

выпуск 1(69)

ISSN 2079-9152

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:

проблемы и исследования

*международный научный
журнал*

2026

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

ISSN 2079-9152

Учредитель – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донецкий государственный университет» (ДонГУ)

Главный редактор

Скафа Елена Ивановна, д-р пед. наук, профессор, ДонГУ.

Заместитель главного редактора

Евсеева Елена Геннадиевна, д-р пед. наук, профессор, ДонГУ.

Ученый секретарь

Тимошенко Елена Викторовна, кандидат пед. наук, ДонГУ.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Ю.В. Абраменкова, канд. пед. наук, доцент, ДонГУ;

С.И. Белых, д-р пед. наук, профессор, ДонГУ;

И.В. Гончарова, канд. пед. наук, доцент, ДонГУ;

А.И. Дзундза, д-р пед. наук, профессор, ДонГУ;

М.Г. Коляда, д-р пед. наук, профессор, ДонГУ;

И.А. Моисеенко, д-р физ.-мат. наук, доцент, ДонГУ;

Д.А. Скворцова, младший научн. сотрудник, ДонГУ;

В.А. Цапов, д-р пед. наук, доцент, ДонГУ;

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Н.В. Бровка, д-р пед. наук, профессор (Минск, Белоруссия);

О.Н. Гончарова, д-р пед. наук, профессор (Симферополь, РФ);

М.В. Егупова, д-р пед. наук, доцент (Москва, РФ);

В.О. Зинченко, д-р пед. наук, профессор (Луганск, РФ);

В.В. Казачёнок, д-р пед. наук, профессор (Минск, Белоруссия);

М.Е. Королёв, д-р пед. наук, доцент (Горловка, РФ);

А.П. Назаров, д-р пед. наук, доцент (Душанбе, Таджикистан);

М.В. Носков, д-р физ.-мат. наук, профессор (Красноярск, РФ);

И.Е. Малова, д-р пед. наук, профессор (Брянск, РФ);

О.А. Саввина, д-р пед. наук, профессор (Елец, РФ);

Р.К. Сережникова, д-р пед. наук, профессор (Орехово-Зуево, РФ);

О.В. Тарасова, д-р пед. наук, профессор (Орел, РФ);

А.Н. Тесленко, д-р пед. наук (РК), д-р социологич. наук (РФ), профессор (Астана, Казахстан);

Р.А. Утеева, д-р пед. наук, профессор (Тольятти, РФ);

О.Д. Федотова, д-р пед. наук, профессор (Ростов-на-Дону, РФ);

Н.В. Фунтикова, д-р пед. наук, доцент (Луганск, РФ)

И.В. Чеботарева, д-р пед. наук, профессор (Луганск, РФ)

©ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», 2026

Основан в 1993 г.

ВЫПУСК 1 (69)
2026

Международный
научный журнал

Журнал размещен



Индексация журнала



Адрес редакции:

283001, г. Донецк, ДНР,
ул. Университетская, 24,
ДонГУ, кафедра высшей
математики и методики
преподавания математики

e-mail:

kf.vmimpm.dongu@mail.ru

сайты: <http://donnu.ru/dmpi>

<https://dongu-dmpi.ru>

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Журнал основан профессором Юрием Александровичем Палантом в 1993 году

Рекомендован к печати Ученым советом
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет» 27.02.2026 (протокол № 2)

Д44 **Дидактика математики: проблемы и исследования.** – 2026. –
Вып. 1 (69). – 127 с.

ISSN 2079-9152

В периодическом международном научном журнале публикуются статьи по двум научным специальностям: 5.8.2. Методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования: математика) и 5.8.7. Методология и технология профессионального образования. В нем представлены различные проблемы в области методологии и технологии профессионального образования, а также исследования, связанные с современными тенденциями развития теории и методики обучения математике и информатике, как в системе высшего, так и общего образования. Особое место занимают публикации по использованию и разработке эвристических приемов в обучении, стимулированию профессионально-ориентированной деятельности студентов в процессе обучения математическим дисциплинам. Отдельным направлением статей, издаваемых в журнале, являются работы, посвященные вопросам формирования методической компетентности будущих учителей, в том числе и учителей математики, то есть готовности и способности работать, используя разнообразные современные дидактические системы и технологии обучения. Кроме того, большим блоком выделяются частные методические проблемы преподавания математики, как в среднем профессиональном образовании, так и общеобразовательной, и профильной школе.

Основные направления опубликованных статей представлены в рубриках:

- 1) методология и технология профессионального образования;
- 2) современные тенденции развития методики обучения математике и информатике в высшей школе;
- 3) научные основы подготовки будущего учителя;
- 4) методическая наука – учителю математики и информатики;
- 5) история математики и математического образования.

**Журнал входит в перечень рецензируемых научных изданий ВАК РФ (категория К 2),
статьи в журнале с сентября 2025 г. включены в ЕГПНИ (уровень 4)**

Издание индексируется:

**Лицензионный договор с библиографической базой данных
Российского индекса научного цитирования (РИНЦ) № 230-11/2025 от 17.11.2025.**

Лицензионный договор с ООО «Итеос» (КиберЛенинка) № 33518-01 от 16.06.2021.

Google scholar (https://scholar.google.ru/citations?user=C0tB_MkAAAAJ&hl=ru).

Index Copernicus (<https://journals.indexcopernicus.com/search/reportList/45840>).

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

© ФГБОУ ВО «Донецкий государственный
университет», 2026

© Авторский коллектив выпуска, 2026

DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations

ISSN 2079-9152

Chief Editor

Skafa Elena, Doctor of Pedagogics, Professor, DonSU

Deputy Chief Editor

Evsheva Elena, Doctor of Pedagogics, Professor, DonSU

Senior Secretary

Tymoshenko Elena, Candidate of Pedagogics, DonSU

EDITORIAL TEAM:

Abramenkova Ju., Candidate of Pedagogics, Ass. Professor, DonSU;

Belykh S., Dr. of Pedagogics, Professor, DonSU;

Goncharova I., Candidate of Pedagogics, Ass. Professor, DonSU;

Dzundza A., Dr. of Pedagogics, Professor, DonSU;

Kolyada M., Dr. of Pedagogics, Professor, DonSU;

Moiseenko I., Dr. of Physics and Mathematics, Ass. Professor, DonSU;

Skvortsova D., junior research assistant, DonSU;

Tsapov V., Dr. of Pedagogics, Ass. Professor, DonSU.

EDITORIAL BOARD

Brovka N., Dr. of Pedagogics, Professor (Minsk, BELARUS);

Goncharova O., Dr. of Pedagogics, Professor (Simferopol, RUSSIA);

Egupova M., Dr. of Pedagogics, Ass. Professor (Moscow, RUSSIA);

Fedotova O., Dr. of Pedagogics, Professor (Rostov-on-Don, RUSSIA);

Funtikova N., Dr. of Pedagogics, Ass. Professor (Lugansk, RUSSIA);

Kazachenok V., Dr. of Pedagogics, Professor (Minsk, BELARUS);

Korolev M., Dr. of Pedagogics, Ass. Professor (Gorlovka, RUSSIA);

Nazarov A., Dr. of Pedagogics, Ass. Professor (Dushanbe, TAJIKISTAN);

Noskov M., Dr. of Physics and Mathematics, Professor (Krasnoyarsk, RUSSIA);

Malova I., Dr. of Pedagogics, Professor (Bryansk, RUSSIA);

Savvina O., Dr. of Pedagogics, Professor (Yelets, RUSSIA);

Seryozhnikova R., Dr. of Pedagogics, Professor (Orekhovo-Zuyevo, RUSSIA);

Tarasova O., Dr. of Pedagogics, Professor (Oryol, RUSSIA);

Teslenko A., Dr. of Pedagogics, Dr. Sociology, Professor (Astana, KAZAKHSTAN);

Uteeva R., Dr. of Pedagogics, Professor (Togliatti, RUSSIA);

Chebotareva I., Dr. of Pedagogics, Professor (Lugansk, RUSSIA);

Zinchenko V., Dr. of Pedagogics, Professor (Lugansk, RUSSIA).

© Donetsk State University, 2026

Founded on 1993

2026

ISSUE No. 1 (69)

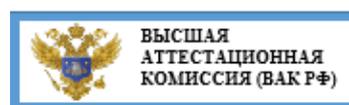
**International
Scientific Journal**

Founder: Donetsk State
University (DonSU)

Journal posted



Journal indexing



Editorial office address:

283001, Donetsk,
24, Universitetskaya st.,
Department of Higher
Mathematics and Methods
of Teaching Mathematics
DonSU

e-mail:

kf.vmimpm.dongu@mail.ru

site: <http://donnu.ru/dmpi>
<https://dongu-dmpi.ru>

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

The journal was founded by Professor Yuri Alexandrovich Palant in 1993

*Recommended for publication by Scientific Council
of Donetsk State University on 27.02.2026 (protokol No. 2)*

Д44 Didactics of mathematics: Problems and Investigations. – 2026. –
No. 1 (68). – 127 p.

ISSN 2079-9152

The periodic International Scientific Journal publishes articles on two scientific specialties: 5.8.2. Methods of teaching and upbringing (by fields and levels of education: mathematics) and 5.8.7. Methodology and technology of vocational education. It presents various research problems in the field of methodology and technology of vocational education, issues related to the consideration of current trends in the development of theory and methods of teaching mathematics, both in higher and secondary educational institutions. A special place is occupied by publications on the use and development of heuristic techniques in teaching, stimulating professionally oriented activities of students in the process of teaching mathematical disciplines. A separate area of articles published in the collection are works devoted to the formation of methodological competence of future teachers, including teachers of mathematics, that is, readiness and ability to work, using a variety of modern didactic systems and learning technologies. In addition, a large block in the Journal highlights private methodological problems of teaching mathematics, both in secondary vocational education and in general education and specialized schools.

In the Journal articles are grouped by headings:

- 1) methodology of technology of professional education;
- 2) modern trends in the development of mathematics and informatics teaching methods in higher school;
- 3) scientific bases of future teacher preparation;
- 4) methodical science to a teacher of mathematics and informatics;
- 5) history of mathematics and mathematical education.

Mass media state registration AAA № 000061or 04.11.2016

**The journal is included in the list of peer-reviewed scientific publications
of the Higher Attestation Commission of the Russian Federation**

The license agreement with the bibliographic database of the Russian Science Citation

Index data № 230-11/2025 dated 17.11.2025.

License agreement with LLC Iteos (CyberLeninka) No. 33518-01 dated 16.06.2021.

Google scholar (https://scholar.google.ru/citations?user=COTB_MkAAAAJ&hl=ru).

Index Copernicus (<https://journals.indexcopernicus.com/search/reportList/45840>).

© Donetsk State University, 2026

© Authors Team of the issue, 2026

СОДЕРЖАНИЕ



МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Булдакова Н.В., Попова С.А.
Функциональный портрет будущего педагога: понятие и структурные компоненты..... 7

Zakharova O.A., Uwibambe M., Shcherba A.S.
The current state of virtual and augmented reality technologies in the mechatronics and ro-botics education system..... 17

Муллер О. Ю., Скафа Е. И.
Проектная деятельность будущих педагогов как фактор интеграции образовательного пространства университета.... 25

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

Рахимов А. А.
Методические основы использования компьютерного моделирования процесса математической подготовки студентов в техническом вузе..... 39

Чудина Е.Ю., Жмыхова Т В.
Использование искусственного интеллекта в обучении математике в инженерном вузе..... 53

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ

Саввина О.А., Мельников Р.А., Лукина В.А.
Проектирование патриотически направленных дидактических материалов в процессе подготовки будущего учителя математики и физики..... 69

МЕТОДИЧЕСКАЯ НАУКА – УЧИТЕЛЮ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Артюхина М.С., Напалков С.В., Мозговая М.А., Шкрябко Н.А.
Координатный метод как инструмент формирования функциональной математической грамотности обучающихся..... 80

Гридчина В.Б., Осипова Л.А.
Стратегия подготовки школьников к решению задач с параметрами графическим методом..... 91

Шабанова М.В., Павлова М.А., Удовенко Л.Н.
Методика обучения решению экспериментальных математических задач.. 102

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Садовников Е.Ю.
Эволюция учебника по математике Н. Я. Виленкина для 5-го класса (современный период)..... 115



Редакция оставляет за собой право на редактирование и сокращение статей. Мысли авторов не всегда совпадают с точкой зрения редакции. За достоверность фактов, цитат, имен, названий и других сведений несут ответственность авторы.

CONTENT



METHODOLOGY AND TECHNOLOGY OF PROFESSIONAL EDUCATION

Buldakova N.V., Popova S.A.
Functional portrait of the future teacher:
Concept and structural components..... 7

**Захарова О.А., Увибамбе М.,
Щерба А.С.**
Современное состояние технологий
виртуальной и дополненной реальности
в системе образования по мехатронике
и робототехнике..... 17

Muller O.Y., Skafa E.I.
Project activities of future teachers as a
factor in the integration of the university
education-al space..... 25

MODERN TRENDS IN THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCES TEACHING METHODS IN HIGHER EDUCATION

Rakhimov A.A.
Methodological foundations for using
computer modeling in the mathematical
training of students at technical universi-
ties..... 39

Chudina E.Yu., Zhmykhova T.V.
The use of artificial intelligence in
teaching mathematics at an engineering
university..... 53

SCIENTIFIC BASIS OF FUTURE TEACHER TRAINING

**Savvina O.A., Melnikov R.A.,
Lukina V.A.**
Designing Patriotic-Oriented Didactic Ma-
terials in the Process of Training Future
Mathematics and Physics Teachers..... 69

METHODICAL SCIENCE TO A TEACHER OF MATHEMATICS AND INFORMATICS

**Artyukhina M.S., Napalkov S.V.,
Mozgovaya M.A., Shkryabko N.A.**
The coordinate method as a tool for the
formation of functional mathematical
literacy of students 80

Gridchina V.B., Osipova L.A.
Strategy for preparing schoolchildren
to solve problems with parameters
using the graphic method..... 91

**Shabanova M.V., Pavlova M.A.,
Udovenko L.N.**
The methodology of teaching the solution
experimental mathematical problems..... 102

HISTORY OF MATHEMATICS AND MATHEMATICAL EDUCATION

Sadovnikov E. Yu.
Evolution of N. Ya. Vilenkin's 5th grade
math textbook (modern period)..... 115



The editorial group reserves all rights in editing and reduction of the articles. The authors concepts are not necessary coincide with the editorial viewpoints. The authors are fully responsible for the authenticity of facts, quotations, names and other content information.

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 378.091.12.011.3-051:331.543

EDN LOVXYZ

DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-7-16

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ПОРТРЕТ БУДУЩЕГО ПЕДАГОГА: ПОНЯТИЕ И СТРУКТУРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ

Булдакова Наталья Викторовна, Попова Светлана Анатольевна



АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается проблема повышения качества образования кадрового потенциала в педагогической сфере. Раскрывается актуальность формирования готовности будущих педагогов к решению профессиональных задач в условиях современных образовательных организаций. Представлены позиции научного сообщества по вопросам соответствия требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и профессионального стандарта «Педагог», а также предложено авторское видение интеграции компетенций и трудовых функций через концепцию функционального портрета выпускника-педагога. Основное внимание уделено структуре, компонентам и системе оценивания функционального портрета как инструмента, обеспечивающего переход от сформированных в вузе компетенций к эффективному выполнению профессиональных действий в реальной школьной среде. Доказательно обосновывается необходимость усиления практико-ориентированности, интегративного подхода и использования формата демонстрационного экзамена в рамках чемпионатного движения «Профессионалы» для объективной оценки готовности выпускников.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Качество педагогического образования, функциональный портрет педагога, компетенции, трудовые функции, практико-ориентированная подготовка, демонстрационный экзамен, чемпионат «Профессионалы».



Для цитирования: Булдакова Н.В. Функциональный портрет будущего педагога: понятие и структурные компоненты / Н.В. Булдакова, С.А. Попова. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-7-16 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – Вып. 1 (69). – С.7–16. – EDN LOVXYZ.

Поступила: 14.12.2025 | Одобрена: 26.02.2026 | Опубликована: 10.03.2026

FUNCTIONAL PORTRAIT OF THE FUTURE TEACHER: CONCEPT AND STRUCTURAL COMPONENTS

Buldakova Natalia Viktorovna, Popova Svetlana Anatolievna



ABSTRACT

The article discusses the problem of improving the quality of education of personnel potential in the pedagogical field. The relevance of the formation of the readiness of future teachers to solve professional problems in the conditions of modern educational organizations is revealed. The positions of the scientific community on compliance with the requirements of the Federal State Educational Standard of Higher Education in the direction of training 44.03.05 Pedagogical Education (with two training profiles) and the professional standard «Teacher» are presented, and an author's vision of the integration of competencies and labor functions through the concept of a functional portrait of a graduate teacher is proposed. The main attention is paid to the structure, components and system of assessing a functional portrait as a tool that ensures the transition from the competencies formed at the university to the effective performance of professional actions in a real school environment. The need to strengthen practical orientation, an integrative approach and the use of the format of the demonstration exam within the framework of the championship movement «Professionals» for an objective assessment of the readiness of graduates is substantiated.

KEY WORDS

Quality of pedagogical education, functional portrait of the teacher, competencies, labor functions, practice-oriented training, demonstration exam, «Professionals» championship.



For citation: Buldakova, N.V. Functional portrait of the future teacher: Concept and structural components / N.V. Buldakova, S.A. Popova. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-7-16 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. 2026. – No. 1 (69). – Pp. 7–16. – EDN LOVXYZ.

Received: 14 December 2025 | Approved: 26 February 2026 | Published: 10 March 2026

ВВЕДЕНИЕ

Критерием качества подготовки кадров в системе профессионального образования выступает степень освоения компетенций, востребованных современным рынком труда, с которыми у выпускников нередко наблюдается диссонанс. Генезис рассматриваемой проблемы многогранен и обусловлен такими факторами, как: профессиональный консерватизм и дефицит преподавательского состава, устаревшая в большин-

стве школ материально-техническая база, не отвечающая современным требованиям, и, что наиболее существенно, разрыв коммуникации с работодателями, приводящий к непониманию их актуального запроса. Представленные обстоятельства формируют ситуацию, при которой трудоустройство выпускников сопряжено с потребностью в их дополнительной подготовке со стороны работодателя, что выступает индикатором недостаточного качества, предоставляемого вузом образования. Согласно по-

зиции современных исследователей конституирующим признаком профессионального образования выступает операционализация образовательных результатов как отражения социального заказа [1; 2; 17]. Следовательно, опережающий характер обучения подразумевает его прогностичность и нацеленность на развитие у обучающихся перспективных качеств, востребованных в контексте будущей профессиональной реализации [5].

Цель статьи: представить структуру и обосновать систему оценивания функционального портрета будущего педагога как инструмента интеграции компетенций, формируемых в вузе, и трудовых функций, выполняемых в реальной школьной среде.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Методологическую основу исследования составляет компетентностный подход и системно-деятельностный подходы. Проведенный сравнительный анализ федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее – ФГОС ВО) и учебных планов по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) [16] позволил верифицировать систему дидактических требований, предъявляемых к дисциплинам, формирующим профессиональные компетенции. В первую очередь, это:

– **императив формирования интегративных компетенций**, заключающийся в необходимости развития у обучающихся способности синтезировать знания из смежных областей для решения комплексных профессиональных задач [4];

– **требование контекстно-деятельностного моделирования**, которое предполагает построение содержания образования на основе реальных профессиональных ситуаций и сквозных

проектов, имитирующих будущую трудовую деятельность [7];

– **принцип опережающей адаптации**, направленный на включение в программы дисциплин элементов, учитывающих перспективные тенденции развития отрасли образования и требования профессионального стандарта «Педагог».

Результатом освоения основной образовательной программы высшего образования является выпускник-педагог, обладающий сформированной способностью к применению системных теоретических знаний в реальных профессиональных условиях и мотивированный к постоянному росту в соответствии с вызовами времени. Фундаментом для этого служит развитое инновационное мышление, обеспечивающее осмысленное овладение компетенциями и потенциал для их дальнейшего совершенствования, в том числе через участие в решении актуальных научно-практических задач [9].

Формирование профессиональных компетенций будущих педагогов, обеспечивающих выполнение ими ключевых трудовых функций, требует создания образовательной среды, направленной на системное повышение их общекультурного и методического уровня. Это является основой для становления у студентов внутренней ответственности за качество предоставляемых образовательных услуг и достигаемых педагогических результатов. Проектирование обозначенного процесса, как отмечает М. И. Дири, должно основываться на интеграции универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций [10]. К их числу относятся:

– способность к командной работе и конструктивному взаимодействию со всеми участниками образовательных отношений (коллегами, администрацией, обучающимися и их родителями) [11];

– готовность к проектированию и реализации индивидуальной траектории непрерывного профессионального и личностного развития [15];

– владение цифровыми технологиями и их применение для решения задач педагогической деятельности [6].

Итак, качественно сформированный комплекс универсальных компетенций выступает когнитивной основой для успешного освоения будущими педагогами дисциплин, связанных с общепрофессиональными умениями и профессиональными навыками. Также становление профессиональной готовности будущих педагогов к реализации трудовых функций в условиях вуза обусловлено их включением в исследовательскую и проектную деятельность, которая, как отмечает Е.И. Скафа, органично интегрирована в содержание дисциплин

и практической подготовки [14]. Это формирует фундамент для выполнения ключевых трудовых функций в сфере образования.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Существующее рассогласование ФГОС ВО Педагогического образования [16] и Профессионального стандарта Педагога [13], как следствие разных систем координат, в которых работают вуз и школа, лежит в основе проблем современного педагогического образования [8]. В вузе у будущего педагога формируется абстрактный потенциал (компетенции), а школа требует конкретных действий (выполнения функций) в реальных условиях.

Результаты теоретического анализа нами представлены ниже в Таблице 1.

Таблица 1 – Суть противоречия: «Потенциал» и «Действие»

Критерий	ФГОС ВО (потенциал)	Реальность Школы (действие)
Цель	Сформировать потенциал, способность к действию («знает, как делать»).	Получить результат от выполненного действия («сделал и получил»).
Язык	Язык компетенций: «Способен проектировать», «Готов применять».	Язык функций/действий: «Составил рабочую программу», «Провел урок», «Выставил оценки».
Контекст	Идеализированный, контролируемый (аудитория, практика, модель ситуации).	Реальный, хаотичный, с ограниченными ресурсами (30 человек в классе, отчеты, родители, инклюзия).
Время	Длительный цикл формирования (4-6 лет).	Сиюминутное выполнение («к завтрашнему дню», «к педсовету»).

Таким образом, можно сказать, что в данном случае противоречие – в разрыве между идеальной моделью подготовки и реальной практикой применения. Вуз производит «идеального педагога» для «идеальной школы», а выпускник приходит в «реальную школу», где его идеальные компетенции проходят суровую проверку на прочность.

Пути решения этого противоречия (к которым сейчас стремится образование) – превращение сформированного в

вузе потенциала (компетенций) в эффективное действие (выполнение функции) в условиях реальной школы, дают возможность введения «функционального портрета» будущего педагога, как обобщенного понятия по выявлению готовности обучающегося к решению профессиональных задач специалиста.

С нашей точки зрения, в основе «функционального портрета» будущего педагога должны лежать компоненты, способствующие решению профессио-

нальных задач, согласно требованиям Всероссийского чемпионатного движения по профессиональному мастерству «Профессионалы» [12]. А именно, проектированию и организация учебных занятий с обучающимися; проектированию и организации внеурочной деятельности; организации исследовательской и проектной деятельности обучающихся; осуществлению контрольно-оценочной деятельности в образова-

тельном процессе; педагогической коммуникации с обучающимися; взаимодействию с родителями обучающихся; профессиональной педагогической коммуникации с коллегами. Нами определены компоненты, элементы компонентов «функционального портрета» будущего педагога и продукты, позволяющие оценить их сформированность (Таблица 2).

Таблица 2 – Функциональный портрет: компоненты, их элементы и документы

№ п/п	Компоненты функционального портрета	Элементы компонента функционального портрета	Документы/продукты функционального портрета
1.	Проекты и исследования	Курсовые проекты / ВКР Проектные задания Разработка собственного проекта	Отзыв руководителя Приказы/распоряжения / сертификаты Паспорт проекта / проектный продукт
2.	Методические разработки	Разработка технологических карт урока / занятия / событий Проведение урока / занятия / события Дидактические материалы	Технологическая карта Часть отчета по практике Чек-лист по оценке демонстрационного экзамена
3.	Рефлексия и самооценка	Образовательная деятельность Личностная деятельность	Чек-лист Результаты диагностик (психологических, физических и др.)
4.	Обратная связь от обучающихся и родителей	Опрос обучающихся Опрос родителей	Аналитический отчет Отзыв
5.	Достижения и награды	Академические достижения Научные достижения Творческие / спортивные достижения	Зачетная книжка Грамота, сертификат, диплом, благодарственное письмо, отличительные знаки / медали и др. Программа конференции
6.	Дополнительные навыки	Общественная деятельность Командная деятельность Личная эффективность	Волонтерская книжка Сертификат и др.
7.	Научные публикации	Статья Тезисы доклада	Публикация (университетский уровень, региональный, межрегиональные, всероссийский, международный)

8.	Результаты учебно-воспитательной работы	Учебные Воспитательные Развивающие	Часть отчета по практике Раздел курсового проекта / ВКР
9.	Рекомендательные письма	От вуза От организации работодателя	Отзыв Характеристика Рекомендательное письмо
10.	Отчеты о самообразовании	Участие в академических, научных и творческих мероприятиях	Сертификат Иное
11.	Сертификаты и квалификации	ДПО (дополнительное профессиональное образование) ППП (программа профессиональной переподготовки)	Удостоверение Диплом Сертификат

Оценка сформированности компонентов «функционального портрета» будущего педагога заключается в оценке мероприятий, проходящих во время обучения, и документально подтвержденных в педагогическом портфолио; оценке государственной итоговой аттестации в формате демонстрационного экзамена по структуре чемпионата «Профессионалы» и защиты выпускной квалификационной работы.

Оценка осуществляется по следующей шкалам, включающим баллы по

каждому компоненту педагогического портфолио и баллы по соответствующим видам аттестационных испытаний.

Каждый выполненный компонент «функционального портрета», представляемый будущим педагогом, оценивается в баллах. Максимальное количество набранных баллов по каждому компоненту педагогического портфолио представлено в Таблице 3. Сумма максимально возможно набранных баллов до государственной итоговой аттестации равна 210.

Таблица 3 – Максимальное количество баллов по каждому компоненту педагогического портфолио

Компоненты педагогического портфолио	Максимальная сумма баллов
Проекты или исследования	30
Методические разработки	64
Рефлексия	10
Обратная связь от учеников и родителей	13
Достижения	20
Дополнительные навыки	21
Публикации	21
Результаты учебно-воспитательной работы	21
Рекомендательные письма	10

Государственная итоговая аттестация, которая включает в себя 2 испытания, также подлежит оценке. Сумма максимально набранных баллов по обоим испы-

таниям равна 210 баллам. Их оценка представлена в Таблице 4. Общая сумма набранных баллов за текущее обучение и итоговую аттестацию равняется 420.

Таблица 4 – Максимальные баллы и соответствие аттестационных испытаний профессиональным задачам педагога

Профессиональная задача педагога	Максимальные начисляемые баллы	
	Выпускная квалификационная работа	Государственный экзамен
Проектирование и организация учебных занятий с обучающимися	30	-
Проектирование и организация внеурочной деятельности	-	30
Организация исследовательской и проектной деятельности обучающихся	-	30
Осуществление контрольно-оценочной деятельности в образовательном процессе	30	-
Педагогическая коммуникация с обучающимися	-	30
Взаимодействие с родителями обучающихся	30	-
Профессиональная педагогическая коммуникация с коллегами/социальными партнерами	30	-

Результаты оценки сформированности компонентов «функционального портрета» будущего педагога предлагается подтверждать справкой, содержащей индивидуальные результаты обучающегося, за подписью руководителя образовательной организации высшего и печати образовательной организации высшего образования. Справка «Функциональный портрет педагога» может использоваться обучающимся по своему желанию, например, при трудоустройстве в образовательную организацию.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исходя из задач подготовки будущих педагогов к работе в условиях современных образовательных организаций при реализации профессиональной подготовки, по нашему мнению, существенное значение принадлежит форми-

рованию «функционального портрета» специалиста. Качество подготовки обеспечивается целенаправленным формированием в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) универсальных, общепрофессиональных, профессиональных компетенций с учетом основных трудовых функций Профессионального стандарта «Педагог» через совокупность выделенных компонентов «функционального портрета» будущего педагога. А именно через проекты и исследования, методические разработки, рефлексию и самооценку, обратную связь от обучающихся и родителей, достижения и награды, дополнительные навыки, научные публикации, результаты учебно-воспитательной работы, рекомендательные письма, отчеты о самообразовании, сертификаты и удостове-

рения о повышении квалификации. Предложенная нами компонентная структура и система оценивания «функционального портрета» будущего педагога позволяют наглядно демонстрировать его готовность к решению кон-

кретных профессиональных задач, фиксировать достижения студента, то есть выступать связующим звеном между требованиями ФГОС ВО, Профессиональным стандартом и запросами практики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амахина, Е. В. Структурно-динамическая модель исследовательских способностей и умений / Е. В. Амахина // *Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена. Аспирантские тетради.* – 2007. – № 13 (36). – С. 161–168.
2. Бабанский, Ю. К. *Избранные педагогические труды* / сост. М. Ю. Бабанский. – Москва : Педагогика, 1989. – 327 с.
3. Байденко, В. И. Компетентностный подход к проектированию государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (методологические и методические вопросы) / В. И. Байденко. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2021. – 114 с.
4. Булдакова, Н. В. Прогностическая способность будущего специалиста как компонент интегральной индивидуальности личности / Н. В. Булдакова // *В мире научных открытий.* – 2012. – № 2-4(26). – С. 130–141.
5. Булдакова, Н. В. Развитие прогностической способности у будущих педагогов / Н. В. Булдакова. – 2-е изд., испр. и доп. – Киров : Межрегиональный центр инновационных технологий в образовании, 2019. – 177 с.
6. Воронина, Ю. В. Цифровая грамотность педагога: анализ содержания понятия и структура / Ю. В. Воронина // *Вестник Оренбургского государственного педагогического университета.* – 2019. – № 4(32). – С. 232–245. – DOI 10.32516/2303-9922.2019.32.17.
7. Вошева, А. А. Контекстно-компетентностный подход в подготовке будущих педагогов / А. А. Вошева // *Педагогика и психология в современном мире: теоретические и практические исследования* : сб. ст. по материалам XXIX междунар. науч.-практ. конф., Москва, 29 ноября 2019 г. – Т. 11 (29). – Москва : Интернаука, 2019. – С. 72–76.
8. Всероссийское чемпионатное движение по профессиональному мастерству кретных профессиональных задач, фиксировать достижения студента, то есть выступать связующим звеном между требованиями ФГОС ВО, Профессиональным стандартом и запросами практики.
9. Демонстрационный экзамен как новый формат итоговой аттестации выпускников педагогических вузов / И. В. Гладкая, И. Ю. Гутник, А. Е. Бахмутский, Н. В. Смирнова // *Научное мнение.* – 2023. – № 12. – С. 92–96. – DOI 10.25807/2222_4378_2023_12_92.
10. Дири, М. И. Инновационная деятельность педагога в процессе его профессионального становления / М. И. Дири // *Самарский научный вестник.* – 2017. – Т. 6, № 2(19). – С. 221–226.
11. Михайлова, Д. И. Профессиональное воспитание и формирование универсальных компетенций будущего педагога: интеграция деятельности / Д. И. Михайлова, С. И. Остапенко, С. В. Анохина // *Научный результат. Педагогика и психология образования.* – 2022. – Т. 8, № 1. – С. 24–37. – DOI 10.18413/2313-8971-2022-8-1-0-3.
12. Мухидова, О. Н. Компетентностный подход к развитию профессиональной деятельности учителя / О. Н. Мухидова // *Вестник науки и образования.* – 2020. – № 19-2 (97). – С. 88–91.
13. Профессиональный стандарт «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» : утв. приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 окт. 2013 г. № 544н (ред. от 05.08.2016). – URL: <https://base.garant.ru/70535556/> (дата обращения: 12.10.2025).
14. Скафа, Е.И. Профессионально-личностные ценности современного учителя математики / Е.И. Скафа // *Дидактика математики: проблемы и исследования.* – 2023. – Вып. 2 (58). – С. 37–46. DOI: 10.24412/2079-9152-2023-58-37-46.
15. Файн, М. Б. Индивидуальная образовательная траектория педагога как средство

достижения его профессионального развития / М. Б. Файн // Проблемы современного педагогического образования. – 2019. – № 63-1. – С. 348–351.

16. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) : утв. приказом Министерства науки и высшего образования РФ от 22 февр. 2022 г. № 126. – URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203%20+Vak/440305_B_3_160_32022.pdf (дата обращения: 12.10.2024).

17. Шестакова, Л. Г. Формирование исследовательских компетенций у студентов педагогических направлений подготовки / Л. Г. Шестакова // Education & Science – 2016 : материалы Междунар. науч.-практ. конф. для работников науки и образования (Saint-Louis, Missouri, USA, 01 марта 2016 года). – Ч. 2. – Saint-Louis, Missouri, USA : Publishing House Science and Innovation Center, Ltd., 2016. – С. 9–11.

REFERENCES

1. Amakhina, E. V. Structural and Dynamic Model of Research Abilities and Skills / E. V. Amakhina // Izvestiya of the Russian State Pedagogical University named after A. I. Herzen. Postgraduate Notes. – 2007. – No. 13 (36). – Pp. 161–168.

2. Babansky, Yu. K. Selected Pedagogical Works / compiled by M. Yu. Babansky. – Moscow : Pedagogika, 1989. – 327 p.

3. Baidenko, V. I. Competence-Based Approach to Designing State Educational Standards for Higher Professional Education (Methodological and Methodical Issues) / V. I. Baidenko. – 2nd ed., revised and expanded. – Moscow : Research Center for Quality Issues in Training Specialists, 2021. – 114 p.

4. Buldakova, N. V. The prognostic ability of a future specialist as a component of an individual's integral personality / N. V. Buldakova // In the World of Scientific Discoveries. – 2012. – No. 2-4(26). – Pp. 130–141.

5. Buldakova, N. V. Development of predictive ability in future teachers / N. V. Buldakova. – 2nd ed., revised and expanded. – Kirov : Interregional Center for Innovative Technologies in Education, 2019. – 177 p.

6. Voronina, Yu. V. Digital Literacy of a Teacher: Analysis of the Concept and Structure / Yu. V. Voronina // Bulletin of the Orenburg State Pedagogical University. – 2019. – No. 4(32). – Pp. 232–245. – DOI 10.32516/2303-9922.2019.32.17.

7. Vosheva, A. A. Contextual and Competence-Based Approach in the Training of Future Teachers / A. A. Vosheva // Pedagogy and psychology in the modern world: theoretical and

practical research : collection of articles based on the materials of the XXIX International Scientific and Practical Conference, Moscow, November 29, 2019, vol. 11 (29). Moscow : Internauka, 2019, pp. 72–76.

8. All-Russian Championship Movement in Professional Skills "Professionals": official website. – URL: <https://профессионалы.ру>. Russian Federation (date of request: 12.10.2025).

9. Demonstration exam as a new format of final certification of graduates of pedagogical universities / I. V. Gladkaya, I. Yu. Gutnik, A. E. Bakhmutsky, N. V. Smirnova // Nauchnoye mnenie. – 2023. – No. 12. – Pp. 92–96. – DOI: 10.25807/22224378_2023_12_92.

10. Diri, M. I. Innovative activity of a teacher in the process of his professional development / M. I. Diri // Samara Scientific Bulletin. – 2017. – Vol. 6, No. 2(19). – Pp. 221–226.

11. Mikhailova, D. I. Professional education and formation of universal competencies of a future teacher: integration of activities / D. I. Mikhailova, S. I. Ostapenko, S. V. Anokhina // Scientific Result. Pedagogy and Psychology of Education. – 2022. – Vol. 8, No. 1. – Pp. 24–37. – DOI 10.18413/2313-8971-2022-8-1-0-3.

12. Mukhidova, O. N. Competence-Based Approach to the Development of a Teacher's Professional Activity / O. N. Mukhidova // Bulletin of Science and Education. – 2020. – No. 19-2 (97). – Pp. 88–91.

13. Professional Standard "Teacher (teaching activities in the field of preschool, primary general, basic general, and secondary general education) (educator, teacher)": approved by Order No. 544n of the Ministry of Labor and So-

cial Protection of the Russian Federation dated October 18, 2013 (as amended on August 5, 2016). – URL: <https://base.garant.ru/70535556/> (accessed: 12.10.2025).

14. Skafa E.I. *Professional and Personal Values of a Modern Mathematics Teacher / E.I. Skafa // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. – 2023. – Issue 2 (58). – Pp. 37–46. DOI: 10.24412/2079-9152-2023-58-37-46.*

15. Fine, M. B. *Individual Educational Path of a Teacher as a Means of Achieving Their Professional Development / M. B. Fine // Problems of Modern Pedagogical Education. – 2019. – No. 63-1. – Pp. 348–351.*

16. *Federal State Educational Standard of Higher Education – Bachelor's Degree in Pedagogical Education (with Two Training Profiles): Approved by Order No. 126 of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation dated February 22, 2022. – URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203+/Bak/440305_B_3_16032022.pdf (accessed: 12.10.2024).*

17. Shestakova, L. G. *Formation of Research Competencies in Students of Pedagogical Fields of Study / L. G. Shestakova // Education & Science – 2016 : materials of the International Scientific and Practical Conference for Science and Education Workers (Saint-Louis, Missouri, USA, March 01, 2016). – Part 2. – Saint-Louis, Missouri, USA: Publishing House Science and Innovation Center, Ltd., 2016. – Pp. 9–11.*

17. Shestakova, L. G. *Formation of Research Competencies in Students of Pedagogical Fields of Study / L. G. Shestakova // Education & Science – 2016 : materials of the International Scientific and Practical Conference for Science and Education Workers (Saint-Louis, Missouri, USA, March 01, 2016). – Part 2. – Saint-Louis, Missouri, USA: Publishing House Science and Innovation Center, Ltd., 2016. – Pp. 9–11.*

АВТОРЫ

Булдакова Наталья Викторовна

(Российская Федерация, г. Вятка)

доктор педагогических наук, доцент,
заведующий кафедрой педагогики
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
образования «Вятский государствен-
ный университет»

E-mail: nv_buldakova@vyatsu.ru

ORCID ID: 0000-0003-1069-9137

Scopus Author ID: 57188841345

Попова Светлана Анатольевна

(Российская Федерация, г. Вятка)

аспирант федерального государственного
бюджетного образовательного учрежде-
ния высшего образования «Вятский госу-
дарственный университет»

E-mail: sa_kostyuhina@vyatsu.ru

ORCID ID: 0000-0002-1220-0662

AUTHORS

Buldakova Natalia Viktorovna

(Russian Federation, Vyatka)

Doctor of Pedagogical Sciences, Associate
Professor, Head of the Department of Peda-
gogy at the Federal State Budgetary Educa-
tional Institution of Higher Education
"Vyatka State University"

E-mail: nv_buldakova@vyatsu.ru

ORCID ID: 0000-0003-1069-9137

Scopus Author ID: 57188841345

Popova Svetlana Anatolievna

(Russian Federation, Vyatka)

graduate student at the Federal State Budg-
etary Educational Institution of Higher Ed-
ucation "Vyatka State University"

E-mail: sa_kostyuhina@vyatsu.ru

ORCID ID: 0000-0002-1220-0662

ВКЛАД АВТОРОВ

Булдакова Н.В.: концептуализация, мето-
дология, руководство исследованием.

Попова С.А.: проведение исследования,
визуализация, верификация данных.

*Авторы заявляют об отсутствии
конфликта интересов*

AUTHOR CONTRIBUTION

Buldakova N.V.: Conceptualization, Met-
hodology, Supervision.

Popova S.A.: Investigation, Visualization,
Validation.

*The authors declared no conflicts
of interest*

УДК 378.147.091.33-027.22:004.946

EDN IOEIQW

DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-17-24

THE CURRENT STATE OF VIRTUAL AND AUGMENTED REALITY TECHNOLOGIES IN THE MECHATRONICS AND ROBOTICS EDUCATION SYSTEM

Zakharova Olga Alekseevna, Uwibambe Marina,
Shcherba Alexey Sergeevich



ABSTRACT

This comprehensive study investigates the integration and pedagogical efficacy of Virtual Reality (VR) and Augmented Reality (AR) technologies within contemporary robotics and mechatronics education. The research was driven by the significant challenges facing traditional laboratory-based learning, including prohibitive equipment costs, inherent safety risks, and limited student access to complex systems. To address this, a rigorous comparative evaluation was conducted, analyzing VR-based simulation learning, AR-assisted hands-on training, and conventional instructional methods. The findings demonstrate a clear and compelling functional dichotomy: VR exhibits superior performance in fostering complex system understanding and programming skills within immersive, risk-free digital twin environments. Conversely, AR proves exceptionally effective in enhancing procedural accuracy, speed, and operational safety during physical equipment assembly and maintenance tasks. Crucially, both immersive technologies were found to significantly increase student engagement and motivation while substantially reducing cognitive load compared to traditional approaches. This research concludes that VR and AR are not merely supplemental tools but are transformative pedagogical instruments that serve distinct yet complementary roles. The study provides an evidence-based framework for educators and institutions to strategically integrate these technologies, thereby creating more effective, accessible, and engaging learning ecosystems that can better prepare students for the demands of Industry 4.0. The results underscore the necessity of aligning technology selection with specific learning objectives to maximize educational outcomes.

KEY WORDS

Virtual Reality, Augmented reality, Robotics, Mechatronics, Digital Twin, Immersive technology.



For citation: Zakharova, O. A. The current state of virtual and augmented reality technologies in the mechatronics and robotics education system / O. A. Zakharova, M. Uwibambe, A. S. Shcherba. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-17-24 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. – 2026. – No. 1 (69). – Pp. 17–24. – EDN IOEIQW.

Поступила: 22.12.2025 | Одобрена: 26.02.2026 | Опубликовано: 10.03.2026

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ ВИРТУАЛЬНОЙ И ДОПОЛНЕННОЙ РЕАЛЬНОСТИ В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ ПО МЕХАТРОНИКЕ И РОБОТОТЕХНИКЕ

Захарова Ольга Алексеевна, Увибамбе Марина,
Щерба Алексей Сергеевич



АННОТАЦИЯ

Данное комплексное исследование изучает интеграцию и педагогическую эффективность технологий виртуальной реальности (VR) и дополненной реальности (AR) в современное образование в области робототехники и мехатроники. Исследование было обусловлено серьезными проблемами, с которыми сталкивается традиционное лабораторное обучение, включая высокую стоимость оборудования, неотъемлемые риски безопасности и ограниченный доступ студентов к сложным системам. Для решения этой проблемы была проведена тщательная сравнительная оценка, анализирующая обучение с помощью моделирования на основе VR, практическое обучение с использованием AR и традиционные методы обучения. Результаты демонстрируют четкую и убедительную функциональную дихотомию: VR демонстрирует превосходную эффективность в развитии понимания сложных систем и навыков программирования в иммерсивных, безопасных средах цифровых двойников. В то же время, AR демонстрирует исключительную эффективность в повышении точности, скорости и эксплуатационной безопасности процедур при сборке и обслуживании физического оборудования. Важно отметить, что обе иммерсивные технологии значительно повышают вовлеченность и мотивацию учащихся, при этом существенно снижая когнитивную нагрузку по сравнению с традиционными подходами. В исследовании сделан вывод о том, что виртуальная и дополненная реальность — это не просто дополнительные, а преобразующие педагогические инструменты, выполняющие различные, но взаимодополняющие функции. Исследование предоставляет базирующуюся на фактических данных основу для стратегической интеграции этих технологий преподавателями и учебными заведениями, позволяя им создавать более эффективные, доступные и увлекательные образовательные экосистемы, которые могут лучше подготовить учащихся к требованиям Индустрии 4.0. Результаты подчеркивают необходимость согласования выбора технологий с конкретными образовательными целями для максимизации образовательных результатов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Виртуальная реальность, дополненная реальность, робототехника, мехатроника, цифровой двойник, иммерсивные технологии.



Для цитирования: Захарова О. А. Современное состояние технологий виртуальной и дополненной реальности в системе образования по мехатронике и робототехнике / О. А. Захарова, М. Увибамбе, А. С. Щерба. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-17-24 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – Вып. 1 (69). – С. 17–24. – EDN IOEIQW.

INTRODUCTION

Robotics and mechatronics combine mechanical engineering, electronics, computer science, and control theory. The training of engineers requires a combination of a theoretical foundation and practical experience, which is usually provided through educational laboratories with robotic manipulators, PLCs, and sensor systems [16; 22]. However, the traditional format has limitations: high equipment costs, safety risks for beginning students, and limited access to complex systems. Based on this, the problems of computer-pedagogical support for the educational process at all levels of education remain the focus of Russian and international researchers [3; 5]. Particular attention in the ongoing research is given to innovative technologies in the context of adaptive learning and vocational education [10; 11; 13]. Immersive technologies, such as virtual reality (VR) and augmented reality (AR), are becoming promising pedagogical tools [2; 4; 7; 9]. VR creates virtual environments for modeling, and AR overlays digital information on the real world. Although the literature indicates the potential of these technologies to bridge the gap between theory and practice, there remains a need for empirical studies comparing their effectiveness [1; 8; 14; 15].

The purpose of this research is to empirically evaluate and compare the impact of VR and AR technologies on specific learning outcomes in robotics and mechatronics education. To achieve this purpose, the study aims to design and implement distinct VR-based and AR-assisted learning modules, measure their effects on theoretical knowledge and practical skills, assess cognitive load and engagement, and provide evidence-based recommendations for technology integration.

MATERIALS AND METHODS

The theoretical and practical basis of the study is based on the experience and research results of Russian and foreign scientists on the use of immersive technologies in school [16], inclusive [6], professional [12; 13; 17; 18; 20] and advanced training. We also considered the proposed tools for implementing immersive technologies [19] in the form of virtual laboratories [21], including those based on the simulation of technological processes using the goal-oriented design method [22] and virtual reality-based training [23]. This study used a comprehensive assessment to test three main hypotheses: that VR will improve the performance of complex programming tasks, that AR will increase the accuracy of procedural assembly, and that both technologies reduce cognitive load and increase engagement compared to traditional methods. The study implemented three different training approaches: a VR-based training module with Oculus Quest 2 headsets for virtual programming of robotic work cells; An AR-enabled module using tablet applications with Vuforia for guided physical assembly tasks, and a traditional instructor-led approach using physical equipment and manuals.

