Міжнародний збірник наукових робіт
Международный сборник научных работ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:
проблеми і дослідження

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

Випуск 36

Засновники:

**Донецький
національний
університет**

**Інститут педагогіки
Національної академії
педагогічних наук
України**

**Національний
педагогічний
університет
ім. М.П.Драгоманова**

Редакційна колегія:

О.І.Скафа, док. пед. наук, проф., науковий редактор,
Г.В.Горр, док. фіз.-мат. наук, проф.,
О.Г.Кучерявий, док. пед. наук, проф.,
Н.М.Лосєва, док. пед. наук, проф..,
І.В.Гончарова, канд. пед. наук,
О.В.Тимошенко, відповідальний секретар
(*Донецький національний університет*),

Редакційна рада:

В.О.Гусєв, док. пед. наук, проф.
(Московський державний педуніверситет, **РОСІЯ**),
І.О.Новік, дійсний член БАО, док. пед. наук, проф.
(Державний педуніверситет, Мінськ, **БЄЛАРУСЬ**),
Й.Іванов, доцент, док.,
(Шуменський університет ім. Епископа К.Преславського, **БОЛГАРІЯ**),
В.Б.Мілушев, док. пед. наук, проф.
(Пловдівський університет ім. П.Хілендарського, Пловдів, **БОЛГАРІЯ** *)*
І.Субботін, док. фіз.-мат. наук, проф.
(Національний університет, Лос-Анджелес, **США** *),*
П.Самовол, канд. пед. наук, проф.
(Бен-Гуріонський університет, Беєр-Шева, **ІЗРАЇЛЬ**).
М.В.Працьовитий, док. фіз.-мат. наук, проф.,
В.Г.Бевз, док. пед. наук, проф.,
В.О.Швець, канд. пед. наук, проф.
(Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова м. Київ),
М.І.Бурда, академік НАПН України, док. пед. наук, проф.,
Ю.І.Мальований, чл.-кор. АПН України, канд. пед. наук,
Т.М.Хмара, канд. пед. наук, ст. наук. співроб.
(*Інститут педагогіки НАПН України, Київ),*
М.Я.Ігнатенко, док. пед. наук, проф.
(Республіканський ВНЗ *„Кримський гуманітарний університет”, м. Ялта),*
В.І.Клочко, док. пед. наук, проф.
(Вінницький національний технічний університет),
Н.А.Тарасенкова, док. пед. наук, проф.
(Черкаський національний університет).

Донецьк: ДонНУ, 2011

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету
25.11.2011 (протокол № 10)

Д44 **Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт.** – Вип. 36. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2011. – 131 с.

ISSN 2079-9152

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів та студентів.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся и студентов.

Свідоцтво про державну реєстрацію
КВ № 15209-3781Р від 30.04.2009

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

International Collection of Scientific Works

DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations

Issue # 36

Founders:

Donetsk National University, Ukraine

Pedagogical Institute of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine

Dragomanov National Pedagogical University, Kiev, Ukraine

Editors:

Donetsk National University, Ukraine:
Prof. **Skafa O.,** scientific editor
Prof. **Gorr G.,**
Prof. **Kucheryaviy O.,**
Prof. **Loseva N.,**
Goncharova I.,
Tymoshenko O., senior secretary

Editorial board:
STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY, MOSCOW, Russia:
Prof. **Gusev V.,**
NATIONAL PEDAGOGICAL UNIVERSITY, MINSK, Belarus:
Prof. **Novik I.,** Full Member of the Academy of Sciences of Belarus,
KONSTANTIN PRESLAVSKY UNIVERSITY OF SHUMEN, SHUMEN, Bulgaria:
Prof. **Ivanov Y.**
P. HILENDARSKY UNIVERSITY OF PLOVDIV, PLOVDIV, Bulgaria:
Dr. **Milushev V.**
LOS ANGELES NATIONAL UNIVERSITY, USA:
Prof. **Subbotin I.,**
BEN-GURION UNIVERSITY OF NEGEV, BEER-SHEVA , IsraeL:
Prof. **Samovol P**.
DRAGOMANOV NATIONAL PEDAGOGICAL UNIVERSITY, KIEV, Ukraine:
Prof. **Pracevitiy M.,**
Prof. **Bevz V.,**
Prof. **Shvets V.**
PEDAGOGICAL INSTITUTE OF THE NATIONAL ACADEMY OF PEDAGOGICAL SCIENCES OF UKRAINE, KIEV, Ukraine:
Prof. **Burda M.,** academician of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine;
Ass. Prof. **Malevaniy Y., C**orresponding Member of the Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine; Associate Professor
Khmara T.
CRIMEAN HUMANITARIAN UNIVERSITY, YALTA, Ukraine:
Prof. **Ignatenko M.**
VINNITSA NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY, VINNITSA, Ukraine:
Prof. **Klochko V.**
CHERCASSY NATIONAL UNIVERSITY, CHERCASSY, Ukraine:
Prof. **Tarasenkova N.**

2011

UDK 51(07)+53(07)
BBK B1 p
Д44

A periodic semiannual edition founded by Professor Yurii Palant in 1993.

Recommended for publication by Scientific Council
of Donetsk National University on 25.11.2011 (minutes # 10)

Д44 **Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. –** Issue # 36. – Donetsk: DonNU, 2011. – 131 p.

ISSN 2079-9152

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

State registration
КВ № 15209-3781Р dated 30.04.2009

UDK 51(07)+53(07)
BBK B1 p

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу «Педагогічні науки» включено наш збірник наукових робіт «Дидактика математики: проблеми і дослідження» (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання «Евристика та дидактика точних наук» міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

ЗМІСТ

CONTENT

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ПАРТНЕРСТВА В ОБУЧЕНИИ

А.О.Блинов,
доктор эконом. наук, профессор,
Всероссийский заочный финансово-экономический институт,
г. Москва, РОССИЯ,
Н.В.Буркина,
канд. педагог. наук,
Донецкий национальный университет,
г. Донецк, УКРАИНА

Розглянуто проблему самоорієнтованого навчання та розроблено модель партнерства у навчанні, що дозволяє знайти шляхи розвитку значущих партнерських взаємин, які сприяють самоорієнтованому навчанню та співпраці у набутті знань.

Ключові слова: *партнерство, модель партнерства, самоорієнтоване навчання, активне навчання.*

Постановка проблемы. Современное общество требует образованных, нравственных, предприимчивых, специалистов, которые могут самостоятельно принимать решения в ситуации выбора, отличаются конструктивностью, способных к сотрудничеству и выстраиванию своей профессиональной деятельности самостоятельно, учитывающих органическую связь между экономической продуктивностью и творчеством, с одной стороны, и стремлением человека к самореализации – с другой. Сегодня назрела острая необходимость в профильном обучении, основанном на идее выстраивания партнерских отношений с социумом. В связи с этим особую важность в сфере образования приобретают новые педагогические ценности, которые обеспечивают равноправные, педагогически плодотворные взаимоотношения между преподавателем и студентами. Таким образом, универсальным и в то же время идеальным субъектом обучения новейшего времени становится партнер. Идеальными отношениями между преподавателем и студентами становятся партнерские отношения. А эффективным механизмом достижения указанных взаимоотношений может выступить модель партнерства в обучении, которая предлагается в данной статье.

Анализ актуальных исследований. Педагогика сотрудничества, деятельностный подход, индивидуализация обучения, активация студентов – все эти тенденции современной педагогики заставляют задуматься о кардинальном переосмыслении роли преподавателя в учебном процессе. Авторитарная схема синхронного управления значительной аудиторией уже давно утратила свою универсальность, и стала губительной для продуктивного обучения, на что указывают многие исследователи и собственный опыт. По нашему мнению, преподаватель должен научиться занимать партнерскую позицию во взаимодействии со студентами.

Этимология слова «партнер» – французское «partnaire», английское «partner», однокоренное слово «parcener» – сонаследник, в свою очередь произошедшие от «portion» – доля, часть, порция и «partition» – разделение, распределение. Партнер – тот, с кем разделяю, сонаследую дело [1]. Партнерские отношения имеют в своей основе, помимо осознания общности цели, умение понять другого, найти то общее, что поможет субъектам взаимодействия, используя возможности обеих сторон, действовать цивилизованно, разумно, для общего блага [2].

Партнерство, согласно исследованию В.Я.Ляудис, характеризуется как высшая форма педагогических взаимодействий при решении творческих задач. В системе последовательно, циклично возобновляющихся форм ей предшествуют следующие: введение в деятельность, разделенные между учителем и учеником действия, имитируемые действия, поддержанные действия, саморегулируемые действия, самопобуждаемые действия, самоорганизуемые действия. По мере продвижения от одной формы к другой изменяется уровень ее самоорганизации, способы общения, возрастает свобода обучаемого в принятии целей и смыслов деятельности, а также в выдвижении новых [2]. Из ведомого он превращается в ведущего инициативного партнера. Способность к партнерству выступает как показатель обретения самостоятельности, развития продуктивной личности и высшей формы самоорганизации [3]. Наиболее высокой формой самоорганизации мы считаем самоориентированное обучение, которое на сегодняшний день еще практически не изучено.

Основатель оригинального направления консультирования и психотерапии – дианализа, В.Ю.Завьяло отмечает, что при самоориентированном подходе учитель создает условия для движения, служит примером, помогает найти пути к максимальному раскрытию потенциала ученика, его ресурсов. Учитель предостерегает от ошибок, помогает исправлять промахи. Обучающийся сам отвечает за свой выбор, свои результаты [4]. Такой путь более эффективен для целеустремленных личностей, стремящихся реализовать свои амбиции.

Достаточно много исследований в области самоориентированного обучения было проделано автором А.О.Блиновым. Так, в одной из работ, А.О.Блиновым отмечено, что самоориентированное обучение предполагает овладение студентами знаниями для самостоятельного обучения под руководством преподавателя. Также подчеркивается, что самоориентированные студенты действуют более автономно: они берут на себя ответственность и инициативу в определении и реализации целей обучения. Разумеется, самоориентированный студент может разделить чью-то точку зрения и принять выбор, сделанный кем-то другим, но за ним всегда остается право на свою позицию [5].

Целью статьи является разработка модели партнерства в обучении, позволяющей лучше понять самоориентированное обучение и указать путь к развитию значимых партнерских отношений, которые способствуют и самоориентированному обучению, и сотрудничеству в приобретении знаний.

Изложение основного материала. В условиях усиления индивидуализации обучения, применения профессионально-ориентированного и деятельностного подходов в процессе обучения, по нашему мнению, эффективной является модель партнерства в обучении, построенная на основе самоориентированного обучения. Специфика данной модели заключается в следующем. Она включает в себя три основных параметра, каждый из которых принимает по три значения. Значения каждого параметра соответствуют разным уровням партнерства. На первом, самом низком уровне партнерства, каждый параметр принимает значение 0. На втором, более высоком – значение 1. И наконец, на третьем, наивысшем уровне – значение 2.

Рассмотрим более детально каждый параметр.

Первый параметр модели определяется выбором компонент методической системы обучения. Основной акцент здесь делается на целеполагании (что учить и как учить). Рассматривая обучение как субъект-субъектную деятельность (преподаватель – студент), определим первый параметр модели относительно стороны, задающей цели, задачи и выбирающей формы, методы и средства обучения. Данный параметр мы назвали MS. Он принимает три значения, которые определяют степень самостоятельности студента в достижении партнерства. Значение 0 соответствует традиционному обучению (TRo), значение 1 – самоорганизационному обучению (SORGo) и значение 2 – самоориентированному обучению (SORTo).

В традиционном обучении выбор компонента методической системы обучения осуществляется преподавателем, в самоорганизационном обучении постановка целей и задач выполняется преподавателем, а методы, формы и средства достижения поставленной цели выбираются студентами. На самом высоком организационном уровне – самоориентированний, выбор компонента методической системы выполняется студентами под руководством преподавателя. Отметим, что самоориентированная личность осуществляет полный и совершенно независимый выбор относительно цели и способов обучения.

Второй параметр модели отражает разные типы активности студентов в обучении с точки зрения источников данных содержания обучения. В модели он называется ACT. Здесь мы будем различать: ситуации по приобретению знаний, ситуации «чужого опыта» и ситуации по приобретению собственного опыта. В первом случае студенты черпают знания из монографий, статей, средств массовой информации, internet, лекций и др. При таком способе получения знаний из видов активности задействуются в основном мышление и память. Потому первое значение второго параметра в модели мы определили как пассивное обучение (PASo) и придаем ему значение 0. Противоположным образом, то, что изучается в процессе ситуаций второго типа, приобретается путем наблюдений студентов за действиями других. Говоря о видах активности, в таких ситуациях помимо мышления и памяти задействуются эмоционально-личностное восприятие. Этому параметру в модели мы придаем 1 и определяем его как опосредованное обучение (OPSo). В ситуациях третьего типа личная деятельность и опыт учащегося, его взаимодействие с другими являются источником данных, необходимых для реализации целей обучения. Здесь максимально задействуются все виды активности, усиленно добавляя познавательную активность. Потому этот параметр мы определим с максимальным значением 2 и свяжем с активным обучением (ACTo).

Эти учебные ситуации также варьируют в зависимости от того, сколь велика личная вовлеченность студента в процесс приобретения информации. Наиболее активен студент, конечно, в ситуациях третьего типа.

Третий параметр модели представляет собой выбор различных стратегий или подходов к обучению. Назовем этот параметр STR. При одном подходе студенты устанавливают очень четкие и специфические цели обучения и претворяют в жизнь заранее спланированные учебные стратегии. Такой подход мы называем «запланированным» обучением, обозначим PLo и установим значение STR=0. Это рациональный, тщательно продуманный и ориентированный на учебные цели подход. Напротив, обучение может не планироваться заранее, а происходить в процессе событий, после свершившихся фактов. Студент осознает, что приобрел опыт, и исследует его потенциальную пользу для обучения, рассматривая его ретроспективно. Обучение в таком случае происходит на стадии заключения выводов о приобретенном опыте или на стадии обобщений, которые сделаны на основе приобретенного опыта. Устанавливается взаимосвязь между двумя явлениями, которые прежде казались совершенно несвязанными. Это требует умения наблюдать, размышлять, обобщать, предполагает занятия самоанализом, а, кроме того, творчество. Такой подход мы назовем спонтанным, обозначим SPo и установим значение STR=2. Промежуточное состояние в использовании этих подходов позволило нам получить третье значение параметра STR=1, который обозначается GPLo. Он соответствует гибкому запланированному обучению, т.е. такому виду запланированно обучения, при котором возможны и необходимы отклонения от плана при обнаружении дополнительных условий.

Для большей наглядности мы предлагаем визуализировать данную модель и приводим ее графическую интерпретацию на рис. 1.

Рис.1. Модель партнерства в обучении

Составляющие каждого параметра данной модели изображены на кругах разного размера, что наглядно подчеркивает степень значимости каждого элемента в модели. Кроме того, по каждому параметру указано направление движения для достижения наивысшей цели, т.е. стремления к самоориентированному обучению посредством активного спонтанного вовлечения в учебную деятельность. Данная модель позволяет эффективнее внедрять самоориентированное обучение и предполагает использование личностно-ориентированного, творческого обучения и активных методов обучения.

Выводы. Таким образом, коэффициент вовлеченности в партнерство, согласно нашей модели рассчитывается по формуле P=MS+ACT+STR. Но для более простой интерпретации полученного коэффициента мы предлагаем рассчитать его относительное значение, т.е. степень вовлеченности в партнерство посредством самоориентированного обучения, которое будет определяться по формуле:

$$\mathrm{P\_O}=\frac{\mathrm{MS}+\mathrm{ACT}+\mathrm{STR}}{6}\cdot 100\%,$$

где 6=2+2+2 – максимально возможная сумма набранных баллов в модели,

$$MS=\begin{cases}0, TR\\1, SORG\\2, SORT\end{cases};\qquad ACT=\begin{cases}0, PASo\\1, OPSo\\2, ACTo\end{cases};$$

$$STR=\begin{cases}0, PLo\\1, GPLo\\2, SPo\end{cases}.$$

Для более четкого понимания формулы проведем анализ граничных значений, которые может принимать степень вовлеченности в партнерство.

Если студент:

1) находится на уровне традиционного обучения, т.е. всю творческую работу (постановку целей, задач, путей и методов их решения) выполняет за него преподаватель;

2) получая знания, не может воспользоваться чужим опытом и сформировать свой собственный опыт;

3) не может отойти от сформулированного ему плана обучения, даже в случае появления дополнительной интересной информации; то такая ситуация обучения соответствует минимальному уровню партнерства 0%, т.е. полному отсутствию партнерства в обучении.

И наоборот, если студент:

1) вышел на уровень самоориентированного обучения, т.е. сам предлагает проблемы и пути их решения;

2) активно взаимодействуя с другими, получает информацию, необходимую для реализации целей обучения, и формирует свой опыт;

3) творчески подходит к появлению информации, устанавливает взаимосвязи между явлениями, наблюдает, размышляет, обобщает, занимается самоанализом;

4) обучается не сам, а под руководством преподавателя, то такая ситуация обучения соответствует максимальному уровню партнерства 100%.

Все остальные, промежуточные значения, которые может принимать величина степени вовлеченности в партнерство, соответствуют разным значениям параметров модели и указывают, на какой стадии партнерства находится каждый студент.

Отличительной особенностью построенной модели является то, что, выявив степень вовлеченности в партнерство студента и значения каждого параметра модели, по схеме можно увидеть дальнейшие перспективы развития партнерства. А это, в свою очередь, поможет преподавателю правильно выбрать траекторию развития студента и направить его по пути стремления к самоориентированному обучению и партнерству.

В целом, результаты опросов студентов позволяют заключить, что большинство из них, а особенно наиболее способные, позитивно отзываются о технологиях партнерства в обучении, которые позволяют учитывать их индивидуальные особенности и профессиональный контекст обучения.

1. *Фокин Н.И. Словарь «Экономика: В начале было Слово» [Электронный ресурс]/ Н.И.Фокин, П.Н.Фокин. – Режим доступа. – http://dictionary-economics.ru.*

2. *Милушев В.Б. Принципы синергетики и их конкретизация при обучении математике / В.Б.Милушев // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН. – 2008. – Вип.30. – С.7-15.*

3. *Чернявская А.П. Образовательные технологии: уч.-метод. пособие / А.П.Чернявская, Л.В.Байбородова, Л.Н.Серебренников, И.Г.Харисова, В.В.Белкина, В.Е.Гаибова. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2005.*

4. Ляудис В.Я. Инновационное обучение и наука : учеб. пособие / В.Я.Ляудис. – М., 1992. – 159 с.

5. Завьялов В.Ю. Элементарный учебник дианализа / В.Ю.Завьялов. – Новосибирск: Изд-во Сибирского отделения Российской академии медицинских наук, 2004. – 416 с.

6. Блинов А.О. Подготовка аналитиков для органов власти и управления / А.О.Блинов, О.С.Рудакова // Научный эксперт: Научный электронный журнал. – Вып. 10. – 2008. – С.22 – 29.

Резюме. **Блинов А.О., Буркина Н.В. РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ПАРТНЕРСТВА В ОБУЧЕНИИ**. *В статье рассмотрена проблема самоориентированного обучения, а также разработана модель партнерства в обучении, позволяющая найти пути достижения партнерских отношений, которые способствуют самоориентированному обучению и сотрудничеству в приобретении знаний.*

Ключевые слова: *партнерство, модель партнерства, самоориентированное обучение, активное обучение.*

Abstract. **Blinov A., Burkina N. DEVELOPMENT OF MODEL FOR PARTNERSHIP IN TEACHING.** *The article deals with the problem of self-oriented training. The model of partnership in learning has been developed. This model allows to find ways to achieve partnerships. It promotes self-oriented training and cooperation training in knowledge acquisition.*

Key words: *partnership, model of partnership, self-oriented training, active training.*

Стаття надійшла до редакції 28.06.2011 р.

ПРЕВЕНТИВНА ДІЯЛЬНІСТЬ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ: ЗМІСТ І СТРУКТУРА

В.О.Швець,
канд. педагог. наук, професор,
Л.А.Благодир,
аспірант,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

У статті розкрито зміст поняття превентивна діяльність вчителя математики та визначено структурні компоненти такої діяльності.

***Ключові слова**: навчальна діяльність, превенція, превентивна діяльність вчителя математики, структура превентивної діяльності.*

Постановка проблеми. Учіння є відображувально-перетворювальною діяльністю, оскільки спрямоване на збагачення та перетворення особистого досвіду учня засобами пізнання та самопізнання.

Згідно до діяльнісного підходу етапи засвоєння знань розглядаються водночас з етапами засвоєння діяльності. Знання із самого початку включаються у структуру дій. Якість знань у цьому разі визначається їхньою адекватністю діяльності, що використовується для їх формування. На думку Н.Ф.Тализіної, знання ніколи не можна дати в готовому вигляді, вони завжди засвоюються через ту чи іншу діяльність [8].

Діяльнісний підхід до організації навчання математики потребує, щоб учень, під час опрацювання навчального матеріалу здійснив повний цикл пізнавальних дій: сприйняв навчальний матеріал, усвідомив його, запам'ятав, потренувався в застосуванні знань на практиці, тобто, здійснив такі три навчальні діяльності – *повторив раніше вивчене і на його основі вивчив новий матеріал, поглибив і узагальнив вивчене, навчився застосовувати набуті знання на практиці* [6]. На нашу думку, в учнів необхідно формувати ще один важливий вид навчальної діяльності – *діяльності, яка включає попередження, виявлення та усунення прогалин в знаннях*. Назвемо таку діяльність *превентивною*.

Превентивна діяльність з упередження можливих помилок учнів, аналізу і виправлення допущених повинна розглядається нами як невід'ємна складова навчально-пізнавальної діяльності. Вона має бути спрямована на формування міцних і глибоких знань.

Аналіз актуальних досліджень. Термін «превентивний» (лат. *prevento* – попереджувальний, запобіжний, захисний) з'явився в освітньому просторі України у 1994 році внаслідок започаткованої творчої співпраці з департаментом превентивної освіти ЮНЕСКО. Відтоді в Україні превентивне виховання та проблеми виховання досліджуються більш інтенсивно згідно з Концепцією превентивного виховання дітей і молоді, затвердженою Президією НАПН України у лютому 1998 року [2]. Нині ефективно розвиваються такі напрями досліджень в галузі педагогіки і психології, як превентивна педагогіка (Л.В.Кондрашова, О.М.Кудрявцев, В.М.Оржеховська, О.І.Пилипенко), та превентивна психологія (С.ОБелічева, А.П.Сманцер).

Дослідження превентивної діяльності в областях педагогіки і психології переконують, що даний напрям, в силу його актуальності і перспективності, слід використовувати і під час вивчення шкільних навчальних дисциплін, зокрема, наприклад, алгебри в основній школі.

Проблема виявлення та попередження математичних помилок знаходить своє відображення в працях учених-математиків, психологів і педагогів впродовж всього 20 століття, зокрема в роботах Д.С.Ангелова, Г.А.Асанова, Г.П.Бевза, В.Г.Болтянського, В.М.Брадіса, Я.І.Грудьонова, В.О.Далінгера, І.М.Кирилецького, Н.О.Менчинської, П.С.Моденова, А.В.Самусенко, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкової, О.А.Тарасової, П.В.Шеварьова та ін.

Проведений нами аналіз досліджень з методики навчання математики показав, що в Україні питаннями організації превентивної діяльності на уроках математики дослідники не займались.

Мета статті – розкрити зміст поняття превентивної діяльності вчителя математики та визначити її структурні компоненти.

Виклад основного матеріалу. *Під превентивною діяльністю вчителя математики будемо розуміти навчальну діяльність, яка ініціюється потребою: упередити математичні помилки учнів, виправити допущені, з'ясувавши причини їх появи, обравши для цього відповідні методи, організаційні форми та засоби навчання.*

Превентивна діяльність має організовуватися як процес взаємодії вчителя і учнів, в ході якого шляхом спеціально підібраних методів, по-перше виявляється природа та походження помилок, а по-друге організовується робота з попередження та ліквідації цих помилок. Головним завданням формування превентивної навчальної діяльності школярів є розвиток у них уміння самостійно виконувати всі її структурні компоненти і переходити від одного компонента до іншого (від прийняття рішення здійснювати певну діяльність до її планування, від дій і операцій до самоконтролю і самооцінки). Спочатку учні відпрацьовують усі дії разом з учителем. У результаті такої співпраці учень навчається ставити перед собою навчальну мету, планувати свою діяльність, виконувати дії і операції, контролювати хід виконання, оцінювати результат, робити висновки, коректувати на перспективу свої дії.

У превентивній діяльності, як і в кожній діяльності будемо виділяти такі структурні компоненти: 1) мотиви і навчальні задачі; 2) навчальні дії; 3) дії контролю навчальних досягнень учнів.

Діяльнісний підхід у розробці питань реалізації функцій тематичного контролю результатів навчання математики учнів старшої школи в умовах традиційного освітнього процесу був використаний в дисертаційному дослідженні В.О.Швеця [9].

Відповідно до структури діяльності, автор виділяє у тематичному контролі такі компоненти як *потреби, мотиви, мету, умови досягнення мети /задача/, планування діяльності, дії,* і розкриває їх зміст. Розглянемо зміст цих компонентів в умовах організації превентивної діяльності вчителя та учбової діяльності учнів, яка згодом стає їх сумісною діяльністю.

Формування *потреби* у міцному засвоєнні знань передбачає реалізацію потреби у попередженні та ліквідації прогалин у знаннях. Якщо для вчителя ця потреба вже визначена та чітко мотивована, то для учня потреба у вмінні вчасно виявляти та виправляти допущені помилки має бути сформована учителем і стати його індивідуальною потребою. Превентивна діяльність, організована вчителем, стає навчальною діяльністю, що розвиває особистість учня лише в тому випадку, якщо для її виконання в учня є внутрішня спонука, викликана його особистою потребою. Необхідно сприяти розумінню учнем важливості такої діяльності. Як відомо, думати учень починає тоді, коли потрібно щось зрозуміти.

