении задач системы для создания ориентировочной основы действий могут использоваться интерактивные плакаты, которые помогают визуализировать больший объем информации, чем ментальные карты. На рис. 4 представлен скрин интерактивного плаката по нахождению комбинаторных соединений с повторениями и без повторений, разработанного в сервисе *Genial.ly*.

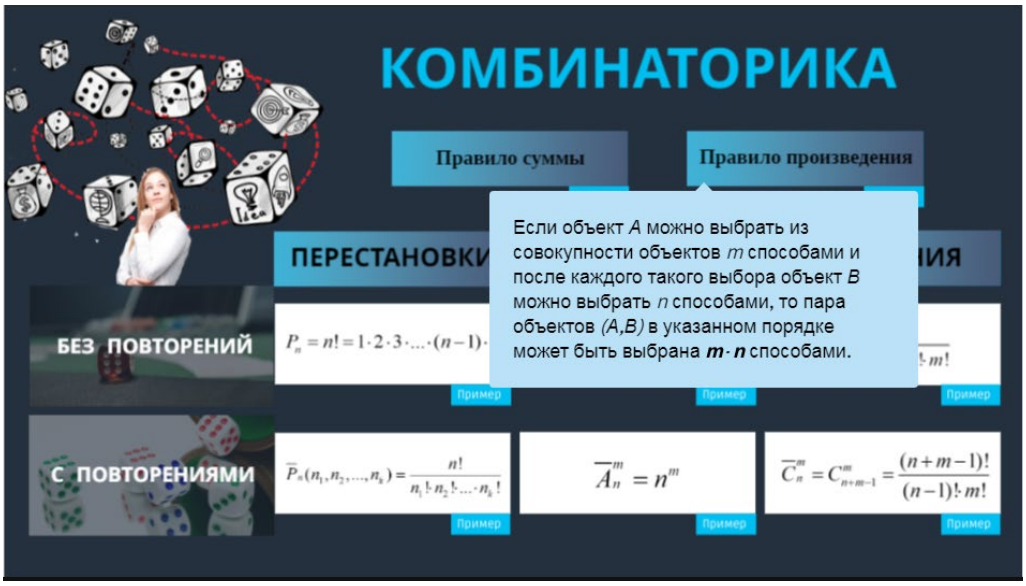



*Рисунок 4 – Скрин экрана интерактивного плаката*

При нажатии курсором на плакате на названия комбинаторных соединений раскрываются их определения, а при нажатии на формулы – образцы решения задач с использованием этих формул (см. по ссылке:

https://view.genially.com/67179a125584506d748ae9a1/interactive-content-interaktivnyj-plakat-kombinatorika)

Система задач комбинаторного характера является основным средством развития соответствующего типа мышления. Она должна строиться с учетом особенностей процесса формирования комбинаторных знаний и умений, наглядности комбинаторных задач, их прикладной направленности, развитием у учащихся творческих способностей и самостоятельности.

**Выводы.** Таким образом, подготовка будущих учителей математики к формированию комбинаторного мышления обучающихся должна осуществляться в процессе изучения ими комплекса дисциплин учебного плана, включающих в себя математические, методические, психолого-педагогические и связанные с применением ИКТ дисциплины. Комбинаторное мышление представляет психологический процесс, направленный на выполнение субъектом комбинаторной деятельности.

Методика обучения комбинаторике, в процессе которого формируется такое мышление, должна быть направлена на развитие его компонентов: мотивационного, содержательного и операционного.

Компетенция учителя математики по развитию комбинаторного мышления обучающихся основной и средней школы на методологической основе деятельностного подхода к обучению предполагает его способность и готовность к проектированию и организации обучения комбинаторике с использованием авторских средств обучения таких, как системы комбинаторных задач, включающих исторические и профессионально направленные задачи, тестовые задания, направленные на формирование комбинаторных понятий, задачи направленные на последовательное освоение комбинаторных действий, а также цифровые инструменты осуществления комбинаторной деятельности на всех её этапах.

**Информация о финансовой поддержке**: *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446).*

*1. Абдрашитов, А.Ф. Развитие комбинаторного мышления у будущих учителей технологии в процессе графического образования : специальность 13.00.08 – Теория и методика профессионального образования : автореферат дис. ... канд. пед. наук / Абдрашитов Артур Фаатович. – Уфа, 2010. – 24 с.*

*2. Гилфорд, Дж. Три стороны интеллекта. Лекция, прочитанная в Стенфордском университете 13 апреля 1959 г. // Психология мышления : сборник переводов под редакцией А.М. Матюшкина. – Москва : Прогресс, 1965. – С. 433–456.*

*3. Божко, В.Г. Комбинаторные знания и умения как необходимый компонент математического образования личности / В.Г. Божко // Донецкие чтения 2020: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : Материалы V Международной научной конференции, Донецк, 17–18 ноября 2020 года / Под общей редакцией С.В. Беспаловой. Том 6. Часть 2. – Донецк : Донецкий национальный университет, 2020. – С. 9–11.*

*4. Ветохин, А.Н. О месте комбинаторики в математической подготовке школьников / А.Н. Ветохин, Е.И. Деза, Д.Л. Модель // Наука и школа. – 2023. – № 6. – С. 160–172. – DOI: 10.31862/1819-463X-2023-6-160-172.*

*5. Виленкин, Н.Я. Популярная комбинаторика / Н.Я. Виленкин – Москва : 1975. – 207 с.*

*6. Евдокимова, Л.В. Формирование комбинаторного мышления у младших школьников и подростков : специальность 19.00.13 – Психология развития, акмеология (психологические науки) : автореферат дис. ... канд. пед. наук / Евдокимова Лариса Владимировна; МГУ им. М.В. Ломоносова. – Москва, 2006. – 32 с.*

*7. Евсеева, Е.Г. Подготовка будущих учителей математики к применению методов инженерии знаний в проектировании учебной деятельности / Е.Г. Евсеева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 1 (61). – С. 45–55. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-61-45-55.*

*8. Евсеева, Е.Г. Структура профессиональной цифровой компетентности будущего учителя математики и пути формирования её компонентов / Е.Г. Евсеева, Д.А. Скворцова // Человеческий капитал. – 2023. – № 12(180). – Ч. 2. – С. 106–116. – DOI: 10.25629/HC.2023.12.45.*

*9. Ковалева, Л.Ю. Формирование комбинаторного мышления студентов в процессе обучения математике / Л.Ю. Ковалева // Ученые записки Российского государственного социального университета. – 2009. – № 7-2(70). – С. 39–42.*

*10. Компьютерные игры и комбинаторные задачи / Н.Н. Бабикова, Н.О. Котелина, М.А. Валуева, Н.А. Старцев // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. – 2024. – № 1(50). – С. 55–72. – DOI: 10.34130/1992-2752_2024_1_55.*

*11. Методические материалы по обучению курсу «Вероятность и статистика» в 7-11 классах для педагогов, внедряющих обновленные ФГОС ООО и ФГОС СОО / Сост. Е.И. Куприенко, Т.Ф. Сергеева. – Москва : ФГАОУ ДПО «Академия реализации государственной политики и профессионального развития работников образования Министерства просвещения Российской Федерации», 2023. – 21 с.*

*12. Окунев, Л.Я. Комбинаторные задачи на шахматной доске / Л.Я. Окунев. – Москва : Книга по требованию, 2013. – 88 с.*

*13. Попова, Т.Г. Развитие комбинаторно-логического мышления старшеклассников в условиях профильного обучения : специальность 13.00.01 – Общая педагогика, история педагогики и образования : автореферат дис. ... канд. пед. наук / Попова Татьяна Григорьевна. – Улан-Уде, 2011. – 22 с.*

*14. Ромашкова О.В. Комбинаторика в 3D-моделировании как средство творческого развития обучающихся по направлению подготовки дизайн (уровень бакалавриата) / О.В. Ромашкова, Ф.Ш. Салитова // Мир науки, культуры, образования. – 2019. – № 2(75). – С. 152–155.*

*15. Скворцова, Д.А. Использование средств визуальной наглядности в обучении матема-*

*тике / Д.А. Скворцова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 1(61). – С. 92–103. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-61-92-103.*

*16. Graumann, G., & Germany, B. (2002). General aims of mathematics education explained with examples in geometry teaching. In: A. Rogerson (Ed.), The Mathematics Education into the 21 St Century Project, Proceedings of the International Conference The Humanistic Renaissance in Mathematics Education, Sicily (Italia), 150–152.*

*17. Lockwood, E. (2013). A model of students' combinatorial thinking // Journal of Mathematical Behavior. No. 32. Pp. 251–265. DOI: 10.1016/j.jmathb.2013.02.008*

*18. Maftuhah, Y.H., Sa'dijah, C. and Subanji, A.Q. (2019). Combinatorial Thinking to Solve the Problems of Combinatorics in Selection Type // International Journal of Learning, Teaching and Educational Research. Vol. 18. No. 2. Pp. 65–75. DOI: 10.26803/ijlter.18.2.5*

*19. Rezaie, M., Gooya, Z. (2011). What do I mean by combinatorial thinking? // Procedia Social and Behavioral Sciences. No. 11 Pp. 122–126. DOI:10.1016/j.sbspro.2011.01.046*

*20. Savenkov, A. (2021). Development of combinatorial abilities of students in the process of developing compositions of mathematical problems / A. Savenkov, M.R. Lkhamtseren Bold // SHS Web of Conferences 98 (04003) "Education and City 2020". Pp. 1–6. – DOI: 10.1051/shsconf/20219804003.*

*21. Tsai, Y.L., & Chang, C.K. (2009). Using combinatorial approach to improve students' learning of the distributive law and multiplicative identities // International Journal of Science and Mathematics Education. 7(3). Pp. 501–531. 10.1007/s10763-008-9135-x.*

*22. Uripno, G., Rosyidi, A.H. (2019). Students' Combinatorial Thinking Processes in Solving Mathematics Problem \// Jurnal Riset Pendidikan dan Inovasi Pembelajaran Matematika (JRPIPM). Vol. 2. No. 2. Pp. 80–92. URL: journal.unesa.ac.id/index.php/jrpipm.*

## FORMATION OF STUDENTS' COMBINATORIAL THINKING AS THE COMPETENCE OF A FUTURE MATHEMATICS TEACHER

**Evseeva Elena,**
*Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,*
*Donetsk State University,*
*Donetsk, Russian Federation*

***Abstract.*** *The article considers the problem of preparing a mathematics teacher for the formation of combinatorial thinking of students in the process of teaching the course "Probability and Statistics" in primary and secondary schools in the context of digitalization of education. Various approaches to the interpretation of the concept of "combinatorial thinking" are described, the structure of the phenomenon is substantiated from the standpoint of the activity approach. The disciplines in which future mathematics teachers are trained for the formation of combinatorial thinking of students in the conditions of digitalization of education are considered. The elements of the methodology corresponding to the formation of motivational, meaningful and operational components of combinatorial thinking are described. These are examples of digital learning tools that can be used by a mathematics teacher in teaching combinatorics.*

***Keywords****: training of a mathematics teacher, the formation of combinatorial thinking, teaching combinatorics, combinatorial activity.*

***For citation:*** Evseeva E. (2024). Formation of students' combinatorial thinking as the competence of a future mathematics teacher. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 3 (63), pp. 34-43. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-34-43.

***Статья поступила в редакцию 03.09.2024***

# МЕТОДИЧЕСКАЯ НАУКА – УЧИТЕЛЮ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

УДК 372.51:004
DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-44-53

## ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ В КЛАССАХ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «ФУНКЦИИ В ЭКОНОМИКЕ»

**Варавина Вероника Сергеевна,**
*учитель математики и информатики,*
*e-mail: vivien-2019@mail.ru*
*МОБУ СОШ № 7 им. Москвина А.П.,*
*г. Сочи, РФ*

***Аннотация.*** *В статье рассмотрен вопрос актуальности обучения экономико-математическому моделированию с учетом цифровой трансформации образования. Выявлена возможность использования профессионально-ориентированных задач в рамках темы «Функции в экономике» для классов с экономическим профилем подготовки. В статье приведены основные математические функций, используемые в экономике, которые применяются для создания математических моделей, описывающих различные экономические процессы и явления, такие как: функция полезности (функция предпочтений); производственная функция; функция спроса, потребления и предложения. Рассмотрены возможности использования динамической программы GeoGebra для визуализации исследуемых функций. Приведен пример использования данного ресурса при решении профессионально-ориентированных задач. Предложены профессионально-ориентированные задачи на исследование с помощью динамической программы GeoGebra, а также выделены основные направления обучения экономико-математическому моделированию в процессе изучения темы «Функции в экономике».*

***Ключевые слова:*** *обучение математике, функции в экономике, экономический профиль подготовки, визуализация учебного материала, GeoGebra, производная функции, профессионально-ориентированные задачи.*

***Для цитирования:*** Варавина, В.С. Обучение математическому моделированию в классах экономического профиля на примере темы «Функции в экономике»/ В.С. Варавина // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 44–53. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-44-53.

**Постановка проблемы**. В Федеральной рабочей программе по математике для средней школы подчеркивается, что в эпоху цифровой трансформации всех сфер человеческой деятельности невозможно стать образованным современным человеком без хорошей математической подготовки в связи с тем, что в наши дни растёт число специальностей, связанных с непосредственным применением математики в сфере экономики, и в бизнесе, и в технологических областях, и даже в гуманитарных сферах [18].

Изменения в бизнес-моделях, рост электронной коммерции и цифровых платформ стимулируют глобализацию и требуют новых подходов к образованию. Национальный проект «Цифровая экономика» – один из национальных проектов на период 2019-2024 гг.[13], характеризуется активным внедрением компьютерных технологий во все области экономической деятельности, радикальными изменениями в структуре производства, что требует непрерывного обновления знаний и умений, необходимых для поддержания в актуальном состоянии научного багажа специалиста по цифровой экономике. Нарастающий прогресс в области компьютерной техники и появление нового программного обеспечения, основанного на современных разделах математики, требуют от продвинутого экономиста фундаментальной подготовки в различных областях математики [11].

В то же время, подготовка таких специалистов для цифровой экономики базируется на сформированной готовности обучающихся средней школы к получению высшего экономического образования, что наиболее эффективно реализуется в профильных классах экономической направленности. При этом основным средством формирования такой готовности является экономико-математическое моделирование.

В связи с этим актуализируется проблема обучения экономико-математическому моделированию в классах экономического профиля в условиях цифровой трансформации образования.

**Анализ актуальных исследований.** На современном этапе развития образования система профильного обучения претерпевает инновационные преобразования. Различают предпрофильную, профильную и предпрофессиональную подготовку в системе общего образования.

Предпрофильная подготовка (для учеников 7-9 классов) – совокупность учебных курсов, кружков и секций в рамках дополнительного образования, ориентирующая обучающихся на выбор профиля образования.

Профильные обучение (для учеников 10-11 классов) – классы с явно выраженным профилем (направленностью) образования, т.е. ориентацией образовательной программы на конкретные области знания и виды будущих сфер деятельности. В этих классах происходит углубленное изучение профильных предметов. М.В. Богосян считает, что профильное обучение является образовательной системой, в рамках которой учащиеся имеют возможность на основании дифференциации и индивидуализации обучения получить наилучший образовательный результат с учетом их индивидуальных личностных качеств, интеллектуальных возможностей и намерений в отношении продолжения обучения или в выборе будущей профессии [2].

Предпрофессиональные классы (для учеников 10-11 классов) – классы, в которых происходит интеграция общего и дополнительного образования. Реализуется предпрофессиональное образование путем заключения трехстороннего договора между школой, ВУЗами и перспективными работодателями. Именно предпрофессиональное обучение и просвещение школьников И.И. Широкорад считает фундаментом подготовки кадров для цифровой экономики [18].

Исследования обучения математике в профильных классах приобрело в последние годы актуальность и востребованность в контексте реализации обучения старших классов в 2021-2022 учебном году на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и отражено в работах Т.А. Долматовой [19], М.В. Ключагиной [9], Л.Ю. Ковалевой [10], И.В.

Кочетовой [9], К.А. Филоновой [19] и многих других ученых. Однако вопросы обучения экономико-математическому моделированию в профильных классах системно не исследовались.

Среди классов экономического профиля обучения особую распространённость имеют экономические и предпринимательские классы. Образовательные программы в таких классах классов содержат элементы предпрофессионального обучения, стимулируют у обучающихся экономическое и предпринимательское мышление и направлены на обучение навыкам экономического прогнозирования, проектного управления, генерации бизнес-идей и создания стартапа с целью последующего осознанного выбора будущей профессий в сфере экономики и предпринимательства.

К экономическому профилю относят также математико-экономические классы, обучение в которых направленно на освоение элементов экономико-математического моделирования, методов бизнес аналитики, финансовой и актуарной математики.

Математическое моделирование экономических процессов исследуется как научным сообществом (В.Г. Мохов [20], А.Н. Титов, Р.Ф. Тазиева [16]), Е.В. Яроцкая [19]), так и педагогическим в качестве эффективного метода обучения, который занимает особое место в обучении математике в классах экономического профиля и экономическом вузе (М.В. Ключагина, И.В. Кочетова [9], С.И. Макаров [11]).

В работах Т.С. Пахомовой [14], И.В. Мосюковой [12], Т.М. Сафроновой [15], предложено использовать в обучении финансовые задачи, а также задачи профессионально-направленного характера. Необходимость внедрения изучения сложных экономических вопросов в математическую подготовку старших школьников в профильных классах подчеркивается А.А. Сосковой и Т.А. Тарасовой [16].

Анализ учебников, методических разработок и учебных пособий по математике [1; 5], которые традиционно используются при обучении математическим предметам в классах с экономическим профилем подготовки, показал, что они содержат небольшое количество профессионально направленных задач или не содержат такие задачи совсем.

Это является одной из причин восприятия школьниками математики как очень абстрактной науки, не связанной с деятельностью специалистов экономического профиля, что в дальнейшем приводит к недостаточному уровню экономической, а также математической грамотности выпускников.

Еще одним требованием времени является использование цифровых технологий в экономическом образовании школьников и студентов. Проблемы применения цифровых инструментов для обучения экономико-математическому моделированию рассматривались в работах многих ученых в следующих направлениях:

– применения компьютерного моделирования в обучении экономике школьников (З.М. Валеева, Е.Н. Гусевой [3]);

– использования программы GeoGebra как средства практико-ориентированного обучения математике студентов финансово-управленческих специальностей (А.С. Гребенкина, А.В. Хитрик [6]);

– применения цифровых образовательных технологий в преподавании экономических дисциплин (П.В. Довженко, Л.С. Баник [8]) и др.

**Цель статьи** – *описать возможности применения метода математического моделирования с использованием компьютерной математической программы GeoGebra в обучении математике в классах с экономическим профилем подготовки на примере темы «Функции в экономике».*

**Изложение основного материала.** В Федеральной рабочей программе по математике для средней школы на углубленном уровне ставится задача научить обучающихся применять функции для моделирования и исследования реальных процессов; решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического характера, средствами алгебры и математического анализа; использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком [19].

Для классов экономического профиля это означает, что обучающиеся должны получить представление о применении функций в экономике, что является важной частью математического образования в профильных классах экономической направленности, поскольку функции позволяют моделировать и анализировать экономические процессы.

В экономических исследованиях используют следующие функции:

1. *Функция полезности (функция предпочтений)* – в широком смысле зависимость полезности; т.е. результат, эффекта некоторого действия от уровня (интересности) этого действия.

2. *Производственная функция* – зависимость результата производственной деятельности от обусловивших его факторов.

3. *Функция выпуска* (частный вид производственной функции) – зависимость объема производства от наличия или потребления ресурсов.

4. *Функция издержек* (частный вид производственной функции – зависимость издержек производства от объема продукции).

5. *Функции спроса, потребления и предложения* – зависимость объема спроса, потребления или предложения на отдельные товары или услуги от различных факторов (например, цены, и т.д.) [4].

При описании реальных экономических процессов все описанные функции рассматриваются в зависимости от большого количества варьирующихся факторов и моделируются с помощью теории функций многих переменных. Примером такой функции является производственная функция Кобба-Дугласа, которая изучается в высшем экономическом образовании и в двумерном случае имеет вид: $z = b_0 x_1^{b_1} x_2^{b_2}$, где $x_1, x_2 -$ независимые переменные, $b_0, b_1, b_2 -$ постоянные величины.

В процессе обучения математике в классах экономического профиля возможно пренебречь некоторыми зависимостями и рассмотреть одномерные аналоги указанных функций, вследствие чего считаем целесообразным в рамках изучения темы «Функции в экономике» рассмотреть такие функциональные зависимости:

1. Зависимость спроса на различные товары $y$ от дохода $x$ (функция Л. Тронквиста): $y = \frac{b(x-a)}{x-c}$ , $(x > a)$, где $a, b, c$ постоянные величины.

2. Функции издержек (полных затрат) $c(q)$ и дохода $r(q)$ и функция прибыли $P(q) = c(q) - r(q)$, зависящие от объема производства $q$.

3. Функция производительности труда $u = u(t)$, которая определяет количество произведенной продукции $u$ за время $t$.

4. Одномерные аналоги функции Кобба-Дугласа, выражающие зависимость объёма производства $Q$ от одного из создающих его факторов производства – затрат труда $L$, или физического капитала $K$:

$$Q = A \cdot L^{\alpha}, \text{, или } Q = A \cdot K^{\beta},$$

где $A, \alpha, \beta$ коэффициенты экономического содержания.

Важным для экономическо-математического моделирования математическим понятием является производная функции и её экономический смысл. Рассматривая производительность труда $u = u(t)$, в момент времени $t = t_0$, заметим, что за период времени от $t_0$ до $t_0 + \Delta t$ количество произведенной продукции изменится от значения $u_0 = u(t_0)$ до значения $u_0 + \Delta u = u(t_0 + \Delta t)$. Тогда средняя производительность труда за период времени $\Delta t$ равна $z_{\text{ср.}} = \frac{\Delta u}{\Delta t}$. Таким образом производительность труда в момент времени $t_0$ определяется как предельное значение средней производительности за период времени от $t_0$ до $t_0 + \Delta t$ при $\Delta t \to 0$, т.е. предельная производительность труда выражается формулой [4]:

$$z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{u(t_0+\Delta t) - u(t_0)}{\Delta t} = u'(t). \quad (1)$$

Экономическим понятием, также иллюстрирующим экономический смысл производной является понятие предельных издержек производства, характеризующее дополнительные затраты на производство единицы продукции:

$$y'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad (2)$$

где $y(x)$ – функция издержек производства в зависимости от количества выпускаемой продукции $x$.

Анализироваться в задачах могут также средние издержки $y_{\text{ср}}$, которые определяются по формуле:

$$y_{\text{ср}} = \frac{y}{x}. \quad (3)$$

Также важным показателем для экономического анализа может выступать темп изменения функции $y(x)$, который представляет собой логарифмическую производную функции:

$$T_y(x) = [\ln y(x)]' = \frac{y'(x)}{y(x)}. \quad (4)$$

Рассмотрим примеры задач, которые могут быть предложены обучающимся в классах экономического профиля при изучении темы «Функции в экономике».

***Задача 1.*** Объем продукции $u$, выпускаемой рабочими в течении рабочего дня, выражается функцией $u(t) = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50$, где $t$ – время ч; причем $1 \le t \le 8$. Необходимо вычислить производную труда и скорость её изменения через 1 ч. после начала и за 1 ч. до окончания рабочего дня.