The methodological procedure included a detailed assessment of learning outcomes across the three approaches. Data collection included theoretical knowledge assessment, practical skills assessment, NASA-TLX cognitive load measurements, and engagement analysis. Quantitative analysis was conducted using statistical methods, including comparative analysis and significance testing, to evaluate the results across different instructional methods. The study acknowledges limitations, including its focused scope and emphasis on specific learning outcomes, while maintaining rigorous assessment standards throughout the evaluation process.

RESULTS AND DISCUSSION

The evaluation results provided strong support for all three hypotheses, revealing distinct educational advantages for each technology. The VR approach demonstrated significantly higher performance in practical programming tasks compared to both AR and traditional methods. Conversely, the AR approach achieved superior results in assembly task accuracy compared to VR and traditional methods. Both technology approaches showed substantially lower cognitive load and higher engagement scores than the traditional approach.

These findings demonstrate a clear functional differentiation between VR and AR technologies aligned with their inherent capabilities. VR's strength in complex programming tasks stems from its ability to create immersive "digital twin" environments that enable safe experimentation and direct observation of system behavior, supporting experiential learning through risk-free exploration. AR's superiority in procedural tasks arises from its capacity to reduce cognitive load by providing contextual information directly within the work environment, minimizing working memory demands and guiding precise motor actions. The significantly improved engagement and reduced cognitive load in both technology approaches highlight their pedagogical advantage over traditional methods, creating learning conditions that are both more effective and less stressful. These results underscore the importance of strategic technology selection based on specific learning objectives rather than treating VR and AR as interchangeable solutions.

CONCLUSION

This study successfully achieved its research objectives by providing robust evidence for the differential effectiveness of VR and AR technologies in robotics and mechatronics education. The research con-

firms that VR and AR serve complementary rather than competing roles, with VR excelling in system-level understanding and complex problem-solving, while AR demonstrates superior performance in procedural training and hands-on skill development. The novelty of these findings lies in the clear demonstration of this functional differentiation through comprehensive evaluation, moving beyond theoretical assertions to provide concrete evidence for strategic implementation decisions.

The theoretical significance of these results reinforces constructivist and experiential learning models, showing how immersive technologies create potent environments for knowledge construction and skill development. From a practical perspective, the study provides educators with a clear framework for technology deployment: VR should be prioritized for simulation-based learning and programming tasks, while AR proves most valuable for enhancing physical laboratory exercises and procedural training. The substantial improvements in engagement and reductions in cognitive load further support the integration of both technologies as means to create more effective and accessible learning environments.

Despite these promising results, implementation challenges remain significant, particularly regarding costs, technical infrastructure, and development requirements. Future research should focus on investigating long-term skill retention, developing hybrid VR-AR solutions, exploring AI driven personalization within immersive environments, and creating scalable implementation models for resource-constrained institutions. The continued evolution of these technologies promises even greater educational potential, but their effective integration will require ongoing attention to pedagogical alignment and strategic resource allocation.

REFERENCES

1. *A Comprehensive Analysis of Mixed Reality Visual Displays in Context of its Applicability in IoT* / S. Kaushik, M. Phogat, A. K. Sharma, N. Kumar, P. Vats, S. S. Biswas. – DOI: 10.1109/MECON53876.2022.9752420 // 2022 International Mobile and Embedded Technology Conference, MECON 2022, Noida, march 10–11, 2022. – Noida, 2022. – Pp. 101–107.
2. *Agapur, M. State of the Art and Future prospects of virtual and augmented reality in veterinary medicine: a systematic review* / M. Agapur, B. Bockstaler. – DOI: 10.3390/ani12243517 // *Animals*. – 2022. – Vol. 12, Issue 24. – URL: <https://www.mdpi.com/2076-2615/12/24/3517>. – Text : electronic.
3. *Augmented reality and robotics in education: A systematic literature review* / Ch. Pasalidou, Ch. Lytridis, A. Tsinakos, N. Fachtandis. – DOI: 10.1016/j.chbah.2025.100157 // *Computers in Human Behavior: Artificial Humans*. – 2025. – Vol. 4. – URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2949882125000416>. – Text : electronic.
4. *Augmented reality trends in education: a systematic review of research and applications* / J. Baca-Acosta, S. Baldiris, R. Fábregat, S. Graf, Kinshuk // *Educational Technology & Society*. – 2014. – Vol. 17 (4). – Pp. 133–149.
5. *Badak, B. On the construction of a methodological system of computer-pedagogical support for practice-oriented mathematical training of students of a technical university* / B. Badak. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-62-25-37 // *Didactics of Mathematics: Problems and Investigations*. – 2024. – No. 2 (62). – Pp. 25–37. (In Russ.)
6. *Chelnokova, E.A. Application of virtual reality technology in inclusive education* / E. A. Chelnokova, A. N. Nazarova // *Problems of Modern Pedagogical Education*. – 2023. – Issue 81. – Pp. 642–645. (In Russ.)
7. *Comparative Overview of Augmented Reality, Virtual Reality, and Mixed Reality* / S. Slevan, K. Vidhya, R. S. Kumar, K. Veningston. – DOI: 10.4018/979-8-3693-1123-3.ch001 // Chapter in book: *Applications of Virtual and Augmented Reality for Health and Wellbeing*. – IGI Global, 2024. – Pp. 1–16.
8. *Craig, Ch. D. A Systematic Overview of Reviews of the Use of Immersive Virtual Reality in Higher Education* / Ch. D. Craig, R. Kay. – DOI: 10.18870/hlrc.v13i2.1430 // *Higher Learning Research Communications*. – 2023. – Vol. 13, Issue 2. – Pp. 42–60.
9. *Developing virtual and augmented reality applications for science, technology, engineering, and math education* / Ch. L. Hem-me, R. Carley, A. Norton, M. Ghumman, H. Nguyen, R. Ivone, J. U. Menon, J. Shen, M. Bertin, R. King, E. Leibovitz, R. Bergstrom, B. Cho. – DOI: 10.2144/btn-2023-0029 // *BioTechniques*. – 2023. – No. 7 (1). – Pp. 343–352.
10. *Fitria, T. N. Augmented Reality (AR) and Virtual Reality (VR) Technology in Education: Media of Teaching and Learning: A Review* / T. N. Fitria. – DOI: 10.29040/ijcis.v4i1.102 // *International Journal of Computer and Information System*. – 2023. – Vol. 4, No. 1. – P. 14–25.
11. *Gorbunova, N. V. Application of virtual reality technologies in the context of professional education* / N. V. Gorbunova // *Problems of Modern Pedagogical Education*. – 2023. – No. 79-1. – Pp. 131–134. (In Russ.)
12. *Grebenkina, A. S. Simulation modeling in the context of practical-oriented mathematical training of future rescue engineers* / A. S. Grebenkina. – DOI: 10.24412/2079-9152-2023-59-21-28 // *Didactics of mathematics: Problems and Investigations*. – 2023. – No. 3 (59). – Pp. 21–28.
13. *Kirilov, N. A. The use of virtual technologies in the training of future specialists in the field of geodesy* / N. A. Kirilov. – DOI: 10.33764/2411-1759-2022-27-6-28-38 // *Bulletin of the Siberian State University of Geosystems and Technologies*. – 2022. – Vol. 27, No. 6. – Pp. 28–38. (In Russ.)
14. *Korneeva, N. Yu. Immersive Technologies in Modern Professional Education* / N. Yu. Korneeva, N.V. Uvarina // *Modern Pedagogical Education*. – 2022. – No. 6. – Pp. 17–22. (In Russ.)
15. *Paes, D. Immersive environment for improving the understanding of architectural 3D models: Comparing user spatial perception between immersive and traditional virtual reality systems* / D. Paes, E. Arantes, J. Irizarry. – DOI: 10.1016/j.autcon.2017.09.016 //

Automation in Construction. – 2017. – Vol. 84. – Pp. 292–303.

16. Polovinko, E. V. *Using Virtual (VR) and Augmented (AR) Realities in Modern School Education* / E. V. Polovinko, N. Y. Botvineva, A. B. Cheboksarov // *Problems of Modern Pedagogical Education*. – 2023. – No. 79-2. – Pp. 324–327. (In Russ.)

17. Prokopiuk, N. *Applicability of augmented and virtual reality for education robotics* / N. Prokopiuk, P. Falkowski. – DOI: 10.14313/JAMRIS/3-2022/25 // *Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems*. – 2023. – Vol. 16, No. 3. – Pp. 66–74.

18. *Seamless virtual reality with an embedded synchronizer and synthesizer for autonomous driving* / H. Li, R. Han, Z. Zhao, Q. Xu, Sh. Wang, Ch. Xu. – DOI: 10.1109/LRA.2024.3375266 // *IEEE Robotics and Automation Letters*. – 2024. – Vol. 9, Issue 5. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10465251/authors#authors>. – Text : electronic.

19. Shoaib, H. *A Survey of Augmented Reality* / H. Shoaib, S. W. Jaffry // *International Conference on Virtual and Augmented Reality (ICVAR 2015), Singapore, January 8-9, 2015*. – Singapore, 2015. – Pp. 34–43.

20. Shobonov, N. A. *Application of virtual and augmented reality in professional educa-*

tion / N. A. Shobonov, A. Yu. Petrov, D. S. Morozova // *Problems of Modern Pedagogical Education*. – 2025. – No. 87-1. – Pp. 330–332. (In Russ.)

21. Skafa, E. I. *Virtual laboratory as a management system for teaching future engineers in mathematical and computer modeling* / E. I. Skafa, M. E. Korolev // *Pedagogical Informatics*. – 2022. – No. 1. – Pp. 30–40. (In Russ.)

22. *Virtual laboratory application based on virtual reality simulation as training tool of turning machine using goal directed design method* / D. Nurkertamanda, F. Frendiansyah, S. Saptadi, Y. Widharto, P. A. Wicaksono / – DOI: 10.1088/1757-899X/1072/1/012077 // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2021. – Vol. 1072, 012077. – URL: <https://www.sci-hub.ru/10.1088/1757-899x/1072/1/012077>. – Text : electronic.

23. *Virtual Reality-Based Training: Case Study in Mechatronics* / D. Kaminska, G. Zwolinski, S. Wiak, L. Petkowska, G. Cvetkowski, P. Di Barba, M. E. Mognaschi, R. E. Haamer, Gh. Anbarjafari. – DOI: 10.1007/s10758-020-09469-z // *Technology, Knowledge and Learning*. – 2021. – Vol. 26, Issue 2. – Pp. 1043–1059.

ЛИТЕРАТУРА

1. *A Comprehensive Analysis of Mixed Reality Visual Displays in Context of its Applicability in IoT* / S. Kaushik, M. Phogat, A. K. Sharma, N. Kumar, P. Vats, S. S. Biswas. – DOI 10.1109/MECON53876.2022.9752420 // *2022 International Mobile and Embedded Technology Conference, MECON 2022, Noida, March 10–11, 2022*. – Noida, 2022. – Pp. 101–107.

2. Agapur, M. *State of the Art and Future prospects of virtual and augmented reality in veterinary medicine: a systematic review* / M. Agapur, B. Bockstaler. – DOI: 10.3390/ani12243517 // *Animals*. – 2022. – Vol. 12, Issue 24. – URL: <https://www.mdpi.com/2076-2615/12/24/3517>. – Text : electronic.

3. *Augmented reality and robotics in education: A systematic literature review* / Ch. Pasalidou, Ch. Lytridis, A. Tsinakos, N. Fachantidis. – DOI: 10.1016/j.chbah.2025.100157 // *Computers in Human Behavior: Artificial Humans*. – 2025. – Vol. 4. – URL: <https://www.sciencedirect.com/>

science/article/pii/S2949882125000416. – Text : electronic.

4. *Augmented reality trends in education: a systematic review of research and applications* / J. Baca-Acosta, S. Baldiris, R. Fabregat, S. Graf, Kinshuk // *Educational Technology & Society*. – 2014. – Vol. 17 (4). – Pp. 133–149.

5. Бадак, Б. А. *О построении методической системы компьютерно-педагогического сопровождения практико-ориентированной математической подготовки студентов технического университета* / Б. А. Бадак. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-62-25-37 // *Дидактика математики: проблемы и исследования*. – 2024. – Вып. 2 (62). – С. 25–37.

6. Челнокова, Е. А. *Применение технологии виртуальной реальности в инклюзивном образовании* / Е. А. Челнокова, А. Н. Назарова, Е. Н. Назарова // *Проблемы современного педагогического образования*. – 2023. – № 81-2. – С. 642–645.

24. *Comparative Overview of Augmented Reality, Virtual Reality, and Mixed Reality* / S. Slevan, K. Vidhya, R. S. Kumar, K. Veningston. – DOI: 10.4018/979-8-3693-1123-3.ch001 // Chapter in book: *Applications of Virtual and Augmented Reality for Health and Wellbeing*. – IGI Global, 2024. – Pp. 1–16.

8. Craig, Ch. D. *A Systematic Overview of Reviews of the Use of Immersive Virtual Reality in Higher Education* / Ch. D. Craig, R. Kay. – DOI: 10.18870/hlrc.v13i2.1430 // *Higher Learning Research Communications*. – 2023. – Vol. 13, Issue 2. – Pp. 42–60.

9. *Developing virtual and augmented reality applications for science, technology, engineering, and math education* / Ch. L. Hemme, R. Carley, A. Norton, M. Ghumman, H. Nguyen, R. Ivone, J. U. Menon, J. Shen, M. Bertin, R. King, E. Leibovitz, R. Bergstrom, B. Cho. – DOI: 10.2144/btn-2023-0029 // *BioTechniques*. – 2023. – No. 7 (1). – Pp. 343–352.

10. Fitria, T. N. *Augmented Reality (AR) and Virtual Reality (VR) Technology in Education: Media of Teaching and Learning: A Review* / T. N. Fitria. – DOI: 10.29040/ijcis.v4i1.102 // *International Journal of Computer and Information System*. – 2023. – Vol. 4, No. 1. – Pp. 14–25.

11. Горбунова, Н. В. *Применение технологий виртуальной реальности в контексте профессионального образования* / Н. В. Горбунова // *Проблемы современного педагогического образования*. – 2023. – № 79-1. – С. 131–134.

12. Гребенкина, А. С. *Имитационное моделирование в контексте практико-ориентированной математической подготовки будущих инженеров-спасателей* / А. С. Гребенкина. – DOI: 10.24412/2079-9152-2023-59-21-28 // *Дидактика математики: проблемы и исследования*. – 2023. – Вып. 3 (59). – С. 21–28.

13. Кирилов, Н. А. *Применение технологий виртуальной реальности в профессиональной подготовке специалистов в области геодезии* / Н. А. Кирилов. – DOI: 10.33764/2411-1759-2022-27-6-28-38 // *Вестник Сибирского государственного университета геосистем и технологий*. – 2022. – Т. 27, № 6. – С. 28–38.

14. Корнеева, Н. Ю. *Иммерсивные технологии в современном профессиональном образовании* / Н. Ю. Корнеева, Н. В. Уварина // *Современное педагогическое образование*. – 2022. – № 6. – С. 17–22.

15. Paes, D. *Immersive environment for improving the understanding of architectural 3D*

models: Comparing user spatial perception between immersive and traditional virtual reality systems / D. Paes, E. Arantes, J. Irizarry. – DOI: 10.1016/j.autcon.2017.09.016 // *Automation in Construction*. – 2017. – Vol. 84. – Pp. 292–303.

16. Половинко, Е. В. *Использование виртуальной (VR) и дополненной (AR) реальностей в современном школьном образовании* / Е. В. Половинко, Н. Ю. Ботвинева, А. Б. Чебоксаров // *Проблемы современного педагогического образования*. – 2023. – № 79-2. – С. 324–327.

17. Prokopiuk, N. *Applicability of augmented and virtual reality for education robotics* / N. Prokopiuk, P. Falkowski. – DOI: 10.14313/JAMRIS/3-2022/25 // *Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems*. – 2023. – Vol. 16, No. 3. – Pp. 66–74.

18. *Seamless virtual reality with an embedded synchronizer and synthesizer for autonomous driving* / H. Li, R. Han, Z. Zhao, Q. Xu, Sh. Wang, Ch. Xu. – DOI: 10.1109/LRA.2024.3375266 // *IEEE Robotics and Automation Letters*. – 2024. – Vol. 9, Issue 5. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10465251/authors#authors>. – Text : electronic.

19. Shoaib, H. *A Survey of Augmented Reality* / H. Shoaib, S. W. Jaffry // *International Conference on Virtual and Augmented Reality (ICVAR 2015)*, Singapore, January 8-9, 2015. – Singapore, 2015. – Pp. 34–43.

20. Шобонов, Н. А. *Применение виртуальной и дополненной реальности в профессиональном образовании* / Н. А. Шобонов, А. Ю. Петров, Д. С. Морозова // *Проблемы современного педагогического образования*. – 2025. – № 87-1. – С. 330–332.

21. Скафа, Е. И. *Виртуальная лаборатория как система управления обучением математическому и компьютерному моделированию будущих инженеров* / Е. И. Скафа, М. Е. Королев // *Педагогическая информатика*. – 2022. – № 1. – С. 30–40.

22. *Virtual laboratory application based on virtual reality simulation as training tool of turning machine using goal directed design method* / D. Nurkertamanda, F. Frenadiansyah, S. Saptadi, Y. Widharto, P. A. Wicaksono. – DOI: 10.1088/1757-899X/1072/1/012077 // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2021. – Vol. 1072, 012077. – URL: <https://www.sci-hub.ru/10.1088/1757-899x/1072/1/012077>. – Text : electronic.

23. *Virtual Reality-Based Training: Case Study in Mechatronics* / D. Kaminska, G. Zwolinski, S. Wiak, L. Petkowska, G. Cvetkowski, P. Di Barba, M. E. Mognaschi, R. E. Haamer,

Gh. Anbarjafari. – DOI: 10.1007/s10758-020-09469-z // *Technology, Knowledge and Learning*. – 2021. – Vol. 26, Issue 2. – Pp. 1043–1059.

АВТОРЫ

Захарова Ольга Алексеевна

(Российская Федерация,
г. Ростов-на-Дону)

доктор педагогических наук, доцент,
доцент кафедры «Информационные технологии» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донской государственный технический университет»

E-mail: oz64@mail.ru

ORCID ID: 0000-0001-6240-3268

Увибамбе Марина

(Российская Федерация,
г. Ростов-на-Дону)

аспирант федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донской государственный технический университет»

E-mail: m.uwi@yandex.ru

Щерба Алексей Сергеевич

(Российская Федерация,
г. Ростов-на-Дону)

аспирант федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донской государственный технический университет»

E-mail: mrdiamont129@gmail.com

AUTHORS

Zakharova Olga Alekseevna

(Russian Federation, Rostov-on-Don)

Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Information Technologies at the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Don State Technical University"

E-mail: oz64@mail.ru

ORCID ID: 0000-0001-6240-3268

Uwibambe Marina

(Russian Federation,
Rostov-on-Don)

graduate student at the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Don State Technical University"

E-mail: m.uwi@yandex.ru

Shcherba Alexey Sergeevich

(Russian Federation,
Rostov-on-Don)

graduate student at the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Don State Technical University"

E-mail: mrdiamont129@gmail.com

ВКЛАД АВТОРОВ

Захарова О.А.: разработка концепции и методологии проводимого исследования; руководство исследованием, редактирование рукописи.

Увибамбе М.: проведение исследование, верификация данных.

Щерба А.С.: формальный анализ и разработка рукописи.

AUTHOR CONTRIBUTION

Zakharova O.A.: development of the concept and methodology of the conducted research; research management, and manuscript editing.

Uwibambe M.: conducting research, verifying data.

Shcherba A.S.: formal analysis and development of the manuscript.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

The authors declared no conflicts of interest

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 378.147.091.313
EDN HUIESO

DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-25-38

ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ БУДУЩИХ ПЕДАГОГОВ КАК ФАКТОР ИНТЕГРАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА УНИВЕРСИТЕТА

Муллер Ольга Юрьевна, Скафа Елена Ивановна



АННОТАЦИЯ

Статья посвящена вопросам теоретического обоснования проектной деятельности будущих педагогов как фактора интеграции образовательного пространства вуза. Цель исследования заключается в описании и концептуализации проектной деятельности будущих педагогов как системообразующего механизма интеграции дисциплин, ресурсов, субъектов образовательного процесса в условиях интегративной образовательной среды вуза. В качестве методологической основы используется теоретико-методологический анализ. Авторы выделяют недостаточную исследованность роли проектной деятельности будущих педагогов как механизма интеграции образовательного пространства вуза и необходимость выделения комплекса условий для её эффективной реализации. Исследователи предлагают концепцию интегративной образовательной среды вуза как открытой, динамичной, саморазвивающейся системы и комплекс взаимосвязанных условий, обеспечивающих интеграцию ресурсов и субъектов. Новизна работы заключается в уточнении содержания понятия «проектная деятельность будущего педагога» в контексте интеграции образовательного пространства вуза, в концептуализации интегративной образовательной среды педагогического университета как открытой и динамичной системы и в обосновании комплекса условий. Предложенные принципы и условия могут быть использованы при проектировании образовательных программ педагогических вузов, организации проектной деятельности студентов, разработке программ повышения квалификации педагогов, создании образовательных кластеров и экосистемных моделей развития вуза.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Проектная деятельность, интегративная образовательная среда, педагогическое образование, образовательное пространство вуза, междисциплинарность, компетенции, будущий педагог.



Для цитирования: Муллер О.Ю. Проектная деятельность будущих педагогов как фактор интеграции образовательного пространства университета / О. Ю. Муллер, Е. И. Скафа. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-25-38 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – Вып. 1 (69). – С.25–38. – EDN HUIESO.

Поступила: 29.11.2025 | Одобрена: 26.02.2026 | Опубликована: 10.03.2026

PROJECT ACTIVITIES OF FUTURE TEACHERS AS A FACTOR IN THE INTEGRATION OF THE UNIVERSITY EDUCATIONAL SPACE

Muller Olga Yurievna, Skafa Elena Ivanovna

ABSTRACT

This article examines the theoretical justification of project-based activities for future teachers as a factor in integrating the educational space of a university. The aim of the study is to describe and conceptualize project-based activities for future teachers as a system-forming mechanism for integrating disciplines, resources, and participants in the educational process within the context of an integrated educational environment at a university. A theoretical and methodological analysis is used as the methodological basis. The authors highlight the insufficient research into the role of project-based activities for future teachers as a mechanism for integrating the educational space at a university and the need to identify a set of conditions for its effective implementation. The researchers propose a concept of an integrated educational environment at a university as an open, dynamic, self-developing system and a set of interconnected conditions that ensure the integration of resources and participants. The novelty of this work lies in its clarification of the concept of "project-based activities for future teachers" in the context of integrating the educational space at a university, its conceptualization of the integrated educational environment at a pedagogical university as an open and dynamic system, and its substantiation of a set of conditions. The proposed principles and conditions can be used in designing educational programs for pedagogical universities, organizing student project-based activities, developing teacher training programs, and creating educational clusters and ecosystem models for university development.

KEY WORDS

Project-based activities, integrative educational environment, teacher education, university educational space, interdisciplinarity, competencies, future teachers.

For citation: Muller, O.Y. Project activities of future teachers as a factor in the integration of the university educational space / O.Y. Muller, E. I. Skafa. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-25-38 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. 2026. – No. 1 (69). – Pp. 25–38. – EDN HUJESO.

Received: 29 November 2025 | Approved: 26 February 2026 | Published: 10 March 2026

ВВЕДЕНИЕ

В связи с трансформацией современной системы образования, связанной с переходом от парадигмы передачи знаний к парадигме развития личности, ключевую роль приобретают пространства, органи-

зованные по принципу взаимодействия различных технологий, ресурсов, дисциплин, а также субъектов образовательного процесса. В этих условиях интеграция образовательного пространства вуза становится стратегическим направлением развития, а одной из ведущих форм её

реализации выступает проектная деятельность студентов – будущих педагогов, которая становится инструментом образовательного процесса, объединяющего разные дисциплины, ресурсы, различные виды активности и социальных акторов. Предметная область исследования связана с интегративной образовательной средой вуза и ролью проектной деятельности в ее формировании.

В отечественной педагогике под проектной деятельностью понимается совокупность шагов и действий обучающегося, направленных на решение конкретной проблемы и создание итогового продукта. Е. С. Полат определяет проектную деятельность как способ самостоятельного выполнения обучающимися учебной задачи, направленной на практическое или исследовательское решение с обязательной презентацией результатов [8]. По мнению М. В. Кларина, проектная деятельность – это педагогическая организация образовательного процесса, в которой обучающиеся интегрируют знания из различных областей, работают над достижением определенной цели и формируют базовые компетенции [3].

Зарубежный педагог-реформатор Джон Дьюи в своей работе указал, что проектная деятельность представляет собой процесс, в котором ученики через исследование и коллективное взаимодействие не только решают актуальные задачи, но и приобретают жизненный опыт [15]. Дьюи считал, что проекты способствуют всестороннему развитию личности, предусматривая выход за рамки учебных задач и соединение теории с практикой. Уильям Килпатрик предложил стандартное определение проектной деятельности как формы образования, которая включает в себя выполнение значимых для учащихся задач, способствующих их развитию в процессе планирования, взаимодействия и достижения результата [17]. Современная западная концепция проектного обучения рассматривает проектную деятельность как процесс командной работы учащихся,

направленный на решение проблемных ситуаций и заверенный созданием социально значимого продукта. Th. Markham определяет ее как стратегию, опирающуюся на длительную междисциплинарную исследовательскую работу, нацеленную на развитие гибких навыков и компетенций [18].

С учетом анализа вышеизложенных подходов мы определили дефиницию понятия «проектная деятельность» как особую форму организации активного освоения знаний и опыта, обеспечивающую выявление, анализ и решение актуальных учебных, профессиональных, социальных или социокультурных задач, направленных на создание значимого продукта. В таком понимании акцент делается не только на продукте, но и на процессах целеполагания, планирования, взаимодействия, рефлексии и саморазвития.

Для будущих педагогов проект – это не набор формальных процедур, а пространство сотворчества, смыслообразования, самоорганизации и личностного роста. В процессе самостоятельного проектирования студенты учатся видеть проблему в ее многомерности, интегрировать разнородную информацию, планировать действия, работать в команде, принимать ответственность за общий результат и публично презентовать свои решения [11]. В педагогическом образовании это напрямую связано с формированием критического и креативного мышления, коммуникативных навыков, способности к рефлексии и саморазвитию, что делает проектную деятельность системообразующим элементом интегративной образовательной среды вуза.

Реализуя учебные или внеучебные проекты, студенты вовлекаются в междисциплинарное взаимодействие, обмениваются опытом с представителями разных специальностей, к работе подключаются педагоги-наставники, внешние эксперты (представители образования, культуры, бизнеса и общественных организаций) [10]. В результате возникает *интегратив-*

ная образовательная среда, в которой каждый участник оказывается не пассивным потребителем знаний, а активным субъектом совместного творчества. Такая среда стимулирует развитие гибких навыков и профессиональной мобильности, формирует культуру партнерства и сотрудничества, способствует освоению новых технологий и методик обучения, обеспечивает условия для личностного роста, осознанного профессионального выбора, самореализации.

На основании анализа отечественных (Е. С. Полат, М. В. Кларин и др.) и зарубежных (J. Dewey, W. H. Kilpatrick, Th. Markham и др.) исследований подтверждается, что интегративные модели обучения, реализуемые в междисциплинарном образовательном контексте, в котором поддерживается проектная, исследовательская, творческая, коммуникативная и рефлексивная активность участников, способствуют развитию мотивации, когнитивного потенциала, снижению учебной тревожности, росту качества образовательных результатов [2].

Вместе с тем недостаточно исследованной остается сфера проектной деятельности будущих педагогов как составляющей интеграции образовательного пространства вуза, а также комплекс условий, обеспечивающих системный характер такой интеграции.

Цель статьи заключается в теоретическом обосновании проектной деятельности будущих педагогов как фактора интеграции образовательного пространства вуза и выявления комплекса условий, обеспечивающих эффективность ее реализации в интегративной образовательной среде вуза.

Для достижения поставленной цели решались **следующие задачи:**

- описать сущность понятий «проектная деятельность» и «интегративная образовательная среда»;
- проанализировать отечественный и зарубежный опыт формирования интегра-

тивных образовательных сред на основе проектной деятельности;

- выделить и охарактеризовать условия, обеспечивающие интеграцию образовательного пространства вуза;

- раскрыть специфику проектной деятельности будущих педагогов в структуре интегративной образовательной среды вуза;

- обосновать эффективность интегративных образовательных сред для личностного и профессионального развития обучающихся.

Научная новизна исследования состоит в том, что:

- уточнено содержание понятия «проектная деятельность будущего педагога» в контексте интеграции образовательного пространства вуза;

- концептуализирована интегративная образовательная среда вуза как открытая, динамичная, саморазвивающаяся система, в которой проектная деятельность студентов выступает системообразующим фактором;

- предложен комплекс условий, обеспечивающих интеграцию ресурсов, субъектов и форм деятельности в образовательном пространстве вуза;

- показана роль проектной деятельности как механизма сопряжения академического и практико-ориентированного компонентов подготовки будущего педагога, а также как инструмента формирования профессиональной субъектности и культуры сотрудничества.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Теоретико-методологическую основу исследования составляют труды российских и зарубежных исследователей по данной тематике (Е. С. Полат, М. В. Кларин, Р. С. Бондаревская, В. В. Сериков, J. Dewey, W. H. Kilpatrick, Th. Markham, J. Larmer и др.).

Для решения поставленных задач использовался комплекс взаимодополняющих методов:

анализ психолого-педагогической литературы по проблемам деятельности, проектного обучения, интегративных образовательных сред, профессиональной подготовки педагогов;

сравнительно-сопоставительный анализ российских и зарубежных моделей интегративного обучения;

анализ образовательных программ, модульных курсов, проектных треков и кластерных инициатив российских вузов;

обобщение эмпирических данных, накопленных в ходе внедрения интегративных моделей.

Гипотеза исследования заключается в том, что:

– проектная деятельность будущих педагогов, будучи системно встроенной в образовательный процесс вуза, выступает важным фактором интеграции образовательного пространства, объединяя дисциплины, ресурсы, виды активности и социальных партнеров;

– эффективность интеграции образовательного пространства обеспечивается комплексом взаимосвязанных условий (материально-технических, информационных, методических, культурно-коммуникативных и личностных), формирующих интегративную образовательную среду;

– интегративная образовательная среда вуза способствует развитию у студентов проектных компетенций, необходимых для работы в условиях быстро меняющегося образовательного пространства.

Последовательность проведения исследования включала несколько этапов:

1. *Теоретико-аналитический этап*: уточнение понятийного аппарата (деятельность, проектная деятельность, интегративная образовательная среда); анализ концепций проектного обучения и интеграции образования; выявление ключевых характеристик интегративной образовательной среды.

2. *Проектировочный этап*: выделение основных принципов построения интегративной образовательной среды; опи-

сание структурных компонентов интегративной среды; теоретическое моделирование роли проектной деятельности будущих педагогов как составляющей интегративной образовательной среды.

3. *Обобщающий этап*: анализ и систематизация результатов внедрения интегративных моделей в российских и зарубежных образовательных организациях; формулировка выводов о потенциале проектной деятельности будущих педагогов как фактора интеграции образовательного пространства вуза и определение перспектив дальнейших исследований.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Формирование интегративной образовательной среды, в которой проектная деятельность выступает системообразующим фактором, требует четкого понимания её организационных и методологических основ. Успешность интеграции разнородных элементов образовательного пространства во многом зависит от соблюдения ключевых принципов, задающих логику взаимодействия всех участников и ресурсов.

Стратегические ориентиры построения такой среды определяются рядом принципов, среди которых особо важны:

– *целостность*, предполагающая объединение различных видов деятельности и форм обучения, синтез формального и неформального образования, интеграцию образовательных ресурсов и субъектов (студентов, преподавателей, наставников, внешних экспертов, представителей сообществ и организаций);

– *междисциплинарность*, выражающаяся в работе над комплексными задачами, требующими привлечения знаний из различных областей, выходе за рамки одной дисциплины и конструировании интегративного содержания;

– *субъектность и партнерство*, означающие активное участие всех участников образовательного процесса в определении целей, планировании, реализации и оценке

деятельности, а также развитие горизонтальных связей и сетевого взаимодействия;

– *вариативность и индивидуализация*, связанные с предоставлением студентам возможности выбора тем, форматов, методов и глубины проработки проектов в соответствии с их интересами, образовательными запросами и профессиональными планами;

– *открытость и адаптивность*, характеризующие способность образовательной среды реагировать на социокультурные и технологические изменения, интегрировать передовой отечественный и зарубежный опыт, осваивать инновационные педагогические и цифровые решения;

– *рефлексивность*, предполагающая постоянное осмысление участниками собственного опыта, анализ успехов и трудностей, готовность к пересмотру практик и непрерывному совершенствованию как индивидуального, так и институционального уровня.

Интегративная образовательная среда, основанная на данных принципах, становится эффективным инструментом, способствующим решению актуальных задач, которые ориентированы на результат и отвечают глобальным вызовам [9].

Классическим примером служит финская модель, где большое внимание уделяется междисциплинарным проектам, проблемно-ориентированному и феноменологическому обучению.

В США школы типа High Tech High, а также колледжи и университеты проектной направленности (Stanford d.school) построили реальное образовательное пространство на интеграции STEM-дисциплин, гуманитарных и социальных наук, внедрив проектное и дизайн-мышление¹.

В Сингапуре, Южной Корее и Японии широко применяются смешанные модели: интеграция традиционной дисциплинар-

ной системы с гибкими метапредметными образовательными модулями, деловыми играми, лабораторными практикумами, цифровыми квестами и симуляторами. Важной особенностью является повсеместное внедрение цифровых образовательных платформ, бигдата-аналитики, персонализированных траекторий, что существенно расширяет понятие образовательной среды [16].

Во всех вышеперечисленных моделях проектная деятельность выступает центральным механизмом интеграции: именно проекты связывают воедино теоретические курсы, практику, цифровую инфраструктуру, внешние партнерства и личностное развитие обучающихся.

Модернизация российского образования (реализация национальных проектов, ВПР, ФГОС, цифровизация) сопровождается широкой апробацией интегративных моделей. Практикуются проектно-исследовательские практики, модульные программы, сетевые школы, образовательные кластеры (Сириус, IT-кубы, Кванториумы), где интеграция реализуется как на содержательном, так и на процессуальном уровне².

Экспериментальные школы и вузы разрабатывают собственные модели сетевого сотрудничества, междисциплинарного проектирования (например, МГПУ – программы «Учитель будущего», СПбГУ – интегративные магистратуры, сеть ЦОПП и платформы дополнительного профессионального образования).

Среди практических технологий: интеграция общественно-научных и естественно-научных дисциплин, создание межфакультетских и межшкольных проектных комитетов, креативных студий, клубов исследовательских инициатив; физические интегративные пространства (коворкинги, STEM-центры, кейс-классы);

¹ <https://engineering.stanford.edu/>

² <https://siriusuniversity.ru/admission/educational-modules-and-activities/>

виртуальные кампусы, MOOC, онлайн-кластеры, цифровые кабинеты учёта индивидуальных образовательных достижений (электронные портфолио, треки развития), коллективные сетевые проекты (edX, Coursera, Stepik, Российская электронная школа), облачные платформы и тьюторские сервисы; гибридные (смешанные) модели, организация интенсивных проектных смен, хакатонов. Здесь стираются границы между учебными предметами, создаются условия для совместной деятельности студентов разных образовательных программ, ведутся проектные лаборатории и экспериментальные платформы, стимулируется создание стартапов. Проектная деятельность становится естественной формой интеграции образовательного, профессионального и социального опыта.

Создание интегративной образовательной среды невозможно без основательной проработки комплекса условий, обеспечивающих ее функционирование и развитие. Данный подход предполагает широкий спектр ресурсов, объединенных общей целью – формированием современной образовательной экосистемы.

Опишем, выбранный нами комплекс условий:

– *материально-технические условия* обеспечивают практическую возможность интеграции инновационных образовательных технологий, цифровых сервисов и современных форматов обучения, что способствует созданию комфортной и функциональной среды для реализации проектной деятельности.

Материально-техническое обеспечение выступает фундаментом для эффективной организации образовательного процесса и включает:

- учебные пространства (современно оснащенные аудитории, лаборатории, студии и мастерские, предназначенные для реализации проектной и исследовательской деятельности);

- оборудование и инструменты (интерактивные доски, симуляторы, компьютеры, мультимедийные комплексы, VR/AR-технологии и прочие ресурсы, обеспечивающие техническую базу обучения);
- доступ к инфраструктуре (наличие высокоскоростного интернета, облачных сервисов, платформ дистанционного обучения), что особенно важно в условиях цифровизации образования и перехода к гибридным формам обучения;
 - *информационные условия* способствуют преодолению временных и пространственных границ в обучении, делая его более адаптивным и доступным. Информационная компонента образовательной среды направлена на обеспечение доступности знаний и материалов для всех участников образовательного процесса. Эти условия включают:

- электронные библиотеки и базы данных (полнотекстовые ресурсы, доступные студентам и педагогам для углубленного изучения материала);
- образовательные онлайн-платформы (Moodle, Google Classroom, Stepik и др.), которые позволяют реализовывать цифровое обучение и проектную деятельность; актуальные учебные материалы.
- *методические условия* обеспечивают связность образовательного процесса, формируя четкую структуру, подходящую для реализации современных форм обучения. Методическое обеспечение образовательной среды направлено на разработку и внедрение эффективных стратегий преподавания. Оно требует внимательной проработки следующих аспектов:
 - разработка образовательных программ и курсов (междисциплинарных, модульных и практико-ориентированных), которые учитывают индивидуальные и коллективные особенности обучающихся;

- методические рекомендации и учебные планы (четко структурированы, с акцентом на проектную деятельность, проблемное обучение и интеграцию дисциплин);
- профессиональное развитие педагогов (тренинги, курсы повышения квалификации и образовательные форумы);

- *культурно-коммуникативные условия* создают основу для формирования успешных командных проектов, где культура диалога и взаимной поддержки выходит на первый план. Эффективная интегративная образовательная среда предполагает наличие взаимоподдерживающей и творческой атмосферы, основанной на диалоге и взаимодействии всех участников процесса.

Культурно-коммуникативные аспекты включают:

- развитие института наставничества (система взаимодействия между студентами и экспертами, образовательными организациями и индустриальными партнерами);
- коллективная работа в проектной деятельности (поощрение работы в группах, которая способствует обмену знаниями, навыками и опытом);
- этические нормы и ценности (внедрение принципов уважения, сотрудничества, инклюзии и равных возможностей для всех участников образовательного процесса);

- *личностные ресурсы* являются основополагающим условием, при реализации которого обучающиеся становятся активными, самостоятельными и мотивированными участниками образовательного процесса. Формирование образовательной среды неотделимо от акцента на индивидуальных качествах ее участников.

Личностные ресурсы охватывают следующие аспекты:

- мотивация и вовлечённость (создание среды, в которой студенты и

педагоги видят ценность своих усилий и результат своей работы);

- гибкие навыки (развитие критического мышления, коммуникативных способностей, навыков самоорганизации, эмоционального интеллекта и лидерства);
- саморазвитие и рефлексия (внедрение практик, направленных на самоанализ, планирование личностного роста и постановку целей).

Такая среда обеспечивает возможность свободной ориентации обучающихся между дисциплинами, проектами, образовательными маршрутами, способствует формированию новых образовательных смыслов и индивидуальных образовательных траекторий.

Эмпирические данные, накопленные в ходе внедрения интегративных моделей образования в различных российских и зарубежных школах, колледжах и университетах, свидетельствуют о значительном положительном эффекте как для личностного, так и для профессионального развития обучающихся и педагогов [4; 12]. Прежде всего, наблюдается развитие проектных компетенций у всех участников образовательного процесса.

Например, интеграция проектной деятельности в учебные планы способствует формированию у студентов способности самостоятельно ставить новые проблемы, выбирать эффективные стратегии их решения, а также осуществлять рефлекссию и при необходимости гибко корректировать собственную образовательную траекторию [13]. В ходе реализации интегративных проектов учащиеся учатся оценивать не только результаты своей работы, но и процессы, происходящие в команде, принимают на себя ответственность за выбор направления дальнейшего обучения и профессионального развития.

Не менее значимым является рост субъектности обучающихся: интегративные образовательные среды предоставляют реальные возможности для самоопре-

деления, что проявляется в выборе индивидуальных и командных проектов, проявлении творческой инициативы, стремлении занять активную позицию в образовательном пространстве. Зачастую именно в таких условиях раскрываются лидерские качества студентов, умение вдохновлять и мотивировать других, вести группу к совместной цели [6].

Особую ценность приобретает развитие культуры сотрудничества. Реализация междисциплинарных и командных исследований, участие в совместных культурных и социальных инициативах, таких как городские экологические акции, волонтерские движения или фестивали этнокультурного творчества, формируют у учащихся опыт взаимодействия, понимание роли каждого члена команды, что воспитывает чувство ответственности за общий результат и развивает навыки коммуникации, аргументации, конструктивного разрешения конфликтов [5].

Для педагогов интегративные модели становятся стимулом к профессиональному росту. Они осваивают новые роли – наставника, модератора, тьютора, учатся использовать современные цифровые образовательные платформы для управления индивидуальными и коллективными образовательными маршрутами [14]. В процессе кураторства студенческих или школьных команд педагоги на практике реализуют персонализированный и развивающий подход, разрабатывают и апробируют инновационные педагогические методики, успешно внедряют элементы смешанного и проектного обучения.

Ещё одно преимущество интегративных образовательных сред – их гибкость: содержание учебных программ оперативно адаптируется под требования рынка труда, экономические запросы региона, культурный и языковой контекст, а также под постоянно обновляющиеся профессиональные стандарты. Это позволяет выпускникам быть конкурентоспособными, готовыми к самореализации в различных профессиональных и жизненных ситуациях.

Наконец, практический опыт внедрения интегративных подходов подтверждает формирование у обучающихся и педагогов таких ценностей, как открытость к новому, толерантность, уважение к разнообразию взглядов, традиций и культур, стремление к сохранению и поддержанию культурной идентичности. Через участие в межкультурных или международных проектах, фестивалях, мастер-классах, диалоговых площадках у обучающихся формируется мировоззрение гражданина открытого общества, способного жить и работать в многонациональной и глобальной среде. Опыт исследований в данном направлении фиксирует позитивную динамику мотивационных установок, когнитивного роста, повышения качества образовательных достижений, снижение учебной тревожности у студентов, обучающихся в интегративных образовательных средах [1].

В педагогических вузах формирование интегративной образовательной среды приобретает особую значимость, поскольку связано с задачей подготовки специалистов, способных эффективно работать в условиях постоянно меняющегося и многообразного образовательного пространства. Здесь интеграция реализуется через многоуровневую организацию учебного процесса – учебные планы дополняются междисциплинарными курсами и исследовательскими модулями, в основу которых положено объединение психолого-педагогических, предметных, управленческих и ИКТ-компетенций.

Например, современные программы подготовки учителя предполагают сочетание углублённых модулей по своей предметной области с курсами по психологии развития, основам инклюзивного образования, цифровой педагогике и модулем по образовательному менеджменту. Такой подход позволяет будущим педагогам видеть образовательный процесс в его целостности и понимать взаимосвязь между разными сферами профессиональной деятельности.

Особую роль в интеграции образовательных и профессиональных компетенций играет проектная деятельность студентов. Курсовые и выпускные работы, реализация социальных проектов, педагогические стартапы не просто способствуют закреплению полученных знаний, но и становятся площадкой для синтеза полученного опыта, развития самостоятельности и ответственности. Студенты могут разрабатывать авторские образовательные приложения, вести проекты по работе с детьми с особыми образовательными потребностями или проводить социальные акции на базе школы-партнёра. Тем самым проектная деятельность выступает стержнем, вокруг которого формируются гибкие навыки, профессиональная инициатива и исследовательская культура.

Важным аспектом интегративной среды становится развитие диалоговых и рефлексивных форм работы. Для этого в университетах организуются дискуссионные и коммуникативные площадки: круглые столы, педагогические брифинги, мастер-классы, деловые игры и стажировки, где формируются навыки фасилитации группового обсуждения, тьюторства и наставничества – все эти умения крайне востребованы в работе современного учителя.

Например, студенты старших курсов могут выступать тьюторами для первокурсников или модераторами тематических мастерских, учиться вести профессиональный диалог и рефлексировать собственный педагогический опыт.

Интегративная среда педагогического вуза также открыта к внешним профессиональным и социальным вызовам. Будущие педагоги активно участвуют в городских, региональных и федеральных образовательных проектах, волонтерских движениях, входят в состав исследовательских и образовательных сетевых консорциумов. Совместно с преподавателями разрабатывают и реализуют пилотные проекты для школ или центров дополнительного образования [7].

Наконец, одним из важных признаков интегративной среды является её динамичность. Содержание образовательных программ регулярно обновляется с учётом новых педагогических, научных, технологических и социальных реалий; происходит переход от традиционной лекционно-семинарской модели к формату образовательной лаборатории, где каждое занятие может проходить в форме воркшопа, тренинга или исследовательской сессии.

На современном этапе обсуждаются и реализуются новые направления и механизмы развития интегративной образовательной среды, способные преодолеть существующие барьеры и повысить качество образовательного процесса: развитие форм неформального и негосударственного образования, образовательного волонтерства, гражданских инициатив (краеведческие квесты, волонтерские лаборатории, хакатоны смыслов); рост значимости гибких компетенций: интеграция педагогики здоровья, психологии общения, цифровой и гражданской грамотности, проектного и предпринимательского мышления; сетевые альянсы: разработка общих образовательных платформ, совместных исследовательских конкурсных проектов, обмен опытом через менторские сети, профессиональные сообщества; личностно-ориентированные модели образовательной среды: разработка индивидуальных треков, формирование гибких модульных программ, интеграция наставничества, проектного тьюторства, систем сопровождения развития личности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, интегративная образовательная среда – необходимое условие развития современного вуза, отвечающее как вызовам XXI века, так и индивидуальным образовательным запросам личности. Она формирует синтетический тип мышления, проектные компетенции, необходимые в мире современных профессий. Одно из важных условий развития инте-

гративной образовательной среды – формирование команды педагогов и управленцев, способных к междисциплинарному проектированию. Важно на государственном и региональном уровне инициировать сетевые проекты, грантовые конкурсы, интегративные лаборатории, платформы обмена опытом. Дальнейшее развитие интегративных подходов предполагает усиление роли цифровых и экосистемных моделей образования, сопряжение академической и жизненной успешности, возрастание значения гибких навыков и эмоционального интеллекта, социально-гражданское проектирование образования для устойчивого развития личности и общества.