Оскільки робота над помилками є складовою частиною навчальної діяльності, то можна вважати, що потреби і мотиви такої роботи визначаються потребами і мотивами, які спонукають учнів до самої діяльності. Тому *мотиви* навчання, спрямовані на процес пізнання, на підвищення ефективності його результатів, стають мотивами здійснення заходів по ліквідації прогалин в знаннях.

Мотивація діяльності учнів здійснює значний вплив на засвоєння матеріалу, розвиток інтересу до теми, що вивчається, осмислення значимості, важливості даного матеріалу, стійкі інтереси і потреби, позитивні емоції, що виникають під час успішного засвоєння навчального матеріалу, негативні емоції, викликані хвилюванням, почуттям сорому та незадоволенням собою через неуважність, тимчасовими невдачами під час виконання посильних завдань.

Так, якщо актуалізувати результати попередніх досягнень перед введенням нового матеріалу, викликати незадоволення наявним рівнем та прогалинами в знаннях на етапі закріплення нового матеріалу, підсилити мотиви, орієнтуючись на взаємозв'язки з потребами практики, то це сприятиме кращому засвоєнню навчального матеріалу з мінімальною кількістю помилок. На наш погляд, на будь-якому етапі навчання корисно використовувати здивування, що ефективно впливатиме як на сильних учнів, так і на школярів з низьким рівнем знань. Оскільки допущені помилки часто є результатом не тільки низького рівня знань учнів, недостатніми зусиллями як учнів, так і вчителів з їх попередження та виправлення, то формування мотивації до вивчення матеріалу повинно здійснюватись як на етапі виправлення помилок, так і на етапі їх попередження, що сприятиме більш осмисленому сприйняттю нових математичних знань. Такими мотивами можуть бути:

- *задоволення від досягнення успіху,отриманим результатом;*
- *отримання позитивних емоцій, вражень від певних подій;*
- *заохочення, схвалення з боку вчителя;*
- *задоволення від самого процесу діяльності,інтерес до навчання;*
- *можливість утвердити своє «Я», висловити свою думку;*
- *самовираження і самовдосконалення;*
- *незадоволення наявним рівнем знань.*

На нашу думку, *основним мотивом превентивної діяльності має бути бажання учнів отримати гарні знання з математики з найменшою кількістю допущених помилок,яких у навчанні уникнути важко, що сприятиме успішному навчанню в подальшому.*

Значною рушійною силою попередження і усунення помилок учнів у вивченні математики є *інтерес*. Саме завдяки інтересу, процес надбання знань може стати рушійною силою розвитку інтелекту, оскільки він позитивно впливає на всі психічні процеси і функції: увагу, пам'ять, працездатність.

Отже, говорити про превентивність як про діяльність можна в тому випадку, коли в учня створена відповідна система мотивів. Пізнавальні мотиви навчання, спрямовані на процес пізнання, підвищення ефективності його результатів – знань, умінь і навичок, а також на способи пізнання та набуття знань, прийоми і методи учбової праці стають і мотивами превентивної діяльності.

Основною метою превентивної діяльності під час навчання математики є організація найбільш сприятливих умов для вивчення програмового матеріалу, переходу школярів від розуміння матеріалу до міцного його засвоєння, осмислення та закріплення, що сприятиме зменшенню неуспішності учнів.

Досягнення мети, як відомо, здійснюється шляхом виконання певних дій. Ці дії реалізують окремі проміжні цілі, які виділяються із загальної мети. До таких дій превентивної діяльності ми відносимо: *аналіз, попередження, виправлення математичних помилок*. Розглянемо кожну з них детальніше.

Аналіз математичних помилок. Метою такої дії в умовах особистісної спрямованості освітнього процесу є відстеження математичних помилок кожного учня, розкриття їх природи, пояснення причини появи. Очевидно, що аналіз математичних помилок учнів повинен охоплювати такі основні етапи:

- виявлення змісту помилок;
- облік помилок;
- дослідження причин появи помилок;
- попереднє прогнозування можливостей попередження помилок.

Встановлення змісту помилок здійснюється перевіркою (попередньою, поточною, тематичною, усною, письмовою чи за допомогою комп'ютерних технологій), націленою на виявлення результатів навчальної діяльності учнів, процесу досягнення цих результатів, темпу просування кожного учня в опануванні змістом освіти, розвитку і реалізації його можливостей, нахилів та інтересів.

Для попередження можливих помилок в подальшому вивченні математики та для викорінення допущених необхідно вести *ретельний облік помилок*. Цей облік можна вести в індивідуальних картках реєстрації прогалин в знаннях школярів. При цьому бажано фіксувати не тільки ті помилки, які свідчать про явні прогалини в знаннях, а також виправлення, що свідчать про недостатньо міцне засвоєння відповідного матеріалу. Необхідно відмічати і ті завдання, з якими учні не впоралися взагалі.

Попередженням появи помилок будемо називати дію в організації учбової діяльності учнів, яка спрямована на міцне засвоєння знань з мінімальною кількістю допущених помилок.

Важливу роль у попередженні помилок відіграє продумана організація вивчення нового матеріалу. Для учня, який починає вивчення нової теми, важливо знати, що з раніше засвоєного матеріалу йому знадобиться в цей момент, виявити прогалини у знаннях і своєчасно їх усунути. Інакше учень не зможе успішно сприймати новий матеріал, що призведе до неміцних знань і, врешті, їх втрати, а отже, до негативного результату навчання.

Важливою є організація та проведення повторення основних теоретичних відомостей з такою частотою, що забезпечить їх міцне запам'ятовування

Під час здійснення превентивної діяльності вчителю необхідно постійно контролювати рівень складності викладу начального матеріалу та потенційні можливості школярів . Відомо, що якщо матеріал не зрозумілий, то він засвоюється формально, запам'ятовується неточно, відхилення не помічаються і виникає ілюзія запам'ятовування та засвоєння. Необхідною умовою запам'ятовування матеріалу є його розуміння.

Своєчасний контроль є невід'ємною складовою всього навчального процесу, здійснює значний вплив не тільки на результат, але і на хід навчання, оскільки забезпечує одержання інформації про рівень ефективності функціонування будь-якої системи навчання. Правильно організований контроль надає можливість школярам критично оцінити свої успіхи та недоліки у засвоєнні того чи іншого матеріалу, а потім правильно і більш раціонально, під керівництвом вчителя, організувати свою подальшу роботу, сформувати навички самоконтролю, виховати ряд якостей особистості, наприклад, таких, як відповідальність за роботу, що виконується, наполегливість, охайність тощо.

Не менш важливим напрямом для ефективного здійснення превентивної діяльності вчителя математики є правильна організація навчальної діяльності учнів як на уроках математики, так і під час виконання домашніх завдань. Домашні завдання продовжують ту роботу, яка була проведена на уроці і її успішне виконання залежить від того, наскільки учні на уроці підготовлені до виконання цього завдання.

Отже, попередження помилок доцільно здійснювати на етапах:

- вивчення теоретичного матеріалу;
- засвоєння нового матеріалу;
- застосування теоретичних знань на практиці;
- повторення та узагальнення вивченого матеріалу;
- самостійної навчальної діяльності учнів;
- виконання домашнього завдання;

- контролю рівня досягнень учнів.

Досвід роботи вчителів математики, який ми вивчали, показує, що перевірка правильності розв'язання задач учнями найчастіше здійснюється шляхом порівняння з відповіддю, яка є в підручнику або яку повідомить вчитель. На практиці доводиться мати справу із задачами, відповіді до яких не подаються. Тому учні повинні вміти перевіряти правильність розв'язаних ними задач самостійно, щоб бути впевненим в отриманому результаті. З метою попередження помилок необхідно сформувати в школярів навички самоконтролю. Ці навички складаються з двох частин: а) уміти знайти помилку; б) уміти її пояснити і виправити.

Важливо навчити учнів здійснювати: перевірку обчислення і тотожного перетворення шляхом виконання оберненої дії чи підставлянням допустимих числових значень у початковий і кінцевий вирази; перевірку правильності розв'язання задач шляхом складання і розв'язування задач обернених до даних; оцінювання розв'язання задачі з погляду здорового глузду; перевірку чи задовольняє розв'язок умову задачі; перевірку аналітичного розв'язання графічним; перевірку правильності міркувань за допомогою «кругів» Ейлера, та ін. Іноді дійовим способом перевірки є інший варіант розв'язання задачі. У випадку, коли учень не впевнений в правильності розв'язання завдання, він може використати арифметичні обчислення. Відповідальним моментом в навчанні учнів самоконтролю є знайомство із зразками, за якими будуть порівнюватись використані способи виконання завдань та одержані результати.

Виробленню навичок самоконтролю допомагає і прийом наближеної оцінки очікуваного результату. Встановлення можливих меж очікуваної відповіді попереджає недоліки типу описок, пропуску цифр і т.п. Ефективними є провокуючі завдання, умови яких містять вказівки чи інші спонуки, які провокують учнів до помилкових розв'язань. Допускаючи помилки, усвідомлюючи провокуючі наміри вчителя і характер навчальної ситуації, учень зазнає сильного враження, надовго запам'ятовує помилкову дію і в подальшому на підсвідомому рівні остерігається її. Захоплюючим матеріалом для такого типу задач є софізми, парадокси. Такі завдання створюють проблемну ситуацію, тобто ситуацію, коли учням потрібно розшукати помилку і виправити її, критично осмислюючи кожен етап міркувань. Зокрема, міцність засвоєння математичних фактів значно покращується емоційним сприйняттям абсурдного твердження софізму. Важливо навчити учнів виявляти і пояснювати помилки, розгорнуто і послідовно будувати спростування.

Самостійна робота учнів над помилками, шляхом формування навичок самоконтролю забезпечує більш осмислений їх аналіз та аналіз особистих дій по розв'язанню конкретних задач. Це має значний вплив на якість одержаних знань та стимулює розвиток логічного мислення, його характерних показників: критичність, доказовість, активність, глибину та гнучкість.

З метою попередження помилок у процесі навчання алгебри доцільно пропонувати учням такі завдання:

- знайти помилку у формулюванні правила чи теореми;
- знайти протиріччя у наведеному математичному тексті;
- знайти невідповідність змісту завдання з раніше вивченим матеріалом, із практикою, суміжними навчальними предметами, із здоровим глуздом;
- знайти зайві дані в умові задачі;
- виявити неповноту умови задачі;
- завершити неповне розв'язання задачі;
- знайти принципові прогалини в розв'язуванні задачі.

Виправлення помилок – дія, спрямована на усунення недоліків і прогалин у знаннях, уміннях та навичках учнів, ліквідацію виявлених розбіжностей між досягнутими і запланованими результатами.

Цілеспрямована робота над помилками вимагає систематизації помилок, що з'являються в процесі вивчення алгебри. При цьому вирішальну роль повинні відігравати не окремі приклади помилок, а групи помилок, об'єднаних спільністю причин їхньої появи, спільністю методики роботи над ними [3].

Особливого ставлення з боку вчителя вимагають помилки випадкового характеру (помилки через нестійкість самоконтролю). Для правильного вибору методу роботи над цими помилками необхідно насамперед з'ясувати, чи є ця помилка випадковою, чи вона - результат не розуміння навчального матеріалу.

Розбір помилок корисний ще і тому, що, ознайомившись з якою-небудь помилкою і ретельно проаналізувавши її, учень у тій чи іншій мірі застраховує себе від повторення подібних помилок у майбутньому. Розбираючи помилки, що з'являються в процесі навчання, учні вчаться шліфувати кожне слово у своїй відповіді, замислюються над сказаним . Вдало організована робота над помилками має велике значення в підвищенні рівня знань учнів та сприяє вихованню у них навичок самоконтролю, що для вивчення математики дуже важливо.

Висновки. Превентивну діяльність потрібно розглядати як навчальну діяльність, яка ініціюється потребою: упередити математичні помилки учнів, виправити допущені, з’ясувавши причини їх появи, обравши для цього відповідні методи, організаційні форми та засоби навчання, її структурними компонентами мають бути: мотиви, мета, умови досягнення мети /задача/, планування діяльності, дії. Такою діяльністю має керувати вчитель математики в основній школі.

1. Беличева С.А. Основы превентивной психологи / С.А.Беличева. – М.: Ред.-изд. Центр консорциума «Социальное здоровье России», 1993. – 198 с.

2. Енциклопедія освіти / Акад. пед.наук України: головний ред. В.Г.Кремінь. – К.: Юрінком Інтер, 2008. – 1040 с.

3. Из опыта преподавания математики в школе: пособие для учителей/ Сост. А.Д.Семушин, С.В.Суворова. – М.: Просвещение, 1978. – 208 с.

4. Кондрашова Л.В. Превентивная педагогика / Л.В.Кондрашова: уч. пособие. – К.: Вища школа, 2005. – 231 с.

5. Оржеховська В.М. Превентивна педагогіка: навч.-метод. посібник / В.М.Оржеховська, О.І.Пилипенко. – Одеса, 2006. – 78 с.

6. Слепкань З.І. Методика навчання математики: підручник для студ. матем. спец. пед. навч. закл. / З.І.Слепкань. – К.: Зодіак-Еко, 2000. – 512 с.

7. Сманцер А.П. Превентивная педагогика: методология, теория, методика / А.П.Сманцер, Е.М.Рангелова. – Минск: БГУ 2008. – 262 с.

8. Талызина Н.Ф. Управления процессом усвоения знаний / Н.Ф.Талызина. – М: Изд-во Моск. ун-та, 1975 – 343 с.

9. Швец В.А. Реализация функций тематического контроля результатов обучения учащихся математике в старших классах средней школы: Дис.канд. пед. наук: 13.00.02 / Швец Василий Александрович. – К., 1988. – 209 с.

Резюме. **Швец В.А., Благодыр Л.А. ПРЕВЕНТИВНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ: СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА.** *В статье раскрыто содержание понятия превентивная деятельность учителя математики и определены структурные компоненты такой деятельности.*

Ключевые слова: *учебная деятельность, превенция, превентивная деятельность учителя математики, структура превентивной деятельности.*

Abstract. **Shvets V., Blagodyr L. PREVENTIVE ACTIVITY OF MATHEMATICS TEACHER: CONTENT AND STRUCTURE.** *The article reveals the concept of preventive activity of mathematics teacher. Some structural components of such activity are determined.*

Key words: *educational activity, prevention, preventive activity of mathematics teacher, structure of preventive activity.*

Стаття надійшла до редакції 28.05.2011 р.

ОСОБЛИВОСТІ ПРОФЕСІЙНИХ КОМПЕТЕНЦІЙ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ У ПЛАНУВАННІ САМООСВІТИ

М.М.Бараболя,
викладач математики,
Вінницький коледж національного університету харчових технологій,
м. Вінниця, УКРАЇНА

У статті розглядається перелік професійних компетенцій вчителя математики та визначено їх особливості та відмінності у різних десятиріччях для планування самоосвіти вчителя математики.

Ключові слова: *компетенції вчителя, компетентність вчителя, самоосвіта вчителя, вчитель математики.*

Постановка проблеми. Сучасний рівень розвитку освіти в Україні характеризується переосмисленням основних цінностей, пошуками нового в теорії та практиці навчально-виховного процесу. Це спричинено інтеграцією педагогічної освіти України в європейський освітній простір, реформуванням освіти та супроводжується переосмисленням основних особливостей професійних компетенцій вчителя, зокрема, математики.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Огляд педагогічної літератури свідчить, що на сучасному етапі розвитку освіти досліджується проблема професійних компетентностей педагогічних кадрів. Зокрема, є відповідні праці В.Адольфа, І.Ареф'єва, В.Бондаря, Н.Кузьміної, В.Лозової, А.Орлова, С.Чистякової, О.Овчарук, О.Пометун, О.Локшиної, С.Савченко, В.Сластеніна [1, 2].

Метою даної статті є виділення професійних компетенцій вчителя математики та визначення їх відмінностей у різних десятиріччях для планування самоосвіти вчителя математики.

Виклад основного матеріалу. Запропоноване в європейському проекті TUNING «... поняття компетенцій включає знання й розуміння (теоретичне знання академічної галузі, здатність знати й розуміти), знання як діяти (практичне й оперативне застосування знань до конкретних ситуацій), знання як бути (цінності як невід'ємна частина способу сприйняття й життя з іншими в соціальному контексті)». Поняття «компетенція» включає не тільки когнітивну й операційнотехнологічну складові, але й мотиваційну, етичну, соціальну, поведінкову сторони (результати освіти, знання, уміння, систему ціннісних орієнтацій). У формуванні компетенції вирішальну роль відіграє не тільки зміст освіти, але також і освітнє середовище вищих навчальних закладів, організація освітнього процесу, освітні технології, включаючи самостійну роботу студентів, тощо. Треба підкреслити узагальнений, інтегральний характер поняття «компетенція» стосовно понять «знання», «уміння», «навички».

Єврокомісія виділяє вісім ключових компетенцій, якими повинен володіти кожний європеєць, у тому числі і вчитель математики: компетенція в галузі рідної мови; компетенція в сфері іноземних мов; математична та фундаментальна природничонаукова та технічна компетенції; комп'ютерна компетенція; навчальна компетенція; міжособистісна, міжкультурна та соціальна компетенції, а також громадянська компетенція; компетенція підприємництва; культурна компетенція.

Ці компетенції підтримуються певними здатностями, до яких зараховуються у всіх життєвих сферах такі необхідні риси, як критичне мислення, креативність, «європейський вимір» і активна життєва позиція.

У сукупності такі здатності сприяють розвитку особистості. У сучасних умовах для випускників професійних навчальних закладів особливо важливим має бути розуміння соціального значення своєї професії й, відповідно, розуміння свого місця в системі соціальних відносин, а також здатність до критичної оцінки власного життєвого та професійного досвіду, свідомого вибору шляхів та методів удосконалення особистих і професійних якостей.

На різних етапах даного дослідження системи самоосвітньої діяльності вчителя ми вивчали професійні компетенції вчителя математики, по-перше, необхідні для ефективної самоосвітньої діяльності, по-друге, такі професійні компетенції, які можуть розвиватися в результаті ефективної самоосвітньої діяльності.

У відповідності до рекомендацій МОН України про розробку освітньо-кваліфікаційних характеристик фахівця і, зокрема, впровадження компетентісного підходу, зокрема, виділяють соціально-особистісні, загально-наукові, інструментальні компетенції.

До соціально-особистісних компетенцій відносяться: здатність саморозвиватися; здатність до критики й самокритики; креативність, здатність до системного мислення; адаптивність і комунікабельність; наполегливість у досягненні мети; відповідальність про якість виконуваної роботи; толерантність.

До загальнонаукових компетенцій відносяться: базові уявлення про основи філософії, психології, педагогіки, що сприяють розвитку загальної культури й соціалізації особистості, схильності до етичних цінностей, знання вітчизняної історії, економіки й права, розуміння причинно-наслідкових зв'язків розвитку суспільства й уміння їх використовувати в професійній і соціальній діяльності; глибокі знання фундаментальних розділів математики; базові знання в галузі інформатики й сучасних інформаційних технологій; навички використання програмних засобів і навички роботи в комп'ютерних мережах, уміння створювати бази даних і використовувати інтернет-ресурси; базові знання фундаментальних наук, в обсязі, необхідному для освоєння загальнопрофесійних дисциплін.

До інструментальних компетенцій відносяться: здатність до письмової й усної комунікації рідною мовою; навички роботи з комп'ютером; навички управління інформацією; здатність до ділових комунікацій у професійній сфері, знання основ ділового спілкування; здатність володіти навичками роботи з комп'ютером на рівні користувача, використовувати інформаційні технології для рішення експериментальних і практичних завдань у галузі професійної діяльності; дослідницькі навички.

Професійні компетенції вчителя математики поділяємо на загально професійні та спеціалізовано професійні.

Серед загально професійних компетентцій вчителя математики для самоосвітньої діяльності, на нашу думку, варто виділити:

- уявлення про різноманітність математичних об'єктів;
- базові уявлення про основи природничих, технічних наук і прикладної математики та математичної статистики;
- володіння методами класифікації та дослідження математичних об’єктів
- знання про історію розвитку математичних об’єктів;
- знання й застосування на практиці принципів математичної етики, розуміння соціальних і екологічних наслідків своєї професійної діяльності;
- сучасні уявлення про принципи моніторингу;
- здатність планувати й реалізувати відповідні заходи;
- здатність організувати роботу відповідно до вимог безпеки життєдіяльності й охорони праці;
- здатність проводити оцінювання досягнутих результатів;
- спроможність відповідати за управління процесом навчання і контроль над ним;

- здатність осмислювати свою практичну діяльність і вчитися на основі власного досвіду;

- вміння сприяти у співдружності з іншими професіоналами ефективній роботі школи.

Особливе значення в плануванні самоосвітньої діяльності вчителя математики мають спеціалізовано професійні компетенції. Зокрема, для ефективної самоосвітньої діяльності важлива наявність таких компетенцій:

- здатність аналізувати навчально-методичну літературу з математики;

- здатність сформулювати і відповідно реалізувати навчальну мету уроку математики;

- здатність у відповідності до навчальної мети вибудувати структуру уроку математики з врахуванням вікових та пізнавальних можливостей учнів;

- здатність методично грамотно організувати роботу з кожною задачею, розуміючи її роль і функції у процесі навчання математики;

- здатність здійснювати мотивацію кожної теми під час навчання математики;

- вміння вибудовувати навчальний матеріал, як систему пізнавальних завдань;

- здатність викладати матеріал структуровано, різноманітно, тримати увагу учнів, використовувати історичні та наукові факти у навчанні математики;

- спроможність доступно пояснювати матеріал, формувати вміння розв’язувати задачі;

- здатність методично грамотного поєднувати теорію з практикою під час проведення уроку математики;

- здатність творчо підходити до реалізації кожного етапу уроку з математики;

- здатність методично вміло використовувати інноваційні технології у процесі навчання математики;

- спроможність виховувати пізнавальну самостійність кожного учня на уроці математики;

- здатність швидко пов'язувати нові знання з уже набутими (психолого-педагогічні знання, знання з математики та методики її викладання);

- спроможність формувати уміння систематизувати типові задачі шкільної математики, знаходити критерії зведення задач до типових; уміння розпізнавати типову задачу або зводити її до типової;

- здатність формувати уміння проводити дедуктивні обґрунтування правильності розв’язання задач та шукати логічні помилки у неправильних дедуктивних міркуваннях;

- здатність формувати уміння використовувати математичну та логічну символіку на практиці, використовувати різні інформаційні джерела для пошуку процедур розв’язувань типових задач (підручник, довідник, Інтернет-ресурси);

- здатність формувати уміння відтворювати дедуктивні доведення теореми та доведення правильності процедур розв’язань типових задач;

- здатність удосконалювати вміння викладання математики;

- здатність здійснювати рефлексію формування власної методики викладання математики;

- здатність розповсюджувати власний досвід викладання предмета;

- здатність аналізувати й оцінювати кращі педагогічні досягнення в галузі методики викладання математики.

Ґрунтовне вивчення різних нормативних документів, що врегульовують діяльність вчителя математики дозволило нам скласти певну порівняльну таблицю вимог до професійних здатностей вчителя математики в різний часовий період. Розглядаємо дві вибірки професійних здатностей вчителя математики, здійснених нами на основі різних документів для таких часових періодів [3]:

– 1992-2005 роки – умовно перший період розвитку професійної освіти в незалежній Україні;

– після 2005 року – умовно сучасний період розвитку професійної освіти в Україні.

Сучасний період розглядаємо з 2005 року, окреслений нами, зокрема, як етап введення нових програм з математики в середній школі розгортання експерименту зовнішнього незалежного оцінювання знань та умінь випускників, зокрема, з математики.

Таким чином у період 1992-2005 років список професійних компетенцій вчителя математики, в основному, має вигляд:

– здатність реалізувати основні методичні засади підручників з математики;

– здатність спрямовувати діяльність учнів в умовах рівневої та профільної диференціації навчання;

– спроможність конструювати заняття з математики методично правильно у відповідності до профілю у навчанні учнів математики;

– здатність доступно викладати матеріал з математики, відповідно до пізнавальних можливостей учнів;

– здатність розуміння мети і змісту кожного етапу уроку;

– спроможність прогнозувати результат кожного етапу уроку з математики;

– вміння визначати міжпредметні зв’язки математики з іншими дисциплінами;

– здатність організувати самостійну роботу учнів, розумно управляти їх пізнавальною активністю;

– здатність реалізувати ідеї особистісно-орієнтованого навчання математики.

Відповідно список професійних компетентностей вчителя математики після 2005 року [4, 5, 6], на нашу думку, можна окреслити так:

- здатність здійснювати аналіз альтернативних підручників з математики;
- здатність використання інформаційних технологій навчання на різних етапах уроку математики;
- здатність аналізувати та використовувати електронні джерела інформації для розвитку власного академічного та методичного рівня вчителя;
- здатність активно використовувати можливості Інтернет-технологій для самоосвітньої діяльності та у процесі навчання учнів математики;
- здатність використовувати активні методи навчання при викладанні математики.