Решение задачи сводится к тому, что нам необходимо найти:

1) производительность труда, путем нахождения производной по формуле (1): $z(t) = u'(t)$.

2) производительность труда через 1ч. после начала работы, т.е. $z(1)$ .

3) производительность труда за 1ч. до окончания работы $z(7)$.

4) скорость изменения производительности труда $z'(t)$.

Предлагаем при изучении функций в контексте экономики использовать программу GeoGebra, которая предоставляет мощные инструменты для визуализации и интерактивного изучения математических понятий.

Основные преимущества использования программы GeoGebra в рамках темы «Функции в экономике».

1. *Визуализация функций.* GeoGebra позволяет строить графики различных типов функций, таких как линейные, квадратичные, экспоненциальные и логарифмические. На уроках можно использовать эти графики для: анализа спроса и предложения: обучающиеся могут строить графики функций спроса и предложения, исследовать точки равновесия и изменения в условиях рынка; моделирования экономических процессов: с помощью GeoGebra можно наглядно показать, как изменения в одной переменной (например, цене) влияют на другую (например, количество товара).

*2. Исследование свойств функций.* Программа предоставляет возможность динамически изменять параметры функций и наблюдать за изменениями графиков. Это особенно полезно для: изучения эластичности спроса: обучающиеся могут изменять коэффициенты в уравнении функции спроса и наблюдать за изменениями наклона графика; анализа предельных величин: с помощью GeoGebra можно наглядно показать, как предельный доход или предельные затраты зависят от объема производства.

Проанализируем решение задачи 1 в программе GeoGebra.

1) построим график заданной функции;

2) вычислим производную данной функции и построим её график;

3) найдем значение производной в точках $t = 1$ и $t = 7$;

4) найдем вторую производную и построим её график.

*Вывод:* к концу работы производительность труда существенно снижается, об этом свидетельствует график функции на (рис. 1); при этом изменение знака $z'(t)$ с плюса на минус говорит о том, что увеличение производительности труда в первые часы рабочего дня сменяется её снижением в последние часы (рис. 1).

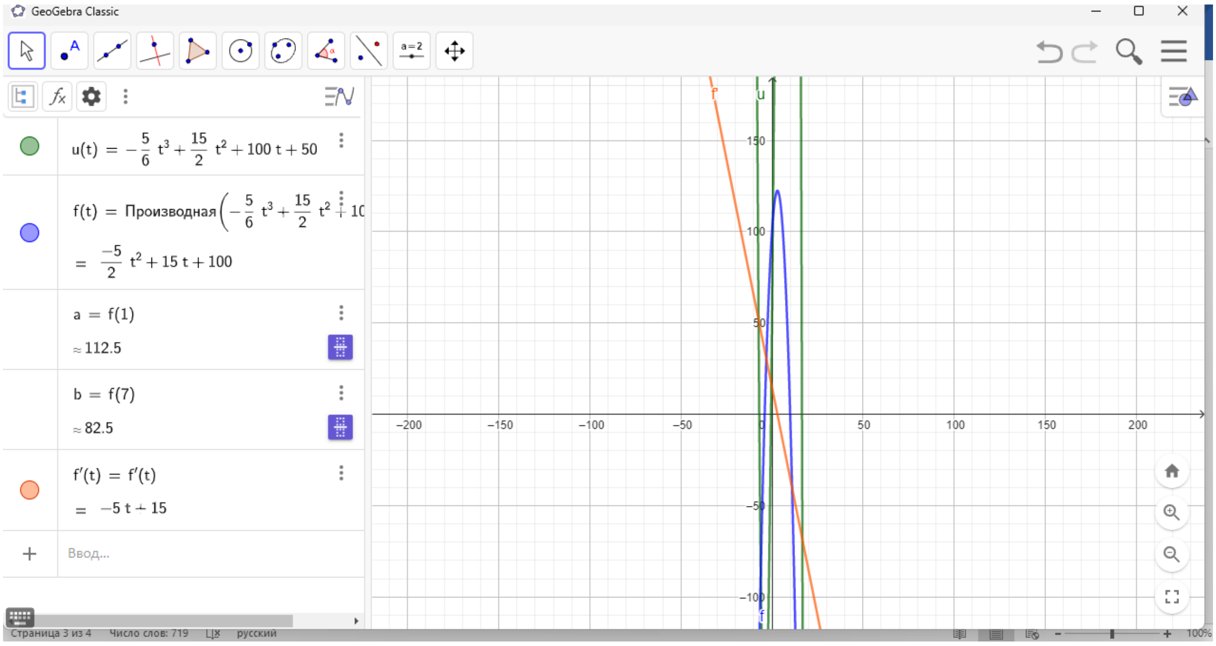



*Рисунок 1 – График изменения производительности труда*

***Задача 2.*** Фирма производит и продает товар. Прибыль $P$ (в тысячах рублей) от продажи $x$ единиц товара описывается квадратичной функцией:

$$P(x) = -2x^2 + 40x - 100.$$

1. Найдите количество товара x, при котором прибыль максимальна.

2. Постройте график функции прибыли.

*Решение.*

1) Для нахождения максимума используем формулу координаты вершины параболы

$$x = -\frac{b}{2a}, \text{где } a = -2 \text{ и } b = 40.$$

$$x = -\frac{40}{2} \cdot (-2) = 10.$$

2) Подставляем $x = 10$ в функцию для нахождения максимальной прибыли:

$$P(10) = -2 \cdot 10^2 + 40 \cdot 10 - 100 = 200.$$

3) Строим график функции прибыли в программе GeoGebra (рис. 2). График показывает, что предложение имеет максимум в точке $x = 10$. Предложение положительно только в интервале между корнями, что означает, что при слишком низкой или слишком высокой цене производители не готовы предлагать товар. Это может указывать на наличие оптимальной цены, при которой максимизируется предложение.

Следует отметить, что экономико-математические модели с использованием функций носят интегративный характер при изучении курса «Алгебра и начала математического анализа», поскольку возможно их применение при обучении практически всем темам этого курса.

Одной из важнейших тем в плане обучения экономико-математическому моделированию, является тема «Первообразная интеграл», в рамках изучения которой Федеральной рабочей программой по математике для средней школы на углубленном уровне предусмотрено получение представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений [19].

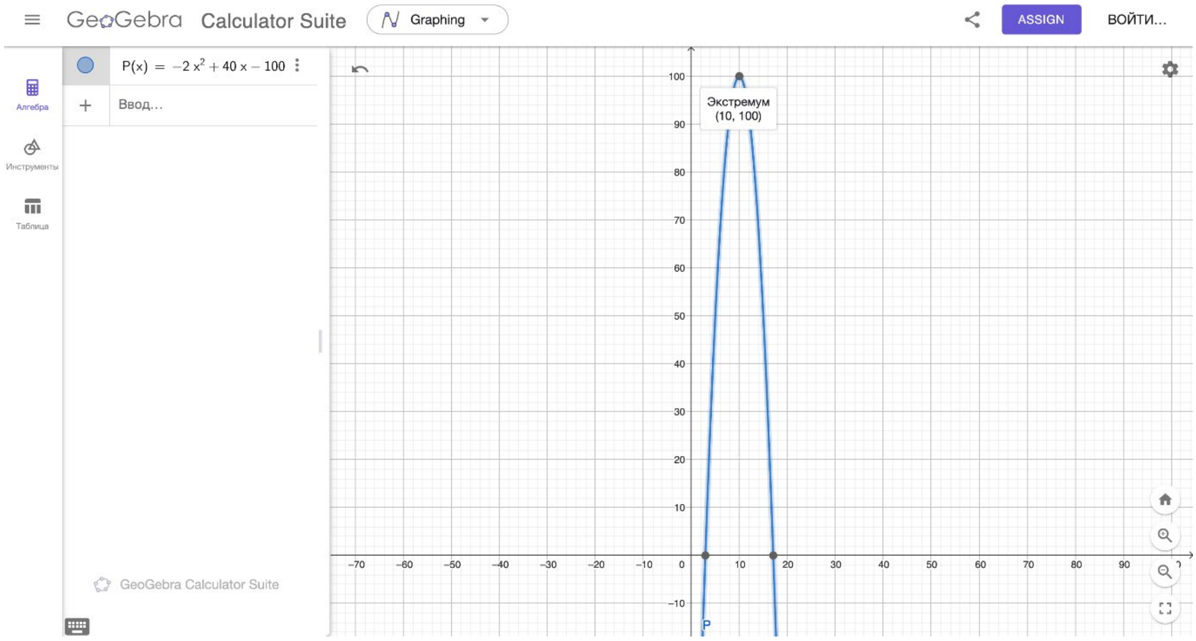



*Рисунок 2 – График функции прибыли*

Обучающиеся должны научиться решать прикладные задачи социально-экономического характера с использованием дифференциальных уравнений. Приведем пример такой задачи.

***Задача 3.*** Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют вид $y = 50 - 2p - 4\frac{dp}{dt}$; $x = 70 + 2p - 5\frac{dp}{dt}$, Необходимо найти зависимость цены $p$ от времени $t$, если $p(0) = 10$ [5].

*Решение.* Из условия равенства спроса и предложения имеем

$$50 - 2p - 4\frac{dp}{dt} = 70 + 2 - 5\frac{dp}{dt},$$

Упростив полученное выражение, получаем дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными: $\frac{dp}{dt} = 20 + 4p.$ (5)

Разделив переменные, можно проинтегрировать полученное равенство

$$\int \frac{dp}{20+4p} = \int dt. \quad (6)$$

Проинтегрировав обе части уравнения (6), получим

$$\frac{1}{4}\ln|20 + 4p| = t + C_1, \quad (7)$$

Потенцируем уравнение (6), получим

$$(20 + 4p)^{\frac{1}{4}} = C_2 e^t, \text{ где } C_2 = e^{C_1}. \quad (8)$$

Преобразуем равенство (8) к виду:

$20 + 4p = C_3 e^{4t}$, где $C_3 = C_2^4$.

Из последнего равенство получаем общее решение уравнения (5):

$$p = C_4 e^{4t} - 5, \quad (9)$$

где $C_4 = \frac{C_3}{4}$ – произвольная постоянная.

Подставив в (9) начальное значение $p(0) = 10$, получим, что $10 = C_4 - 5 \Rightarrow C_4 = 15$, отсюда находит частное решение уравнения (5), выражающее искомую зависимость цены $p$ от времени $t$:

$$p = 15e^{4t} - 5. \quad (10)$$

Для визуализации решения может быть построен график к полученного решения (10) в помощью программы GeoGebra (рис. 3).

Следует отметить, что для решения задачи 3 обучающимися должны быть освоены способы действий как по экономике (правило нахождения функции спроса и предложения), так и по математике (алгоритм нахождения общего и частного решения дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными). Кроме (2.3.1) необходимо уметь исследовать полученное решение с помощью цифровых инструментов, а также интерпретировать решение в терминах исходной задачи.

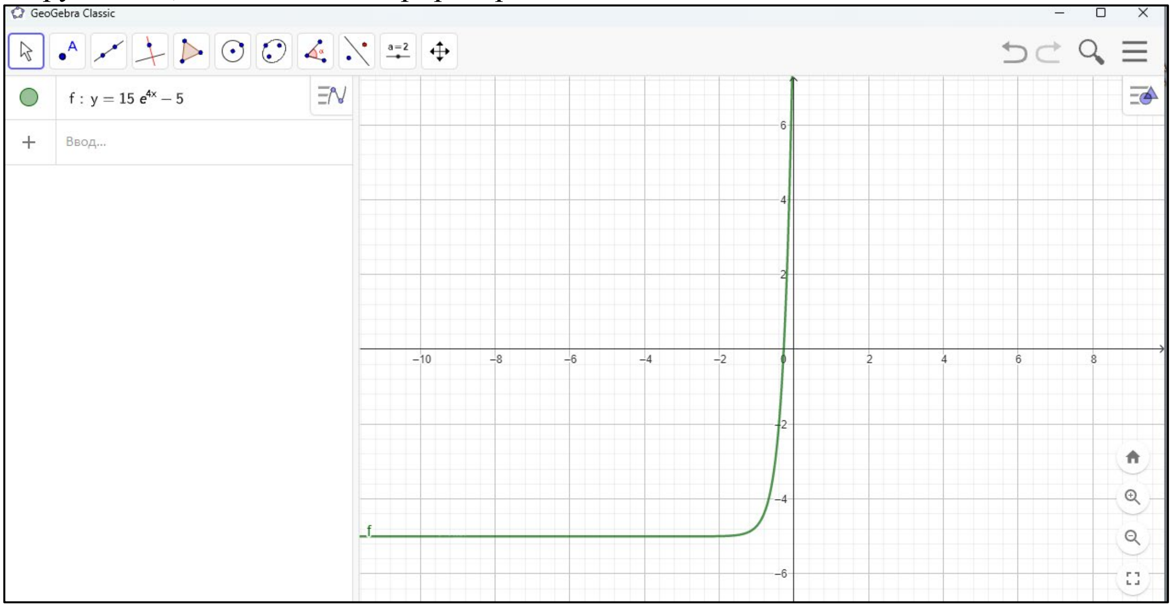



*Рисунок 3 – График функции* $p = 15e^{4t} - 5$

**Выводы.** Таким образом, обучение экономико-математическому моделированию в профильных классах экономической направленности является эффективным инструментов формирования элементов экономической грамотности и экономического мышления у обучающихся, а использование цифровых технологий, например, программы GeoGebra, делает обучение более наглядным и способствует подготовке будущих экономистов к профессиональной деятельности в условиях цифровой экономики.

Основными направлениями обучения экономико-математическому моделированию в процессе изучения темы «Функции в экономике» считаем:

1) наполнение понятия «функция одной независимой переменной» экономическим содержанием;

2) использование в обучении профессионально-направленных задач на исследование поведения функций в различных экономических контекстах;

3) применение в обучении цифровых инструментов, позволяющих визуализировать экономические зависимости и изучать их свойства;

4) формирование наряду с математическими экономических способов действий в процессе обучения математике.


*1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углублённый уровень / [Ш.А. Алимов и др.]; – 7-е изд. – Москва : Просвещение, 2019. – 463 с.*

*2. Белякова, Ю.С. Методические особенности изучения применения производной к исследованию функций в школьном курсе математики / Ю.С. Белякова, А.Ю. Катаржнова // Академическая публицистика. – 2022. – № 7-2. – С. 163–166.*

*3. Богосян, М.В. Современная трактовка определения «профильное обучение» / М.В. Богосян // Ученые записки Крымского федерального университета имени В.И. Вернадского. Социология. Педагогика. Психология. – 2022. – Том 8 (74). – № 3. – С. 63–73.*

*4. Валеева, З.М. Применение компьютерного моделирования в обучении экономике школьников / З.М. Валеева, Е.Н. Гусева. – Текст: электронный // Современные научные исследования и инновации. – 2016. – №6 – URL: https://web.snauka.ru/issues/2016/06/68423 (дата обращения: 13.08.2024).*

*5. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришкин; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – 3-е изд. перераб. и доп. – Москва : ЮНИТИ ДАНА, 2010. – 479 с. – (Серия «Золотой фонд российских учебников»).*

*6. Генералов, Г.М. Математическое моделирование. 10-11 классы: учебное пособие для общеобразоват. организаций / Г.М. Генералов. – 3-е изд. – Москва : Просвещение, 2021. – 159 с.*

*7. Гребенкина, А.С. Программа Geo Gebra как средство практико-ориентированного обучения математике студентов финансово-управленческих специальностей / А.С. Гребенкина, А.В. Хитрик // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 2 (62). – С. 38–49. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-62-38-49.*

*8. Громова, Е.В. Применение компьютерной математической программы Geogebra в обучении понятию функции / Е.В. Громова, И.С. Сафунов. – Текст: электронный // Образование и наука. – 2014. – №4 (113). URL: https://doi.org/10.17853/1994-5639-2014-4-113-131 (дата обращения: 21.09.2024).*

*9. Довженко, П.В. Применение цифровых образовательных технологий в преподавании экономических дисциплин / П.В. Довженко, Л.С. Баник // Таможенная политика России на Дальнем Востоке. – 2023. – № 3(104). – С. 60–66. – DOI 10.24412/1815-0683-2023-3-60-66.*

*10. Ключагина, М.В. Обучение учащихся профильных классов математическому моделированию / М.В. Ключагина, И.В. Кочетова // Эвристическое обучение математике : Труды VI Международной научно-методической конференции, Донецк, 21–23 декабря 2023 года. – Донецк: ДонГУ, 2023. – С. 115–119.*

*11. Ковалева, Л.Ю. Решение финансово-экономических задач на уроках математики в старших классах как средство профилизации обучения / Л.Ю. Ковалева // Современное общее образование : проблемы, инновации, перспективы : Материалы международной научно-практической конференции, Орел, 25 февраля 2022 года / Редколлегия: Т.М. Бакурова [и др.]. – Орел : Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева, 2022. – С. 152–157.*

*12. Макаров, С.И. Формирование навыков математического моделирования у студентов экономических вузов / С.И. Макаров // Педагогические науки. – 2020. – №2 (31). – С. 254–257. – DOI 10.17816/snv202307.*

*13. Мосюкова, И.В. Финансовая грамотность и финансовые задачи ЕГЭ по математике / И.В. Мосюкова // Инновационные тенденции развития системы образования : Сборник материалов VII Международной научно-практической конференции, Чебоксары, 11 июня 2017 года / Редколлегия: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары : Общество с ограниченной ответственностью «Центр научного сотрудничества «Интерактив плюс», 2017. – С. 199–201.*

*14. Об утверждении программы «Цифровая экономика Российской Федерации»: распоряжение Правительства РФ от 28.07.2017 № 1632-р // Собрание законодательства Российской Федерации. № 32, 07.08.2017. – URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_221756/f62ee45faefd8e2a11d6d88941ac66824f848bc2/ (дата обращения: 03.09.2024). – Текст : электронный.*

*15. Пахомова, Т.С. Текстовые задачи по математике как средство формирования финансовой грамотности в основной школе / Т.С. Пахомова // Самарский научный вестник. – 2022. – Т. 11, № 3. – С. 311–314. – DOI 10.55355/snv2022113315.*

*16. Сафронова, Т.М. Текстовые задачи с финансово-экономическим содержанием в едином государственном экзамене по математике повышенного уровня / Т.М. Сафронова, Н.В. Черноусова, М.И. Сафронова // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2018. – № 4(12). – С. 140–145. – URL: https://continuum-journal.ru/media/docs/articles/2018/4/22.pdf (дата обращения 24.09.2024)*

*17. Соскова, А.А. Необходимость внедрения изучения сложных экономических вопросов в внеурочную деятельность старших школьников / А.А. Соскова, Т.А. Тарасова // Преподавание предметов физико-математического цикла в современной школе : Материалы Всерос. студ. научно-практической конф. с междунар. участием, посвященной памяти Народного Учителя СССР М.А. Алексеева, Якутск, 05–06 мая 2022 года / Отв. редактор А.И. Голиков. – Ульяновск: ИП Кеньшенская Виктория Валерьевна (издательство «Зебра»), 2022. – С. 149–151.*

18. Титов, А.Н. Экономико-математическое моделирование и прогноз прибыли предприятия по статистическим моделям / А.Н. Титов, Р.Ф. Тазиева // Вестник Технологического университета. – 2019. – Т. 22, №4. – С. 170–175.

19. Федеральная рабочая программа среднего общего образования: математика (углубленный уровень) : для 10–11 классов образовательных организаций / ФГБНУ «Институт стратегии развития образования». – Москва, 2023. – 81 с.

20. Филонова, К.А. Реализация прикладной направленности преподавания математики в условиях профильного обучения / К.А. Филонова, Т.А. Долматова // Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании. – 2023. – № 2(83). – С. 48–51.

21. Широкорад, И.И. Предпрофессиональное обучение и просвещение школьников как фундамент подготовки кадров для экономики г. Москвы / И.И. Широкопад. – Текст электронный // Московский экономический журнал. – 2022. – № 10. – URL: https://qje.su/ekonomicheskayateoriya/moskovskij-ekonomicheskij-zhurnal-10-2022-32/ (дата обращения 24.09.2024)

22. Яроцкая, Е.В. Экономико-математические методы и моделирование / Е.В. Яроцкая. – Краснодар : Кубанский государственный аграрный университет им. И.Т. Трубилина, 2017. – 176 с.

23. Mokhov, V.G. (2023) Mathematical modelling economy // Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS), 2023, vol. 16, no. 1, pp. 5–22.

## TEACHING MATHEMATICAL MODELING IN ECONOMICS CLASSES ON THE EXAMPLE OF THE TOPIC «FUNCTIONS IN ECONOMICS»

**Varavina Veronika,**
*teacher of mathematics and computer science,*
*Secondary School №7 named after Moskvina A.P.*
*Sochi, Russian Federation*

***Abstract.*** *The article considers the issue of the relevance of teaching economic and mathematical modeling, taking into account the digital transformation of education. The possibility of using professionally oriented tasks within the framework of the topic «Functions in economics» for classes with an economic training profile is revealed. The article presents the main mathematical functions used in economics, which are used to create mathematical models describing various economic processes and phenomena, such as: utility function (preference function); production function; demand, consumption and supply function. The possibilities of using the dynamic GeoGebra program to visualize the studied functions are con.*

***Keywords***: *professionally oriented tasks, teaching mathematics, functions in economics, economic profile of training, visualization of educational material, GeoGebra, derivative of a function.*

***For citation:*** Varavina V. (2024). Teaching Mathematical Modeling in Economics Classes on the example of the topic «Functions in Economics». Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 3(63), pp. 44–53. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-44-53.

***Статья представлена профессором Е.Г. Евсеевой***
***Поступила в редакцию 08.09.2024***

УДК [373.5.091.279.5:51]:[004.031.42:744.42]
DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-54-62

# СОЗДАНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ ЧЕРТЕЖЕЙ К ЗАДАНИЯМ С ПАРАМЕТРОМ ИЗ ПРОФИЛЬНОГО ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ В ПРОГРАММЕ GEOGEBRA

**Павлова Татьяна Вениаминовна,**
*кандидат физико-математических наук,*
*e-mail: t.v.pavlova@utmn.ru*
**Камшилов Никита Павлович,**
*студент,*
*e-mail: stud0000274585@utmn.ru*
*Ишимский педагогический институт им. П.П. Ершова (филиал)*
*ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет»,*
*г. Ишим, РФ*

***Аннотация.*** *Статья посвящена потенциалу использования программы динамической математики GeoGebra при изучении математики, в частности, при изучении темы «Задачи с параметром» школьного курса алгебры. Показана актуальность использования таких программ при изучении математических понятий. Продемонстрированы примеры построения интерактивных чертежей к задачам с параметром из профильного ЕГЭ по математике в среде GeoGebra. Сделан вывод о полезности данного материала для широкой аудитории, включающей заинтересованных школьников, учителей.*

***Ключевые слова:*** *единый государственный экзамен, задание с параметром, графический метод, интерактивный чертеж, программа GeoGebra.*

***Для цитирования:*** Павлова, Т.В. Создание интерактивных чертежей к заданиям с параметром из профильного ЕГЭ по математике в программе GeoGebra / Т.В. Павлова, Н.П. Камшилов // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 54–62. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-54-62.