Поставленная в статье цель – теоретически обосновать и описать проектную деятельность будущих педагогов как фактор интеграции образовательного пространства вуза – достигнута. На основе анализа теоретических подходов и практик показано, что проектная деятельность, будучи системно встроенной в образовательный процесс педагогического вуза, обеспечивает интеграцию содержания, форм, ресурсов и субъектов образования.

Решены основные задачи исследования, гипотеза получила концептуальное подтверждение:

– показано, что проектная деятельность будущих педагогов выступает системообразующим механизмом интеграции образовательного пространства вуза;

– обосновано, что эффективность интеграции определяется совокупностью взаимодополняющих условий, формирующих интегративную образовательную среду;

– выявлено, что такая среда способствует развитию у студентов проектных

компетенций, необходимых для работы в условиях сложных и быстро меняющихся образовательных реалий.

Теоретическое значение результатов состоит в развитии понятийного аппарата педагогики проектной деятельности и интегративных образовательных сред, в обосновании методологических оснований для проектирования интегративной среды педагогического вуза, а также в уточнении роли проектной деятельности как механизма сопряжения академического и практического компонентов профессиональной подготовки.

Практическая значимость исследования проявляется в возможности использования предложенного комплекса условий и выделенных принципов интеграции при проектировании образовательных программ и модульных курсов в вузах; организации проектной деятельности студентов как составляющей интегративной образовательной среды; создании образовательных кластеров, сетевых объединений, проектных лабораторий и экосистемных моделей развития вуза.

Дальнейшие исследования целесообразно направить на эмпирическую проверку эффективности моделей проектной деятельности будущих педагогов как фактора интеграции образовательного пространства, разработку диагностического инструментария для оценки уровня сформированности проектных компетенций, анализ рисков и барьеров внедрения интегративных моделей в различных типах образовательных организаций, – исследование возможностей цифровых и экосистемных решений для углубления интеграции образовательного пространства вуза и расширения проектных практик будущих педагогов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бенгина, Т. А. Способы мотивации проектной деятельности обучающихся / Т. А. Бенгина, Л. В. Лиманова // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Социальные, гуманитарные, медико-

биологические науки. – 2025. – № 1 (100). – С. 17–22.

2. Бондаревская, Р. С. Становление проектной деятельности педагога на основе акмеологического подхода : специальность

13.00.01 – «Общая педагогика, история педагогики и образования»: диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Бондаревская Роксана Сергеевна; Институт образования взрослых. – Санкт-Петербург, 2011. – 203 с.

3. Кларин, М. В. Педагогическая технология в учебном процессе / М. В. Кларин. – Москва: Знание, 1989. – 77 с.

4. Моделирование проектной деятельности будущих педагогов в условиях инновационной инфраструктуры педагогических вузов: интегративные решения / Демидова Н. Н. [и др.] // Образование и наука. – 2024. – Том 26, № 9. – С. 12–41. – <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-9-12-41>

5. Муллер, О. Ю. Модель формирования гражданской ответственности студентов в условиях проектной деятельности / О. Ю. Муллер. – DOI: 10.20310/1810-231X-2023-22-2-73-80 // Психолого-педагогический журнал Гаудеамус. – 2023. – Т. 22, № 2. – С. 73–80.

6. Муллер, О. Ю. Педагогические аспекты исследовательской и проектной деятельности студентов / О. Ю. Муллер. – DOI: 10.58551/24136522_2023_10_6_135 // Живая психология. – 2023. – Том 10, № 3 (43). – С. 95–99.

7. Муллер, О. Ю. Проектная деятельность в системе дополнительного образования детей / О. Ю. Муллер. – DOI: 10.24412/2226-0773-2021-11-1-70-76. // Гуманитарное пространство. – 2022. – Том 11, № 1. – С. 70–76.

8. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие для пед. вузов и системы повышения квалификации пед. кадров / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева, А. Е. Петров; под ред. Е. С. Полат. – Москва: Академия, 2003. – 272 с.

9. Осипов, В. В. Интегративный подход в формировании компетенций в образовательном процессе / В. В. Осипов, Т. П. Бугаева // Современные наукоемкие технологии. – 2017. – № 1. – С. 140–144.

10. Раева, М. С. Проектная компетентность как интегративное профессионально-личностное качество педагога / М. С. Раева, Р. М. Асадуллин // Традиции и инновации в национальных системах образования: материалы VI Международной научно-практической конференции. – Уфа, 2022. – С. 67–70.

11. Сериков, В. В. Проектная деятельность как средство формирования профессиональной компетентности специалиста / В. В. Сериков // Организация проектной деятельности в образовательном пространстве колледжа. – Волгоград: Колледж, 2008. – С. 12.

12. Скафа, Е. И. Организация проектно-эвристической деятельности в процессе подготовки будущего учителя математики / Е. И. Скафа // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе: материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Омск, 2021. – С. 248–253.

13. Скафа, Е. И. Теоретико-методические основы формирования готовности будущего учителя математики к проектно-эвристической деятельности: монография / Е. И. Скафа. – Донецк: ДонНУ, 2020. – 280 с.

14. Скафа, Е. И. Управление проектно-эвристической деятельностью обучающихся основной школы во внеклассной работе по математике / Е. И. Скафа, М. О. Закутаева. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-71-79 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 71–79.

15. Dewey, J. *On Experience, Nature and Freedom* / J. Dewey. – New York, 1960. – 293 p.

16. Yang, J. *Building a Learning Society in Japan, the Republic of Korea and Singapore* / J. Yang, R. Yorozu // UIL Publication Series on Lifelong Learning Policies and Strategies. UNESCO Institute for Lifelong Learning. – 2015. – № 2. – Pp. 1–47.

17. Kirkpatrick, D. L. *Techniques for evaluating training programs* / D. L. Kirkpatrick // *Journal of American Society of Training Directors*. – 1959. – Vol. 13 (3). – Pp. 21–26.

18. Markham, T. *Project Based Learning* / T. Markham // *Teacher Librarian*. – 2011. – Vol. 39 (2). – Pp. 38–42.

REFERENCES

1. Bengina, T. A. *Methods of Motivating Students' Project Activities* / T. A. Bengina, L. V. Litmanova // *Izvestiya of the Samara Scientific Cen-*

ter of the Russian Academy of Sciences. Social, Humanitarian, Medical, and Biological Sciences. – 2025. – No. 1 (100). – Pp. 17–22.

2. Bondarevskaya, R. S. *Formation of a Teacher's Project Activity Based on the Acmeological Approach : Speciality 13.00.01 – General Pedagogy, History of Pedagogy and Education : Dissertation for the Degree of Candidate of Pedagogical Sciences / Bondarevskaya Roksana Sergeevna ; Institute of Adult Education. – Saint Petersburg, 2011. – 203 p.*
3. Clarin, M. V. *Pedagogical technology in the educational process / M. V. Clarin. – Moskov : Znanie, 1989. – 77 p.*
4. *Modeling the project activities of future teachers in the context of the innovative infrastructure of pedagogical universities: integrative solutions / N. N. Demidova [et al.] // Education and Science. – 2024. – No. 9. – Pp. 12–41. – <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-9-12-41>.*
5. Muller, O. Y. *Model of formation of students' citizenship in the context of project activity / O. Y. Muller. – DOI 10.20310/1810-231X-2023-22-2-73-80 // Psychological and pedagogical journal Gaudeamus. – 2023. – V. 22, No. 2. – Pp. 73–80.*
6. Muller, O. Y. *Pedagogical aspects of students' research and project activities / O. Y. Muller. – DOI: 10.58551/24136522_2023_10_6_135 // Living Psychology. – 2023. – No. 3 (43). – Pp. 95–99.*
7. Muller, O. Y. *Project activity in the system of additional education for children / O. Y. Muller. – DOI: 10.24412/2226-0773-2021-11-1-70-76 // Humanitarian Space. – 2022. – No. 1. – Pp. 70–76.*
8. *New pedagogical and information technologies in the education system: textbook handbook for pedagogical universities and the system of advanced training of pedagogical personnel / E. S. Polat, M. Y. Bukharkina, M. V. Moiseeva, A. E. Petrov ; edited by E. S. Polat. – Moskov : Academy, 2003. – 272 p.*
9. Osipov, V. V. *Integrative approach in the formation of competencies in the educational process / V. V. Osipov, T. P. Bugaeva // Modern High-Tech Technologies. – 2017. – No. 1. – Pp. 140–144.*
10. Raeva, M. S. *Project Competence as an Integrative Professional and Personal Quality of a Teacher / M. S. Raeva, R. M. Asadullin // Traditions and Innovations in National Education Systems : Materials of the VI International Scientific and Practical Conference. – Ufa, 2022. – Pp. 67–70.*
11. Serikov, V. V. *Project Activity as a Means of Forming a Specialist's Professional Competence / V. V. Serikov // Organization of Project Activity in the Educational Space of a College. – Volgograd : College, 2008. – P. 12.*
12. Skafa, E. I. *The organization of project-heuristic activity in the process of training future teacher of mathematics / E. I. Skafa // Innovative approaches to teaching mathematics at school and university : materials of the All-Russian scientific and practical conference. – Omsk, 2021. – Pp. 248–253.*
13. Skafa, E. I. *Theoretical and methodological foundations of forming the readiness of a future mathematics teacher for project-based heuristic activity : monograph / E. I. Skafa. – Donetsk : DonNU, 2020. – 280 p.*
14. Skafa, E. I. *Management of Project-Based Heuristic Activities of Secondary School Students in Extracurricular Mathematics Activities / E. I. Skafa, M. O. Zakutaeva. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-71-79 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. – 2024. – No. 3 (63). – Pp. 71–79.*
15. Dewey, J. *On Experience, Nature and Freedom / J. Dewey. – New York, 1960. – 293 p.*
16. Yang, J. *Building a Learning Society in Japan, the Republic of Korea and Singapore / J. Yang, R. Yorozu // UIL Publication Series on Lifelong Learning Policies and Strategies. UNESCO Institute for Lifelong Learning. – 2015. – № 2. – C. 1–47.*
17. Kirkpatrick, D. L. *Techniques for evaluating training programs / D.L. Kirkpatrick // Journal of American Society of Training Directors. – 1959. – Vol. 13 (3). – Pp. 21–26.*
18. Markham, T. *Project Based Learning / T. Markham // Teacher Librarian. – 2011. – Vol. 39 (2). – Pp. 38–42.*

АВТОРЫ**Муллер Ольга Юрьевна**

(Российская Федерация, г. Сургут)
кандидат педагогических наук, доцент,
директор Института профессионального образования коренных народов Югры, доцент

AUTHORS**Muller Olga Yurievna**

(Russian Federation, Surgut)
Candidate of Pedagogical Sciences,
Associate Professor, Director of the Institute of Indigenous Peoples' Professional Education

кафедры педагогики профессионального и дополнительного образования бюджетного учреждения высшего образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры «Сургутский государственный университет»

E-mail: muller_ou@surgu.ru

ORCID ID: 0000-0002-8938-5386

Scopus Author ID: 57225728877

Скафа Елена Ивановна

(Российская Федерация, г. Донецк)

доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики и методики преподавания математики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донецкий государственный университет»

E-mail: e.skafa@mail.ru

ORCID ID: 0000-0002-8816-8873

Scopus Author ID: 57365802200

in Ugra, Associate Professor at the Department of Professional and Additional Education at the Budgetary Institution of Higher Education of the Khanty-Mansi Autonomous Okrug-Ugra, Surgut State University

E-mail: muller_ou@surgu.ru

ORCID ID: 0000-0002-8938-5386

Scopus Author ID: 57225728877

Skafa Elena Ivanovna

(Russian Federation, Donetsk)

Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics at the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Donetsk State University"

E-mail: e.skafa@mail.ru

ORCID ID: 0000-0002-8816-8873

Scopus Author ID: 57365802200

ВКЛАД АВТОРОВ

Муллер О.Ю.: концептуализация, методология, проведение исследования, создание рукописи.

Скафа Е.И.: проведение исследования, формальный анализ, редактирование рукописи.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

AUTHOR CONTRIBUTION

Muller O.Y.: Conceptualization, Methodology, Investigation, creation of the manuscript.

Skafa E.I.: Investigation, Formal analysis, editing the manuscript.

The authors declared no conflicts of interest

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

УДК 378.147.091.33:004.94
EDN XLLPFU

DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-39-52

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Рахимов Амон Акпарович

АННОТАЦИЯ

В статье подчёркивается, что современные требования к инженерно-техническому и педагогическому образованию предполагают активное внедрение цифровых технологий, позволяющих повысить качество и наглядность преподавания вероятностных моделей. В работе применены методы теоретико-методологического анализа, анализ и синтез, а также элементы педагогического моделирования. Особое внимание уделено разработке и применению компьютерных моделей для иллюстрации ключевых понятий теории вероятностей – случайных событий, вероятностных распределений, законов больших чисел и моделирования случайных процессов. Показано, что использование программных средств (таких как Python, Maple, Excel, MATLAB и специализированные симуляторы вероятностных процессов) способствует более глубокому пониманию теоретического материала и развитию навыков анализа данных. Рассмотрены методические подходы к интеграции компьютерного моделирования в учебный процесс, организация практических занятий и самостоятельной работы студентов, формирование профессиональных компетенций, связанных с построением стохастических моделей и анализом их поведения. Отмечено, что использование компьютерного моделирования значительно повышает мотивацию обучающихся, сокращает время решения учебных задач и способствует развитию критического мышления за счёт визуализации стохастических процессов и сравнения теоретических и экспериментальных результатов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Теория вероятностей, компьютерное моделирование, методика обучения, математическая подготовка, стохастические процессы, цифровые технологии, моделирование случайных событий.

Для цитирования: Рахимов А. А. Методические основы использования компьютерного моделирования процесса математической подготовки студентов в техническом вузе / А. А. Рахимов. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-39-52 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – Вып. 1 (69). – С.39–52. – EDN XLLPFU.

Поступила: 12.11.2025 | Одобрена: 26.02.2026 | Опубликована: 10.03.2026

METHODOLOGICAL FOUNDATIONS FOR USING COMPUTER MODELING IN THE MATHEMATICAL TRAINING OF STUDENTS AT TECHNICAL UNIVERSITIES

Rakhimov Amon Akparovich



ABSTRACT

The article examines the methodological foundations of using computer modeling in the mathematical training of students in the course of probability theory. It emphasizes that modern requirements for engineering, technical, and pedagogical education necessitate the integration of digital technologies that enhance the quality and clarity of teaching probabilistic models. The study employs theoretical and methodological analysis, synthesis, and elements of pedagogical modeling. Special attention is given to the development and application of computer-based models for illustrating key concepts of probability theory, including random events, probability distributions, the law of large numbers, and the modeling of stochastic processes. The results show that the use of software tools (such as Python, Maple, Excel, MATLAB, and specialized probabilistic simulation environments) contributes to a deeper understanding of theoretical concepts and facilitates the development of data analysis skills. The paper discusses methodological approaches to integrating computer modeling into the learning process, organizing practical and self-directed student work, and forming professional competencies related to constructing and analyzing stochastic models. It is noted that computer modeling significantly increases students' motivation, reduces the time required to solve academic problems, and promotes the development of critical thinking by visualizing stochastic processes and comparing theoretical and experimental outcomes.

KEY WORDS

Probability theory, computer modeling, teaching methodology, mathematical training, stochastic processes, digital technologies, random event simulation.



For citation: Rakhimov, A. A. Methodological foundations for using computer modeling in the mathematical training of students at technical universities / A. A. Rakhimov. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-39-52 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. 2026. – No. 1 (69). – Pp. 39–52. – EDN XLLPFU.

Received: 12 November 2025 | Approved: 26 February 2026 | Published: 10 March 2026

ВВЕДЕНИЕ

Развитие современного образования, повышение его качества и усиление роли цифровых технологий в учебном процессе находятся под постоянным вниманием государственных и образовательных организаций. В условиях стремительного об-

новления научно-технической сферы и цифровизации производственных процессов особую актуальность приобретает повышение уровня математической подготовки будущих специалистов. Теория вероятностей занимает фундаментальное место среди дисциплин, формирующих аналитическое мышление, навыки моде-

лирования, умение работать с неопределённостью и принимать решения в стохастических условиях, что особенно важно для инженеров, преподавателей, программистов, экономистов и специалистов технических направлений.

В последние годы развитие компьютерных технологий, появление новых программных средств и доступность цифровых платформ существенно изменили подходы к изучению вероятностных и статистических моделей. Компьютерное моделирование стало одним из ключевых инструментов обучения математическим дисциплинам, обеспечивая наглядность, интерактивность, возможность проведения экспериментов с вероятностными процессами и сопоставление теоретических законов с практическими результатами. В сочетании с классическими методами преподавания оно способствует глубокой проработке понятий случайности, распределений, законов больших чисел, случайных величин и процессов.

Существенный вклад в развитие методики обучения математике и внедрение цифровых технологий в педагогическую практику внесли отечественные и зарубежные исследователи. Российские учёные, такие как М. В. Кадочников, А. Л. Королёв, Е. И. Машбиц, В. М. Моныхов, П. И. Пидкасистый, Е. И. Скафа, М. В. Слепцова и другие рассматривали психологические, дидактические и методические аспекты использования компьютерных технологий и моделирования в образовании [3; 4; 12; 13]. Среди таджикских исследователей вопросы цифровизации обучения и применения компьютерного моделирования в математической подготовке освещены в работах А. П. Назарова, М. Нугмонова, А. А. Рахимова, Т. Б. Раджабова, С. С. Сафарова, Б. Ф. Файзализоды и других специалистов [5; 7; 8; 14]. Их труды подчеркивают важность сочетания традиционных методов обучения с современными информационными технологиями, направленными на развитие профессиональных компетенций

студентов. На таких позициях находятся и зарубежные исследователи, например, [15; 16] и др.

Современные требования к качеству подготовки специалистов показывают необходимость обновления методического аппарата преподавания теории вероятностей с опорой на компьютерное моделирование. Использование программных средств, таких как Python, Maple, MATLAB, Ms Excel, специализированные статистические пакеты и имитационные модели, позволяет визуализировать вероятностные явления, проводить цифровые эксперименты, моделировать реальные процессы и формировать у студентов устойчивую связь между теорией и практикой.

В этих условиях возникает необходимость разработки методических основ применения компьютерного моделирования в обучении теории вероятностей, которые бы обеспечивали систематичность, доступность материала, развитие аналитических навыков и формирование профессиональных компетенций будущих специалистов. Настоящая работа направлена на изучение и обоснование этих основ, анализ возможностей компьютерного моделирования и путей его эффективного внедрения в образовательный процесс [1; 2; 4; 7].

Цель статьи – раскрыть методические основы применения компьютерного моделирования в процессе математической подготовки студентов при изучении теории вероятностей. В работе предполагается показать, каким образом цифровые технологии и программные средства могут повысить эффективность преподавания стохастических понятий, укрепить практическое понимание вероятностных моделей и обеспечить формирование компетенций, необходимых для анализа случайных процессов и работы с неопределённостью.

В рамках статьи также иллюстрируются возможности различных программных инструментов при решении задач

теории вероятностей, анализируется их роль в развитии аналитического мышления студентов и в повышении качества образовательного процесса.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

При подготовке данной работы использовались методы теоретико-методологического анализа, синтеза, сравнения и педагогического обобщения. Были рассмотрены современные подходы к обучению теории вероятностей, изучены научные публикации российских, таджикских и зарубежных исследователей, посвящённые применению информационных технологий и компьютерного моделирования в математическом образовании. Анализируются методические материалы, учебные программы, электронные образовательные ресурсы и примеры цифровых решений, применяемых в процессе преподавания вероятностных дисциплин.

Особое внимание уделено возможностям программных средств, широко применяемых в образовательной практике: Python (библиотеки NumPy, random, matplotlib), Maple, MATLAB, Ms Excel, а также специализированным онлайн-симуляторам случайных процессов. Эти инструменты использовались для анализа способов моделирования случайных явлений, визуализации распределений, проведения цифровых экспериментов и проверки статистических закономерностей, таких как закон больших чисел и центральная предельная теорема.

В ходе исследования проведён сравнительный анализ эффективности различных программных решений при изучении тем теории вероятностей. Изучены особенности интеграции компьютерного моделирования в лекционные занятия, практические работы и самостоятельную деятельность студентов. Рассматривались методические приёмы, позволяющие адаптировать цифровые инструменты к индивидуальным образовательным по-

требностям и уровню математической подготовки обучающихся.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Предметом рассматриваемой статьи являются исследования, посвящённые внедрению компьютерных технологий в обучение математическим дисциплинам, а также особенности методики преподавания теории вероятностей и стохастического моделирования. В работах Е. И. Машбица анализируются психолого-педагогические аспекты компьютеризации обучения, где подчёркивается роль цифровых средств в формировании познавательной активности студентов. П. И. Пидкасистый, И. Я. Лернер и В. М. Монахов рассматривали методические подходы к развитию мышления обучающихся и интеграции информационных технологий в практику преподавания математики.

Существенный вклад в развитие методологии компьютерного моделирования внесён А. Л. Королёв. В его трудах описаны принципы построения и анализа математических моделей, используемых в образовательном процессе [4]. Исследования Е. М. Юргановой и М. А. Слепцовой освещают вопросы применения электронных образовательных ресурсов, онлайн-инструментов и автоматизированных систем контроля при обучении математике.

Таджикские исследователи также внесли значимый вклад в развитие методики математических дисциплин и цифровизации образования. Работы А. А. Рахимова посвящены использованию компьютерного моделирования в обучении алгебре и математическому анализу [9; 11]; Б. Ф. Файзализода изучает междисциплинарные связи, математическое моделирование и цифровые методы в подготовке студентов [14]; А. П. Назаров анализирует влияние программирования и цифровых технологий на формирование математической ком-

петентности [5]; М. Нугмонов и С. С. Сафаров исследуют эффективность применения компьютерных моделей при изучении геометрии и других разделов математики [7].

Анализ представленных источников показывает, что компьютерное моделирование рассматривается как перспективное направление в преподавании теории вероятностей, способствующее развитию аналитических навыков, визуализации случайных процессов и в целом повышению качества математической подготовки студентов.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Применение компьютерного моделирования в процессе преподавания теории вероятностей играет ключевую роль в повышении качества математической подготовки студентов. В отличие от традиционных методов, опирающихся преимущественно на аналитические выкладки и абстрактные рассуждения, моделирование обеспечивает возможность непосредственного наблюдения случайных процессов, закономерностей и распределений. Это делает обучение более наглядным, интуитивным и практически ориентированным, что особенно важно для студентов технических специальностей, сталкивающихся с вероятностными моделями в инженерных и технологических задачах.

Современные программные средства позволяют легко воспроизводить большое количество случайных событий, анализировать поведение вероятностных величин и проводить цифровые эксперименты, невозможные в условиях традиционного обучения. Благодаря этому становится возможным продемонстрировать фундаментальные вероятностные закономерности – такие как стабильность относительной частоты, сходимости выборочных средних, устойчивость форм распределений и влияние увеличения числа испытаний на результат. Таким

образом, моделирование помогает студентам не просто заучивать формулы, а понимать природу вероятностных процессов.

Компьютерное моделирование также способствует развитию критического и аналитического мышления. Студенты учатся формировать гипотезы, проверять их экспериментально, сопоставлять полученные результаты с теоретическими выводами и делать самостоятельные выводы на основе данных. Этот подход соответствует современным принципам инженерного образования, ориентированного на практическое применение математических методов (Рисунок 1). Кроме того, моделирование повышает учебную мотивацию, поскольку предоставляет возможность работать с визуальными графиками, гистограммами, интерактивными симуляциями и экспериментами, позволяющими «увидеть» случайность и вероятность в действии [5; 7; 9; 10; 11].

Моделирование случайных событий является фундаментальным инструментом при изучении теории вероятностей, поскольку позволяет перевести абстрактные категории – такие как вероятность, частота, независимость, равно возможность – в операционные и наблюдаемые объекты. Данный подход оказывает прямой эффект на когнитивную динамику усвоения материала: студенты не только формируют теоретическое понимание, но и получают возможность эмпирически проверять свойства вероятностных систем, выявлять закономерности и интерпретировать отклонения, которые неизбежно возникают в условиях конечных выборок.

Классические эксперименты с подбрасыванием монеты, игральных костей, выборкой шаров из урны или генерацией случайных чисел представляют собой наиболее доступные кейсы. Их ценность заключается в том, что они позволяют продемонстрировать фундаментальные идеи – от определения вероятности до концеп-

ций независимости и условных вероятностей – без необходимости использования сложного математического аппарата. В условиях применения компьютерного моделирования данные эксперименты

масштабируются до десятков тысяч повторов, что делает их статистически значимыми и позволяет наглядно демонстрировать фундаментальные теоремы вероятности.



Рисунок 1 – Структура преподавания теории вероятностей с применением компьютерного моделирования

Одним из ключевых аспектов работы с такими моделями является демонстрация связи между теоретической вероятностью и относительной частотой в серии независимых испытаний. При увеличении количества повторов относительная частота события стремится к его теоретической вероятности, что визуально подтверждает действие закона больших чисел. Соответствующие графики – например, динамика сходимости относительной частоты орла при повторных подбрасываниях монеты – служат мощным инструментом для формирования статистической интуиции. Они позволяют студенту самостоятельно наблюдать стохастические колебания, поначалу значительные, а затем постепенно затухающие по мере роста числа испытаний.

Кроме того, моделирование создаёт естественные условия для изучения таких характеристик случайных событий, как дисперсия, разброс, волатильность и устойчивость распределений. Наглядные примеры позволяют объяснить, почему малые выборки часто дают заметные от-

клонения, а также почему в теории вероятностей для корректных выводов крайне важны большие объемы данных.

В образовательной практике особенно хорошо зарекомендовали себя следующие типовые модели и демонстрации:

Моделирование подбрасывания монеты

Используется для иллюстрации:

- равновозможности двух исходов;
- закона больших чисел;
- поведения относительной частоты;
- флуктуаций на малых выборках.

Результатом моделирования является график, на котором частота «орла» или «решки» постепенно стабилизируется около 0,5.

Моделирование подбрасывания игральной кости

Используется для демонстрации:

- дискретных равновероятных распределений;
- поведения эмпирических частот при увеличении количества испытаний;
- выявления и интерпретации отклонений на начальных этапах испытаний.

Студентам предлагается выполнить моделирование отдельно для 100, 1 000 и 10 000 бросков. Это позволяет визуализировать процесс сходимости частот и обсудить, как увеличивается стабильность статистических характеристик при росте выборки.

Модели «урн Бернулли»

Используются для иллюстрации:

- гипотезы о независимости;
- базовых комбинаторных структур;
- условных вероятностей;
- влияния изменения параметров (числа шаров, вероятности выбора).

Моделирование через компьютерные программы позволяет гибко менять параметры и мгновенно наблюдать результат. Данный формат особенно полезен для интерактивных занятий и самостоятельной работы.

Ключевой педагогический эффект

Применение моделирования в данном разделе позволяет:

- обеспечить «переход от теории к эмпирии»;
- укрепить статистическую интуицию;

– развивать способность анализа стохастических данных;

– формировать навыки интерпретации вероятностных моделей и их ограничений;

– подготовить основу для усвоения более сложных концепций (распределения, случайные величины, центральная предельная теорема).

Таким образом, моделирование случайных событий выступает не только инструментом визуализации, но и механизмом формирования устойчивых компетенций в области вероятностного мышления. Оно демонстрирует обучающимся, что стохастические процессы подчиняются строгим закономерностям, и делает фундаментальные принципы теории вероятностей интуитивно доступными и практико-ориентированными [1; 2; 6].

Пример 1. Смоделируйте 10 000 подбрасываний монеты и сравните относительную частоту выпадения «орла» с теоретической вероятностью.

Решение в Maple 18 показано на Рисунке 2.

```

with(RandomTools):
with(Statistics):
[AddFlavor, BlumBlumShub, Generate, GetFlavor, GetFlavors, GetState, HasFlavor, LinearCongruence, MersenneTwister, QuadraticCongruence, RemoveFlavor,
[AbsoluteDeviation, AgglomeratedPlot, AreaChart, AutoCorrelation, BarChart, Bootstrap, BoxPlot, BubblePlot, CDF, CGF, CentralMoment, CharacteristicFunction,
ChiSquareIndependenceTest, ChiSquareSuitableModelTest, ColumnGraph, Correlation, CorrelationMatrix, Count, CountMissing, Covariance, CovarianceMatrix,
CumulantGeneratingFunction, CumulativeDistributionFunction, CumulativeProduct, CumulativeSum, CumulativeSumChart, DataSummary, Decile, DensityPlot,
Distribution, ErrorPlot, EvaluateToFloat, Excise, ExpectedValue, ExponentialFit, ExponentialSmoothing, FailureRate, FisherInformation, Fit, FivePointSummary,
FrequencyTable, GeometricMean, HarmonicMean, HazardRate, Histogram, HodgesLehmann, Information, InteractiveDataAnalysis, InterquartileRange, Inverse,
KernelDensity, KernelDensityPlot, KernelDensitySample, Kurtosis, Likelihood, LikelihoodRatioStatistic, LineChart, LinearFilter, LinearFit, LogLikelihood, Log,
MakeProcedure, MaximumLikelihoodEstimate, Mean, MeanDeviation, Median, MedianDeviation, MillsRatio, Mode, Moment, MomentGeneratingFunction, Moving,
MovingStatistic, NonlinearFit, NormalPlot, OneSampleChiSquareTest, OneSampleTTest, OneSampleZTest, OneWayANOVA, OrderByRank, OrderStatistic, PDF,
PolynomialFit, PowerFit, PredictiveLeastSquares, Probability, ProbabilityDensityFunction, ProbabilityFunction, ProbabilityPlot, ProfileLikelihood, ProfileLog,
Quantile, QuantilePlot, Quartile, RandomVariable, Range, Rank, Remove, RemoveInRange, RemoveNonNumeric, RousseeuvCroixQn, RousseeuvCroixSn, Samp,
Score, Select, SelectInRange, SelectNonNumeric, ShapiroWilkWTest, Shuffle, Skewness, Sort, Specialize, SplitByColumn, StandardDeviation, StandardError, Star,
Support, SurfacePlot, SurvivalFunction, SymmetryPlot, Tally, TallyInto, Trim, TrimmedMean, TwoSampleFTest, TwoSamplePairedTTest, TwoSampleTTest, Two,
WeightedMovingAverage, Winsorize, WinsorizedMean]
n_tosses := 10000;
p_theoretical := 0.5;
heads_count := add(i, i in tosses(Generate(list(integer(range = 0..1), n_tosses)))));
p_empirical := evalf(heads_count / n_tosses);
10000
0.5
4947
0.4947000000

```

Рисунок 2 – Пакеты статистика и вероятность в среде программы Maple 18

Такие задания понятны студентам любого уровня и хорошо демонстрируют смысл вероятностных законов.

Моделирование случайных величин и их распределений играет ключевую роль в формировании у обучающихся устойчивого понимания того, как абстрактные

математические конструкции преобразуются в наблюдаемые данные. В отличие от моделирования простых событий, работа со случайными величинами требует от студентов перехода на следующий уровень абстракции: объектом изучения становится не отдельное событие, а функция, отображающая исходы случайного эксперимента в числовую область. Такой переход является методологически значимым, поскольку именно через моделирование распределений формируется фундаментальная статистическая интуиция – способность интерпретировать данные и распознавать вероятностные закономерности в различных контекстах.

Современные вычислительные средства позволяют моделировать широкий спектр распределений – от простых дискретных до сложных непрерывных – с высокой точностью и в больших объёмах. Это создаёт условия для изучения поведенческих особенностей распределений, выявления их характеристик (математическое ожидание, дисперсия, мода, медиана), анализа формы кривой плотности, хвостов, устойчивости, шумов и выбросов. В образовательной практике особенно ценен тот факт, что моделирование даёт возможность наблюдать, как реальные выборки отклоняются от теоретической модели, и как эти отклонения уменьшаются по мере роста выборки. Такая динамика позволяет студенту осознать ключевой принцип: распределение – это не график в учебнике, а модель, которая проявляется в данных постепенно (см. Рисунок 3) [8; 9; 11].

Моделирование дискретных распределений

Биномиальное распределение

Одним из базовых примеров является биномиальная случайная величина, описывающая количество успехов в серии независимых испытаний. Моделирование позволяет:

- визуализировать распределение вероятностей при различных значениях параметров n и p ;

- исследовать влияние увеличения числа испытаний на форму распределения;

- наблюдать приближение к нормальному распределению при больших n ;

- демонстрировать чувствительность распределения к изменению вероятностей.

В рамках практических занятий моделирование биномиальной величины позволяет проводить эксперименты с асимметричными вероятностями, исследовать смещение распределения, а также изучать дисперсию и коэффициенты вариации.

Геометрическое и пуассоновское распределения

Для геометрической величины студенты наблюдают, как «длинные хвосты» проявляются в эмпирических данных – редкие большие значения возникают непредсказуемо, что особенно полезно в прикладных задачах (телекоммуникации, потоковые процессы, технические сбои).

Пуассоновское распределение, в свою очередь, эффективно показывает, как моделируются редкие события в фиксированном интервале. Работа с большим объёмом данных позволяет увидеть:

- сколько шума присутствует в выборках при малых параметрах;

- как распределение стабилизируется при росте интенсивности λ ;

- как визуально меняется «размазанность» в зависимости от λ .

Этот тип моделирования имеет ярко выраженный прикладной характер и хорошо воспринимается студентами.

Моделирование непрерывных распределений

Нормальное распределение

Нормальное распределение является центральным объектом в теории вероятностей и статистике благодаря своим структурным свойствам и универсальности. Моделирование позволяет:

- визуализировать плотность распределения при различных значениях параметров μ и σ ;

- продемонстрировать «колокол» на реальных данных;
- показать отклонения выборки от теории при малых объёмах данных;
- исследовать влияние масштаба дисперсии на ширину кривой.

Студенты формируют навыки сопоставления эмпирической гистограммы и теоретической плотности, определяют закономерности и учатся обнаруживать статистические артефакты.

Экспоненциальное распределение

Экспоненциальная случайная величина активно используется для моделирования времени ожидания, времени до отказа систем и процессов, обладающих свойством отсутствия памяти. Для образовательного процесса характерны следующие эффекты:

- демонстрация резкого спада плотности при небольших значениях;
- визуализация длинного хвоста распределения;
- сравнение реальных данных с теоретической кривой.

Студенты быстро понимают, каким образом формируется асимметричность распределения и почему среднее оказывается существенно выше медианы.

Равномерное распределение

Моделирование равномерной величины идеально подходит для объяснения концепции равновозможности. При большом объёме данных:

- гистограмма стремится к «плоскому» виду;
- легко демонстрировать однородность плотности;
- студенты сравнивают равномерность на малых и больших выборках.

Переход от эмпирических данных к теоретической модели

Особое методическое значение имеет умение обучающегося:

- 1) построить выборочную гистограмму;
- 2) сопоставить её с теоретической плотностью/функцией распределения;
- 3) проанализировать расхождения;
- 4) определить причины отклонений: шум, малая выборка, смещение, выбросы, особенности алгоритма генерации.

Для преподавателя критически важно не только показать «идеальную» картинку, но и позволить студентам поработать с реальными симуляциями, где существуют флуктуации, неточности и «шероховатости». Именно эти несоответствия создают почву для глубокого понимания вероятностных механизмов.



Рисунок 3 – Графическая иллюстрация применения моделирования распределений случайных величин

Методический потенциал моделирования распределений

В образовательном процессе моделирование распределений позволяет:

- интегрировать теорию и практику в едином цикле: гипотеза → симуляция → визуализация → анализ → вывод;

- формировать аналитические компетенции, связанные с распознаванием форм распределений;
- развивать навык критической оценки данных;
- готовить студентов к работе с реальными наборами данных в профессиональной среде;
- повышать вовлечённость через работу с цифровыми инструментами;
- обеспечивать долговременное запоминание за счёт визуализации закономерностей.

Данная методика особенно эффективна в моделях, где присутствуют параметры, чувствительные к изменениям. Регулярное варьирование μ , σ , λ , p и других характеристик формирует гибкость мышления и умение интерпретировать изменения формы распределения.

Практические задания (педагогический модуль)

Для обеспечения максимального обучающего эффекта в учебный процесс рекомендуется включить следующие кейсы:

Задание 1. «Сравнение распределений»

Студент моделирует выборки из нормального, экспоненциального и равномерного распределений, строит гистограммы и делает выводы о различиях.

Задание 2. «Биномиальная аппроксимация нормальным распределением»

Требуется смоделировать биномиальную выборку при больших n и продемонстрировать приближение к нормальному распределению.

Задание 3. «Исследование хвостов распределения»

Студент выбирает экспоненциальное или геометрическое распределение и анализирует поведение хвостов, сравнивая малые и большие выборки.

Моделирование распределений формирует у обучающихся компетенции, необходимые для анализа данных, разра-

ботки вероятностных моделей и принятия решений в условиях неопределённости. Оно обеспечивает прочную связь между математическими абстракциями и реальными процессами, а также развивает у студентов способность выявлять закономерности, интерпретировать результаты и критически оценивать статистическую информацию.

Пример 2. Сгенерировать 5000 случайных значений из нормального распределения и построить гистограмму, сравнив её с теоретической плотностью.

Решение в Maple 18 показано на Рисунке 4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение компьютерного моделирования в преподавании теории вероятностей обеспечивает качественно новый уровень усвоения учебного материала и формирует у обучающихся системное понимание стохастических процессов. Моделирование позволяет трансформировать абстрактные вероятностные конструкции в наглядные, измеримые и интерпретируемые объекты, что существенно снижает когнитивную нагрузку и повышает эффективность образовательного процесса.

Интеграция цифровых симуляций в учебный курс позволяет не только демонстрировать фундаментальные вероятностные закономерности, но и исследовать сложные процессы, динамические модели, распределения различной природы, потоки событий, марковские структуры и стохастические системы, недоступные для полноценного анализа традиционными методами. Такой подход обеспечивает высокий уровень вовлечённости студентов и способствует развитию компетенций, ориентированных на практическую деятельность.

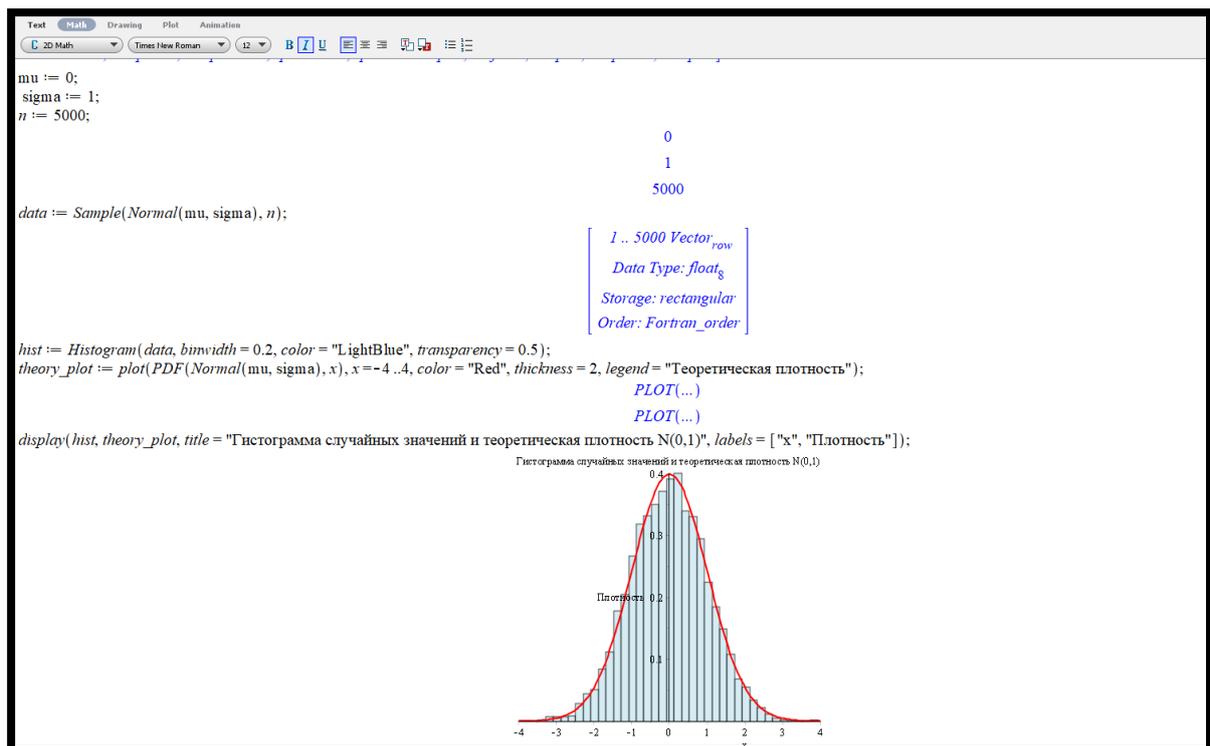


Рисунок 4 – Нормальное распределение в программе Maple 18

Комплексная работа с моделями формирует у обучающихся навыки построения, анализа и интерпретации вероятностных моделей, развивает умение принимать решения в условиях неопределённости, критически оценивать данные и проводить исследовательские эксперименты. Использование цифровых инструментов способствует развитию аналитического мышления, повышает мотивацию и позволяет студентам увидеть прямую связь между теоретическими принципами и их практическими приложениями.

Таким образом, компьютерное моделирование является неотъемлемым элементом современной методики преподавания теории вероятностей. Оно играет ключевую роль в формировании цифровой компетентности, статистической грамотности и исследовательской культуры, обеспечивая подготовку специалистов, способных эффективно работать с данными и анализировать стохастические процессы в профессиональной среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. Азимова, Н. С. Компетентность студентов в процессе изучения математических дисциплин : Монография / Н. С. Азимова. – Худжанд : Издательство технологического парка ТУПБП, 2022. – 238 с.

2. Вархушева, И. А. Формирование математической направленности студентов технического вуза в процессе профессиональной подготовки : специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования»:

диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук / Вархушева Инна Алексеевна ; ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носов». – Магнитогорск, 2021. – 198 с.

3. Кадочников, М. В. Модели, алгоритмы и программное обеспечение систем управления мехатронно-модульными работами с адаптивной кинематической структурой : специ-

альность 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям)»: автореф. дис. ... канд. пед. наук / Кадочников Михаил Владимирович, Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики. – Москва, 2009. – 19 с.

4. Королёв, А. Л. Компьютерное моделирование / А. Л. Королёв. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний. 2010. – 230 с.

5. Назаров, А. П. Разработка компьютерной программы, реализующей метод Пулат проверки знаний обучающихся по разветвляющимся алгоритмам / А. П. Назаров. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-65-12-20 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 1 (65). – С. 12–20.

6. Нугмонов, М. Теоретико-методологические основы системы методической подготовки учителя математики в педвузе : Монография / М. Нугмонов. – Москва : Прометей, 1999. – 247 с.

7. Нугмонов, М. Педагогические аспекты использования компьютерного моделирования в процессе обучения линейной алгебре студентов технических направлений / М. Нугмонов, А. А. Рахимов. – DOI 10.24412/2079-9152-2025-66-36-46 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 2(66). – С. 36–46.

8. Раджабов, Б. Ф. Анализ эффективности компьютерного моделирования при подготовке студентов-медиков в системе дистанционного обучения / Б. Ф. Раджабов, Ф. С. Комилов // Азимут научных исследований : педагогика и психология. – 2019. – Т. 8, №1 (26). – С. 238–242.

9. Рахимов, А. А. Использование компьютерного моделирования в процессе обучения алгебре студентов технических направлений / А. А. Рахимов // Вестник Сургутского государственного педагогического университета. – 2024. – № 1 (88). – С. 49–61.

10. Рахимов, А. А. Использование цифровых образовательных ресурсов для развития вероятностно-статистического мышления у студентов технических специальностей / А. А. Рахимов. – DOI: 10.52772/25420291_2025_4_142 // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2025. – № 4(68). – С. 142–151.

11. Рахимов, А. А. Теоретические аспекты применения системы компьютерного

моделирования Maple в процессе преподавания математики студентам технических вузов / А. А. Рахимов // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. – 2025. – Т. 22, № 1. – С. 58–75. – <http://doi.org/10.22363/2312-8631-2025-22-1-58-75>.

12. Рахимов, А. А. Различные способы использования компьютерного моделирования в процессе решения систем линейных уравнений в обучении математике студентов технических направлений / А. А. Рахимов // Вестник Вологодского государственного университета. Серия: Технические науки. – 2024. – № 2(24). – С. 50–54.

13. Скафа, Е. И. Виртуальные тренажеры обучения решению планиметрических задач / Е. И. Скафа, А. А. Ганжа. – DOI: 10.24412/2079-9152-2022-56-81-86 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2022. – Вып. 56. – С. 81–86.

14. Слепцова, М. В. Педагогическая концепция организации электронного обучения в вузе : специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореф. дис. ... док. пед. наук / Слепцова Марина Викторовна ; ФГБОУ ВО «Российский государственный университет физической культуры, спорта, молодежи и туризма (ГЦОЛИФК)». – Москва, 2021. – 48 с.

15. Файзализода, Б. Ф. Дидактические аспекты обучения курсу теории чисел для студентов специальностей «математика» и «информатика» / Б. Ф. Файзализода, Ш. Х. Тиллов, А. К. Саидов // Учёные записки Худжандского государственного университета имени академика Бободжана Гафурова. Серия гуманитарно-общественных наук. – 2021. – №1(66). – С. 171–176.

16. Badia Valiente, J. D. Online quizzes to evaluate comprehension and integration skills / Valiente J. D. Badia, C. F. Olmo, J. J. M. Navarro. – DOI: 10.3926/jotse.189 // Journal of Technology and Science Education JOTSE. – 2016. – No. 6 (2). – Pp. 75–90.