Маємо вагомі аргументи стверджувати, що в процесі активної самоосвітньої діяльності розвиваються такі компетенції вчителя математики:

– здатність удосконалювати організацію самостійної роботи учнів, відбирати нові прийоми управління їх пізнавальною активністю;

– здатність використання інформаційних технологій навчання на різних етапах уроку математики;

– здатність використовувати активні методи навчання при викладанні математики;

– спроможність конструювати заняття з математики методично правильно у відповідності до профілю у навчанні учнів математики;

– здатність під час навчання математики використовувати інформацію про історію та досягнення математики;

Розглянуте порівняння професійних компетенцій вчителя математики спонукає до висновку, що з часом змінюється система методичних компетенцій вчителя. Це означає, що виходячи із загальних тенденцій зміни освіти випливають основні тенденції у плануванні самоосвіти. Так, у 1992-2005 роках актуальними для самоосвіти вчителів математики були теми: «Міжпредметні зв’язки математики з іншими (наприклад: технічними, економічними) дисциплінами», «Самостійна робота учнів на уроках математики», «Диференціація навчання при вивченні математики», «Розв’язування конкурсних задач з окремих тем з математики», «Профільне вивчення математики учнів старших класів», «Гуманітаризація математичної освіти», «Стандартизація математичної освіти», «Особистісно-орієнтоване навчання при вивченні математики», «Гуманізація математичної освіти» тощо.

На сучасному етапі актуальними для самоосвітньої діяльності вчителів математики стають теми:

1. Вивчення сучасних технологій навчання математики.

2. Впровадження тестових завдань для комп'ютерного контролю знань і вмінь учнів при вивченні математики.

3. Застосування мультимедійних засобів навчання при навчанні математики.

4. Інтерактивні технології навчання як елемент активізації пізнавальної діяльності учнів при навчанні математики.

5. Евристичне навчання математики.

6. Упровадження ЗНО в систему освіти України.

Висновки. Компетентісний підхід у професійній освіті дозволяє удосконалювати окремі напрями діяльності в організації самоосвітньої діяльності вчителя. Зокрема, більш свідомим і обґрунтованим може бути етап складання плану самоосвітньої діяльності вчителя математики на наступний період. Система післядипломної освіти вчителів покликана окреслювати напрямки процесу самоосвітньої діяльності вчителя.

1. *Основи педагогічного майстерності. За ред. І.А.Зязюна. – К: Рад. школа, 1987. – С.17-20.*
2. *Сластенин В.О. Комплексная целевая программа «Учитель советской школы»: общая концепция исследования: метод. письмо / В.О.Сластенин. – М.: МГПИ, 1987. – 160 с.*
3. *Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти // Інформаційний збірник Міністерства освіти і науки України. – 2004. – № 1 – 2. – С. 5 – 60.*
4. *Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи / Н.М.Бібік, Л.С.Ващенко, О.І.Локшина, О.В.Овчарук та ін. / за заг. ред О.В.Овчарук. – К.: «К.І.С.», 2005. – 148 с.*
5. *Лист Міністерства освіти України від 31.07.2008 р. № 1/9484. Щодо нормативно-методичного забезпечення розроблення галузевих стандартів вищої освіти.*
6. *Скворцова С.А. Преемственность в формировании математических компетенций в начальной и основной школе / С.А.Скворцова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. збірник наук. робіт. –Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2009– Вип.32.– С.69 – 74.*

Резюме. **Бараболя М.М. ОСОБЕННОСТИ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ПЛАНИРОВАНИИ САМООБРАЗОВАНИЯ.** *В статье рассмотрены профессиональные компетенции учителя математики и выделено их отличие в разных десятилетиях для планирования самообразовательной деятельности учителя математики.*

Ключевые слова: *профессиональные компетенции, учитель математики, профессиональная компетентность, самообразование учителя.*

Abstract. **Barabolya M. PROFESSIONAL COMPETENCES AND THEIR DISTINCTIONS FOR TEACHER OF MATHEMATICS SELF-EDUCATION PLANNING.** *The list of professional competences of a teacher of mathematics and their distinctions during different decades for a teacher of mathematics self-education planning have been defined in this article.*

Key words: *professional competence, teacher of mathematics, self-education of a teacher.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 11.04.2011 р.

ПОБУДОВА ЗОРОВОГО РЯДУ ПІД ЧАС РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЯК КОМПОНЕНТ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Н.А.Тарасенкова,
доктор педагог. наук, професор,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА
Є.І.Боркач,
канд. фіз.-мат. наук,
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ (м. Берегове),
м. Берегове УКРАЇНА

Показано методику побудови топографічно зосереджених текстів на прикладах задач, пов’язаних із графічними способами розв’язування ірраціональних рівнянь з параметрами.

Ключові слова: *професійна підготовка майбутнього вчителя математики, зоровий ряд навчання, графічні способи розв’язування задач з параметрами.*

Постановка проблеми. Реформа вищої педагогічної освіти зумовлює необхідність перенесення акцентів з вивчення майбутніми учителями стандартних, інваріантних станів на механізми оволодіння новим, прилучення до перспективних моделей педагогічного досвіду і набуття власного в широкій і різноманітній практиці. У побудові фахової підготовки майбутнього вчителя необхідно виходити із тих виробничих функцій та відповідних їм типових задач методичної діяльності, які постають перед учителем у його щоденній практиці. Зокрема професійна діяльність учителя математики пов’язана із такими виробничими функціями, як [1]: 1) ***аналітико-синтетична діяльність*** (логіко-математичний аналіз навчального матеріалу шкільних підручників і збірників задач з математики, логіко-дидактичний аналіз навчального матеріалу, методичний аналіз математичної, психолого-педагогічної та методичної літератури, методичний аналіз засобів навчання, аналіз індивідуальних можливостей учнів та учнівського колективу в цілому у ракурсі різних концепцій навчання математики та специфіки навчального матеріалу); 2) ***планування та конструювання*** (тематичне планування, календарне планування, планування уроків, планування занять математичного гуртка, факультативу, позакласних заходів з математики, навчання учнів планувати власну навчальну роботу при вивченні математики); 3) ***організація та керування діяльністю учнів*** (організація учнів на свідоме ставлення до різних видів діяльності при вивченні шкільного курсу математики, непряме керування діяльністю учнів через відповідний набір навчального матеріалу і засобів навчання, пряме керування діяльністю учнів через формування певних навчально-пізнавальних дій, а також дій контролю і самоконтролю); 4) ***оцінювання власної діяльності та діяльності учнів*** (організація різних форм контролю і коригування навчально-пізнавальної діяльності учнів у процесі вивчення шкільного курсу математики, навчання учнів оцінювання та самооцінювання, здійснення самооцінки та коригування власної методичної діяльності).

До умінь, що забезпечують реалізацію виробничої функції «Організація та керування діяльністю учнів у процесі навчання математики», відносяться, поряд з іншими, і такі уміння [1]: організовувати пошук розв’язання математичної задачі, доведення математичного твердження тощо; добирати і застосовувати системи запитань, вправ і задач з метою навчання учнів виконувати аналіз, синтез, узагальнення, конкретизацію, порівняння, поділ, класифікацію тощо; розташовувати матеріал на дошці, оформляти розв’язання задачі, доведення математичного твердження, знаходження значення числового виразу або виразу зі змінною тощо.

Останнє уміння безпосередньо пов’язане із тим, що учителю необхідно уміти правильно будувати зоровий ряд як на уроках геометрії, так і на уроках алгебри [2]. Особливо ретельно потрібно продумувати топографію записів, взаємне розміщення мовного й немовного матеріалу.

Мета статті – на прикладах задач, пов’язаних із графічними способами розв’язування ірраціональних рівнянь з параметрами, показати методику побудови топографічно зосереджених текстів розв’язань та їх використання під час розкриття змістових особливостей зазначених способів діяльності, що вивчаються майбутніми учителями математики.

Виклад основного матеріалу. Наведемо деякі вихідні положення, що лежать в основі графічних способів розв’язування рівнянь з параметрами.

Нехай рівняння з параметрами зводиться до вигляду $f(x)=\phi(x;a)$, де $f(x)$ і $\phi(x;a)$ – деякі функції, графіки яких можна легко побудувати. Функція $y=f(x)$ визначає на площині певну лінію (називатимемо її *нерухомою*), а $y=\phi(x;a)$ – так звану «параметричну» лінію. При обраному значенні параметра a параметричний графік має певне розміщення в системі координат, але при інших значеннях параметра його розміщення буде іншим. Тому параметричну лінію іноді називають *рухомим графіком*. Залежно від значень параметра, лінія $y=\phi(x;a)$, змінюючи своє розміщення в системі координат, може по-різному розміщуватися відносно графіка $y=f(x)$: не мати з ним спільних точок; перетинати його; збігатися з ним на окремих ділянках тощо. За наявністю спільних точок рухомого і нерухомого графіків можна зробити висновок про існування розв’язків вихідного рівняння. Кількість спільних точок цих графіків свідчить про кількість розв’язків вихідного рівняння. У деяких випадках можна навіть встановити і те, який саме розв’язок має вихідне рівняння. Дослідивши різні випадки розміщення лінії $y=\phi(x;\ a)$ і нерухомого графіка $y=f(x)$, знаходять значення параметра, яким вони відповідають.

Приклад 1. Знайдіть кількість розв’язків рівняння $\sqrt{1-x^2}=a+2$.

Розв’язання. Введемо дві функції: $y=\sqrt{1-x^2}$ і $y=a+2$.

Першу функцію задано явно, але це не зовсім зручно для побудови її графіка. Перетворимо цю рівність:

$$y=\sqrt{1-x^2}\Leftrightarrow\begin{cases}y\ge 0,\\ x^2+y^2=1.\end{cases}$$

Дістали, що графіком першої функції є півколо, яке є нерухомим у системі координат *XOY* (рис. 1).

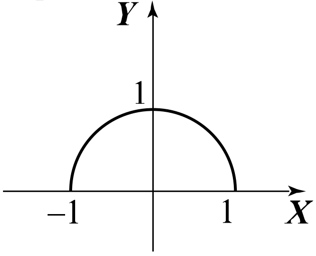


Рис. 1.

Графіком другої функції у цій системі координат є пряма $y=\text{const}$, яка паралельна осі *OX*. Залежно від значень параметра a, ця пряма змінює своє розміщення, залишаючись паралельною осі *OX*. Її побудову доцільно здійснювати в такій послідовності.

1. Розмістимо пряму так, щоб вона не мала спільних точок із нерухомим графіком (рис. 2). Очевидно, що при $a+2<0$ спільних точок у рухомого і нерухомого

графіків немає. Відтак при $a+2<0$, тобто при $a<-2$, рівняння не має розв'язків.

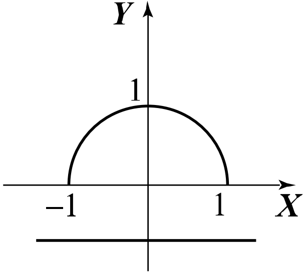


Рис. 2

2. Якщо $a+2=0$, тобто $a=-2$, тоді рухомий і нерухомий графіки мають дві спільні точки (рис. 3). Отже, вихідне рівняння має два розв'язки.

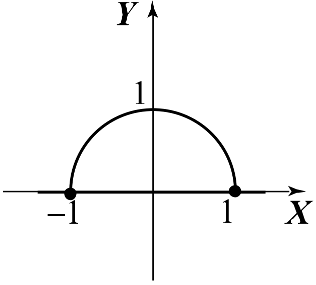


Рис. 3

3. Якщо $0<a+2<1$, тобто $-2<a<-1$, тоді рухомий і нерухомий графіки також мають дві спільні точки (рис. 4). Отже, рівняння має два розв'язки.

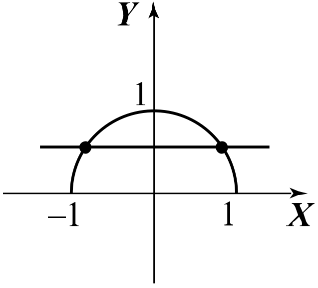


Рис. 4

4. Якщо $a+2=1$, тобто $a=-1$, тоді рухомий і нерухомий графіки мають одну спільну точку (рис. 5). Отже, рівняння має один розв'язок.

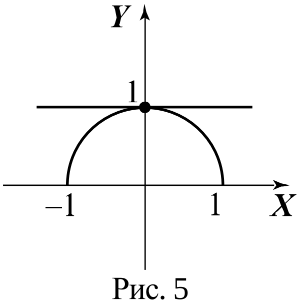


Рис. 5

5. Якщо $a+2>1$, тобто $a>-1$, тоді рухомий і нерухомий графіки не мають спільних точок (рис. 6). Отже, рівняння не має розв'язків.

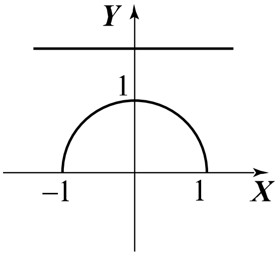


Рис. 6

Залишилось оформити відповідь. При цьому можна подати разом відомості про однакову кількість розв'язків рівняння.

Відповідь: при $a\in(-\infty;-2)\cup(-1;\infty)$ – $\varnothing$, при $a\in[-2;-1)$ – 2 розв'язки, при $a\in\{-1\}$ – 1 розв'язок.

Приклад 2. З'ясуйте, при яких значеннях параметра a має розв'язки рівняння $\sqrt{2x-x^2}=ax-a-1$.

Розв'язання. Введемо дві функції:

$$y=\sqrt{2x-x^2} \text{ і } y=ax-a-1.$$

Подамо їх у зручнішому вигляді:

$$\begin{cases} y\ge 0, \\ (x-1)^2+y^2=1 \end{cases} \text{ і } y=a(x-1)-1.$$

Графіком першої функції є півколо із центром (1; 0) і радіусом 1. Ця лінія є нерухомою в системі координат *XOY*. Графіком другої функції є пряма, в якої при зміні значень параметра змінюється кутовий коефіцієнт. Можна сказати, що ця рухома пряма „обертається" навколо деякої точки. Центром повороту є точка з координатами (1; – 1).

Побудуємо ці графіки. З усіх можливих розміщень рухомого графіка у системі *XOY* (рис. 7) зафіксуємо лише ті, що є «крайніми» (пряма І і пряма ІІ). У їх виборі враховуватимемо вимогу задачі – рівняння повинно мати розв'язки.

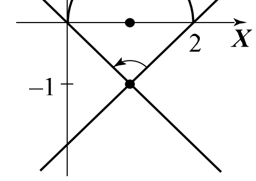


Рис. 7

Зрозуміло, що при повороті прямої $y=a\left(x-1\right)-1$ навколо точки (1; –1) проти годинникової стрілки від розміщення в позиції I до розміщення в позиції II ця пряма має спільні точки з нерухомим графіком. Отже, при таких значеннях параметра рівняння має розв'язок, до того ж єдиний (Чому?). В інших випадках воно не має розв'язків.

Для того, щоб знайти значення параметра a, при якому рухома пряма займає позицію I, достатньо підставити у рівність $y=a\left(x-1\right)-1$ координати спільної точки двох графіків – рухомого і нерухомого. За рисунком не важко визначити, що ця точка має координати (2; 0). Відтак дістанемо:

$$0=a\left(2-1\right)-1,\ \text{тобто}\ a=1.$$

Міркуючи аналогічно, знаходимо друге значення параметра, що відповідає розміщенню рухомої прямої у позиції II. Тут беремо точку з координатами (0; 0):

$$0=a\left(0-1\right)-1,\ \text{тобто}\ a=-1.$$

Загалом, коли значення параметра a змінюється від –1 до 1, то рівняння має розв'язки. В інших випадках рівняння не має розв'язків.

Відповідь: при $a\in\left[-1;1\right]$.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння

$$\sqrt{2x-x^2+3}=a+2.$$

Розв'язання. Задане рівняння рівносильне системі:

$$\begin{cases}2x-x^2+3\ge 0,\\ a+2\ge 0,\\ \sqrt{2x-x^2+3}=a+2;\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}-1\le x\le 3,\\ a\ge -2,\\ 2x-x^2+3=\left(a+2\right)^2.\end{cases}$$

Подальше розв'язування можна здійснити кількома способами.

I спосіб. *Аналітичний.* Застосовуючи аналітичний спосіб розв'язування, треба здійснити відомі дії – розв'язати рівняння системи з урахуванням вказаних обмежень на значення змінної і параметра. Пропонуємо читачеві самостійно провести розв'язування цим способом.

II спосіб. *Графічний (у площині XOY).* Спираючись на вихідне рівняння, введемо дві функції:

$$y=\sqrt{2x-x^2+3}\ \text{ і }\ y=a+2.$$

Першу функцію подамо в наступному вигляді:

$$\begin{cases}y\ge 0,\\ \left(x-1\right)^2+y^2=4.\end{cases}$$

Уведемо на площині прямокутну декартову систему координат *XOY*. Тоді графік першої функції – це півколо із центром у точці (1; 0) і радіусом 2. Цей графік є нерухомим. Графіком другої функції є пряма *y* = const, що змінює своє розміщення залежно від значення параметра *a*.

Побудуємо графіки цих функцій (рис. 8). Поруч із рисунком у стовпчик знизу нагору запишемо результати розв'язування.

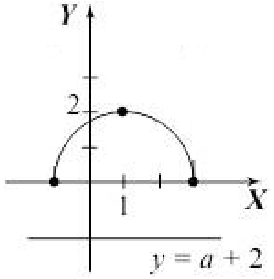


Рис. 8

$a+2>2$, тобто $a>0$	$\varnothing$,
$a+2=2$, тобто $a=0$	$x\in\left\{1\right\}$,
$0<a+2<2$, тобто $-2<a<0$	$x\in\left\{x_1;x_2\right\}$,
$a+2=0$, тобто $a=-2$	$x\in\left\{-1;3\right\}$,
$a+2<0$, тобто $a<-2$	$\varnothing$.

Однак отриманий розв'язок ще не можна вважати остаточним, оскільки залишились невизначеними x_1 і x_2. Їх знайдемо з рівності:

$$\sqrt{2x-x^2+3}=a+2.$$

Здавалось би, ми повернулись до необхідності розв'язувати вихідне рівняння аналітичним способом. Але це не зовсім так. Справа в тім, що аналітичний спосіб передбачає розгалуження у ході розв'язування і проведення повного дослідження в усіх отриманих випадках. Тут же достатньо виразити x_1 і x_2 із зазначеної рівності. Усі обмеження на змінну і параметр вказано на рисунку і записами поруч. Відтак дістанемо:

$$2x-x^2+3=(a+2)^2,$$

$$x^2-2x+(a+2)^2-3=0,$$

$$x_1=1-\sqrt{-a(a+4)},\ x_2=1+\sqrt{-a(a+4)}.$$

Формуючи відповідь, деякі розв'язки можна подати разом.

Відповідь: при $a\in(-\infty;-2)\cup(0;\infty)$ $\varnothing$, при $a\in[-2;0)$ $x\in\left\{1-\sqrt{-a(a+4)};1+\sqrt{-a(a+4)}\right\}$, при $a\in\{0\}$ $x\in\{1\}$.

III спосіб. ***Графічний (у площині XOA або AOX).*** Звернемося до системи, яка рівносильна вихідному рівнянню:

$$\begin{cases}-1\le x\le 3,\\ a\ge -2,\\ 2x-x^2+3=(a+2)^2.\end{cases}$$

Останнє рівняння системи можна подати в наступній формі:

$$(x-1)^2+(a+2)^2=4.$$

Відтак система, яка рівносильна вихідному рівнянню, набуде вигляду:

$$\begin{cases}-1\le x\le 3,\\ a\ge -2,\\ (x-1)^2+(a+2)^2=4.\end{cases} \quad (*)$$

Надамо параметру a статус змінної (*тимчасово*!). Тоді систему (*) можна розуміти як систему нерівностей і рівняння з двома змінними. Отже, можна побудувати графічну інтерпретацію цієї системи. А для цього треба ввести до розгляду так звану параметричну площину із системою координат *XOA* або *AOX*.

У параметричній системі координат рівняння системи (*) відповідає деякому колу, координати центра і радіус якого цілком визначені, а дві нерівності разом задають певну півсмугу, за межами якої не повинно бути точок кола. Загалом, система (*) описує півколо.

Якщо вважати *x незалежною* змінною, а параметр *a* – *залежною* змінною, тоді необхідно використовувати систему координат *XOA*. У цій системі вісь абсцис позначатиметься *OX*, а вісь ординат – *OA*.

Якщо вважати *x залежною* змінною, а параметр *a* – *незалежною* змінною, тоді необхідно використовувати систему *AOX*. У цій системі вісь абсцис позначатиметься *OA*, а вісь ординат – *OX*.

Розв'язування вихідного рівняння з опорою на графічну інтерпретацію системи (*) у площині *XOA* (рис. 9) і площині *AOX* (рис. 10) за змістом майже не відрізняється. Розглянемо їх обидва. Послідовність дій в обох випадках буде наступною: 1) будуємо графік системи (*); 2) будуємо пряму a = const так, щоб вона не мала спільних точок із графіком системи (*); 3) обираючи різні положення прямої a = const, з'ясовуємо, скільки спільних точок та які саме матиме пряма a = const із графіком системи (*) залежно від значень a; 4) записуємо проміжні результати поруч із рисунком; 5) формуємо відповідь, об'єднуючи однакові результати (якщо такі є) на різних проміжках значень параметра a.

Хід розв'язування в площині XOA (рис. 9).

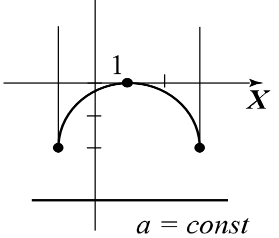


Рис. 9.

$a>0$	$\varnothing$,
$a=0$	$x\in\{1\}$,
$-2<a<0$	$x\in\{x_1;x_2\}$,
$a=-2$	$x\in\{-1;3\}$,
$a<-2$	$\varnothing$.

Хід розв'язування в площині AOX (рис. 10).

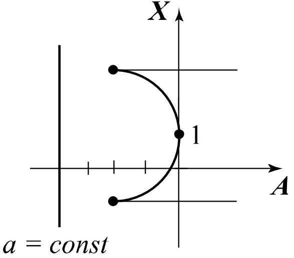


Рис. 10

$a>0$	$\varnothing$,
$a=0$	$x\in\{1\}$,
$-2<a<0$	$x\in\{x_1;x_2\}$,
$a=-2$	$x\in\{-1;3\}$,
$a<-2$	$\varnothing$.

Залишилося з'ясувати, якими є x_1 і x_2. Це можна зробити так само, як і в способі II, де розв'язування вихідного рівняння здійснювалося з опорою на графіки в традиційній системі координат *XOY*. Отже:

$$x_1=1-\sqrt{-a(a+4)},\ x_2=1+\sqrt{-a(a+4)}.$$

Відповідь: при $a\in(-\infty;-2)\cup(0;\infty)$ $\varnothing$, при $a\in[-2;0)$ $x\in\left\{1-\sqrt{-a(a+4)};1+\sqrt{-a(a+4)}\right\}$, при $a\in\{0\}$ $x\in\{1\}$.

Висновки. Відмітимо, що для професійного становлення майбутнього вчителя математики важливим є опанування і змісту шкільного курсу математики, і семіотичних особливостей його оболонок, і специфіки побудови зорового ряду навчання, яку породжує складний симбіоз змісту та засобів його фіксації у зовнішньому плані. Відповідні уміння можуть і мають формуватися у студентів і безпосередньо, і опосередковано, зокрема у фоновому режимі. Цей аспект проблеми становить предмет наших подальших наукових розвідок.

1. Кузьмінський А.І. Наукові засади методичної підготовки майбутнього вчителя математики: [монографія] / А.І.Кузьмінський, Н.А.Тарасенкова, І.А.Акуленко. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – 320 с.

2. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики: [монографія] / Н.А.Тарасенкова. – Черкаси: «Відлуння-Плюс», 2002. – 400 с.

Резюме. **Тарасенкова Н.А., Боркач Е.И. ПОСТРОЕНИЕ ЗРИТЕЛЬНОГО РЯДА ВО ВРЕМЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КАК КОМПОНЕНТ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ.** *В статье показана методика построения топографически сосредоточенных текстов на примерах задач, связанных с графическими способами решения иррациональных уравнений с параметрами.*

Ключевые слова: *профессиональная подготовка будущего учителя математики, зрительный ряд обучения, графические способы решения задач с параметрами.*

Abstract. **Tarasenkova N., Borkach E. CONSTRUCTION OF VISUAL ROW WHILE SOLVING PROBLEMS AS A COMPONENT OF PROFESSIONAL TRAINING OF FUTURE TEACHER OF MATHEMATICS.** *In the article the methods of construction of the topographically concentrated texts are shown on the examples of tasks, related to the graphic methods of solving of irrational equations with parameters.*

Key words: *professional training of future teacher of mathematics, visual row of studies, graphic methods of solving of tasks with parameters.*

Стаття надійшла до редакції 11.09.2011 р.

КУРС МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ТА ВИЩІЙ ШКОЛАХ – ОСНОВА ДО ФОРМУВАННЯ ІНТЕГРОВАНИХ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ ЗА ФАХОМ

А.В.Грохольська,
канд. педагог. наук, доцент,
Л.Л.Панченко,
канд. педагог. наук, доцент,
С.Є.Яценко,
канд. педагог. наук, доцент,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова,
І.М.Горбач,
старший викладач,
Національний авіаційний університет,
м. Київ, УКРАЇНА

У статті представлена модель формування фахових компетентностей вчителя школи і викладача ВНЗ дисциплін математичного циклу в процесі вивчення інтегруючого курсу методики навчання математики в старшій та вищій школах шляхом здійснення різних типів міжпредметних зв'язків з використання сучасних засобів навчання.

Ключові слова: *інтеграція фахових знань, методика навчання математики, міжпредметні зв'язки, лекція-візуалізація.*

Постановка проблеми. Діюча модель освіти зорієнтована на предметну диференціацію наукових знань, що недостатньо сприяє підготовці фахівця широкого профілю. У таких умовах існуючі курси елементарної та вищої математики, окремих методик шкільних дисциплін озброюють знаннями лише відповідної науки і спрямовані на підготовку вчителя чи основної, чи старшої шкіл.