**Постановка проблемы.** Задание с параметром в Едином государственном экзамене (ЕГЭ) по математике профильного уровня является одним из наиболее сложных для школьников, сдающих этот экзамен. Так, в 2024 году, по данным отчета о проведении экзамена, эту задачу решило всего 5% учащихся [13, с. 17], что на фоне процентов выполнения других задач является низким показателем. В этом же отчете приводятся методические рекомендации, согласно которым «для решения этой задачи требуется систематическое формирование соответствующих умений, начиная с основной школы» [13, с. 17].

При этом, федеральная рабочая программа основного общего образования, призванная унифицировать процесс обучения, предлагает изучать тему «задачи с параметром» только в рамках углубленного изучения математики [12, с. 22]. Такое положение дел негативно влияет на процесс подготовки к экзамену, так как его сдают не только ученики школ с углубленным изучением математики.

Важно отметить, что учителя непрофильных школ, обычно, не уделяют времени изучению данной темы на уроках.

Решать задания с параметрами можно по-разному. Обычно выделяется два метода решения: аналитический и графический, последний из которых, обычно, более понятен школьникам, так как предполагает рассмотрение графиков функций и их взаимного расположения на координатной плоскости.

Минусом такого метода является большое количество времени, уделяемое на построение чертежа. Описываемой проблемы можно избежать, если подготовить данные чертежи заранее.

Систему обучения в настоящее время трудно представить без использования возможностей, которые дают нам информационно-коммуникационные технологии. Существуют компьютерные программы, функционал которых может быть использован на уроках математики. Одной из таких программ является GeoGebra. Ее главной особенностью является возможность построения интерактивных чертежей, на которых при изменении исходных данных можно наблюдать за изменением построения в реальном времени.

Таким образом, GeoGebra подходит для решения проблемы реализации наглядности материала при подготовке учащихся к решению заданий с параметром из профильного ЕГЭ по математике.

**Обзор актуальных исследований.** Тенденция использования программ динамической математики наблюдается как на уровне школьного [1; 3; 5; 8; 10], так и на уровне высшего образования [2; 9].

Так, С.В. Ларин и С.В. Шуманский в своей статье [5, с. 24] приводят пример использования среды GeoGebra при изучении важного тригонометрического понятия «числовая окружность». В процессе обсуждения, используя функционал программы, авторы строят графики функций

$$y = \operatorname{tg}(x)\,,\, y = \operatorname{ctg}(x)\,,$$

$$y = \arcsin(x)\,,\, y = \arccos(x)\,.$$

Отмечается возможность использования среды GeoGebra для организации творческой деятельности учащихся.

В своей статье М.В. Дербуш говорит о возможности использования программ динамической математики (GeoGebra, Живая геометрия и др.) во время выполнения задач на построение с помощью циркуля и линейки с обеспечения наглядности [3, с. 67]. Также приводится пример использования среды GeoGebra при изготовлении развертки модели конуса. Отмечается наличие мобильных версий программ динамической математики, что является преимуществом при проведении масштабных практических работ [3].

Ю.В. Абраменкова в своем исследовании говорит о том, что использование различных электронных ресурсов, созданных для изучения различных математических объектов, способствуют формированию у учащихся алгоритмического стиля мышления, а также желания заниматься исследовательской деятельностью [1, с. 63].

Исследователи Н.С. Мамбетова и Т.И. Анисимова в своей статье пришли к выводу, что при изучении геометрических понятий для наиболее качественного понимания темы следует использовать различные компьютерные программы, направленные на визуализацию математического материала [8, с. 140].

В статье Е.И. Саниной и И.В. Полякова рассматривается созданная авторами методика обучения геометрии с использованием программ динамической математики. Так, на примере задачи на нахождение площади треугольника, заданного тремя его вершинами на координатной плоскости, происходит поиск оптимального пути решения с помощью функционала среды GeoGebra [10, с. 138].

Заметим, что большинство исследований, посвященных применению программ динамической математики в рамках школьного образования, рассматривают только темы по геометрии, в то время как алгебраическому материалу уделяется меньшее внимание. На уровне высшего образования ситуация иная.

Так, в статье М.Е. Сангаловой и Е.В. Барановой рассматриваются особенности создания электронного курса по математическому анализу. Среди особенностей выделяется применение программ для построения графиков функций (Mathway, GeoGebra и т.д.). Отмечается важность выбора подходящей программы для достижения наилучшего результата при визуализации материала [9, с. 57].

Использование программ динамической математики наблюдается и в рамках обучения на прикладных специальностях. Так, в статье А.С. Гребенкиной и А.В. Хитрик рассматривается потенциал использования среды GeoGebra при обучении студентов финансово-управленческих направлений подготовки [2, с. 44]. Представлены примеры задач прикладного содержания, которые сводятся к исследованию различных графиков функций, поиску экстремумов, а также поиску площади плоской фигуры, расположенной под графиком.

Помимо исследований нами были найдены несколько учебных пособий по планиметрии и стереометрии [6; 7; 11], которые используют возможности программы GeoGebra. При этом алгебру, по нашему мнению, незаслуженно обделяют вниманием.

Таким образом, анализ научных исследований, методических публикаций позволяет сделать вывод о том, что использование среды GeoGebra позволяет улучшить процесс изучения различных областей математики. При этом важно отметить, что проанализированный материал посвящен преимущественно геометрии, в то время как алгебре уделено недостаточно внимания. При этом GeoGebra обладает функционалом, способным иллюстрировать алгебраический материал.

**Цель статьи** – *продемонстрировать процесс создания интерактивных чертежей в программе GeoGebra к заданиям с параметром из профильного ЕГЭ по математике.*

**Изложение основного материала.** Рассмотрим задачу, представленную в сборнике для подготовки к профильному ЕГЭ по математике.

***Задача 1.*** Найдите все значения *a*, при каждом из которых система уравнений имеет ровно два различных решения [4, с. 138].

$$\begin{cases} \sqrt{a-x^2}=\sqrt{a-y^2}; \\ x^2+y^2=2x+4y. \end{cases} \qquad (1)$$

*Решение:* первое уравнение системы существует только тогда, когда:

$$\begin{cases} -\sqrt{a}\le x\le\sqrt{a}; \\ -\sqrt{a}\le y\le\sqrt{a}. \end{cases} \qquad (2)$$

С учетом этого преобразуем первое уравнение системы:

$$\begin{cases} y=x; \\ y=-x; \\ -\sqrt{a}\le x\le\sqrt{a}; \\ -\sqrt{a}\le y\le\sqrt{a}. \end{cases} \qquad (3)$$

Преобразуем второе уравнение системы следующим образом: перенесём все слагаемые из правой части в левую часть уравнения, прибавим к уравнению с двух сторон число 5 и соберем полные квадраты. Тогда система имеет вид:

$$\begin{cases} y=x; \\ y=-x; \\ -\sqrt{a}\le x\le\sqrt{a}; \\ -\sqrt{a}\le y\le\sqrt{a}; \\ (x-1)^2+(y-2)^2=5. \end{cases} \qquad (4)$$

*Построение чертежа.* Перейдем в программу GeoGebra Classic, доступную по ссылке https://geogebra.org/classic на всех устройствах.

Сначала построим окружность, задаваемую последним уравнением системы (3). В поле ввода наберем $w:(x-1)^2+(y-2)^2=5$. Выберем в меню настроек объекта цвет (нами выбран красный) и уберем буквенное обозначение (рис. 1).

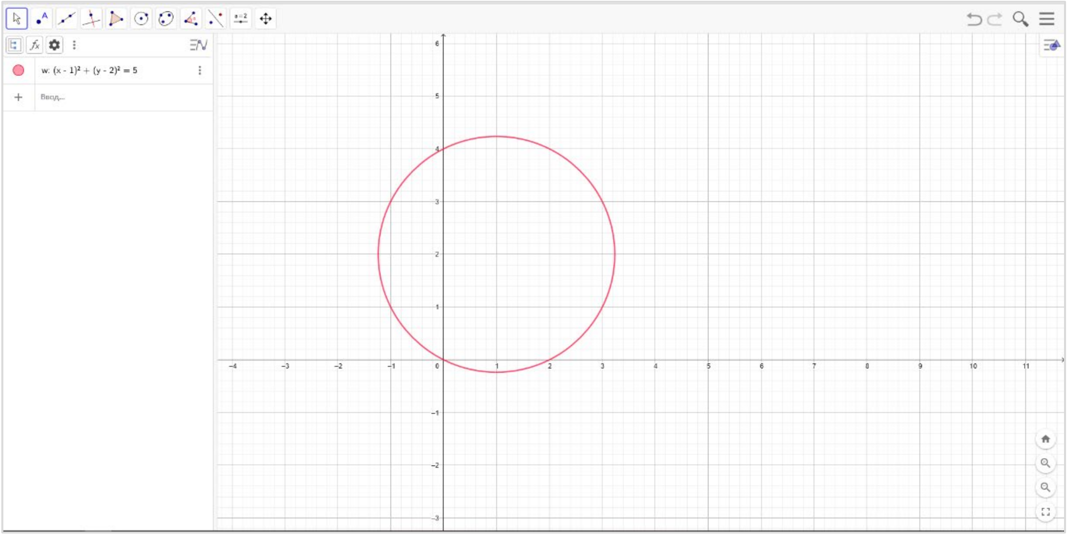



*Рисунок 1 – Окружность* $w:(x-1)^2+(y-2)^2=5$ *на чертеже в GeoGebra*

Теперь добавим ползунок параметра *a*, набирая в строку ввода «*a*=». В меню настроек объекта изменим минимальные и максимальные значения параметра на 0 и 30 соответственно. Далее построим область допустимых значений для переменных *x* и *y*, задаваемую системой (2). Обозначим $k:x=\sqrt{a}$ $l:x=-\sqrt{a}$ $o:y=\sqrt{a}$ $p:y=-\sqrt{a}$ (рис. 2).

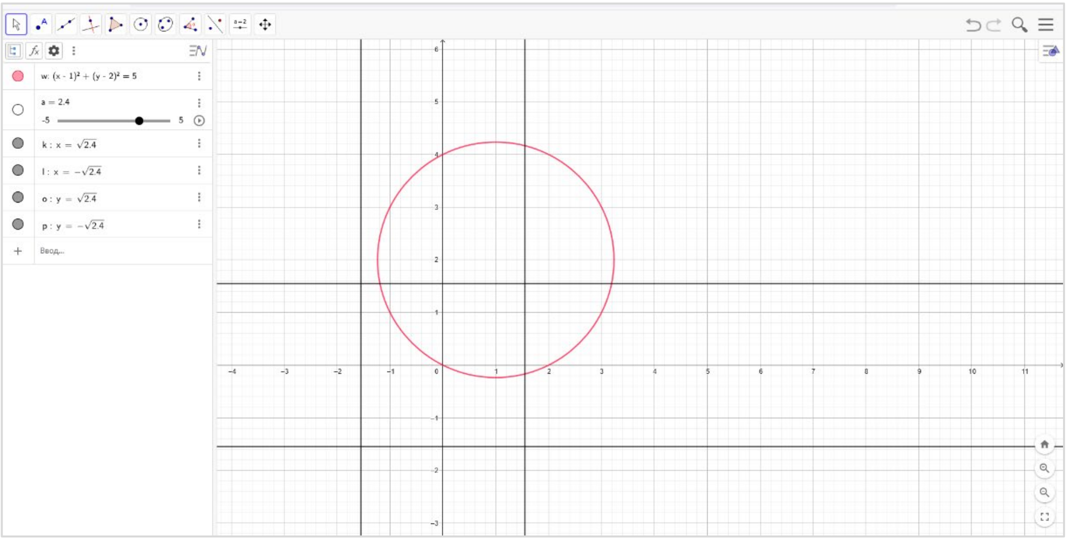



*Рисунок 2 – Границы области допустимых значений* переменных *x* и *y в задаче 1 и окружность* $w:(x-1)^2+(y-2)^2=5$

Эти прямые ограничивают область существования прямых, заданные системой (3). Для этого в поле ввода наберем: *A=Пересечение(k, o)*,*B=Пересечение(k, p)*, *D=Пересечение(l, p)*, *C=Пересечение(l, o)*.

Далее, исходя из того, что область допустимых значений для прямых $y=x$ и $y=-x$ имеет форму квадрата *BCDE* со стороной, равной *a*, построим графики прямых как диагоналей данного квадрата. Для этого в поле ввода наберем следующие команды: *h=Отрезок(A, D)*, *i=Отрезок(B,C)*. Чертеж к задаче 1 приведен на рисунке 3.

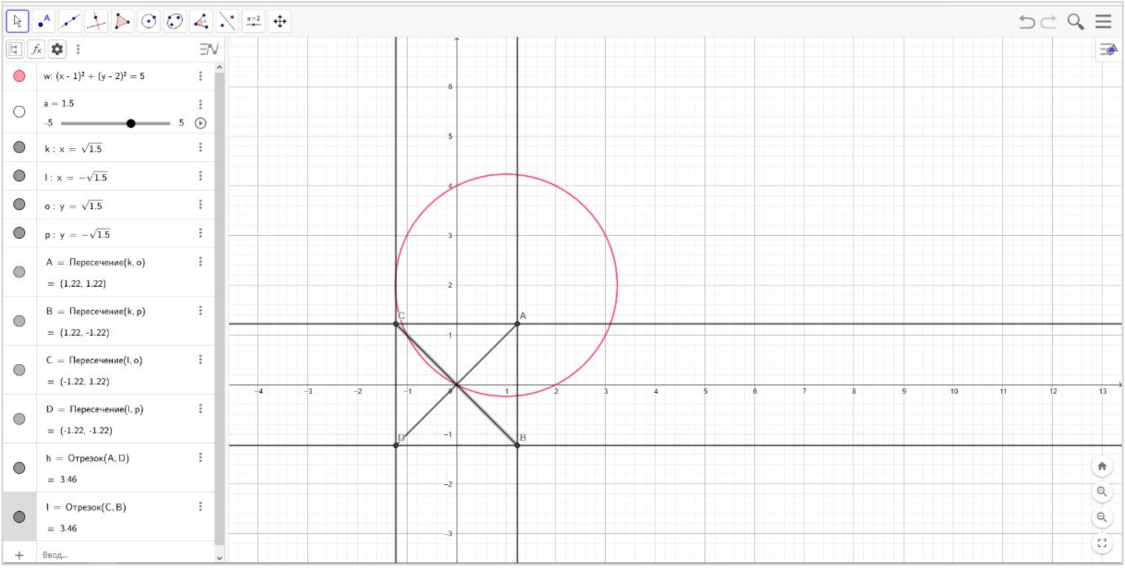



*Рисунок 3 – Прямые y=x и y= – x, ограниченные областью допустимых значений в задаче 1*

Теперь, для того чтобы выяснить, когда система (4) имеет два решения, следует рассмотреть точки пересечения прямых с окружностью. Для этого в поле ввода наберем следующие команды: *Пересечение (w, h)*, *Пересечение(w, i)*. В зависимости от значения параметра $a$, прямые пересекают окружность в различных точках. Так, при значении $a = 1$ система (1) имеет два решения, а при $a = 9$ система уравнений имеет 3 решения (рис. 4).

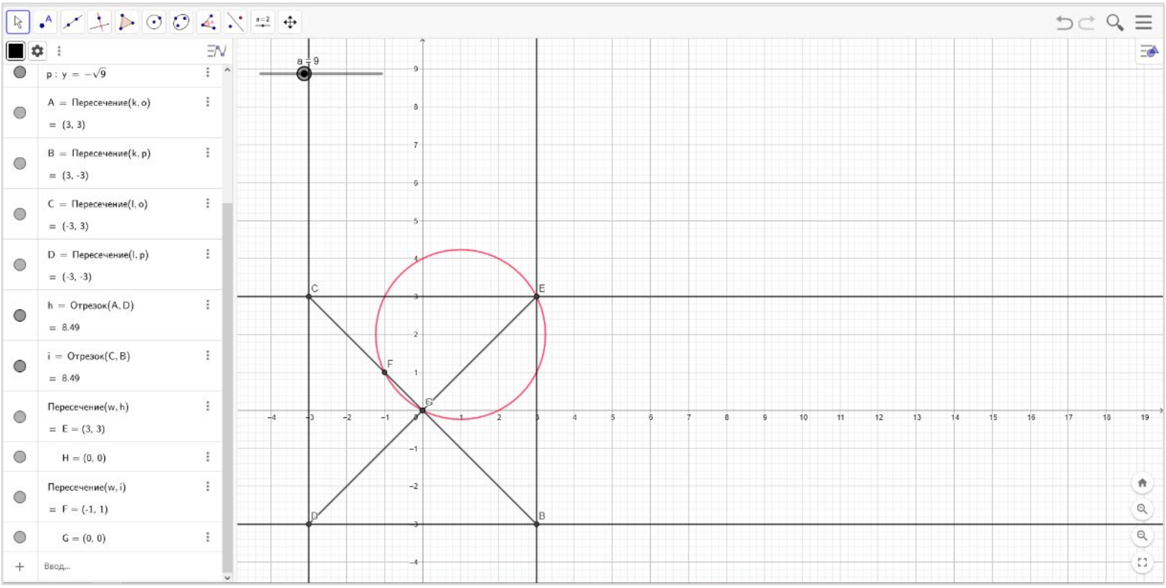



*Рисунок 4 – Решения системы уравнений (1) при a=9*

Для наиболее комфортной работы с чертежом, можно через настройки объектов убрать отображения значений для точек пересечения, убрать объекты, которые использовались для построения, а также изменить цвет объектов (рис. 5).

Теперь, рассмотрев количество пересечений графиков функций при различных значениях параметра $a$, можно дать следующий ответ на задачу: система имеет ровно два решения при $a \in [1; 9)$.

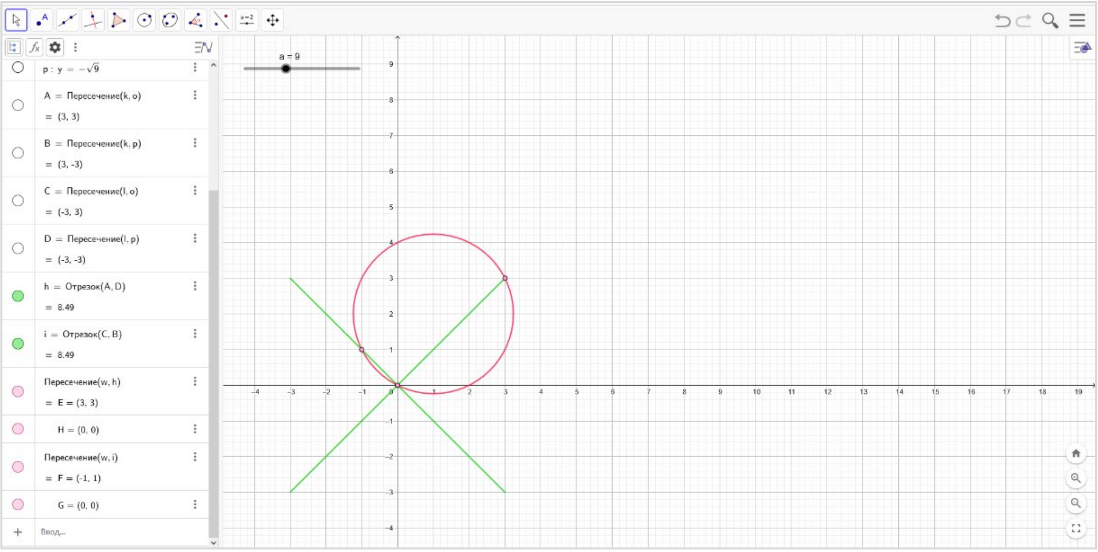



*Рисунок 5 – Окончательный вариант чертежа к задаче 1*

Рассмотрим построение интерактивного чертежа для еще одной задачи.

***Задача 2.*** Найдите все значения параметра *a*, при каждом из которых система уравнений (5) имеет ровно два различных решения [4, с. 134].

$$\begin{cases} \sqrt{16-y^2} = \sqrt{16-a^2x^2} \\ x^2+y^2 = 8x+4y \end{cases} \tag{5}$$

*Решение:* первое уравнение системы (5) существует тогда, когда выполняются условия:

$$\begin{cases} --4 \le ax \le 4; \\ 4 \le y \le 4. \end{cases} \tag{6}$$

С учетом этого возведем первое уравнение системы (5) в квадрат, преобразуем и получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} y = ax; \\ y = -ax; \\ -4 \le ax \le 4; \\ -4 \le y \le 4; \\ x^2+y^2 = 8x+4y. \end{cases} \tag{7}$$

Преобразуем второе уравнение системы. Перенесем слагаемые из правой части в левую и прибавим с обоих сторон уравнения 20. Выделив полные квадраты в правой части уравнения получим, что второе уравнение системы есть окружность радиуса $\sqrt{20}$ и центром в точке $(4{,}2)$. После всех преобразований система (5) примет вид:

$$\begin{cases} y = ax; \\ y = -ax; \\ -4 \le ax \le 4; \\ -4 \le y \le 4; \\ (x-4)^2+(y-2)^2 = 20. \end{cases} \tag{8}$$

*Построение чертежа.* Для начала с помощью поля ввода построим окружность, которую задает второе уравнение системы (5). Для этого набираем $w:(x-4)^2+(y-2)^2=20$. Для уменьшения загромождения будущего чертежа сразу уберем имя окружности через настройки объекта. Теперь перейдем к построению области допустимых значений (6). Построим границы данной области. Для этого в поле ввода следует набрать следующие команды:

$k: x = \dfrac{4}{a}, l: x = \dfrac{-4}{a}, h: y = 4, p: y = -4$.

Найдем точки пересечения прямых, задающих границы, набрав в строке ввода наберем следующие команды: *A=Пересечение (k,h)*, *B=Пересечение (k,p)*, *C=Пересечение (l,p)*, *D=Пересечение (l,h)*. Построим область в виде многоугольника *ABCD*. Для этого введем в строку ввода команду *g=Многоугольник (A, B, C, D)*. В этот момент чертеж к задаче 2 выглядит следующим образом (рис. 6).

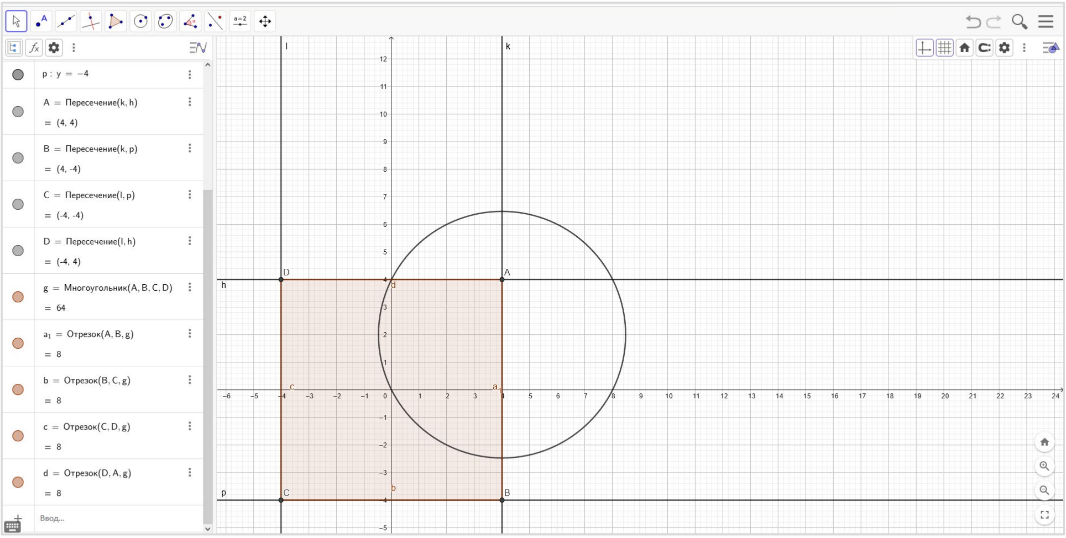



*Рисунок 6 – Окружность $w:(x-4)^2+(y-2)^2=20$*
*и область допустимых значений в задаче 2*

Теперь перейдем к построению прямых и поиску точек их пересечения с окружностью *w*. Для начала введем следующие команды: *m:y=ax* , *n:y=-ax*. Пересечения прямых с окружностью найдем с помощью команд: *Пересечение(w, m)*, *Пересечение(w, n)*. Для улучшения внешнего вида чертежа уберем из вида имена всех объектов, лишние объекты, которые использовались при построении, а также поменяем цвет объектов. После этих действий наш чертеж выглядит следующим образом (рис. 7).