17. Evaluation of an adaptive tutorial supporting the teaching of mathematics / H. R. Weltman, V. Timchenko, H. E. Sofios, P. Ayres, N. Marcus // European Journal of Engineering Education. – 2019. – Vol. 44, Issue 5. – Pp. 787–804.

REFERENCES

1. Azimova, N. S. *Competence of Students in the Process of Studying Mathematical Disciplines: Monograph* / N. S. Azimova. – Khujand : Publishing House of the TUPBP Technological Park, 2022. – 238 p.
2. Varhusheva, I. A. *Formation of the Mathematical Focus of Students of a Technical University in the Process of Professional Training : specialty 13.00.08 "Theory and Methodology of Professional Education" : dissertation for the degree of Candidate of Pedagogical Sciences / Varhusheva Inna Alekseevna ; Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Magnitogorsk State Technical University named after G. I. Nosov". – Magnitogorsk, 2021. – 198 p.*
3. Kadochnikov, M. V. *Models, algorithms and software for control systems of mechatronic-modular works with an adaptive kinematic structure : specialty 05.13.01 "System analysis, control and processing of information (by industry)": author's abstract. dis. ... Cand. Sci. (Pedagogical Sciences) / Kadochnikov Mikhail Vladimirovich, Moscow State Institute of Radio Engineering, Electronics and Automation. – Moscow, 2009. – 19 p.*
4. Korolev, A. L. *Computer modeling* / A. L. Korolev. – Moscow : BINOM. Laboratory of knowledge, 2010. – 230 p.
5. Nazarov, A. P. *Development of a computer program implementing the Pulat method for checking students' knowledge using branching algorithms / A. P. Nazarov. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-65-12-20 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. – 2025. – No. 1 (65). – Pp. 12–20. – EDN VNCHNO.*
6. Nugmonov, M. *Theoretical and methodological foundations of the system of methodological training of a mathematics teacher at a pedagogical university : Monograph* / M. Nugmonov. – Moscow : Prometey, 1999. – 247 p.
7. Nugmonov, M. *Pedagogical aspects of using computer modeling in the process of teaching linear algebra to students of technical fields / M. Nugmonov, A. A. Rakhimov. – DOI 10.24412/2079-9152-2025-66-36-46 // Didactics of Mathematics: Problems and Research. – 2025. – No. 2(66). – Pp. 36–46.*
8. Radzhabov, B. F. *Analysis of the effectiveness of computer modeling in the training of medical students in the distance learning system / B. F. Radzhabov, F. S. Komilov // Azimuth of scientific research: pedagogy and psychology. – 2019. – Vol. 8, No. 1 (26). – Pp. 238–242.*
9. Rakhimov, A. A. *Using computer modeling in teaching algebra to students of technical fields / A. A. Rakhimov // Bulletin of the Surgut State Pedagogical University. – 2024. – No. 1 (88). – Pp. 49–61.*
10. Rakhimov, A. A. *Theoretical aspects of using the Maple computer modeling system in teaching mathematics to students of technical universities / A. A. Rakhimov // Bulletin of the Peoples' Friendship University of Russia. Series: Informatization of education. – 2025. – Vol. 22, No. 1. – Pp. 58–75. – <http://doi.org/10.22363/2312-8631-2025-22-1-58-75>.*
11. Rakhimov, A. A. *Use of digital educational resources for the development of probabilistic and statistical thinking among students of technical specialties / A. A. Rakhimov. – DOI: 10.52772/25420291_2025_4_142 // Bulletin of Shadrinsk State Pedagogical University. – 2025. – No. 4(68). – Pp. 142–151*
12. Rakhimov, A. A. *Various ways of using computer modeling in the process of solving systems of linear equations in teaching mathematics to students of technical fields / A. A. Rakhimov // Bulletin of the Vologda State University. Series: Technical sciences. – 2024. – No. 2 (24). – Pp. 50–54.*
13. Skafa, E. I. *Virtual Trainers for Solving Planimetric Problems / E. I. Skafa, A. A. Ganja. – DOI: 10.24412/2079-9152-2022-56-81-86 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. – 2022. – No. 56. – Pp. 81–86.*
14. Sleptsova, M. V. *Pedagogical concept of organizing e-learning at a university : specialty 13.00.08 "Theory and methodology of vocational education": author's abstract. dis. ... doctor of ped. sciences / Sleptsova Marina Viktorovna; Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Russian State University of Physical Education, Sports, Youth and Tourism (GTSOLIFK)". – Moscow, 2021. – 48 p.*
15. Faizalizoda, B. F. *Didactic aspects of teaching the course on number theory for students of "mathematics" and "informatics" specialties / B. F. Faizalizoda, Sh. Kh. Tilloev, A. K. Saidov // Scientific Notes of Khujand State University named after Academician Bobojon Gafurov. Series of Humanities and*

Social Sciences. – 2021. – No. 1(66). – Pp. 171–176.

16. *Badia Valiente, J. D. Online quizzes to evaluate comprehension and integration skills / Valiente J. D. Badia, C. F. Olmo, J. J. M. Navarro.* – DOI: 10.3926/jotse.189 // *Journal of Technology and Science Education JOTSE.* – 2016. – No. 6 (2). – Pp. 75–90.

17. *Evaluation of an adaptive tutorial supporting the teaching of mathematics / H. R. Weltman, V. Timchenko, H. E. Sofios, P. Ayres, N. Marcus // European Journal of Engineering Education.* – 2019. – Vol. 44, Issue 5. – Pp. 787–804.



АВТОР

Рахимов Амон Акпарович

(Республика Таджикистан, г. Худжанд)
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики и
физики, политехнического института Та-
джикского технического университета
имени академика М.С. Осими

E-mail: amon_rahimov@mail.ru
ORCID ID: 0000-0003-2075-44.

AUTHOR

Rakhimov Amon Akparovich

(Republic of Tajikistan, Khujand)
Candidate of Sciences in Pedagogy,
Associate Professor,
Associate Professor of the Department of
Higher Mathematics and Physics, Poly-
technic Institute of the Tajik Technical
University named after Academician
M.S. Osimi

E-mail: amon_rahimov@mail.ru
ORCID ID: 0000-0003-2075-44.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ИНЖЕНЕРНОМ ВУЗЕ

Чудина Екатерина Юрьевна, Жмыхова Татьяна Владимировна



АННОТАЦИЯ

В статье рассмотрена роль искусственного интеллекта, в частности, генеративных нейросетей, в высшем инженерном образовании на примере изучения математических дисциплин. Актуальность проблемы использования искусственного интеллекта в образовании обусловлена стремительным развитием технологий искусственного интеллекта, отсутствием единой правовой и этической базы его применения в мировой практике и недостаточной изученностью данной проблемы в научно-педагогической литературе. Цель исследования заключается в рассмотрении проблемы применения искусственного интеллекта в процессе обучения математике в высшей инженерной школе, описании основных актуальных направлений использования ИИ, влияющих на мотивацию студентов к обучению, на степень их самостоятельности.

В статье освещены возможности использования приложений и платформ на основе искусственного интеллекта при обучении математике в инженерном вузе, в частности, при организации самостоятельной работы обучающихся, персонализации обучения и автоматизации отдельных аспектов учебного процесса. Приведены некоторые обучающие платформы и приложения на основе ИИ, которые могут быть использованы при организации обучения математике студентов инженерных вузов, как в аудиторной, так и в самостоятельной работе обучающихся. К ним авторы отнесли: платформу Wolfram Alpha; платформу Smodin Omni; приложение Photomath; платформу Microsoft Math Solver; мобильное приложение Socratic; приложение Maple Calculator; генеративную нейросеть Grok от компании xAI; генеративную нейросеть Chat GPT от компании Open AI. В работе показано, что вышеперечисленные платформы и приложения позволяют организовать процесс обучения математике с включением интерактивных курсов, подбора персонализированных заданий и системы самостоятельного контроля знаний.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Искусственный интеллект (ИИ), генеративные нейросети, обучение математике, инженерный вуз, академическая честность, развитие мышления, учебная мотивация.



Для цитирования: Чудина, Е. Ю. Использование искусственного интеллекта в обучении математике в инженерном вузе / Е. Ю. Чудина, Т. В. Жмыхова. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-53-68 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – Вып. 1 (69). – С. 53–68. – EDN ZACRZD.

THE USE OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN TEACHING MATHEMATICS AT AN ENGINEERING UNIVERSITY

Chudina Ekaterina Yuryevna, Zhmykhova Tetiana Vladimirovna



ABSTRACT

This article examines the role of artificial intelligence, particularly generative neural networks, in higher engineering education, using the study of mathematical disciplines as an example. The relevance of the problem of using artificial intelligence in education is due to the rapid development of artificial intelligence technologies, the lack of a unified legal and ethical framework for its application in world practice, and insufficient study of this problem in pedagogical literature. The purpose of the study is to examine the problem of using artificial intelligence in the process of teaching mathematics at a higher engineering school, and to describe the main current areas of using AI that affect students' motivation to learn and their level of independence.

The article highlights the possibilities of using artificial intelligence-based applications and platforms in teaching mathematics at an engineering university, particularly in organizing students' independent work, personalizing learning, and automating certain aspects of the educational process. The article presents some AI-based learning platforms and applications that can be used in teaching mathematics to engineering students, both in classroom settings and in independent study. The authors include the following: Wolfram Alpha platform; Smodin Omni platform; Photomath application; Microsoft Math Solver platform; Socratic mobile application; Maple Calculator application; Grok generative neural network from xAI; Chat GPT generative neural network from Open AI. The work shows that the above-mentioned platforms and applications allow organizing the process of teaching mathematics with the inclusion of interactive courses, selection of personalized tasks and a system of independent control of knowledge.

KEY WORDS

Artificial intelligence (AI), generative neural networks, mathematics education, engineering university, academic integrity, development of thinking, academic motivation.



For citation: Chudina, E. Yu. The use of artificial intelligence in teaching mathematics at an engineering university / E. Yu. Chudina, T. V. Zhmykhova. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-53-68 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. – 2026. – No. 1 (69). – Pp. 53–68. – EDN ZACRZD.

Received: 16 November 2025 | Approved: 26 February 2026 | Published: 10 March 2026

ВВЕДЕНИЕ

Использование искусственного интеллекта в образовании, и в частности, генеративных нейросетей, – актуальная проблема современной педагогики.

Достаточно широко обсуждается вопрос применения искусственного интеллекта (ИИ) в образовательном процессе вузов, однако он носит междисциплинарный характер и затрагивает этические и правовые аспекты. Достаточно мало

исследований посвящено вопросу использования ИИ в преподавании математических дисциплин.

Изучение математических дисциплин в инженерном вузе требует от обучающихся знания математического аппарата для их дальнейшего изучения, при этом уровень подготовки студентов инженерных вузов нередко очень разнороден. Использование ИИ в обучении математике открывает новые возможности для персонализации обучения и восполнения недостающих математических знаний. Так, подобная программа персонализированного обучения на основе ИИ была реализована в МФТИ – по программе «EdTech. Искусственный интеллект в математическом и ИТ-образовании» в вузе обучаются магистранты направления подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» [23].

Т. А. Флорина, Е. А. Кувалдина, А. А. Бабкина, Дж. Джианг, Е. А. Мошенина, М. С. Белов, К. Г. Черепова, Ю. А. Генварева изучают возможности практического применения ИИ при обучении математике [3; 4; 7; 16; 20; 27; 28; 30]; Н. В. Апатова, А. В. Гриншкун исследуют также этические вопросы и перспективы использования ИИ в обучении математике [2; 8]. Как отмечает А. И. Замыслова, традиционная система обучения математике в техническом вузе не отвечает современным требованиям. Главный ее недостаток – репродуктивный характер обучения, примитивные формы и методы обучения, недостаточность обратной связи, практической направленности, самостоятельной работы [10]. Можно не согласиться с этим утверждением, однако нельзя отрицать тот факт, что в условиях стремительного развития ИИ он становится не только важным инструментом в транспортной сфере, производстве и других областях, но и внедряется в систему образования. Искусственный интеллект может и должен использоваться для улучшения методов преподавания, в том числе математики. «В данном

контексте нейросеть помогает автоматизировать процессы, которые раньше требовали значительных временных и интеллектуальных затрат, например, решение сложных уравнений, доказательство теорем и анализ больших объемов данных», подчеркивает Т. А. Флорина [27]. По мнению исследователя актуальность применения ИИ в обучении математике реализуется в следующих направлениях [27]:

1) ИИ дает возможность разрабатывать для обучающихся персонализированные образовательные программы, адаптированные под уровень знаний конкретного студента, индивидуальную скорость усвоения материала и особенности мышления обучающихся;

2) ИИ способствует автоматизации образовательного процесса за счет выполнения рутинных действий – контроля уровня усвоения учебного материала, анализа ошибок, подбора заданий и упражнений по заданной теме;

3) ИИ становится инструментом решения прикладных задач, требующих ранее мощных вычислительных технологий и большой точности.

Цель статьи: рассмотреть проблему применения искусственного интеллекта в процессе обучения математике в высшей инженерной школе, описать основные актуальные направления использования ИИ, влияющие на мотивацию студентов к обучению, на степень их самостоятельности.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Исследование строилось на основе системно-деятельностного, компетентностного подходов к обучению будущих инженеров. В работе применялись теоретические методы: анализ научной литературы с целью исследования влияния ИИ на образовательный процесс по математике; классификация средств обучения по различным основаниям; сравнение возможностей применения технологий

ИИ. Для обоснования выбора средств обучения применялись также эмпирические методы: педагогическое наблюдение за результатами учебной деятельности студентов по математике.

Применение ИИ в образовательном процессе дает возможность не только для персонализации обучения, но и повышения уровня познавательного интереса и учебной мотивации студентов за счет использования актуальных на сегодня информационных технологий. Как подчеркивает Ю. А. Генварева, современный специалист должен работать с различными информационными технологиями и приложениями. Поэтому некоторые задачи необходимо изучать интегрировано, с использованием знаний информатики. В данном случае можем пользоваться как готовыми программными продуктами, в том числе доступными в онлайн формате» [6; 7].

В последние годы в области применения математики включается использование технологий ИИ, заключающееся в повышении надежности решения математических проблем, проверки адекватности математических моделей, статистической проверки данных и т. д. В обучении математике ИИ помогает обучающимся решать сложные задачи, лучше понимать математические термины и, в конечном итоге, преуспевать в лекционных и практических занятиях по математике, обращает внимание А. А. Бабкина [3]. Е. А. Мошенина также отмечает, что использование ИИ при обучении математике непосредственно развивает функциональную грамотность обучающихся, которая заключается в умении применять школьные знания в реальной жизни [20].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Использование ИИ-технологий при обучении студентов математике инженерном вузе открывает широкие возможности для повышения эффективности

образовательного процесса за счет выполнения функций преподавателя. И. Э. Симонова выделяет основные направления, в которых целесообразно использовать ИИ в преподавании математических дисциплин:

- персонализированное обучение. ИИ позволяет адаптировать учебный материал под индивидуальные возможности обучающегося. Так, если у студента возникают сложности при изучении определенной темы, ИИ может сгенерировать дополнительные упражнения и дать разъяснения и примеры к теоретическому материалу;

- автоматическая проверка тестов и индивидуальных заданий. Самостоятельная проверка выполненных заданий с помощью ИИ позволяет студентам быстро осознавать и исправлять свои ошибки. Стоит отметить, что в настоящее время для данной цели в некоторых вузах широко используются возможности электронно-образовательной среды, разработанной на платформе Moodle (ВолГТУ, [23]);

- ИИ способствует эффективной подготовке обучающихся к экзаменам. На базе разработанных к экзамену вопросов и задач ИИ в реальном времени может подбирать индивидуальные наборы теоретических вопросов и задач для самостоятельной подготовки, и данная функция также может быть реализована в электронной образовательной среде вуза [23].

С другой стороны, математика также напрямую воздействует на развитие технологий ИИ. Так, китайский математик Дж. Джианг работает в области автоматизированного доказательства геометрических теорем. В своей работе он изучает три направления автоматизированного построения доказательств: алгоритмы метода поиска, формальной логики и бескоординатный метод [30]. Автор отмечает, что визуальное реализованное с помощью ИИ доказательство геометрической теоремы имеет высокую

практическую ценность для образования, и дает возможность обучающимся изучать, понимать и более эффективно усваивать учебный материал.

Развитие ИИ влияет и на рутинную деятельность преподавателя. Технологии ИИ дают возможность диагностики индивидуальных достижений обучающихся и предоставления педагогической поддержки сообразно академическим возможностям каждого обучающегося при изучении математики. «Ключевым ожиданием относительно полезности и эффективности применения ИИ в среде обучения математике являются доступные знания, что позволяет учащимся быть более самостоятельными, помогает или в какой-то степени заменяет педагога», пишет М. С. Белов [4].

Е. В. Осадчук выделяет следующие преимущества использования ИИ для преподавателя, занимающегося научной деятельностью:

1) ИИ дает возможность усовершенствования математического моделирования для проведения различных научных экспериментов;

2) ИИ позволяет оптимизировать планирование эксперимента за счет подбора необходимых ресурсов и как следствие – сокращения числа экспериментов;

3) обработка больших массивов данных эксперимента и выявление научно-значимых закономерностей;

4) анализ и интерпретация большого объема научной литературы по заданной тематике;

5) усовершенствование математической модели изучаемого объекта за счет подбора ИИ ключевых параметров модели, решения систем уравнений и выявления математических взаимосвязей, что особенно важно для прикладных исследований [22].

Е. А. Мошенина выделяет три основные направления воздействия технологий ИИ на математическое образование: для обучающихся ИИ является средством

быстрого решения математических задач; средством контроля корректности самостоятельного решения; для педагогов он чаще всего выступает инструментом генерации новых заданий, направленных на формирование математической грамотности обучающихся [20].

Е. В. Гулынина отмечает, что интеграция технологий ИИ в процесс обучения математике имеет значительный потенциал для повышения эффективности образовательного процесса в инженерном вузе за счет персонализации обучения, что подтверждается метаанализом Дж. А. Кулика и Дж. Д. Флетчера, который убедительно доказывает эффективность интеллектуальных обучающих систем в повышении результатов обучения [31]. Ученые подчеркивают, что значительный потенциал ИИ состоит в адаптации учебных материалов и методик к индивидуальным потребностям обучающихся, однако, как отмечают О. Завацки-Рихтер и др., несмотря на положительные краткосрочные результаты, вопрос о долгосрочной эффективности интеллектуальных систем еще остается открытым и требует дальнейших исследований [32]. Это подчеркивает необходимость проведения дальнейших исследований для оценки устойчивости и перспектив влияния ИИ-систем на образовательный процесс в вузах. Так, С. Акгон и К. Гринхоу изучают особенности формирования умений самостоятельного и критического мышления у обучающихся; они подчеркивают важность интеграции социального взаимодействия и коллаборативного обучения в ИИ-системы [29]. Исследователи подчеркивают важность создания адаптивных образовательных систем, которые не только предоставляют обучающимся персонализированный контент, но и активно поддерживают развитие компетенций обучающихся. Этот подход соответствует концепции Learning Compass 2030 (OECD), которая ориентирована на развитие широкого

спектра навыков и компетенций обучающихся.

Использование технологий ИИ в обучении также влечет за собой социальные и эмоциональные риски для обучающихся, как показывают отдельные педагогические исследования. Так, Н. Б. Карбачинская и Е. Е. Харитоновна в своем анализе влияния образовательных приложений на процесс обучения указывают на риски, связанные со стрессом и тревожностью [14]. Ю. А. Мельничук исследует внутреннюю мотивацию и удовлетворенность обучающихся; он предлагает уделить внимание разработке методик активного обучения и включению элементов геймификации [18].

С. В. Иванова также отмечает возникающий резонанс между положительными результатами и определенными проблемами, вызванными применением ИИ в вузе [11]. Она отмечает риск снижения эмоционального интеллекта и нарушения коммуникативных навыков студентов, связанный со значительным сокращением личного общения между студентами и преподавателями. Исследователи также отмечают сложности в развитии критического мышления у студентов вуза в условиях цифровизации. Так, А. В. Варданын указывает, что постоянное обращение обучающихся к приложениям на основе ИИ ведет к развитию «клипового» мышления у студентов, сокращает активность мыслительной деятельности, что в дальнейшем может оказать отрицательное влияние на развитие самостоятельного мышления обучающихся вуза [5]. Таким образом, несмотря на очевидный потенциал ИИ в персонализированном обучении математике, необходимы дальнейшие эмпирические исследования для полного понимания его долгосрочного влияния и разработки эффективных стратегий внедрения в образовательный процесс вуза.

В. И. Носова приводит следующую структуру направлений влияния ИИ:

1) автоматизация оценивания учебных достижений обучающихся и обратной связи (автоматическая проверка не только тестов, но и других типов заданий, что дает педагогу возможность уделить больше внимания индивидуальным возможностям обучающихся, например, для выполнения творческих заданий или научной работы);

2) персонализация обучения (оценивание знаний обучающихся и дальнейший подбор персонализированных образовательных материалов с учетом уровня знаний, индивидуальных способностей и темпа обучения);

3) создание интерактивных образовательных ресурсов (образовательные приложения, интерактивные видео и презентации, обучающие программы);

4) анализ успеваемости обучающихся (анализ больших данных об академической успеваемости, прогноз результатов обучения и оптимизация образовательного процесса) [21].

Е. А. Мошенина, Т. А. Захарова отмечают задачи, решаемые применением ИИ в образовательном процессе:

1) оказание помощи в обучении: ИИ может выступать инструментом создания персонализированных обучающих программ на основании академического поведения обучающегося;

2) разработка учебных материалов педагогом с помощью ИИ;

3) повышение уровня учебной мотивации студентов: с помощью ИИ можно разрабатывать интерактивные учебные материалы;

4) экономия рабочего времени педагога;

5) повышение качества обучения за счет создания адаптивных систем обучения, персонализированных для каждого обучающегося [20].

Ю. А. Генварева, А. А. Бабкина, Т. А. Флорина и другие исследователи выделяют преимущества использования ИИ при обучении математике по срав-

нению с традиционными средствами обучения:

1) автоматизация сложных вычислений, требующих ранее больших вычислительных мощностей [3];

2) организация индивидуализированного обучения, адаптированного под уровень знаний обучающегося [6];

3) моделирование и визуализация с помощью графических средств ИИ;

4) обеспечение научного аппарата в исследованиях: ИИ способен предложить математические методы решения в других сферах науки;

5) доказательная база исследований, в том числе математических закономерностей и теорем (о чем было сказано и выше) [27].

На наш взгляд, отмеченные преимущества относятся скорее к сфере научно-практических исследований, в том числе инженерных расчетов, а не к образовательной сфере. В частности, последние два пункта лишают обучающихся инженерных вузов возможности (и мотивации) самим находить пути решения возникающей научно-инженерной проблемы и формировать навыки аналитического мышления. Кроме этого, наряду с предполагаемыми положительными перспективами, необходимо рассматривать и другие аспекты применения ИИ в образовательном процессе, такие как технические, правовые и психолого-педагогические. Как отмечает С. В. Иванова и А. В. Азархин, технические проблемы связаны с информационной безопасностью и объективностью оценивания результатов обучения [11]. Правовые проблемы связаны с наличием плагиата в учебных и научных работах студентов и связанных с этим проблемах академической этики. Исследователи выделяют следующие сферы, в которых внедрение ИИ в образовательный процесс влияет на их развитие у обучающихся:

– коммуникативная сфера: использование обучающих систем влечет за

собой снижение степени взаимодействия субъектов образовательного процесса (обучающихся и преподавателя), что не только ведет к нивелированию роли преподавателя, но и приводит к трудностям в развитии коммуникативных навыков у обучающихся;

– эмоциональная сфера: трудности в развитии эмоционального интеллекта и эмпатии у обучающихся;

– когнитивная сфера: использование приложений на основе ИИ для решения учебных задач ведет к снижению уровня учебной мотивации у обучающихся, а также к проблемам развития аналитического и критического мышления [11].

Кроме того, возникают риски проявления поведенческих нарушений, связанные с возможным развитием цифровой аддикции, нарушением социальных навыков. Возникают проблемы и в соответствии квалификации преподавателей использованию возможностей, предлагаемых ИИ.

В качестве эксперимента в рамках нашего исследования мы создали запрос к нейросети YandexGPT (версия 4 Pro RC) о том, как может использоваться ИИ в обучении математике. По мнению данной нейросети, искусственный интеллект может быть применен для решения следующих задач:

1) персонализация обучения: «применение искусственного интеллекта в обучении математике открывает новые возможности для персонализации образовательного процесса, повышения его эффективности и доступности. ИИ может предложить обучающимся индивидуальные учебные планы и материалы, основанные на их уровне знаний и скорости обучения»;

2) автоматизированный контроль успеваемости обучающихся: «ИИ способен автоматизировать проверку математических задач, освобождая время преподавателя для более глубокой рабо-

ты со студентами. Кроме того, алгоритмы машинного обучения могут прогнозировать успеваемость обучающихся и выявлять тех, кто нуждается в дополнительной поддержке»;

3) генерирование учебных материалов: «использование ИИ в создании учебных материалов позволяет генерировать разнообразные задачи и упражнения, что способствует лучшему пониманию предмета. Виртуальные наставники на базе ИИ могут предоставлять обучающимся помощь и поддержку в решении математических задач»;

4) анализ больших данных и оптимизация учебного процесса: «применение ИИ в анализе больших данных об учениках позволяет учебным заведениям принимать обоснованные решения на основе фактов. Например, можно определить, какие методы обучения наиболее эффективны для разных групп студентов».

Как видим, выделенные типы задач, решаемых при использовании ИИ в обучении математике, также выделены и в указанных выше исследованиях. Однако стоит отметить, что YandexGPT в ответ на различные запросы, связанные с применением ИИ в образовании, всегда указывает, что необходимо учитывать также и вопросы информационной безопасности (конфиденциальность данных, достоверность информации и др.) и этические вопросы применения искусственного интеллекта в образовательном процессе. В то же время, этические проблемы использования ИИ в обучении, и в частности, при обучении математике, практически не освещены в современных научно-педагогических исследованиях.

Среди этических вопросов, которые важно учитывать, YandexGPT отмечает следующие:

- конфиденциальность данных обучающихся, в том числе используемых для обучения нейросетей;
- справедливость и равенство (обучающиеся с разным социальным

статусом могут не иметь доступа к новым образовательным технологиям, тем более, платным);

- предвзятость алгоритмов ИИ, связанная с данными, на которых обучена нейросеть;

- потеря функции контроля педагога в обучении, связанная с использованием ИИ студентами;

- ответственность за ошибки (на данный момент законодательно не определены не только вопросы авторских прав на контент, произведенный нейросетями, но также не урегулирован вопрос правовой ответственности в случае неверных рекомендаций со стороны ИИ);

- влияние на социальные навыки обучающихся, уровень которых может снижаться при использовании ИИ в качестве средства обучения и уменьшении доли «живого» общения;

- изменение роли педагога.

Последний пункт представляет собой открытое дискуссионное направление, и мы не будем его затрагивать в рамках текущего исследования. Отдельно стоит отметить, что среди спорных вопросов не выделены вопросы академической этики и вопросы снижения мотивации к самостоятельному обучению у студентов при использовании ИИ. На наш взгляд, эти аспекты крайне важны для перспектив развития сферы образования при стремительном развитии технологий ИИ.

Приведем некоторые обучающие платформы и приложения на основе ИИ, которые могут быть использованы при организации обучения математике студентов инженерных вузов, как в аудиторной, так и в самостоятельной работе обучающихся.

1. Платформа Wolfram Alpha, как указано на официальном сайте компании, «сочетает целенаправленные вычисления с генеративным интеллектом, включая большие языковые модели». Встроенный ИИ позволяет не только находить решения уравнений, упрощать выражения и т.д., но и анализировать и

визуализировать данные. Данная платформа может быть использована в основном для проверки решения задач и применения численных методов, пошаговое решение доступно только для платного доступа.

2. Платформа Smodin Omni предоставляет пошаговое решение математических задач, и на официальном сайте указано, что у обучающихся есть «задавать дополнительные вопросы для получения подробных объяснений, что поможет вам глубже понять материал и расширить свою базу знаний. Есть оценщик на основе искусственного интеллекта».

3. Приложение Photomath дает возможность пользователям получить пошаговое решение математической задачи, просто загрузив фотографию с заданием (как печатного варианта текста, так и рукописного).

4. Платформа Microsoft Math Solver не предоставляет пошаговое решение, однако пользователям предлагаются похожие задачи, теоретический материал и проверка знаний в режиме «Викторина».

5. Мобильное приложение Socratic построено на базе искусственного интеллекта Google. «Используя распознавание текста и речи, приложение предлагает вам наиболее релевантные учебные ресурсы». В приложение включены дополнительные математические функции, включая пошаговое решение и построение графиков. Здесь также для получения решения достаточно загрузить фотографию задания.

6. Приложение Maple Calculator на основе ИИ и системы компьютерной математики Maple предоставляет пошаговые решения и возможности графической визуализации. Кроме того, доступна функция проверки рукописного решения задачи.

7. Генеративная нейросеть Grok от компании xAI. Данный сервис не является обучающим

приложением, однако может быть использован для решения математических задач, а также позволяет задавать вопросы по решаемой задаче, в том числе теоретического характера.

8. Генеративная нейросеть Chat GPT от компании Open AI. Так же, как и Grok, может быть использована для решения математических задач и обработки данных. Отличием Chat GPT является способность генерации программного кода для решения задач визуализации и его последующего исполнения внешним модулем.

Отметим также, что существует ряд образовательных платформ на основе технологий ИИ, которые позволяют организовать процесс обучения математике с включением в процесс обучения интерактивных курсов, подбора персонализированных заданий и системы самостоятельного контроля знаний. Обозначим некоторые из них.

1. Khan Academy – образовательная платформа с персонализированным обучением. Система осуществляет подбор заданий для обучающегося исходя из его академических успехов [27]. Образовательный контент в основном представлен в видеоформате.

2. Brainly – это платформа, на которой обучающиеся могут выполнять задания, задавать вопросы и получать ответы от преподавателей и других участников этой платформы [4].

3. Carnegie Learning – это образовательная платформа, на которой представлены программы обучения математике. Платформа использует алгоритм MATHiaU, применяющий искусственный интеллект и машинное обучение для создания персонализированных стратегий обучения математике [25].

4. Smartest Learning – онлайн-платформа, которая предоставляет возможность изучения широкого круга дисциплин, в том числе математики [25]. Обучающие материалы представлены в

формате видеолекций, интерактивных заданий и тестов.

5. Netex Learning – платформа, дающая возможность преподавателям разрабатывать учебные программы с использованием видеоконференций, цифровых дискуссий, персонализированных заданий инструментов анализа эффективности обучения [4].

Таким образом, существует достаточно большое количество платформ и приложений на основе ИИ, которые могут быть использованы при организации обучения математике в инженерном вузе.

Как показал опрос, проведенный в 2023 г. образовательной платформой Skillfactory, среди 1272 студентов вузов Российской Федерации 65% используют нейросети в обучении. При этом 83% студентов используют нейросети для написания текстов, 45% – для написания рефератов и сочинений; 44% – для написания программного кода; 12% – в том числе для подсказок на экзаменах. Для рутинных учебных действий нейросети использует лишь малая часть студентов – 29% опрошенных используют их для перевода текста с иностранных языков, 28% – для создания иллюстраций, 25% – для обработки изображений, 17% – для создания презентаций. Отметим, что среди вариантов ответов не было «решения задач», «выполнения расчетов» и т.д., что не дает возможность объективно оценить фактическое использование нейросетей студентами при обучении математике. Однако, как показывает наш практический опыт, обучающие вузов активно применяют нейросети для решения не только математических задач, но и выполнения заданий по смежным дисциплинам, требующим использования математического аппарата.

Стоит подчеркнуть, что использование нейросетей обучающимися не только ведет к искусственному завышению уровня академической успе-

ваемости студентов, который может не только не соответствовать реальному уровню знаний обучающихся, но и на наш взгляд, может приводить к снижению эффективности обучения в целом. Снижение степени самостоятельности обучающихся, использование ИИ для решения учебных задач может приводить в дальнейшем к тому, что снижается уровень развития мышления у студентов вследствие отсутствия навыков мыслительной деятельности, развиваемых при изучении математических дисциплин. Как справедливо отмечает исследователь сферы инженерного образования С. С. Торбунов, человек должен овладеть простыми видами интеллектуальной деятельности, получившими развитие в предшествующих формах интеллектуальной деятельности, речь идет о формировании культуры мышления, о проблеме формирования сознания и соответствующих этому сознанию типов интеллектуальной, мыслительной деятельности [24].

По определению В.А. Оганесяна, мышление есть активный процесс отражения объективного мира в сознании [19]. Н. В. Апатова и другие ученые подчеркивают, что для развития мышления необходимо, используя имеющуюся информацию, сопоставлять известные данные, находить необходимые (а часто и нетривиальные) логические связи и в результате проведенного анализа формулировать вывод, подтверждающий или опровергающий изначально выдвинутое утверждение [2]. Анализ научно-педагогической литературы позволяет сделать вывод, что использование ИИ, в том числе генеративного, не приводит студентов первых курсов к естественной цели обучения высшей математике – научить логически рассуждать [2].

Следующей важной проблемой, связанной с использованием генеративного ИИ в образовании, является вопрос корректности решений, предоставляемых нейросетями. И. А. Карлов отмечает, что

на данный момент нейросети могут отвечать на некорректно поставленные вопросы, не оценивая их правильность; могут в ответах ссылаться на несуществующие факты и научные публикации; ошибаться в рассуждениях и делать неверные выводы [15]. Так, исследование Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»,

проведенное в 2023 г., показало, что нейросеть Chat GPT 3.5 может допускать ошибки в более половине случаев при решении задач школьного курса информатики (рис. 1). Из предложенной 121 задачи Chat GPT 3.5 не смогла решить 7 из них, причем 52 задачи были решены неверно, и лишь 50 – верно [15].

<p>Правильно</p> <p>50</p> <p>Частично правильно</p> <p>12</p> <p>Неправильно</p> <p>52</p>	Алгоритмы	7	2	7
	Вычислительные задачи на измерение информации	11	3	2
	Кодирование и декодирование	1		7
	Логические задачи	2	1	15
	Написание кода	20	2	1
	Разбор кода	7	3	6
	Системы счисления	2	1	14

Рисунок 1 – Результаты решения задач из школьного курса информатики нейросетью Chat GPT 3.5 [15]

Подобное исследование было проведено в 2024 г. в Томске [13]. Студентам было разрешено использовать генеративные нейросети (чат-боты «Perplexity», «You.com», «Monica») при выполнении заданий по дисциплине «Микроэкономика». В результате было выявлено, что нейросети совершали ошибки в рассуждениях и ссылались на вымышленные данные. Как отмечает М. В. Рыжкова, опасность пользования нейросетями заключается в безусловном доверии студента результатам поиска» [13].

Несмотря на все преимущества ИИ, существуют определенные вызовы и проблемы, связанные с его использованием в образовании, такие как конфиденциальность данных, создание необходимости в дополнительной подготовке педагогов и этические вопросы.

Вопрос распределения ролей педагога и ИИ в обучении представляется нам менее острым. Как подчеркивает Е. А. Кувалдина, учитель – это не просто

передатчик знаний, но и наставник, мотиватор и поддержка для учеников [16]. Исследователи перспектив ИИ в образовании отмечают, что «реальные результаты обучения зависят не от наличия виртуального помощника, а от мотивации, настойчивости и труда самих обучающихся [12]. Вместе с тем, и это направление развития ИИ также переживает период интенсивного роста. В настоящее время идет стремительный процесс обучения ИИ эмоциональному взаимодействию с человеком [17; 26].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, при внедрении генеративного ИИ в образовательный процесс необходимо учитывать не только технические, но и этические и педагогические аспекты. Генеративные нейросети могут быть использованы педагогами для создания учебных курсов и помогают в поиске новых идей при организации

занятий, что позволяет разнообразить процесс обучения, однако не всегда дают оптимальное решение математических задач. Мы полагаем, что для полноценного использования генеративного ИИ в образовании необходима разработка специализированных обучающих систем, ориентированных на диалог с обучающимися и построение персонализиро-

ванных стратегий обучения. Однако вопрос использования других форм ИИ обучающимися остается открытым, поскольку практически невозможно контролировать этот процесс в контексте этических вопросов, в частности, академической честности обучающихся, в современном образовании.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аглямзянова, Г. Н. Компетентностный и контекстный подходы в процессе обучения математике студентов технического направления бакалавриата / Г. Н. Аглямзянова, Л. Е. Волков, Л. З. Гумерова // Проблемы современного педагогического образования. – 2023. – № 81(4). – С. 11–13.
2. Апатова, Н. В. Возможности искусственного интеллекта в обучении высшей математике / Н. В. Апатова, А. И. Гапонов, О. Ю. Смирнова. – DOI: 10.37279/2413-1709-2021-7-2-27-39 // Ученые записки Крымского федерального университета им. В. И. Вернадского. Социология. Педагогика. Психология. – 2021. – №2. – С. 27–39.
3. Бабкина, А. А. Применение искусственного интеллекта в математике / А. А. Бабкина, Н. А. Андрюшечкина. – DOI: 10.24412/2500-1000-2023-11-2-178-181 // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2023. – №11-2(86). – С. 178–180.
4. Белов, М. С. Искусственный интеллект в обучении математике в вузе / М. С. Белов // Современные тенденции естественно-математического образования : материалы XII Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Соликамск : СГПИ; ООО «Типограф», 2023. – С. 3–6.
5. Варданян, А. В. Влияние процессов цифровизации на развитие критического мышления у студентов вузов / А. В. Варданян. – DOI: 10.24412/2500-1000-2023-6-2-115-118 // International Journal of Humanities and Natural Sciences. – 2023. – Vol. 6-2 (81). – Pp. 115–118.
6. Генварева, Ю. А. Использование нейросетей в преподавании высшей математики в техническом вузе / Ю. А. Генварева, Н. Г. Марченкова. – DOI 10.31483/r-109482 // Современные образовательные технологии: психология и педагогика. – 2023. – С. 99–107.
7. Генварева, Ю. А. Современные подходы к преподаванию математики в техническом вузе / Ю. А. Генварева, Н. Г. Марченкова. – DOI: 10.15350/2409-7616.2023.2.04 // ЦИТИСЭ. – 2023. – №2 (36). – С. 50–57.
8. Гриникун, А. В. Роль генеративных нейронных сетей в процессе обучения математике / А. В. Гриникун, Т. А. Захарова, Н. С. Корнева // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования : сборник тезисов докладов международной научной конференции. – Елец : Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, 2023. – С. 186–189.
9. Гулынина, Е. В. Искусственный интеллект и персонализированное обучение: перспективы и вызовы в контексте преподавания математики / Е. В. Гулынина, А. Д. Омарова // Педагогическое образование в России. – 2024. – №4. – С. 82–92.
10. Замыслова, А. И. Практическая направленность обучения математике в техническом вузе / А. И. Замыслова. – DOI: 10.18522/2070-1403-2016-58-5-132-137 // Гуманитарные и социальные науки. – 2016. – №5. – С. 189–196.
11. Иванова, С. В. Модель использования искусственного интеллекта в образовательном процессе вузов / С. В. Иванова, А. В. Азархин. – DOI: 10.24412/2304-120X-2025-11189 // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2025. – №09. – С. 303–317.
12. Ивахненко, Е. Н. ChatGPT в высшем образовании и науке: угроза или ценный ресурс? / Е. Н. Ивахненко, В. С. Никольский. – DOI: 10.31992/0869-3617-2023-32-4-9-22 // Высшее образование в России. – 2023. – Т. 32, №4. – С. 9–22.
13. Использование генеративного искусственного интеллекта в решении образова-

тельных и прикладных задач: экспериментальный подход / М. В. Рыжкова, Т. В. Былкова, Ю. А. Непомнящая, Д. К. Беляк // Искусственный интеллект в решении актуальных социальных и экономических проблем XXI века: сборник статей по материалам Девятой всероссийской научно-практической конференции с международным участием, г. Пермь, ПГНИУ, 17-18 октября 2024 г. – Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2024. – Ч. 2. – С. 61–64. – Текст: электронный. – URL: <https://perm.hse.ru/mirror/pubs/share/974309871.pdf> (дата обращения: 17.11.2025).

14. Карбачинская, Н. Б. Приложение Photomath: положительные и отрицательные факторы влияния на обучение математическим дисциплинам / Н. Б. Карбачинская, Е. Е. Харитонова. – DOI: 10.34130/2233-1277-2022-3-173 // Человек. Культура. Образование. – 2022. – №3 (45). – С. 173–185.

15. Карлов, И. А. Генеративный искусственный интеллект в образовании / И. А. Карлов // Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». – 2023. – Текст: электронный. – URL: https://ioe.hse.ru/data/2023/03/29/2022591510/ChatGPT_Karlov.pdf (дата обращения: 10.09.2025).

16. Кувалдина, Е. А. Возможность замены преподавателя искусственным интеллектом / Е. А. Кувалдина. – DOI: 10.24412/2411-0450-2021-4-1-203-207 // Journal of ecomomy and business. – 2021. – №4-1(74). – С. 203–206.

17. Мамина, Р. А. Эмоциональный искусственный интеллект как инструмент взаимодействия человека и машины / Р. А. Мамина, Е. В. Пирайнен. – DOI 10.32603/2412-8562-2023-9-2-35-51 // ДИСКУРС. – 2023. – Т. 9, № 2. – С. 35–51.

18. Мельничук, Ю. А. Геймификация образовательного процесса как эффективный инструмент улучшения условий обучения / Ю. А. Мельничук. – DOI 10.12737/22523 // Управление персоналом и интеллектуальными ресурсами в России. – 2016. – Т. 5, № 5. – С. 23–29.

19. Методика преподавания математики в средней школе: общая методика: учеб. пос. для физ.-мат. факультетов пед. институтов. / В. А. Оганесян, Ю. М. Колягин, Г. Л. Луканкин, В. Я. Саннинский. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Просвещение, 1980. – 367 с.

20. Мошенина, Е. А. Применение искусственного интеллекта для составления и решения задач, направленных на формирование математической грамотности / Е. А. Мошенина, Т. А. Захарова // Наука в Мегалополисе. Код науки: исследования молодых ученых. – 2024. – №7(63). – Текст: электронный. – URL: <https://mgpu-media.ru/issues/issue-63/innova-tsiionnye-obrazovatelnyie-tekhnologii/primenie-iskusstvennogo-intellekta-dlya-sostavleniya-i-resheniya-zadach-napravlennykh-na-formirovanie-matematicheskoy-gramotnosti.html> (дата обращения: 14.11.2025).

21. Носова, В. И. Искусственный интеллект в образовании / В. И. Носова // Молодой ученый. – 2023. – №49 (496). – С. 190–192.

22. Осадчук, Е. В. Об основных направлениях развития технологий искусственного интеллекта как инструмента научных исследований / Е. В. Осадчук. – DOI: 10.19181/smp.2025.7.1.10 // Управление наукой: теория и практика. – Т. 7, №1. – 2025. – С. 147–157.

23. Симонова, И. Э. Возможности использования искусственного интеллекта в обучении математике (на примере ВолгГТУ) / И. Э. Симонова, А. Б. Симонов, И. А. Тарасова. – DOI: 10.35211/2500-2635-2024-4-60-69-75 // PRIMO ASPECTU. – 2024. – № 4 (60). – С. 69–74.

24. Торбунов, С. С. Культура математического мышления в инженерном образовании / С. С. Торбунов // Сибирский педагогический журнал. – 2005. – №3. – С. 47–56.

25. Уццоко, А. В. Искусственный интеллект в образовании. Применение искусственного интеллекта для обеспечения адаптивности образования / А. В. Уццоко // Вестник науки. – 2023. – №6 (63), Т. 4. – С. 859–866.

26. Федосеева, О. В. К вопросу о создании и развитии эмоционального искусственного интеллекта / О. В. Федосеева // Россия: тенденции и перспективы развития. – 2021. – №16-1. – С. 674–676.

27. Флорина, Т. А. Возможности искусственного интеллекта в изучении высшей математики / Т. А. Флорина, А. А. Баяхметова. – DOI: 10.24412/3007-8946-2024-20-65-69 // In The World Of Science and Education. – 2024. – №20. – Текст: электронный. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=75134264> (дата обращения: 17.11.2025).

28. Черепова, К. Г. Место и роль искусственного интеллекта на уроках математики /

К. Г. Черепова, К. Г. Новикова, О. В. Морен-
шилльот // Молодой ученый. – 2023. – № 45
(492). – С. 127–129.

29. Akgun, S. *Artificial intelligence in
education: Addressing ethical challenges in K-12
settings* / S. Akgun, C. Greenhow. – DOI:
10.1007/s43681-021-00096-7 // *AI and Ethics*. –
2022. – № 2. – Pp. 431–440.

30. Jiang, J. *A review and prospect of
readable machine proofs for geometry theorems* /
J. Jiang, J. Zhong. – DOI:10.1007/s11424-012-
2048-3 // *Journal of Systems Science and Comp-
lexity*. – 2012. – Vol. 25, No 4. – Pp. 802–820.

31. Kulik, J. A. *Effectiveness of Intelligent
Tutoring Systems: A Meta-Analytic Review* /
J. A. Kulik, J. D. Fletcher. DOI: 10.3102/
0034654315581420 // *Review of Educational
Research*. – 2016. – Vol. 86, No. 1. – Pp. 42–78.

32. *Systematic review of research on
artificial intelligence applications in higher
education – where are the educators?* /
O. Zawacki-Richter, V. I. Marín, M. Bond,
F. Gouverneur. DOI: 10.1186/s41239-019-0171-0
// *International Journal of Educational
Technology in Higher Education*. – 2019. – № 16.
– Pp. 1-27.

REFERENCES

1. Aglyamzyanova, G. N. *Competency-based
and contextual approaches in the process of
teaching mathematics to undergraduate students
of the technical direction* / G. N. Aglyamzyanova,
L. E. Volkov, L. Z. Gumerova // *Problems of
modern pedagogical education*. – 2023. – No. 81
(4). – Pp. 11-13.

2. Apatova, N. V. *Potential of Artificial
Intelligence in Teaching Higher Mathematics* /
N. V. Apatova, A. I. Gaponov, O. Yu. Smirnova. –
DOI: 10.37279/2413-1709-2021-7-2-27-39 //
*Scientific Notes of the Crimean Federal University
named after V. I. Vernadsky. Sociology. Ped-
gogy. Psychology*. – 2021. – No. 2. – P. 27-39.