Мета статті – визначення одного із шляхів інтеграції фахових знань майбутнього викладача вищої математики і вчителя математики: вивчення завершального курсу з циклу методичних дисциплін – методики навчання математики в старшій та вищій школах в умовах активізації чотирьох типів міжпредметних зв'язків (МЗ):

– навчально-міжпредметні прямі (їх виникнення обумовлено засвоєнням однієї дисципліни, що базується на знаннях іншої);

– дослідницько-міжпредметні прямі (існують, коли дві або більша кількість дисциплін мають спільні проблеми чи об'єкти дослідження);

– ментально-опосередковані (виникають, коли засобами різних дисциплін формуються одні і ті ж компоненти та фахові вміння);

– опосередковано-прикладні (формуються, коли поняття однієї науки використовуються при вивченні іншої).

Виклад основного матеріалу. Курс методики навчання математики в старшій та вищій школах, на наш погляд, призначений виконувати роль інтегрованого курсу, який поєднує, у першу чергу, два курси: методики навчання математики в старшій школі та методику навчання вищої математики у закладах освіти ІІІ – IV рівнів акредитації. Інтеграція та систематизація вивчення кожного модуля та підмодуля цього курсу здійснюється на основі реалізації вище зазначених типів міжпредметних зв'язків дисциплін трьох блоків у схемі (рис. 1). Про це необхідно повідомити студентів на початку вивчення курсу.

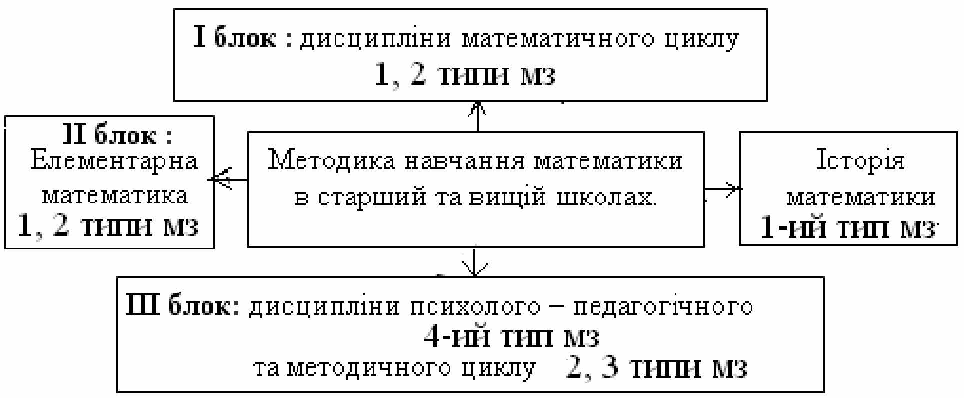


Рис. 1. Схема міжпредметних зв'язків курсу

Проведення інтеграції знань на рівні підмодуля представимо на прикладі вивчення підмодуля: «Геометричні величини в стереометрії».

Основою для вибору тем раніше вивчених дисциплін, що забезпечать інтегроване вивчення підмодуля, є мета та завдання його вивчення. Метою вивчення підмодуля є усвідомленні студентами математичних і методичних основ вивчення геометричних величин у стереометрії та технології реалізації методичних схем виведення формул. Досягнення мети вивчення підмодуля відбувається шляхом розв'язання наступних трьох завдань:

1. Визначення різних способів виведення формул для обчислення об'єму та площі поверхонь різних видів тіл та відтворення історії їх виникнення.
2. З'ясування методичних схем формування понятійного апарату досліджуваної теми та вивчення формул, на яких базується непрямий метод обчислення величин та опанування технологією реалізації цих схем.
3. Ознайомлення з технологіями евристичного та ситуаційного навчання на прикладі вивчення геометричних величин у стереометрії.

Тема, мета, завдання, зміст та тези до кожного підмодуля даного курсу наводяться в навчально-методичному посібнику до курсу [2], які презентуються на першій установчій лекції з визначенням форм вивчення та контролю На цій же лекції здійснюється презентація літератури та повідомлення проблемних завдань (ситуацій) із вказівкою на те, які будуть розв'язуватися на лекціях, які на практичних (семінарських заняттях), а які стануть об'єктом самостійної роботи студентів у позааудиторний час.

Схема міжпредметних зв'язків цього підмодуля з іншими дисциплінами набуде наступного вигляду (рис. 2).

Модель вивчення даного підмодуля має такий вид:

– презентація викладачем теми, мети та завдань підмодуля на першій лекції підмодуля;

– визначення студентам знань з окремих тем раніше вивчених дисциплін, які допоможуть у розв'язанні поставлених завдань (на лекції та під час підготовки до неї);

– корекція на лекції викладачем відповідей студентів і представлення вказаних міжпредметних зв'язків у вигляді схеми (рис. 2);

– порівняння студентами вивчення величин в основній, старшій школі та ВНЗ і наведення схем їх вивчення у таблиці 1;

– добір одного із двох методів (табл. 2) вивчення понять, виведення формул обчислення значень величин різних видів геометричних фігур та тіл з урахуванням наявної аналогії чи її відсутності (лекція, семінарське заняття);

– добір студентами технології реалізації цих схем при вивченні кожної із видів величин у ВНЗ та в різнопрофільних класах школи на основі знань про існуючі технології з педагогіки і уявлення про вікові особливості учнів з психології (лекція, семінарське заняття).

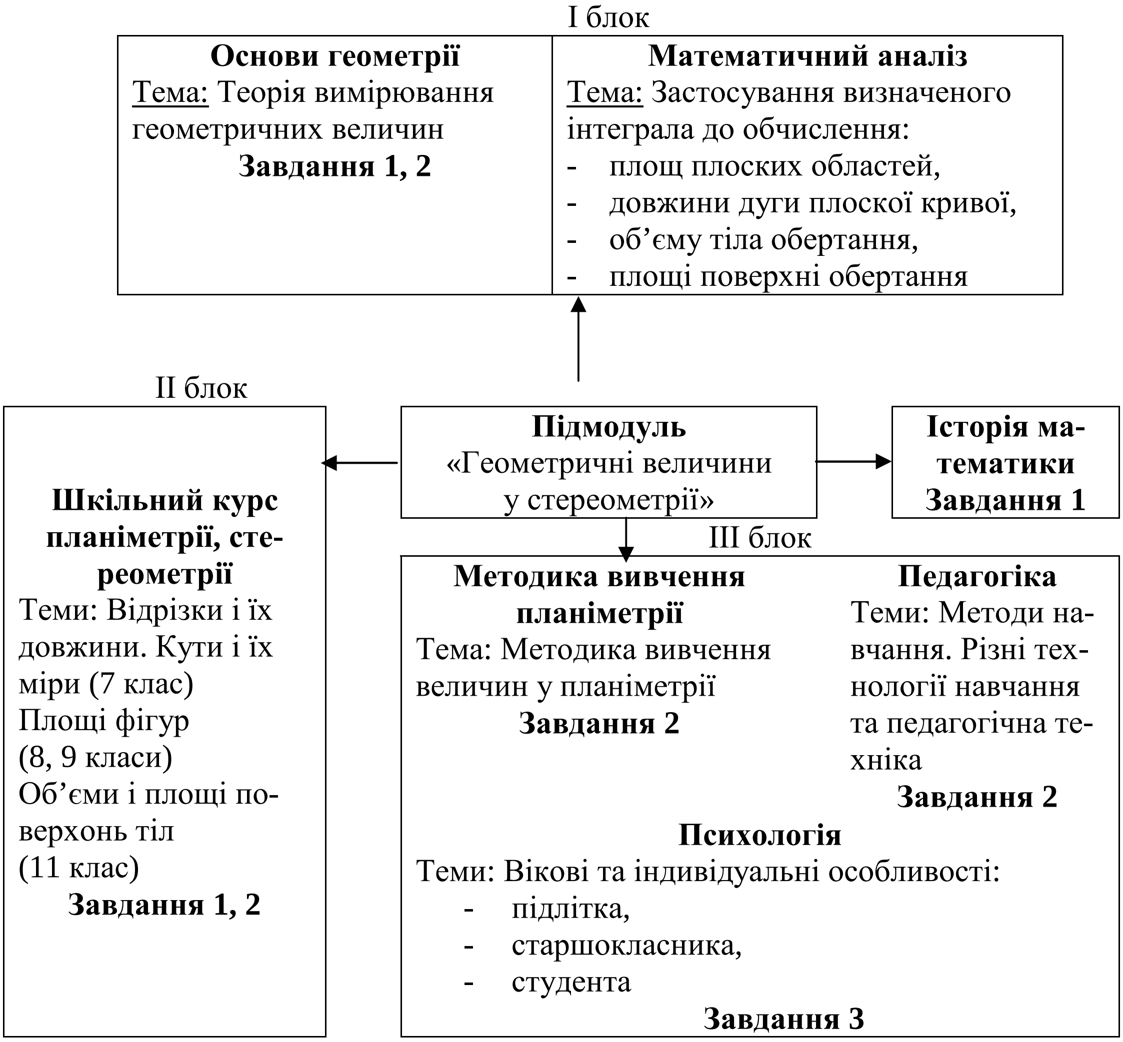


Рис. 2. Схема міжпредметних зв'язків підмодуля

– добір студентами технології реалізації цих схем при вивченні кожної із видів величин у ВНЗ та в різнопрофільних класах школи на основі знань про існуючі технології з педагогіки і уявлення про вікові особливості учнів з психології (лекція, семінарське заняття).

Студентам на початку вивчення підмодуля пропонується ілюстративний матеріал, що створить умови для активної пізнавальної діяльності на лекціях, відповідно до наведеної моделі вивчення теоретичного матеріалу. За таких умов студенти конспектують лише коментарі викладача до візуальної частини змісту лекції. Вивчення теоретичного матеріалу проводиться в режимі лекції-візуалізації, що забезпечує миттєве подання інформації і дає можливість використовувати методи проблемного навчання. Носіями змістової інформації на таких лекціях, окрім традиційних записів на дошці, є моделі, програми, підручники, опорні конспекти, слайди з різноманітною інформацією, тощо. Пропонуємо приклад перетворення усної інформації у візуальну форму до теми «Методика вивчення об'єму геометричних тіл», як результат пошуку відповідей на наступні проблемні запитання:

1. У чому полягає і на чому базується аналогія вивчення тем «Площі фігур» у планіметрії та «Об'єм тіл» у стереометрії? (Слайд 1)

2. На яких видах тіл у цьому контексті ця аналогія має закінчуватися і чим це пояснюється?

3. Якими методами (способами) можливо вивести формули для обчислення об'ємів різних видів тіл: призма, піраміда, зрізана піраміда, циліндр, конус, куля? (Слайд 2)

4. Чим обумовлена можливість поєднання вивчення двох тем «Об'єми многогранників» та «Об'єми і поверхні тіл обертання» в одну «Об'єми і площі поверхонь тіл» так, як це зроблено в чинному підручнику «Геометрія» Г.П.Бевза та інші? (Слайд 3)

5. Технологія вивчення формул обчислення об'ємів на основі аксіоми Кавальєрі. (Слайд 4).

Таблиця 1

Таблиця порівняльних характеристик вивчення величин у вузівському та шкільному курсах геометрії

	Курс геометрії	
	Вузівський	Шкільний
Завдання теорії вимірювання величин	Чи можливо кожному відрізку (фігурі, тілу) поставити у відповідність число, що визначає його міру?	Як знайти це число?
Етапи розв'язування поставлених завдань	1. Конструюється деякий вимірювальний процес даної величини (фактично дається її конструктивне означення). 2. Доводиться коректність такого означення. 3. Доводиться, що числа, знайдені в такий спосіб, задовольняють чотирьом властивостям (позитивності, інваріантності, адитивності та нормованості). 4. Доводиться єдиність.	1. Дається аксіоматичне означення даної величини. 2. На його основі виводяться формули обчислення значення цієї величини.

Таблиця 2

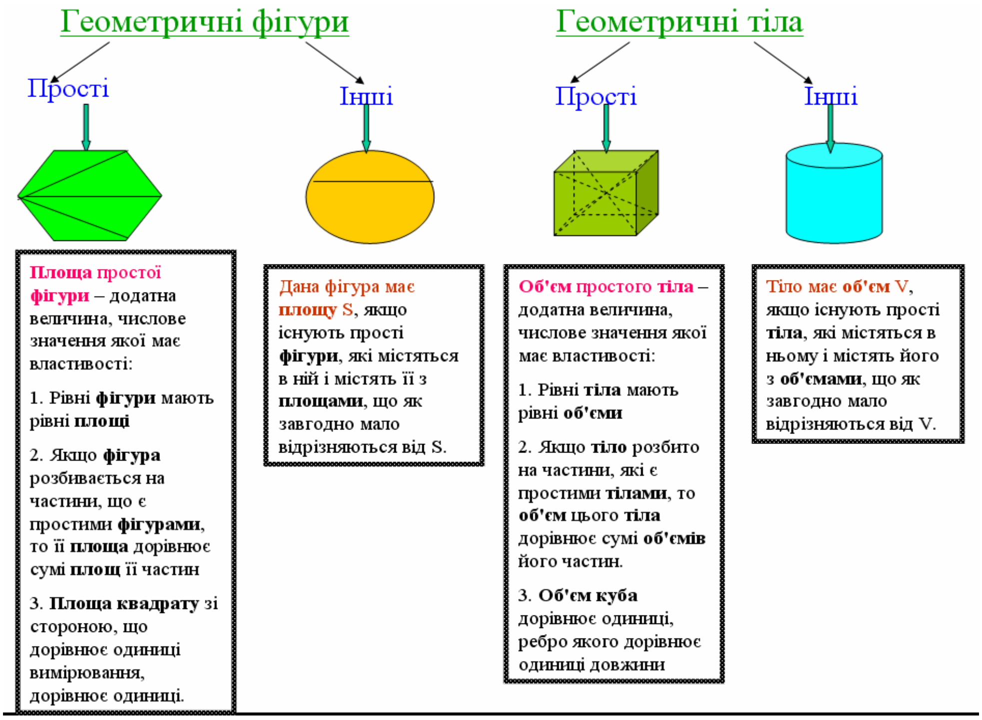
Дві методичні схеми вивчення понять і формул

	Перша методична схема	Друга методична схема
1.	Актуалізація аналога з планіметрії	Мотивація необхідності іншого означення або способу виведення
2.	Означення або вивід формули учнями за аналогією	Повідомлення вчителем означення або плану виведення формули
3.	Корекція вчителем одержаного результату	Залучення учнів до реалізації плану
4.	Узагальнення знань про площу геометричних фігур і об'єм геометричних тіл	

Підсумок вивченого теоретичного матеріалу на рівні школи проводиться на заключній лекції підмодуля методом метоплану, шляхом заповнення студентами табл. 3.

Завершальну інтеграцію знань про методичні особливості вивчення різних видів величин на рівні школи і ВНЗ ілюструє схема різних видів означень величин (рис. 3). Висновки про неявну аналогію, яка представлена на схемі, є основою добору технології вивчення кожної із величин на вказаних рівнях.

Слайд 1



Площа простої фігури – додатна величина, числове значення якої має властивості:

1. Рівні **фігури** мають рівні **площі**

2. Якщо **фігура** розбивається на частини, що є простими **фігурами**, то її **площа** дорівнює сумі **площ** її частин

3. **Площа квадрату** зі стороною, що дорівнює одиниці вимірювання, дорівнює одиниці.

Дана фігура має **площу** S, якщо існують прості **фігури**, які містяться в ній і містять її з **площами**, що як завгодно мало відрізняються від S.

Об'єм простого **тіла** – додатна величина, числове значення якої має властивості:

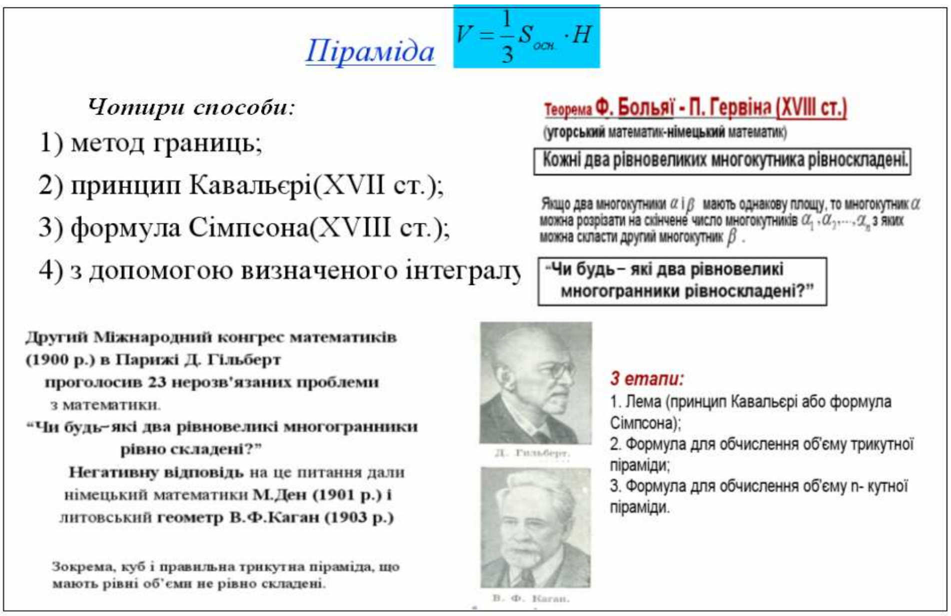
1. Рівні **тіла** мають рівні **об'єми**

2. Якщо **тіло** розбито на частини, які є простими **тілами**, то **об'єм** цього **тіла** дорівнює сумі **об'ємів** його частин.

3. **Об'єм куба** дорівнює одиниці, ребро якого дорівнює одиниці довжини

Тіло має **об'єм** V, якщо існують прості **тіла**, які містяться в ньому і містять його з **об'ємами**, що як завгодно мало відрізняються від V.

Слайд 2



Піраміда $V=\frac{1}{3}S_{осн.}\cdot H$

Чотири способи:

1) метод границь;

2) принцип Кавальєрі(XVII ст.);

3) формула Сімпсона(XVIII ст.);

4) з допомогою визначеного інтегралу

Теорема **Ф. Больяї - П. Гервіна (XVIII ст.)**

(угорський математик-німецький математик)

Кожні два рівновеликих многокутника рівноскладені.

Якщо два многокутники α і β мають однакову площу, то многокутник α можна розрізати на скінчене число многокутників $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ з яких можна скласти другий многокутник β.

"Чи будь– які два рівновеликі многогранники рівноскладені?"

Другий Міжнародний конгрес математиків (1900 р.) в Парижі Д. Гільберт проголосив 23 нерозв'язаних проблеми з математики.

"Чи будь–які два рівновеликі многогранники рівно складені?"

Негативну відповідь на це питання дали німецький математики **М.Ден (1901 р.) і** литовський **геометр В.Ф.Каган (1903 р.)**

Зокрема, куб і правильна трикутна піраміда, що мають рівні об'єми не рівно складені.

3 етапи:

1. Лема (принцип Кавальєрі або формула Сімпсона);
2. Формула для обчислення об'єму трикутної піраміди;
3. Формула для обчислення об'єму n- кутної піраміди.

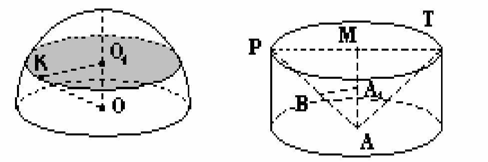
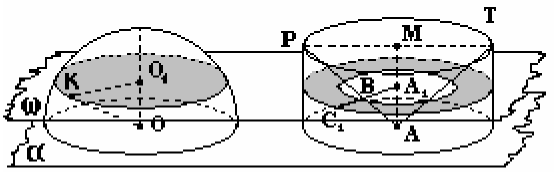
Слайд 3

Порівняльна характеристика способів виведення формул об'ємів деяких тіл у двох підручниках

Формули об'ємів	За А.В.Погорєловим	За Г.П.Бевзом
Прямокутний паралелепіпед	За **лемою:** Об'єми прямокутних паралелепіпедів з рівними основами відносяться як довжини їх висот	
Призма	**Метод розбиття**	На основі **аксіоми Кавальєрі**
Трикутна піраміда	За **лемою:** через рівно великість двох трикутних пірамід	
	Штучний спосіб	На основі **аксіоми Кавальєрі**
Довільна піраміда	**Метод розбиття**	

Слайд 4

Теорема: «Об'єм кулі радіуса r дорівнює $\frac{4}{3}\pi r^3$ »

	План доведення	Реалізація плану доведення	Виконавці
1.	Добираємо допоміжне тіло, формула об'єму якого відома		?
2.	Накладаємо умови на тіла (дане і дібране) щодо – їх розташування; – розмірів основ та відповідних їм висот	 $OK=AM=MP=A_1C_1=r$	?
3.	дійснюється перети их тіл площиною	$\omega -$ січна площина, $\omega \parallel \alpha$, $\rho(\omega \parallel \alpha) = OO_1 = x$	?
4.	Доводиться рівно великість одержаних перерізів	$S_{круга} = \pi O_1K^2 = \pi(OK^2 - OO_1^2) = \pi(r^2 - x^2)$ $S_{кільця} = \pi(A_1C_1^2 - A_1B^2) = \pi(r^2 - x^2)$	?
5.	обиться висновок ро об'єми тіл за ксіомою Кавальєрі	Півкуля і тіло Т задовольняють аксіомі Кавальєрі. Отже, їх об'єми рівні	?
6.	тримується шукана ормула за відомою ормулою допоміж- ого тіла	$V_T = V_Ц - V_K = \pi r^2 \cdot r - \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot r = \frac{4}{3}\pi r^3$	?

Таблиця 3.

Порівняльні характеристики вивчення формул об'ємів тіл

№	Назва тіла, формула	Малюнок	Метод доведення	Метод вивчення	Наочність
1	**Прямокутний паралелепіпед** $V = S_{осн.} \cdot H = abc$	**КОД 3-6**			
2	**Прямий паралелепіпед** $V = S_{осн.} \cdot H$	**КОД 7,11**			
3	**Паралелепіпед** $V = S_{осн.} \cdot H$		// Математика в школі. – 2007. – № 2. – С.12		
4	**Трикутна призма** $V = S_{осн.} \cdot H$	**КОД 12**			
5	**Довільна призма** $V = S_{осн.} \cdot H$	**КОД 13 а, б**			
6	**Піраміда** $V = \frac{1}{3} S_{осн.} \cdot H$ **Теорема Дена -**	**КОД 13 в**	***4 прийоми виведення:*** 1) метод границь 2) метод інтегру-	***3 етапи вивчення***	

	Кагана (XIX ст.)		вання; 3) на основі принципу Б. Кавальєрі (XVII ст). 4) за допомогою формули Т. Сімпсона (XVIII ст).		
7	**Циліндр** $V = S_{осн.} \cdot H$	**КОД 1**			
8	**Конус** $V = \frac{1}{3} S_{осн.} \cdot H$	**КОД 2**			
9	**Зрізаний конус** $V = \frac{1}{3} \pi H \left(R^2 + Rr + r^2\right)$	**КОД 3**	// Математика в школі. – 2007. – №7-8. – С.2		
10	**Куля** $V = \frac{4}{3} \pi R^3$	**КОД 5**			
11	**Кульовий сегмент** $V = \pi H^2 \left(R - \frac{H}{3}\right)$	**КОД 6**			

Рис. 3. Схема різних видів означень скалярних величин

Висновки. Отже, процес інтеграції в залежності від типів міжпредметних зв’язків і об’єму інтегрованого змісту може здійснюватися на різних за масштабністю рівнях: від інтегрованого курсу, модуля, підмодуля до інтегрованих лекції, практичних, семінарських та лабораторних занять. А курс методики навчання математики в старшій та вищій школах може розглядатися як основа до формування інтегрованих знань студентів, майбутніх вчителів та викладачів дисциплін математичного циклу.

1. *Гнеденко Б.В. Математическое образование в вузах / Б.В.Гнеденко. – М.: Высш. шк., 1981.*
2. *Грохольська А.В. Методика навчання математики в старшій та вищій школах: навчально-методичний посібник для студентів*

спеціальностей 7.010103; 8.010101 / А.В.Грохольська, С.Є.Яценко. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, – 2007. – 191с.

3. Кузьмінський А.І. Гендерні аспекти підготовки майбутнього вчителя математики / А.І.Кузьмінський, Н.А.Тарасенкова, І.А.Акуленко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 30. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2009. – С.14-18.

4. Скафа О.І. Теоретико-методологічний аспект адаптації студентів до навчання за кредитно-модульною системою / О.І.Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 28. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2007. – С.21-24.

5. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. / З.І.Слєпкань. – К.: Вища школа, 2006. – 582с.

6. Шкіль М.І. Вища математика: підручник для студ. вищ. пед. навч. закл.: у 2 кн. – К.1. / М.І.Шкіль, Т.В.Колесник, В.М.Котлова. – К.: Либідь, 2010. – 592с.

7. Шкіль М.І. Вища математика: підручник для студ. вищ. пед. навч. закл. у 2 кн. – К.2. / М.І.Шкіль, Т.В.Колесник. – К.: Либідь, 2010. – 496 с.

Резюме. **Грохольская А.В., Панченко Л.Л., Яценко С.Е., Горбач И.Н. КУРС МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В СТАРШЕЙ И ВЫСШЕЙ ШКОЛАХ – ОСНОВА К ФОРМИРОВАНИЮ ИНТЕГРИРОВАННЫХ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ.** *В данной статье представлена модель формирования предметных компетентностей учителя школы и преподавателя ВУЗа дисциплин математического цикла в процессе изучения интегрированного курса методики обучения математики в старшей и высшей школах путем осуществления различных типов межпредметных связей с использованием современных средств обучения.*

Ключевые слова: *интеграция специальных знаний, методика обучения математики, межпредметные связи, лекция-визуализация.*

Abstract. **Grokholska A., Panchenko L., Yatsenko S., Gorbach I. THE COURSE OF MATHEMATICS TEACHING METHODS IN SENIOR AND HIGHER SCHOOL AS A BASIS FOR THE FORMATION OF STUDENTS' INTEGRAL KNOWLEDGE OF SPESIAL SUBJECTS.** *The article presents the model of formation of the secondary school teacher's professional skills, as well as those of a higher school lecturer of mathematics. Professional skills are formed in the process of studying the integral course of mathematics teaching methods in senior and higher school by implementation of different types of interdisciplinary links by means of up-todate teaching tools.*

Key words: *integration of special knowledge, methods of teaching mathematics, interdisciplinary communications, lecture-visualization.*

Стаття представлена професором М.І.Бурдою.
Надійшла до редакції 05.05.2011 р.