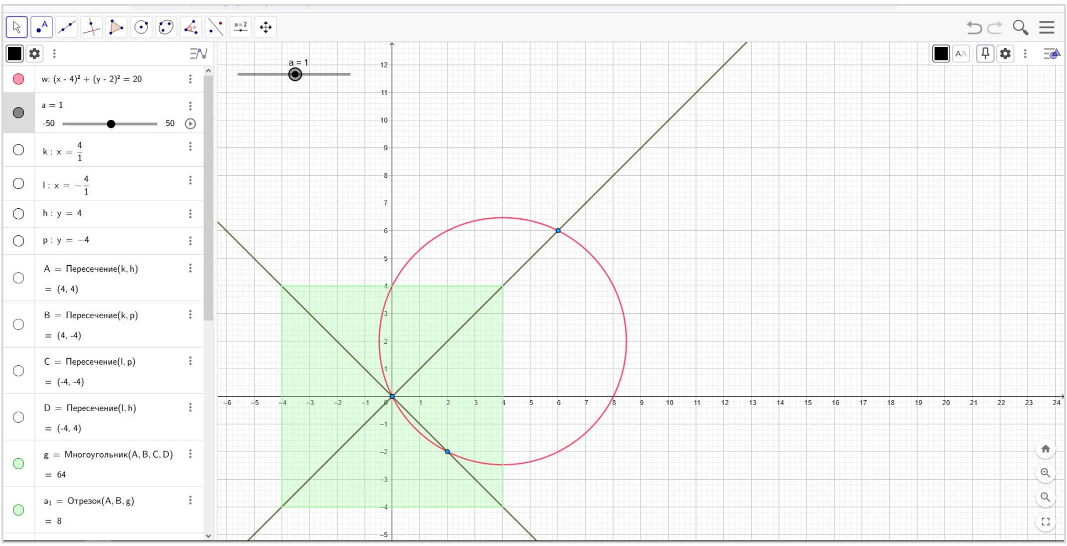



*Рисунок 7 – Окончательный вариант чертежа к задаче 2*

При тщательном изучении чертежа можно сделать вывод: если при *a* система имеет два решения, то при *–a* система также имеет два решения. Тогда можно исследовать только положительные значения *a*, при этом нужно будет внести в ответ соответствующие отрицательные значения *a*. После внимательной работы с чертежом можно дать ответ: система (8) имеет ровно два решения при $a \in (-\infty,-2) \cup (-2,-0.5) \cup (0) \cup (0.5,2) \cup (2,+\infty)$

Подробнее о работе с GeoGebra можно прочитать здесь [6; 7; 11].

**Выводы.** Резюмируя, можно сказать, что применение систем динамической математики возможно, как на уровне высшего, так и на уровне общего образования. Функционал таких программ отлично подходит для визуализации различных математических объектов и понятий. В частности, применение программы GeoGebra возможно при создании интерактивных чертежей к заданиям с параметром из профильного ЕГЭ по математике. Такие материалы могут помочь школьникам понять зависимость между изменением значений параметра и графика функции. Материалы, представленные выше, могут быть полезны заинтересованным школьникам, учителям математики. Созданные в процессе написания статьи интерактивные чертежи доступны по ссылкам:

*https://www.geogebra.org/classic/gdamusyr,*
*https://www.geogebra.org/classic/gkfpuhcy.*

Перспективами дальнейших исследований может быть разработка учебного пособия, посвященного графическому методу решения задач с параметром из профильного ЕГЭ по математике.

Создание такого пособия является целью наших дальнейших исследований.


1. *Абраменкова, Ю.В. Формирование цифровой грамотности обучающихся посредством использования современных электронных ресурсов / Ю.В. Абраменкова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – № 2(62). – С. 59–65. – DOI 10.24412/2079-9152-2024-62-59-65.*
2. *Гребенкина, А.С. Программа Geogebra как средство практико-ориентированного обучения математике студентов финансово-управленческих специальностей / А.С. Гребенкина, А.В. Хитрик // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – № 2(62). – С. 38–49. – DOI 10.24412/2079-9152-2024-62-38-49.*
3. *Дербуш, М.В. Особенности организации практических работ по геометрии с использованием информационных технологий // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы 6-й Международной научной интернет-конф. : эл. изд. сетевого распространения / Моск. пед. гос. ун-т; под общ. ред. Л.И. Боженковой, М.В. Егуповой. – Москва : МПГУ, 2020. – С. 64–69.*
4. *ЕГЭ-2024. Математика. Профильный уровень. 36 типовых экзаменационных вариантов / под ред. И.В. Ященко – Москва : Национальное образование, 2024. – 224 с.*
5. *Ларин, С.В. Об использовании анимационных рисунков на уроках тригонометрии / С.В. Ларин, С.В. Шуманский // Математика и проблемы образования : материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов, 22-24 сентября 2022 года – Киров, 2022. – С. 23–24.*
6. *Ларин, С.В. Методика обучения математике: компьютерная анимация в среде Geogebra : учебное пособие для вузов / С.В. Ларин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 233 с. – URL: https://urait.ru/bcode/540009 (дата обращения: 03.09.2024). – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт].*
7. *Люблинская, И.Е. Исследовательские и проектные задания по планиметрии с использованием среды «GeoGebra Classic» : Пособие для учителей и учащихся 7-9 классов / И.Е. Люблинская, В.И. Рыжик. – Санкт-Петербург : СМИО Пресс, 2020. – 208 с.*
8. *Мамбетова, Н.С. Использование цифровых ресурсов на уроках геометрии / Н.С. Мамбетова, Т.И. Анисимова // Общество: социология, психология, педагогика. – 2023. – № 8(112). – С. 136–143. – DOI 10.24158/spp.2023.8.18.*
9. *Сангалова, М.Е. Визуализация и интерактивность при подготовке материалов электронного курса по математическому анализу / М.Е. Сангалова, Е.В. Баранова // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов : материалы 40-го Междунар. науч. семинара преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов, 7-9 октября 2021 г. – Брянск, 2021. – С. 55–58.*
10. *Санина, Е.И. Методические подходы к обучению решения задач координатным методом с использованием СДГ / Е.И. Санина, И.В. Поляков // Мир науки, культуры, образо-*

*вания. – 2024. – № 4(107). – С. 137–140. – DOI 10.24412/1991-5497-2024-4107-137-140.*

*11. Сгибнев, А.И. Геометрия на подвижных чертежах / А.И. Сгибнев – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : МЦНМО, 2024. – 240 с.*

*12. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (углубленный уровень). – Москва : ФГБНУ «Институт стратегии развития образования», 2023. – 101 с.*

*13. Ященко, И.В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2024 года по математике / И.В. Ященко, И.Р. Высоцкий, А.В. Семенов. – Москва : ФИПИ, 2024. – 39 с.*

## CREATING INTERACTIVE DRAWINGS FOR QUESTIONS WITH A PARAMETER FROM THE PROFILE UNIFIED STATE EXAM IN MATHEMATICS IN THE GEOGEBRA PROGRAM

**Pavlova Tatyana,**
*Candidate of Physical and Mathematical Scienses*
**Kamshilov Nikita,**
*Student,*
*Ishim Pedagogical Institute named after P. P. Ershov, branch of UTMN*
*Ishim, Russian Federation*

***Abstract.*** *The paper is devoted to the potential of using the GeoGebra dynamic mathematics program in the study of mathematics, in particular when studying the topic "assignment with a parameter" of a school algebra course. The relevance of using such programs in the study of mathematical concepts is shown. Examples of building interactive drawings for questions with a parameter from the profile Unified State Exam in mathematics in the GeoGebra environment are demonstrated. The conclusion is made about the usefulness of this material for a wide audience, including interested schoolchildren, teachers, tutors.*

***Keywords****: unified state exam, task with parameter, graphical method, interactive drawing, GeoGebra program.*

***For citation:*** Pavlova T., Kamshilov N. (2024). Creating interactive drawings for questions with a parameter from the profile unified state exam in mathematics in the GeoGebra program. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 3(63), pp. 54–62. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-54-62.

***Статья представлена профессором И.Е. Маловой.***
***Поступила в редакцию 10.09.2024***

УДК 37.091.33:519.642
DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-63-70

# МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЁМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ» В ШКОЛЕ И ВУЗЕ

**Джумаева Огулджамал Аширдурдыевна,**
*директор школы,*
*Средняя школа №50 Шабатского этрапа*
*Дашогузского велаята, г. Дашогуз*
**Бердиев Берди Аразгулыевич,**
*преподаватель,*
**Мурадова Эджебай Гарашовна,**
*преподаватель,*
**Гурбанов Сулейман Сапаргелдиевич,**
*преподаватель,*
**Махемов Юсуп Дадебаевич,**
*преподаватель,*
*e-mail: mahemowyusup@gmail.com*
*Туркменский сельскохозяйственный институт,*
*г. Дашогуз, Туркменистан*

***Аннотация.*** *Статья посвящена актуальной проблеме совершенствования методики обучения теме «Интегральное исчисление», которая является профессионально-значимой для специалистов в различных областях деятельности. Обозначены основные направления повышения качества обучения интегральному исчислению такие, как реализация принципа наглядности; использование новых информационных технологий; усиление прикладной направленности; обеспечение преемственности обучения; включение в обучение практико-ориентированных и олимпиадных задач; реализация междисциплинарных связей; изучение истории интегрального исчисления и др. Предложены методические приёмы решения нестандартных задач, которые могут быть использованы в обучении интегральному исчислению, как в старшей школе, так и в системе высшего образования.*

***Ключевые слова:*** *обучение математике, интегральное исчисление, преемственность обучения, методические приёмы.*

***Для цитирования:*** Методические приёмы решения задач по теме «Интегральное исчисление» в школе и вузе / О.А. Джумаева, Б.А. Бердиев, Э.Г. Мурадова, С.С. Гурбанов, Ю.Д. Махемов // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 63–70. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-63-70.

**Постановка проблемы.** Возможности применения интегрального исчисления в различных областях науки и техники исследовались многими учеными. Исследователи отмечали важность таких направлений, как:

- применение интегрального исчисления в судоходстве и судостроении [14];
- использование прикладных задач интегрального исчисления в географии [6];
- геометрические и физические приложения определенного интеграла [20];
- роль интегрального исчисления при решении экономических задач [10];
- использование геометрического смысла интеграла в предметах естественнонаучного цикла [5] и др.

В связи с этим, есть основания утверждать, что тема «Интегральное исчисление» является профессионально-значимой темой для специалистов в различных областях деятельности, что делает актуальным совершенствование методики обучения этой теме, как в средней школе, так и в системе высшего образования. При этом необходима трансформация методических систем обучения математике в средней и высшей школе с целью обеспечения их преемственности [13]. Одним из направлений такой трансформации является согласование задачного материала в обучении интегральному исчислению на обоих уровнях образования.

**Анализ актуальных исследований.** Кроме проблем, связанных с обучением интегральному исчислению в средней школе и вузе, учеными рассматривались также:

– методические аспекты изучения истории интегрального исчисления в средней школе (Е. Ю. Мазурина [15]);

– формирование профессиональных навыков у студентов экономического направления при изучении интегрального исчисления (Е. И. Титова, Р. М. Дашкин [21]);

– реализация междисциплинарных связей высшей математики и физики при обучении интегральному исчислению (Ю. А. Зубкова, Г. А. Султанова, С. В. Кабина, К. В. Тычинин [1]);

– применение методов интегрального исчисления при подготовке специалистов Министерсва чрезвычайных ситуаций / И. Н. Рубежная, И. В. Вахнина [17]);

– использование практико-ориентированных задач интегрального исчисления в процессе преподавания математики в техническом вузе (В. Я. Шапиро [23]);

– обучение решению задач по интегральному исчислению при подготовке к олимпиадам по математике (И.В. Бабичева [3]);

– методические особенности изучения интегрального исчисления в курсе высшей математики военного вуза (Н.В. Садовников, Г.А. Султанова [18]);

– обеспечение преемственности в изучении интегрального исчисления в системе общего среднего и высшего профессионального образования (А.В. Должикова [12]);

– реализация принципа наглядности при изучении интегрального исчисления в школьном курсе математики (И.Н. Борисова, И.Б. Гарипов [7]);

– усиление прикладной направленности преподавания учебной темы «Интегральное исчисление» для профессиональной подготовки менеджера (А.В. Синчуков [19]);

– изучение темы «Интегральное исчисление» с использованием новых информационных технологий (Ю.А. Виноградова, О.К. Иванова, Е.А. Яновская [8]) и др.

Таким образом, анализ современных научных работ показал, что основными направлениями повышения качества обучения интегральному исчислению являются: реализация принципа наглядности; использование новых информационных технологий; усиление прикладной направленности; обеспечение преемственности обучения; включение в обучение практико-ориентированных и олимпиадных задач; реализация междисциплинарных связей; изучения истории интегрального исчисления и др.

**Цель статьи** – *рассмотрение особенностей вычисления неопределённых инте-*

*гралов при решении нестандартных задач, что имеет большое значение для закрепления теоретических знаний в курсе высшей математики в вузе, или в курсе математики в старших классах, а также выделение методических приёмов решения задач, связанных с интегральным исчислением.*

**Изложение основного материала.** Согласно федеральной рабочей программе в средней школе изучается такие основные понятия: первообразная, основное свойство первообразных; первообразные элементарных функций; правила нахождения первообразных; интеграл, геометрический смысл интеграла; вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона–Лейбница; применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел [22]. Следует отметить, что вычисление определенных и неопределенных интегралов в курсе алгебры и начал математического анализа в 11 классе и в курсе высшей математики в вузе имеет некоторые общие черты.

Рассмотрим примеры, связанные с особенностями вычисления интегралов в школе и вузе.

***Задача 1.*** Если $-\infty < x < +\infty$ и $f(x)$ непрерывная, дифференцируемая и периодическая функция на интервале, то докажите что $f''(x) \cdot f(x) \leq 0$ [11].

*Доказательство.* Давайте предположим обратное. Пусть $f''(x) \cdot f(x) > 0$ период функции $f(x)$. равен числу $T$. С учетом сделанного предположения получим:

$$\int_x^{x+T} f''(x) \cdot f(x)dx > 0.$$

Методом интегрирования по частям из этого неравенства получим:

$$\int f''(x) \cdot f(x)dx = \int f(x)d\big(f'(x)\big) =$$

$$= f(x)f'(x) - \int [f'(x)]^2 dx\,;$$

$$\int_x^{x+T} f''(x) \cdot f(x)dx =$$

$$= f(x)f'(x)\Big|_x^{x+T} - \int_x^{x+T} [f'(x)]^2 dx =$$

$$= -\int_x^{x+T} [f'(x)]^2 dx \leq 0.$$

Пришли к противоречию, значит неравенство $f''(x) \cdot f(x) \leq 0$ верно. Что и требовалось доказать.

Подобные задания целесообразно включать в курс высшей математики в вузе, поскольку его решение способствует развитию абстрактного мышления, готовит студентов к применению метода интегрирования по частям при решении прикладных задач с использованием определённого интеграла.

Рассмотрим способы вычисления некоторых неопределенных интегралов, которые не предусмотрены школьной программой, но может быть предложено при изучении математики в средней школе на углубленном уровне [22]. Такими являются, например, интегралы, содержащие знак модуля в подынтегральной функции.

Как правило, в таблицу первообразных и неопределённых интегралов не включается первообразная от функции $f(x) = |x|$, поэтому она должна быть рассмотрена дополнительно:

$$\int |x|dx = \frac{x \cdot |x|}{2} + C. \qquad (1)$$

Также формула (1) может быть использована при вычислении интегралов, в которых подынтегральная функция содержит знак модуля.

***Задача 2.*** Вычислить интеграл

$$\int x|x|dx.$$

*Решение.* Интегрируя по частям [4] с учетом формулы (1), получим:

$$I = \int x|x|dx = \frac{x^2|x|}{2} - \frac{1}{2}\int x|x|dx$$

$$= \frac{x^2|x|}{2} - \frac{1}{2}I;$$

Из последнего уравнения:

$$\frac{3}{2}I = \frac{x^2|x|}{2};$$

$$I = \frac{x^2|x|}{3} + C;$$

$$\int x|x|dx = \frac{x^2|x|}{3} + C. \qquad (2)$$

***Задача 3.*** $\int (x+|x|)^2 dx$ вычислить интеграл [16].

*Решение:* раскроем квадрат под знаком интеграла и, учитывая формулу (2), получим:

$$\int (x+|x|)^2 dx = \int (x^2 + 2x|x| + (|x|)^2) dx =$$
$$= 2\int (x^2 + +x|x|) dx = 2\int x^2 dx + 2\int x|x| dx$$
$$=$$
$$= \frac{2x^3}{3} + \frac{2x^2|x|}{3} + C = \frac{2x^2}{3}(x+|x|) + C.$$

Ответ: $\int (x+|x|)^2 dx = \frac{2x^2}{3}(x+|x|) + C$.

***Задача 4.*** Вычислить интеграл $\int (|1+x| - |1-x|)dx$ [16].

*Решение:* используя свойство аддитивности неопределённого интеграла, разложим исходный интеграл на разность двух интегралов:

$$\int (|1+x| - |1-x|) dx =$$
$$= \int |1+x| dx - \int |1-x| dx$$

Перепишем формулу (1) в виде $\int |t|dt = \frac{t|t|}{2} + C$ и вычислим каждый из двух полученных интегралов с помощью замены переменной:

$$\int |1+x| dx = \begin{bmatrix} 1+x=t; \\ dt=dx \end{bmatrix} = \int |t| dt = \frac{t\cdot|t|}{2} + C = \frac{(1+x)\cdot|1+x|}{2} + C_1; \qquad (3)$$

$$\int |1-x| dx = \begin{bmatrix} 1-x=t; \\ dt=-dx \end{bmatrix} = -\int |t| dt = -\frac{t\cdot|t|}{2} + C = -\frac{(1-x)\cdot|1-x|}{2} + C_2; \qquad (4)$$

Учитывая результаты интегрирования, полученные в (3) и (4), получим для исходного интеграла:

$$\int (|1+x| - |1-x|) dx = \frac{1}{2}\big(|1+x|(1+x) + |1-x|(1-x)\big) + C.$$

Задачи 5 и 6 решаются на основании свойства неопределённого интеграла и могут быть использованы в обучении как в школе, так и вузе.

***Задача 5.*** Найти функцию $f(x)$, если $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$,

*Решение:* обозначим $\sin^2 x = t$. Тогда на основании основного тригонометрического тождества получим $f'(t) = 1 - t$.

Найдем функцию $f(x)$, используя свойство неопределённого интеграла [4]:

$$\int df(t) = \int f'(t)dt = f(t) + \mathrm{C}. \qquad (5)$$

Получим

$$f(t) = \int f'(t) dt = \int (1-t) dt;$$

$$f(t) = t - \frac{1}{2}t^2 + C. \qquad (6)$$

Записывая полученную в (6) функцию через аргумент $x$, получаем

$$f(x) = x - \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Ответ: при $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$,

$$f(x) = x - \frac{1}{2}x^2 + C.$$

***Задача 6.*** Найти функцию $f(x)$, если $f'(x^2) = \frac{1}{x}$.

*Решение:* обозначим $x^2 = t$. Тогд $x = \sqrt{t}$, $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$.

На основании свойства (5), получим

$$f(t) = \int f'(t) dt = \int \frac{1}{\sqrt{t}} dt;$$

$$f(t) = 2\sqrt{t} + C. \qquad (7)$$

$$f(x) = 2\sqrt{x} + C.$$

Записывая полученную в (7) функцию через аргумент $x$, получаем

$$f(x) = 2\sqrt{x} + C.$$

*Ответ:* если $f'(x^2) = \frac{1}{x}$, то $f(x) = 2\sqrt{x} + C$.

В задачах 7 и 8 при вычислении неопределённого интеграла от тригонометрической функии используется приём домножения подынтегральной функции на постоянный множитель, который может быть представлен как функция от аргументов, уже имеющихся под знаком интеграла. Без использования этого приёма представленные интегралы вычислить затруднительно.

***Задача 7.*** Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sin(x+a)\sin(x+b)}$ [2].

*Решение:* $\int \frac{dx}{\sin(x+a)\sin(x+b)} = \frac{1}{\sin(a-b)} \int \frac{\sin[(x+a)-(x+b)]}{\sin(x+a)\sin(x+b)} dx =$

$$= \frac{1}{\sin(a-b)} \int \frac{\sin(x+a)\cos(x+b) - \cos(x+a)\sin(x+b)}{\sin(x+a)\sin(x+b)} dx =$$

$$= \frac{1}{\sin(a-b)} \int \left( \frac{\cos(x+b)}{\sin(x+b)} - \frac{\cos(x+a)}{\sin(x+a)} \right) dx =$$

$$= \frac{1}{\sin(a-b)} \left( \int \frac{d(\sin(x+b))}{\sin(x+b)} - \int \frac{d(\sin(x+a))}{\sin(x+a)} \right) =$$

$$= \frac{1}{\sin(a-b)} (\ln|\sin(x+b)| - \ln|\sin(x+a)|) + C =$$

$$= \frac{1}{\sin(a-b)} \ln\left|\frac{\sin(x+b)}{\sin(x+a)}\right| + C.$$

***Задача 8.*** Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sin(x+a)\cos(x+b)}$.

*Решение:* $\int \frac{dx}{\sin(x+a)\cos(x+b)} = \frac{1}{\cos(a-b)} \int \frac{\cos[(x+a)-(x+b)]}{\sin(x+a)\cos(x+b)} dx =$

$$= \frac{1}{\cos(a-b)} \int \frac{\cos(x+a)\cos(x+b) + \sin(x+a)\sin(x+b)}{\sin(x+a)\cos(x+b)} dx =$$

$$= \frac{1}{\cos(a-b)} \int \left( \frac{\cos(x+a)}{\sin(x+a)} + \frac{\sin(x+b)}{\cos(x+b)} \right) dx =$$

$$= \frac{1}{\cos(a-b)} \left( \int \frac{d(\sin(x+a))}{\sin(x+a)} dx - \int \frac{d(\cos(x+b))}{\cos(x+b)} \right) =$$

$$= \frac{1}{\cos(a-b)} (\ln|\sin(x+a)| - \ln|\cos(x+b)|) + C = \frac{1}{\cos(a-b)} \ln\left|\frac{\sin(x+a)}{\cos(x+b)}\right| + C.$$

В задаче 9 необходимо провести дополнительные преобразования таким образом, чтобы представить подынтегральное выражение в виде дифференциала некоторой функции, а затем вычислить неопределенный интеграл, используем свойство (5).