3. Babkina, A. A. *Application of artificial
intelligence in mathematics* / A. A. Babkina,
N. A. Andryushechkina. – DOI:10.24412/2500-
1000-2023-11-2-178-181 // *International journal
of humanities and natural sciences*. – 2023. –
No. 11-2(86). – Pp. 178-180.

4. Belov, M. S. *Artificial Intelligence in
Teaching Mathematics at the University* /
M. S. Belov // *Modern Trends in Natural Sciences
and Mathematics Education: Proceedings of the
XII All-Russian Scientific and Practical
Conference with International Participation*. –
Soli-Kamsk: SGPI; OOO "Tipograf", 2023. –
Pp. 3-6.

5. Vardanyan, A. V. *The Impact of Digita-
lization Processes on the Development of Critical
Thinking in University Students* / A. V. Vardanyan.
– DOI: 10.24412/2500-1000-2023-6-2-115-118 //
*International Journal of Humanities and Natural
Sciences*. – 2023. – Vol. 6-2 (81). – Pp. 115-118.

6. Genvareva, Yu. A. *Using neural networks
in teaching higher mathematics in a technical
university* / Yu. A. Genvareva, N. G. Marchen-

kova. – DOI 10.31483/r-109482 // *Modern
educational technologies: psychology and
pedagogy*. – 2023. – P. 99-107.

7. Genvareva, Yu. A. *Modern approaches to
teaching mathematics in a technical university* /
Yu. A. Genvareva, N. G. Marchenkova. – DOI:
10.15350/2409-7616.2023.2.04 // *CITISE*. – 2023.
– No. 2 (36). – P. 50-57.

8. Grinshkun, A. V. *The Role of Generative
Neural Networks in Teaching Mathematics* / A. V.
Grinshkun, T. A. Zakharova, N. S. Korneva //
*Fundamental Problems of Teaching Mathematics,
Computer Science, and Informatization of
Education: Collection of Abstracts of the
International Scientific Conference*. – Yelets: Yelets
State University named after I. A. Bunina, 2023. –
Pp. 186-189.

9. Gulynina, E. V. *Artificial Intelligence and
Personalized Learning: Prospects and Challenges
in the Context of Teaching Mathematics* /
E. V. Gulynina, A. D. Omarova // *Pedagogical
Education in Russia*. – 2024. – No. 4. – Pp. 82-92.

10. Zamyslova, A. I. *Practical focus of
teaching mathematics in a technical university* /
A. I. Zamyslova. – DOI: 10.18522/2070-1403-
2016-58-5-132-137 // *Humanities and social
sciences*. – 2016. – No. 5. – Pp. 189-196.

11. Ivanova, S. V. *Model of Using Artificial
Intelligence in the Educational Process of
Universities* / S. V. Ivanova, A. V. Azarhin. – DOI:
10.24412/2304-120X-2025-11189 // *Scientific and
Methodological Electronic Journal "Concept"*. –
2025. – No. 09. – Pp. 303-317.

12. Ivakhnenko, E. N. *ChatGPT in Higher
Education and Science: Threat or Valuable
Resource?* / E. N. Ivakhnenko, V. S. Nikolsky. –
DOI: 10.31992/0869-3617-2023-32-4-9-22 //

Higher Education in Russia. – 2023. – Vol. 32, No. 4. – Pp. 9-22.

13. *Using generative artificial intelligence in solving educational and applied problems: an experimental approach* / M. V. Ryzhkova, T. V. Bylkova, Yu. A. Nepomnyashchaya, D. K. Belyak // *Artificial intelligence in solving urgent social and economic problems of the 21st century : a collection of articles based on the materials of the Ninth All-Russian scientific and practical conference with international participation* (Perm, Perm State National Research University, October 17-18, 2024). – Perm: Perm State National Research University, 2024. – Part 2. – Pp. 61-64. – Text: electronic. – URL: <https://perm.hse.ru/mirror/pubs/share/974309871.pdf> (date of access: 17.11.2025).

14. *Karbachinskaya, N. B. Photomath application: positive and negative factors influencing the teaching of mathematical disciplines* / N. B. Karbachinskaya, E. E. Kharitonova. – DOI: 10.34130/2233-1277-2022-3-173 // *Man. Culture. Education*. – 2022. – No. 3 (45). – Pp. 173-185.

15. *Karlov, I. A. Generative Artificial Intelligence in Education* / I. A. Karlov // *National Research University Higher School of Economics*. – 2023. – Text: electronic. – URL: https://ioe.hse.ru/data/2023/03/29/2022591510/ChatGPT_Karlov.pdf (date of access: 10.09.2025).

16. *Kuvaldina, E. A. The possibility of replacing a teacher with artificial intelligence* / E. A. Kuvaldina. – DOI: 10.24412/2411-0450-2021-4-1-203-207 // *Journal of economy and business*. – 2021. – No. 4-1 (74). – P. 203-206.

17. *Mamina, R. A. Emotional Artificial Intelligence as a Tool for Human-Machine Interaction* / R. A. Mamina, E. V. Pirainen. – DOI 10.32603/2412-8562-2023-9-2-35-51 // *DISCOURSE*. – 2023. – Vol. 9, No. 2. – Pp. 35–51.

18. *Melnichuk, Yu. A. Gamification of the educational process as an effective tool for improving learning conditions* / Yu. A. Melnichuk. – DOI 10.12737/22523 // *Personnel and Intellectual Resources Management in Russia*. – 2016. – Vol. 5, No. 5. – P. 23-29.

19. *Methods of Teaching Mathematics in Secondary School: General Methodology: [textbook for the physical and mathematical faculties of pedagogical institutes]. 2nd ed., revised and enlarged* / V. A. Oganessian, Yu. M. Kolyagin, G. L. Lukankin, V. Ya. Sanninsky. – Moscow : Prosveshchenie, 1980. – 367 p.

20. *Moshenina, E. A. Application of Artificial Intelligence for Compiling and Solving*

Problems Aimed at Developing Mathematical Literacy / E. A. Moshenina, T. A. Zakharova // *Science in the Megapolis. Science Code: Research of Young Scientists*. – 2024. – No. 7 (63). – Text: electronic. – URL: <https://mgpu-media.ru/issues/issue-63/innovatsionnye-obrazovatelnye-tekhnologii/primenenie-iskusstvennogo-intellekta-dlya-sostavleniya-i-resheniya-zadach-napravlenykh-na-formirovanie-matematicheskoy-gramotnosti.html> (date of access: 11/14/2025).

21. *Nosova, V. I. Artificial Intelligence in Education* / V. I. Nosova // *Young Scientist*. – 2023. – No. 49 (496). – Pp. 190-192.

22. *Osadchuk, E. V. On the main directions of development of artificial intelligence technologies as a tool for scientific research* / E. V. Osadchuk. – DOI: 10.19181/smtp.2025.7.1.10 // *Science management: theory and practice*. – 2025. – Vol. 7, No. 1. – Pp. 147-157.

23. *Simonova, I. E. Possibilities of Using Artificial Intelligence in Teaching Mathematics (using Volgograd State Technical University as an example)* / I. E. Simonova, A. B. Simonov, I. A. Tarasova. – DOI: 10.35211/2500-2635-2024-4-60-69-75 // *PRIMO ASPECTU*. – 2024. – No. 4 (60). – P. 69-74.

24. *Torbunov, S. S. Culture of Mathematical Thinking in Engineering Education* / S. S. Torbunov // *Siberian Pedagogical Journal*. – 2005. – No. 3. – Pp. 47-56.

25. *Ushcheko, A. V. Artificial Intelligence in Education. Application of Artificial Intelligence to Ensure Adaptability of Education* / A. V. Ushcheko // *Bulletin of Science*. – 2023. – No. 6 (63), Vol. 4. – Pp. 859-866.

26. *Fedoseeva, O. V. On the creation and development of emotional artificial intelligence* / O. V. Fedoseeva // *Russia: trends and development prospects*. – 2021. – No. 16-1. – Pp. 674–676.

27. *Florina, T. A. Possibilities of Artificial Intelligence in Studying Higher Mathematics* / T. A. Florina, A. A. Bayakhmetova. – DOI: 10.24412/3007-8946-2024-20-65-69 // *In The World Of Science and Education*. 2024. No. 20. – Text: electronic. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=75134264> (date of access: 17.11.2025).

28. *Cherepova, K. G. Place and Role of Artificial Intelligence in Mathematics Lessons* / K. G. Cherepova, K. G. Novikova, O. V. Mohrenschildt // *Young Scientist*. – 2023. – No. 45 (492). – Pp. 127-129.

29. *Akgun, S. Artificial intelligence in education: Addressing ethical challenges in K-12 settings* / S. Akgun, C. Greenhow. – DOI:

10.1007/s43681-021-00096-7 // *AI and Ethics*. – 2022. – № 2. – Pp. 431–440.

30. Jiang, J. *A review and prospect of readable machine proofs for geometry theorems* / J. Jiang, J. Zhong. – DOI:10.1007/s11424-012-2048-3 // *Journal of Systems Science and Complexity*. – 2012. – Vol. 25, No 4. – Pp. 802–820.

31. Kulik, J. A. *Effectiveness of Intelligent Tutoring Systems: A Meta-Analytic Review* / J. A. Kulik, J. D. Fletcher. – DOI: 10.3102/00346

54315581420 // *Review of Educational Research*. – 2016. – Vol. 86, No. 1. – Pp. 42–78.

32. *Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education – where are the educators?* / O. Zawacki-Richter, V. I. Marín, M. Bond, F. Gouverneur. – DOI: 10.1186/s41239-019-0171-0 // *International Journal of Educational Technology in Higher Education*. – 2019. – № 16. – Pp. 1–27.



АВТОРЫ

Чудина Екатерина Юрьевна

(Российская Федерация, г. Макеевка)

кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики, «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры» – филиал ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»

E-mail: k.y.chudina@donnasa.ru

ORCID ID: 0009-0003-6779-5776

Жмыхова Татьяна Владимировна

(Российская Федерация, г. Донецк)

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры» – филиал ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»

E-mail: t.v.zhmykhova@donnasa.ru

ORCID ID: 0009-0009-3034-086X

AUTHORS

Chudina Ekaterina Yuryevna

(Russian Federation, Makeevka)

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Donbass National Academy of Civil Engineering and Architecture is a branch of the National Research Moscow State University of Civil Engineering

E-mail: k.y.chudina@donnasa.ru,

ORCID ID: 0009-0003-6779-5776

Zhmykhova Tetiana Vladimirovna

(Russian Federation, Donetsk)

Candidate of Physico-mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Donbass National Academy of Civil Engineering and Architecture is a branch of the National Research Moscow State University of Civil Engineering

E-mail: t.v.zhmykhova@donnasa.ru

ORCID ID: 0009-0009-3034-086X

ВКЛАД АВТОРОВ

Чудина Е.Ю.: *проведение исследования, методология, создание рукописи.*

Жмыхова Т.В.: *проведение исследования, верификация данных, редактирование рукописи.*

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

AUTHOR CONTRIBUTION

Chudina E.Yu.: *research, methodology, and manuscript creation.*

Zhmykhova T.V.: *conducting research, verifying data, and editing the manuscript.*

The authors declared no conflicts of interest

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ

УДК 378.147.091.313:37.035:172.151

EDN TNXSER

DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-69-79

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПАТРИОТИЧЕСКИ НАПРАВЛЕННЫХ
ДИДАКТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ В ПРОЦЕССЕ ПОДГОТОВКИ
БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ****Саввина Ольга Алексеевна, Мельников Роман Анатольевич,
Лукина Вероника Александровна****АННОТАЦИЯ**

В условиях деглобализации мира возрастает роль национально ориентированных методик и практик обучения всем школьным предметам. Однако в существующих отечественных учебниках математики эти обстоятельства практически не учитываются, поэтому в настоящее время назрела острая необходимость включения в содержание методической подготовки учителя математики и физики знаний по проектированию дидактических материалов с воспитательной направленностью.

Задачами исследования являются: всестороннее изучение отечественного и зарубежного опыта патриотического воспитания; отбор и переосмысление наиболее успешных практик реализации воспитательной направленности обучения математике; разработка методики обучения будущих педагогов проектированию патриотически направленных дидактических материалов. В статье рассматривается персоналистический подход, который подразумевает: 1) выявление личностного аспекта при рассмотрении вклада в науку; 2) установление личностно-нравственных ценностей того или иного учёного, применительно к проектированию дидактических материалов по математике и физике; 3) разработку сюжета для составления дидактических материалов по математике. Предложенный подход к проектированию дидактических материалов по математике позволяет будущему педагогу решать задачи патриотического воспитания не только на теоретическом, но и на практическом уровнях.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Патриотическое воспитание в процессе обучения математике и физике, межпредметные связи математики, истории и географии, подготовка учителя.



Для цитирования: Саввина, О. А. Проектирование патриотически направленных дидактических материалов в процессе подготовки будущего учителя математики и физики / О. А. Саввина, Р. А. Мельников, В. А. Лукина. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-69-79 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – Вып. 1 (69). – С.69–79. – EDN TNXSER.

Поступила: 14.12.2025 | Одобрена: 26.02.2026 | Опубликована: 10.03.2026

DESIGN OF PATRIOTICALLY ORIENTED DIDACTIC MATERIALS IN THE PROCESS OF PREPARING A FUTURE TEACHER OF MATHEMATICS AND PHYSICS

Savvina Olga Alekseevna, Melnikov Roman Anatolyevich,
Lukina Veronika Alexandrovna



ABSTRACT

In the context of the world's deglobalization, the role of nationally oriented teaching methods and practices in all school subjects is increasing. However, these circumstances are practically not taken into account in the existing domestic mathematics textbooks, which is why there is an urgent need to include knowledge on the design of didactic materials with an educational focus in the content of the methodological training of mathematics and physics teachers. Purpose. To develop a methodology for teaching the design of patriotically oriented didactic materials in mathematics and physics. The purposeful formation of a patriotic position among students of pedagogical directions, which components are: patriotic attitude (to the Motherland, fellow citizens, etc.), patriotic feelings (love for the Motherland, devotion, etc.), patriotic qualities (loyalty, dedication, readiness for service, etc.), undoubtedly contributes to the development of civic identity. The objectives of the study are: a comprehensive study of domestic and foreign experience in patriotic education; selection and reinterpretation of the most successful practices for implementing the educational focus of mathematics teaching; and development of a methodology for teaching future teachers to design patriotic-oriented didactic materials. The article discusses a personalized approach, which involves: 1) identifying the personal aspect when considering a contribution to science; 2) establishing the personal and moral values of a particular scientist in relation to the design of didactic materials in mathematics and physics; 3) developing a plot for creating didactic materials in mathematics. The proposed approach to the design of didactic materials in mathematics allows future teachers to solve the problems of patriotic education not only at the theoretical but also at the practical level.

KEY WORDS

Patriotic education in the process of teaching mathematics and physics, interdisciplinary connections between mathematics, history, and geography, teacher training.



For citation: Savvina, O. A. Designing Patriotic-Oriented Didactic Materials in the Process of Training Future Mathematics and Physics Teachers / O. A. Savvina, R. A. Melnikov, V. A. Lukina. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-69-79 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. – 2026. – No. 1 (69). – Pp. 69–79. – EDN TNXSER.

Received: 14 December 2025 | Approved: 26 February 2026 | Published: 10 March 2026

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в условиях дегло-
бализации мира тема патриотизма приоб-

рела особую значимость. Появилась вос-
требованность в исследованиях патрио-
тического воспитания с учётом нацио-

нальной специфики. Так, в работе M. Rupar, K. Jamróz-Dolińska, Kołeczek M., M. Sekerdej отражены особенности этого феномена применительно к Польше [22], в статье E. Finell, C. Stevenson – к Финляндии [19], в работе O. Magasu – к Замбии [21], в публикации T. Do и X. H Do T., H. Q. Ngo – к Вьетнаму [18], в статье J. C. Lin, L. Jackson – к Китаю [20], в работе R. Curren, Ch. Dorn – к США [17].

Интерес к патриотическому воспитанию в России как на общественном уровне, так и на научном-педагогическом не отличается устойчивостью: периоды подъема внимания к этой проблеме сменяются периодами угасания.

С середины XIX века осмысление понятия патриотизма находилось в центре дискуссии между западниками и славянофилами. Понятно, что патриотическое воспитание тесно связано с политическими изменениями в России и мире.

Надо признаться, в 1990-х годах на фоне распада СССР патриотическому воспитанию молодежи уделялось мало внимания, но с начала 2000-х гг. интерес к этому аспекту воспитания стал возрастать, о чем свидетельствует выход документов федерального уровня («О государственной программе «Патриотическое воспитание граждан Российской Федерации на 2011 – 2015 гг.»» (Постановление правительства РФ от 5 октября 2010 г. № 795), О государственной программе «Патриотическое воспитание граждан Российской Федерации на 2016-2020 годы» (Постановление правительства РФ от 30 декабря 2015 г. №1493) и др.).

Своевременность выхода этих документов трудно переоценить. В 2013 г. волгоградский исследователь В. Н. Устьянцева свидетельствовала: «Помимо исторических событий в души современных детей врываются голливудские герои, герои из мультфильмов и кинофильмов, о которых они знают все, однако не знают фамилии героев Советского Союза, своих соотечественников, земляков таких, как

А. П. Маресьев, В. Г. Зайцев» [14, с. 395–396].

Академик РАН А. Н. Савенков констатирует, что в России и на постсоветском пространстве выросло не одно поколение людей, которые не знают или плохо знают историю собственной страны. В числе причин этого – цифровизация и информатизация в обществе, искажение истории, низкий уровень мотивации обучающихся, недостаточный уровень квалификации педагогов и другие причины [12].

В России с начала 2020-х гг. отмечается всплеск интереса к решению задач патриотического воспитания как на государственном уровне, так и на научно-теоретическом и практическом. Еще за два года до начала СВО был принят Федеральный закон №304-ФЗ «О внесении изменений в Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» по вопросам воспитания обучающихся». В рамках исполнения этого закона с 1 января 2021 года в России стартовала реализация федерального проекта «Патриотическое воспитание» в рамках национального проекта «Образование». Федеральный проект «Патриотическое воспитание» предполагает «усиление воспитательной компоненты на уроках, во внеурочной деятельности и в дополнительном образовании детей: обучающимся прививаются базовые ценности на уроках, на занятиях по интересам и на массовых мероприятиях».

В Указе Президента «О стратегии национальной безопасности Российской Федерации» от 2 июля 2021 г. и в Указе № 809 от 22 ноября 2022 г. «Об утверждении основ государственной политики по сохранению и укреплению традиционных российских духовно-нравственных ценностей» патриотизму уделяется особое внимание [11]. Из 17 традиционных ценностей в Указе № 809 шесть позиций непосредственно относятся к патриотизму: «патриотизм, гражданственность, служение Отечеству и ответственность за

его судьбу, созидательный труд, историческая память и преемственность поколений, единство народов России» [13].

Решение задач патриотического воспитания предполагает четкое осмысление категории патриотизма. Анализ исследований показывает, что в понимании патриотизма в России и на Западе существуют разночтения. Т. А. Чикаева пишет: «Для западного человека Родина отождествляется с государством, это механизм, институты, которые работают хорошо или плохо. Отношение западного человека и Родины-государства прагматичны: где хорошо, там и Родина, станет лучше где-то, он с легкостью переберется туда. Патриотизм в западном обществе не противоречив, человек любит то, что с точки зрения разума достойно любви и уважения, между чувствами и мыслями нет противоречий... Если рассматривать Родину так же, как ее понимают на Западе, то вполне разумным является космополитический проект, где личность является единственным социальным субъектом. Но в этом проекте нет места особенно, народам, нациям, а единичным социальный субъект слишком слаб, чтобы осуществлять всё необходимое» [16, с. 39].

Действительно, Папа Римский Иоанн-Павел II отмечал, что «народы Западной Европы в принципе не боятся утратить свою национальную идентичность. Французы не боятся перестать быть французами из-за вступления в Евросоюз, то же касается испанцев, итальянцев и других» [3, с. 137].

В России Родину рассматривают иначе – как святыню, духовную ценность. Так, русский философ И. А. Ильин утверждал: «Родина есть нечто от духа и для духа. И тот, кто не живет духом, тот не будет иметь Родины; и она останется для него темною загадкою и странно ненужностью» (И. А. Ильин. О России. Три речи. 1926-1933. София, изд. «За Россию», 1934). Святой праведный Иоанн Кронштадтский разделял земное Отече-

ство и небесное Отечество. Он писал: «Люби отечество земное... оно тебя воспитало, отличило, почтило, всем довольствует; но особенно люби отечество небесное... то отечество несравненно дороже этого, потому что оно свято и праведно, нетленно» [4, с. 287].

Россия – самая большая по территории, самобытная многонациональная страна, с древней историей, великой культурой и наукой, выдающимися достижениями во всех сферах человеческой жизнедеятельности (духовной и материальной), с огромным пантеоном святых, национальных героев и ученых. Каждая из этих характеристик России может послужить основой для отбора содержания воспитательной работы.

Исследователи А. С. Фетисов, Ю. В. Кудинова и Н. В. Башкирева отмечают, что в современной образовательной практике востребована выработка наиболее эффективных форм, приёмов, методов организации патриотической работы с обучающимися, что обуславливает необходимость проектирования исследователями различных моделей организации воспитательного процесса, способствующего формированию патриотизма [15]. Ими же разработана педагогическая модель организации патриотически направленного воспитательного процесса в общеобразовательных организациях на основе сохранения и популяризации памяти о защитниках Отечества [15].

В решение задач патриотического воспитания свой вклад вносят все школьные предметы. И математика не является исключением.

Высоким патриотическим потенциалом обладает история математики и математического образования, о чём уже сообщалось нами ранее [8]. Сюжетные линии использования истории математики показаны в работах И. М. Смирновой [10], Т. С. Поляковой [7], А. И. Дзундзы [2].

В исследовании Е. И. Скафы и И. В. Шевелевой определены формы, методы и технологии обучения патриотического воспитания: интегрированные уроки, связывающие математику и историю, математику и физику, математику и краеведение; интерактивные методы обучения заданиям краеведческой и военной направленности; информационные технологии, обеспечивающие проведение тематических игр, конкурсов, викторин; проектная деятельность обучающихся [9].

В статье О. А. Павловой «представлены основные направления учебных проектов, позволяющих осуществлять патриотическое воспитание в обучении математике и в подготовке будущего учителя математики» [6, с. 35].

В исследовании В. Ю. Бодрякова описаны подходы к формированию гражданственности и гражданской позиции подрастающего поколения и приведены интересные примеры изучения и практического освоения математических моделей с военно-прикладным содержанием, а также выполнения лабораторных работ по математике с историко-географическим содержанием [1].

Одним из самых распространенных средств патриотического воспитания является использование задач с патриотической фабулой. Анализ школьных учебников показал, что в них практически отсутствуют такие задачи, поэтому учителям в будущей профессиональной деятельности потребуется умение самим конструировать патриотически направленные задачи.

Цель статьи – разработать методику обучения проектированию патриотически направленных дидактических материалов по математике.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В исследовании использовался комплекс методов и теоретических подходов. Цивилизационный и аксиологи-

ческий подходы позволили определить объем и содержание понятия патриотизма. Анализ нормативно-правовых документов и публикаций последних десятилетий позволил определить роль и место патриотизма в разные исторические периоды России. Синтез, сравнение и обобщение педагогического опыта в сочетании с персоналистическим подходом стали основой для разработки алгоритма проектирования задач с патриотической фабулой.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В настоящее время разработано довольно разнообразное методическое обеспечение по школьному и вузовскому курсам математики. Тем не менее, очевиден недостаток научно обоснованных теоретико-методологических концепций проектирования патриотического воспитания в процессе обучения математике.

Ранее мы уже обращали внимание на то, что история отечественного математического образования представляет собой уникальную культурную ценность, вымывание которой из подготовки учителя недопустимо. Одной из целей изучения истории отечественного математического образования является воспитание у будущего педагога патриотизма [8].

Изучая историю открытия научного факта и преломляя ее к своей будущей деятельности, студенты ощущают причастность к истории своей Родины, испытывают чувство гордости за достижения соотечественников, а также привязанность к своей Отчизне, что опосредованно стимулирует желание внести посильный вклад в развитие Родины (на местном и глобальном уровнях).

Для отбора содержания реализации задач патриотического воспитания применим персоналистический подход, логика применения которого раскрывается через последовательность следующих этапов. В качестве первоисточника рассматривается открытие, сделанное отече-

ственным учёным. Затем исследуется его биография, выявляются нравственные качества и соответствующие межпредметные знания, благоприятствующие раскрытию патриотического контекста. На завершающем этапе выбирается математический факт (тема, модель), формулируется фабула математической задачи.

В силу специфики предложенного подхода разработка дидактических материалов носит междисциплинарный характер и предполагает привлечение широких сведений из истории России и Всемирной истории, истории науки, математики, физики, географии и пр.

Рассмотрим внедрение предложенного подхода к обучению студентов проектированию дидактических материалов на примере открытия лазера. Как известно, в изобретении лазера участвовали трое учёных: Н. Г. Басов (1922–2001), А. М. Прохоров (1916–2002) и Чарльз Хард Таунс (1915–2015) [5].

Поскольку наш вуз географически располагается в Липецкой области, то в качестве персоналии выбираем нашего земляка – Николая Геннадьевича Басова.

Студентам предлагалось изучить биографию этого учёного, выделив три сюжетные линии: биография, личностные качества, научные открытия.

В биографии учёного были выявлены факты, которые могут быть использованы в проектировании дидактических материалов: участие в Великой Отечественной войне, служение отечественной науке.

Пройдя курсы ассистента врача в военной медицинской академии, Николай Басов добровольцем ушёл на фронт. В 1942 году был направлен в Киевское военно-медицинское училище, а в 1943 году – на 1-й Украинский фронт (20 октября 1943 г. Воронежский фронт был переименован в 1-й Украинский фронт), переименование было обусловлено тем, что ставилась задача освобождения Украины. Н. Г. Басов начал служить в батальоне химической защиты, в качестве ассистента врача. На передовой Николай

Геннадьевич Басов делал операции, спасал жизни солдат.

В результате анализа этих фактов была выявлена сюжетная ситуация: «Участие Н. Г. Басова в освобождении Украины в составе 1-го Украинского фронта». Студентам было предложено сконструировать для этой ситуации задачи по темам «Тригонометрия» и «Степени и корни». В результате было составлено несколько задач. Приведём примеры сконструированных задач.

Задача 1 (тема «Теорема косинусов»). В конце 1943 г. 1-й Украинский фронт освободил Житомир и Коростень, а 2-й Украинский фронт в начале 1944 г. – Умань. Затем оба фронта нанесли удары по немецкой группировке в Каменец-Подольске. Под каким углом встретились удары фронтов, если считать, что главные удары наносились из городов Житомира и Умань. Ответ округлите до целых.

Расстояние между Уманью и Житомиром 203 км, между Уманью и Каменец-Подольском – 267 км, между Житомиром и Каменец-Подольском – 232 км.

Решение. Обозначим вершины треугольника, образованного городами Каменец-Подольский, Житомир и Умань соответственно через K , J и U (Рисунок 1). Тогда, зная расстояния между вершинами этого треугольника, запишем $KJ = 232$, $UK = 267$, $UJ = 203$.

Далее воспользуемся теоремой, косинусов: $UJ^2 = KJ^2 + UK^2 - 2KJ \cdot UK \cdot \cos \alpha$.

Откуда, подставляя соответствующие числа, получим

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= 0,68, \text{ тогда} \\ \alpha &= \arccos 0,68 \approx 47^\circ. \end{aligned}$$

На эту же тему была сконструирована также другая задача.

Задача 2 (тема «Теорема косинусов»). Определить градусную меру угла, под которым наводчик артиллерийского орудия, дислоцированного в Житомире, будет видеть цель, находящуюся в городе Каменец-Подольске, а также своего коллегу, местоположение которого находится в г. Умань, чтобы синхронизировать с ним огонь.

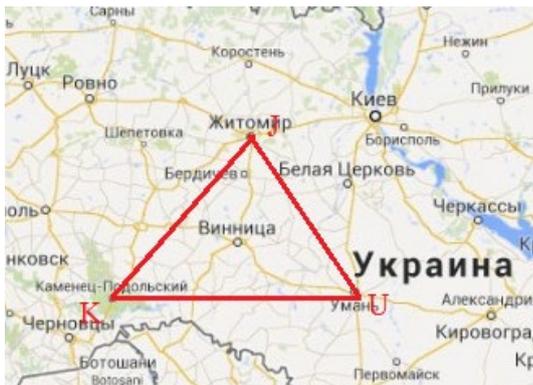


Рисунок 1 – Расположение городов на карте

Задача 3 (тема «Степени и корни»).

Изобретатель лазера Н. Г. Басов участвовал в составе 1-го Украинского фронта. В результате наступательной операции 1-го Украинского и 2-го Украинских фронтов была освобождена Украина. Вычислив выражение, найдите год полного освобождения территории Украины $6^8 : (2^5 \cdot 3^3)$

Ответ: 1944 год.

Рассмотрим теперь историю открытий в области авиации. Известного отечественного механика Николая Егоровича Жуковского (1847–1921) справедливо и заслуженно называют «отцом русской авиации». В 1898 году на X съезде естествоиспытателей и врачей в Киеве профессор Н. Е. Жуковский прозорливо высказал мысль: «Человек не имеет крыльев и по отношению веса своего тела к весу мускулов в 72 раза слабее птицы... Но я думаю, что он полетит, опираясь не на силу своих мускулов, а на силу своего разума». Его же считают реформатором преподавания механики в высшей технической школе. Он предложил отказаться от аналитического стиля чтения лекций по теоретической механике, восходящего к Лагранжу, введя взамен ему векторный метод и сместил акцент на рассмотрение методов решения практико-ориентированных задач. Одним из его главных учеников и соратников был Сергей Алексеевич Чаплыгин (1869–1942) – видный отечественный математик и механик, один из основоположников современной аэро-

механики и аэродинамики, также наш земляк.

Студентам можно предложить реконструировать биографии Н. Е. Жуковского и С. А. Чаплыгина. Установить и кратко описать период их сотрудничества, выявить вклад учёных в формирование и развитие наук естественно-научного цикла. Установить роль С. А. Чаплыгина в развитии педагогического образования в Москве. Отобрать их воззрения, высказывания, а также действия (поступки), несущие отпечаток патриотичности и составить задачи с патриотическим содержанием.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время ощущается острая необходимость обучения будущих учителей математики и физики умениям проектировать патриотически направленные дидактические материалы на основе использования исторических фактов и сюжетов.

Предложенный подход к проектированию дидактических материалов позволяет решать обучающие и воспитательные цели согласованно и имеет универсальный характер. Опыт реализации этого подхода может быть распространён на другой предметный материал.

Описанные сюжетные ситуации целесообразно использовать как частно-методические задания на занятиях по

методике обучения математике или взять за основу для разработки исследо-

вательского проекта (или курсовой работы) с последующей его защитой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бодряков, В. Ю. *Формирование гражданской ответственности и патриотизма подрастающего поколения российских граждан в предметной деятельности при обучении математике* / В. Ю. Бодряков // *Запад, восток и Россия : вопросы всеобщей истории*. – 2024. – № 27. – С. 228–244.
2. Дзундза, А. И. *Математическое обучение как средство патриотического воспитания цифрового поколения* / А. И. Дзундза, В. А. Цапов // *Дидактика математики: проблемы и исследования*. – 2019. – Вып. 50. – С. 41–47.
3. Иоанн Павел II. *Память и идентичность* / Иоанн Павел II. – Москва : Изд-во францисканцев, 2007. – С. 137.
4. Иоанн Кронштадтский, св. прав. *Моя жизнь во Христе : полное юбилейное издание, посвященное столетию со дня кончины праведного Иоанна Кронштадтского / св. праведный Иоанн Кронштадтский*. – Кронштадт : Мемориальная квартира св. Иоанна Кронштадтского. – Москва : Ковчег, 2009. – 974 с.
5. Мельников, Р. А. *Академик Николай Геннадиевич Басов (к 100-летию юбилею со дня рождения)* / Р. А. Мельников, О. А. Саввина. – DOI: 10.47639/0130-5522_2022_8_3 // *Физика в школе*. – 2022. – № 8. – С. 3–8.
6. Павлова, О. А. *Патриотическое воспитание в обучении математике и в подготовке будущего учителя математики* / О. А. Павлова // *Воспитание школьников*. – 2019. – № 3. – С. 35–42.
7. Полякова, Т. С. *История математического образования в России* / Т. С. Полякова. – Москва : Ленанд, 2021. – 600 с.
8. Саввина, О. А. *Патриотическая направленность курса «История отечественного математического образования»* / О. А. Саввина. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-57-54-59 // *Дидактика математики : проблемы и исследования*. – 2023. – Вып. 1(57). – С. 54–59.
9. Скафа, Е. И. *Формирование патриотизма у обучающихся на уроках математики: диагностический этап* / Е. И. Скафа, И. В. Шевелева. – DOI 10.24412/2079-9152-2025-65-75-84 // *Дидактика математики : проблемы и исследования*. – 2025. – № 1(65). – С. 75–84.
10. Смирнова, И. М. *Воспитание патриотизма при обучении математике* / И. М. Смирнова. DOI: 10.31862/1819-463X-2023-3-201-208 // *Наука и школа*. – 2023. – № 3. – С. 201–208.
11. *Стратегия развития воспитания в Российской Федерации до 2030 года [проект]*. – URL: <https://www.tspk-mo.ru/storage/app/uploads/public/677f92f32d/677f9232dbf5d315262788.pdf> (дата обращения: 2.06.2025). – Текст : электронный.
12. Савенков, А. Н. *Национальное политико-правовое развитие и основные идеи философии права в России (часть I)* / А. Н. Савенков. – DOI: 10.24412/1608-8794-2024-4-17-43 // *Правовая политика и правовая жизнь*. – 2024. – № 4. – С. 17–43.
13. Указ Президента РФ от 09.11.2022 N 809 «Об утверждении основ государственной политики по сохранению и укреплению традиционных российских духовно-нравственных ценностей». – URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202211090019> (дата обращения 12.04.2024). – Текст : электронный.
14. Устьянцева, В. Н. *Задачи с исторической фабулой как средство военно-патриотического воспитания на уроках математики* / В. Н. Устьянцева // *Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона*. – 2013. – № 15. – С. 395–399.
15. Фетисов, А. С. *Педагогическая модель организации воспитательного процесса в общеобразовательных организациях на основе сохранения и популяризации памяти о защитниках Отечества* / А. С. Фетисов, Ю. В. Кудинова, Н. В. Башикирева // *Перспективы науки и образования*. – 2025. – № 4. – С. 232–253. – <https://doi.org/10.32744/pse.2025.4.15>.
16. Чикаева, Т. А. *Русское и западное понимание того, что есть Родина* / Т. А. Чикаева // *Ежегодная богословская конференция Православного Свято-Тихоновского гуманитарного университета*. – 2025. – № 1(65). – С. 75–84.

тарного университета. – 2023. – № 33. – С. 38–41.

17. Curren, R. *Patriotic Education in a Global Age: A brief introduction*. *Journal of Social Philosophy* / R.Curren, Ch.Dorn. – 2021. Vol. 52 (3). – Pp. 377–382. – <https://doi.org/10.1111/josp.1242929>. (date of access 12.09.2025). – Text: electronic.

18. Do, T. *Patriotism: The Philosophical Foundation of the Vietnamese People and its Manifestations in the Rural Villages* / T. Do, H. Q. Ngo // *Journal of the International Society for the Study of Vernacular Settlements*. – 2023. – Vol. 10 (4). – P. 119–133

19. Finell, E. *Interpersonal bonds with fellow nationals, blind patriotism and preference for Immigrants' acculturation* / E. Finell, C. Stevenson // *Scandinavian Journal of Psychology*. – 2022. – Vol. 63. – Pp. 383–392. – <https://doi.org/10.1111/sjop.12817>.

20. Lin, J. C. *Patriotism in moral education: Toward a rational approach in China* / J. C. Lin, L. Jackson // *Journal of Moral Education*. – 2022. – Vol. 52(3). – Pp. 343–361. – <https://doi.org/10.1080/03057240.2022.2136148>

21. *Youth and Patriotism in Zambia: is Voting the Only Way to Show Patriotism?* / Magasu O., Lungu L., Kamboni L., Jive L., Chilfya L. // *Asian Journal of Education and Social Studies*. – 2022. – Vol. 27 (2). – Pp. 40–46. – <https://doi.org/10.9734/AJESS/2022/v27i230653>.

22. *Is patriotism helpful to fight the crisis? The role of constructive patriotism, conventional patriotism, and glorification amid the COVID-19 pandemic* / Rupa M., Jamróz-Dolińska K., Koleczek M., Sekerdej M. // *European Journal of Social Psychology*. – 2021. – Vol. 51 (6). – Pp. 862–877. – <https://doi.org/10.1002/ejsp.2777>.

REFERENCES

1. Bodryakov, V. Yu. *Formirovaniye grazhdanstvennosti i patriotizma podrastayushchego pokoleniya rossiyskikh grazhdan v predmetnoy deyatel'nosti pri obuchenii matematike* [Formation of Civic Consciousness and Patriotism in the Younger Generation of Russian Citizens through Subject Activities in Teaching Mathematics] / V. Yu. Bodryakov // *Zapad, vostok i Rossiya : voprosy vseobshchey istorii*. – 2024. – № 27. – Pp. 228–244.

2. Dzundza, A. I. *Matematicheskoye obucheniye kak sredstvo patrioticheskogo vospitaniya tsifrovogo pokoleniya* [Mathematical Education as a Means of Patriotic Education for the Digital Generation] / A. I. Dzundza, V. A. Tsapov // *Didaktika matematiki: problemy i issledovaniya*. – 2019. – № 50. – Pp. 41–47.

3. John Paul II. *Pamyat i identichnost* [Memory and Identity] / John Paul II. – Moscow : Franciscan Publishing House, 2007. – Pp. 137.

4. John of Kronstadt, St. Righteous. *Moya zhizn vo Khriste : polnoye yubileynoye izdaniye, posvyashchennoye stoletiyu so dnya konchiny pravednogo Ioanna Kronshtadtskogo* [My Life in Christ: Complete Jubilee Edition Dedicated to the Centenary of the Death of Righteous John of Kronstadt] / St. Righteous John of Kronstadt. – Kronstadt : Memorial Apartment of St. John of Kronstadt. – Moscow : Kovcheg, 2009. – 974 p.

5. Melnikov, R. A. *Akademik Nikolay Genadiyevich Basov (k 100-letnemu yubileyu so dnya rozhdeniya)* [Academician Nikolay Gen-

nadiyevich Basov (On the 100th Anniversary of His Birth)] / R. A. Melnikov, O. A. Savvina // *Fizika v shkole*. – 2022. – № 8. – Pp. 3–8. DOI: 10.47639/0130-5522_2022_8_3.

6. Pavlova, O. A. *Patrioticheskoye vospitaniye v obuchenii matematike i v podgotovke budushchego uchitelya matematiki* [Patriotic Education in Teaching Mathematics and in the Training of Future Mathematics Teachers] / O. A. Pavlova // *Vospitaniye shkolnikov*. – 2019. – № 3. – Pp. 35–42.

7. Polyakova, T. S. *Istoriya matematicheskogo obrazovaniya v Rossii* [History of Mathematical Education in Russia] / T. S. Polyakova. – Moscow : Lenand, 2021. – 600 p.

8. Savvina, O. A. *Patrioticheskaya napravlenost kursa "Istoriya otechestvennogo matematicheskogo obrazovaniya"* [Patriotic Orientation of the Course "History of Russian Mathematical Education"] / O. A. Savvina // *Didaktika matematiki : problemy i issledovaniya*. – 2023. – № 1(57). – Pp. 54–59. – DOI 10.24412/2079-9152-2023-57-54-59.

9. Skafa, E. I. *Formirovaniye patriotizma u obuchayushchikhsya na urokakh matematiki: diagnosticheskiy etap* [Formation of Patriotism in Students at Mathematics Lessons: Diagnostic Stage] / E. I. Skafa, I. V. Sheveleva // *Didaktika matematiki : problemy i issledovaniya*. – 2025. – № 1(65). – Pp. 75–84. – DOI 10.24412/2079-9152-2025-65-75-84.

10. Smirnova, I. M. *Vospitaniye patriotizma pri obuchenii matematike [Fostering Patriotism in Teaching Mathematics]* / I. M. Smirnova // *Nauka i shkola*. – 2023. – № 3. – Pp. 201–208. DOI: 10.31862/1819-463X-2023-3-201-208.

11. *Strategiya razvitiya vospitaniya v Rossiyskoy Federatsii do 2030 goda [proyekt] [Strategy for the Development of Education in the Russian Federation until 2030 (draft)]*. – URL: <https://www.tspk-mo.ru/storage/app/uploads/public/677f92/32d/677f9232dbf5d315262788.pdf> (accessed: 2.06.2025). – Text : electronic.

12. Savenkov, A. N. *Natsionalnoye politiko-pravovoye razvitiye i osnovnyye idei filosofii prava v Rossii (chast I) [National Political and Legal Development and the Main Ideas of the Philosophy of Law in Russia (Part I)]* / A. N. Savenkov // *Pravovaya politika i pravovaya zhizn*. – 2024. – № 4. – Pp. 17–43. – DOI: 10.24412/1608-8794-2024-4-17-43.

13. Ukaz Prezidenta RF ot 09.11.2022 N 809 "Ob utverzhdenii osnov gosudarstvennoy politiki po sokhraneniyu i ukrepleniyu traditsionnykh rossiyskikh dukhovno-nravstvennykh tsennostey" [Decree of the President of the Russian Federation of 09.11.2022 No. 809 "On Approval of the Foundations of State Policy for the Preservation and Strengthening of Traditional Russian Spiritual and Moral Values"]. – URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202211090019> (accessed 12.04.2024). – Text : electronic.

14. Ustyantseva, V. N. *Zadachi s istoricheskoy fabuloy kak sredstvo voyenno-patrioticheskogo vospitaniya na urokakh matematiki [Problems with a Historical Narrative as a Means of Military-Patriotic Education in Mathematics Lessons]* / V. N. Ustyantseva // *Matematicheskiy vestnik pedvuzov i universitetov Volgo-Vyatskogo regiona*. – 2013. – № 15. – Pp. 395–399.

15. Fetisov, A. S. *Pedagogicheskaya model organizatsii vospitatelnogo protsessa v obshche-obrazovatelnykh organizatsiyakh na osnove sokhraneniya i populyarizatsii pamyati o zashchitnikakh Otechestva [Pedagogical Model of Organizing the Educational Process in General Education Institutions Based on Preserving and*

Popularizing the Memory of the Defenders of the Fatherland] / A. S. Fetisov, Yu. V. Kudinova, N. V. Bashkireva // *Perspektivy nauki i obrazovaniya*. – 2025. – № 4. – Pp. 232–253. – <https://doi.org/10.32744/pse.2025.4.15>.

16. Chikayeva, T. A. *Russkoye i zapadnoye ponimaniye togo, chto yest Rodina [Russian and Western Understanding of What is the Motherland]* / T. A. Chikayeva // *Yezhegodnaya bogoslovskaya konferentsiya Pravoslavnogo Svyato-Tikhonovskogo gumanitarnogo universiteta*. – 2023. – № 33. – Pp. 38–41.

17. Curren, R. *Patriotic Education in a Global Age: A brief introduction*. *Journal of Social Philosophy* / R. Curren, Ch. Dorn. – 2021. Vol. 52 (3). – Pp. 377–382. – <https://doi.org/10.1111/josp.1242929>

18. Do, T. *Patriotism: The Philosophical Foundation of the Vietnamese People and its Manifestations in the Rural Villages* / T. Do, H. Q. Ngo // *Journal of the International Society for the Study of Vernacular Settlements*. – 2023. – Vol. 10 (4). – P. 119–133.

19. Finell, E. *Interpersonal bonds with fellow nationals, blind patriotism and preference for Immigrants' acculturation* / E. Finell, C. Stevenson // *Scandinavian Journal of Psychology*. – 2022. – Vol. 63. – Pp. 383–392. – <https://doi.org/10.1111/sjop.12817>.

20. Lin, J. C. *Patriotism in moral education: Toward a rational approach in China* / J. C. Lin, L. Jackson // *Journal of Moral Education*. – 2022. – Vol. 52(3). – Pp. 343–361. – <https://doi.org/10.1080/03057240.2022.2136148>

21. *Youth and Patriotism in Zambia: is Voting the Only Way to Show Patriotism?* / Magasu O., Lungu L., Kamboni L., Jive L., Chilfya L. // *Asian Journal of Education and Social Studies*. – 2022. – Vol. 27 (2). – Pp. 40–46. – <https://doi.org/10.9734/AJESS/2022/v27i230653>.

22. *Is patriotism helpful to fight the crisis? The role of constructive patriotism, conventional patriotism, and glorification amid the COVID-19 pandemic* / Rupař M., Jamrůz-Dolińska K., Koleczek M., Sekerdej M. // *European Journal of Social Psychology*. – 2021. – Vol. 51 (6). – Pp. 862–877. – <https://doi.org/10.1002/ejsp.2777>.