ПРОБЛЕМИ АДАПТАЦІЇ СТУДЕНТІВ-ПЕРШОКУРСНИКІВ ЕКОНОМІЧНИХ ФАКУЛЬТЕТІВ УНІВЕРСИТЕТІВ

Ю.М.Ткач,
канд. педагог. наук,
Чернігівський державний технологічний університет,
м. Чернігів, УКРАЇНА

У статті висвітлено проблеми адаптації студентів-першокурсників, які навчаються на економічних факультетах вищих навчальних закладів. Виокремлено фактори професійної адаптації майбутніх фахівців до ефективної роботи в економічних галузях. З'ясовано основні труднощі, що зазвичай виникають під час процесу адаптації студентів першого курсу навчання економічного факультету.

Ключові слова: *адаптація, студенти-першокурсники.*

Постановка проблеми. Навчання у вищому навчальному закладі для сучасної молоді є одним із найважливіших періодів життєдіяльності, особистісного зростання та становлення як фахівця. Адаптація до змінених соціальних умов та нової навчальної діяльності є нагальною потребою для кожного студента першокурсника.

Аналіз актуальних досліджень. Проблема адаптації студентів до навчально-виховного процесу у вищих закладах освіти розглянута в дослідженнях Д.Андреєвої, Л.Булатової, Н.Венедиктової, К.Делікатного, В.Дугінця, Л.Єгорової, О.Мороза, Л.Рувинського, В.Хорошко та ін. Соціально-психологічні аспекти адаптації студентів у вищому навчальному закладі розкрито у працях Н.Бачманової, Є.Бологової, Л.Меркулової, Т.Ронгінської, Є.Савонько, Н.Шафажинської та ін. Окремі питання професійної адаптації майбутніх економістів досліджували О.Мороз, А.Дабагян, Т.Комчанін, Л.Кузнєцов та інші. Разом із тим, проблеми адаптації студентів економічних спеціальностей університетів ще потребують свого дослідження.

Метою статті є висвітлення проблеми адаптації студентів-першокурсників економічних факультетів.

Виклад основного матеріалу. Однією з багатьох сторін життя студента є нав чальна діяльність. Під час здобуття вищої освіти молода людина зіштовхується із багатьма проблемами, постійне вирішення яких потребує від неї як внутрішньої самоорганізації, уміння розподілити час і сили в навчальному режимі, так і стимулювання внутрішньої психічної роботи особистості з виявлення й усвідомлення та переоцінки життєвих цінностей, уточнення планів на майбутнє тощо. Необхідною умовою ефективної навчальної роботи студента стає успішне подолання процесу адаптації до нових умов.

Проблеми адаптації студентів до навчання у ВНЗ досліджували багато науковців з різних точок зору (як філософської категорії, біологічного поняття, педагогічного та психологічного явища тощо). Тому це поняття можна вважати поліаспектним. Разом із тим, майже всі науковці, які досліджували проблему адаптації, зазначають, що адаптація у навчанні здійснюється через взаємодію всіх його чинників: психологічних, соціальних, дидактичних і біологічних [8, С. 55].

У психолого-педагогічній літературі адаптація студента розглядається як адаптація до навчально-виховного процесу у вищому навчальному закладі (ВНЗ), або процес навчання у ВНЗ розглядається як адаптація до майбутньої професійної діяльності.

Л.Петльова професійну адаптацію тлумачить як процес здобуття професії, засвоєння знань, умінь та навичок, норм поведінки, способу життя, який відповідає майбутньому фаху. До педагогічних основ професійної адаптації майбутніх економістів нею віднесено: педагогічні умови та підходи, компоненти, критерії, виробничі функції економіста та їх інформаційну культуру, засоби інформаційних технологій [7, С. 5-7].

На наш погляд, факторами професійної адаптації майбутніх фахівців до ефективної роботи в економічних галузях є:

– бажання студентів працювати в певній галузі знань;

– позитивне ставлення студентів до обраної професії;

– прагнення стати фахівцем в обраній спеціальності;

– усвідомлення необхідності отримання якомога більшого обсягу знань для одержання в подальшому статусу висококваліфікованого працівника та високого рівня оплати праці;

– формування стійкого інтересу до нормативних дисциплін та дисциплін за вибором;

– набуття навичок самостійності в навчальній діяльності;

– потреба самоосвіти;

– уміння застосовувати отримані знання на практиці;

– професійна компетентність викладачів навчального закладу;

– наявність інституту кураторства;

– моніторинг навчально-виховного процесу;

– індивідуальний підхід до студентів;

– задоволеність міжособистісними відносинами у студентській групі та між студентами й викладачами.

Щодо одного із факторів «уміння застосовувати отримані знання на практиці» зауважимо, що під час опанування дисциплін математичного напряму (вища математика, теорія ймовірностей та математична статистика, математичне програмування) студентам доцільно пропонувати задачний матеріал, який демонстрував би корисність вивченого теоретичного матеріалу для майбутньої професії. Згідно з освітньо-професійною програмою підготовки бакалавра за спеціальностями напряму 0501 – «Економіка і підприємництво» [5] студенти першого курсу вивчають нормативну дисципліну «Математика для економістів». Зміст цієї дисципліни розкривається двома модулями: «Вища математика» і «Теорія ймовірностей та математична статистика». Приміром, під час вивчення однією з тем першого змістового модуля «Граничний (маргінальний) аналіз» варто розв’язати (за допомогою похідної) разом із студентами задачі на обчислення еластичності попиту, на визначення максимального прибутку, мінімальних витрат тощо. При цьому, як зазначив Г.Білянін, формуючи або використовуючи фінансово-економічні поняття на заняттях з математичних курсів потрібно дотримуватись таких вимог: економічні поняття і терміни, якими їх позначають, повинні бути доступними для студентів, тобто вони повинні розуміти їх зміст; нові поняття і терміни необхідно вводити послідовно і систематично, а похідні від них поняття тоді, коли відомі вже первинні, через які вони означуються; при формуванні і використанні фінансово-економічних понять необхідно спиратися на життєвий досвід студентів [1, С.96]. Тобто, зміст дисциплін необхідно наповнювати відповідним теоретичним матеріалом та прикладними задачами і тим самим мотивувати навчальну діяльність студентів та вчити їх застосувати знання та вміння на практиці.

Розглянемо адаптацію студентів-першокурсників економічних спеціальностей до навчання у вищому навчальному закладі.

Ми поділяємо думку А.Виноградової, що адаптація студентів до навчання у ВНЗ – це системний, поетапний, двосторонній процес формування й розвитку когнітивних, мотиваційно-вольових, соціально-комунікативних зв’язків, які визначають суб’єктне функціонування студента в освітньому середовищі вищого навчального закладу [3, С. 25].

Загалом розрізняють три форми адаптації студентів-першокурсників до умов ВНЗ:

1. Формальна адаптація, стосується пізнавально-інформаційного пристосу-

вання студентів до нового оточення, до структури вищої школи, до вимог і своїх зобов’язань.

2. Суспільна адаптація – це процес внутрішньої інтеграції груп студентів-першокурсників і інтеграція цих груп зі студентським оточенням у цілому.

3. Дидактична адаптація, стосується підготовки студентів до нових форм і методів навчальної роботи у вищій школі [6, С.285-287].

Усі зазначені вище форми адаптації притаманні і студентам-першокурсникам, що навчаються на економічному факультеті нашого навчального закладу.

Процес адаптації студентів-першокурсників розпочинається з перших днів навчання. За групами першого курсу закріплюють відповідні групи «шефи» другого курсу. Вже на початку навчального року (перший, другий тиждень) студенти з груп «шефів» проводять зустрічі зі студентами підшефних груп та розповідають їм про студентські об’єднання університету, пропонують вступили в одне з них. Зауважимо, що в університеті функціонують такі студентські об’єднання: «Студентська рада», «Студентська професійна спілка», «Творча студія «Gaudeamus», «Волонтерський центр», «Студентська соціальна служба», «Юридична клініка» та інші.

У середині вересня для всіх студентів проводиться «День здоров’я», під час проведення якого студенти-першокурсники мають змогу познайомитись із старшокурсниками.

У останні дні вересня групи першого курсу навчання презентують себе на урочистому зібранні всіх студентів.

Системоутворюючим чинником, визначальною умовою успішності адаптації індивіда до навчання є куратори. Від куратора у багатьох випадках залежить успішність адаптації студентів першокурсників до нових умов навчання, проживання, налагодження міжособистісних стосунків у групі та студентів із викладачами.

Одним із завдань куратора є виявлення мотивів вступу, ступеня розуміння студентом специфіки та особливостей майбутньої професії, налагодження мікроклімату всередині групи, налаштовування першокурсників на нові умови навчання тощо.

Щотижня куратори проводять кураторські години. Вони можуть бути проведені у вигляді бесід з куратором або зустрічей із цікавими людьми обраної студентами професії. Для інтенсифікації адаптації студентів до умов навчання важливе значення мають дружні стосунки у групі. Тому з метою стимулювання процесів мікрогрупової диференціації куратор організовує колективні форми проведення вільного часу (відвідування виставок, театру, туристичні походи тощо).

Як показує досвід, адаптація студентів до навчального процесу закінчується в кінці другого на початок третього навчального семестру. Це підтверджується і у дослідженні С.Самигіна [6]. Саме в цей період відбувається закладання фундаментальних основ розуміння спеціальних дисциплін (мікроекономіки, макроекономіки, фінансів, гроші та кредит тощо). А саме, протягом перших трьох семестрів студенти вивчають «Математику для економістів», яка є потужним засобом дослідження дисциплін загальноекономічної та професійної підготовки.

Студентський вік – це вік характерний тим, що в цей період досягаються багато оптимумів розвитку інтелектуальних і фізичних сил [8]. І це доцільно використовувати у навчально-виховному процесі. Зокрема, спонукати студентів до активного саморозвитку, до самовдосконалення та самопізнання.

Разом з тим, помилково вважати, що студенти-першокурсники є цілком самостійними, морально й соціально зрілими суб’єктами навчального процесу. Більшість студентів матеріально та морально залежать від своїх батьків. Значна частина – від друзів. Тому процес адаптації до навчання є інтеграцією впливів різноманітних факторів зовнішнього (батьки, друзі, знайомі тощо) та внутрішнього (звикання, пристосування, відтворення, взаємодоповнення, самоуправління тощо) середовища.

На студентський вік припадає процес

активного формування соціальної зрілості. Цей період збігається з періодом юності і відрізняється складністю становлення особистісних рис. Розвиваються такі якості особистості, як цілеспрямованість, рішучість, наполегливість, самостійність, ініціативність, відповідальність, уміння володіти собою. Продовжується активний пошук сенсу буття, визначення життєвих цілей тощо. Однак, у 17-19 років, коли відбувається самовизначення та взаємодія з «іншим», з «новим», можуть виникати конфлікти, протистояння, неадекватні реакції та оцінки.

Психологічна непідготовленість до нових соціальних умов негативно діє на загальний стан здоров'я студентів, послаблює увагу, пам'ять, мислення волю. Виникає стан емоційного напруження, яке, як відомо, може стати патогенною основою різних захворювань: руйнується гармонія та чіткість поведінки, що призводить до нервових розладів. У цьому випадку виникають протиріччя між внутрішніми можливостями студента та зовнішніми труднощами [2, С. 93].

На нашу думку, процес адаптації, у тому числі й економістів, передбачає, перш за все, активність самого суб’єкта діяльності, яка вимагає осмислення своїх дій і вчинків, пошуку власних шляхів рішень відповідно конкретним умовам життєдіяльності, аналіз характерних особливостей і результатів взаємодії (у даному випадку першокурсника) з новими людьми і обставинами. Адаптація містить у собі складні, багатогранні взаємини людини з довкіллям.

Маємо констатувати, що адаптація студентів-першокурсників в умовах нового середовища, в умовах нової системи освіти у вищих навчальних закладах не завжди проходить успішно. Економічний факультет нашого навчального закладу не є виключенням.

У результаті проведення нами численних діагностичних процедур (анкетування, бесіди, спостереження тощо) основними труднощами, що зазвичай виникають під час процесу адаптації, є:

– переживання, пов’язані з перехідним періодом: від шкільного до дорослого життя;

– недостатня мотивація під час вибору професії (саме на економічному факультеті значна частина студентів іде навчатися не за покликанням, а за вимогами батьків, заради друзів тощо);

– недостатня психологічна підготовка до самостійного життя;

– невміння брати на себе відповідальність за власні дії і вчинки;

– відсутність навичок визначення оптимального режиму праці і відпочинку в нових умовах тощо.

Усі ці труднощі різні за своїм походженням. Одні з них об’єктивно неминучі, інші носять суб’єктивний характер і пов’язані зі слабкою підготовкою, вадами виховання в родині і школі.

У цілому ці проблеми досить легко коригуються, але зазвичай у незначної кількості студентів вони зберігаються тривалий час і серйозно впливають на успішність навчання.

Студентам, які мають низьку успішність у навчанні, характерні зневагою до інтересів оточуючих, специфічне ставлення до загальноприйнятих норм суспільної поведінки, відбувається процес недостатньої самовизначеності.

Визначальною умовою успішності адаптації студента-першокурсника до навчання є, на нашу думку, швидке набуття спеціальних організаційно-навчальних навичок, які необхідні для навчання у ВНЗ (раціональний розподіл часу між навчанням та відпочинком, конспектування лекцій, користування бібліотекою та Інтернетом для підготовки до практичних, лабораторних, семінарських занять) та комунікативних навичок спілкування з одногрупниками та викладачами.

Висновки. Отже, першокурсники мають труднощі в засвоєнні знань не тому, що отримали слабку підготовку в загальноосвітньому навчальному закладів, а тому, що у них не сформувалися такі риси особистості, як: готовність до навчання, здатність навчатися самостійно, контролювати і оцінювати себе, володіти своїми індивідуальними особливостями пізнавальної діяльності, вміння правильно розподілити свій робочий час для самостійної підготовки. Викладач вищого навчального закладу повинен допомогти студенту-першокурснику у подоланні цих труднощів.

Враховуючи багатогранність даної проблеми ми зосередили увагу тільки на її окремих аспектах. Подальшого дослідження потребують питання професійної адаптації студентів в умовах навчання на економічному факультеті, організація роботи кураторів з метою успішної адаптації студентів-першокурсників тощо.

1. Білянін Г.І. Фахова спрямованість підготовки молодших спеціалістів з фінансів та економіки / Г.І.Білянін // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – 2008. – Вип. 30. – С. 96-102.

2. Бойко І.І. Психологічна адаптація підлітка до нових умов навчання / І.І.Бойко // Психологія. Зб. наук. праць. – К.: НПУ. – 1999. – Вип. 2. – С.92-96.

3. Виноградова А.А. Адаптация студентов младших курсов к обучению в ВУЗе в процессе изучения математических и естественно-научных дисциплин: автореф. дис. на соискание науч. степени канд. пед наук: спец. 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» / А.А.Виноградова. – Тюмень, 2008. – 27 с.

4. Левочко М.Т. Наступність у професійній підготовці майбутніх фахівців економічної галузі в системі «коледж – університет»: автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.04 / М.Т.Левочко. – Ін-т вищ. освіти АПН України. – К., 2010. – 40 с.

5. Освітньо-професійною програмою підготовки бакалавра за спеціальностями напряму 0501 – «Економіка і підприємництво» /кол. авт. під заг. керівн. А.Ф.Павленка. – К.: КНЕУ ім. Вадима Гетьмана, 2006. – 128 с.

6. Педагогика и психология высшей школы. Учеб. пособие для вузов /Отв.ред.С.И.Самыгин. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1998. – С.285-287.

7. Петльова Л.Л. Педагогічні основи професійної адаптації студентів-економістів засобами новітніх інформаційних технологій ": автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04 / Л.Л.Петльова. – Національна академія Державної прикордонної служби України імені Богдана Хмельницького. – Хмельницький, 2008. – 22 с.

8. Реутова І.М. Наступність у навчанні геометрії в системі неперервної освіти «Технічний ліцей – вищий технічний навчальний заклад»: дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Ірина Миколаївна Реутова. – Донецьк, 2009. – 294 с.

Резюме. **Ткач Ю.Н. ПРОБЛЕМЫ АДАПТАЦИИ СТУДЕНТОВ-ПОРВОКУРСНИКОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ФАКУЛЬТЕТОВ УНИВЕРСИТЕТОВ.** *В статье освещены проблемы адаптации студентов-первокурсников, обучающихся на экономических факультетах вузов. Выделены факторы профессиональной адаптации будущих специалистов к эффективной работе в экономических отраслях. Выяснены основные трудности, обычно возникающие во время процесса адаптации студентов первого курса обучения экономического факультета.*

Ключевые слова: *адаптация, студенты-первокурсники.*

Abstract. **Tkach Y. PROBLEMS OF ADAPTATION OF FIRST-YEAR STUDENTS OF ECONOMIC DEPARTMENTS OF UNIVERSITIES.** *The article highlights the problems of first-year students of economic departments adaptation at universities. Factors of professional adaptation of future professionals to work efficiently in the economic field are outlined. The main difficulties that typically arise during the process of first-year students adaptation are shown.*

Key words*: adaptation, first-year students.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 18.05.2011 р.

ПРО РОЗВИТОК МОТИВАЦІЇ ДО ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КУРСІВ У СТУДЕНТІВ-ЕКОНОМІСТІВ

О.Г.Новожилова,
старший викладач,
Т.М.Скрипник,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Математична освіта – найважливіша складова в системі фундаментальної підготовки сучасного економіста. Методика викладання математики для економістів повинна відрізнятися від традиційно сформованих класичних курсів. При викладанні математики необхідна економічна спрямованість, що включає в себе використання і побудову економіко-математичних моделей на основі реальних даних. Кінцевою метою навчання є сприйняття студентами математики як засобу рішення складних практичних завдань.

***Ключові слова**: Математика для економістів, прикладна економічна спрямованість, активізація і мотивація пізнавальної діяльності студентів.*

Постановка проблеми. Сучасна математика з її розвиненим математичним і обчислювальним апаратом є основою прогресу в різних галузях людської діяльності. Відповідно до розвитку економічної науки математика відіграє все більшу роль як у поясненні основних ідей економіки, так і у плануванні та проведенні економічних досліджень, наступному аналізі отриманих результатів. Використання прийомів формалізації дозволяє виявити суттєві властивості економічних процесів, сконструювати їхнє описування і розвиток з необхідною, заданою точністю. Математика є не тільки потужним засобом розв’язання прикладних завдань і універсальною мовою науки, але й елементом загальної культури, тому математичну освіту варто розглядати як найважливішу складову системи фундаментальної підготовки сучасного економіста.

Аналіз актуальних досліджень. Математики і економісти вже в XVII столітті відзначали необхідність застосування математичних методів в аналізі економічних процесів, а в 1874 році Л.Вальрас писав: «Чиста теорія економіки є наука, що нагадує у всьому фізико-математичні науки» [12]. У наступний період проникнення математики в економіку бурхливо розвивалося. При цьому досягнення сучасної науки значно збільшили й постійно збільшують обсяг знань, які треба засвоїти кожному студентові, тому питання активізації та інтенсифікації навчального процесу стають насущними проблемами, що вимагають вирішення викладачами вищих навчальних закладів. Різним аспектам організації навчального процесу при викладанні математичних дисциплін приділялася велика увага провідними вченими-математиками [1,4,5]. Проблеми мотивації до навчання розглядалися в монографіях В.Г.Асєєва, Є.П.Ільїна, Л.С.Виготського, О.Н.Леонтьева, П.М.Якобсона, Дж.Аткінсона. Розвиток цих ідей ми бачимо в роботах сучасних авторів [6,7,8,10,11] та ін.

Мета статті – обґрунтувати необхідність введення математичних методів у підготовку сучасних економістів, починаючи з першого курсу, що формує рівень вимог до організації навчального процесу і забезпечує адекватні новим стандартам методи викладання.

Виклад основного матеріалу. Зміни, що відбулися в останні роки, перехід до двоступінчастої системи освіти «бакалаврат, магістратура», призвели до необхідності посилення прикладної спрямованості математичних дисциплін зі збереженням рівня фундаментальної математичної освіти. Сучасні економісти мають потребу в серйозній підготовці з математики, яка б давала їм можливість досліджувати економічні проблеми, грамотно використовувати сучасну обчислювальну техніку, приймати оптимальні, науково обґрунтовані рішення. Система освіти інерційна за своєю суттю і зміни в методиці викладання, методах й обсягах навчальних курсів повинні проводитися надзвичайно обережно. Фундаментальні курси, у тому числі математичні, зазнають незначних змін, проте, розуміння того, що методика викладання математики для економістів повинна відрізнятися від традиційно сформованих, класичних курсів для інших природничих спеціальностей, набуло особливої чіткості останнім часом. У досить великій кількості стали з'являтися підручники з математики для студентів економічних спеціальностей [4,6] і ін. Викладачами кафедри математики і математичних методів в економіці ДонНУ також розроблені відповідні підручники [2,10] і ін. Сам факт появи цих підручників досить показовий. Спираючись на сучасні навчальні посібники з математики для економістів, можна запропонувати методику вивчення математики, в якій буде врахована специфіка майбутньої спеціальності студента, тобто реалізовано тісний зв'язок математики з економічними застосуваннями вивчених розділів, вирішенням актуальних завдань ринкової економіки. Пошлемося на думку академіка Б.В.Гнеденка: «...завдання навчання математики повинно полягати, по-перше, у тому, щоб у реальних явищах виявити ті поняття й методи, які максимально близькі їм. І по-друге, навчити... за загальними поняттями бачити конкретні образи, бачити в них потужне і гнучке знаряддя пізнання навколишнього світу. Розвиток цієї якості – справа викладання» [3].

Економічна спрямованість математичних курсів повинна містити в собі не тільки використання, але й побудову економіко-математичних моделей на основі застосування реального економіко-статистичного матеріалу. Метою такого навчання є одержання студентами досвіду встановлення зв'язків між конкретними економічними поняттями, явищами й абстрактними математичними формулами, використання структури формалізованої математичної мови для вивчення кількісної сторони економічних явищ, розвиток логічного мислення при проведенні аналізу отриманих моделей. Студенти повинні здобути початкові навички аналізу економічної ситуації або процесу, уміти розв'язати питання про керовані та некеровані фактори досліджуваного явища, навчитися визначати істотній несуттєві з економічного погляду зв'язки, визначати мету дослідження і знаходити шляхи її реалізації.

Таким чином, весь процес вивчення математики, починаючи з першого курсу, повинен бути пов'язаний з побудовою економіко-математичних моделей, математичними методами їхнього вирішення, аналізом отриманих результатів з погляду можливості економічних застосувань. При викладі курсу математики рівень пропонованих економіко-математичних моделей може й повинен істотно мінятися – від найпростіших завдань з економічним змістом при вивченні перших тем і розділів курсу до опису, за допомогою математичного апарату, економічних процесів, відповідних рівню економічних знань студентів. При цьому використання економічних прикладів, ситуацій і завдань повинне мати не спорадичний, а регулярний характер, що буде сприяти посиленню мотивації до вивчення математичних дисциплін студентами-економістами. Виклад математики повинен бути побудованим так, щоб виробити у студентів логічно строгий математичний підхід до вивчення і розв'язання економічних завдань, розвинути уявлення про можливості застосування економіко-математичного моделювання.

Посилення прикладної спрямованості математичних курсів відповідає також прагматичним настроям більшої частини сучасних студентів, які орієнтовані на практичне застосування одержуваних знань. Тому при викладі окремих тем ми намагаємося дотримуватися наступної схеми:

- постановка найпростішого економічного завдання;
- виклад теоретичного матеріалу і математичного апарату відповідного розділу курсу;
- побудова економіко-математичної моделі сформульованої раніше задачі і її вирішення;
- математичний аналіз отриманого розв'язку;
- економічний аналіз цього результату;
- приклади інших економічних завдань, які можна вирішити цим методом.

Не менш важливим при викладі математики для економістів є дотримання внутрішньої логіки курсу і вибір рівня розумної чіткості викладання. Математичний курс повинен бути по можливості простим, ясним і наочним, щоб студенти засвоїли ідею й метод дослідження, які лежать в основі розділів, що вивчаються. Моделюючи завдання економіки в рамках понять математичних дисциплін, ми здійснюємо онтодидактичний підхід до навчання, як один з евристичних методів, заснованих на систематичній роботі з аналогіями.

Викладачеві потрібно також враховувати, що студенти-економісти прийшли в університет не для вивчення математики і рівень їхньої математичної підготовки невисокий у більшості випадків. Ця недостатність математичної освіти, що має місце останнім часом, обумовлюється об'єктивними і суб'єктивними причинами. Тому при викладанні математики у ВНЗ потрібно вирішувати складне завдання – забезпечити необхідні знання студентів у цих умовах і визначити рівень чіткості викладу, доказовості математичних положень. Регулярно використовуючи дидактичний принцип міжпредметності, систематично застосовуючи пізнавальні, проблемні ситуації, навчити студентів ефективно застосовувати знання з математики в економічній практиці. Якщо взяти за основу класичний варіант викладання курсу математики з повним приведенням доказів, висновків формул, обґрунтуванням всіх положень, то лектор фактично витрачає на це весь лекційний час, ризикуючи втратити увагу недостатньо підготовлених слухачів. Тому виникає необхідність зменшити теоретичний матеріал, розширити обсяг економічних прикладів та додатків і, таким чином, прищепити студентам інтерес до цієї непростої для них дисципліни, забезпечуючи при цьому необхідний рівень математичних знань. Результати навчання треба оцінювати не кількістю викладеної інформації, а якістю її засвоєння студентами й умінням використовувати.