***Задача 9.*** $\int \frac{x^2 dx}{(x\sin x + \cos x)^2}$ вычислить интеграл [9].

*Решение:*

$$\int \frac{x^2dx}{(x\sin x+\cos x)^2} = \int \frac{x^2(\sin^2 x+\cos^2 x)dx}{(x\sin x+\cos x)^2} = \int \frac{x^2\sin^2 x - x\sin x\cos x + x\sin x\cos x + x^2\cos^2 x}{(x\sin x+\cos x)^2}dx =$$

$$=\int \frac{x\sin x(x\sin x+\cos x) - x\cos x(\sin x - x\cos x)}{(x\sin x+\cos x)^2}dx =$$

$$= \int \frac{(\cos x + x\sin x - \cos x)(x\sin x+\cos x) - (\sin x + x\cos x - \sin x)(\sin x - x\cos x)}{(x\sin x+\cos x)^2}dx =$$

$$= \int \frac{(\sin x - x\cos x)'(x\sin x+\cos x) - (x\sin x+\cos x)'(\sin x - x\cos x)}{(x\sin x+\cos x)^2}dx =$$

$$= \int d\left(\frac{\sin x - x\cos x}{x\sin x + \cos x}\right) = \frac{\sin x - x\cos x}{x\sin x + \cos x} + C; \int \frac{x^2dx}{(x\sin x + \cos x)^2} = \frac{\sin x - x\cos x}{x\sin x + \cos x} + C.$$

**Заключение.** Таким образом, использование приведенных примеров в обучение интегральному исчислению в старшей школе, позволит обеспечить преемственность обучения математике между школой и вузом. Эти примеры могут эффективно использоваться старшеклассниками, учителями математики и студентами в своих исследованиях. Можно эффективно использовать для подготовки студентов или старшеклассников к олимпиадам по математике, для проведения внеклассной работы, повышения самостоятельности обучающихся.


*1. Анализ междисциплинарных связей высшей математики и физики при использовании интегрального исчисления / Ю.А. Зубкова, Г.А. Султанова, С.В. Кабина, К.В. Тычинин // Драгомировские образовательные чтения : Сборник научных статей по материалам VI Международной научно-практической конференции, Пенза, 27–28 ноября 2023 года. – Пенза : Пензенский государственный университет, 2023. – С. 51–54.*

*2. Ашыров, О. Ýokary matematika. II kitap / О. Ашыров, М. Гурбанмаммедов, Х. Солтанов, М. Алмазов. – Ашхабад : Туркменская государственная издательская служба, 2012.– 108 с.*

*3. Бабичева, И.В. Подготовка к олимпиадам. Дифференциальное и интегральное исчисление : учебное пособие для вузов / И.В. Бабичева. – 2-е изд., стереотипное. – Сакнт-Петербург : Издательство «Лань», 2021. – 152 с.*

*4. Баврин, И.И. Высшая математика : учебник для студентов высш. пед. учеб. заведений, обучающихся по естественнонауч. специальностям / И.И. Баврин. – Москва : Высшая школа : ВШ : Academia, 2000. – 611 с.*

*5. Барковская, С.В. Использование геометрического смысла определённого интеграла в предметах естественнонаучного цикла / С.В. Барковская // Инновационные технологии в математическом образовании: молодежная парадигма : сборник научных статей молодых исследователей. – Елец : Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2024. – С. 12–16.*

*6. Бондарева, Е.В. Об использовании прикладных задач интегрального исчисления в географии / Е.В. Бондарева // Формирование профессиональной направленности личности специалистов – путь к инновационному развития России : сборник статей III Всероссийской научно-практической конференции, Пенза, 18–19 ноября 2021 года. – Пенза: Пензенский государственный аграрный университет, 2021. – С. 44–48.*

*7. Борисова, И.Н. Реализация принципа наглядности при изучении интегрального исчисления в школьном курсе математики / И.Н. Борисова, И.Б. Гарипов // Системы компьютерной математики и их приложения. – 2021. – № 22. – С. 341–346. – EDN SIQDDD.*

*8. Виноградова, Ю.А. Дистанционное изучение темы «Интегральное исчисление» с использованием новых информационных* *технологий / Ю.А. Виноградова, О.К. Иванова, Е.А. Яновская // Современные проблемы науки и образования. – 2020. – № 5. – С. 29. – DOI 10.17513/spno.30134.*

*9. Гелдиев, Х. Algebra we analiziň başlangyçlary. Umumy orta bilim berýän mekdepleriň XI synpy üçin okuw kitaby / Х. Гелдиев и др. – Ашхабад: Туркменская государственная издательская служба, 2014.– 248 с.*

*10. Горбова, Е.А. Роль интегрального исчисления при решении экономических задач / Е.А. Горбова, А.В. Запорожец // Глобальные тенденции и перспективы цифровизации экономики, образования и науки : сборник материалов Международной научно-практической конференции, Ставрополь, 19–20 мая 2021 года. – Ставрополь: Издательство «АГРУС», 2021. – С. 176–179.*

*11. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб. пособие для вузов / Б.П. Демидович. – 10-е изд., испр. – Москва : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 624 с.*

*12. Должикова, А.В. Обеспечение преемственности в изучении интегрального исчисления в системе общего среднего и высшего профессионального образования / А.В. Должикова // Сборник научно-методических работ : Столетию ДонНТУ посвящается / Министерство образования и науки ДНР; Донецкий национальный технический университет. Том Выпуск 12. – Донецк : Донецкий национальный технический университет, 2021. – С. 71–78.*

*13. Евсеева, Е.Г. Трансформация методических систем обучения математике в средней школе и классическом университете с целью обеспечения их преемственности / Е.Г. Евсеева, А.В. Должикова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2020. – № 51. – С. 13–21.*

*14. Логинова, Е.О. Применение интегрального исчисления в навигации на судах / Е.О. Логинова, А.А. Омельченко, А.С. Зелепухин // Актуальные решения проблем водного транспорта : сборник материалов II Международной научно-практической конференции, Астрахань, 29 мая 2023 года. – Астрахань: Индивидуальный предприниматель Сорокин Роман Васильевич (Издатель: Сорокин Роман Васильевич), 2023. – С. 136–139.*

*15. Мазурина, Е.Ю. Методические аспекты изучения истории интегрального исчисления в средней школе / Е.Ю. Мазурина // Математика, информатика, физика: проблемы и перспективы : сборник научных статей международной научно-практической конференции, Оренбург, 25–26 апреля 2024 года. – Оренбург : Оренбургский государственный педагогический университет, 2024. – С. 256–262.*

*16. Минорский, В.П. Сборник задач по высшей математике : [Для втузов] / В.П. Минорский. – 11-е изд., стер. – Москва : Наука, 1971. – 352 с.*

*17. Рубежная, И.Н. Применение методов интегрального исчисления при подготовке специалистов Министерсва чрезвычайных ситуаций / И.Н. Рубежная, И.В. Вахнина // Применение математических методов к решению задач МЧС России : сборник трудов секции № 13 XXXII Международной научно-практической конференции, Химки, 01 марта 2022 года / ФГБВОУ ВО «Академия гражданской защиты МЧС России». – Химки: Академия гражданской защиты Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий, 2022. – С. 92–95.*

*18. Садовников, Н.В. Методические особенности изучения интегрального исчисления в курсе высшей математики военного вуза / Н.В. Садовников, Г.А. Султанова // Математическое образование в школе и вузе: опыт, проблемы, перспективы (MATHEDU'2021) : материалы X Международной научно-практической конференции, Казань, 22–28 марта 2021 года. – Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2021. – С. 181–186.*

*19. Синчуков, А.В. Усиление прикладной направленности преподавания учебной темы «Интегральное исчисление» для профессиональной подготовки менеджера / А.В. Синчуков // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2021. – № 3(23). – С. 50–59. – DOI 10.24888/2500-1957-2021-3-50-59. – EDN KNMMID.*

*20. Суетина, Н.Л. Некоторые геометрические и физические приложения определенного интеграла / Н.Л. Суетина // Непрерывность образования: от школы к вузу : материалы 5-й Всероссийской научно-методической школы-семинара, Ульяновск, 30 сентября 2021 года. –*

*Ульяновск : Ульяновский государственный технический университет, 2022. – С. 47–50.*

*21. Титова, Е.И. Формирование профессиональных навыков у студентов экономического направления при изучении интегрального исчисления / Е.И. Титова, Р.М. Дашкин // Образование и наука в современном мире. Инновации. – 2023. – № 6(49). – С. 36–41.*

*22. Федеральная рабочая программа среднего общего образования: математика (углубленный уровень) : для 10–11 классов образовательных организаций / ФГБНУ «Институт стратегии развития образования». – Москва, 2023. – 81 с.*

*23. Шапиро, В.Я. Практико-ориентированная задача интегрального исчисления при преподавании математики в техническом вузе / В.Я. Шапиро // Наукосфера. – 2022. – № 1-1. – С. 259–263.*

## METHODOLOGICAL TECHNIQUES FOR SOLVING PROBLEMS ON THE TOPIC «INTEGRAL CALCULUS» IN SCHOOL AND UNIVERSITY

**Jumayeva Oguljamal,**
*headmaster of the school,*
*Secondary school No. 50 of the Shabat etrap*
*Dashoguz velayat, Dashoguz*
**Berdiyev Berdi,**
*Lecturer,*
**Muradova Ejebay,**
*Lecturer,*
**Gurbanov Suleyman,**
*Lecturer,*
**Mahemov Yusup,**
*Lecturer*
*Turkmen Agricultural Institute,*
*Dashoguz, Turkmenistan*

***Abstract.*** *The article is devoted to the urgent problem of improving the teaching methodology of the topic «Integral calculus», which is professionally significant for specialists in various fields of activity. The main directions of improving the quality of teaching integral calculus are considered, such as the implementation of the principle of clarity; the use of new information technologies; strengthening the applied orientation; ensuring the continuity of training; the inclusion of practice-oriented and Olympiad tasks in training; the implementation of interdisciplinary connections; studying the history of integral calculus, etc. Methodological techniques for solving non-standard problems that can be used in teaching integral calculus both in high school and in the higher education system are proposed.*

***Keywords***: *teaching mathematics, integral calculus, continuity of learning, methodological techniques.*

***For citation:*** Jumayeva O., Berdiyev B., Muradova E., Gurbanov S., Mahemov Y. (2024). Methodological techniques for solving problems on the topic «Integral calculus» in school and university. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 3(63), pp. 63-70. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-63-70.

***Статья представлена профессором Е.Г. Евсеевой***
***Поступила в редакцию 20.08.2024***

УДК 373.5.091.322:51
DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-71-79

# УПРАВЛЕНИЕ ПРОЕКТНО-ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ ВО ВНЕКЛАССНОЙ РАБОТЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

**Скафа Елена Ивановна,**
*доктор педагогических наук, профессор,*
*e-mail:* e.skafa@mail.ru
**Закутаева Мария Олеговна,**
*магистрант,*
*e-mail:* mashu.zackutaeva@yandex.ru
*ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,*
*г. Донецк, РФ*

***Аннотация.*** *Основные виды деятельности, которые учитель может организовывать во внеурочной работе по математике – это пропедевтическую эвристическую деятельность школьников 5-6 классов в рамках кружковой работы, учебно-познавательную эвристическую деятельность обучающихся 7-9 классов на эвристических факультативах, а также проектно-исследовательскую деятельность старшеклассников по созданию ими цифровых эвристических образовательных проектов. В статье раскрываются некоторые приемы управления такими видами деятельности обучающихся основной школы. Показано, что разработка обучающимися несложных ученических проектов, а также создание учителем цифровых эвристических образовательных проектов для обучающихся 5-9 классов, позволяют организовать проектно-эвристическую деятельность школьников для обеспечения процессов мотивации, актуализации, повторения и систематизации базовых знаний обучающихся, а также для систематической работы по овладению школьниками эвристическими приемами, позволяющими продуктивно работать в предметной области «Математика».*

***Ключевые слова:*** *внеурочная работа по математике, проектно-эвристическая деятельность, пропедевтическая эвристическая деятельность школьников, эвристический факультатив, эвристические цифровые образовательные проекты.*

***Для цитирования:*** Скафа, Е. И. Управление проектно-эвристической деятельностью обучающихся основной школы во внеклассной работе по математике / Е. И. Скафа, М.О. Закутаева // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 71–79. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-71-79.

**Постановка проблемы.** Общеизвестно, что дополнительное образование школьников, отмечает Н.А. Бирюкова, решает целый ряд комплексных задач по углублению образования, способствует всестороннему развитию способностей обучающихся, и максимальному удовлетворению их потребностей и интересов [4].

Дополнительное математическое образование играет огромную роль в развитии у обучающихся креативного мышления и творческих задатков [6]. Оно разделяется на внеклассную работу по математике в системе школьного образования и на внешкольное дополнительное математическое образование.

Для учителя математики важно понимать структуру организации каждого вида дополнительного образования детей. В данной статье остановимся на характеристике внеклассной работы по математике и особенностях ее организации в современных условиях технологизации и цифровизации образования.

С учетом новых реалий, происходящих в системе образования, деятельность, которой учитель должен управлять в процессе организации внеклассной работы, выходит за рамки учебной. Она должна быть направлена на исследование познавательных процессов, поиск их алгоритмических и эвристических составляющих, на знакомство с процессом эвристического проектирования, т.е. создания ученических проектов, при реализации которых ученик овладевает эвристическими умениями.

**Анализ актуальных исследований.** В педагогических исследованиях в настоящее время внеклассную работу и всю систему дополнительного математического образования многие ученые рассматривают как форму организации проектной и эвристической деятельности, среди них: Е.А. Аникушина, Л.И. Боженкова, И.В. Иванова, А.Г. Маибуров и др.

Авторы отмечают, что организация проектно-эвристической деятельности обучающихся в системе дополнительного математического образования помогает развить у школьников навыки логического мышления, креативность и умение работать в группе, сформировать универсальные учебные действия, а также повышает их интерес к математике. Эти навыки и знания пригодятся ученикам в будущем, как в профессиональной, так и в личной жизни. Организация такой деятельности поможет школьникам получить необходимый опыт для успешного старта в будущем.

Однако основываясь на проведенные нами исследования данной проблемы, отметим, что в 5-6 классах учитель может организовывать во внеклассной работе только пропедевтическую эвристическую деятельность школьников, позволяющую получить первые представления об эвристиках, решая логические и эвристические задачи.

В данный период у обучающихся этой возрастной группы неосознанно могут формироваться представления о приемах эвристической деятельности общего вида (анализ, синтез, сравнение, аналогия и др.) [11; 14]. В проектную деятельность пятиклассники активно включаются, когда учитель использует, например, STEAM-технологии, обеспечивая пропедевтику проектно-эвристической деятельности [3].

Начиная с 7 класса, школьники, переходя в подростковую возрастную группу, изучают систематические курсы алгебры и геометрии. В этот период у обучаемых важно целенаправленно формировать алгоритмические и эвристические приемы деятельности, позволяющие в дальнейшем решать сложные задачи, на их основе организовывать деятельность по созданию несложных инновационных проектов. Такую позицию высказывают И.В. Гончарова [5], Е.М. Бахтиярова [2], А.Г. Маибуров и О.Ю. Писнова [9] и др. Мы поддерживаем мнение исследователей и считаем, что для данной категории обучающихся учитель должен организовывать проектно-эвристическую деятельность.

В программу эвристических факультативов обязательно нужно включать вопросы знакомства обучающихся с проектированием, условиями создания ученических проектов. То есть развивать не только эвристические умения, но целенаправленно формировать навыки работы над проектами в предметной области «Математика».

В процессе обучения старшеклассников в 10-11 классах учитель во внеклассной работе (на элективных, факультативных занятиях или спецкурсах) должен организовывать работу по приобретению обучающимися опыта проектно-эвристической деятельности.

В условиях цифровизации образования, отмечает Ю.В. Абраменкова, на первый план выходит интеграция математических знаний старшеклассников и овладение ими цифровыми инструментами [1], а значит, при организации проектно-эвристической деятельности интерес может представлять создание самими обучающимися цифровых эвристических образовательных проектов [15].

Такой подход к организации внеклассной работы по математике будет полезным и продуктивным. Учителю математики нужно овладеть методическими приемами, позволяющими управлять проектно-эвристической деятельностью обучающихся различных возрастных категорий. Однако ограниченность статьи не дает нам возможность раскрыть приемы такой деятельности, как в основной, так и в старшей школе, работе со старшеклассниками посвятим следующую статью.

**Цель статьи** – *охарактеризовать особенности управления проектно-эвристической деятельностью обучающихся основной школы в процессе организации внеклассной работы по математике.*

**Изложение основного материала.** Для организации проектно-эвристической деятельности обучающихся основной школы и ее управления первое, что нужно сделать учителю – это определить, какие выбрать формы занятий со школьниками. Предлагаем к ним отнести следующие:

- *эвристические уроки* (включают в себя задания на собственное творчество учащегося: изготовить поделку, модель, макет, газету, журнал, маску, математическую фигуру);
- *«погружения»* (может состоять из серии образовательных ситуаций; происходит в определенную историческую эпоху или событие, в физическую теорию или инженерное открытие);
- *деловые игры* (реализуются при организации проектной деятельности).

На таких уроках, чтобы управлять проектно-эвристической деятельностью, учитель должен подобрать интерактивные методы обучения. Как правило – это эвристические методы, обеспечивающие поисковые стратегии [15]:

1) *метод проб и ошибок:*

ошибка становится источником новых знаний;

оценивая ошибки, ученик анализирует причины их появления, что приводит к глубинному пониманию происходящего;

2) *метод коллективного поиска* (называют «мозговой штурм»):

в ходе коллективного поиска каждый вносит свою лепту в поиск ответа;

критиковать или не принимать идеи на стадии обсуждения нельзя;

множество идей систематизируются, а затем отбираются лучшие предложения;

3) *метод анализа:*

осмысленное восприятие информации;

выделение существенных признаков и отношений, известного и неизвестного;

разделение и нахождение структурных единиц;

осмысление и объяснение связей;

4) *метод выделения главного:*

разделение информации на точные логические части и сравнение их;

определение приоритетных векторов мысли;

нахождение основополагающих понятии;

вывод о сути главной идеи;

5) *метод сравнения:*

определение объектов сравнения;

выделение основных признаков сравнения;

установление сходства и различия изучаемого материала;

оформление результатов сравнения;

6) *метод обобщения*:

отбор типичных фактов;

выделение главного;

сравнение;

первичные выводы;

переформулирование;

перекодирование;

рассмотрение развития изучаемого явления;

окончательные результаты обобщения;

8) *метод аналогий*:

анализ существующих решений подобных задач;

выявление похожих элементов и частей существующих решений;

постепенная трансформация известных решений в решение требуемой задачи на основе творческого подхода;

проверка принятого решения;

оформление результата аналогии;

9) *метод неологий*:

применение чужой идеи с целью ее адаптации под требуемую задачу;

перекомпоновка основных элементов и частей выбранной идеи; изменение алгоритма чужой идеи;

проверка полученного решения задачи на основе видоизменения чужой идеи;

оформление результата неологии;

10) *метод наводящей задачи-аналога* – этим эвристическим методом часто пользуются при проектировании. Он основан на первоначальном поиске чужих идей и тщательном анализе их достоинств и недостатков. Применение этого метода позволяет решить проектную задачу, используя чужой опыт проектирования. Это может натолкнуть на видоизменение или даже совершенно новые идеи для решения поставленной проблемы;

11) *метод эвристической беседы* – вопросы, задаваемые в ходе эвристической беседы, являются взаимосвязанной, логической цепочкой, которая по совокупности ответов заставляет ученика прийти к решению проблемы, которую ставил перед ним учитель.

Используя вышеперечисленные формы и методы обучения, предлагаем управлять пропедевтической проектно-эвристической деятельностью обучающихся 5-6 классов, используя на таких занятиях тематические игры, головоломки, системы логических и эвристических задач и др.

Дети этого возрастного периода охотно пишут сказки, придумывают задачи по аналогии, конструируют модели фигур, которые рассматриваем в качестве ученических проектов. Например, можно предложить школьникам написать сочинения на тему:

– Дружит ли треугольник с пирамидой?

– Сказка о потерянном числе.

– Сказка о споре геометрических фигур.

– Путешествие по числовой оси и др.

Примером еще одного проекта может служить ученический проект «Исследование пропорций и пропорциональных отношений». Обучающиеся выбирают интересующую их тему (например, здоровый образ жизни, экономика или строительство) и исследуют пропорциональные отношения, связанные с этой темой. Например, между количеством потраченных калорий и физической активностью.

Цель такого проекта: помочь детям понять основы пропорциональности и её применение в реальной жизни.

В 7-9 классах проектно-эвристическую деятельность школьников во внеклассной работе полезно организовывать как продолжение уроков. Например, разработав цифровой проект «Исследование графиков функций», мы предлагаем на уроках с целью визуализации темы знакомить обучающихся с графиком линейной функции, показать процесс её создания.

Во внеклассной же работе организуется эвристическая деятельность школьников по выявлению общих закономерностей и различий между аналитическим представлением данной функции и её графиком, умению читать функции по их графикам, пониманию того, как изменяется график функции в зависимости от её уравнения.

На факультативном занятии по теме «Первые представления о функции» семиклассникам предложили следующее задание: *для описанной ниже ситуации выберите соответствующую функцию, график которой изображен на рисунке 1 (А, Б, В).*

***«В комнату с мороза занесли чашку со льдом (х – время, у – температура)».***

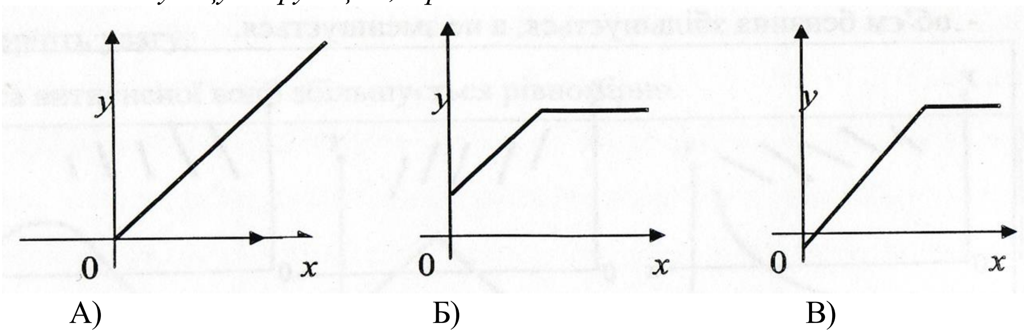



*Рисунок 1 – Графическое изображение задания*

Ученики анализируют ситуацию, понимая то, что лед превращается в воду, но она не может нагреваться постоянно, т.е. график А) не подходит. В начале температура льда не может быть положительной, поэтому график Б) тоже неверно описывает ситуацию. График В) правильно описывает ситуацию.

В качестве домашней работы школьникам было предложено создать подобные проекты по графическому представлению некоторых жизненных ситуаций.

Во внеклассной работе в 7 классе актуальным является использование игровых ситуаций, к которым относим математические головоломки. Например, после рассмотрения задач на составление уравнений на уроках алгебры в качестве домашнего задания можно предложить школьникам создать ученический проект на составление нескольких математических моделей текстовых задач. На факультативе можно провести обсуждение построенных моделей, исследовать возможность описания разными математическими моделями одной и той же текстовой ситуации.