АВТОРЫ

Саввина Ольга Алексеевна
(Российская Федерация, г. Елец)
доктор педагогических наук, профессор,

AUTHORS

Savvina Olga Alekseevna
(Russian Federation, Yelets)
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,

профессор кафедры математики, информатики, физики и методики обучения федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина»

E-mail: oas5@mail.ru

ORCID ID: 0000-0002-0866-6945

Scopus Author ID: 57197816692

Мельников Роман Анатольевич

(Российская Федерация, г. Елец)

кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики, информатики, физики и методики обучения федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина»

E-mail: roman_elets_08@mail.ru

ORCID ID: 0000-0003-4498-2459

Scopus Author ID: 57199329736

Лукина Вероника Александровна

(Российская Федерация, г. Елец)

магистрант федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина»

E-mail: nika35485@gmail.com

Professor of the Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods at the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Yelets State University named after I. A. Bunin"

E-mail: oas5@mail.ru

ORCID ID: 0000-0002-0866-6945

Scopus Author ID: 57197816692

Melnikov Roman Anatolyevich

(Russian Federation, Yelets)

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods at the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Yelets State University named after I.A. Bunin"

E-mail: roman_elets_08@mail.ru

ORCID ID: 0000-0003-4498-2459

Scopus Author ID: 57199329736

Lukina Veronika Alexandrovna

(Russian Federation, Yelets)

Master's Degree Student, at the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Yelets State University named after I.A. Bunin"

E-mail: nika35485@gmail.com

ВКЛАД АВТОРОВ

Саввина О. А.: руководство исследованием, создание рукописи и ее редактирование

Мельников Р. А.: концептуализация, проведение исследования, визуализация, администрирование проекта

Лукина В. А.: проведение исследования, конструирование текстов математических задач

AUTHOR CONTRIBUTION

Savvina O. A.: research management, manuscript creation, and editing

Melnikov R. A.: conceptualization, research, visualization, and project administration

Lukina V. A.: conducting research and constructing mathematical problem texts

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

The authors declared no conflicts of interest

МЕТОДИЧЕСКАЯ НАУКА – УЧИТЕЛЮ
МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

УДК 37.091.33.011.3-052:515.142

EDN TOFUJC

DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-80-90

КООРДИНАТНЫЙ МЕТОД КАК ИНСТРУМЕНТ
ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯАртюхина Мария Сергеевна, Напалков Сергей Васильевич,
Мозговая Мария Александровна, Шкрябко Никита Андреевич

АННОТАЦИЯ

Статья посвящена проблеме формирования функциональной математической грамотности школьников в контексте современных социально-экономических вызовов. Цель исследования заключается в теоретическом и методическом обосновании ключевой роли координатного метода как системообразующего инструмента для достижения данной образовательной цели. В работе проанализированы существующие подходы к определению функциональной математической грамотности (компетентностный и системно-деятельностный) и выделены её структурные компоненты. Координатный метод, будучи универсальным «языком перевода» между алгеброй и геометрией, выходит за рамки частного приёма. Он способствует развитию критического мышления и когнитивных навыков, способности к математическому моделированию и решению прикладных задач, что составляет основу функциональной грамотности. На практических примерах, включая задачи с параметрами из ЕГЭ и межпредметные задачи (физика), продемонстрирована эффективность метода и его интегративный потенциал. Особое внимание уделено использованию динамической среды GeoGebra для наглядной визуализации и исследовательской деятельности, усиливающей понимание и мотивацию учащихся. Целенаправленное изучение координатного метода преодолевает фрагментарность школьного курса и формирует у учащихся целостное восприятие математики как универсального инструмента познания и деятельности.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Функциональная грамотность, математическая грамотность, координатный метод, задачи с параметром, динамическая среда GeoGebra.



Для цитирования: Координатный метод как инструмент формирования функциональной математической грамотности обучающихся / М. С. Артюхина, С. В. Напалков, М. А. Мозговая, Н. А. Шкрябко. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-80-90 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – Вып. 1 (69). – С.80–90. – EDN TOFUJC.

Поступила: 19.12.2025 | Одобрена: 26.02.2026 | Опубликована: 10.03.2026

THE COORDINATE METHOD AS A TOOL FOR THE FORMATION OF FUNCTIONAL MATHEMATICAL LITERACY OF STUDENTS

Artyukhina Maria Sergeevna, Napalkov Sergey Vasilyevich,
Mozgovaya Maria Alexandrovna, Shkryabko Nikita Andreevich

ABSTRACT

The article is devoted to the problem of the formation of functional mathematical literacy of schoolchildren in the context of modern socio-economic challenges. The aim of the research is to provide a theoretical and methodological justification of the key role of the coordinate method as a system-forming tool for achieving the set educational goal. The article analyzes the existing approaches to the definition of functional mathematical literacy (competence-based and system-activity-based) and identifies its structural components. The coordinate method, being a universal "translation language" between algebra and geometry, goes beyond the scope of a specific methodology. It promotes the development of critical thinking and cognitive skills, the ability to mathematically model and solve applied problems, which forms the basis of functional literacy. Practical examples, including tasks with parameters from the Unified State Exam and interdisciplinary tasks (physics), demonstrate the effectiveness of the method and its integrative potential. Special attention is paid to the use of the dynamic GeoGebra environment for visual visualization and research activities that enhance students' understanding and motivation. The purposeful study of the coordinate method overcomes the fragmentation of the school course and forms students' holistic perception of mathematics as a universal tool of cognition and activity.

KEY WORDS

Functional literacy, mathematical literacy, coordinate method, problems with a parameter, GeoGebra dynamic environment.

For citation: The coordinate method as a tool for the formation of functional mathematical literacy of students / M. S. Artyukhina, S. V. Napalkov, M. A. Mozgovaya, N. A. Shkryabko. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-80-90 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. – 2026. – No. 1 (69). – Pp. 80–90. – EDN TOFUJC.

Received: 19 December 2025 | Approved: 26 February 2026 | Published: 10 March 2026

ВВЕДЕНИЕ

Ключевым требованием, предъявляемым к личности в контексте современных динамичных социально-экономических трансформаций, становится не только адаптивность, но и потенциал для самореализации и самоактуализации [1]. Внимание на процессы саморазвития, самореализации и самоактуализации личности сместили фокус педагогического внимания на повышение роли субъектности в

познавательном процессе, воспитание таких качеств, как способность взять на себя ответственность, креативность, рефлексивность, умение работать в коллективе, наряду со способностью решать стандартные жизненные задачи в различных сферах жизни и деятельности на основе прикладных знаний [7]. Основным инструментарием для полноценного включения индивида в жизнь социума, обеспечивая его прикладными компетенциями, необходимыми для решения по-

вседневных задач, адаптации к изменяющимся условиям, критической оценки информации и принятия обоснованных решений является формирование функциональной грамотности. Неспособность к эффективному взаимодействию с окружающей средой, пониманию её норм и операциям с её данными существенно ограничивает возможности личностного развития и самореализации.

В рамках международного исследования PISA предложены следующие виды функциональной грамотности личности:

- 1) читательская грамотность;
- 2) математическая грамотность;
- 3) естественнонаучная грамотность;
- 4) финансовая грамотность;
- 5) креативное мышление;
- 6) глобальные компетенции [9].

В научной литературе наблюдается отсутствие единого мнения относительно дефиниции понятия «функциональная математическая грамотность». Существующие исследовательские позиции можно условно дифференцировать по двум основным направлениям. Одно из них базируется на компетентностной парадигме, акцентирующей необходимость моделирования учебного процесса, максимально приближенного к профессиональному контексту и практико-ориентированного обучения [15]. Другое направление опирается на принципы системно-деятельностного подхода, в рамках которого центральной задачей педагога становится проектирование условий, инициирующих самостоятельное конструирование учащимися знаний и формирование умений [3,4]. Следует подчеркнуть, что указанные подходы взаимно обогащают и усиливают общую стратегию развития функциональной грамотности в математическом образовании.

В структуре математической грамотности целесообразно выделить следующие ключевые компоненты:

– применение фундаментальных математических понятий, принципов и фак-

тов, эффективное использование методов логического рассуждения (дедукция, индукция) и точное выполнение вычислительных операций;

– способность к интеграции и контекстуальной адаптации математического аппарата из различных предметных областей для формирования адекватной модели и последующего решения прикладных задач;

– высшие когнитивные процессы, проявляющиеся в способности к обобщению, абстрагированию, выявлению скрытых закономерностей, а также в использовании интуитивного мышления для формулирования гипотез и нахождения решений в нестандартных математических и реальных ситуациях.

Ключевое значение в формировании математической грамотности имеет освоение учащимися различных методов решения задач [13]. Данный процесс не ограничивается простым расширением технического инструментария; он способствует развитию когнитивной гибкости, критического и аналитического мышления, а также формирует метапредметное умение оценивать ситуацию и аргументированно выбирать оптимальную стратегию решения [14]. Способность рассматривать одну и ту же проблему с разных методологических позиций является фундаментом для глубокого понимания математических структур и их внутренних связей.

Особое место в этом методологическом спектре занимает координатный метод. Его уникальность и дидактическая ценность заключаются в том, что он выполняет функцию универсального языка перевода, устанавливая изоморфизм между геометрическими образами и алгебраическими моделями [11]. Данный метод позволяет раскрывать пространственные задачи (связанные с фигурами, их расположением и метрическими характеристиками) в терминах аналитических соотношений, уравнений и неравенств. Обратный перевод – от алгебраи-

ческого результата к геометрическому выводу – обеспечивает наглядность и содержательную интерпретацию полученного решения. Таким образом, координатный метод выступает не просто одним из многих приёмов, а системообразующим инструментом, интегрирующим разделы математики и формирующим целостное научное мировоззрение.

Целью исследования является теоретическое обоснование и методическая конкретизация необходимости целенаправленного изучения координатного метода в рамках школьного курса математики.

Указанная необходимость аргументируется положением о том, что овладение данным методом представляет собой не только освоение конкретного алгоритмического приёма, но и формирование ключевого структурного элемента функциональной математической грамотности учащихся. В этой перспективе координатный метод рассматривается как интегративный инструмент, способствующий развитию способности к математическому моделированию реальных ситуаций, гибкому применению знаний на стыке алгебры и геометрии, а также к аналитическому подходу в решении широкого класса прикладных и теоретических задач.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Координатный метод являющийся основой аналитической геометрии, объединяет алгебраические и геометрические подходы к решению различного типа задач. Исследование школьной программы по математике демонстрирует значительные различия в методологии изложения аналитической геометрии в системе среднего и высшего профессионального образования. В школьном курсе информация, касающаяся метода координат и векторов, сосредоточена по разным предметным областям: метод координат традицион-

но изучается в рамках алгебры, в то время как векторы рассматриваются в геометрии [11]. Данный фрагментированный подход может создавать методологическую разобщенность и осложнять полноценное усвоение соответствующих тем обучающимися. Помимо этого, даже внутри таких школьных предметов, как алгебра и геометрия, аспекты, связанные с аналитической геометрией, распределены по различным классам, что не способствует их комплексному и систематическому изучению. В вузовской же практике векторы и метод координат обычно выделяются в единый, самостоятельный раздел геометрии.

Элементы аналитической геометрии представляют собой одну из фундаментальных линий в математическом образовании, при этом метод координат пронизывает весь школьный курс дисциплины, обеспечивая функциональную связь между различными ее разделами.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Аналитическая геометрия представляет собой область геометрии, в которой изучение геометрических объектов реализуется путем применения алгебраических методов на основе координатного подхода. Согласно этой методологии, геометрическая задача преобразуется в алгебраическую, что обеспечивает возможность использования соответствующего алгебраического инструментария. Указанное преобразование не только углубляет понимание геометрических фактов, но и позволяет эффективно применять хорошо разработанные методы алгебраических трансформаций для выведения необходимых заключений. В процессе аналитического решения любая математическая проблема по существу сводится к задаче вычисления. Отличительной чертой аналитического подхода является его универсальный характер и высокая степень общности как для про-

водимых рассуждений, так и для получаемых выводов.

Переход между различными формами представления информации реализуется посредством координатного метода, который составляет методологическую основу аналитической геометрии. Разработка этого метода относится к античности, где он применялся астрономами и географами для фиксации местоположения объектов на сферической поверхности с использованием долготы и широты – параметров, известных как сферические координаты [8].

Помимо аналитического метода, математика также оперирует геометрическим подходом, который обеспечивает возможность представления абстрактных математических идей в форме конкретных геометрических образов. В рамках этой дихотомии, термин «анализ» может быть концептуально приравнен к «вычислению», а «геометрия» как метод – к «построению». Геометрический метод обладает свойством наглядности, в то время как аналитический метод характеризуется общностью и универсальностью. Интеграция наглядности и общности приносит двойную методологическую выгоду, подтверждая равнозначную роль обоих методов в математической науке. Применение вычислительных средств аналитической геометрии дает возможность определять не только количественные характеристики (величины) фигур, но и их качественные параметры, такие как форма, пространственное положение и т.д. Используя методы аналитической геометрии и осуществляя элементарные алгебраические вычислительные операции, исследователи могут решать геометрические задачи, и, конвергентно, придавать геометрическую интерпретацию вопросам алгебры.

Координатный метод широко применяется при решении геометрических задач при изучении раздела векторной алгебры аналитической геометрии. Например, для нахождения координат ветров по

координатам точек представлено в учебнике по геометрии Л. Н. Атанасяна [2].

Рассмотрим решение простейшей задачи аналитической геометрии методом координат:

Условие: Вектор $a \{3;4\}$ имеет начало в точке $A (-2;3)$. Найти координаты его конца.

Решение: Рассмотрим решение задачи аналитической геометрии методом координат:

Если $B (x;y)$ – конец вектора a , то теореме (каждая координата вектора равна разности соответствующих координат конца и начала вектора), имеем

$$x + 2 = 3 \text{ и } y - 3 = 4.$$

Отсюда $x = 1, y = 7$, т.е. $B (1;7)$.

Координатный метод демонстрирует высокую эффективность при решении задач с параметрами, составляющих важный и содержательно сложный раздел школьного курса алгебры. Данные задачи регулярно включаются в материалы Единого государственного экзамена (ЕГЭ), что подчеркивает их значимость для итоговой аттестации и системной подготовки учащихся. Применение координатного подхода позволяет переформулировать алгебраическую проблему, содержащую параметр, в терминах геометрической интерпретации на плоскости. Ключевым преимуществом метода является его наглядность: множество решений уравнения или неравенства с параметром преобразуется в исследование взаимного расположения графиков функций или геометрических фигур (точек, прямых, кривых) в координатной системе. Это не только упрощает логическую структуру задачи, но и развивает у школьников умение осуществлять визуализацию абстрактных алгебраических зависимостей, а также формирует навык перехода от аналитической записи к ее графической модели и обратно – компетенцию, критически важную для углубленного понимания математики. Таким образом, освоение координатного метода при работе с параметрическими задачами выступает

не только как тактический прием для успешной сдачи ЕГЭ, но и как стратегический инструмент развития функциональной математической грамотности.

Рассмотрим типовые задачи с параметром из банка заданий Единого государственного экзамена по математике [5]. Решение указанных задач будет осуществлено с применением аналитико-геометрического подхода, базирующегося на принципах координатного метода.

Условие: Найдите все значения параметра a при каждом из которых уравнение:

$$x^2 + a^2 + x - 7a = |7x + a|,$$

имеет более двух различных решений

Решение:

$$1) 7x + a > 0$$

$$x^2 + a^2 + x - 7a = 7x + a$$

$$\begin{aligned} x^2 + a^2 + x - 7a - 7x - a &= 0 \\ (x^2 - 6x + 9) + (a^2 - 8a + 16) & \\ &= 9 + 16 \end{aligned}$$

$$(x - 3)^2 + (a - 4)^2 = 25$$

Имеем окружность с центром $O_1 = (3; 4)$ и радиусом $R = 5$

$$2) 7x + a < 0$$

$$x^2 + a^2 + x - 7a = -7x - a$$

$$\begin{aligned} x^2 + a^2 + x - 7a + 7x + a &= 0 \\ (x^2 + 8x + 16) + (a^2 - 6a + 9) & \\ &= 9 + 16 \end{aligned}$$

$$(x + 4)^2 + (a - 3)^2 = 25$$

Имеем окружность с центром $O_2 = (-4; 3)$ и радиусом $R = 5$

Построим графики в одной системе координат в GeoGebra (Рисунок 1).

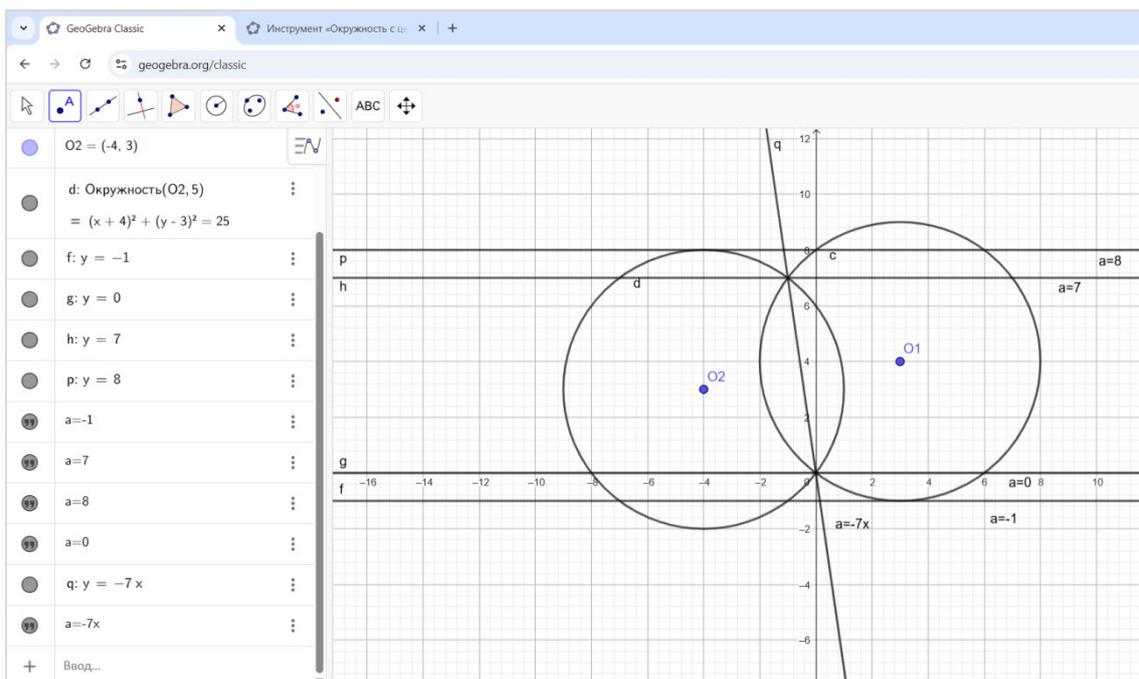


Рисунок 1 – Построение в GeoGebra

Таким образом, ответ: $a \in [-1; 0] \cup [7; 8]$

Динамическая геометрическая среда GeoGebra представляет собой эффективный цифровой инструмент для исследования и решения параметрических задач. Ее ключевое дидактическое преимущество заключается в возможности визуализации

функциональных зависимостей в режиме реального времени [6,12]. Учащийся может наблюдать, как изменение значения параметра динамически трансформирует графики функций, смещает критические точки (такие как точки пересечения, экстремумы или точки касания) и модифицирует области, удовлетворяю-

щие заданным условиям (например, области решений неравенств). Эта интерактивная наглядность не только способствует более глубокому интуитивному пониманию поведения математических моделей, но и служит мощным средством верификации результатов, полученных аналитическим путем. Таким образом, интеграция GeoGebra в учебный процесс позволяет перевести работу с параметрами из сугубо абстрактно-алгебраической плоскости в наглядно-исследовательскую деятельность, что соответствует принципам деятельностного подхода и способствует формированию исследовательских навыков учащихся.

Для иллюстрации возможностей координатного метода рассмотрим классическую задачу – решения системы уравнений. Координатный метод позволяет переформулировать эту алгебраическую проблему в геометрическую плоскость: каждое уравнение системы отображается в виде соответствующего графика, а поиск решений сводится к определению координат точек их пересечения, что наглядно иллюстрирует количество и характер решений.

Условие: Решить систему уравнений

$$\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4 & (1) \\ (x - 9)^2 + (y - 8)^2 = 64 & (2) \end{cases}$$

Решение:

Используем метод координат

Для уравнения (1)

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4 \quad (1)$$

имеем окружность с центром в точке

$$O_1 = (1; 2)$$

и радиусом $R_1 = 2$.

Для уравнения (2)

$$(x - 9)^2 + (y - 8)^2 = 64 \quad (2)$$

имеем окружность с центром в точке

$$O_2 = (9; 8)$$

и радиусом $R_2 = 8$.

Тогда расстояние между центрами окружностей составит:

$$\left. \begin{aligned} O_1O_2 &= \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \\ R_1 + R_2 &= 2 + 8 = 10 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

система имеет одно решение, т.к. окружности касаются внешним образом.

Пусть $M(x_0; y_0)$ – точка касания, т.к.

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

То M делит отрезок O_1O_2 в отношении 1:4

$$x_0 = \frac{x_1 \cdot m_2 + x_2 \cdot m_1}{m_1 + m_2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 \cdot m_2 + y_2 \cdot m_1}{m_1 + m_2}$$

$$x_0 = \frac{1 \cdot 4 + 9 \cdot 1}{4 + 1} = \frac{13}{5} = 2,6$$

$$y_0 = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 8}{4 + 1} = \frac{16}{5} = 3,2$$

$M(2,6; 3,2)$.

Таким образом, решение системы уравнений: $x = 2,6; y = 3,2$.

Формирование умения применять координатный метод в школьной математике способствуют развитию функциональной грамотности учащихся. Данный метод имеет прикладное значение для решения задач физического содержания, и используется не как абстракция, а как практический инструмент исследования. Например, для определения координат тела в любой момент времени, вычисления работы силы как скалярного произведения векторов или графического представления колебательных и волновых процессов, что демонстрирует учащимся непосредственную связь математического знания с описанием реальных явлений.

Условие: В точке $A(2,5)$ помещен груз в 60 г, а в точке $B(-3,0)$ – груз в 40 г. Определить координаты центра тяжести этой системы.

Решение методом координат:

Если $C(x; y)$ – центр тяжести системы, то он лежит на отрезке AB и его координаты можно вычислить по формуле:

$$x = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$x = \frac{2 \cdot 0,06 - 3 \cdot 0,04}{0,06 + 0,04} = \frac{0}{0,1} = 0$$

$$y = \frac{5 \cdot 0,06 - 0 \cdot 0,04}{0,006 + 0,004} = \frac{0,3}{0,1} = 3$$

Центр тяжести системы находится в

точке $C(0;3)$ (Рисунок 2).

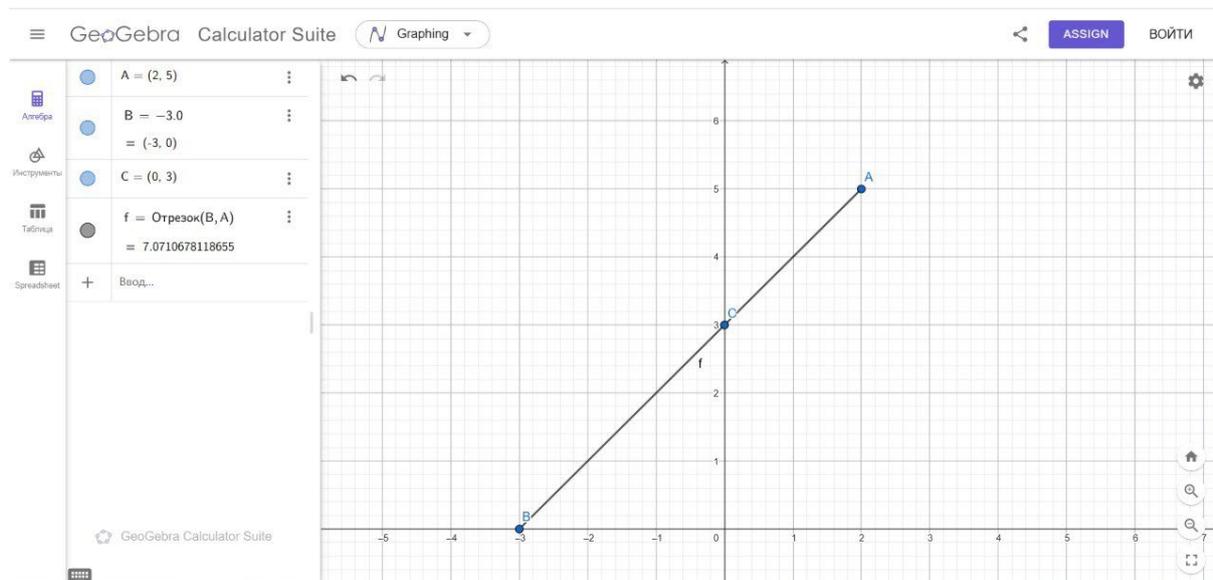


Рисунок 2 – Построение в GeoGebra

Формирование математической функциональной грамотности предполагает развитие способности применять математические знания в разнообразных, в том числе нестандартных, контекстах. Решение задач координатным методом в интегрированном курсе алгебры и геометрии вносит ключевой вклад в достижение этой цели. Данный подход позволяет преодолеть традиционную предметную разобщённость, формируя у учащихся целостное представление о фундаментальной взаимосвязи алгебраического и геометрического языков описания мира. Практика использования метода демонстрирует изоморфизм этих областей: геометрические объекты и отношения (фигуры, расстояния, расположения) получают точную алгебраическую формализацию через уравнения и неравенства, а алгебраические задачи, в свою очередь, обретают наглядную геометрическую интерпретацию в виде графиков и областей на координатной плоскости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Функциональная математическая грамотность как образовательный результат предполагает сформированность у обучающихся умения осознанно и адекватно применять математический аппарат решения задач реального мира. Изучение координатного метода в процессе решения задач приобретает особую дидактическую значимость. Данный метод является эффективным инструментом, обеспечивающим рефлексивное осознание прямой взаимосвязи между теоретическими математическими конструктами и сферами их практической реализации. Процедура перевода геометрических задач на язык алгебраических соотношений посредством координатной системы и, наоборот, визуализации алгебраических выражений в виде геометрических образов придает учебной деятельности содержательную насыщенность и практико-ориентированный характер.

Применение координатного метода не только способствует операциональному овладению материалом, но и выполняет мотивационную функцию: суще-

ственно активизирует познавательный интерес учащихся, стимулирует внутреннюю потребность в углубленном изучении дисциплины и формирует осознан-

ную установку на восприятие математики как универсального метаязыка для анализа и решения широкого спектра задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Артюхина М. С. Самоактуализация личности студентов гуманитарных направлений подготовки в процессе обучения математике / М. С. Артюхина // Проблемы современного педагогического образования. – 2017. – № 56-9. – С. 9–15.

2. Атанасян, С. Л. Геометрия 1 : учебное пособие / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский ; под редакцией С. Л. Атанасяна. – 3-е изд. – Москва : Лаборатория знаний, 2021. – 334 с.

3. Заббарова, М. Г. Научные подходы к характеристике понятия «математическая функциональная грамотность» / М. Г. Заббарова, Е. А. Гришина // Эпоха науки. – 2023. – № 34. – С. 165–169.

4. Елецких, Г. Н. Развитие функциональной математической грамотности школьников / Г. Н. Елецких // Вестник научных конференций. – 2022. – № 6-2(82). – С. 53–55.

5. Открытый банк заданий ЕГЭ. – URL: <https://fipi.ru/> (дата обращения: 22.12.2025). – Режим доступа: для неавториз. пользователей. – Текст : электронный.

6. Павлова, Т. В. Создание интерактивных чертежей к заданиям с параметром из профильного ЕГЭ по математике в программе Geogebra / Т. В. Павлова, Н. П. Камшилов. – DOI 10.24412/2079-9152-2024-63-54-62 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – № 3(63). – С. 54–62.

7. Пакина, Т. А. Развитие функциональной грамотности и формирование понятия «функциональная грамотность» в России / Т. А. Пакина // Вестник педагогических наук. – 2022. – № 5. – С. 201–206.

8. Поляк, Е. Л. Развитие векторно-координатного метода математического моделирования / Е. Л. Поляк, Р. М. Громов // Юный ученый. – 2024. – № 5 (79). – С. 59–61.

9. Рыбакова, А. И. Некоторые виды функциональной грамотности личности и их

взаимосвязь / А. И. Рыбакова // Общество. – 2022. – № 4-2(27). – С. 67–71.

10. Санина, Е. И. Методические подходы к обучению решению задач координатным методом с использованием СДГ / Е. И. Санина, И. В. Поляков. – DOI: 10.24412/1991-5497-2024-4107-137-140 // Мир науки, культуры, образования. – 2024. – № 4(107). – С. 137–140.

11. Санина, Е. И. Обучение учащихся решению планиметрических задач методом координат с применением Geogebra / Е. И. Санина, И. В. Поляков. – DOI: 10.24888/2500-1957-2025-1-15-28 // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2025. – № 1(37). – С. 15–28.

12. Сафронова, Т. М. Организация исследовательской деятельности школьников: решение учебно-исследовательских геометрических задач с применением динамической математической программы Geogebra / Т. М. Сафронова, А. Н. Паршина. – DOI: 10.24888/2073-8439-2025-70-2-142-156 // Психология образования в поликультурном пространстве. – 2025. – № 2(70). – С. 142–156.

13. Скрыбина, А. Г. Математические задания, формирующие функциональную математическую грамотность обучающихся / А. Г. Скрыбина, А. В. Иванова, Л. А. Дарбасова // Обзор педагогических исследований. – 2022. – Т. 4, № 8. – С. 41–45.

14. Хомич, Н. В. Использование содержания математических задач для решения проблемы формирования у обучающихся компетенций в сфере функциональной грамотности / Н. В. Хомич, И. А. Астанкова, Г. Н. Гончарова // Педагогический поиск. – 2022. – № 6. – С. 43–49.

15. Шутрова, И. В. Значимость контекстов в формировании готовности к проявлению математической грамотности в типовых жизненных ситуациях / И. В. Шутрова // Мир науки, культуры, образования. – 2024. – № 6 (109). – С. 353–357.

REFERENCES

1. Artyukhina, M. S. "Self-actualization of the personality of students majoring in the hu-

manities in the process of teaching mathematics" / M. S. Artyukhina // Problems of modern peda-

gical education. – 2017. – No. 56-9. – Pp. 9–15.

2. Atanasian, S. L. *Geometry I: a tutorial* / S. L. Atanasian, V. G. Pokrovsky; edited by S. L. Atanasian. – 3rd ed. – Moscow : Knowledge Laboratory, 2021. – 334 p.

3. Zabbarova, M. G. *Scientific approaches to the characterization of the concept of “mathematical functional literacy”* / M. G. Zabbarova, E. A. Grishina // *The Age of Science*. – 2023. – No. 34. – Pp. 165–169.

4. Yeletskikh, G. N. *Development of functional mathematical literacy of schoolchildren* / G. N. Yeletskikh // *Bulletin of scientific conferences*. – 2022. – No. 6-2 (82). – Pp. 53–55.

5. *Open bank of USE tasks*. – URL: <https://fipi.ru/> (date of access: 12/22/2025). – Access mode: for unauthorized users. – Text: electronic.

6. Pavlova, T. V. *Creation of interactive drawings for tasks with a parameter from the profile USE in mathematics in the Geogebra program* / T. V. Pavlova, N. P. Kamshilov. – DOI 10.24412/2079-9152-2024-63-54-62. // *Didactics of mathematics: Problems and Investigations*. – 2024. – No. 3 (63). – Pp. 54–62.

7. Pakina, T. A. *Development of functional literacy and the formation of the concept of “functional literacy” in Russia* / T. A. Pakina // *Bulletin of pedagogical sciences*. – 2022. – No. 5. – Pp. 201–206.

8. Polyak, E. L. *Development of the vector-coordinate method of mathematical modeling* / E. L. Polyak, R. M. Gromov // *Young scientist*. – 2024. – No. 5 (79). – Pp. 59–61.

9. Rybakova, A. I. *Some types of functional literacy of the individual and their relationship* / A. I. Rybakova // *Society*. – 2022. – No. 4-2 (27). – Pp. 67–71.

10. Sanina, E. I. *Methodological approaches to teaching problem solving by the coordinate method using SDH* / E. I. Sanina, I. V. Polyakov. – DOI 10.24412/1991-5497-2024-4107-137-140 // *The World of Science, Culture, Education*. – 2024. – No. 4(107). – Pp. 137–140.

11. Sanina, E. I. *Teaching students to solve planimetric problems by the coordinate method using Geogebra* / E. I. Sanina, I. V. Polyakov. – DOI 10.24888/2500-1957-2025-1-15-28 // *Continuum. Mathematics. Computer Science. Education*. – 2025. – No. 1(37). – Pp. 15–28.

12. Safronova, T. M. *Organization of research activities of schoolchildren: solving educational and research geometric problems using the dynamic mathematical program Geogebra* / T. M. Safronova, A. N. Parshina. – DOI 10.24888/2073-8439-2025-70-2-142-156 // *Psychology of education in a multicultural space*. – 2025. – No. 2 (70). – Pp. 142–156.

13. Skryabina, A. G. *Mathematical tasks that develop students’ functional mathematical literacy* / A. G. Skryabina, A. V. Ivanova, L. A. Darbasova // *Review of pedagogical research*. – 2022. – Vol. 4, No. 8. – Pp. 41–45.

14. Khomich, N. V. *Using the content of mathematical problems to solve the problem of developing students’ competencies in the field of functional literacy* / N. V. Khomich, I. A. Astankova, G. N. Goncharova // *Pedagogical search*. – 2022. – No. 6. – Pp. 43–49.

15. Shutrova, I. V. *The importance of contexts in developing readiness to demonstrate mathematical literacy in typical life situations* / I. V. Shutrova // *The world of science, culture, education*. – 2024. – No. 6 (109). – Pp. 353–357.

АВТОРЫ

Артюхина Мария Сергеевна

(Российская Федерация, г. Арзамас)

доктор педагогических наук, доцент,
доцент кафедры математики, физики и
информатики национального исследова-
тельского Нижегородского государствен-
ного университета им. Н.И. Лобачевского
(Арзамасский филиал ННГУ)

E-mail: marimari07@mail.ru

ORCID ID: 0000-0001-7914-0599

AUTHORS

Artyukhina Maria Sergeevna

(Russian Federation, Arzamas)

Doctor of Pedagogical Sciences,
Associate Professor, Associate Professor of
the Department of Mathematics, Physics, and
Computer Science at the National Research
Lobachevsky State University of Nizhny
Novgorod (Arzamas Branch of NNSU)

E-mail: marimari07@mail.ru

ORCID ID: 0000-0001-7914-0599

Напалков Сергей Васильевич

(Российская Федерация, г. Арзамас)

кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики, физики и информатики национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (Арзамасский филиал ННГУ)

E-mail: nsv-52@mail.ru

ORCID ID: 0000-0001-9861-653X

Napalkov Sergey Vasilyevich

(Russian Federation, Arzamas)

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, Physics, and Computer Science at the National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod (Arzamas Branch of NNSU)

E-mail: nsv-52@mail.ru

ORCID ID: 0000-0001-9861-653X

Мозговая Мария Александровна

(Российская Федерация, г. Армавир)

кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и естественно-научных дисциплин федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Армавирский государственный педагогический университет»

E-mail: mozgovaya_mari@mail.ru

ORCID ID: 0009-0000-4272-7134

Mozgovaya Maria Alexandrovna

(Russian Federation, Armavir)

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics and Natural Sciences at the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Armavir State Pedagogical University”

E-mail: mozgovaya_mari@mail.ru

ORCID ID: 0009-0000-4272-7134

Шкрябко Никита Андреевич

(Российская Федерация, г. Армавир)

преподаватель кафедры математики и естественно-научных дисциплин федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Армавирский государственный педагогический университет»

E-mail: shkryabko.nik@mail.ru

ORCID ID: 0009-0008-3899-1707

Shkryabko Nikita Andreevich

(Russian Federation, Armavir)

Lecturer at the Department of Mathematics and Natural Sciences at the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Armavir State Pedagogical University”

E-mail: shkryabko.nik@mail.ru

ORCID ID: 0009-0008-3899-1707

ВКЛАД АВТОРОВ

Артюхина М.С.: руководство исследованием, концептуализация исследования.

Напалков С.В.: администрирование проектом, проведение исследования.

Мозговая М.А.: создание рукописи и ее редактирование, проведение исследования.

Шкрябко Н.А.: проведение исследования, визуализация материала.

AUTHOR CONTRIBUTION

Artyukhina M.S.: research management, research conceptualization.

Napalkov S.V.: project administration, research.

Mozgovaya M.A.: creating and editing a manuscript, conducting research.

Shkryabko N.A.: conducting research and visualizing the material.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

The authors declared no conflicts of interest

УДК 373.5.091.33.011.3-052:519.85

EDN TZVAVK

DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-91-101

СТРАТЕГИЯ ПОДГОТОВКИ ШКОЛЬНИКОВ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Гридчина Валентина Борисовна,
Осипова Людмила Александровна



АННОТАЦИЯ

Статья посвящена авторскому подходу подготовки школьников к решению задач с параметрами графическим методом. С одной стороны, задача с параметрами остаётся одной из самых сложных в варианте ЕГЭ по профильной математике, с другой, её успешное решение существенно влияет на итоговый результат работы (она оценивается максимальным баллом), что повышает возможность поступления в ведущие вузы. По статистике, менее 5% выпускников справляются с ней на максимальный балл. Анализ работ ЕГЭ по профильной математике показывает, что одним из основных методов решения этой задачи выступает графический метод. Поэтому качественная подготовка к итоговой аттестации по математике невозможна без обучения его использованию.

Целью исследования является обоснование методического подхода к обучению решению математических задач с параметрами на основе использования графического метода, влияющего на обеспечение качественной подготовки школьников к ЕГЭ по математике профильного уровня.

В статье рассматриваются основные этапы обучения графическому методу, начиная с необходимых теоретических навыков и заканчивая решением задачи с параметрами из единого государственного экзамена по профильной математике. Авторы предлагают стратегию подготовки школьников к решению задач с параметрами графическим методом, основу которой составляют выделенные в работе положения, особое внимание при этом уделяется развитию навыков визуализации и интерпретации графиков, что позволяет учащимся глубже понять математические приемы, используемые в ходе решения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Задачи с параметрами, графический метод, подготовительные задачи, ЕГЭ по математике.



Для цитирования: Гридчина, В. Б. Стратегия подготовки школьников к решению задач с параметрами графическим методом / В. Б. Гридчина, Л. А. Осипова – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-91-101 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – Вып. 1 (69). – С.91–101. – EDN TZVAVK.

Поступила: 18.10.2025 | Одобрена: 26.02.2026 | Опубликовано: 10.03.2026

STRATEGY FOR PREPARING SCHOOLCHILDREN TO SOLVE PROBLEMS WITH PARAMETERS USING THE GRAPHIC METHOD

Gridchina Valentina Borisovna,
Osipova Lyudmila Aleksandrovna

ABSTRACT

This article explores the author's approach to preparing schoolchildren to solve problems with parameters using a graphical method. While the problem with parameters remains one of the most challenging in the Unified State Exam (USE) in advanced mathematics, successfully solving it significantly impacts the final exam result (it is awarded the maximum score), increasing students' chances of admission to leading universities. According to statistics, less than 5% of graduates achieve the highest score. An analysis of Unified State Exam (USE) papers in advanced mathematics shows that one of the primary methods for solving this problem is the graphical method. Therefore, effective preparation for the final assessment in mathematics is impossible without training in its use.

The purpose of the study is to substantiate a methodological approach to teaching the solution of mathematical problems with parameters based on the use of a graphical method, which affects the quality of students' preparation for the Mathematics Unified State Exam at the profile level.

This article examines the key stages of learning the graphical method, starting with the necessary theoretical skills and ending with solving a problem using parameters from the Unified State Exam in Advanced Mathematics. The authors propose a strategy for preparing schoolchildren to solve problems with parameters using a graphical method, based on the provisions highlighted in the work, with special attention paid to the development of visualization skills and the interpretation of graphs, which allows students to gain a deeper understanding of the mathematical techniques used in the solution.

KEY WORDS

Tasks with parameters, graphic method, preparatory tasks, exam in mathematics.

For citation: Gridchina, V. B. Strategy for preparing schoolchildren to solve problems with parameters using the graphic method / V. B. Gridchina, L. A. Osipova. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-91-101 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. – 2026. – No. 1 (69). – Pp. 91–101. – EDN TZVAVK.

Received: 18 October 2025 | Approved: 26 February 2026 | Published: 10 March 2026

ВВЕДЕНИЕ

Согласно аналитическим данным Федерального института педагогических измерений за 2022, 2023 и 2024 годы с задачей 18 (уравнения и неравенства с параметрами) справились в среднем 3,9 %, 3,7 % и 5% соответственно из числа

сдававших ЕГЭ по профильной математике, что свидетельствует о том, что задачи высокого уровня сложности, для решения которых требуется применять различные алгоритмы решения, проводить исследование заданной математической модели в зависимости от параметра, пока

еще вызывают затруднения у участников экзамена.

В методических рекомендациях для учителей, подготовленных на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ отмечается тенденция роста математической культуры выпускников школ, при этом остается большой потенциал роста результатов решения задачи с параметром, для чего требуется систематическое формирование соответствующих умений, начиная с основной школы [17], [18], [19].

Поэтому подготовку учащихся к решению задач с параметрами необходимо связать с основным, базовым учебным материалом, что даст возможность обеспечить реализацию принципа наследственности, согласно которому эти задачи нужно органично включать в изучение основных тем курса математики.

Для решения задач с параметрами учащимся необходима не только хорошая теоретическая подготовка, но и умение грамотно применять полученные знания в нестандартных ситуациях. Задачи с параметрами отличаются тем, что включают переменные величины, значения которых могут изменяться, что делает их решение более сложными для поиска и понимания.

Вопросами обучения решению задач с параметрами занимались многие методисты, например, В. В. Амелькин [1], Ю. М. Важенин [3], В. С. Высоцкий [4], П. И. Горнштейн [5], В. С. Крамор [8], А. Х. Шахмейстер [15], Г. А. Ястребинский [16] и др. В работах этих авторов рассматриваются основные виды уравнений и неравенств с параметрами, а также различные методы их решения. Методы, связанные с графическими представлениями данных, выделяются в качестве основных.

Графический метод применяется к решению различных по формулировке задач с параметрами (уравнения, неравенства и их системы). Использование графической интерпретации позволяет преобразовать абстрактные уравнения и неравенства в наглядные образы, что особенно эффективно в случае где аналитическое решение может быть громоздким или непонятным.

Особенности использования графического метода отмечены в работах С. Н. Матвеева, Г. Р. Антроповой [10], Г. Г. Биккуловой, А. В. Симаковой [2], Н. А. Зелениной [6], Т. В. Павловой, Н. П. Камшилова [12], М. С. Кольшницкой [7], В. П. Моденова [11], И. С. Шананиной [14] и др.

Т. В. Павлова, Н. П. Камшилов и И. С. Шананина в своих работах анализируют специфику применения графического подхода к решению задач с параметрами. В качестве инструмента визуализации авторы используют потенциал интерактивной геометрической среды GeoGebra. [12, 14].

В статье Г. Г. Биккуловой и А. В. Симаковой продемонстрированы возможности математического пакета Mathcad для решения задач с параметрами из ЕГЭ [2].

С. Н. Матвеев и Г. Р. Антропова в своей работе рассматривают возможности компьютерной системы моделирования «Живая геометрия» при решении задач с параметрами [10].

В своей статье Н. А. Зеленина описывает методику обучения решению задач с параметрами на основе выделения опорных (ключевых) задач при изучении темы: «Уравнение окружности в задачах с параметрами» [6].

В работе М. С. Кольшницкой подробно описаны графические методы решения задач с параметрами: «движущейся» прямой, «вращающейся» прямой, плоскость «переменная-параметр», построение на плоскости ОХУ, которые проиллюстрированы примерами [7].

В учебном пособии В. П. Моденова «Задачи с параметрами. Координатно-параметрический метод» рассматривается метод аналитической геометрии, названный автором координатно-параметрическим, который позволяет эффективно решать широкий класс задач с параметрами, составляющих неотъемлемую и наиболее трудную часть экзаменационных заданий [11].

Анализ рассмотренных работ показывает, что графический метод решения задач с параметрами основывается на визуализации математических зависимостей с помощью графиков. Такой подход

позволяет учащимся наглядно увидеть, как изменяются функции при различных значениях параметров, и найти решения, анализируя их графическую интерпретацию. Визуальное представление информации позволяет сделать решение задачи более понятным и запоминающимся, чем абстрактные формулы и выражения.

Однако в этих работах отсутствует стратегия подготовки учащихся к решению задач с параметрами, где используется графический метод.

Целью статьи является обоснование методического подхода обучения к использованию графического метода решения задач с параметрами для обеспечения качественной подготовки школьников к ЕГЭ по математике профильного уровня.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В основу исследования легли анализ научно-методической литературы по проблеме обучения решению задач с параметрами графическим методом, включая подготовку к ЕГЭ по математике. А также систематизация и обобщение педагогического опыта с целью выявления методических подходов к организации систематической подготовки школьников по применению графического метода для решения задач с параметрами.

Разработана система заданий, включающая:

- проверку основных навыков, необходимых для решения задач с параметрами графическим методом;
- простые задачи с параметрами, для решения которых используются геометрические преобразования графиков функций;
- опорные задачи, позволяющие актуализировать знания и систематизировать информацию по решению задач с параметрами графическим методом.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Проведенное нами исследование позволило выявить знания, умения и навыки, необходимые для применения

графического метода решения задач с параметрами. Для эффективного освоения данного метода учащимся необходимо глубокое понимание следующих ключевых понятий математики:

- 1) свойства и характеристики функций: область определения, область значений функции; непрерывность, четность / нечетность, ограниченность, периодичность, нули функции, монотонность, асимптоты, точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение функции;
- 2) свойства и графики функций: линейная, квадратичная, дробно-линейная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические;
- 3) уравнение окружности, полуокружности, отрезка, ромба (симметричного относительно осей и начала координат);
- 4) расстояние от точки до прямой, расстояние между точками [9].

Нами были выделены основные навыки, необходимые для решения задач с параметрами графическим методом:

- 1) выделение полного квадрата из квадратного трехчлена;
- 2) деление многочленов;
- 3) выделение целой части рациональной дроби;
- 4) разложение алгебраического выражения на множители;
- 5) работа с модулями (раскрытие и анализ);
- 6) нахождение области значений функции;
- 7) построение графиков функций при помощи геометрических преобразований;
- 8) графическое решение неравенств с двумя переменными;
- 9) исследование функций и построение графиков с использованием понятия производной.

Уровень освоения необходимых навыков предполагается проверять через решение типовых задач.

1. Выделить полный квадрат: $x^2 - 2x + 5$; $x^2 + x + 3$; $3x^2 - x + 4$.