У Донецькому національному університеті, як і в багатьох ВНЗ України, навчальні плани економічних спеціальностей розробляються випусковими кафедрами. Для бакалаврів вивчення всіх математичних дисциплін проходить перші 3-4 семестри. Викладачі економічних дисциплін зацікавлені в максимально повному викладі своїх курсів, а розгляд зв'язків з раніше вивченими математичними поняттями й методами практично відсутній, що призводить до порушення принципу безперервності математичної освіти. У зв’язку з цим було б доцільно введення в начальні програми старших курсів спецкурсів або курсових робіт з економіко-математичною спрямованістю. На думку академіка ЄАН Л.Д.Кудрявцева: «...істотно більша користь від вивчення математики буде в тому випадку, коли в процесі всього навчання в інституті вона буде досить широко використовуватися при викладі спеціальних дисциплін, коли на старших курсах будуть читатися потрібні для спеціальності додаткові глави математики, що не входять в основний курс, коротше, тоді, коли у ВНЗ буде здійснена безперервна математична освіта» [5].

Останнім часом у ВНЗ України впроваджена кредитно-модульна система навчання, що істотно змінює характер і зміст як лекцій, так і практичних занять. Найважливішою складовою навчального процесу є збільшення частки самостійної роботи студентів. Тому вдосконалювання процесу навчання вимагає особливої уваги до його організації. Форми самостійної роботи студентів повинні передбачати поетапне формування й розвиток навичок навчальної праці з переходом до виховання внутрішньої потреби до саморозвитку і самоосвіти. У нових умовах тільки чітка організація вивчення курсу математики для економістів, заснована на правильному поєднанні аудиторних навчальних занять, продуктивної самостійної роботи студентів і систематичному контролі може дати позитивний результат для математичної освіти студентів-економістів. Реалізація нової технології навчання й рейтингового контролю неможлива без відповідної навчально-методичної бази.

На перших етапах навчання важлива допомога викладача в оволодінні студентами найбільш ефективними прийомами й методами організації самостійної роботи, особливо при вирішенні завдань, пов'язаних з майбутньою професією. Професійні мотиви будуть спонукати студентів до активної самостійної діяльності у процесі вивчення математичних дисциплін. Саме прикладні питання, а не «чиста» математика, можуть підвищити вмотивованість студентів молодших курсів у вивченні математики. На перших курсах економічні знання у студентів невеликі, тому, підбираючи й розглядаючи економічні приклади, треба використовувати поняття, що їм вже відомі, і визначати нові.

Висновки. Таким чином, застосування професійно-орієнтованих завдань, використання й побудова економіко-математичних моделей при викладанні математичних курсів студентам економічних спеціальностей створює і розвиває у них уміння бачити математичні аспекти в кількісній стороні економічних процесів, застосовувати математичну символіку для їхнього опису, математичні методи для аналізу і вирішення економічних завдань, служити базою виховання вмінь активної самостійної роботи як над навчальними завданнями, так і над професійними проблемами. Кінцевою метою викладання є сприйняття студентами математики не тільки як засобу вирішення складних практичних завдань, але й як засобу формування сучасного фахівця. Молода людина повинна зрозуміти, що глибокі знання формують її конкурентоспроможність, готовність до цілеспрямованого, високоорганізованого і продуктивного життя.

1. Арнольд В.И. О преподавании математики / В.И.Арнольд // УМН, 53:1(319), 1998. – С. 229-234.

2. Вища математика: навч. посібник/ укл. О.М.Миронова, М.А.Наумова, О.Г.Новожилова, В.П.Щербіна. – Донецьк: ДонНУ, 2009. – Ч.1,2.

3. Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире / Б.В.Гнеденко. – М.: Просвещение, 1985. – 191 с.

4. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание / Л.Д.Кудрявцев. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1980. – 144 с.

5. Маркушевич А.И. Математика и воспитание мышления / А.И.Маркушевич // Математическое образование сегодня. – М.: Знание, 1974. – С. 25-29.

6. Петрова В.Т. Дифференцированное изложение лекционного материала курса математики в современном техническом вузе /В.Т.Петрова // XL всероссийская конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии. – М.: РУДН, 2004. – С. 91-93..

7. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология: монография / Е.И.Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

8. Современные способы активизации обучения: уч. пособие для студ. высш. уч. заведений / Т.С.Панина, Л.Н.Вавилова. – М.: Академия, 2006. – 176 с.

9. Теорія ймовірностей і математична статистика: навч. посібник / М.І.Медведєва, О.Г.Новожилова та ін. – Донецьк: ДонНУ, 2002. – 332 с.

10. Тимошенко Е.В. Приемы формирования мотивации у студентов-биологов в курсе высшей математики / Е.В.Тимошенко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН. – 2010. – Вип.33. – С.42-49.

11. Хара О.М. Мотивація навчальної діяльності в дистанційному курсі з математики / О.М.Хара // Дидактика математики: проблеми *і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН. 2009. – Вип.32. – С.77-81.*

12. Walras L. Elements of Pure Economics. Translated and annotated by W.Jaffe / L.Walras.- London: Allen and Unwin, 1954. –70p.

Резюме. **Новожилова Е.Г., Скрипник Т.М. О РАЗВИТИИ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КУРСОВ У СТУДЕНТОВ-ЭКОНОМИСТОВ.** *Математическое образование является важнейшей составляющей в системе фундаментальной подготовки современного экономиста. Методика преподавания математики для экономистов должна отличаться от традиционно сложившихся классических курсов. В изложении математики необходима экономическая направленность, включающая в себя использование и построение экономико-математических моделей на основе реальных данных. Конечной целью преподавания является восприятие студентами математики как средства решения сложных практических задач.*

Ключевые слова: *математика для экономистов, прикладная экономическая направленность, активизация и мотивация познавательной деятельности студентов.*

Abstract. **Novozhilova E., Skrypnik T. THE DEVELOPMENT OF STUDENTS' INCENTIVES OF STUDYING MATHEMATICAL COURSES FOR STUDENT ECONOMISTS.** *Mathematical education is very important for fundamental training of modern economists. Methods of teaching mathematics for economists must differ from traditional classical courses. Applied economic directivity is necessary in teaching mathematics. The long-run teaching objective is the student's perception of mathematics as a facility for the decision of complex practical problems.*

Key words: *mathematics for economics, applied economic directivity, activation and motivation of the cognitive student's activity.*

Стаття представлена професором Н.А.Тарасенковою.
Надійшла до редакції 17.06.2011 р.

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ В СИСТЕМІ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Я.В.Гончаренко,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

У статті проаналізовано сучасні підходи до економіко-математичного моделювання, сформульовані мета та основні завдання курсу «Економіко-математичні методи та моделі» в системі підготовки студентів економічних та управлінських спеціальностей.

***Ключові слова**: метод математичного моделювання, економіко-математична модель, навчання математики.*

Постановка проблеми. Розвиток таких складових економіко-математичних методів, як математичне програмування, теорія масового обслуговування, теорія управління ресурсами, сприяє тому, що математичні методи стали важливим інструментом теоретико-економічних досліджень, необхідним елементом прикладного економічного аналізу та управління. Виникла потреба в систематизованому вивченні ряду розділів прикладної математики студентами економічних та управлінських спеціальностей з метою подальшого використання отриманих знань у практичній діяльності та наукових дослідженнях.

Аналіз актуальних досліджень. Розвитку математичних методів моделювання економіки присвячено ряд монографій та підручників [3, 5, 6, 9-13], в яких розроблено теоретичні основи та розглянуто прикладні аспекти застосування методу математичного моделювання до різних економічних процесів і явищ. Але, як зокрема зазначалось у [4, 8], на сьогодні не існує розробленої методичної системи навчання студентів економіко-математичних дисциплін, невід'ємною складовою яких є економіко-математичні методи та моделі.

Мета статті – розглянути загальні аспекти методу економіко-математичного моделювання як одного з основних методів дослідження економічних процесів та явищ, уточнити поняття економіко-математичної моделі та навести їх класифікацію, сформулювати завдання та вимоги до знань і умінь студентів після вивчення курсу «Економіко-математичні методи та моделі».

Виклад основного матеріалу.

1. Загальні аспекти методу економіко-математичного моделювання

Основне призначення економіки – забезпечення суспільства предметами споживання та послугами, які створюють умови для життя та безпеки людини, родини, суспільства, країни. У зв'язку з цим виникає необхідність розглядати, досліджувати та моделювати соціально-економічні системи, які відносяться до так званих складних систем.

Основним методом дослідження складних систем є метод моделювання, тобто спосіб теоретичних і практичних дій, спрямованих на створення та використання моделей. Практичними завданнями економіко-математичного моделювання є:

- аналіз економічних об'єктів і процесів;
- економічне прогнозування, передбачення розвитку економічних процесів;
- вироблення управлінських рішень на всіх рівнях господарської ієрархії управління.

Зазначимо, що не в усіх випадках дані, отримані в результаті економіко-математичного моделювання, можуть використовуватися безпосередньо як готові управлінські рішення. Швидше всього вони можуть розглядатись як «консультуючі» засоби. Прийняття управлінських рішень залишається за людиною. Отже, економіко-математичне моделювання є лише однією з важливих компонентів у людино-машинних системах аналізу, планування й управління економічними системами. Воно спрямоване на отримання нових знань про об'єкт дослідження.

Одним із важливих аспектів у економіко-математичному моделюванні, як і в інших концепціях моделювання, є поняття адекватності моделі, тобто відповідності моделі модельованому об'єктові чи процесові. Адекватність моделі – дещо умовне поняття, оскільки повної відповідності моделі реальному об'єктові не може бути. Це є характерним і для економіко-математичного моделювання. Йдеться не просто про адекватність, а про відповідність тим властивостям, які вважаються суттєвими для дослідника, відповідають меті дослідження та усталеній системі гіпотез. Зазначимо, що перевірка адекватності економіко-математичних моделей не є простою. Вона обтяжена складністю вимірювання економічних величин. Але без такої перевірки застосування результатів моделювання в аналізі та управлінських рішеннях може не лише виявитися малокорисним, а й призвести до негативних наслідків.

Як вже зазначалось, соціально-економічні системи належать, як правило, до так званих складних систем. Складним системам притаманна низка властивостей, які потрібно враховувати в їх моделюванні, інакше неможливо твердити про адекватність побудованої моделі. Серед цих властивостей зазначимо, зокрема, такі:

- емерджентність як прояв властивості цілісності системи, тобто наявність у економічної системи таких властивостей, які не є притаманними жодному з її елементів, що розглядається окремо, поза системою. Емерджентність – це результат виникнення між елементами системи так званих синергетичних зв'язків, які забезпечують збільшення загального ефекту до більших обсягів, ніж сума ефектів окремо взятих елементів системи, що діють (функціонують) незалежно. Тому соціально-економічні системи потрібно досліджувати й моделювати зважаючи на синергізм;
- динамічність економічних процесів, що полягає в зміні у часі параметрів і структури економічних систем під впливом як внутрішніх, так і зовнішніх чинників (навколишнього середовища);
- невизначеність щодо розвитку економічних явищ (процесів). Економічні явища та процеси мають нелінійний, випадковий характер. Невизначеність іманентно притаманна економічним системам, тому для вивчення їх потрібно застосовувати економіко-математичні моделі на базі теорії ймовірностей і математичної статистики, а також на базі теорії нечітких (розпливчастих) множин тощо. Важливою також є розбудова ризикології (науки про економічний ризик) тощо;
- неможливість ізолювати процеси, які здійснюються в економічних системах незалежно від процесів у навколишньому середовищі, з тим щоб спостерігати та досліджувати їх окремо;
- активна реакція на нові чинники, що з'являються. Спроможність соціально-економічних систем до активних, не завжди передбачуваних дій залежно від ставлення суб'єктів управління та самої системи загалом до цих чинників, способів і методів їх впливу тощо.

2. Класифікація та етапи побудови економіко-математичних моделей

Розглянемо основні типи економіко-математичних моделей (ЕММ), які класифікуються за різними критеріями.

За цільовим призначенням ЕММ поділяються на теоретико-аналітичні, застосовувані для дослідження загальних властивостей і закономірностей економічних процесів (наприклад, модель Кейнса), та прикладні, призначені для розв'язування конкретних економічних задач (моделі економічного аналізу, прогнозування, управління тощо).

Згідно із загальною класифікацією математичних моделей вони поділяються на функціональні та структурні, охоплюючи проміжні форми (структурно-функціональні). У дослідженнях на макрорівні найчастіше використовуються структурні моделі, оскільки для планування та управління велике значення мають взаємозв’язки підсистем. Типовими структурними моделями є моделі міжгалузевих зв’язків. Функціональні моделі широко застосовуються в економічному регулюванні, коли на поводження об’єкта («вихід») впливають, змінюючи «вхід». Прикладом може бути модель поведінки споживачів за умов товарно-грошових відносин. Один і той самий об’єкт може описуватися водночас як структурною, так і функціональною моделлю.

За характером відображення причинно-наслідкових зв’язків розрізняють детерміновані моделі та моделі, що враховують випадковість і невизначеність – стохастичні.

Залежно від урахування часового чинника економіко-математичні моделі поділяються на статичні та динамічні. У статичних моделях усі залежності стосуються одного моменту або періоду часу. Динамічні моделі характеризують зміни економічних процесів у часі.

За тривалістю періоду часу, що розглядається, розрізняють моделі короткострокового (до року), середньострокового (до 5 років), довгострокового (10-15 і більше років) прогнозування та планування. Час в економіко-математичних моделях може змінюватися неперервно або дискретно. Тому розрізняють неперервні та дискретні моделі.

Моделі економічних процесів надзвичайно різноманітні за формою математичних залежностей. У загальному випадку виокремлюють лінійні та нелінійні моделі. Особливо важливим є клас лінійних моделей, найзручніших для аналізу й розрахунків, завдяки чому вони набули великого поширення.

За співвідношенням екзогенних і ендогенних змінних, які включаються до моделей, останні поділяють на відкриті і замкнені. Повністю відкритих моделей не існує; модель повинна мати хоча б одну ендогенну змінну. Повністю замкненими (такими, що не містять жодної екзогенної змінної) економіко-математичні моделі бувають надзвичайно рідко. Загалом економіко-математичні моделі різняться за ступенем відкритості.

Макроекономічні моделі поділяють на агреговані та деталізовані. Залежно від того, чи містять ці моделі просторові чинники та умови, чи ні, розрізняють моделі просторові та точкові.

Отже, загальна класифікація ЕММ охоплює понад десять основних ознак. З розвитком економіко-математичних досліджень проблема класифікації застосовуваних моделей дедалі ускладнюється. Поряд з появою нових типів моделей (особливо мішаних типів) і нових ознак їх класифікації відбувається інтеграція моделей різних типів у складніші модельні конструкції.

Розглянемо основні етапи економіко-математичного моделювання. Процес моделювання передбачає наявність трьох структурних елементів: об’єкта дослідження; суб’єкта (дослідник); моделі, яка опосередковує відносини між суб’єктом і об’єктом.

Побудова ЕММ у загальному випадку складається з розглянутих далі етапів.

1. Постановка економічної проблеми та її якісний аналіз. На цьому етапі потрібно сформулювати сутність проблеми, визначити передумови й висловити припущення. Необхідно виокремити найважливіші властивості об’єкта моделювання, вивчити його структуру, дослідити взаємозв’язки між його елементами, а також хоча б попередньо сформулювати гіпотези, що пояснюють поводження й розвиток об’єкта (динаміку руху), дослідити його зв’язки із зовнішнім середовищем тощо. При цьому складні об’єкти розбиваються на частини (елементи) окремого дослідження: визначаються зв’язки та логічні співвідношення

між ними, їхні кількісні та якісні властивості. Зазначені дії становлять етап системного аналізу задачі, у результаті якого об'єкт подається у вигляді системи.

2. Побудова математичної моделі. Цей етап полягає у формалізації економічної моделі, тобто вираження її у вигляді конкретних математичних залежностей (функцій, рівнянь, нерівностей тощо). Процес побудови моделі складається з кількох стадій. Спочатку визначають тип економіко-математичної моделі, вивчають можливості її застосування в розглядуваному конкретному випадку, уточнюють перелік змінних та параметрів, форми зв'язку між ними. Для складних об'єктів доцільно будувати кілька різноаспектних моделей.

3. Математичний аналіз моделі. На цьому етапі суто математичними прийомами досліджують загальні властивості моделей та розв'язків. Може статися, що раніше виконаний системний аналіз привів до такого набору елементів, властивостей і співвідношень, для якого немає прийнятного методу розв'язання задачі. Тоді доводиться повертатися до етапу системного аналізу. Важливим моментом є доведення існування розв'язків сформульованої задачі. У процесі аналітичного аналізу з'ясовують кількість розв'язків (єдиний чи неєдиний), визначають змінні та параметри, які можуть входити до розв'язку, а також межі та тенденції їх зміни. Проте моделі складних економічних об'єктів дуже погано піддаються аналітичному дослідженню. У таких випадках переходять до чисельних методів дослідження. Як правило, задачі, що виникають в економічній практиці, намагаються звести до відомих моделей, для яких розроблено методи й алгоритми розв'язання.

4. Підготовка вихідної інформації. В економічних задачах це, як правило, найбільш трудомісткий етап моделювання, оскільки тут замало самого лише пасивного збору даних. Математичне моделювання висуває жорсткі вимоги до якості інформації. У процесі підготовки інформації використовуються методи теорії ймовірностей, математичної статистики, а також економічної статистики для агрегування, групування даних, оцінювання вірогідності даних тощо. У процесі системного економіко-математичного моделювання результати функціонування одних моделей виступають вихідною інформацією для інших.

5. Чисельне моделювання. Цей етап передбачає розробку алгоритмів чисельного розв'язання задачі, підготовку комп'ютерних програм та безпосереднє виконання розрахунків. При цьому постають значні труднощі, зумовлені великою розмірністю економічних задач. Для великих складних об'єктів може знадобитися складання бази даних та відшукання засобів роботи з нею, а також методів добування даних, потрібних для розрахунків. У разі стандартних задач здійснюється вибір придатного пакета програм та системи управління базами даних (СУБД). Чисельне моделювання істотно доповнює результати аналітичного дослідження.

6. Аналіз чисельних результатів та їх застосування. На цьому етапі передусім з'ясовується найважливіше питання щодо правильності й повноти результатів моделювання та можливості їх практичного використання, а також досліджуються можливі напрямки подальшого вдосконалення моделі. Тому спершу перевіряють адекватність моделі за тими властивостями, що було взято за найістотніші. Тобто потрібно виконати верифікацію і валідацію моделі, оскільки головна мета моделювання полягає в розв'язуванні практичних задач (аналіз економічних об'єктів, економічне прогнозування, вироблення управлінських рішень і т. ін.).

Верифікація моделі – перевірка правильності структури (логіки) моделі.

Валідація моделі – перевірка відповідності здобутих у результаті моделювання даних реальному процесу в економіці.

Перераховані етапи економіко-математичного моделювання перебувають у тісному взаємозв'язку, зокрема можуть існувати зворотні зв'язки між етапами. Так, на етапі побудови моделі може з'ясуватися, що постановка задачі суперечлива чи призводить до занадто складної математичної моделі. Тоді вихідну постановку доводиться коригувати.

Найчастіше потреба повернутися до попереднього етапу постає на етапі підготовки вихідної інформації. Якщо необхідної інформації немає або її пошук тягне за собою великі витрати, доводиться повертатися до етапу формалізації і пристосовуватися до наявної інформації.

Отже, моделювання являє собою циклічний процес. За останнім етапом необхідно переходити до першого й уточнювати постановку задачі згідно зі здобутими результатами, потім – до другого й уточнювати (коригувати) математичний модуль, далі – до третього і т.ін.

3. Економіко-математичне моделювання як навчальна дисципліна

Економіко-математичне моделювання може бути як окремою дисципліною циклу природничонаукової та загальноекономічної підготовки бакалаврів за напрямками «Менеджмент» та «Економіка і підприємництво», а також складовою таких дисциплін як макро- та мікроекономіка, економічний аналіз, економетрія, економічний ризик та методи його вимірювання й под.

Дисципліна має практичну спрямованість на вирішення широкого спектра прикладних питань на усіх рівнях ієрархії управління щодо прийняття рішень (планів, програм, об'єктів, проектів, стратегій тощо) з урахуванням наявних економічних умов та обмежень.

Предметом вивчення дисципліни є методологія та інструментарій економіко-математичного моделювання та аналізу економічних процесів, тенденцій та причинно-наслідкових зв'язків в економіці; теоретичні та практичні питання аналізу економічного ризику.

Мета дисципліни – формування знань щодо методології та інструментарію побудови та адекватного використання різних типів економіко-математичних моделей.

Завданням дисципліни є засвоєння студентами основних принципів та інструментарію щодо постановки задач, основних методів їх розв'язування та аналізу з метою широкого використання в економіці та підприємництві.

У результаті вивчення дисципліни студент повинен знати:

- концептуальні засади, принципи і підходи до побудови економіко-математичних моделей;
- основні класи математичних моделей, що використовуються для дослідження економічних процесів;
- основні методи розв'язування задач.

Студент повинен уміти:

- самостійно здійснювати постановку прикладних економічних задач;
- визначати обсяг необхідної інформації для чіткої постановки та розв'язування прикладних економічних задач;
- адекватно використовувати економіко-математичні моделі для розв'язування прикладних економічних задач;
- використовувати інформаційні технології на базі ПЕОМ для розв'язування прикладних економічних задач;
- здійснювати аналіз отриманих результатів, формувати та приймати на їх основі відповідні ефективні рішення.

1. Брігхем Е. Основи фінансового менеджменту / Е.Брігхем: пер. з англ. – К.: Молодь, 1997. – 1000 с.

2. Бурда М. Макроекономіка: Європейський контекст / М.Бурда, Ч.Виплош: пер. з англ. – К.: Основа, 1998. – 682 с.

3. Варфоломеев В.И. Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем: Практикум / В.И.Варфоломеев. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 208 с.

4. Гончаренко Я.В., Працьовитий М.В. Деякі проблеми навчання математичної статистики студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів / Я.В.Гончаренко, М.В.Працьовитий // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Вип. 35. – Донецьк: ДонНУ, 2011. – С.53-57.

5. Занг В.-Б. Синергетическая экономика: Время и перемены в нелинейной экономической теории / В.-Б.Занг: пер. с англ. – М.: Мир, 1999. – 335 с.

6. Колемаев В.А. Математическая экономика: уч. для вузов / В.А.Колемаев. – М.: ЮНИ-

ТИ, 1998. – 240 с.

7. Малыхин В.И. Математическое моделирование экономики: учеб.-практ. пособие / В.И.Малыхин. – М.: УРАО, 1998. – 160 с.

8. Нельсон Р. Эволюционная теория экономических изменений / Р.Нильсон, С.Уинтер. – М.: ЗАО «Финстатинформ», 2000. – 474 с.

9. Працьовитий М.В Ймовірнісно-статистичні методи та моделі в системі підготовки студентів економічних спеціальностей / М.В.Працьовитий, Я.В.Гончаренко // Вища освіта. Теоретичний та науково-методичний часопис. – Вид-во «Педагогічна преса». – 2011, № 3. – С. 154-162.

10. Трояновский В.М. Математическое моделирование в менеджменте: учеб. пособие / В.М.Трояновский. – М.: Русская деловая литература, 1999. – 240 с.

11. Экономико-математические методы и модели: учеб. пособие / Н.И.Холод и др.; под общ. ред. А.В.Кузнецова. – Минск: БГЭУ, 1999. – 413 с.

12. Экономико-математические методы и прикладные модели: учеб. пособие для вузов / В.В.Федосеев и др.; под ред. В.В.Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 391 с.

13. Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: учеб. пособие для вузов С.И.Шелобаев. – М.: ЮНИТИ: ДАНА, 2000. – 367 с.

14. Шикин Е. В. Математические методы и модели в управлении: учеб. пособие / Е.В.Шикин, А.Г.Чхартишвили. – М.: Дело, 2000. – 440 с.

Резюме. **Гончаренко Я.В. ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В СИСТЕМЕ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ.** *В статье проанализированы современные подходы к экономико-математическому моделированию, сформулированы цель и основные задания курса «Экономико-математические методы и модели» в системе подготовки студентов экономических и управленческих специальностей.*

Ключевые слова: *метод математического моделирования, экономико-математическая модель, обучение математике.*

Abstract. **Goncharenko Ya. ECONOMICAL AND MATHEMATICAL METHODS AND MODELS IN THE SYSTEM OF TRAINING STUDENTS OF ECONOMIC MAJORS.** *In the article modern approaches to economic-mathematical modeling have been analyzed, the purpose and the basic tasks of the course «Economic-mathematical methods and models» in the system of training the students of economic and administrative majors.*

Key words: *method of mathematical modeling, economic-mathematical model, teaching mathematics.*

Стаття представлена професором М.В.Працьовитим.
Надійшла до редакції 28.09.2011 р.

СТРУКТУРИЗАЦІЯ ЗМІСТОВОГО НАПОВНЕННЯ КУРСУ ОПТИМІЗАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ

О.Й.Гірна,
канд. фіз.-мат. наук,
Львівський інститут банківської справи УБС НБУ (м. Київ),
м. Львів, УКРАЇНА

На основі компетентнісного підходу розглянуто проблему формування змісту курсу «Оптимізаційні методи та моделі» для студентів економічних спеціальностей. Пропонуються рекомендації щодо дотримання принципів відбору та структуризації змісту навчання.