В качестве обобщения знаний по определенной теме курса математики полезно школьникам предлагать создавать на кружковых занятиях математические головоломки. Их, как правило, учитель использует на итоговом уроке по теме. Ученики обмениваются своими головоломками с одноклассниками для решения. Цель такого проекта: развитие логического мышление и навыков решения проблем, повторение изученного материала.

Например, головоломка «Функциональный Лабиринт» представляет собой лабиринт, в котором каждая комната содержит вопрос или задание, связанное с функциями в математике. Учащиеся должны использовать свои знания о функциях, их свойствах и графиках, чтобы пройти через лабиринт, выполнив задания и ответив на вопросы.

Целью головоломки является повторение базовых понятий о функциях и их применения на практике, а также развитие умений анализировать графики функций и решать простые уравнения.

Работа с головоломкой «Функциональный Лабиринт» может быть представлена в следующем виде:

1. Учащиеся начинают с входа в лабиринт и получают доступ к первой комнате с вопросом/заданием.
2. Они решают задание и двигаются к следующей комнате, выбирая правильный путь через лабиринт.
3. Задания могут включать в себя решение уравнений, анализ графиков функций, определение свойств функций и т. д.

4. По завершении лабиринта учащиеся обсуждают свои ответы и стратегии прохождения лабиринта.

Примерные вопросы/задания:

1. Постройте график функции $f(x)=2x+1$ для значений $x = 0,1,2,3,4$.
2. Найдите значение функции $g(x)=3x-2$ при $x = 5$.
3. Решите уравнение $2f(x)=12$ для функции $f(x)=x+4$.
4. Определите, является ли функция $h(x)=x^2$ четной, нечетной или это функция общего вида?
5. Постройте таблицу значений функции $y=3x$ для $x = -2, -1, 0, 1, 2$ и нарисуйте ее график.
6. Решите уравнение $f(x)=10$ для функции $f(x)=2x+3$.
7. Найдите обратную функцию для $f(x)=4x-2$ и проверьте ее, подставив значение 6.

Такой формат головоломки представляет собой интересный и вовлекающий способ закрепления базовых основ понятия функции в математике и развить навыки их применения.

Рассмотрим ученические проекты, которые можно предлагать разрабатывать школьникам, обеспечивая групповую работу на факультативе, а затем использовать их на уроках математики.

Примерами таких проектов могут быть:

*а) ученические проекты, направленные на актуализацию знаний* базовых курсов алгебры и геометрии (повторение ранее изученного для рассмотрения более сложных заданий на факультативе). Такие проекты разрабатываются в виде:

– блок-схем изучения темы на уроках;
– системы базовых заданий, охватывающих основные понятия, теоремы и факты изученной темы на уроках;
– системы прикладных задач и задач с практическим содержанием по рассматриваемой теме и др.;

*б) ученические проекты на мотивацию изучения определенной темы*. Проекты создаются в виде**:**

– исторической странички изучения темы, которая будет рассматриваться на факультативных занятиях;
– описания применения изучаемой темы в быту, других науках, литературе, музыке и пр.;
– ребусы и викторины на распознавание объектов, которые изучаются в теме и др.;

*в) ученические проекты на повторение, обобщение и систематизацию темы,* рассматриваемой в факультативном курсе. К подобным проектам относим:

– математические сказки, относящиеся к изучаемой теме;
– настольные математические игры тематического характера;
– математические газеты тематического характера;
– викторины обобщающего характера по теме и др.

Подобные проекты, создаваемые обучающимися, носят эвристический характер, поскольку для создания материалов проекта учащиеся анализируют тему, изученную на уроках математики, ищут аналогии, сопоставляют факты, повторяют учебный материал, обдумывают форму представления проекта, т.е. проявляют свою эвристическую позицию. Деятельность их носит проектно-эвристический характер.

Следующее направление работы учителя во внеклассной работе по математике – это *создание цифровых ученических проектов для управления проектно-эвристической деятельностью обучающихся в 7-9 классах.* Подобные проекты, как правило, создаются учителем, однако иногда школьникам можно предлагать создавать собственные несложные электронные проекты как проявление их творческих способностей.

*Рассмотрим проекты*, предлагаемые нами, *для сопровождения обучения школьников на факультативных занятиях в 7 классе*. Дадим их характеристику.

*Цифровые проекты для формирования мотивации к обучению***.** Их предлагаем создавать в цифровом формате в виде *викторин, математических игр, исторических страничек, системы занимательных задач, практических ситуаций* и пр. Например, нами была разработана игра «Своя тема». Она состоит из набора заданий на повторение основных фактов, на которых строится изучение математики в 5-6 классах. Выбраны темы: натуральные числа; обыкновенные дроби; десятичные дроби; занимательные задачи; уравнения.

Цель игры – повторить учебный материал по математике 5-6 классов и подготовиться к восприятию основных тем, которые будут изучаться в 7 классе.

Игра проходит среди двух команд и поэтому организация такого мероприятия на первом занятии факультатива способствует сплочению коллектива школьников, которые будут участвовать в факультативе.

*Проекты, направленные на обобщение и систематизацию знаний школьников.* С этой целью предлагаем индивидуализировать работу обучающихся, используя цифровые образовательные проекты в виде мультимедийных тренажеров. Например, «Обобщение и систематизация знаний по алгебре 7-9 классов» [8], «Повторяем, обобщаем, систематизируем знания по планиметрии» [13], «Изучаем теоремы планиметрии» [10; 12]. Такие тренажеры строятся на основе цифровых инструментов, которыми должен владеть учитель математики (Power Point, TestPad, и др.).

*Проекты по созданию инфографики,* служащей для визуального вовлечения обучающихся в процесс овладения основными фактами, понятиями, теоремами изучаемой темы.

Инфографика – это визуальное представление данных, передача информации через связанные между собой изображения, схемы, диаграммы, графики, карты и текст. Она является мощным инструментом, способным сделать уроки более наглядными и интересными. Красивые и понятные графики и диаграммы обладают способностью лучше восприниматься и запоминаться. Современная инфографика открывает перед учителями и учениками множество возможностей [7].

Разделение сложной информации на наглядные и понятные графические элементы помогает сделать процесс обучения более увлекательным и доступным для школьников. Применение инфографики позволяет организовать работу как с классом в целом, так и с каждым отдельным учеником.

Групповой и индивидуальный подходы позволяют использовать инфографику на интерактивной доске или демонстрационном экране для работы со всем классом, а также позволяют каждому ученику работать за персональным компьютером, планшетом или с использованием распечатанного материала. Это создает гибкое рабочее окружение, адаптированное под различные потребности и стили обучения каждого ученика [8].

Эффективным инструментом визуализации математической теории являются *ментальные карты*, которые полезно составлять учителю. Они используются для сбора информации, ее анализа, запоминания и генерирования новых идей.

Ментальные карты по математике позволяют подробно разобрать решения определенных классов задач, разобрать блок-схемы изучения конкретных тем и всей содержательной линии, представить классификационные схемы понятий, их родо-видовые соотношения и др., то есть организовать эвристическую деятельность школьников на занятиях.

Построением ментальных карт предлагаем заниматься вместе с обучающимися на занятии факультатива для расширения и углубления их знаний по темам, которые изучаются во внеклассной работе.

**Выводы.** Таким образом, разработка обучающимися несложных ученических проектов по различным темам математики, а также создание учителем цифровых эвристических образовательных проектов для обучающихся 5-9 классов позволяют организовать проектно-эвристическую деятельность школьников, с одной стороны, для обеспечения процессов мотивации, актуализации, повторения и систематизации их базовых знаний, с другой – для систематической работы по овладению обучающимися эвристическими приемами, позволяющими продуктивно работать в предметной области «Математика».

**Информация о финансовой поддержке:** *исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 29.02.2024 № 075-02-2024-1446).*

1. *Абраменкова, Ю.В. Проектирование урока математики в цифровой образовательной среде / Ю.В. Абраменкова, Д.А. Скворцова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – Вып. 4(60). – С. 48–60. – DOI: 10.24412/2079-9152-2023-60-48-60.*

2. *Бахтиярова, Е.М. Метод проектов и индивидуальные программы в продуктивном обучении / Е.М. Бахтиярова // Школьные технологии. – 2001. – № 2. – С. 11–16.*

3. *Бережная, В.А. Организация проектно-эвристической деятельности школьников 5 классов в системе STEAM-образования / В.А. Бережная // Теоретико-методологические аспекты преподавания математики в современных условиях : материалы IV Международной научно–практической конференции, 4–5 мая 2021 года, г. Луганск; Луганский государственный педагогический университет. – Луганск : Книта, 2021. – С. 192–196.*

4. *Бирюкова, Н.А. Роль и место дополнительного образования в современном образовательном пространстве / Н.А. Бирюкова // Теория и практика дополнительного образования: актуальные проблемы развития. – Йошкар-Ола : МарГУ, 1999. – С. 5–16.*

5. *Гончарова, И.В. Активизация познавательной деятельности учащихся основной школы с помощью исторических фактов по математике / И.В. Гончарова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2020. – Вып. 31. – С. 70–76.*

6. *Иванова, И.В. Педагогическое сопровождение саморазвития детей в дополнительном образовании: история и современность / И.В. Иванова // Вестник Белгородского института развития образования. – 2020. – Т.7. № 2 (16). – С. 6–25.*

7. *Как сделать инфографику самостоятельно в 2023 году [Электронный ресурс]. – URL: https://craftum.com/blog/kak-sdelat-infografiku/ (дата обращения: 26.12.2023).*

8. *Лимарева, А. С. Методика организация обобщения и систематизации знаний на уроках алгебры с применением компьютера / А. С. Лимарева // Эвристика и дидактика математики : материалы VII Международной научно-методической дистанционной конференции-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов. – Донецк : ДонНУ, 2018. – С. 49–51.*

9. *Маибуров, А.Г. Педагогическое управление проектной деятельностью учащихся в дополнительном образовании / А.Г. Маибуров, О.Ю. Писнова. – Текст : электронный // Образование: ресурсы развития. Вестник ЛОИРО. – 2016. – №1. – С. 76–81. – URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=26184952 (дата обращения: 07.05.2024).*

10. *Очерцова, В.Н. Особенности эвристического обучения доказательству математических теорем в школе / В.Н. Очерцова // Эвристика и дидактика математики : материалы IX Международной научно-методической дистанционной конференции-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов. – Донецк : ДонНУ, 2020. – С. 48–50.*

11. *Скафа, Е.И. Инновации во внеурочной работе по математике в 5-6 классах / Е.И. Скафа // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе : материалы III Всероссийской научно-практической конференции, Омск, 1–3 марта 2023 года / под ред. М. В. Дербуш, С.Н. Скарбич. – Омск : Изд-во ОмГПУ, 2023. – С. 122–126.*

12. *Скафа, Е.И. Способы управления эвристической деятельностью учащихся по геометрии / Е.И. Скафа, В.Н. Очерцова, В.В. Коротких // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2018. – Вып.48. – С. 76–83.*

13. *Скафа, Е.И. Технология компьютерного управления обобщением и систематизацией знаний по планиметрии / Е.И. Скафа,*

*А.А. Ганжа // Вестник Белгородского института развития образования. – 2020. – Т. 7, № 3 (17). – С. 39–51.*

14. *Скафа, Е.И. Управление эвристической деятельностью школьников во внеклассной работе по математике / Е.И. Скафа // Science and Education a New Dimension. – Vol. 5. – Budapest: SCASPEE, 2013. – Pp. 131–136.*

15. *Скафа Е.И. Эвристические образовательные проекты для старшеклассников в условиях цифровизации образования / Е.И. Скафа, О.С. Киселёва // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании : Материалы VII Международной научной конференции, Красноярск, 19-22 сентября 2023 года / под общей редакцией М.В. Носкова. – Красноярск : Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2023. – С. 518–522.*

## MANAGING THE DESIGN AND HEURISTIC ACTIVITIES OF PRIMARY SCHOOL STUDENTS IN EXTRACURRICULAR WORK IN MATHEMATICS

**Skafa Elena,**
*Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,*
**Zakutaeva Mariya,**
*Master Student*
*Donetsk State University,*
*Donetsk, Russian Federation*

***Abstract.*** *The main activities that a teacher can organize in extracurricular work in mathematics are propaedeutic heuristic activities of students in grades 5-6 within the framework of group work, educational and cognitive heuristic activities of students in grades 7-9 on heuristic electives, as well as design and research activities of high school students to create digital heuristic educational projects. The article reveals some techniques for managing such types of activities of primary school students. It is shown that the development of simple student projects by students, as well as the creation by the teacher of digital heuristic educational projects for students in grades 5-9, make it possible to organize project-heuristic activities of schoolchildren to ensure the processes of motivation, actualization, repetition and systematization of basic knowledge of students, as well as for systematic work on mastering heuristic techniques by schoolchildren, allowing them to work productively in the subject area "Mathematics".*

***Keywords***: *extracurricular work in mathematics, project-heuristic activity, propaedeutic heuristic activity of schoolchildren, heuristic elective, heuristic digital educational projects.*

***For citation:*** Skafa E., Zakutaeva M. (2024). Managing the design and heuristic activities of primary school students in extracurricular work in mathematics. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 3(63), pp. 71–79. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-71-79.

***Статья поступила в редакцию 23.06.2024.***

# ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 37.018.54:51-053.5/.6(47+57)"322"
DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-80-86

## ПЕРВЫЕ ДЕТСКИЕ ЛЕТНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ШКОЛЫ В СССР

**Кривко Яна Петровна,**
*доктор педагогических наук, доцент,*
*e-mail: yakrivko@yandex.ru*
*ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет»,*
*г. Луганск, РФ*

***Аннотация.*** *В статье рассмотрены особенности организации работы детских летних математических школ в СССР в 60 – 70 годах XX века. Представлены цели и задачи летних математических школ такие, как расширение математического кругозора, привитие интереса к занятиям математикой и развитие способностей детей. Отмечается, что приоритет в отборе к работе школы отдавался детям из сельской местности для обеспечения их равноправия в доступе к качественному образованию. Рассмотрен опыт работы наиболее известных летних математических школ, которые были организованы на базах Ивановского, Вологодского и Карельского государственных педагогических институтов. Выделены особенности работы летних математических школ, специфика организации в них занятий математикой, а также система отбора студентов для осуществления внеурочной деятельности в летних математических школах. Приведены примеры задач, предлагаемых участникам летних математических школ.*

***Ключевые слова:*** *летняя математическая школа, внеурочная работа, олимпиадные задачи, задачи повышенной трудности, математические соревнования, измерительные работы на местности.*

***Для цитирования:*** Кривко, Я.П. Первые детские летние математические школы в СССР / Я.П. Кривко // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 80–86. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-80-86.

**Постановка проблемы**. Математическая подготовка в современном мире выступает основой для развития научно-технического прогресса государства, являясь неотъемлемой компонентой формирования технологического суверенитета страны. Российские математики продолжают славные традиции советской математической школы, приумножая и развивая ее идеи. Однако, основой такого поступательного развития является высокое качество математической подготовки школьников, своевременное выявление одаренных учеников, развитие их потенциала. В этой связи свою высокую эффективность показывает организация внеурочной работы с детьми, проявляющими интерес и способности к математике, в том числе в каникулярное время, в частности в форме летних математических лагерей или, как их еще называют, школ. Данная форма работы не нова – она получила широкое распространение в СССР, начиная с 60-х годов XX века. В современной педагогической науке летние математические школы рассматриваются как форма организации дополнительного математического образования [4, с. 70], в то время как в исследуемый период их рассматривали как внеурочную деятельность. При этом исследование трудов педагогов тех лет позволят выявить их ценные наработки для использования в современной школе, включая их в систему дополнительного математического образования.

**Анализ актуальных исследований.** Вопросами организации внеурочной работы по математике в разные годы занимались З.А. Латипов [8], А.В. Мендель [12], Е.И. Скафа [13], А.А. Тищенко [13] и др.

**Цель статьи** – *анализ организации, проведения и содержательного наполнения первых летних математических школ в СССР.*

**Изложение основного материала**. Организация детского летнего отдыха в СССР выступала как одна из важнейших государственных задач, к решению которой привлекались максимальные ресурсы. Для усиления уровня математической подготовки школьников, выявления и развития способных детей, а также создания условий для полноценного летнего отдыха в 70-х годах XX века стали массово организовываться так называемые летние математические лагеря, которые еще назывались летними математическими школами (ЛМШ).

Отметим, что на добровольных началах подобные школы появились в СССР еще в 1962 году в Новосибирске под руководством А.А. Ляпунова, а затем Г.Ш. Фридмана. Постепенно идея создания летних математических школ выходит на всесоюзный уровень, курируются Министерством просвещения, к их организации активно привлекаются профсоюзы, обкомы ВЛКСМ, облоно и т.д., что позволяло полноценно финансировать ЛМШ и делать их общедоступными.

Кроме того, летние математические школы организовывались и для взрослого населения – под эгидой Академии наук для повышения квалификации научных сотрудников, аспирантов, студентов. Широкую популярность приобрели летние школы Института математики АН УССР, которые регулярно проводились в различных городах УССР и в которых принимали участи выдающиеся математики всего Советского Союза. Так академик АН УССР Ю.А. Митропольский, являясь образцом пропагандиста математических знаний, не только систематически читал лекции для молодых математиков УССР, организовал Всесоюзные математические школы в Украине, но и приглашался Международным центром по проведению летних математических школ в качестве лектора [3, с. 248], что безусловно усиливало интерес к летним математическим школам на всех уровнях.

Необходимо учесть и тот факт, что с начала 70-х годов проводимые в СССР олимпиады по математике приобретают все более масштабный характер, на открытии всесоюзных школьных математических олимпиад звучат приветствия министра просвещения, именитых математиков, академиков [7, с. 132]. Участие школьников в олимпиадах становится престижным, а победа позволяет осуществить дальнейшее обучение по выбранной специальности в лучших ВУЗах страны.

Говоря о ЛМШ, следует отметить тот факт, что зачастую их целевая аудитория – учащиеся сельских школ, проявившие себя в школьных, районных и областных олимпиадах, окончившие 6 – 9 классы. Именно эти учащиеся традиционно имели меньше возможностей, по сравнению с городскими жителями, в получении доступа к качественному образованию.

Приём в ЛМШ часто предполагал написание вступительной работы, по результатам которой принималось решение о зачислении в летний математический лагерь. Задания конкурсной работы предлагалось решать в тетрадях в клетку с полями и, вложив с ней конверт с обратным адресом и бланк для вписывания результатов для ответа организаторов, отправить в университет-организатор для проверки. Кроме стандартных требований указать ФИО учащегося школу и класс, надо было написать ФИО учителя математики. Сами задания носили олимпиадный характер, и их решение предполагало наличие нестандартного мышления у учащегося. Например, задача для седьмого класса: «Что больше: $3^{78} + 3^{75}$ или $3^{76} + 3^{77}$?» [2, с. 81] или для восьмого: «Дана окружность и точка *А* вне ее. Укажите на окружности точку, ближайшую к точке *А,* и докажите, что эта точка – действительно ближайшая» [там же, с. 83].

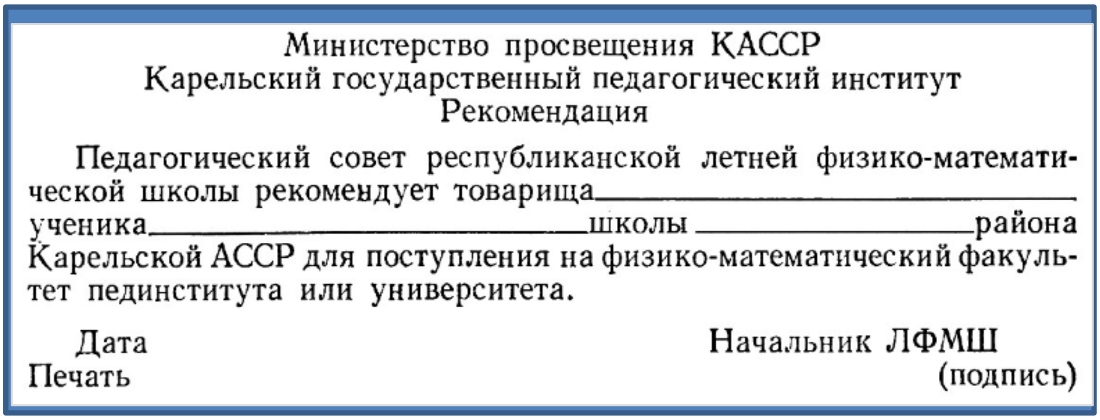
Академик А.Н. Комогоров, проанализировав опыт математических школ, летних сборов юных математиков и т.д., активно выступал за создание на занятиях математикой, прежде всего, атмосферы увлеченности [15, с. 63–64], что в полной мере можно было реализовать именно в ЛМШ. Описание работы одной из первых летних математических школ представлено в книге «Летняя школа на Рубском озере» коллектива авторов: А.Н. Колмогоров, И.Г. Журбенко, Г.В. Пухова, О.С. Смирнова, С.В. Смирнов (1971 г.). В книге идет речь о работе летней физико-математической школы (ЛМФШ), работавшей летом 1968 года в Ивановской области на базе Ивановского пединститута. Лекции по алгебре читал А.Н. Колмогоров, по геометрии – С.В. Смирнов и Г.В. Пухова, что свидетельствует о поддержке подобного начинания на самом высоком академическом уровне [9, с. 5]. По окончании работы были отобраны 27 наиболее способных учеников, которые были приняты в физико-математическую школу при МГУ.

Известность, благодаря публикациям авторов Ю.В. Ломакиной, Г.П. Артемьевой и др., получили и летние математические школы, организованные Вологодским педагогическим институтом в 70-х годах XX века.

Об опыте своей работы по организации на протяжении четырех лет летней физико-математической школы в Карелии писала Л.А. Басова. Они также были ориентированы на учащихся из сельской местности, так как «…они не могут посещать юношескую математическую школу при Карельском пединституте и слушать обзорные лекции по математике для старшеклассников в Петрозаводском университете» [2, с. 70].

Летние математические школы стали своего рода продолжением работы с детьми, проявляющими интерес и способности к изучению математики. Задачи летних математических лагерей соответствовали задачам школьных математических кружков, олимпиад и т.д., заключаясь в содействии математическому развитию детей, «…расширению их математического кругозора, привитию интереса к самостоятельным занятиям математикой», а также «…в развитии способностей ребят, привитии им навыков самостоятельно мыслить, творчески подходить к любой задаче, не только математической, но и всякой другой, где необходимы смелые и оригинальные идеи» [1, с. 3–4]. Кроме того, летняя математическая школа оказывалась тем местом, где были собраны не просто ровесники, оказавшиеся в одном лагере, чаще всего, случайным образом, а выступала сообществом единомышленников, объединенных интересом к математической науке.

Важной составляющей работы летней математической школы, безусловно, была профориентационная работа, знакомство с системой ВУЗовской работы, подготовка к поступлению в ВУЗ. В этом направлении интересен опыт Карельского государственного педагогического института, для поступления в который наиболее способным учащимся старшей группы по окончании летней физико-математической школы выдавалось специальное удостоверение-рекомендация (рис. 1).



Министерство просвещения КАССР
Карельский государственный педагогический институт
Рекомендация

Педагогический совет республиканской летней физико-математической школы рекомендует товарища ______________________________
ученика ____________________ школы ____________________ района Карельской АССР для поступления на физико-математический факультет пединститута или университета.