2. Выполнить деление многочленов: $\frac{3x+2}{x-2}$; $\frac{x^2+2x-4}{x+1}$; $\frac{x^3+2x^2-3x+1}{x-1}$

3. Выделить целую часть рациональной дроби:

$$\frac{x+2}{x-1}; \frac{2x+3}{1-x}; \frac{x^3-3x^2-x+2}{x+1}.$$

4. Разложить выражение на множители:

$$y^2 - xy + 3x - y - 6;$$

$$xy^2 + 3xy - 3y - 9,$$

$$x^3 + xy^2 - 4x - x^2y - y^3 + 4y.$$

5. Раскрыть модуль:

$$|x-1|; \quad |x-1| + 2x - 3;$$

$$|x-1| + |x-2|;$$

$$|x-1| + 2|x-2| - 3|x-3|.$$

6. Найти область значения функции:

$$y = 2^{x^2}; \quad y = 3^{\frac{x+1}{x}}; \quad y = \frac{x}{1+x^2}.$$

7. Построить графики функций при помощи геометрических преобразований: $y = |x-2|$; $y = |x|-2$; $y = ||x|-2|$;

$$y = x^2 - 5|x| + 4; \quad y = |x^2 - 5|x| + 4|;$$

$$y = \frac{2x-1}{x+1}; \quad y = \frac{2|x|-1}{|x|+1}; \quad y = \left| \frac{2x-1}{x+1} \right|;$$

$$y = \left| \frac{2|x|-1}{|x|+1} \right|; \quad y = \log_2 x + 3;$$

$$y = \log_2(x+3); \quad y = -\log_2 x;$$

$$y = \sin 2x; \quad y = 2 \sin x.$$

8. Решить графически системы неравенств с двумя переменными:

$$\begin{cases} x^2 + y < 0, \\ y - 2x > 0. \end{cases}; \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1, \\ y \leq x. \end{cases}; \begin{cases} x \geq 0, \\ 2y + x - 1 \leq 0, \\ 2y - 3x + 3 \geq 0. \end{cases}$$

9. Исследовать функции и построить их графики, используя понятие производной:

$$y = x^3 - 3x; \quad y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2;$$

$$y = 3^{\frac{x+1}{x}}.$$

После этого учащимся можно предложить решить простые задачи с параметрами вида $f(x) = a$ графическим методом, используя геометрические преобразования графиков функций.

При каких значениях параметра a уравнение:

$$- 2^{|x|} = 4 - a \text{ имеет один корень?}$$

$$- \log_{\frac{1}{2}} |x| = 1 - a \text{ имеет два корня?}$$

$$- ||x|-1| = a^2 - 3 \text{ имеет три корня?}$$

- $|-x^2 + |x| + 2| = a + 2$ имеет четыре корня?

- $|x+1| + |x-2| = 3a - 2$ имеет бесконечное множество корней?

$$- \left| \frac{|x|-1}{|x|+1} \right| = a^2 \text{ не имеет корней?}$$

Также нами были выделены опорные задачи, позволяющие актуализировать знания и систематизировать информацию по решению задач с параметрами графическим методом:

1) определение углового коэффициента прямой (задача «Как меняется угловой коэффициент при повороте прямой вокруг начала координат?»);

2) определение параметра по принадлежности точки прямой (задача «Прямая $y = -ax + 3a + 3$ проходит через точку $A(-3;4)$. Найти значение параметра a »);

3) нахождение координат центра пучка прямых (задача «Найти координаты центра пучка прямых $y = -ax - 2a + 1$ »);

4) определение взаимного расположения прямых на плоскости (задача «При каком значении a прямые $ax + y - 1 = 0$ и $3x + 3ay + 4 = 0$ параллельны?»);

5) нахождение касательной к графику функции (задача «При каком значении a прямая $y = ax + 3$ касается графика функции $y = \frac{2}{x}$?»);

6) нахождение касательной к окружности (задача «При каком значении a прямая $y = x + a$ касается окружности $x^2 + y^2 = 1$?»).

Перед решением более сложных задач с параметрами рекомендуется сначала разобрать простые, так называемые, подготовительные задачи.

В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

Задача 1. При каких значениях параметра a множество решений неравенства $x(x-4) + a^2(a+4) \leq ax(a+1)$ содер-

жит не более четырех целых x [13, с. 434].

Для решения задачи 1, учащимся можно предложить серию подготовительных задач.

Подготовительная задача 1 (актуализируется умение раскладывать квадратный трехчлен с параметром на множители, используя при этом не только стандартный подход, но и применяя теорему Виета).

Найти корни уравнения:

$$x^2 - (a^2 + 3a - 2)x + 3a^3 - 2a^2 = 0.$$

Первый способ:

$$D = (a^2 + 3a - 2)^2 - 4(3a^3 - 2a^2) = a^4 - 6a^3 + 13a^2 - 12a + 4;$$

$$D = a^4 - 6a^3 + 4a^2 + 9a^2 - 12a + 4 = a^4 - 6a^3 + 4a^2 + (3a - 2)^2;$$

$$D = (a^2)^2 - 2a^2(3a - 2) + (3a - 2)^2 = (a^2 - (3a - 2))^2 = (a^2 - 3a + 2)^2.$$

$$x_{1,2} = \frac{a^2 + 3a - 2 \pm (a^2 - 3a + 2)}{2}. \quad x_1 = a^2; \quad x_2 = 3a - 2.$$

Можно найти корни уравнения при помощи теоремы Виета

Второй способ: $x^2 - (a^2 + 3a - 2)x + 3a^3 - 2a^2 = 0$

$$x^2 - (a^2 + 3a - 2)x + a^2(3a - 2) = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = a^2(3a - 2); \quad x_1 + x_2 = a^2 + 3a - 2.$$

Откуда $x_1 = a^2, \quad x_2 = 3a - 2.$

Подготовительная задача 2 (актуализируется умение решать графически неравенство с двумя переменными).

Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству:

$$(y - x)(y + x - 2) \leq 0.$$

Решение. Неравенство можно решить методом областей. Прямые $y = x$

и $y = 2 - x$ разбивают координатную плоскость xOy на области, в каждой из которых неравенство сохраняет свой знак. Определив знак неравенства в каждой области, получим решение неравенства, которое на Рисунке 1 обозначено штриховкой.

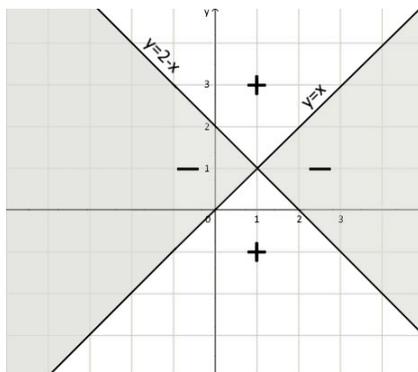


Рисунок 1 – Графическая иллюстрация решения неравенства

Подготовительная задача 3 (представляет собой более упрощенный вариант исходной задачи с параметрами, сохраняя основную идею решения).

При каких значениях параметра a система $\begin{cases} a - x^2 \geq 0, \\ a + x - 2 \leq 0. \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

Решение. Решим систему неравенств $\begin{cases} a \geq x^2, \\ a \leq 2 - x. \end{cases}$ в системе координат xOa .

На Рисунке 2 решение обозначено штриховкой. Перемещая прямую параллельно оси Ox можно заметить, что при $0 \leq a \leq 4$ система будет иметь хотя бы одно решение.

Ответ: $a \in [0; 4]$.

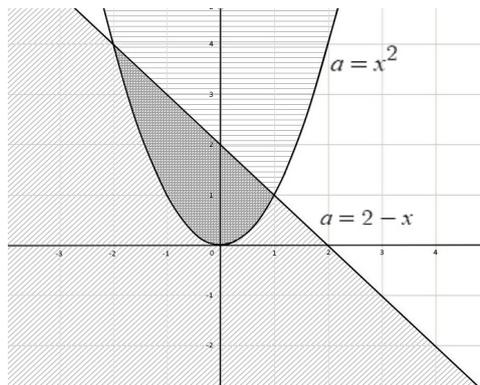


Рисунок 2 – Графическая иллюстрация решения системы

Решим задачу 1, применяя рассмотренные выше подготовительные задачи.

Решение:

$$x^2 - 4x + a^2(a + 4) - a^2x - ax \leq 0$$

$$x^2 - (a^2 + a + 4)x + a^2(a + 4) \leq 0$$

по теореме Виета: $x_1 \cdot x_2 = a^2(a + 4)$;

$$x_1 + x_2 = a^2 + a + 4.$$

Получаем: $x_1 = a^2$, $x_2 = a + 4$.

$$(x - a^2)(x - (a + 4)) \leq 0$$

Введем систему координат xOa и решим неравенство методом областей.

Получаем области: I, II, III (Рис. 3)

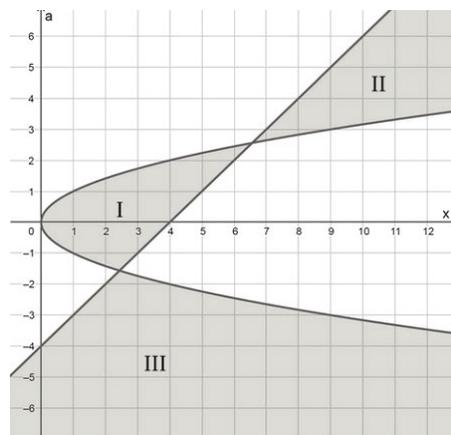


Рисунок 3 – Графическая иллюстрация решения задачи 1

Передвигая прямую, параллельную оси Ox , вдоль оси Oa в выделенных областях, находим искомые значения параметра a .

В области I исключаем $a = 0$, и $a = 1$, так при этих значениях неравенство будет иметь пять целых решений. Остальные значения a из этой области удовлетворяют условию задачи.

По чертежу можно заметить, что в области II при $x=12$, что соответствует $a = 2\sqrt{3}$, а в области III при $x=6$, что соответствует $a = -\sqrt{6}$ уже появляется пятое целое решение.

Объединяя найденные значения параметра a в каждой области, получим ответ.

Ответ: $(-\sqrt{6}; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2\sqrt{3})$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Умение использовать графический метод для решения задач характеризует высоко развитые аналитические способности и визуальное мышление школьников, так как требует не только знания формул, но и способность анализировать информацию, представленную графически.

В предложенной нами стратегии подготовки школьников к решению задач с параметрами графическим мето-

дом можно выделить следующие положения.

Основу систематической подготовки к решению задач с параметрами графическим методом составляет её непосредственная связь с основным, базовым учебным материалом.

Для эффективного освоения данного метода учащимся необходимо глубокое понимание его теоретических основ.

Начинать обучение решению задач с параметрами следует с формирования выделенных основных умений и навыков, владение которыми проверяется через решение типовых задач.

Основу успешной подготовки составляют опорные задачи, позволяющие актуализировать знания по решению задач с параметрами графическим методом, а также задачи, направленные на систематизацию знаний по построению графиков функций с помощью геометрических преобразований.

Решение задачи с параметрами представляет собой процесс последовательного решения выделенных в ней подготовительных задач, навыки решения которых у учащихся уже сформированы.

Предложенная стратегия была апробирована в рамках учебного процесса и показала свою эффективность при подготовке учащихся к решению заданий с параметрами ЕГЭ по математике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амелькин, В. В. *Задачи с параметрами : Справочное пособие по математике / В. В. Амелькин, В. Л. Рабцевич. – Минск : ООО «Асар», 2002. – 464 с.*
2. Биккулова, Г. Г. *Решение задач с параметром графическим методом с использованием информационных технологий / Г. Г. Биккулова, А. В. Симакова // Modern Science. – 2021. – № 1-2. – С. 255–260.*
3. Важеннин, Ю. М. *Самоучитель решения задач с параметрами / Ю. М. Важеннин. – Екатеринбург : УрГУ, 1996. – 83 с.*
4. Высоцкий, В. С. *Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ / В. С. Высоцкий. – Москва : Научный мир, 2011. – 316 с.*
5. Горништейн, П. И. *Задачи с параметрами / П. И. Горништейн, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – 3-е изд., допол. и перераб. – Москва : Илекса, Харьков : Гимназия, 2005. – 328 с.*
6. Зеленина, Н. А. *Выделение опорных задач при изучении темы «Уравнение окружности в задачах с параметрами» / Н. А. Зеленина // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. – 2022. – Вып. 4 (45). – С. 52–66. – https://doi.org/10.34130/1992-2752_2022_4_52.*
7. Кольшиницына, М. С. *Графические приемы решения задач с параметрами / М. С. Кольшиницына // Научно-методический*

электронный журнал «Концепт». – 2015. – Т. 25. – С. 206–210. – URL: <http://e-koncept.ru/2015/65344.htm> (дата обращения: 14.12.2025).

8. Крамор, В. С. Задачи с параметрами и методы их решения / В. С. Крамор. – Москва : ООО «Издательство Онискс»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2007. – 416 с.

9. Лапин, К. А. Некоторые особенности подготовки учащихся к решению задач с параметрами с использованием графических представлений / К. А. Лапин // Педагогика в теории и на практике: актуальные вопросы и современные аспекты : сборник статей III Международной научно-практической конференции, Пенза, 25 января 2020 года. – Пенза : «Наука и Просвещение» (ИП Гуляев Г.Ю.), 2020. – С. 190–193.

10. Матвеев, С. Н. О некоторых методических возможностях применения компьютерной системы моделирования «Живая геометрия» / С. Н. Матвеев, Г. Р. Антропова // Проблемы современного педагогического образования. – 2018. – № 61-1. – С. 174–177.

11. Моденов, В. П. Задачи с параметрами. Координатно-параметрический метод: учебное пособие / В. П. Моденов. – Москва : Издательство «Экзамен», 2007. – 285 [3] с. (серия «Абитуриент»).

12. Павлова, Т. В. Создание интерактивных чертежей к заданиям с параметром из профильного ЕГЭ по математике в программе GeoGebra / Т. В. Павлова, Н. П. Камшилов. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-54-62 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3 (63). – С. 54–62.

13. Петрушко, И. М. Сборник задач по алгебре, геометрии и началам анализа: учебное пособие / И. М. Петрушко, В. И. Прохоренко, В. Ф. Сафонов. – 2-е изд. – Санкт-Петербург : Лань, 2007. – 576 с.

14. Шананина, И. С. Применение средств ИГС GeoGebra в ходе решения задач с параметром графическим методом / И. С. Шананина. – Текст : непосредственный // Молодой ученый. – 2023. – № 25 (472). – С. 1–6. – URL: <https://moluch.ru/archive/472/104368> (дата обращения: 14.09.2025)

15. Шахмейстер, А. Х. Уравнения и неравенства с параметрами / А. Х. Шахмейстер. – 4-е изд. – Санкт-Петербург : «Петроглиф»: «Виктория плюс»: Москва : Издательство МЦМНО, 2023. – 304 с.

16. Ястребинецкий, Г. А. Задачи с параметрами : пособие для учителей / Г. А. Ястребинецкий. – Москва : Просвещение, 1986. – 127 с.

17. Яценко, И. В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2022 года по математике / И. В. Яценко, И. Р. Высоцкий, А. В. Семенов. – Москва, 2022. – 35 с. – URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2022/ma_mr_2022.pdf (дата обращения: 14.12.2025).

18. Яценко, И. В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года по математике / И. В. Яценко, И. Р. Высоцкий, А. В. Семенов. – Москва, 2023. – 43 с. – URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2023/ma_mr_2023.pdf (дата обращения: 14.10.2025).

19. Яценко, И. В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2024 года по математике / И. В. Яценко, И. Р. Высоцкий, А. В. Семенов. – Москва, 2024. – 39 с. – URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2024/ma_mr_2024.pdf (дата обращения: 14.10.2025).

REFERENCES

1. Amelkin, V. V. Problems with parameters: A reference manual in mathematics / V. V. Amelkin, V. L. Rabtsevich. – Minsk : ООО "Asar", 2002. – 464 p.

2. Bikkulova, G. G. Solving problems with a parameter by a graphical method using information technology / G. G. Bikkulova, A. V. Simakova // Modern Science. – 2021. – No. 1-2. – Pp. 255-260.

3. Vazhenin, Yu. M. Self-study guide to solving problems with parameters / Yu. M. Vazhenin. – Yekaterinburg: [Ural State University], 1996. – 83 p.

4. Vysotsky, V. S. Problems with parameters in preparation for the Unified State Exam / V. S. Vysotsky. – Moscow : Nauchny Mir, 2011. – 316 p.

5. Gornshhteyn, P. I. *Problems with Parameters. 3rd edition, supplemented and revised* / P. I. Gornshhteyn, V. B. Polonsky, M. S. Yakir. – Moscow : Ileksa, Kharkov : Gymnasium, 2005. – 328 p.
6. Zelenina, N. A. *Identification of Support Problems in Studying the Topic "The Equation of a Circle in Problems with Parameters"* / N. A. Zelenina // *Bulletin of Syktyvkar University. Ser. 1: Mathematics. Mechanics. Computer Science.* – 2022. – Issue. 4 (45). – Pp. 52–66. – https://doi.org/10.34130/1992-2752_2022_4_52.
7. Kolyshnitsyna, M. S. *Graphical methods for solving problems with parameters* / M. S. Kolyshnitsyna // *Scientific and methodological electronic journal "Concept".* – 2015. – Vol. 25. – Pp. 206-210. – URL: <http://e-koncept.ru/2015/65344.htm> (date of access: 12/14/2025).
8. Kramor, V. S. *Problems with parameters and methods for their solution* / V. S. Kramor. – Moscow : OOO "Izdatelstvo Onyx": OOO "Izdatelstvo Mir i Obrazovanie", 2007. – 416 p.
9. Lapin, K. A. *Some Features of Preparing Students to Solve Problems with Parameters Using Graphical Representations* / K. A. Lapin // *Pedagogy in Theory and Practice: Current Issues and Modern Aspects: Collection of Articles from the III International Scientific and Practical Conference, Penza, January 25, 2020.* – Penza: "Science and Education" (IP Gulyaev G.Yu.), 2020. – Pp. 190-193.
10. Matveev, S. N. *On Some Methodological Possibilities of Using the "Living Geometry" Computer Modeling System* / S. N. Matveev, G. R. Antropova // *Problems of Modern Pedagogical Education.* – 2018. – № 61-1. – С. 174–177.
11. Modenov, V. P. *Problems with parameters. Coordinate-parametric method: tutorial* / V. P. Modenov. – Moscow : Examen Publishing House, 2007. – 285 [3] p. (series "Applicant").
12. Pavlova, T. V. *Creation of interactive drawings for tasks with a parameter from the profile Unified State Exam in Mathematics in the GeoGebra program* / T. V. Pavlova, N. P. Kamshilov. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-54-62 // *Didactics of Mathematics: Problems and Investigations.* – 2024. – Issue. 3 (63). – Pp. 54–62.
13. Petrushko, I. M. *Collection of problems in algebra, geometry, and principles of analysis: a tutorial* / I. M. Petrushko, V. I. Prokhorenko, V. F. Safonov. – 2nd ed. – St. Petersburg: Lan, 2007. – 576 p.
14. Shananina, I. S. *Application of GeoGebra IGS tools in solving problems with a parameter using a graphical method* / I. S. Shananina. – Text: direct // *Young scientist.* – 2023. – No. 25 (472). – Pp. 1–6. – URL: <https://moluch.ru/archive/472/104368> (date accessed: 14.09.2025).
15. Shakhmeyster, A. Kh. *Equations and inequalities with parameters* / A. Kh. Shakhmeyster. – 4th ed. – St. Petersburg: "Petroglyph": "Victoria Plus": Moscow : MCMNO Publishing House, 2023. – 304 p.
16. Yastrebinetsky, G. A. *Problems with parameters: a manual for teachers* / G. A. Yastrebinetsky. – Moscow : Prosveshchenie, 1986. – 127 p.
17. Yashchenko, I. V. *Methodological recommendations for teachers, prepared based on the analysis of typical mistakes of participants in the 2022 Unified State Exam in Mathematics* / I. V. Yashchenko, I. R. Vysotsky, A. V. Semenov. – Moscow, 2022. – 35 p. – URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2022/ma_mr_2022.pdf (date of access: 14.10.2025).
18. Yashchenko, I. V. *Methodological recommendations for teachers, prepared based on the analysis of typical mistakes of participants in the 2023 Unified State Exam in Mathematics* / I. V. Yashchenko, I. R. Vysotsky, A. V. Semenov. – Moscow, 2023. – 43 p. – URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2023/ma_mr_2023.pdf (date accessed: 14.12.2025).
19. Yashchenko, I. V. *Methodological recommendations for teachers, prepared based on the analysis of typical mistakes of participants in the 2024 Unified State Exam in Mathematics* / I. V. Yashchenko, I. R. Vysotsky, A. V. Semenov. – Moscow, 2024. – URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2024/ma_mr_2024.pdf (date accessed: 14.12.2025).



АВТОРЫ

Гридчина Валентина Борисовна

(Российская Федерация, г. Новокузнецк)
кандидат педагогических наук, доцент
кафедры математики, физики и математи-
ческого моделирования Кузбасского гума-
нитарно-педагогического института феде-
рального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
образования «Кемеровский государствен-
ный университет»

E-mail: v-gridchina@yandex.ru

ORCID ID: 0009-0004-4803-8945

Осипова Людмила Александровна

(Российская Федерация, г. Новокузнецк)
кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры математики, физики и
математического моделирования Кузбас-
ского гуманитарно-педагогического ин-
ститута федерального государственного
бюджетного образовательного учрежде-
ния высшего образования «Кемеровский
государственный университет»

E-mail: l-osp@mail.ru

ORCID ID: 0009-0006-8468-9491

AUTHORS

Gridchina Valentina Borisovna

(Russian Federation, Novokuznetsk)
Candidate of Pedagogical Sciences, Asso-
ciate Professor of the Department of Math-
ematics, Physics, and Mathematical Model-
ing at the Kuzbass Humanitarian and Ped-
agogical Institute of the Federal State Budg-
etary Educational Institution of Higher Ed-
ucation "Kemerovo State University"

E-mail: v-gridchina@yandex.ru

ORCID ID: 0009-0004-4803-8945

Osipova Lyudmila Aleksandrovna

(Russian Federation, Novokuznetsk)
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate
Professor, associate Professor of the De-
partment of Mathematics, Physics, and
Mathematical Modeling at the Kuzbass
Humanitarian and Pedagogical Institute of
the Federal State Budgetary Educational
Institution of Higher Education "Kemerovo
State University"

E-mail: l-osp@mail.ru

ORCID ID: 0009-0006-8468-9491

ВКЛАД АВТОРОВ

Гридчина В.Б.: создание концепции ис-
следования, анализ и обобщение данных
литературы, руководство и проведение
исследования, анализ и обобщение резуль-
татов исследования, создание рукописи и
ее редактирование, визуализация.

Осипова Л.А.: создание концепции ис-
следования, анализ и обобщение данных
литературы, анализ и обобщение резуль-
татов исследования, создание рукописи и
ее редактирование, визуализация.

*Авторы заявляют об отсутствии
конфликта интересов*

AUTHOR CONTRIBUTION

Gridchina V.B.: Creating a research con-
cept, analyzing and summarizing literature
data, managing and conducting research,
analyzing and summarizing research re-
sults, creating and editing a manuscript,
and visualizing data.

Osipova L.A.: Creating a research concept,
analyzing and summarizing literature data,
analyzing and summarizing research re-
sults, creating and editing a manuscript,
and visualizing it.

*The authors declared no conflicts
of interest*

УДК 37.091.322-027.22:51
EDN WXPQWG

DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-102-114

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Шабанова Мария Валерьевна,
Павлова Мария Александровна,
Удовенко Лариса Николаевна



АННОТАЦИЯ

Одним из современных трендов математической науки является усиление роли экспериментальной составляющей математической деятельности. Проявлением этого тренда в математическом образовании является введение требований формирования экспериментальных умений обучающихся в процессе обучения математике. Решение новой образовательной задачи требует не только включения в систему средств обучения математике экспериментальных задач, но и разработки методики обучения постановке, проведению, анализу экспериментальных данных, получению с опорой на этих данных адекватных выводов и их целесообразному использованию для решения поставленной задачи. Авторы статьи представляют методику, разработанную для обучения решению экспериментальных задач учащихся 5-9 классов – будущих участников Турнира по экспериментальной математике на занятиях кружков и курсах внеурочной деятельности.

Методика представляет собой конкретизацию авторской технологии методологически ориентированного обучения математике, которая предполагает создание в учебном процессе условий для объективизации и рационализации методологических оснований математической деятельности, а также окультуривания субъектного опыта этой деятельности. В качестве примера реализации методики в статье представлена работа с одной из задач турнира прошлых лет. Методика может быть реализована в рамках курсов внеурочной деятельности или в системе дополнительного математического образования.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Компьютерный эксперимент, экспериментальные задачи, экспериментальные умения, обучение математике, подготовка к математическим состязаниям.



Для цитирования: Шабанова, М. В. Методика обучения решению экспериментальных математических задач / М. В. Шабанова, М. А. Павлова, Л. Н. Удовенко. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-102-114 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – Вып. 1 (69). – С.102–114. – EDN WXPQWG.

Поступила: 04.12.2025 | Одобрена: 26.02.2026 | Опубликована: 10.03.2026

THE METHODOLOGY OF TEACHING THE SOLUTION EXPERIMENTAL MATHEMATICAL PROBLEMS

**Shabanova Maria Valerievna,
Pavlova Maria Alexandrovna,
Udovenko Larisa Nikolaevna**



ABSTRACT

One of the modern trends in mathematical science is the strengthening of the role of the experimental component of mathematical activity. A manifestation of this trend in mathematical education is the introduction of requirements for the formation of experimental skills of students in the process of teaching mathematics. Solving a new educational problem requires not only the inclusion of experimental problems in the system of teaching mathematics, but also the development of teaching methods for setting, conducting, analyzing experimental data, obtaining adequate conclusions based on these data and their appropriate use to solve the problem. The authors of the article present a methodology developed to prepare participants of the Experimental Mathematics Tournament, held among students in grades 5-9 of secondary schools, to solve experimental problems. The theoretical basis of the proposed methodology is the author's technology of methodologically oriented teaching of mathematics, which involves the creation of conditions in the educational process for the objectification and rationalization of the methodological foundations of mathematical activity, as well as the cultivation of the subjective experience of this activity. As an example of the implementation of the methodology, the article presents work with one of the tasks of the tournament from previous years. The methodology can be implemented as part of extracurricular activities or in the system of additional mathematical education

KEY WORDS

Computer experiment, experimental tasks, experimental skills, teaching mathematics, preparation for mathematical competitions.



For citation: Shabanova, M. V. The methodology of teaching the solution experimental mathematical problems / M. V. Shabanova, M. A. Pavlova, L. N. Udovenko. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-102-114 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. – 2026. – No. 1 (69). – Pp. 102–114. – EDN WXPQWG.

Received: 04 December 2025 | Approved: 26 February 2026 | Published: 10 March 2026

ВВЕДЕНИЕ

Математики во все времена пользовались экспериментальными методами. В период зарождения математики эксперименты использовались для получения эмпирических соотношений. Так были, например, получены формулы для при-

ближенного вычисления длины окружности, площади круга, площади поверхности сферы и т.п. После появления дедуктивных методов эксперименты стали играть вспомогательную роль. Упоминания об их применении практически исчезли из математических трактатов. Однако его использование не прекратилось. Доста-

точно вспомнить метод Монте-Карло, использованный графом де Бюффоном в XVIII веке для вычисления приближенного значения числа π , эксперименты с мыльными пленками Джозефа Плато в XIX веке для определения геометрических форм поверхностей наименьшей площади, ограниченных заданным пространственным контуром.

Сегодня с усложнением решаемых математиками задач, а также развитием цифровых технологий в математике роль экспериментальных методов усилилась на столько, что заговорили о появлении нового раздела науки – экспериментальной математики. Основатели этого раздела американские ученые Джонотан М. Борвей и Дэвид Бейли в своей монографии [9] описывают возможности, которые предоставил математикам компьютерный эксперимент:

«Чтобы быть точным, говоря об экспериментальной математике, мы имеем в виду особую методологию математической деятельности, которая включает в себя использование компьютеров для:

- достижения понимания и поддержки интуиции;
- открытия новых моделей и отношений;
- графической визуализации основных принципов;
- тестирования и предотвращение фальсификации гипотез;
- изучения возможного результата, чтобы увидеть, стоит ли он поиска формального доказательства;
- выдвижения гипотез о подходах к формальному доказательству;
- замены технически сложных выкладок компьютерными расчетами в ходе доказательств;
- подтверждения аналитически полученных результатов» [7, с. 29].

По характеру применяемых методов все задачи математики можно разделить на три вида:

1) экспериментальные задачи – задачи, решения которых возможно осуще-

ствить лишь экспериментальными методами (проведение натурального, мысленного или компьютерного экспериментов);

2) экспериментально-теоретические задачи – задачи, решения которых существенно облегчаются привлечением экспериментальных методов, однако основу решения составляют теоретические методы;

3) теоретические задачи – задачи, для решения которых не требуется привлечение экспериментальных методов.

Эти изменения в методологии научной математической деятельности не могли не отразиться на содержании социального заказа на результаты школьного математического образования. Сегодня одним из требований к метапредметным результатам обучения математике на ступени основного общего образования является формирование умения «проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой» [2, с. 9], но достижение этого результата пока не обеспечено методическими рекомендациями.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Специальная подготовка школьников к решению экспериментальных задач ранее была предусмотрена только программами предметов естественно-научного цикла. В начальной школе это предмет «Окружающий мир», в основной и старшей школе – такие предметы, как физика, химия, биология. Сведения о сущности данного метода, его особенностях, определяемых предметной областью, а также о его роли в истории развития естественных наук включены в содержание учебников. Так в учебнике физики для 7 класса [3] одна из первых тем посвящена раскрытию содержания научных методов изучения природы. Здесь отмечается, что для изучения природных

явлений физики воспроизводят их в лабораториях и исследуют в специально созданных условиях (проводят эксперименты). Тема с аналогичным названием и содержанием есть и в учебнике химии для 8 класса [4]. Появляется понятие «химический эксперимент – исследование, которое проводят с веществами в контролируемых условиях с целью изучения их свойств» [4, с. 14]. Программами этих учебных предметов традиционно предусмотрены разные формы организации экспериментальной работы учащихся: демонстрационные и фронтальные эксперименты, лабораторные работы и целые лабораторные практикумы.

Теория и методика обучения математике традиционно рассматривает метод эксперимента не как элемент содержания обучения, а как специальный метод обучения, позволяющий включать учащихся в активную познавательную деятельность, приводящую к открытию новых знаний. Например, формулировка и доказательство теоремы о сумме углов треугольника предваряется фронтальным экспериментом по измерению его углов транспортиром и нахождению суммы полученных значений.

Особенно часто данный метод используется на уроках математики в начальной школе. Результаты экспериментов выступают не только основой для индуктивных выводов, но и основой для подтверждения практикой истинности вводимых правил математических действий и формул для вычисления значений величин, недоступных для непосредственного измерения.

Опыт осуществления экспериментальных действий, приобретенный учащимися вследствие применения данного метода обучения, может стать основой для формирования методологических знаний о сущности, назначении и особенностях использования экспериментов в математике. Эти знания, как и все иные методологические знания, содержатся в опыте деятельности в неявном неосозна-

ваемом виде. Для их объективизации и рационализации требуется создание в учебном процессе специальных условий. Подробно этот процесс описан в монографии [5]. Понимание его закономерностей положено нами в основу технологии методологически ориентированного обучения.

Цель статьи – продемонстрировать читателям возможности технологии методологически ориентированного обучения в формировании знаний об особенностях использования экспериментальных методов в математике и экспериментальных умений учащихся на примере методики подготовки к решению экспериментальных задач участников Турнира по экспериментальной математике.

Задачи на проведение экспериментов являются обязательной частью турнирных заданий. Архив задач турнира с критериями оценки и решениями размещен на сайте [GeoGebra.org](https://www.geogebra.org)¹.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Технология методологически ориентированного обучения [5] позволяет воспроизвести в учебном процессе ряд последовательных этапов развития знаний о методе эксперимента.

1. *Зарождение* в процессе восприятия образца эффективной экспериментальной деятельности при решении познавательной проблемы, не разрешимой чисто теоретическими методами (наблюдение за экспериментальной деятельностью наставника или чтение о применении экспериментального метода в истории развития математики). На этом этапе методологические знания неотделимы от конкретного акта познавательной деятельности.

¹ <https://www.geogebra.org/m/vger9kgu> — архив задач турнира по ЭМ

2. *Распространение* на другие ситуации, требующие привлечения экспериментального метода. В этот период методологические знания осознаются как традиции следования предъявленным образцам или инструкциям учителя по осуществлению экспериментальной деятельности.

3. *Выявление* – осознание значимости изучения условий эффективности применения метода эксперимента. К выявлению приводит столкновение с ситуацией «неуспеха» в его использовании, которая вызвана неосознаваемым нарушением правил постановки и проведения эксперимента или неправильной обработкой его результатов, отсутствием их теоретического осмысления.

4. *Опредмечивание* – превращение эксперимента из метода познания в предмет изучения. Знания о сущности экспериментального метода, условиях и границах его эффективности, месте в системе методов познания в математике являются результатом рефлексивного осмысления и критической оценки сложившихся традиций его использования.

Несмотря на то, что в математике применяются экспериментальные методы разных видов: натурные, мысленные, компьютерные, начинать обучение целесообразно с освоения метода натурального эксперимента, так как именно он составляет основу врожденного исследовательского поведения ребенка, а затем широко используется и культивируется на ступенях дошкольного и младшего школьного образования (А. И. Савенков [1]).

Участникам турнира по экспериментальной математике всех возрастных групп (5-6 классы, 7, 8 и 9 класс) предлагаются задачи на получение индуктивных выводов с опорой на следующие виды экспериментальных действий: перегибание листа бумаги, разрезание, складывание, измерение, перемещение и т.п. с моделями или изображениями геометрических фигур, а также с реальными объектами.

Методика работы с экспериментальной задачей для зарождения у учащихся 5-6 классов опыта планировании натурального эксперимента.

Методика работы с задачей на этапе *зарождения* нового методологического знания должна выстраиваться в соответствии этапами, предложенными И. С. Якиманской [8]:

1) актуализация субъектного опыта деятельности обучающихся в ходе самостоятельной работы над задачей, подобранной с целью спровоцировать возникновение ситуации «неуспеха»;

2) раскрытие содержания методологических оснований деятельности и определение степени их осознанности в ходе рефлексивной беседы под руководством учителя о причинах «неуспеха»;

3) окультуривание опыта деятельности учащихся в процессе демонстрации им образца рассуждений учителем или применения иных методов проблемного обучения (эвристической беседы, частично-поискового метода);

4) вовлечение обучающихся в деятельность методологической рефлексии, позволяющей осознать основные отличия предложенной учителем стратегии деятельности от исходной.

В качестве содержательной основы демонстрации методики возьмем одну из задач турнира по Экспериментальной математике: *«Исследуйте, на какое наибольшее количество частей могут разделить круг 4 пересекающих его прямые»* (задача № 1, 5 – 6 класс, 2023 г.).

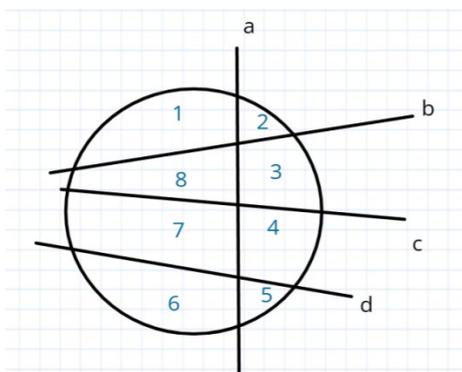
Для актуализации субъектного опыта достаточно предоставить учащимся время для самостоятельной работы над задачей. Считаем, что в результате решения будет получен вывод о количестве частей, основанный на построении учащимися одного или нескольких изображений. Спровоцировать именно такой подход к решению задачи может и сам учитель:

Хорошо известно, что одна прямая, пересекая круг, делит его на две части.

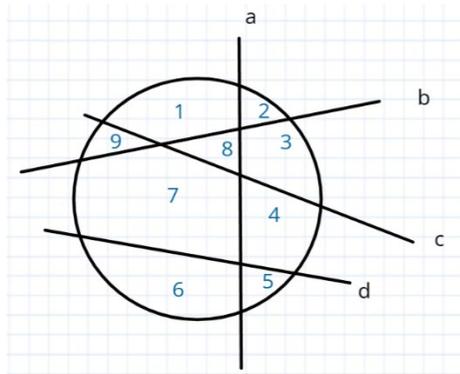
Можно ли сразу сказать, на сколько частей делят его четыре прямые? Без рисунка ответить трудно. Изобразите произвольный круг и пересеките его четырьмя произвольными прямыми.

Подсчитайте количество получившихся частей круга.

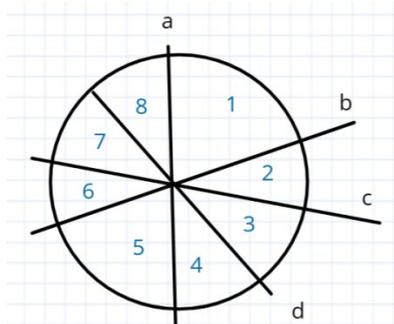
Для определенности будем считать, что на первом этапе работы учащимися получены четыре результата, представленные на Рисунке 1 (а, б, в, г).



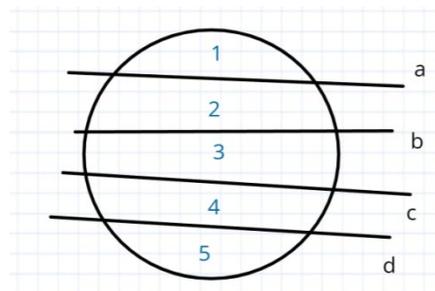
а) 8 частей



б) 9 частей



в) 8 частей



г) 5 частей

Рисунок 1 – Возможные результаты первых испытаний ситуации

Для выявления низкой эффективности стихийных проб (применения бэконовского эксперимента (см. п. 1.2, [7]), нужно включить учащихся в деятельность сопоставления и фронтального обсуждения полученных результатов.

Результаты учащихся желательно выставить на всеобщее обозрение, например, разместив на стенде. Для того, чтобы ученики располагали рисунки в порядке увеличения частей, на которые четыре прямые разделили круг, учитель может вызывать их по очереди (пусть выйдут и разместят свои работы сна-

чала те ученики, у которых получилось 5 частей, затем 6 и так далее, пока все ученики не вывесят свои работы).

Задача учителя на этапе раскрытия содержания субъектного опыта – подвести обучающихся к выводу, что последний в ряду рисунок еще не гарантия того, что полученный результат является наилучшим. Содержание беседы может быть следующим:

Среди полученных рисунков есть тот или те (у нас рис. 1, б), на котором(-ых) частей больше, чем на остальных. Можно ли считать этот резуль-

тат наилучшим? Почему? Представьте, что мы решили продолжить строить все новые и новые изображения, есть ли гарантия, что тот пример, которого мы пока не построили, не даст лучшие результаты, чем все предыдущие? Убедить нас может только полный перебор всех вариантов. Возможен ли он в данной ситуации? Почему? На первый взгляд, полный перебор невозможен в силу бесконечности взаимного расположения четырех произвольных прямых и круга.

На этапе окультуривания опыта целесообразно организовать совместную эвристическую деятельность.

Вместо того, чтобы стремиться с каждой новой попыткой улучшить результат, давайте подумаем, как использовать эксперимент для раскрытия зависимости между количеством частей, на которые четыре прямые делят круг, и взаимным расположением их отрезков (хорд) внутри круга. Проведение такого эксперимента нуждается в планировании. Для того, чтобы перебор не был бесконечен, мы должны найти способ разбить все множество случаев на конечное количество классов, а затем для каждого класса построить свое изображение и использовать его для получения выводов о количестве частей.

К поиску оснований для проведения классификации желательно привлечь самих учащихся, предложив каждому из них дать словесное описание расположению хорд на своем рисунке. Для примера дадим словесное описание расположению хорд (а – г) на Рисунке 1:

а) три хорды не пересекаются, а четвертая пересекает каждую из них;

б) три хорды попарно пересекаются в трех разных точках, а четвертая пересекает только одну из них;

в) все хорды попарно пересекаются, но точки их пересечения совпадают;

г) хорды не пересекаются.

Частая повторяемость одних и тех же слов в описаниях подсказывает уча-

щимся признаки классификации. Их два: (1) количество пересекающихся пар хорд и (2) количество различных точек пересечения. Для того, чтобы количество различных точек пересечения хорд было наибольшим, каждая пара отрезков должна пересекаться в своей точке. Давайте посчитаем количество пар, которые образуют хорды а, б, с и д. Это можно сделать по-разному: составить таблицу, граф, применить формулу количества сочетаний из четырех по 2. Мы же просто выпишем все пары: (а;б), (а;с), (а;д), (б;с), (б;д), (с;д). Таким образом, у нас получается, что четыре хорды могут дать самое большее 6 различных точек пересечения. Мы получили возможность составить таблицу 6×6 для сбора данных эксперимента. 36 испытаний, это уже не бесконечность!

Для наглядности желательно таблицу сделать такой, чтобы в её ячейках умещались рисунки учащихся. Можно попросить теперь распределить ранее выполненные рисунки по ячейкам. Такое распределение закончится тем, что некоторые ячейки останутся пустыми, другие, возможно, будут содержать несколько рисунков.

Наличие пустых ячеек создает условия для организации беседы, направленной на поиск объяснения этого факта. Таблицу можно уменьшить, исключив из неё ячейки с невозможным расположением хорд (закрасим их серым цветом). Например, сразу ясно, что количество различных точек пересечения не может превышать количества пересекающихся пар.

Исключение может осуществляться и по ходу проведения эксперимента над объектами, удовлетворяющими условиям каждой ячейки. Главное, чтобы каждое исключение было обосновано. Следующий шаг – включение обучающихся в деятельность использования полученной классификации. Она может быть направлена на экспериментальную про-

верку высказанного учителем утверждения:

Если классификация проведена правильно, то каждому оставшемуся в таблице случаю должен соответствовать вполне определенный результат разбиения круга на части.

Предложите учащимся убедиться в этом, построив для каждого оставшегося варианта свое изображение. Каждое новое испытание завершается опросом

учащихся о полученных результатах. Данные заносятся в Таблицу 1.

Мы перебрали все возможные случаи взаимного расположения четырех хорд. Проведенный эксперимент показал, что наибольшее количество частей, на которые четыре прямые делят круг, равно 11. Это количество частей образуется в том случае, если все хорды попарно пересекаются и точки их пересечения не совпадают (см. Рис. 2).

Таблица 1 – Результаты решения задачи методом эксперимента

Количество различных точек пересечения	Количество пересекающихся пар						
	0	1	2	3	4	5	6
0	5						
1		6		7			8
2			7		8		
3				8		9	
4					9		10
5						10	

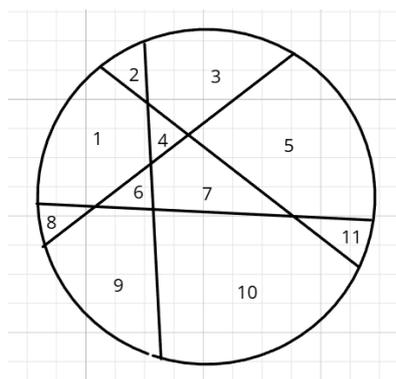


Рисунок 2 – Итоговый результат решения задачи

Работа над задачей, выступающей содержательной основой развития методологических знаний учащихся, не заканчивается получением результата. Важен не столько ответ на вопрос задачи, сколько приобретенный учащимися

опыт деятельности. Важным элементом методики является включение обучающихся в деятельность методологической рефлексии после получения результата.

Ранее мы не были убеждены в том, что 11 частей – это наибольшее количество частей, на которые могут разделить четыре прямые круг. Можем ли мы теперь считать данное утверждение верным?

Данный вопрос является тривиальным, то есть допускает только два альтернативных ответа «Да» или «Нет». Он позволяет разделить учащихся, придерживающихся противоположных позиций, на две дискуссионные группы. Возможно, выделится и третья группа

«сомневающих». Дальнейшее обсуждение может быть организовано в форме игры «Битва аргументов». Игровой результат – привлечь на свою сторону большее количество сомневающих или даже членов противоположной группы под влиянием аргументации своей позиции. Задача учителя – осуществлять письменную фиксацию аргументов «за» и «против» в ходе игры. Приведем в Таблице 2 некоторые возможные аргументы.

Таблица 2 – Аргументы участников игры

Аргументы «за»	Аргументы «против»
Мы действовали по плану и перебрали все возможные варианты, чтобы сделать вывод	В каждом классе бесконечное количество ситуаций, мы не могли перебрать их все, сделали только один или несколько рисунков
Любая ситуации в каждом классе даст такой же результат	Этот вывод основан только на нескольких испытаниях. Мы не можем быть в этом убеждены

Полученная в результате игры таблица аргументов позволяет осознать учащимся следующие особенности математического эксперимента: *если полный перебор невозможен, то результатом эксперимента является лишь гипотеза, поддерживаемая данными; убедительность гипотезы зависит от планомерности и полноты перебора вариантов (объектов обследования); если вариантов бесконечно много, то перебор проводится с опорой на классификацию описанных в задаче объектов по значимым для вывода признакам; признаки подбираются так, чтобы результаты испытания для двух представителей одного класса были одинаковы.*

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Представленная нами методика прошла апробацию и внедрена в систему проведения занятий кружков "Экспериментальная математика" для учащихся двух возрастных групп 5-6 и 7-9

классов. Сегодня такие кружки функционируют на базе центра по работе с одаренными детьми ГАОУ ДО АО Центр «Созвездие», Архангельск, в ряде школ Архангельской области (г. Северодвинск МАОУ СШ №24, г. Вельск МБОУ СШ №92), а также в ГАОУ «Лицей Иннополис» г. Иннополис. Занятия в кружках проводятся по одной программе, учебным материалам и методическим рекомендациям, которые размещены на сайте². Учащиеся, занимающиеся в этих кружках, являются постоянными участниками Турнира по экспериментальной математике.

Стать площадкой проведения турнира может любая образовательная организация, высказавшая такое желание. При этом не важно, была ли на её базе организована подготовка будущих участников турнира. Пакет заданий для участников направляется в день проведения турнира во все организации, на

² <https://itprojects.narfu.ru/kruzhhok-exp-mat/index.php>

чных площадках организуется Турнир. Турнирные задания состоят из шести задач, требующих развёрнутого ответа. Все задачи так или иначе связаны с постановкой, проведением или анализом результатов экспериментов разных видов: натуральных, мысленных и компьютерных. Среди них есть экспериментальные и экспериментально-теорети-

ческие задачи. При этом не запрещается решение задач чисто теоретическими методами, если это позволяет уровень математической подготовки участника.

Распределение баллов, представленных в Таблице 3, уточняется с учётом особенностей каждой конкретной задачи и характера допущенных участниками ошибок.