Ключові слова: *компетенція, зміст навчання, принципи структуризації, оптимізаційна математична модель.*

Постановка проблеми. В основі розробки складових системи галузевих стандартів вищої освіти має бути покладено компетентнісний підхід. Одна із восьми виділених Єврокомісією компетенцій – математична, фундаментальна природничо-наукова та технічна компетенції, що передбачає базові знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань, здатність використовувати математичні методи в обраній професії [1].

Узагальнений, інтегральний характер поняття «компетенція», що містить поняття «знання», «уміння», «навички» разом із їх практичним та оперативним застосуванням у конкретних ситуаціях, накладає особливі вимоги і до встановлення оптимального набору навчальних дисциплін професійної підготовки у вищій школі, і до формування змісту окремої навчальної дисципліни.

Із точки зору компетентнісного підходу навчальна дисципліна «Економіко-математичні методи та моделі» посідає особливе місце у циклі природничо-наукової та загальноекономічної підготовки бакалаврів галузі знань 0305 «Економіка і підприємництво», оскільки є перехідною ланкою між фундаментальними математичними знаннями і практичними вміннями професійної діяльності. Крім того, вона безпосередньо пов’язана із комп'ютерною компетенцією, оскільки передбачає базові знання в галузі інформатики й сучасних інформаційних технологій та навички використання програмних засобів. У світовій практиці економіко-математичне моделювання поряд із макро- та мікроекономікою є однією із трьох підвалин економічної освіти.

В українській вищій школі триває процес формування загальновизнаних підходів до змістового наповнення цієї навчальної дисципліни. Значною мірою він пов’язаний із виокремленням зі значних наукових доробків останнього півстоліття методів та моделей, які мають пріоритетне економічне застосування, а також із оновленням вимог до базових дисциплін – попередників, особливо математичної статистики та статистики. У зв’язку із цим актуальною залишається проблема масової статистичної грамотності випускників вищих навчальних закладів, у тому числі практичного використання прикладних статистичних методів, які завдяки низці програмних пакетів стали загальнодоступними. Перегляд на компетентнісних засадах змісту математичної статистики та математичного моделювання розглядається, зокрема, у роботах Я.В.Гончаренка, М.П.Працьовитого, Т.М.Задорожньої [2, 3, 4].

На нашу думку, напрацьований досвід є ще недостатнім. Відзначимо деякі із можливих причин цього. Обмежене, або відсутнє застосування та поглиблення математичних методів у дисциплінах циклу професійної та практичної підготовки, брак послідовності та логічної взаємопов’язаності елементів сукупної структури професійної підготовки. Часом трапляються дублювання однієї теми (наприклад, «Метод найменших квадратів. Проста лінійна регресія») у кількох дисциплінах, які суттєво не відрізняються ані змістовим, ані практичним наповненням.

Попри публікацію низки підручників та навчальних посібників, впровадження передового педагогічного досвіду викладання цього курсу здійснюється повільно, особливо щодо економетрики. Звичайно, значною мірою цьому сприяє часто недостатня базова математична підготовка абітурієнтів.

Періодично відбуваються нормативні зміни назви, структури дисципліни та обсягу виділеного навчального часу. У нормативну частину освітньо-професійної програми підготовки бакалавра, затвердженої МОН України 2 лютого 2010 року, введена навчальна дисципліна «Економіко-математичні методи» загальним обсягом 7 кредитів, причому вона ділиться на дві піддисципліни «Оптимізаційні методи та моделі» (4 кредити) та «Економетрику» (3 кредити). Зазначимо, що вказана ОПП затверджена лише у частині розподілу загального навчального часу і не дає вказівок щодо змістового наповнення.

Отже, перегляд змісту даної навчальної дисципліни на засадах класичних дидактичних принципів та сучасних підходів є актуальною проблемою, пов'язаною із формуванням оптимального набору навчальних дисциплін професійної підготовки економістів та досягненням поставлених цілей кожним із складових елементів цього набору.

У цій роботі розглянемо першу частину навчальної дисципліни «Економіко-математичні методи» – курс «Оптимізаційні методи та моделі», який з одного боку ґрунтується на таких фундаментальних математичних теоріях, як диференціальне числення функцій однієї та кількох змінних, системи лінійних рівнянь тощо; напрацьованих як самостійні наукові напрями у XX столітті лінійному, нелінійному, динамічному програмування, концепції двоїстості, математичній теорії ігор та інших. З іншого боку даний курс передбачає оволодіння методологією побудови, розв'язування та інтерпретації оптимізаційних економіко-математичних моделей, які дозволяють суттєво підвищити рівень аналізу, планування та управління фінансово-економічними системами, оскільки в сучасних умовах прийняття рішень, опертих тільки на попередній досвід та «здоровий глузд», може призвести до непередбачуваних наслідків.

Мета статті – на основі одного із можливих варіантів формування змісту курсу «Оптимізаційні методи та моделі» для студентів галузі знань 0305 «Економіка і підприємництво» вказати особливості та приклади застосування принципів структуризації змісту навчання.

Виклад основного матеріалу. У педагогічних наукових джерелах серед основних класифікацій критеріїв відбору змісту освіти чільне місце посідає сформульована Ю.К.Бабанським така система:

1. Критерій цілісного відображення в змісті навчання основних компонентів соціального досвіду, перспектив його удосконалювання, завдань всебічного розвитку особистості.
2. Критерій виділення головного та істотного в змісті навчання, тобто відбір найбільш необхідних, універсальних, перспективних елементів.
3. Критерій відповідності віковим можливостям тих, хто навчається.
4. Критерій відповідності виділеному навчальним планом часу на вивчення даного змісту.
5. Критерій врахування вітчизняного та міжнародного досвіду формування змісту навчальної програми.
6. Критерій відповідності змісту наявній навчально-матеріальній і методичній базі навчального закладу [5, С. 309].

Для вищої професійної школи вказані принципи доповнюють відповідністю змісту освіти сучасним та передбачуваним тенденціям розвитку науки (техніки) й виробництва (технологій) [6].

У більшості вищих навчальних закладів економічного напряму навчальна програма дисципліни «Оптимізаційні методи та моделі» (так само як її попередники в ОПП – «Математичне програмування» та «Економіко-математичне моделювання») містить такі розділи: Лінійне програмування. Теорія двоїстості. Транспортна задача. Елементи дискретного, нелінійного, динамічного програмування та теорії ігор.

Вартим уваги, на наш погляд, є вибір змісту навчання в контексті підготовки фахівців певної спеціальності. Скажімо, для напряму підготовки «Облік і аудит» доцільно включити до програми цього базового курсу тему «Балансові моделі», для напряму «Управління персоналом і економіка праці» – тему «Сітьове моделювання». Для напряму «Економічна кібернетика», окрім більшої математичної ємності, навчальну програму слід докладно узгодити із рядом дисциплін циклу професійної підготовки, у першу чергу, із курсом «Дослідження операцій».

Слідом за проблемою відбору змісту навчання постає проблема структурування цього змісту. Це особливо актуально для модульного навчання, в якому розділення навчального змісту на автономні модулі виступає як ключовий момент.

Для формування навчальної програми необхідно не тільки виділити необхідні елементи, але і зв'язати їх у необхідну систему, визначивши логіку і послідовність вивчення [7].

Ряд сучасних науковців, зокрема, О.Б.Желавський, П.І.Сікорський [8, 9] та інші розглядають принципи структурування і генералізації навчального матеріалу математичних дисциплін підготовки економістів, виходячи із потреб ефективності педагогічних технологій. При цьому логічне структурування навчального матеріалу розглядається разом із акцентуванням на тих елементах знань, які будуть використовуватися у професійних навчальних дисциплінах. Генералізація означає розумну і виправдану концентрацію навчальної інформації, виділення базових найважливіших елементів та зв'язків кожного відрізку навчального матеріалу.

Враховуючи сучасні підходи, зупинимося на таких класичних принципах структуризації змісту навчання:

1. Принцип компонування змісту навчальної дисципліни навколо *базових понять і методів*.
2. Принцип *систематичності і логічної послідовності* викладу навчального матеріалу.
3. Принцип *цілісності і практичної значимості* змісту.
4. Принцип *наочного уявлення* навчального матеріалу.

Базовим поняттям курсу є поняття оптимізаційної математичної моделі (ОММ) як спрощення у мірі, відповідній практичним потребам, образу економічного об'єкта (системи), поданого у вигляді математичних співвідношень. У вступній частині, на нашу думку, необхідно виділити умовні етапи побудови та складові частини ОММ, на особливостях яких слід акцентувати при розгляді кожної конкретної моделі. Ми розглядаємо такі етапи (які, до речі, можна використовувати і у випадку економетричної моделі):

1. Точна постановка проблеми (економічне обґрунтування, виділення та характеристика факторів; збір вихідних даних).
2. Вибір та обґрунтування ОММ (специфікація моделі).
3. Розв'язування моделі.
4. Аналіз адекватності моделі та стійкості її параметрів.
5. Економічна інтерпретація та застосування.

Зауважимо, що при виборі виду та кількості задач на практичні заняття треба враховувати, що математична постановка та економічна інтерпретація розв'язків моделі часто викликає більше труднощів, ніж її розв'язування.

До базових методів та принципів вивчення можна віднести: графічний метод, симплексний метод, метод відтинання, метод потенціалів, принцип двоїстості, принцип мінімаксу, метод множників Лагранжа, принцип оптимальності Белмана.

Вважаємо за доцільне на практичних заняттях докладно зупинитися на методі Жордана-Гауса не тільки для актуалізації базової фундаментальної складової симплекс-методу, а і для розв'язування задач переходу від канонічної до загальної форми запису задачі лінійного програмування. Графічний метод, який не потребує додаткової теоретичної підготовки, доповнювати аналізом стійкості розв'язку до зміни обмежень та коефіцієнтів цільової функції, що достатнє логічне продовження та дасть наочне уявлення аналізу стійкості на основі теорії двоїстості.

Підкреслити універсальність лінійного програмування та різноплановість практичних задач, які розв'язуються із його використанням, дозволить розгляд транспортної задачі як задачі лінійного програмування; зведення до такої задачі матричної ігрової задачі та задачі дробово-лінійного програмування. Елементи теорії ігор та динамічного програмування дають приклади застосування у фінансових, виробничих та управлінських задачах стохастичної та динамічної оптимізації.

Виходячи із відведеного загального обсягу навчального часу, пропонуємо розбити навчальний матеріал на два змістовні модулі (див. табл. 1).

Таблиця 1

ЗМ 1. Предмет оптимізаційного моделювання. Лінійне програмування (2 кредити)
Тема 1.1. Основні поняття оптимізаційного моделювання. Загальна задача лінійного програмування
Тема 1.2. Симплексний метод розв'язування задач лінійного програмування
Тема 1.3. Двоїстість у лінійному програмуванні
Тема 1.4. Цілочисельне лінійне програмування
ЗМ 1. Оптимізаційні моделі, які зводяться до задач лінійного програмування. Елементи нелінійного та динамічного програмування (2 кредити)
Тема 2.1. Транспортна задача
Тема 2.2. Елементи теорії ігор
Тема 2.3. Нелінійне програмування
Тема 2.4. Динамічне програмування

Попри те, що середній рівень математичної підготовки студентів цього напрямку часто бажає кращого, варто приділити увагу теоретичному обґрунтуванню основних положень ключових тем курсу, включно із ідеями доведень. Однією з таких тем є, безумовно, симплекс-метод, на який пропонуємо відвести три лекційних заняття.

На перших двох обговорити питання: Область допустимих планів та опорний план як множина розв'язків та базовий розв'язок системи лінійних рівнянь. Метод перебору опорних планів. Ідея та алгоритм симплекс-методу на прикладі виробничої задачі та її загальної форми, наприклад, при кількості змінних $n = 5$ та кількості обмежень $m = 3$. Ідея та алгоритм методу штучного базису на цьому ж прикладі із введення додаткового обмеження на попит.

У третій лекції викласти ідеї теоретичного обґрунтування основних складових та положень симплекс-методу, використовуючи емпірично знайдену рівність $F(X^{(2)}) = F(X^{(1)}) - \Delta_l x_l$, де $X^{(1)}$ та $X^{(2)}$ – опорні плани вихідного та наступного кроку симплекс-таблиці, F – цільова функція, x_l – змінна, яка перейшла з вільної у плані $X^{(1)}$ у базисну в плані $X^{(2)}$, Δ_l – дельта-різниця, відповідна змінній x_l. План цієї лекції може бути таким: Ознака оптимальності опорного плану. Ознака відсутності розв'язку. Дельта-різниці як оцінки симплекс методу. Ознака єдиності оптимального плану. Виродженість плану та зациклення симплекс методу. Економічна інтерпретація симплекс алгоритму.

В останньому питанні пропонуємо розкрити економічний зміст додаткових змінних, відношень $\frac{b_i}{a_{il}}$ та дельта-різниць Δ_j. Це забезпечить паралельність теоретичного та практичного підходів. Так, дельта-різниця Δ_l з математичного погляду показує зміну цільової функції ΔF , яка припадає на одиницю зміни змінної x_l при введенні її до базисних змінних наступного опорного плану. З економічного погляду вона може трактуватися, як збільшення доходу при включенні в план виробництва одиниці продукції l -го виду. Надалі в теорії двоїстості ці економічні інтерпретації отримають своє логічне продовження.

Застосуванню принципу практичної значимості сприяє використання програмного забезпечення, яке необхідне для демонстрації практичної цінності методів оптимізаційного моделювання. Вважаємо, що для даного курсу достатнім може бути використання однієї із програм реалізації симплекс-методу та електронних таблиць Excel. Ми практикуємо виконання двох домашніх індивідуальних завдань із застосуванням програмних засобів. Отримані вміння можуть бути достатніми для використання їх у студентській науковій роботі, курсових та дипломних проектах. Так, одна із студенток, перебуваючи на дипломній практиці у будівельній фірмі, виявила на основі розв’язку виробничої задачі, що виконаний обсяг робіт за вказаними нормами витрат потребував практично вдвічі більше робочої сили, ніж є у штаті організації.

Висновки. Курс «Оптимізаційні методи та моделі», як складова частина навчальної дисципліни «Економіко-математичні методи та моделі», займає особливе місце у програмі підготовки бакалаврів галузі знань 0305 «Економіка і підприємництво», оскільки дозволяє набути здатність використання математичних методів для ефективної підтримки прийняття рішень у різних галузях економіки.

Дотримання класичних дидактичних принципів та сучасних педагогічних технологій кредитно-модульного навчання при формуванні змістового наповнення цього курсу сприятиме підвищенню якості навчання та формуванню професійних компетенцій майбутніх економістів.

1. *Лист МОНУ від 31.07.2008 р. N 1/9484 «Щодо нормативно-методичного забезпечення розроблення галузевих стандартів вищої освіти» [електронний ресурс]. – Режим доступу: http://uadocs.exdat.com/docs/index-1822.html.*

2. *Гончаренко Я.В. Деякі проблеми навчання математичної статистики студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів / Я.В.Гончаренко, М.В.Працьовитий // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ДонНУ, 2011. – Вип.35. – С.53-57.*

3. *Гончаренко Я.В. Математичні основи імітаційного моделювання в системі підготовки викладачів математики та економіко-математичних дисциплін / Я.В.Гончаренко // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ДонНУ, 2009. – Вип.31. – С.12-15.*

4. *Задорожня Т.М. Стохастика і фінансово-економічна освіта / Т.М.Задорожня // Дидактика математики: проблеми і дослідження. - Донецьк: ДонНУ, 2007. – Вип.27. – С.116-119.*

5. *Педагогика: учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / Ю.К.Бабанский, В.А.Сластенин, Н.А.Сорокин и др.; Под ред. Ю.К.Бабанского. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Просвещение, 1988. – 479 с.*

6. *Брюханова Н.О. Зміст освіти: аспекти вивчення / Н.О.Брюханова // Проблеми інженерно-педагогічної освіти. – Х.: УІПА, 2007. – №18-19.*

7. *Педагогические аспекты преподавания инженерных дисциплин: пособие для преподавателей / С.Ф.Артюх, Е.Э.Коваленко, Е.К.Белова, Г.В.Изюмская, В.В.Беликова. – Харьков: УИПА, 2001. – 210 с.*

8. *Сікорський П.І. До питання ефективності методики структурування і генералізації навчального матеріалу з фундаментальних економічних дисциплін / П.І.Сікорський, О.М.Вітер // Вісник Національної академії Державної прикордонної служби України. – 2009. – С.145-149.*

9. *Желавський О.Б. Структуризація і генералізація математичних понять в умовах кредитно-модульної системи навчання студентів-економістів / О.Б.Желавський // Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету ім. Михайла Коцюбинського. – Серія «Педагогіка і психологія». – 2007. – № 20. – С. 13-20.*

Резюме. **Гирна А.И. СТРУКТУРИЗАЦИЯ СОДЕРЖАТЕЛЬНОГО НАПОЛНЕНИЯ КУРСА ОПТИМИЗАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ.** *На основе компетентностного подхода рассмотрена проблема формирования содержания курса «Оптимизационные методы и модели» для студентов экономических специальностей. Предлагаются рекомендации по соблюдению принципов отбора и структурирования содержания обучения.*

Ключевые слова: *компетенция, содержание обучения, принципы структурирования, оптимизационная математическая модель.*

Abstract. **Hirna O. STRUCTURIZATION OF THE CONTENT OPTIMIZATION MODELING COURSE FOR ECONOMISTS.** *On the basis of the competence-based approach, the problem has been considered of filling in the content of the course "Optimization methods and models" for students of economics. The recommendations for the principles of selection and structuring of course content have been issued.*

Key words: *competence, course content, principles of structuring, optimization mathematical model.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 11.05.2011 р.

ПОБУДОВА УНІВЕРСАЛЬНОГО ТЕМАТИЧНОГО КОМПОНЕНТА ПРЕДМЕТНОЇ МОДЕЛІ СТУДЕНТА З МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

О.Г.Євсеєва,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Донецький національний технічний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

У статті розглянуто різні підходи до визначення цілей навчання математичних дисциплін у технічному університеті. Детально описано побудову універсального тематичного компонента предметної моделі студента з математичних дисциплін.

Ключові слова: *навчання вищої математики, діяльнісний підхід до навчання, цілі навчання, зміст навчання, моделювання студента.*

Постановка проблеми. Метою сучасної вищої інженерної освіти є підготовка таких фахівців, які б не лише досконало знали і правильно експлуатували доручену їм техніку, але й чітко розуміли принципи її застосування в різних умовах, мали здатність до постійної самоосвіти, самовдосконалення. Передусім це завдання має розв’язуватись у процесі навчання вищої математики.

При визначенні теоретичних і методичних аспектів навчання вищої математики студентів інженерних спеціальностей технічних вищих навчальних закладів важливе значення мали науково-методичні дослідження таких вчених, як З.В.Бондаренко, К.В.Власенко, І.М.Главатських, С.А.Кирилащук, В.І.Клочко, Т.В.Крилова, Т.С.Максимова, Г.О.Михалін, В.А.Петрук, М.В.Працьовитий, С.О.Семеріков, П.О.Стеблянко, І.М.Реутова та інших.

Вони одностайні в тому, що вирішення проблеми підвищення якості математичної підготовки студентів ВТНЗ потребує глибокого засвоєння студентами основ математичної науки, вміння бачити й використовувати внутрішньо предметні й міжпредметні зв'язки, прикладну спрямованість курсу вищої математики, формування у студентів уміннями застосовувати математику для розв'язування практичних задач.

Вирішення проблеми вдосконалення математичної підготовки студентів інженерних напрямків підготовки на сучасному етапі розвитку суспільства можливе на засадах діяльнісного підходу до навчання, розвитком якого займалися такі вчені, як Г.О.Атанов [1], Б.Ц.Бадмаєв, П.Я.Гальперін, З.О.Решетова, Н.Ф.Тализіна.

При проектуванні методичної системи навчання математики на засадах діяльнісного підходу первинною є діяльність, що задана характером майбутньої спеціальності, і дії, що складають цю діяльність. Враховуючи, що кінцевою метою навчання математики у ВТНЗ є засвоєння способів дій, що забезпечують здійснення майбутньої професійної діяльності, необхідним є визначення цілей і змісту навчання математичних дисциплін для кожного конкретного напряму підготовки.

Вирішується це завдання у рамках моделювання студента шляхом створення п’ятикомпонентної предметної моделі студента технічного університету з математики, що складається з тематичного, семантичного [5], функціонального, процедурного і операційного компонента [4]. Цілі навчання визначає операційний компонент предметної моделі студента [3]. Зміст навчання відображується тематичним компонентом предметної моделі студента, розробка якого є важливим питанням для подальшого проектування і організації навчання на засадах діяльнісного підходу.

Аналіз актуальних досліджень. Існуюча практика визначення цілей і змісту навчання полягає в тому, що ці цілі визначаються локально, у рамках одного навчального предмета, і за допомогою їх здійснюється локальне визначення змісту цього предмета [2]. Більшість процедур встановлення змісту виконується однією людиною, викладачем з цього предмета, який є фахівцем, як правило, в одної предметної галузі. На початкових етапах навчання студенти націлюються на зміст з окремих навчальних предметів, а питання, пов'язані з системним формуванням фахівця в цілому, йдуть на другий план.

Описане вище не дозволяє забезпечити кероване досягнення кінцевих цілей навчання як щодо спеціальності в цілому, так і на окремих його етапах. Наприклад, однією з особливостей при викладанні математичних дисциплін є бажання викладачів дати їх у всій повноті, у максимальному обсязі. При цьому, наприклад, викладачі математики у технічному ВНЗ дуже часто ставлять перед собою завдання формування у студентів математичного мислення. Але у інженера має бути сформовано саме інженерний тип мислення. А навчати математики необхідно саме для того, щоб сприяти розвитку інженерного, а не математичного, мислення.

Широку популярність одержала спроба класифікувати навчальні цілі, розпочата Б.Блумом [11]. Згідно із цією класифікацією, автор виділяє дві групи цілей: когнітивну й афективну. Когнітивна, у свою чергу, підрозділяється на дві підгрупи. Одна з них пов'язана із засвоєнням знань і включає наступні категорії: а) знання конкретного матеріалу; б) знання галузей застосування, тенденцій розвитку, класифікацій і категорій, критеріїв придатності для використання, а також методів роботи; в) знання загальних і абстрактних понять (принципи узагальнення й структури). Друга підгрупа цілей включає категорії: а) розуміння (переклад або розшифрування, інтерпретація й екстраполяція); б) застосування (вміння використовувати абстрактні знання для розв'язку практичних задач); в) аналіз (елементів, відносин і організаційних принципів); г) синтез (самостійне висловлення, складання плану, установлення зв'язків); д) оцінка, або вміння співвідносити із критеріями (як власними, так і заданими). Перераховані вище категорії утворюють ієрархічну структуру, тобто задають такий розподіл цілей навчання, за яким спочатку освоюються більш прості, а потім більш складні знання й навички й відбувається перехід від конкретних до абстрактних понять.

Слід зазначити, за Б.Блумом, цілями навчання є знання, а це відповідає парадигмі знаннього навчання. З погляду діяльнісного підходу цілями навчання математичних дисциплін є математичні предметні дії, які мають освоїти студенти. Знання є основними засобами, що зумовлюють виконання діяльності і дій. Тому проектування діяльності передбачає і встановлення необхідних для її здійснення знань. При цьому бажано мати уявлення про те, які знання забезпечують реалізацію орієнтувальної (загального орієнтування і орієнтування на виконання), виконавчої і контрольно-коректувальної частин навчальної діяльності.

Усунення вказаних вище недоліків може бути здійснене шляхом побудови системи цілей навчання для кожного напряму підготовки [1, 2].

Цілі навчання для математичних дисциплін у ВТНЗ задаються характером майбутньої професійної діяльності, тобто цілями більш високого порядку. Необхідність досягнення цих цілей визначає зовнішній компонент змісту навчального курсу, який складають уміння, що мають бути засвоєні. Цей зміст засвоюється за допомогою певних засобів, які самі повинні бути заздалегідь засвоєні. Отже, спочатку вони відіграють роль цілей. Це задає внутрішній компонент змісту цього курсу. Для визначення її необхідно виділити проміжні цілі і представити динаміку переходу цих цілей у засоби, тобто виконати динамічне структурування навчальної діяльності з засвоєння необхідного змісту.

Механізмом визначення внутрішнього компоненту змісту, тобто динамічного структурування, є побудова дерева цілей для кожної зовнішньої цілі. Зовнішня ціль відіграє роль головної цілі, і спочатку визначаються вміння, що безпосередньо забезпечують формування цієї цілі-вміння, а також знання, якими треба при цьому оперувати (див. рис.1).

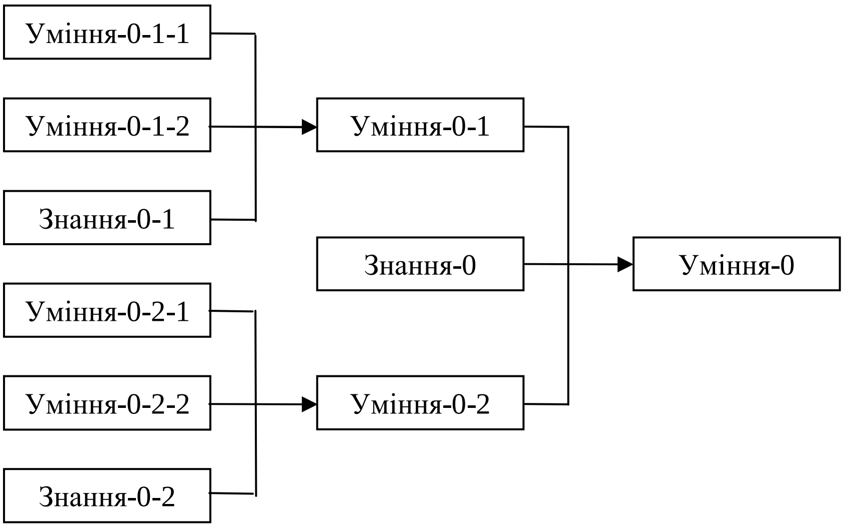


Рис. 1. Динаміка формування вміння

Так визначаються підцілі першого порядку. Потім така ж робота проводиться для кожної підцілі і т.ін. Дерево цілей-умінь показано на рис. 2.