Дата                                                  Начальник ЛФМШ
Печать                                                          (подпись)

*Рисунок 1 – Образец рекомендации для поступления в ВУЗ по окончании летней физико-математической школы в Карелии* [2, с. 73]

Работа летнего математического лагеря во многом была схожа с работой оздоровительного пионерского лагеря – подъем по горну, физзарядка, линейки, дежурства по кухне, политико-воспитательные, культурно-массовые и спортивно-оздоровительные мероприятия, направленные на привитие навыков коллективной жизни, укрепление здоровья, организации разумного отдыха, «…формирования у учащихся высоких моральных качеств человека – строителя коммунистического общества» [2, с. 71]. Так, анализируя распорядок дня в ЛМШ, представленный Л.А. Басовой, мы видим, что детям, кроме занятий математикой, предлагалось участвовать в так называемых «Политднях» с выбором представляемой страны, на которых была и пресс-конференция «журналистов» выбранных стран, политлозунги, политпесни, политсатира, политтермины и даже митинг «Молодежное движение в защиту свободы прав и независимости человека» [2, с. 85].

Однако, главной отличительной чертой этих лагерей было проведение учебной работы: порядка четырёх раз в неделю по 3–6 часов в день. Сами занятия проводились как в обычном школьном формате, так и в вузовском – лекции, семинары, зачеты по пройденным темам. Г.П. Артемьева, описывая работу летнего математического лагеря «Математик» в г. Юрово, указывала на три основные направления ее осуществления. Прежде всего, это решение олимпиадных математических задач, изучение теоретического материала для систематизации логических приемов, необходимых для их решения. Второе направление – проведение бесед и лекций для расширения кругозора в области математики и смежных наук, а также истории математики. Третье представляло собой проведение математических соревнований, математических олимпиад, математических боев, конкурсы на лучшее решение задачи, предлагаемой в начале смены и др. [1]. Многие из предложенных в ЛМШ мероприятий можно реализовывать и в современной школе, привлекая школьников к активному участию – это и математические вечера, турниры, состязания и т. д. Например, «Математический хоккей», который фактически представляет собой викторину, проводимую между двумя командами с устными логическими задачами, однако обыгран в форме хоккейного матча. «Успех зрелища-состязания во многом зависит от комментатора хоккейного турнира. Комментатор рассказывает болельщикам о ходе событий на хоккейном поле, стараясь это сделать в живой, интересной, юмористической форме» [2, с. 89]. Безусловно, такая работа требует от преподавателя (вожатого или куратора) и профессионализма, и самоотдачи, однако, как показывает опыт прошлых лет, именно подобная форма работы с детьми является одной из наиболее эффективных и запоминающихся на долгие годы.

Работа по изучению нового материала в области математики с учащимися проходила по самым разным направлениям – алгебра, геометрия, теория вероятностей, начала анализа и т.д. На наш взгляд интересна подборка задач, предлагаемых детям для решения на занятиях Вологодской ЛМШ, в частности, в области дифференциального исчисления. Школьникам предлагался факультативный курс «Дифференциальные уравнения и некоторые их приложения», в рамках которого решались разнообразные задачи на составление дифференциальных уравнений для конкретных физико-технических задач, а также проводился анализ полученных решений. Например, «Катер массы $m$ движется по озеру со скоростью $v_0$. В момент $t = 0$ выключили его двигатель. Считая силу сопротивления воды движению катера пропорциональной его скорости, найти скорость катера в зависимости от пути, пройденного с выключенным двигателем, а также полный путь до остановки» [11, с. 49].

Или же факультатив, посвященный решению геометрических задач при помощи векторов, на котором предлагались к решению задачи, требующие неординарного подхода: «Треугольник $ABC$ со сторонами $a, b, c$ вписан в окружность с центром в точке $O$ и радиусом $R$. Вычислите расстояние $OD$, если точка $D$ – четвертая вершина параллелограмма $ACBD$» [5, с. 216]; задач, в которых необходимо найти множество точек, для которых задано определенное условие: «Дан прямоугольный треугольник $ABC$, где $\angle C = 90^0$. найти множество точек таких, для которых $|PA|^2 + |PB|^2 = 2|PC|^2$» [там же, с. 219] и др.

В ЛФМШ на Рубском озере практиковались задания по осуществлению измерительных работ на местности, что может заинтересовать и современных школьников. Детям предлагалось самостоятельно составить план берегов озера, причем, одно звено наносило только основные точки на план, а следовавшие за ним другие звенья его уточняли. Как писали в своей книге А.Н. Колмогоров и др.: «Это задание очень увлекло школьников, так как было связано с поездками на лодках, работой и измерительными приборами. Многим пригодились и их туристические навыки» [9, с. 6].

К работе в летних математических лагерях привлекались студенты и выпускники физико-математических факультетов педагогических вузов, а также математических факультетов университетов. Ю.В. Ломакин писал, что это были наиболее инициативные студенты, которые показывали высокие результаты в учебе, являясь примером для подражания для остальных учащихся [10, с. 7–8]. Кафедра математики Вологодского ВУЗа разработала и внедрила в жизнь систему подготовки студентов математического отделения к внеурочной работе по предмету, включающую в себя подготовку и проведение летних математических лагерей, работу в школе юных математиков для учащихся города Вологды, математических олимпиад, студенческий математический лекторий [10, с. 7]. Впоследствии, на основе проведенной работы, вологодскими педагогами был разработан спецкурс «Подготовка студентов к проведению внеурочной работы в сельской школе», включающий в себя проведение экспериментальной работы в школах города в течение учебного года, а летом в лагере «Математик» [11, с. 44].

В Карелии всем студентам предлагалось попробовать себя в работе летней школы. Для желающих работать в ЛМШ работал семинар, посвященный организации внеклассной работы по математике, на котором рассматривались вопросы подбора и решения задач повышенной трудности, подготовки и проведения математических олимпиад, проверки и анализа вступительных работ учащихся в летнюю школу. Затем из участников семинара формировались группы кураторов для летней школы, с которыми проводилась более детальная работа непосредственно по работе ЛМШ, отметим, что каждому куратору вменялось в обязанность подготовить и провести одно мероприятие в школе [2, с. 76].

ЛМШ организовывались во многих городах СССР, при этом предпринимались попытки скорректировать их содержательное наполнение под задачи партии и правительства, что не всегда имело положительный эффект. Так в первой половине 80-х годов была осуществлена попытка объединить летние математические школы с летними трудовыми лагерями, в которых предполагалась работа в поле до обеда (где «…школьники получают солидную физическую нагрузку» [6, с. 83]), а собственно занятия математикой (и физикой) проходили во второй половине дня. Подобная практика давала спорные результаты в математической подготовке школьников.

Говоря о современном состоянии ЛМШ, следует сказать, что данная традиция не утеряна, ведущие ВУЗы России предлагают свои летние математические школы, со своей программой и бонусами при поступлении для наиболее талантливых абитуриентов – участников школ.

**Выводы**. Организация летних математических школ в СССР позволила осуществить углубленное изучение отдельных разделов математики под руководством квалифицированных педагогов школьниками, в том числе из сельских районов.

К работе ЛМШ активно привлекались как состоявшиеся ученые математики, так и студенты педагогических и прикладных физико-математических специальностей, обеспечивая преемственность в фундаментальной и педагогической науке.

В СССР ЛМШ функционировали при поддержке государственных, профсоюзных органов, что позволяло сделать их финансово доступными для населения.

Имеющиеся материалы о работе ЛМШ в СССР, лекции, читаемые выдающимися советскими математиками в них, задачи, предлагаемые для обсуждения с детьми, сценарии математических вечеров и конкурсов во многом остались актуальными и будут полезными современному учителю математики.


1. *Артемьева, Г.П. Летний математический лагерь в Юрово : из опыта I и II оздоровительных лагерей «Математик» для учащихся сельских школ Вологодской области / Вологод. гос. пед. ин-т ; Г.П. Артемьева, В.А. Горбунова, Ю.В. Ломакин, Б.А. Лифщиц, Г.М. Паничева, Т.Е. Савелова – Вологда, 1974. – 84 с.*

2. *Басова, Л.А. Лекции и задачи по математике : (из опыта работы летней физико-математической школы в Карелии) : пособие для учителей / Л.А. Басова, М.А. Шубин, Л.А. Эпштейн. – Москва : Просвещение, 1981. – 96 с.*

3. *Боголюбов, А.Н. Юрий Алексеевич Митропольский / А.Н. Боголюбов, О.Б. Лыкова // Киевские математики-педагоги. – Киев : Вища школа, 1979. – С. 235–250.*

4. *Бреус, И.А. Специфика познавательной деятельности младших подростков в летней математической школе / И.А. Бреус // Проблемы современного педагогического образования. – 2019. – № 65-4. – С. 70–74.*

5. *Горбунова, В.А. Скалярное произведение векторов в традиционных геометрических задачах // Внеурочная работа по математике в условиях сельской школы : сб. статей. – Вологда, 1981. – С. 212–223.*

6. *Зильберберг, Н.И. Приобщение к математическому творчеству. – Уфа : Башкир. кн. изд-во, 1988. – 96 с.*

7. *Кривко, Я.П. Организация и проведение школьных математических олимпиад в 70-х годах XX века: анализ актуальных исследований / Я.П. Кривко, А.А. Тищенко // ЦИТИСЭ. – 2024. – № 1(39). – С. 129–139. – DOI 10.15350/2409-7616.2024.1.11.*

8. *Латипов, З.А. Организация работы с одарёнными детьми в летней физико-математической школе / З.А. Латипов // Современные исследования социальных про-*

*блем (электронный научный журнал). – 2016. – № 1. – С. 31–38. – DOI 10.12731/2218-7405-2016-1-4.*

*9. Летняя школа на Рубском озере: Из опыта работы летней физ.-мат. школы. – Москва : Просвещение, 1971. – 160 с.*

*10. Ломакин, Ю.В. Подготовка студентов педагогического института к внеурочной работе по математике // Подготовка студентов пединститутов к внеурочной работе по математике : сб. статей. – Вологда, 1975. – С. 5–9.*

*11. Ломакина, А.С. Дифференциальные уравнения на занятиях с сельскими школьниками в лагере «Математик» / А.С. Ломакина, Ю.В. Ломакин // Подготовка студентов пединститутов к внеурочной работе по математике : сб. статей. – Вологда, 1981. – С. 44–51.*

*12. Мендель, А.В. Педагогические условия саморазвития личности одаренного учащегося в летней физико-математической школе : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования»* обучения *: специальность 13.00.01 – Общая педагогика, история педагогики и образования : диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Мендель Александр Васильевич. – Хабаровск, 1999. – 171 с.*

*13. Скафа, Е.И. Способы управления эвристической деятельностью учащихся по геометрии / Е.И. Скафа, В.Н. Очерцова, В.В. Коротких // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2018. – № 48. – С. 76–83.*

*14. Тищенко, А.А. Кружковая работа по математике как форма подготовки к олимпиадам (на материалах педагогической периодики 30-х годов XX века) / А.А. Тищенко // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – № 1(57). – С. 77–83. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-57-77-83.*

*15. Тростников, В.Н. Всемирный конгресс математиков в Москве. – Москва : Знание, 1967. – 64 с. (Новое в жизни, науке, технике. Математика, кибернетика ; 1/1967).*

## THE FIRST CHILDRENS' SUMMER MATH SCHOOLS IN THE USSR

**Krivko Iana,**
*Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor*
*Lugansk State Pedagogical University,*
*Lugansk, Russian Federation*

***Abstract.*** *The article considers the peculiarities of the organization of children's summer mathematical schools in the USSR in the 60 – 70s of the twentieth century. The goals and objectives of summer math schools are presented, such as expanding mathematical horizons, instilling interest in mathematics and developing children's abilities. It is noted that priority in the selection of schools was given to children from rural areas to ensure their equality in access to quality education. The experience of the most famous summer mathematical schools, which were organized on the bases of the Ivanovo, Vologda and Karelian state pedagogical Institutes, is considered. The features of the work of summer mathematical schools, the specifics of the organization of mathematics classes in them, as well as the system of selecting students for extracurricular activities in summer mathematical schools are highlighted. Examples of tasks offered to participants of summer math schools are given.*

***Keywords****: summer mathematical school, extracurricular activities, Olympiad tasks, tasks of increased difficulty, mathematical competitions, measuring work on the ground.*

***For citation:*** Krivko I. (2024). The first childrens' summer math schools in the USSR. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 3(63), pp. 80–86. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-80-86.

***Статья поступила в редакцию 28.07.2024***

УДК 373.5.022:514-043(47+57)"197"
DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-87-95

# РЕАЛИЗАЦИЯ ВНЕДРЕНИЯ ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННОГО ПОДХОДА В ШКОЛЬНЫЙ КУРС АЛГЕБРЫ СОВЕТСКОЙ ШКОЛЫ В ПЕРИОД 1970-х ГОДОВ

**Садовников Евгений Юрьевич,**
*аспирант,*
*e -mail: evgenysadovnikov@mail.ru*
*ГАОУ ВО «Московский городской педагогический университет»,*
*г. Москва, РФ*

***Аннотация.*** *В статье рассматривается внедрение теоретико-множественного подхода в курс алгебры в 6–8 классах. Описывается, как этот подход повлиял на изложение нового материала, преобразование традиционного курса и развитие понятий. Анализируются изменения в курсе алгебры, введение новых тем, таких как арифметическая и геометрическая прогрессии, показательная функция и десятичные логарифмы. Обсуждается влияние теоретико-множественного подхода на функциональную линию, уравнения и неравенства, тождественные преобразования, вычислительную культуру, алгоритмы и элементы программирования. Оценивается влияние реформы образования на качество работы преподавателей, трудности в подготовке учителей и проблемы в системе повышения квалификации. Обсуждаются проблемы, связанные с увеличением объёма материала и необходимостью адаптации учебных программ и методик. В статье также рассматриваются трудности, с которыми сталкиваются учителя и система повышения квалификации при внедрении новых подходов в преподавании математики. Анализируется влияние этих изменений на массовую школу и качество обучения.*

***Ключевые слова:*** *реформа основного общего математического образования, теоретико-множественный подход, алгебра, образование СССР, история педагогики и образования.*

***Для цитирования:*** Садовников, Е.Ю. Реализация внедрения теоретико-множественного подхода в школьный курс алгебры советской школы в период 1970-х годов / Е.Ю. Садовников // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 87–95. DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-87-95.

**Постановка проблемы.** Анализ истории национального педагогического образования дает возможность более осознанно воспринимать текущие события и процессы в образовательной системе. Так, советская система образования славилась своей строгостью и акцентом на фундаментальные науки, в том числе математику. Классическая математика, заложенная в те времена в математическое образование, обеспечивала учащимся глубокое понимание основных её принципов, что способствовало подготовке высококвалифицированных специалистов. Изучение советской системы образования может предоставить множество полезных идей для реформирования образовательного пространства. Переосмысливая эти подходы, мы можем создать гибридную модель обучения, которая будет включать в себя традиционные методы и современные образовательные технологии, что позволит значительно повысить уровень математического образования.

**Анализ актуальных исследований.** В период 1970-х годов произошла крупнейшая реформа математического образования, которая изменила основы построения школьного математического образования. Изучение этого периода в истории отечественного математического образования вызывает у исследователей пристальный интерес. По данным Ю.М. Колягина, О.А. Саввиной [6], И.П. Костенко [7], А.М. Абрамова [1] можно определить, что главной целью реформирования математического образования являлось повышение его уровня посредством увеличения научности в изложении теоретического материала. Кроме того, «модернизация» школьного курса математики должна была привести текущее состояние отечественного математического образования к «современному», отражая последние достижения науки того периода и последние ее тенденции развития. Руководствуясь данными принципами, школьный курс математики был дополнен новым материалом, а также избавлен от архаичных сведений.

Главной особенностью школьного курса математики являлось внедрение теоретико-множественного подхода как перспективного тренда развития математической науки второй половины XX века. Вследствие этого необходимо было преобразовать построение школьного курса математики: разработать новые учебные программы, учебники и методические материалы [1; 6; 7].

**Цель статьи** – *проанализировать результаты внедрения теоретико-множественного подхода в школьный курс алгебры советской школы в период 1970-х годов.*

**Изложение основного материла.** Внедрение теоретико-множественного подхода охватывало весь школьный курс математики с 4-го по 10-й класс. В 4-5-х классах вводились начальные сведения о множествах, в курсе алгебры начиная с 6-го класса эти сведения расширялись. С помощью теоретико-множественного подхода излагался новый материал по алгебре, а также преобразовывался материал традиционного курса математики. Рассмотрим степень влияния теоретико-множественного подхода на курс «Алгебра» основной школы (6-8 класс).

***6 класс.*** В июле 1971 года Коллегия Министерства просвещения СССР утвердила рукопись учебника алгебры для 6-го класса, написанного авторским коллективом в составе Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.С. Муравина, под редакцией А.И. Маркушевича, в качестве общесоюзного пособия для учащихся [9]. В это же время была утверждена программа по алгебре для 6-го класса. Учебник по алгебре для 6-го класса так же, как и учебники по математике, дополнялся двумя пособиями: для учителя и дидактическими материалами.

В курсе алгебры 6-го класса можно выделить три основные линии развития понятий: линия тождественных преобразований, линия уравнений и неравенств, функциональная линия. Теоретико-множественный подход также был внедрён в этот курс, на котором строилось введение всех понятий курса [2].

В изложении материала в 6-м классе на смену индуктивному методу все больше вводился дедуктивный. В курсе алгебры намного больше свойств и теорем имели свое логическое и математическое обоснование. В рассматриваемом курсе доказательства получили основное и обратное свойство пропорциональности; свойство пропорциональных элементов и его обратное свойство; свойство обратно пропорциональных элементов и его обратное свойство; доказательство симметричности функции [9].

Кроме представленных свойств, получили свое обоснование формулы сокращенного умножения с помощью элементарных тождественных преобразований. Некоторые упражнения, связанные с тождественными преобразованиями, использовали математическую символику, изученную в прошлых классах, а также понятие «множество». При этом суть понятий «тождество» и «тождественные преобразования» были представлены в традиционном варианте [3].

Сведения о неравенствах и уравнениях систематизировались и обобщались в курсе алгебры 6-го класса. В некоторых упражнениях при решении уравнений и неравенств использовалось понятие «множество». Стоит отметить, что система уравнений и ее решения формулировались как пересечение множеств решений входящих в нее уравнений. Также, при рассмотрении решения неравенства вводилось понятие числового промежутка и только в 6-м классе объяснялся смысл квадратных скобок, которые были введены в 4-м классе. Стоит отметить, что круглые скобки при описании решения неравенства, соответствующие строгому знаку неравенства, были заменены на «вывернутые» квадратные. Например, множество решений неравенства $x > 6$ теперь обозначалось: «$]6;\ +\infty[$» вместо традиционного обозначения $(6;\ +\infty)$ [9].

Главным нововведением в курсе алгебры являлось определение функциональной зависимости с помощью теоретико-множественного подхода: «Функцией называется соответствие между множеством *X* и множеством *Y*, при котором каждому элементу множества *X* соответствует один, и только один, элемент множества *Y*» [9, с. 69].

Стоит отметить, что данное определение функции отвечало соответствующему уровню «научности», было сформулировано лаконично и точно. Оно подкреплялось определенными иллюстрациями и схемами, способствующими более прочному усвоению материала. Кроме того, важным дидактическим средством, позволяющим раскрыть содержание понятия функции, а также других понятий, как например, «область определения функции»; «множество значений функции», являлось использование конечных множеств.

Стоит также отметить, что содержание курса алгебры в 6-м классе сводилось в большей степени к тождественным преобразованиям и действиям с рациональными числами. Вычислительные навыки совершенствовались в процессе выполнения многочисленных упражнений: при нахождении значений выражений, при решении уравнений, при построении графиков функций [5].

К 6-му классу арифметический способ решения текстовых задач вытеснился алгебраическим. В 4-х и 5-х классах происходил постепенный переход от арифметического способа к алгебраическому. В 6-м классе все текстовые задачи решались с помощью составления уравнений [4].

Рассматривая программу общего математического образования для 6 класса, можно сделать вывод, что в *программе возрос уровень научности изложения материала.* Способ изложения материала в большинстве случаев носил дедуктивный характер, большинство основных свойств и теорем имели свое доказательство и обоснование. Главной особенностью курса алгебры 6-го класса являлось введение понятия «функции», основанное на теоретико-множественном подходе. Данное понятие было раскрыто на допустимом уровне «научности» с некоторыми упрощениями для лучшего понимания учениками [9].

***7 класс.*** Учебник по алгебре для 7-го класса был разработан авторским коллективом: Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.С. Муравин, С.Б. Суворова под ред. А.И. Маркушевича. Курс алгебры для 7-го класса содержал в себе аналогичное учебно-методическое обеспечение: дидактические материалы и книга для учителя.

В курсе алгебры 7 класса четко выделялись четыре основные линии развития понятий и идей школьного курса алгебры: линия тождественных преобразований, линия уравнений и неравенств, функциональная линия и учение о числе [2].

Теоретико-множественный подход находил также применение при изложении некоторых тем и упражнений в новой учебной программе 7-го класса. При этом имел меньшее влияние на изложение материала, чем в предыдущем году обучения.

Так, при изучении дробных выражений вводилось понятие области определения выражения с одной переменной, как множества значений переменной, при которых данное выражение имело смысл. Также при изучении систем линейных неравенств и при решении простейших нелинейных неравенств использовались понятия «пересечение и объединение множеств» вместе с соответствующей символикой [5].

В связи с систематизацией сведений о числе давалось понятие о дополнении множества. Использование этого понятия позволяло более четко разъяснить учащимся структуру множества целых чисел, рациональных чисел, действительных чисел. Соотношения между множествами натуральных чисел и целых, целых и рациональных, рациональных и действительных иллюстрировались с помощью «кругов Эйлера».

Теоретико-множественный подход в 7-м классе использовался авторами весьма аккуратно, не перегружая основной материал. В курсе алгебры 7-го класса понятие «множество» носило вспомогательный характер, так как изложение основной части материала было построено по традиционной схеме изложения, имея небольшие отличия от прошлой учебной программы [14].

Курс алгебры 7-го класса начинался с повторения сведений о преобразованиях целых выражений. Вводилось понятие дробного выражения, и рассматривались тождественные преобразования дробных выражений. Серьезное внимание в курсе 7-го класса уделялось выработке прочных навыков тождественных преобразований рациональных выражений. В связи с изучением квадратных корней рассматривались некоторые тождественные преобразования иррациональных выражений.

В 7-м классе продолжалось изучение уравнений и неравенств, а также решение задач путем составления уравнений. Рассматривались задачи, для решения которых требовалось составить квадратное уравнение, или уравнение, содержащее дроби с переменной в знаменателе. В курсе рассматривались также примеры нелинейных неравенств, которые решались путем сведения к системам линейных неравенств или графически.

В курсе алгебры 7-го класса продолжалось развитие функциональных представлений, центрального направления «модернизации» курса. Вводился термин аргумент. Давалось понятие о возрастании и убывании функции на множестве: «Функция $f(x)$ называется возрастающей на множестве А, если любому большему значению аргумента, принадлежащему множеству А, соответствует большее значение функции, т. е. если $x_2 > x_1$, и $x_1, x_2 \in A$, то $f(x_2) > f(x_1)$» [10, с. 47].