Таблица 3 – Обобщенные критерии оценки решения задачи на постановку и проведение натурального эксперимента

Баллы	Критерии
1-4	Представлен результат, который либо является неполным, либо удовлетворяет не всем требованиям, предъявляемым к нему. Имеются свидетельства экспериментальных действий (фотографии). Программа экспериментальных действий не описана.
5-8	Представлено описание хода экспериментальных действий, но ее обоснование не приведено. Полученные данные частично или полностью систематизированы. Данные подкрепляют сделанный вывод или выводы. Однако индуктивное обобщение результатов эксперимента не проведено.
9-10	На основе спланированного и теоретически обоснованного эксперимента получены экспериментальные данные. Данные систематизированы. Проведено индуктивное обобщение результатов. Формулировка вывода свидетельствует о понимании гипотетического характера заключения.

Работы проверяются централизованно жюри, членами которого являются преподаватели, аспиранты и студенты кафедры экспериментальной математики и информатизации образования САФУ. Все работы участников и выставленные баллы сохраняются, что позволяет отслеживать динамику результатов отдельных участников турнира и динамику результатов в целом по отдельным площадкам проведения турнира.

Сравним результаты решения задач на постановку и проведение натуральных экспериментов участниками турнира, представлявшими площадки, на которых реализовывалась описываемая нами методика, с результатами участников в целом.

Для этого воспользуемся коэффициентом результативности (R_i) – относительным показателем, который позволяет определять место каждой i -ой площадки проведения турнира в общем рейтинге участников. Значение коэффициента результативности рассчитывается по формуле: $R_i = \frac{x_i}{x_{\text{ср}}}$, где $x_{\text{ср}}$ – средний балл за решение задачи по всем участникам, приступившим к ее выполнению, x_i – средний балл за решение задачи по участникам i -ой площадки. Для представления динамики использовались лишь данные участников одной возрастной группы для каждого года 5-6 (2022) 7 класс (2023), 8 класс (2024), 9 класс (2025). Полученные данные представлены на диаграмме (рис. 3).

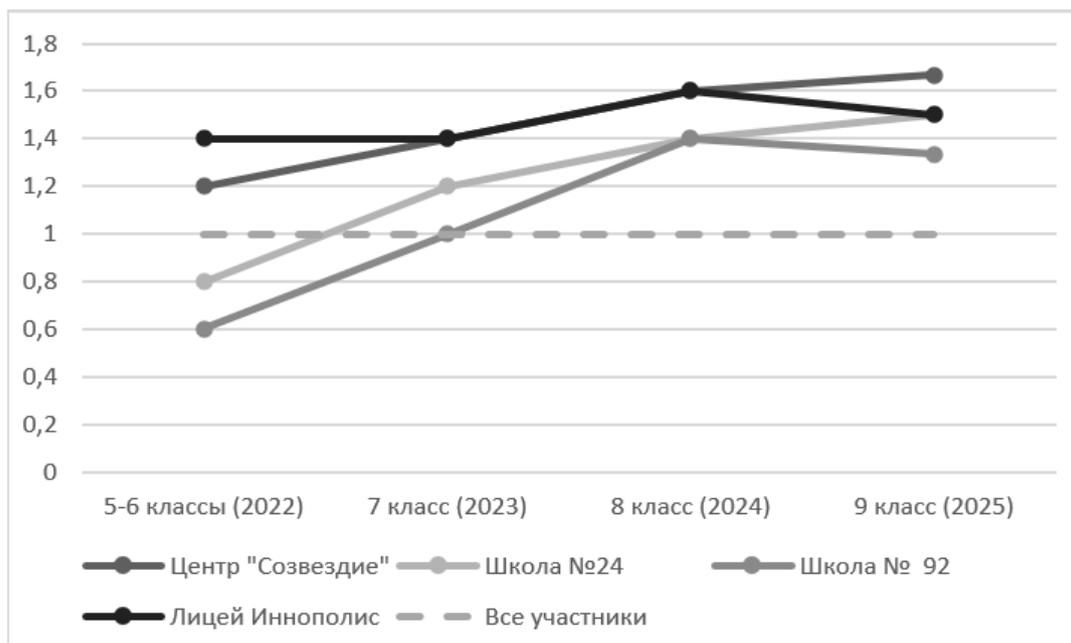


Рисунок 3 – Динамика результативности решения экспериментально-теоретической задачи участниками турнира за три года

Диаграмма показывает стабильный рост результативности выполнения экспериментальных задач участниками турнира по годам обучения тех площадок, в работу которых внедрена наша методика, по отношению к результатам участников турнира в целом.

Следует отметить, что средний балл всех участников на протяжении всех этих лет был достаточно стабильным 4-5 баллов, что говорит о трудностях преодоления границы между планируемым экспериментом и стихийными пробами в отсутствие специальной методической работы учителя по формированию экспериментальных знаний и умений учащихся.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная нами методическая схема работы с задачей требует достаточно больших затрат времени. В связи с этим мы рекомендуем ее использовать на внеурочных занятиях: курсах внеурочной деятельности, занятиях кружках, в организациях дополнительного образования.

Характер предлагаемых обучающимся экспериментальных задач и методические схемы работы с ними на этапах распространения, выявления и опредмечивания методологического знания несколько отличаются от рассмотренной. Так на этапе распространения задачи подбираются таким образом, чтобы применение одних и тех же стратегий и методов приводило к успеху, при этом постепенно расширяются границы применимости за счет варьирования задачных ситуаций. На этапе выявления учащимся должны быть предложены для решения две сходные по условию задачи, подобранные так, чтобы применение освоенного подхода к одной из них приводило к успеху, а к другой – к неудаче. Вся методическая работа здесь направлена на оказание помощи учащимся в раскрытии границ и причин применимости этого способа. На этапе опредмечивания содержательной основой деятельности выступают таблицы демонстрационных задач. Подробно все эти подходы описаны в нашей монографии [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Савенков, А. И. Педагогика. Исследовательский подход в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для вузов / А. И. Савенков. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 232 с.

2. Федеральная рабочая программа по учебному предмету «Математика» базовый уровень: для 5-9 классов общеобразовательной школы. – URL: <https://edsoo.ru/rabochie-programmy/> (дата обращения: 21.11. 2025).

3. Физика 7 класс: базовый уровень: учеб. для общеобразоват. организаций / М. И. Перышкин, А. И. Иванов. – 4-е изд. стереотип. – Москва : Просвещение, 2024 – 239 с.

4. Химия. 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / О. С. Габриелян, И. Г. Остроусов, С. А. Сладков. – Москва : Просвещение, 2019 – 175 с.

5. Шабанова, М. В. Методология учебного познания как цель изучения математики / М. В. Шабанова. – Архангельск : Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 2004. – 402 с.

6. Экекекян, В. Л. Интегрированная лабораторная работа по информатике, математике и физике / В. Л. Экекекян // Информатика. Приложение к газете «Первое сентября». – 2004. – № 37. – С. 22–24.

7. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография / М. В. Шабанова, Р. П. Овчинникова, А. В. Ястребов, М. А. Павлова и др. – Москва : Издательский дом Академии Естествознания, 2016. – 300 с. – URL: <https://monographies.ru/ru/book/view?id=560> (дата обращения 20.10.2025)

8. Якиманская, И. С. Технология личностно-ориентированного обучения в современной школе / И. С. Якиманская. – Москва : Сентябрь, 2000. – 176 с.

9. Borwein, J. (2004). *Mathematics by Experiment: plausible reasoning in the 21st century* / J. Borwein, D. Bailey // *Book Reviews*. – Pp. 199–201. – URL: <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.1201/b10704/mathematics-experiment-david-bailey-jonathan-borwein> (дата обращения: 20.10.2025).

REFERENCES

1. Savenkov, A. I. *Pedagogy. A Research Approach in 2 Parts. Part 1: Textbook and Workshop for Universities* / A. I. Savenkov. – 2nd ed., corrected and supplemented. – Moscow : Yurait Publishing House, 2023. – 232 p.

2. *Federal Work Program for the Subject "Mathematics" Basic Level: for Grades 5-9 of Comprehensive Schools*. – URL: <https://edsoo.ru/rabochie-programmy/> (Accessed: 21.11. 2025).

3. *Physics Grade 7: Basic Level: Textbook for Comprehensive Education Organizations* / M. I. Peryshkin, A. I. Ivanov. – 4th ed. Stereotype. – Moscow : Prosveshchenie, 2024. – 239 p.

4. *Chemistry. Grade 8: a textbook for comprehensive schools* / O. S. Gabrielyan, I. G. Ostroousov, S. A. Sladkov. – Moscow : Prosveshchenie, 2019. – 175 p.

5. Shabanova, M. V. *Methodology of Educational Knowledge as a Goal of Studying Mathematics* / M. V. Shabanova. – Arkhangelsk : M. V. Lomonosov Pomor State University, 2004. – 402 p.

6. Ekelekyan, V. L. *Integrated Laboratory Work in Computer Science, Mathematics, and Physics* / V. L. Ekelekyan // *Computer Science. Supplement to the Pervoe Sentyabrya newspaper*. 2004. – No. 37. – Pp. 22–24.

7. *Experimental Mathematics at School. Research-Based Learning: A Collective Monograph* / M. V. Shabanova, R. P. Ovchinnikova, A. V. Yastrebov, M. A. Pavlova, et al. – Moscow : Publishing House of the Academy of Natural Sciences, 2016. – 300 p. – URL: <https://monographies.ru/ru/book/view?id=560> (accessed 20.10.2025)

8. *Yakimanskaya, I. S. Technology of Personality-Centered Learning in the Modern School* / I. S. Yakimanskaya. – Moscow : September, 2000. – 176 p.

9. Borwein, J. (2004). *Mathematics by Experiment: plausible reasoning in the 21st century* / J. Borwein, D. Bailey // *Book Reviews*. – Pp. 199–201. – URL: <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.1201/b10704/mathematics-experiment-david-bailey-jonathan-borwein> (date of access: 20.10.2025).

АВТОРЫ

Шабанова Мария Валерьевна

(Российская Федерация, г. Архангельск)
 доктор педагогических наук, профессор, почётный работник высшей школы, профессор кафедры экспериментальной математики и информатизации образования Высшей школы информационных технологий и автоматизированных систем федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова»

E-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru
ORCID ID: 0000-0002-5043-0960
Scopus Author ID: 57221052603

Павлова Мария Александровна

(Российская Федерация, г. Архангельск)
 кандидат педагогических наук, доцент кафедры экспериментальной математики и информатизации образования Высшей школы информационных технологий и автоматизированных систем федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Северный (Арктический) федеральный университет имени М. В. Ломоносова»

E-mail: m.pavlova@narfu.ru
ORCID ID: 0000-0003-3299-599X
Scopus Author ID: 57218768239

Удовенко Лариса Николаевна

(Российская Федерация, г. Москва)
 кандидат педагогических наук, доцент, почётный работник сферы образования Российской Федерации, доцент кафедры математического анализа Института математики и информатики ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», доцент кафедры педагогики ОЧУ ВО «Православный Свято-Тихоновский гуманитарный университет»

E-mail: ln.udovenko@mpgu.su
ORCID ID: 0009-0003-4660-3587

ВКЛАД АВТОРОВ

Шабанова М.В.: создание рукописи, концептуализация, руководство исследованием

Павлова М.А.: проведение исследования. сбор и анализ данных

Удовенко Л.Н.: редактирование рукописи, верификация и визуализация данных

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

AUTHORS

Shabanova Maria Valerievna

(Russian Federation, Arkhangelsk)
 Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Honorary Worker of Higher Education, Professor of the Department of Experimental Mathematics and Educational Informatization, Higher School of Information Technology and Automated Systems, Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov

E-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru
ORCID ID: 0000-0002-5043-0960
Scopus Author ID: : 57221052603

Pavlova Maria Alexandrovna

(Russian Federation, Arkhangelsk)
 Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor of the Department of Experimental Mathematics and Informatization of Education of the Higher School of Information Technology and Automated Systems of the Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov

E-mail: m.pavlova@narfu.ru
ORCID ID: 0000-0003-3299-599X
Scopus Author ID: 57218768239

Udovenko Larisa Nikolaevna

(Russian Federation, Moscow)
 Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Honorary Worker of the Russian Federation in the Sphere of Education, Associate Professor of the Department of Mathematical Analysis at the Institute of Mathematics and Informatics at the Moscow State Pedagogical University, Associate Professor of the Department of Pedagogy at the Orthodox St. Tikhon's University for the Humanities

E-mail: ln.udovenko@mpgu.su
ORCID ID: 0009-0003-4660-3587

AUTHOR CONTRIBUTION

Shabanova M.V.: manuscript creation, conceptualization, research leadership

Pavlova M.A.: conducting research. data collection and analysis

Udovenko L.N.: manuscript editing, verification, and data visualization

The authors declared no conflicts of interest

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 373.5.091.64:51-043.86
EDN XCFFKM

DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-115-126

ЭВОЛЮЦИЯ УЧЕБНИКА ПО МАТЕМАТИКЕ Н.Я. ВИЛЕНКИНА ДЛЯ 5-ГО КЛАССА (СОВРЕМЕННЫЙ ПЕРИОД)

Садовников Евгений Юрьевич



АННОТАЦИЯ

Статья посвящена историко-педагогическому анализу эволюции одного из наиболее авторитетных и долговечных учебников отечественной школы — учебника математики для 5-го класса под авторством Н. Я. Виленкина. Основное внимание уделено его развитию в современный период (2021–2027 гг.), характеризующийся новыми вызовами и требованиями. На основе историко-генетического и сравнительного методов исследуется трансформация учебника под влиянием обновляющихся федеральных государственных образовательных стандартов, правовых коллизий между издательствами и современных дидактических тенденций. В работе детально проанализированы структурные и содержательные изменения новейшей версии учебника, выпущенной издательством «Просвещение» в соавторстве с Л. А. Александровой. Выявлены ключевые направления модернизации: перераспределение тем между 5-м и 6-м классами, усиление линии вероятности и статистики, увеличение и дифференциация упражнений, внедрение заданий для развития функциональной грамотности и проектно-исследовательской деятельности. Автором предложена периодизация эволюции учебника и систематизированы основные тенденции его развития. В заключении обосновываются перспективные векторы дальнейшего совершенствования учебно-методического комплекса, включая интеграцию искусственного интеллекта, формирование цифровой экосистемы, углубление междисциплинарных связей и работу с нейронными сетями. Статья представляет интерес для исследователей в области истории педагогики, методистов и разработчиков образовательного контента.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Учебник по математике, математическое образование, эволюция учебника, Н. Я. Виленкин, история педагогики и образования.



Для цитирования: Садовников, Е. Ю. Эволюция учебника по математике Н. Я. Виленкина для 5-го класса (современный период) / Е. Ю. Садовников. — DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-115-126 // Дидактика математики: проблемы и исследования. — 2026. — Вып. 1 (69). — С.115–126. — EDN XCFFKM.

Поступила: 04.12.2025 | Одобрена: 26.02.2026 | Опубликована: 10.03.2026

EVOLUTION OF N.Ya. VILENKIN'S 5TH GRADE MATH TEXTBOOK
(MODERN PERIOD)

Sadovnikov Evgeny Yuryevich

ABSTRACT

The article is devoted to the historical and pedagogical analysis of the evolution of one of the most authoritative and long-lasting textbooks of the Russian school, the 5th grade mathematics textbook authored by N. Ya. Vilenkin. The main focus is on its development in the modern period (2021-2027), characterized by new challenges and requirements. Based on historical, genetic and comparative methods, the transformation of the textbook under the influence of updated federal state educational standards, legal conflicts between publishing houses and modern didactic trends is investigated. The paper analyzes in detail the structural and substantive changes of the latest version of the textbook, published by the publishing house "Enlightenment" in collaboration with L. A. Alexandrova. The key areas of modernization have been identified: the redistribution of topics between 5th and 6th grades, the strengthening of the line of probability and statistics, the increase and differentiation of exercises, the introduction of tasks for the development of functional literacy and design and research activities. The author suggests a periodization of the textbook's evolution and systematizes the main trends in its development. In conclusion, promising vectors for further improvement of the educational and methodological complex are substantiated, including the integration of artificial intelligence, the formation of a digital ecosystem, the deepening of interdisciplinary connections and work with neural networks. The article is of interest to researchers in the field of the history of pedagogy, methodologists and developers of educational content.

KEY WORDS

Textbook on mathematics, mathematical education, textbook evolution, N. Ya. Vilenkin, history of pedagogy and education.

For citation: Sadovnikov, E. Yu. Evolution of N. Ya. Vilenkin's 5th grade math textbook (modern period) / E. Yu. Sadovnikov. – DOI: 10.24412/2079-9152-2026-69-115-126 // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. – 2026. – No. 1 (69). – Pp. 115–126. – EDN XCFFKM.

Received: 04 December 2025 | Approved: 26 February 2026 | Published: 10 March 2026

ВВЕДЕНИЕ

Российская система образования имеет богатую и уникальную историю, особенно в области математики. С 1970-х годов школьная математика претерпела значительные изменения и модернизацию. Вопрос повышения качества математического образования всегда оставался

актуальным. В распоряжении Правительства Российской Федерации от 19.11.2024 № 3333-р утвержден план по улучшению преподавания математики в школах и средних учебных заведениях. Согласно этому документу, обновление федеральных государственных образовательных стандартов и федеральных основных общеобразовательных программ

по математике планируется на 2026 год [9].

Кроме того, к 2027 году должны быть созданы новые учебники и учебно-методические материалы по математике с участием Российской академии наук. В перечне поручений по итогам заседания Совета при Президенте по науке и образованию (утвержден Президентом РФ 01.04.2025 № Пр-685) подчеркнута о необходимости обновить ФГОС и ФООП по математике. Это включает в себя сбалансирование учебного материала, усиление межпредметных связей и его адаптацию для разных возрастных групп учащихся [6].

Учебник по математике Н. Я. Виленкина прошел значительные трансформации, адаптируясь к современным требованиям и научным достижениям в области педагогики и математики. Учебное пособие зарекомендовало себя как надёжный и стабильный ресурс для обучения, обладающий высокими дидактическими качествами. С момента своего первого издания в 1970 году учебник продолжает активно использоваться, что свидетельствует о его педагогической и методической состоятельности [1;2].

За последние пятьдесят лет учебник претерпел модернизацию как в содержательной части, так и в принципах подачи материала. Эволюция издания сопровождалась изменением научно-педагогических оснований и подходов к изложению учебного материала. Комплекс упражнений был обновлен и усовершенствован, что позволило повысить эффективность обучения и способствовать более глубокому усвоению [11].

В 2020 году учебник математики под авторством Н. Я. Виленкина характеризовался значительной правовой и методической неопределённостью. Несмотря на сохраняющуюся высокую педагогическую ценность и востребованность в учительском сообществе, его статус в федеральном перечне учебников оставался нестабильным. Ключевым фактором дан-

ной ситуации является продолжающийся правовой конфликт между издательствами «Мнемозина» и «Просвещение» относительно исключительных прав на публикацию и распространение данного учебного пособия. В 2020 году учебник в редакции издательства «Просвещение» был исключён из федерального перечня вследствие формальных нарушений процедуры лицензионной экспертизы электронной формы учебника [3].

В то же время версия, издаваемая «Мнемозиной», по всей видимости, сохраняла своё место в перечне, однако общая правовая неразбериха вносила существенный элемент нестабильности в процесс его адаптации образовательными организациями. Содержательно учебник продолжает эволюционировать, демонстрируя адаптацию к требованиям федеральных государственных образовательных стандартов. В последних изданиях, выпущенных «Мнемозиной», наблюдается возвращение элементов теоретико-множественного подхода, введение заданий для проектной деятельности и самоконтроля, а также включение элементов комбинаторики и стохастики. Тем не менее, перспективы его дальнейшего использования в массовой школьной практике в значительной степени зависят от разрешения имущественных правовых споров и подтверждения его соответствия всем формальным требованиям, предъявляемым к учебной литературе, включённой в федеральный перечень учебников. Таким образом, несмотря на бесспорные дидактические достоинства, сложившаяся вокруг учебника институциональная обстановка создаёт существенные риски для его устойчивого применения в образовательном процессе. На данный момент, по приказу Министерства просвещения Российской Федерации от 26.06.2025 № 495 «Об утверждении федерального перечня учебников» учебник по математике от издательства «Просвещение» включен в перечень и рекомендован к использованию до 29.04.2027 [7].

Цель исследования – осуществить историко-педагогический анализ изменений и развития учебника по математике для 5-го класса, созданного Н. Я. Виленкиным, в современном периоде его развития. В рамках исследования планируется систематизация этапов эволюции данного учебного пособия, выявление и классификация основных тенденций его совершенствования, а также оценка влияния образовательных факторов на трансформацию структуры, содержания и методических подходов учебника.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В основу данной работы положен анализ разнообразных источников, охватывающих научные труды по педагогике, специализированные журналы по методике преподавания и учебные издания по математике. Правовое регулирование образовательной сферы рассматривается через призму соответствующих законодательных и нормативных документов. В качестве методологической базы исследования используются историко-сравнительный, историко-аналитический и историко-генетический методы. Применение указанных подходов обеспечивает всестороннее изучение эволюции содержания и структуры учебника математики на протяжении различных периодов его становления.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В предыдущих выпусках данного журнала были выделены два ключевых периода развития учебника по математике, написанного авторским коллективом Н. Я. Виленкиным и др. Учебник эволюционировал с 1968 года и продолжает преобразовываться по сей день, обладает глубокой историей и сохраняет до сих пор методико-дидактические преимущества [12; 13].

В советский период учебник был разработан при мощном воздействии теоретико-множественного подхода, но к концу этого периода данный подход был устранен, а изложение материала стало преимущественно индуктивным методом. Тем не менее, учебник успел зарекомендовать себя среди педагогического сообщества, как надежное и проверенное дидактическое средство [10; 11].

В постсоветский период учебник столкнулся с новыми вызовами, сложившаяся в советский период методико-дидактическая система учебника требовала изменений. Для удовлетворения новым требованиям, предъявляемым учебнику математике, к авторскому коллективу присоединился В.И. Жохов. Материал и учебные упражнения, изложенные в изданиях постсоветского периода, предполагали новые виды деятельности обучающихся, так, например, были добавлены задания исследовательского характера [13].

На протяжении всего постсоветского периода ФГОС первого и второго поколения влияли на содержание учебника по математике для 5-го и 6-го класса. Так, на данный момент действует ФГОС третьего поколения, который также оказал значимое влияние на содержание данного учебника.

Седьмой период учебника – современный

В 2021 году вступает в силу приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 №287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования», в силу чего издательствам необходимо было преобразовать свои учебные пособия в соответствии с требованиями ФГОС (третьего поколения) [8].

С 2021 года издательство «Просвещение» выпускает новую версию учебника по математике в соавторстве с Л. А. Александровой. В данном издании были внесены существенные изменения,

затрагивающие не только формальные аспекты, но и содержание, и структуру учебника. Так, при анализе структуры учебника выявлено, что были переформулированы и добавлены новые темы: «Представление числовой информации в таблицах»; «Представление числовой информации в столбчатых диаграммах»; «Делители и кратные»; «Признаки делимости»; «Основное свойство дроби»; «Сокращение дробей»; «Приведение дробей к общему знаменателю»; «Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями». Из представленных тем видно, что некоторые темы, связанные с обыкновенными дробями, были перенесены из 6-го класса в 5-й. При этом в 6-й класс из 5-го были перенесены следующие темы: «Калькулятор»; «Угол. Виды углов»; «Изменение углов. Транспортир»; «Круговые диаграммы»; «Процент»; «Среднее арифметическое». Материал из теории множеств также был размещён в учебнике для 6-го класса. Из представленного обзора можно заметить, что новый учебник акцентирует внимание на выработке вычислительных навыков с обыкновенными дробями. Рассматривалось не только сложение и вычитание обыкновенных дробей с одинаковым знаменателем, но и с разными. Кроме того, в 5-й классе впервые изучалось умножение и деление обыкновенных дробей. Изучение и закрепление всех арифметических действий с обыкновенными дробями происходило раньше, так как данные темы являются центральными для всего курса. Понятие «процент» и его применения для решения задач впервые вводились в начале 6-го класса, несмотря на то что традиционно темы «проценты» и «десятичные дроби» изучались в рамках одного учебного года, что предполагало их тесную взаимосвязь. Понятие «среднее арифметическое», а вместе с ним и понятие «средняя скорость» также перемещено в 6-й класс [5].

Внедрение тем, связанных с представлением числовой информации в раз-

ных формах, свидетельствует об усилении роли линии «вероятности и статистики». По-прежнему остается достаточное число упражнений на комбинаторику, а также увеличилось число упражнений на построение диаграмм и взаимодействие с таблицами.

Кроме того, в пункт «Отрезок. Длина отрезка. Треугольник» введено понятие «ломанной». Пункты «числовые и буквенные выражения» и «буквенная запись свойств сложения и вычитания» были объединены. В пункте «степень с натуральным показателем» вводится понятие «сумма разрядных слагаемых». В пункте «формулы» среди задач на вычисление периметра многоугольников по формуле введены понятия «равностороннего треугольника» и «равнобедренного треугольника».

Так, новый учебник по математике насчитывает в общей сложности 323 страницы, с учетом 2282 упражнений. Первая глава состояла из 126 страниц, включавших 873 упражнения. Вторая глава содержала 136 страниц с 923 упражнениями. Геометрический раздел был представлен 61 страницей, включавшей 486 упражнений. В дополнение к данным основным упражнениям, в конце каждого пункта были представлены дополнительные проверочные работы, а также задания из рубрики «проверяем математикой» в конце параграфа. Проверочные работы содержали до 8 заданий, причем в конце каждого пункта могло быть разное количество подобных работ. Важным нововведением данного издания является раздел «проверяем математикой». В данном разделе представлены практико-ориентированные задания, которые развивают универсальные учебные действия, в соответствии с требованиями нового ФГОС. Кроме того, данные задания формируют функциональную математическую грамотность. На протяжении всего учебника встречаются исследовательские задания: «3.299. Пользуясь Интернет-ресурсами, узнайте историю воз-

никновения этого названия (гугол), а также найдите названия других чисел великанов» [4, с. 114].

В учебном материале также представлены практические задания, включающие пошаговые инструкции для выполнения. Эти задания направлены на получение новых знаний и навыков через практическую деятельность. Примером может служить задание 5.10, где учащимся предлагается провести эксперимент для определения отношения длины окружности к её диаметру. В процессе выполнения этого задания практической работой рассматривается понятие «число π ». Изучение этого понятия не является обязательным и рассчитано на тех учеников, которые хотят углубиться в материал. Так учебник демонстрирует свою гибкость и адаптивность для обучающихся с разными образовательными потребностями.

В учебнике представлены особые упражнения с пометкой «Развивай свои способности». Данные задания носят исследовательский характер и рассчитаны на развитие аналитического и пространственного мышления. Так, обучающиеся учатся устанавливать причинно-следственные связи и формулировать свои первые гипотезы. Подобные упражнения способствуют расширению кругозора учащихся в области математики, её исторического контекста, а также смежных наук, культуры и естественных процессов окружающего мира [4].

В учебнике были предусмотрены специализированные разделы устных упражнений и групповых заданий. Задания повышенного уровня были детализированы с указанием развиваемых характеристик. Система обозначений была расширена и дополнена по сравнению с предыдущими изданиями, что повысило

эффективность навигации и облегчило поиск необходимой информации.

Учебник был подвергнут масштабному обновлению, включающему модернизацию объяснительного текста и содержания упражнений. При этом логическая структура и методический подход к обучению, характерные для предыдущих изданий, были сохранены. В соответствии с новыми требованиями ФГОС, учебник был дополнен новыми упражнениями, направленными на развитие функциональной грамотности, а также заданиями проектно-исследовательского характера. Увеличение формата страниц и разделение учебника на две части позволило усилить дифференцированный подход к обучению, обеспечивая более гибкое и индивидуализированное освоение материала [5].

На основании экспертного заключения учебник Н. Я. Виленкина был одобрен и включён в федеральный перечень учебников, действующий до 2027 года. В соответствии с распоряжением Правительства Российской Федерации от 19 ноября 2024 г. № 3333-р, до 2027 года запланировано создание новых учебных пособий по математике. В связи с этим можно предположить, что в учебном году 2027/2028 планируется выпуск обновлённой версии учебника Н. Я. Виленкина. Это обусловлено обновлениями ФГОС по математике, которые планируется внедрить в 2026 году [9].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье обобщаются материалы об эволюции учебника по математике Н. Я. Виленкина. Рассмотрев историю создания и развития учебника по математике, можно сформулировать периодизацию эволюции учебника Н. Я. Виленкина, представленную в Таблице 1.

Таблица 1 – Периодизация эволюции учебника Н. Я. Виленкина

Период развития учебника		Хронологические рамки периода
Советский	Экспериментальный	1968–1969
	Массовый	1970–1974
	Пик реформы	1975–1983
	Устранение от теоретико-множественного подхода	1984–1989
Постсоветский	Соавторство В.И. Жохова	1990–2003
	Внедрение ФГОС	2004–2020
	Современный	2021–2027

Представленная периодизация была сформулирована на основе анализа и исследования процесса развития учебника, периоды были выделены на основании значимых изменений в структуре и содержании учебника. Так, можно выделить две группы развития учебника: советский период и постсоветский период. Дидактические принципы, разработанные авторским коллективом Н. Я. Виленкиным, сохранены и развиваются в течение полувековой истории. Данный учебник характеризуется гармоничным сочетанием теоретических основ и практических упражнений, а также четкой структурированностью и продуманной алгоритмизацией ключевых тем. Эти особенности делают его надежным и эффективным инструментом для формирования и развития математической подготовки учащихся.

Историческое развитие педагогической системы, начавшееся в прошлом и продолжающееся в настоящем, свидетельствует о её исключительности. Эта система, которая со временем обогащалась идеями и методиками, предложенными В. И. Жоховым и Л. А. Александровой, демонстрирует свою адаптивность и способность к эволюционному совершенствованию [4].

Произведенный анализ версий учебников позволяет определить основные тенденции развития учебника по математике Н. Я. Виленкина. Так, динамика изменений количества упражнений первой главы (натуральные числа); второй главы (дроби) и геометрического материала свидетельствуют об усилении принципов дифференцированного обучения (рис. 1).

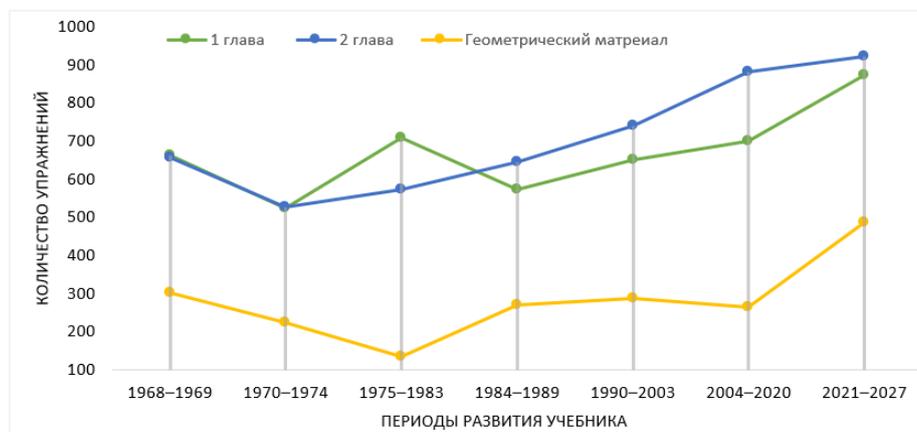


Рисунок 1 – Количество упражнений учебника Н.Я. Виленкина

Увеличение числа упражнений в учебном пособии позволило адаптировать материал к разным уровням математической подготовки учащихся, учесть вариативность учебных планов в различных образовательных учреждениях и создать индивидуальные траектории обучения. Были не только расширены и дополнены упражнения, аналогичные тем, что присутствовали в предыдущих изданиях, но и введены новые типы заданий. Эти нововведения позволяют использовать учебник на различных этапах урока, обеспечивая более гибкие и разнообразные формы обучения.

Рассматривая изменения, которые появлялись в различных изданиях учебника, стоит отметить, что изменилась цель курса математики. Так, в советский период центральное место занимало развитие вычислительных навыков, соответственно особое место отводилось действиям с натуральными числами и дробями. В новейших изданиях упор смещается с абстрактных вычислений в пользу развития функциональной грамотности и универсальных учебных действий. Так, изменение целей обучения изменило и содержание многих упражнений. Примеры с большим количеством действий были заменены на практико-ориентированные задания, которые имели контекст, связанный с повседневной жизнью.

Самые первые издания учебника по математике Н. Я. Виленкина объединяли материал из арифметики и геометрии, устанавливая взаимосвязь данных разделов наук. Со временем данная связь только крепла и расширялась. Так на сегодняшний момент учебник также интегрирует и начальные сведения из «вероятности и статистики». Обучающиеся работают с таблицами и диаграммами, учатся строить и извлекать из них сведения. Кроме того, в учебнике, хоть и в меньшей степени, присутствует материал из раздела комбинаторики. Интеграция дополнительных разделов математики в единое учебное пособие способствует расшире-

нию роли математики в представлении обучающихся.

В процессе модернизации учебника методика работы с учебником эволюционировала. Если раньше ключевым принципом учебника являлась строгая алгоритмизация, то после смены образовательной парадигмы в основу легли принципы проблемно-исследовательского обучения. Механическое заучивание математических фактов сменилось системно-деятельностным подходом. Так, в процессе выполнения учебной деятельности обучающимися усваиваются знания и формируются умения как качества личности обучающегося.

Учебно-методический комплекс учебника получил цифровое расширение. Современная версия учебника по математике теперь включает не только дидактические материалы и методические рекомендации, как в предыдущих изданиях, но также и рабочую тетрадь с цифровым помощником, который оказывает помощь в разборе заданий.

Анализ основных тенденций развития учебника по математике Н. Я. Виленкина позволяет выявить перспективные направления его дальнейшего совершенствования. В УМК уже внедрена функция цифрового помощника в составе рабочей тетради, что свидетельствует о начале интеграции цифровых помощников в образовательный процесс учебника. Учитывая глобальную тенденцию к цифровизации образования и растущее применение искусственного интеллекта в образовательных системах, можно прогнозировать разработку и внедрение ИИ-ассистента, который будет способствовать повышению эффективности обучения и индивидуализации образовательного процесса. Так, ИИ-ассистент будет способен генерировать разноуровневые дифференцированные упражнения, как для учеников с высоким уровнем математической подготовки, так и для учеников, которым необходимо больше времени для достижения намеченных образова-

тельных результатов. Кроме того, на данный момент цифровой помощник существует лишь в рамках рабочей тетради, соответственно можно ожидать масштабирования подобных возможностей. ИИ-ассистент может быть интегрирован в цифровую версию учебника и внедрен в сервисах МЭШ/РЭШ, что позволит сформировать цифровую экосистему. Интеграция данной системы позволит учителю осуществлять мониторинг и анализ процесса выполнения учащимися домашних заданий. А автоматическая проверка заданий с применением ИИ-алгоритмов повысит объективность и скорость оценки. Рекомендации, предоставляемые с помощью нейросети, улучшат качество взаимодействия между педагогом и учеником. Так, на основе анализа результатов выполнения домашнего задания цифровая экосистема сможет автоматически генерировать задания, вызвавшие наибольшие затруднения у обучающегося. Эти задания могут быть включены в последующие учебные материалы классной работы, что позволит учителю наиболее эффективно выстроить работу над проблемными темами.

В процессе активного цифрового развития в учебнике уже встречается архаичный материал. Например, упоминание калькулятора в современных учебниках может считаться устаревшим, поскольку его функции эффективно заменяются новыми программными решениями. Так, в учебнике вероятно появление новых тем, связанных с основами работы с нейронными сетями и их применением в образовательном процессе. Объяснение правильного взаимодействия обучающихся с данными технологиями в ранних классах позволит научить их использовать для своего личностного развития, а не для бездумного списывания. Ведь использование цифровых сервисов, таких как нейронные сети, для решения учебных задач способствует формированию у обучающихся навыков работы с передовыми технологиями, развитию их крити-

ческого мышления, а также верификации полученных результатов исследования.

Стоит также выделить возможный вектор развития учебника Н. Я. Виленкина, связанный с углублением междисциплинарных связей и интеграцией знаний из различных областей науки и практики. Практическая направленность упражнений, таких как задачи, основанные на математических моделях реальных явлений в различных областях (экономика, экология, инженерия), позволяет учащимся увидеть непосредственное применение абстрактных математических понятий к решению конкретных практических проблем. Это будет способствовать повышению мотивации к изучению предмета, развитию критического мышления и навыков анализа данных, что является ключевым аспектом подготовки квалифицированных специалистов в различных дисциплинах.

В ходе исследования была представлена периодизация процесса эволюции учебника по математике Н. Я. Виленкина для 5-го (4-го) класса. Анализ изменений в содержании и структуре учебного пособия позволил выделить основные тенденции развития и сформулировать дальнейшие векторы его совершенствования.

Результаты исследования демонстрируют, что учебник Н. Я. Виленкина прошёл значительный путь развития, сохраняя свою актуальность на протяжении многих лет. Он стал связующим звеном между советской системой образования и современными цифровыми образовательными технологиями. Дидактические принципы, заложенные в 1970-х годах, получили новое воплощение, соответствующее современному образовательному реалиям.

Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на более детальный анализ методических подходов и их влияния на качество обучения математике, а также на изучение адаптации учебника к новым образовательным стандартам и технологиям. Это позволит

не только сохранить лучшие традиции отечественной школы математики, но и

интегрировать инновационные методы обучения, отвечающие вызовам времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богуславский, М. В. Анализ содержания программы общего математического образования 1970-х гг / М. В. Богуславский, Е. Ю. Садовников. – DOI: 10.24412/2541-9056-2023-328-49-60 // Гуманитарные исследования Центральной России. – 2023. – № 3(28). – С. 49–60
2. Богуславский, М. В. Влияние реформы содержания общего математического образования 1970-х годов на результаты вступительных экзаменов в педагогических вузах / М. В. Богуславский, Е. Ю. Садовников. – DOI: 10.31862/2218-8711-2023-4-117-125 // Проблемы современного образования. – 2023. – № 4. – С. 117–125.
3. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд ; под ред. А. Н. Виленкина. – 3-е изд. – Москва : Просвещение, 2020. – 303 с.
4. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, Л. А. Александрова, С. И. Шварцбурд; под редакцией А. Н. Виленкина. – 3-е изд. – Москва : Просвещение, 2023. – 336 с.
5. Математика: 5-6-е классы : базовый уровень : методическое пособие к предметной линии учебников по математике Н. Я. Виленкина, В. И. Жохова, А. С. Чеснокова и др. – 2-е изд., стер. – Москва : Просвещение, 2023. – 64 с.
6. Перечень поручений по итогам заседания Совета при Президенте по науке и образованию (утв. Президентом Российской Федерации 1 апреля 2025 г. № Пр-685) // *garant*. – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/411691801/> (дата обращения: 01.01.2026).
7. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 26 июня 2025 г. № 495 «Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, и установлении предельного срока использования исключенных учебников и разработанных в комплекте с ними учебных пособий» // *garant*. – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/412310704/> (дата обращения: 01.01.2026).
8. Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» // *garant*. – URL: <https://www.ngarant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/> (дата обращения: 01.01.2026).
9. Распоряжение Правительства Российской Федерации от 19 ноября 2024 г. № 3333-р // *garant*. – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/410881690/> (дата обращения: 01.01.2026).
10. Садовников, Е. Ю. Модернизация учебников по математике в период 1970-х годов / Е. Ю. Садовников // Наука. Образование. культура: актуальные проблемы и практика решения : материалы XVII Всероссийской научно-практической конференции, Прокопьевск, 22 ноября 2024 года. – Прокопьевск : Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева, 2024. – С. 217–221.
11. Садовников, Е. Ю. Реализация внедрения теоретико-множественного подхода в школьный курс алгебры советской школы в период 1970-х годов / Е. Ю. Садовников. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-87-95 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3(63). – С. 87–95.
12. Садовников, Е. Ю. Эволюция учебника по математике Н. Я. Виленкина для 4-(5)-го класса (советский период) / Е. Ю. Садовников. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-67-114-127 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 3(67). – С. 114–127.
13. Садовников, Е. Ю. Эволюция учебника по математике Н. Я. Виленкина для 4-(5)-го класса (постсоветский период) / Е. Ю. Садовников. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-103–112 // Дидактика математики: про-

блемы и исследования. – 2025. – Вып. 4 (68). –

С. 103–112.

REFERENCES

1. Boguslavsky, M. V. *Analysis of the Contents of the General Mathematical Education Program of the 1970s* / M. V. Boguslavsky, E. Yu. Sadovnikov. – DOI: 10.24412/2541-9056-2023-328-49-60 // *Humanitarian Studies of Central Russia*. – 2023. – No. 3 (28). – Pp. 49–60.

2. Boguslavsky, M. V. *The Impact of the Reform of the Contents of General Mathematical Education of the 1970s on the Results of Entrance Examinations in Pedagogical Universities* / M. V. Boguslavsky, E. Yu. Sadovnikov. – DOI: 10.31862/2218-8711-2023-4-117-125 // *Problems of Modern Education*. – 2023. – No. 4. – Pp. 117–125.

3. *Mathematics. Grade 5: textbook for general education organizations* / N. Ya. Vilenkin, V. I. Zhokhov, A. S. Chesnokov, S. I. Shvartsburd; edited by A. N. Vilenkin. – 3rd ed. – Moscow : Prosveshchenie, 2020. – 303 p.

4. *Mathematics. Grade 5: textbook for general education organizations* / N. Ya. Vilenkin, V. I. Zhokhov, A. S. Chesnokov, L. A. Aleksandrova, S. I. Shvartsburd; edited by A. N. Vilenkin. – 3rd ed. – Moscow : Prosveshchenie, 2023. – 336 p.

5. *Mathematics: Grades 5-6: Basic Level: A Methodological Guide to the Subject Line of Mathematics Textbooks* by N. Ya. Vilenkin, V. I. Zhokhov, A. S. Chesnokov, and Others. – 2nd ed., reprinted. – Moscow : Prosveshchenie, 2023. – 64 p.

6. *List of Instructions Following the Meeting of the Presidential Council for Science and Education (approved by the President of the Russian Federation on April 1, 2025, No. Pr-685)* // garant. – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/411691801/> (Accessed: January 1, 2026).

7. *Order of the Ministry of Education of the Russian Federation of June 26, 2025 No. 495 "On Approval of the Federal List of Textbooks Approved for Use in the Implementation of State-Accredited Educational Programs of Primary, Basic, and Secondary General Education by Organizations Carrying Out Educational Activities, and Establishing a Deadline for the Use of Ex-*

cluded Textbooks and Teaching Aids Developed Completely with Them" // garant. – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/412310704/> (date of access: 01.01.2026).

8. *Order of the Ministry of Education of the Russian Federation of May 31, 2021 No. 287 "On Approval of the Federal State Educational Standard of Basic General Education"* // garant. – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/> (date of access: 01.01.2026).

9. *Order of the Government of the Russian Federation of November 19 2024 No. 3333-r* // garant. – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/410881690/> (date of access: 01.01.2026).

10. Sadovnikov, E. Yu. *Modernization of Mathematics Textbooks in the 1970s* / E. Yu. Sadovnikov // *Science. Education. Culture: Current Problems and Practical Solutions: Proceedings of the XVII All-Russian Scientific and Practical Conference, Prokopyevsk, November 22, 2024*. – Prokopyevsk : Kuzbass State Technical University named after T. F. Gorbachev, 2024. – Pp. 217–221.

11. Sadovnikov, E. Yu. *Implementation of the set-theoretic approach in the school algebra course of the Soviet school in the 1970s* / E. Yu. Sadovnikov. – DOI 10.24412/2079-9152-2024-63-87-95 // *Didactics of Mathematics: Problems and Research*. – 2024. – No. 3 (63). – Pp. 87–95.

12. Sadovnikov, E. Yu. *Evolution of N. Ya. Vilenkin's Mathematics Textbook for 4th (5th) Grade (Soviet Period)* / E. Yu. Sadovnikov. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-67-114-127 // *Didactics of Mathematics: Problems and Research*. – 2025. – No. 3 (67). – Pp. 114–127.

13. Sadovnikov, E. Yu. *Evolution of N. Ya. Vilenkin's Mathematics Textbook for 4th (5th) Grade (Post-Soviet Period)* / E. Yu. Sadovnikov. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-103-112 // *Didactics of Mathematics: Problems and Research*. – 2025. – No. 4 (68). – Pp. 103–112. – EDN VOITGC.



АВТОР

Садовников Евгений Юрьевич
(Российская Федерация, г. Москва)

кандидат педагогических наук,
ассистент департамента педагогики государственного автономного образовательного учреждения высшего образования города Москвы «Московский городской педагогический университет»

E-mail: evgenysadovnikov@mail.ru
ORCID ID: 0009-0004-5941-8011

AUTHOR

Sadovnikov Evgeny Yuryevich
(Russian Federation, Moscow)

Candidate of Pedagogical Sciences,
Assistant at the Department of Pedagogy at the Moscow City Pedagogical University, a state autonomous educational institution of higher education in Moscow

E-mail: evgenysadovnikov@mail.ru
ORCID ID: 0009-0004-5941-8011

Научное издание

**ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:
ПРОБЛЕМЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ**

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Выпуск 1 (69), 2026 год

Рекомендовано к печати Ученым советом
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
26.02.2026 (протокол № 2)

Редакция журнала

Главный редактор – доктор педагогических наук, проф. Скафа Елена Ивановна
Тел.: +7 (949) 381 08 09. E-mail: e.skafa@mail.ru

Ответственный за выпуск – Скафа Е.И.

Технический редактор:

Гончарова И.В.

Компьютерная верстка:

Скворцова Д.А.

Художественное оформление:

Абраменкова Ю.В.

Ответственный секретарь:

Тимошенко Елена Викторовна

e-mail: elenabiomk@mail.ru

Адрес издателя:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
125009, г. Москва, вн.тер.г. Муниципальный Округ Тверской, ул. Тверская, д. 11, стр. 1;

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Донецкий государственный университет»
283001, г. Донецк, ул. Университетская, 24

Адрес редакции журнала:

кафедра высшей математики и методики преподавания математики,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
ул. Университетская, 24, г. Донецк, 283001

Подписано к печати 26.02.2026. Формат 60x84/8. Бумага типографская.
Печать цифровая. Условн. печ. лист. 14,8. Тираж 500 экз. Заказ февр2026

Издательство ФГБОУ ВО «ДонГУ»
283001, г. Донецк, ул. Университетская, 22
E-mail: donnu.izdatelstvo@mail.ru