Данное определение являлось в достаточной мере «научным», но при этом труднодоступным для учеников. Сочетание математической символики теории множеств повышало логический уровень изложения материала, но при этом вызывало определенные трудности в усвоении и понимании данного определения.

Стоит также отметить, что по сравнению с предыдущим годом обучения, в курсе алгебры 7-го класса значительно чаще использовался индуктивный метод изложения материала. В учебнике было представлено меньшее количество доказательств теоретического материала, чем было представлено в 6-м классе. В учебнике 7-го класса доказывались теоремы: о почленном сложении и умножении верных числовых неравенств; о корне из произведения; о корне из дроби; Виета; формула дискриминанта. В оставшихся случаях новый материал рассматривался на конкретных примерах [2].

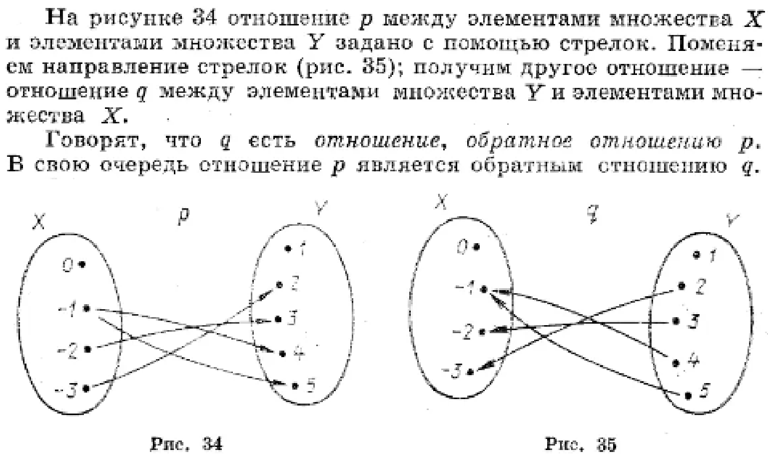
Анализируя программу по алгебре 7-го класса, можно выявить значительные отличия от курса алгебры 6-го класса. Курс 6-го класса был чрезмерно насыщен различными тождественными преобразованиями, когда в 7-м классе пройденный материал всего лишь дополнялся. Новых понятий из теории множеств в данный учебный период не вводилось, ко всему прочему теоретико-множественный подход использовался на минимальном уровне.

Одна из задач курса алгебры 7-го класса – совершенствование вычислительной культуры учащихся. Давались первые представления о приближенных вычислениях. Вводились понятия погрешности и точности приближения. Производилась оценка значений выражений методом границ. Выполнение упражнений вычислительного характера, работа с таблицами квадратов и квадратных корней, построение и чтение графиков функций – все это определяло политехническую направленность курса [4].

***8 класс.*** Учебник и вспомогательная учебно-методическая литература были разработаны тем же авторским коллективом, что и для курса алгебры за 6-й и 7-й класс. По своей структуре учебник являлся аналогичным учебникам алгебры предыдущих годов обучения. В курсе 8-го класса по сравнению с предшествующими классами были увеличено количество теоретического материала. Усилена роль дедукции, однако по-прежнему, достаточно широко использовался индуктивный метод изложения. Некоторые положения, важные для построения курса, формулировались и разъяснялись на примерах, но не доказывались. В ряде случаев введению новых понятий или рассмотрению новых теорем предшествовала постановка проблемы [11].

В курс алгебры 8-го класса были перемещены темы, которые ранее по старой программе изучались в 9-х и 10-х классах (арифметическая и геометрическая прогрессии, показательная функция, десятичные логарифмы). Кроме того, получили дальнейшее развитие функциональная линия, линия уравнений и неравенств, линия тождественных преобразований.

В курсе алгебры 8-го класса широко была представлена функциональная линия. Общее представление о функциях дополнялось введением понятия функции, обратной данной. Это понятие вводилось через понятие обратного соответствия, содержание которого раскрывалось на примерах (рис.1) [11].


На рисунке 34 отношение $p$ между элементами множества $X$ и элементами множества $Y$ задано с помощью стрелок. Поменяем направление стрелок (рис. 35); получим другое отношение — отношение $q$ между элементами множества $Y$ и элементами множества $X$.

Говорят, что $q$ есть *отношение, обратное отношению* $p$. В свою очередь отношение $p$ является обратным отношению $q$.


*Рисунок 1 – Определение обратного соответствия*

Рассмотренное определение вводилось с применением индуктивного метода изложения материала, основываясь на теоретико-множественном подходе. Такое раскрытие понятия не являлось «научным», но можно наблюдать преемственность функциональной линии 6–8 класса. Рассматривая данное определение и последующее раскрытие обратной функции, авторы использовали модели конечных множеств, являющиеся главным средством формирования вводимых понятий [5].

При рассмотрении показательных и логарифмических функций их свойства доказывались аналитическим способом. Внедрение понятия «обратная функция» авторам позволило ввести функции $y = \sqrt[n]{x}$ и $y = \lg x$, а также обосновать их свойства на основе свойств обратных им функций $y = x^n$ и $y = 10^x$ с использованием изученных теорем о взаимнообратных функциях. Усвоению свойств функций способствовало широкое привлечение графических представлений [11].

Также одним из нововведений в курсе алгебры 8-го класса являлось введение дополнительного класса функций, который занимал особое в нем положение – это последовательности, некоторые общие сведения о которых предпосылались изучению свойств арифметической и геометрической прогрессий. Понятие последовательности определялось через понятие функции «Функция, область определения которой – множество натуральных чисел или множество первых $n$ натуральных чисел, называется последовательностью» [11, с. 50]. В применении к последовательностям раскрывались такие известные учащимся понятия, как график функции, монотонная функция и др. Стоит отметить, что свойства квадратичных функций использовались с помощью параллельного переноса [6].

В курсе алгебры 8-го класса продолжалось изучение уравнений и неравенств. Так же, как и в предыдущих учебных годах, в данном периоде теоретико-множественный подход применялся авторами при рассмотрении решений систем уравнений и неравенств второй степени с двумя неизвестными. Стоит отметить, что также рассматривались простейшие виды логарифмических и показательных уравнений и неравенств [3].

Линия уравнений и неравенств аналогично продолжилась и в 8-м классе. Однако, введение простейших логарифмических и показательных уравнений и неравенств в качестве второстепенной темы при изучении соответствующих функций являлось нецелесообразным решением. В старшей школе продолжалось решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств на более высоком уровне с учетом того, что не все учащиеся переходили в 9-й и 10-й класс, внедрение элементов решения простейших уравнений и неравенств в 8-м классе выглядело необоснованным [11].

Знания о тождественных преобразованиях выражений также были расширены в 8-м классе. Данные сведения были дополнены тождественными преобразованиями выражений, содержащими корни $n$-й степени, так как был добавлен материал из старшей школы о понятии корня $n$-й степени и свойства арифметического корня $n$-й степени (корень из произведения, дроби, корня, основное свойство корня). Причем объем таких преобразований, по сравнению со старой программой, значительно меньше. Основное внимание при изучении тождественных преобразований иррациональных выражений уделялось тождественным преобразованиям выражений с дробными показателями степени [7].

В связи с изучением тождественных преобразований выражений, содержащих степени с рациональными показателями, вводилось понятие тождества на множестве. Давалось определение: «Два выражения называются тождественно равными на данном множестве, если на этом множестве они имеют смысл и все их соответственные значения на этом множестве равны» [11, с. 121].

Данное определение вводилось с появлением степеней с рациональным показателем в силу того, что основание степени может быть, как положительным, так и отрицательным. Уточнение «на данном множестве» подчеркивает данную особенность. С «научной» точки зрения данное замечание являлось весьма удачным, а формулировка определения с использованием понятия «множество» сформулирована лаконично.

Особое внимание уделялось совершенствованию вычислительной культуры учеников. В курсе алгебры 8-го класса продолжалось начатое в 7-м классе знакомство учащихся с теорией приближенных вычислений. Вводилось понятие относительной погрешности. Рассматривались правила сложения, вычитания, умножения и деления со строгим учетом погрешностей. Формулировались практические правила вычислений с приближенными значениями чисел. Так как в 8-м классе изучались свойства логарифмической функции, авторы решили не только познакомить учащихся с правилами вычислений с помощью логарифмической линейки, но и дать обоснование этим правилам. Навыки умножения и деления чисел с помощью логарифмической линейки, возведения в квадрат и извлечения квадратного корня, по их мнению, должны были найти применение в последующем курсе математики, а также на уроках физики, химии, труда [11].

Усиление роли в развитии вычислительных навыков являлось действительно верным направлением, так как в рамках политехнического образования развитие вычислительных навыков являлось одной из приоритетных задач. Новым разделом в курсе 8-го класса являлось введение темы «алгоритмы и элементы программирования». В данной теме рассматривались начальные сведения об ЭВМ, а также о способах записи математических алгоритмов. Данная тема, на тот период, действительно «модернизировала» курс математики, однако в учебнике рассматривались данные сведения, как дополнительный материал в рамках развития интереса у учеников: «предназначенный для проведения беседы с учащимися» [12 с. 15].

Проанализировав курс алгебры 8-го класса новой учебной программы основного общего математического образования, можно выделить основные особенности. Теоретико-множественный подход выражался в 8-м классе в основном при определении и развитии функциональной линии. Через понятие «функция» вводились арифметические и геометрические прогрессии, через понятие «обратной функции» вводилась логарифмическая функция обратная показательной. Большинство тем, включенных в данный курс, были перенесены из 9-го и 10-го класса. Авторы обосновывали данное решение, ссылаясь на законченность изложения функциональной линии в курсе алгебры, но при этом не учитывая возрастных возможностей учеников: «При выполнении действий над степенями с рациональными показателями учащиеся часто допускали ошибки» [12, с. 22].

**Выводы.** *Главным нововведением, которое повышало «научность» изложения материала и его «модернизировало», являлось введение функциональной линии в курс алгебры*. Понятие «функция» раскрывалось с помощью понятия «множество». Введение функциональной линии было выполнено весьма аккуратно, как и сам курс «алгебры». На основе определения понятия «функция» вводились другие новые понятия: арифметическая и геометрическая прогрессия; логарифмы; степень с рациональным показателем [11].

При этом в курсе «Алгебра», по сравнению с курсом «Математика», в значительно большей степени использовался дедуктивный метод изложения материала. Большая часть теоретического материала имела свое обоснование. В курсе алгебры чаще использовалась математическая символика в определениях и теоремах, что усложняло понимание материала. Но при этом авторы смогли добиться повышения «научности» изложения материала [6].

Добавление нового материала, чтобы «придать законченность функциональной линии», значительно «уплотнило» изучение материала из традиционной программы. Вследствие этого 6-й класс был перенасыщен различными типами тождественных преобразований, а большая часть материала из 8-го класса по старой программе была включена в содержание курса алгебры в 7-м классе [14].

Таким образом, изменения в курсе «Алгебра» привели к необходимости адаптации учебных программ и методик преподавания. Преподаватели столкнулись с вызовом: как объяснять сложные концепции, не утяжеляя понимание материала для учащихся. Важно было находить баланс между научностью и доступностью изложения. Некоторые учителя начали активно использовать визуальные средства, такие как графики и диаграммы, чтобы иллюстрировать функции и их свойства, что способствовало лучшему усвоению материала [5].

Тем не менее, увеличение объема изучаемого материала в 6–7 классах создало дополнительные трудности. Учащиеся не всегда успевали адаптироваться к новым требованиям, что также вызвало споры среди педагогов о том, насколько целесообразно было вводить столь насыщенные и сложные темы в ранней школьной программе. Основная критика всей реформы и учебной программы пришлась на внедрение теоретико-множественного подхода в школьный курс. Но основная проблема неудачного построения курса заключалась не в общем принципе внедрения понятия «множество», а в разработанных учебных пособиях: «изгнание слова «множество» и соответствующих теоретико-множественных атрибутов из школьного курса не оказало должного эффекта» [1, с. 216].

Содержание формулировок теоретического материала, методы и способы его изложения, система упражнений учебника и другие аспекты являлись ключевыми факторами в данной неудаче. Причиной этому было недостаточное время, выделенное на разработку учебно-методического комплекса: «необходимо было после … нового учебника для 4 класса к следующему году обязательно сдать учебник для 5 класса. Это не могло не сказываться на качестве работы» [1, с. 242].

Ко всему прочему, в сжатые сроки невозможно было обучить всех учителей преподавать по новой программе и по новому учебнику. Непродуманная система повышения квалификации учителей также являлась весомой причиной неудачи реформы: «Последствия слабой координации между вузами и школой сказались и на преподавании «новой» математики в «новой» же массовой школе» [1, с. 242].


1. *Абрамов, А.М. Великий отечественный мир, или Колмогоровский проект XXI века : книга Александра Абрамова и воспоминания о нём / [под ред. А.С. Русакова, Н.Г. Пучковой]. – Санкт-Петербург : Образовательные проекты, 2016. – 616 с.*

2. *Богуславский, М В. Анализ содержания программы общего математического образования 1970-х гг / М.В. Богуславский, Е.Ю. Садовников // Гуманитарные исследования Центральной России. – 2023. – № 3(28). – С. 49–60. – DOI 10.24412/2541-9056-2023-328-49-60.*

3. *Богуславский, М.В. Влияние реформы содержания общего математического образования 1970-х годов на результаты вступительных экзаменов в педагогических вузах / М.В. Богуславский, Е.Ю. Садовников // Проблемы современного образования. – 2023. – № 4. – С. 117–125. DOI 10.31862/2218-8711-2023-4-117-125.*

4. *Богуславский, М.В. Динамика создания отечественных учебных пособий общего математического образования в 1970-е годы / М.В. Богуславский, Е.Ю. Садовников // Проблемы современного образования. – 2024. – № 2. – С. 115–126. – DOI 10.31862/2218-8711-2024-2-115-126.*

5. *Богуславский, М.В. Научно-педагогические подходы к реформированию содержания общего математического образования 1970-х гг / М.В. Богуславский, Е.Ю. Садовников // Проблемы современного образования. – 2023. – No 3. – С. 115–126.– DOI 10.31862/2218-8711-2023-3-115-126.*

6. *Колягин, Ю.М. Бунт российского министерства и Отделения математики АН СССР : (материалы по реформе школьного математического образования 1960–1970–х гг.) : учеб. пособие / Ю.М. Колягин, О.А. Саввина. – Елец, 2012. – 154 с.*

7. *Костенко, И.П. Проблема качества математического образования в свете исторической ретроспективы / И.П. Костенко. – 2-е изд., доп. – Москва : Рос. гос. ун-т путей сообщения, 2013. – 502 с.*

8. *Кривко, Я.П. Политехнизм как вектор повышения качества обучения школьников в 60-х годах XX века (по материалам журнала «Математика в школе») / Я.П. Кривко // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2020. – № 52. – С. 66–70.*

9. *Макарычев, Ю.Н. Алгебра: учебное пособие для 6 класса средней школы / Ю.Н. Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.С. Муравин ; под ред. А.И. Маркушевича. – 4–е изд. – Москва : Просвещение, 1974. – 220 с.*

10. *Макарычев, Ю.Н. Алгебра: учебное пособие для 7 класса средней школы / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.С. Муравин ; под ред. А.И. Маркушевича. – 5–е изд. – Москва : Просвещение, 1976. – 255 с.*

11. *Макарычев, Ю.Н. Алгебра: учебное пособие для 8 класса средней школы / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.С. Муравин ; под ред. А.И. Маркушевича. – 3–е изд. – Москва : Просвещение, 1975. – 256 с.*

12. *О новом учебнике алгебры для VIII класса / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.С. Муравин, С.Б. Суворова // Математика в школе. – 1974. – №2. – С. 15–22.*

13. *Русаков, А.А. О дидактике и методике преподавания математики (воспоминания о А.Н. Колмогорове) / А.А. Русаков // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – № 4(60). – С. 16–23. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-60-16-23.*

14. *Садовников, Е.Ю. Влияние реформы содержания общего математического образования 1970-х годов на результаты вступительных экзаменов в технические вузы / Е.Ю. Садовников // Реализация идейного потенциала историко-педагогического знания в контексте современной образовательной политики : сборник научных трудов Международной научно-практической конференции – XXXVI сессии Научного совета по проблемам истории образования и педагогической науки при отделении философии образования и теоретической педагогики Российской академии образования, Оренбург, 28–30 сентября 2023 года. – Оренбург: Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Волгоградская государственная академия последипломного образования», 2023. – С. 171–176.*

15. *Сухотинова, А.С. О методах программированного обучения на страницах журнала «Математика в школе» в 60-70-х годах XX века / А.С. Сухотинова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2022. – № 2(56). – С. 87–93. – DOI 10.24412/2079-9152-2022-56-87-93.*

## REALIZATION OF THE IMPLEMENTATION OF THE SET-THEORETIC APPROACH IN THE SCHOOL ALGEBRA COURSE OF THE SOVIET SCHOOL IN THE 1970s

**Sadovnikov Evgeny,**
*Postgraduate student*
*Moscow City Pedagogical University,*
*Moscow, Russian Federation*

***Abstract.*** *The article discusses the introduction of a set-theoretic approach to the algebra course for grades 6-8. It describes how this approach influenced the presentation of new material, the transformation of the traditional course and the development of concepts. The changes in the algebra course, the introduction of new topics such as arithmetic and geometric progressions, exponential function and decimal logarithms are analyzed. The influence of the set-theoretic approach on the functional line, equations and inequalities, identity transformations, computational culture, algorithms and programming elements is discussed. The impact of the education reform on the quality of teachers' work, difficulties in teaching teachers and problems in the professional development system is assessed. The problems related to the increase in the volume of material and the need to adapt curricula and methods are discussed. The article also examines the difficulties faced by teachers and the professional development system when introducing new approaches to teaching mathematics. The impact of these changes on the mass school and the quality of education is analyzed.*

***Keywords****: reform of basic general mathematical education, set-theoretic approach, algebra, education of the USSR, history of pedagogy and education.*

***For citation:*** Sadovnikov E. (2024). Implementation of the implementation of the set-theoretic approach in the school algebra course of the soviet school in the 1970s. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 3(63), pp. 87–95. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-87-95.

***Статья представлена профессором О.А. Саввиной.***
***Поступила в редакцию 20.08.2024***

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»

МОО «Академия информатизации образования»

VII Международная научно-методическая конференция

VII International scientific and methodical conference

19–21 декабря 2024

19–21 December 2024

# Эвристическое обучение математике (ЭОМ–2024)

**Heuristic teaching of mathematics (HTM–2024)**

Первое информационное сообщение

## Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас принять участие в VII Международной научно-методической конференции «Эвристическое обучение математике», которая будет проходить 19–21 декабря 2024 года **в дистанционном формате** на факультете математики и информационных технологий Донецкого государственного университета.

***Цель конференции*** **–** обсуждение широкого круга вопросов, связанных с современными тенденциями в развитии математического образования, основанного на внедрении эвристических технологий обучения; цифровой трансформацией методических систем обучения математическим дисциплинам в высшей и средней школе; апробацией авторских методик обучения математике.

## Научные направления конференции

1. Эвристические технологии в обучении математике.
2. Методические проблемы цифровой трансформации математического образования в высшей и средней школе.
3. Современные тенденции развития методики обучения математике в профессиональной школе.
4. Методическая наука – учителю математики.

## Языки конференции

- русский
- английский

**К участию в конференции приглашаются** преподаватели, аспиранты вузов, учителя образовательных организаций различных уровней и типов, магистранты и студенты образовательных учреждений (в соавторстве с научными руководителями), другие заинтересованные лица.

## Требования к оформлению материалов

Авторы несут ответственность за содержание
и достоверность поданных материалов

Предоставляемые материалы должны быть выполнены на одном из рабочих языков конференции и направлены на адрес оргкомитета в электронном виде до **01 декабря 2024 года** в следующем виде:

**ЗАГЛАВИЕ ПРОПИСНЫМИ БУКВАМИ**
**(ПОЛУЖИРНЫЙ, 14 ПУНКТОВ)**
***Фамилия Имя Отчество***
***организация, город, страна,***
***e-mail:*** *для переписки*
***(курсив, полужирный 14 пунктов)***
*(пробел)*

ТЕКСТ, ТЕКСТ, ТЕКСТ, ТЕКСТ, ТЕКСТ, ТЕКСТ, ТЕКСТ, ТЕКСТ, ТЕКСТ, ТЕКСТ …

**Объем:** от 4-х до 6 страниц.
**Поля:** сверху, снизу, слева и справа по 25 мм.
**Шрифт:** Times New Roman, размер 14 п**.**
**Интервал:** одинарный.
**Отступ первой строки:** 1,25
**Оформление формул:** использовать Microsoft Word со встроенным редактором формул Microsoft Equation.
**Оформление литературы:** список литературы в конце материалов под заголовком **Литература** (по центру), нумерация источников в алфавитном порядке.
**Аннотация:** на двух языках (русский, английский) на четырех-пяти строчках (в аннотации на английском языке указать полностью фамилию, имя и название статьи).
**Ключевые слова:** не менее 5 слов или словосочетаний.

**Адрес оргкомитета**

Кафедра высшей математики и методики преподавания математики (ВМиМПМ) факультета математики и информационных технологий, ДонГУ
ул. Университетская 24., г. Донецк, тел +7 (856) 331-92-44
*(методист Ярош Светлана Юрьевна)*
E-mail:
**kf.vmimpm.dongu@mail.ru**

**Контактная информация и прием материалов авторов**

**Регистрация и размещение материалов осуществляется по ссылке:**

https://forms.yandex.ru/u/6714cb855d2a06d2405f796e/

**Адрес для контактов:**

**dar_skvor@mail.ru**
(Скворцова Дарья Александровна, **технический секретарь оргкомитета**)

**Планируется издание лучших докладов международной научно-методической конференции ЭОМ–2024 в журнале «Дидактика математики: проблемы и исследования»,**
входящем в перечень ВАК РФ и индексируемом в международных базах данных INDEX COPERNICUS, РИНЦ, Google Академия, CyberLeninka

Сайт журнала: **http://donnu.ru/dmpi**

*Научное издание*

# ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ

## МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

## Выпуск 3(63), 2024 год

Рекомендован к печати Ученым советом
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
05.11.2024 (протокол № 12)

**Редакция журнала**
**Главный редактор** – доктор педагог. наук, проф. **Скафа Елена Ивановна**
**Тел.: +7 (949) 381 08 09. E-mail: e.skafa@mail.ru**

**Ответственный за выпуск – Евсеева Е. Г.**

Технический редактор:
Гончарова И.В.
Компьютерная верстка:
Гончарова И.В.
Художественное оформление:
Абраменкова Ю.В.

**Ответственный секретарь:**
к.п.н. Тимошенко Елена Викторовна
**e-mail: elenabiomk@mail.ru**

**Адрес редакции журнала:**
кафедра высшей математики и методики преподавания математики,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
ул. Университетская, 24, г. Донецк, ДНР, 283001

**Издательство Донецкого государственного университета**
**283001, Донецк, ул. Университетская, 24**

---

Подписано к печати 05.11.2024. Формат 60x84/8. Бумага типографская.
Печать цифровая. Условн. печ. лист. 11,39. Тираж 500 экз. Заказ ноябрь 2024

---

Донецкий государственный университет
283001, г. Донецк, ул. Университетская, 24
Свидетельство о внесении субъекта издательской деятельности
в Государственный реестр
Серия ДК 1854 от 24.06.2004