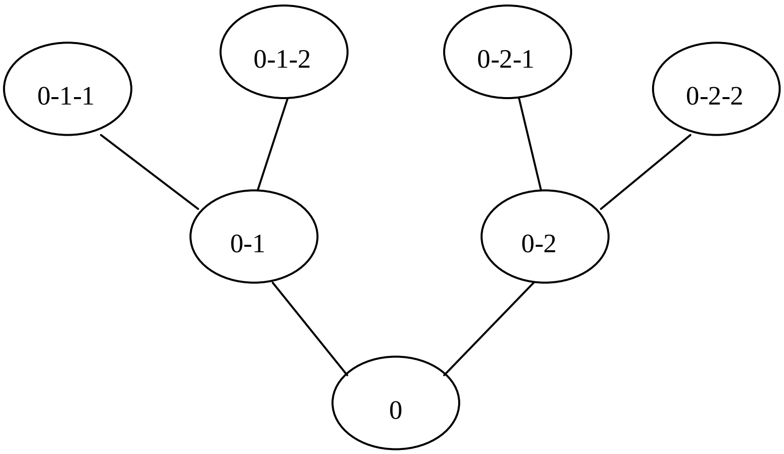


Рис. 2. Дерево цілей-умінь

Побудовані таким чином курси математичних дисциплін у технічному ВНЗ для різних спеціальностей відрізнятимуться, оскільки вони будуть проектуватися не заради самого цього курсу, не заради його повноти і логічної послідовності як певної науки, як це відбувається зараз, а, в першу чергу, заради майбутньої професійної діяльності, яка, зрозуміло, різна для різних спеціальностей.

Діапазон навчальних цілей вельми широкий – від формування вмінь здійснювати професійну діяльність загалом до засвоєння конкретних тем або питань навчальної програми. Ю.Й.Машбиць перші назвав *віддаленими*, другі – *найближчими* навчальними цілями [7]. Зрозуміло, що досягнення віддалених цілей – процес тривалий і складний. Успіх його багато в чому визначається тим, наскільки правильно сформульовані найближчі цілі, наскільки ефективно організований процес їх досягнення. І тут треба розуміти, що найближчі цілі підлеглі віддаленим, вони вторинні за відношенням до віддалених цілей, їх не можна сформулювати, не маючи цілей віддалених. Найближчі цілі відіграють роль підцілей для цілей віддалених.

У нинішніх умовах загальні цілі задаються законами про освіту, про вищу освіту, документами Кабінету Міністрів, міністерства освіти і науки, молоді та спорту України. Вони єдині для всіх напрямів підготовки фахівців. Конкретні цілі необхідно розглядати в рамках окремих спеціальностей. По суті справи, ці цілі задаються стандартами навчання, розробка яких є однією з головних та першочергових завдань для вищої освіти. Як відомо, центральним поняттям тут є модель спеціаліста, а основним нормативним документом, який складається щодо професійних напрямів, – «Освітньо-професійна програма» (ОПП). У ній задаються сфери і об'єкти, на які спрямована діяльність спеціаліста, вимоги до їх знань і умінь, визначається перелік дисциплін, що підлягають вивченню.

Так, в освітньо-професійній програмі підготовки бакалавра напряму підготовки 030601 «Менеджмент» визначено такі цілі навчання дисципліни «Вища та прикладна математика»: «формування у студентів базових математичних умінь для вирішення завдань у професійній діяльності, вмінь аналітичного мислення, математичного формулювання економічних задач, що виникають у процесі управління» [8].

Для досягнення конкретних цілей навчання для кожної спеціальності повинні бути визначені ті вміння, які необхідні для їх здійснення. Так для бакалавра напряму підготовки 030601 «Менеджмент» визначено такі вміння:

– виконання дій з векторами, матрицями, обчислення визначників;

– розв‘язування систем лінійних рівнянь;

– дослідження форм і властивостей прямих та площин, кривих та поверхонь другого порядку;

– знаходження границь ступенево-показникових функцій;

– дослідження функцій за допомогою диференціального числення;

– здійснення інтегральних числень;

– дослідження числових та ступеневих рядів;

– розв‘язування диференційних рівнянь першого та вищих порядків.

Таким чином, визначені конкретні цілі навчання вищої математики напряму підготовки 030601 «Менеджмент», що дає змогу визначити зміст навчання математичних дисциплін.

Метою статті є визначення змісту математичних дисциплін і побудова універсального тематичного компонента предметної моделі студента з математичних дисциплін у технічному університеті у навчанні на засадах діяльнісного підходу.

Виклад основного матеріалу. Тематичний компонент предметної моделі студента будується саме за тематичним принципом, у ньому перераховуються розділи і теми, які підлягають вивченню. При цьому можлива деталізація різної міри, але все-таки завжди це не самі предметні знання, не їх зміст, а їх назви. Це певні властивості, певні характеристики предметних знань, знання про предметні знання. Знання, що складають тематичний компонент будемо називати його елементами.

Для визначення тематичного компонента предметної моделі студента технічних напрямів підготовки з математики необхідно проаналізувати анотації математичних дисциплін в ОПП підготовки бакалаврів всіх напрямів підготовки, що визначають стандарти вищої освіти з цих напрямів. Нами проаналізовано освітньо-професійні програми підготовки бакалаврів для галузей знань, що наведені у табл. 1, відповідно до постанови [10].

Для студентів технічних напрямів підготовки згідно з ОПП викладаються дисципліни, перелік яких наведено у табл. 2.

Нами було складено універсальний тематичний компонент предметної моделі студента технічного університету за розділами курсів математичних дисциплін, що наведено у табл. 4. Там же вказано, до якої навчальної дисципліни включено кожний розділ.

Елементами тематичного компонента є розділи, теми кожного розділу і підтеми кожної теми. Методика розробки тематичного компонента предметної моделі студента полягає у детальному описі розділів, тем і підтем з приведенням для кожної теми галузей знань, для яких цю тему включено до змісту навчання. При розробці тематичного компонента нами було враховано навчальні програми [9].

Таблиця 1

Галузі знань, з яких ведеться підготовка бакалаврів технічних напрямів підготовки

№	Код	Найменування галузі знань	Шифр напряму, що входить до галузі знань
1.	0305	Економіка і підприємництво	6.030501; 6.030502; 6.030503; 6.030504; 6.030505; 6.030507; 6.030508; 6.030509
2.	0306	Менеджмент	6.030601
3.	0401	Природничі науки	6.040103; 6.040106
4.	0403	Системні науки та кібернетика	6.040303
5.	0501	Інформатика і комп’ютерна техніка	6.050101; 6.050102; 6.050103
6.	0502	Автоматика і управління	6.050502
7.	0503	Розробка корисних копалин	6.050301; 6.050303
8.	0504	Металургія та матеріалознавство	6.050401; 6.050403
9.	0505	Машинобудування та матеріалообробка	6.050502; 6.050503
10.	0506	Енергетика та енергетичне машинобудування	6.050601
11.	0507	Електротехніка та електромеханіка	6.050701; 6.050702
12.	0508	Електроніка	6.050802
13.	0509	Радіотехніка, радіоелектронні апарати та зв'язок	6.050901; 6.050903
14.	0510	Метрологія, вимірювальна техніка та інформаційно-вимірювальні технології	6.051002; 6.051003
15.	0513	Хімічна технологія та інженерія	6.051301
16.	0801	Геодезія та землеустрій	6.080101
17.	1701	Інформаційна безпека	6.170102

Таблиця 2

Математичні дисципліни, з яких ведеться навчання студентів технічних напрямів підготовки

№	Назва дисципліни	Шифр дисципліни	Коди галузей знань, для яких передбачено навчання дисципліни
1.	Вища математика	ВМ	0401; 0503;0504; 0505; 0506; 0507; 0508; 0509; 0510; 0513; 0801; 1701
2.	Вища та прикладна математика	ВПМ	0306
3.	Лінійна алгебра та аналітична геометрія	ЛААГ	0403; 0501; 0502
4.	Математичний аналіз	МА	0403; 0501; 0502

5.	Диференційні рівняння	ДР	0403; 0501; 0502
6.	Математики для економістів: вища математика	МЕ:ВМ	0305
7.	Математики для економістів: теорія ймовірностей і математична статистика	МЕ:ТЙМС	0305

Таблиця 3

Розподіл розділів з математичних дисциплін

№	Розділ	Дисципліна
1.	Повторення базового курсу елементарної математики	ВМ, ЛААГ, ВПМ, МЕ:ВМ, МА
2.	Лінійна алгебра	ВМ, ЛААГ, ВПМ, МЕ:ВМ
3.	Векторна алгебра	ВМ, ЛААГ, ВПМ, МЕ:ВМ
4.	Аналітична геометрія	ВМ, ЛААГ, ВПМ, МЕ:ВМ
5.	Диференціальне числення функції однієї змінної	ВМ, МА, МЕ:ВМ
6.	Диференціальне числення функції багатьох змінних	ВМ, МА, МЕ:ВМ. ВПМ
7.	Інтегральне числення функції однієї змінної	ВМ, МА, МЕ:ВМ, ВПМ
8.	Диференціальні рівняння	ВМ, МЕ:ВМ, ВПМ, ДР
9.	Ряди	ВМ, МЕ:ВМ, ВПМ
10.	Кратні та криволінійні інтеграли	ВМ, МА
11.	Векторне поле	ВМ, МА
12.	Рівняння в частинних похідних	ВМ, ДР
13.	Функції комплексної змінної	ВМ, МА
14.	Операційне числення (на базі оператора Лапласса)	ВМ, МА
15.	Теорія ймовірностей	ВМ. МЕ:ТЙМС
16.	Математична статистика	ВМ, МЕ:ТЙМС
17.	Тензорне числення	ВМ, МА
18.	Елементи рівнянь математичної фізики	ВМ, ДР
19.	Математичне програмування.	ВПМ
20.	Дослідження операцій	ВПМ

Назви розділів мають подвійну нумерацію: ТК.XX, де ТК – шифр тематичного компонента, XX – номер розділу. Кожен розділ містить теми, які мають потрійну нумерацію: ТК.XX.YY, де YY – номер теми в розділі. Кожна тема розбивається, у свою чергу, на підтеми, які мають таку нумерацію: ТК.XX.YY.ZZ, де ZZ – номер підтеми в розділі.

Так, для розділу «Лінійна алгебра» тематичний компонент предметної моделі має вигляд:

ТК.2. Лінійна алгебра.

ТК.2.1. Алгебра матриць.

ТК.2.1.1. Види матриць.

ТК.2.1.2. Операції з матрицями.

ТК.2.1.3. Властивості операцій з матрицями.

ТК.2.1.4. Визначники.

ТК.2.1.5. Властивості визначників.

ТК.2.1.6. Ранг матриці.

ТК.2.1.7. Обернена матриця.

ТК.2.2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).

ТК.2.2.1. Основні визначення.

ТК.2.2.2. Матричний метод розв'язання СЛАР.

ТК.2.2.3. Розв'язання СЛАР методом Крамера.

ТК.2.2.4. Метод Гауса розв'язання СЛАР.

ТК.2.2.5. Метод Жордана-Гауса розв'язання СЛАР.

ТК.2.2.6. Дослідження СЛАР на сумісність.

ТК.2.2.7. Однорідні СЛАР.

Таблиця відповідності елементів тематичного компонента з розділу «Лінійна алгебра» і галузей знань, для яких цей елемент включено до змісту навчання, наведена в таблиці 4.

Таблиця 4

Таблиця відповідності елементів тематичного компонента предметної моделі студента з розділу «лінійна алгебра»

Шифр елемента	Назва елемента	Шифр галузі знань																
		0305	0306	0401	0403	0501	0502	0503	0504	0505	0506	0507	0508	0509	0510	0513	0801	1701
ТК.2.	Лінійна алгебра.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.1.	Алгебра матриць.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.1.1.	Види матриць.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.1.2.	Операції з матрицями.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.1.3.	Властивості операцій з матрицями.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.1.4.	Визначники.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.1.5.	Властивості визначників.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.1.6.	Ранг матриці.	+	+		+	+	+		+		+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.1.7.	Обернена матриця.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.2.	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.2.1.	Основні визначення.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.2.2.	Матричний метод розв'язання СЛАР.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.2.3.	Розв'язання СЛАР методом Крамера.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.2.4.	Метод Гауса розв'язання СЛАР.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ТК.2.2.5.	Метод Жордана-Гауса розв'язання СЛАР.	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.2.6.	Дослідження СЛАР на сумісність.	+	+		+	+	+		+		+	+	+	+	+		+	+
ТК.2.2.7.	Однорідні СЛАР.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Тематичний компонент предметної моделі студента технічних напрямів підготовки разом із таблицею відповідності його елементів галузям знань наведено у навчальній програмі [6].

Висновки. Таким чином, розроблено універсальний тематичний компонент предметної моделі студента, який дає змогу визначити для кожного напряму підготовки тематичну частину змісту навчання кожної математичної дисципліни в системі інженерної освіти.

1. *Атанов Г.О. Знання як засіб навчання / Г.О.Атанов. – К.: Кондор, 2008. – 235 с.*

2. *Атанов Г.О. Теорія діяльнісного навчання / Г.О.Атанов. – К.: Кондор, 2007. – 185 с.*

3. *Євсеєва О.Г. Операційна компонента предметної моделі студента технічного університету з лінійної алгебри / О.Г.Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. праць. – Вип.31. – Донецьк: ТЕАН, 2009. – С. 28-34.*

4. *Євсеєва О.Г. П'ятикомпонентна предметна модель студента технічного університету з вищої математики / О.Г.Євсеєва// Зб. наук. праць Бердянського держ. пед. ун-ту (Педагогічні науки). – №1. – Бердянськ: Вид-во БДПУ, 2010. – С. 163-169.*

5. *Евсеева Е.Г. Семантический конспект по линейной алгебре / Е.Г. Евсеева // Дидактика математики: проблемы и исследования: междунар. сб. научных работ. – Вип.24. –Донецьк: ТЕАН, 2005. – С. 103-111.*

6. *Евсеєва О.Г. Навчальна програма з математичних дисциплін для технічних та економічних напрямів підготовки вищих технічних навчальних закладів / О.Г.Євсеєва. – Донецьк: ДонНТУ, 2011. – 45 с.*

7. *Машбиц Е.И. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е.И.Машбиц. – К.: Вища школа, 1987.*

8. *Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра галузі знань 0306 «Менеджмент і адміністрування» напряму підготовки 030601 «Менеджмент»: нормативний документ. – вид. офіц. – К.: МОН України, 2010. – 19 с.*

9. *Носенко Ю.Л. Навчальна програма з вищої математики для технічних, технологічних, економічних та природничих спеціальностей вищих закладів освіти / Ю.Л.Носенко, В.В. Пак. – Київ, 1999. – 34 с.*

10. *Про перелік напрямів, за якими здійснюється підготовка фахівців у вищих навчальних закладах за освітньо-кваліфікаційним рівнем бакалавра / Постанова Кабінету Міністрів України від 13.12.2006 р., N 1719.*

11. *Taxonomy of Educational Objectives / B.S.Bloom (ed.). Handbook 1: Cognitive Domain. – Harlow, 1956. – 422 p.*

Резюме. **Евсеева Е.Г. ПОСТРОЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОГО ТЕМАТИЧЕСКОГО КОМПОНЕНТА ПРЕДМЕТНОЙ МОДЕЛИ СТУДЕНТА ПО МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ.** *В работе рассмотрены разные подходы к определению целей обучения математическим дисциплинам в техническом университете. Подробно описано построение универсального тематического компонента предметной модели студента по математическим дисциплинам.*

Ключевые слова: *обучение высшей математике, деятельностный подход к обучению, цели обучения, содержание обучения, предметная модель студента.*

Abstract. **Yevsyeyeva E. CONSTRUCTING THE UNIVERSAL THEMATIC COMPONENT OF THE STUDENT'S SUBJECT MODEL OF MATHEMATICAL SUBJECTS AT TECHNICAL UNIVERSITIES.** *Different approaches to the identification of objectives of studying mathematical subjects at technical universities have been considered in the article. The process of constructing a universal thematic component of the student's subject model of mathematical subjects has been considered in details.*

Key words: *teaching mathematics, activity approach, objectives of studies, content of studies, student's subject model.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 03.04.2011 р.

ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНИХ ПРИЙОМІВ У ХОДІ ЛЕКЦІЙНИХ ЗАНЯТЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ВТНЗ

К.В.Власенко,
канд. педагог. наук, доцент,
Донбаська державна машинобудівна академія,
м. Краматорськ, УКРАЇНА
І.М.Реутова,
канд. педагог. наук,
Приазовський державний технічний університет,
м. Маріуполь, УКРАЇНА

Запропоновано новий підхід до визначення змісту і структури лекцій з вищої математики у технічних вищих навчальних закладах, заснований на застосуванні евристичних прийомів. Створено деякі рекомендації з організації евристичної діяльності майбутніх інженерів у ході аудиторних занять.

Ключові слова: *вища математика, лекції, евристичні прийоми, майбутні інженери.*

Постановка проблеми. Евристичний характер дій, притаманний інженерній діяльності, вимагатиме від майбутнього інженера у процесі здійснення професійної діяльності реалізації евристичних умінь. У зв'язку з цим, особливо актуальним стає встановлення відповідності між професійними діями інженера та тими евристичними уміннями майбутнього фахівця, формування та розвиток яких найбільшою мірою забезпечують заняття з вищої математики.

Аналіз актуальних досліджень. Проблемі реалізації евристичних ідей, діалектиці евристичної діяльності в навчанні вищої математики на сьогодні приділяли увагу такі математики та методисти, як О.Г.Євсеєва [3], С.А.Кирилащук [4], В.І.Клочко [5], Т.В.Крилова [7], Т.С.Максимова [8], Г.О.Михалін [9], М.В.Працьовитий [10], О.І.Скафа [11] та ін.

Упровадження нових технологій у навчання вищої математики в технічних вищих навчальних закладах (ВНЗ) припускає постійний розвиток різноманітних форм аудиторних занять, збільшення частки самостійної роботи студентів.

Постановка завдання. Розглянемо у статті новий підхід до визначення змісту і структури лекцій з вищої математики, заснований на застосуванні евристичних прийомів. Запропонуємо деякі рекомендації з організації евристичної діяльності майбутніх інженерів у ході аудиторних занять.

Виклад основного матеріалу. Лекція – це орієнтовна основа самостійної роботи студентів. Аналізуючи традиційну лекцію, В.В.Краєвський [6] виділяє наступні її недоліки:

- ✓ теми, зміст, методика й темп читання майже не залежать від якості сприйняття й, тим більше, засвоєння матеріалу; лекція зазвичай читається деякому «посередньому» студентові;
- ✓ лектор іде на «ущільнення» інформації, не орієнтуючись на можливості сприйняття й засвоєння студентів, прагнучи викласти весь програмний матеріал за обмежений час;
- ✓ робота студентів зводиться до спроби повніше записати пояснення лектора, відтворити формули, рисунки, схеми з дошки; лектор практично ніяк не органі-

зує подальшу роботу студентів над прочитаним матеріалом, не вчить користуватися літературою, не перевіряє підготовленість студентів до наступної лекції.

У такій ситуації навчання вищої математики можливе тільки за рахунок прискореного диктування, що призводить до помилок, які потім переносяться на розв’язування завдань і майбутню професійну діяльність.

Для ефективності лекції дуже важливий зворотній зв'язок зі студентами. Технологія евристичного навчання під час лекцій уможливлює початковий аналіз розуміння студентами матеріалу й активну самоперевірку засвоєння знань, що вказує на присутність такого зв’язку. Зупинимося на деяких рекомендаціях з проведення лекційних занять.

На лекції, що розпочинає вивчення нової теми, проводиться евристична бесіда. Вона допомагає переконатися студентам у необхідності вивчення математичних понять та формує мотивацію майбутніх інженерів.

Наприклад, на лекції «Криві й поверхні 2-го порядку» доцільно скористатися відеоматеріалом або слайдами, присвяченими практичному застосуванню геометричних властивостей цих кривих і поверхонь.

Наведемо приклад, що міститься в навчальному посібнику «Вища математика для майбутніх інженерів» [1] та може бути застосований для проведення евристичної бесіди.

Під час вивчення напруг, що виникають у твердому тілі, користуються поняттям еліпсоїд напруг. Півосі x, y, z є головною напругою в даній точці.

Довжина радіуса-вектора $\vec{p}$ від початку координат до будь-якої точки поверхні є значенням повної напруги (рис.1).

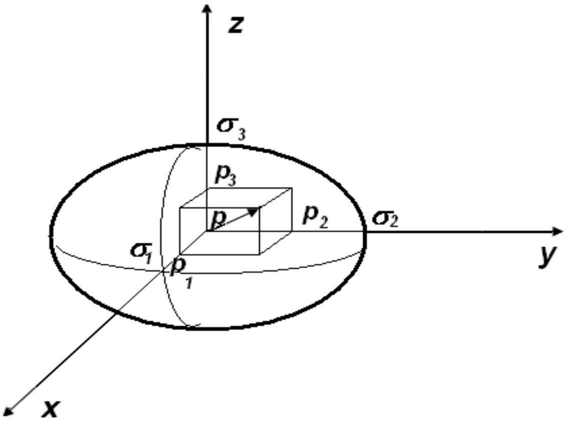


Рис. 1. Схема-зображення еліпсоїда напруг

Напрямні косинуси радіуса-вектора $\vec{p}$ рівні відповідно: $\cos\alpha = \frac{p_1}{\sigma_1}$, $\cos\beta = \frac{p_2}{\sigma_2}$, $\cos\gamma = \frac{p_3}{\sigma_3}$.

Якщо вважати, що

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1,$$

то $$\frac{p_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{p_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{p_3^2}{\sigma_3^2} = 1.$$

Отримане рівняння є рівнянням трьохосного еліпсоїда. Під час вивчення теми «Поверхні другого порядку» ми будемо розглядати створення рівнянь таких поверхонь, зображення і застосування їх в інженерній практиці.

Матеріал для евристичної бесіди до кожної теми запропоновано у навчальних посібниках [1; 2].

Якщо основна частина лекції зберігає переважно традиційний зміст, то форму подачі матеріалу можна змінити. За допомогою екрана, проектора й комп'ютера можна використати різноманітні ілюстративні матеріали, у тому числі мультимедійні демонстрації у вигляді презентацій. Навчальний матеріал презентацій підготовлено відповідно до мети формування прийомів евристичної діяльності під час лекційних занять. Подання матеріалу на слайдах уможливлює:

✓ виокремлення суттєвих ознак поняття в його означенні;

✓ підведення під поняття на основі його визначення;

✓ виведення наслідків з визначення поняття.

Проілюструємо це на прикладі слайдів, що пропонуються до теми «Неперервність функції».

Зміст слайдів має наступний вигляд.

Спочатку формулюється означення.

Функцію $f(x)$ називають *неперервною* в точці x_0, якщо виконуються умови:

1) вона визначена в цій точці і деякому її околі;

2) існує границя $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$;

3) ця границя дорівнює значенню функції в точці x_0, тобто

$$\lim_{x\to x_0} f(x)= \lim_{x\to x_0-0} f(x)= = \lim_{x\to x_0+0} f(x)= f(x_0).$$

Після цього на наступному слайді пропонується приклад, що записується у формі, яка сприяє його підведенню під визначення. Після формулювання питань спливаючим рядком зазначаються відповіді, що сприяють цьому підведенню в ході розв'язання наступного завдання.

Завдання. Для того, щоб дослідити функцію $y=\dfrac{\sin x}{x}$ на неперервність, необхідно перевірити:

1) чи існують точки, в яких функція невизначена?

Відношення функцій $y=\sin x$ та $y=x$ є неперервною функцією для всіх x, крім точки $x=0$, в якій дріб невизначений.

2) чи існує границя $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$?

Границя існує $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

3) чи виконується рівність

$$\lim_{x\to x_0} f(x)=\lim_{x\to x_0-0} f(x)=\lim_{x\to x_0+0} f(x)=f(x_0)?$$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=\lim\limits_{x\to x_0-0}\dfrac{\sin x}{x}=\lim\limits_{x\to x_0+0}\dfrac{\sin x}{x}$, але при $x=0$ функція невизначена.

На наступному слайді робиться висновок, в якому зазначається, що функція не є неперервною, коли $x=0$; серед наступних формулювань пропонується вибрати, до якого типу розриву відноситься ця точка.

Формулювання точок усувного та інших типів розриву наводиться на слайді за цією ж схемою. Наприклад, якщо:

1) існують точки, в яких функція невизначена;

2) існує границя $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$;

3) виконується рівність

$$\lim_{x\to x_0} f(x)=\lim_{x\to x_0-0} f(x)=\lim_{x\to x_0+0} f(x)=a,$$

але коли $f(x_0)\neq a$ або в цій точці функція невизначена, то x_0 – називають точкою усувного розриву.

Робимо висновок про тип точки розриву: $x=0$ – точка усувного розриву. На наступному слайді пропонується довизначити функцію у точці $x=0$, поклавши $y(0)=1$, та дістати вже неперервну функцію

$$y=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}, & \text{якщо } x\neq 0,\\ 1, & \text{якщо } x=0.\end{cases}$$

Виокремлення таким чином структур діяльності із застосуванням означень понять сприяє отриманню ідей розв'язування завдань та доведення теорем. За таким принципом можна запропонувати майже усі теореми про границі та теореми диференціального числення математичного аналізу, які викликають великі труднощі як під час їх формулювання, так і під час їх доведення.

Розглянемо створення схеми виведення наслідків з означення поняття та їх застосування у записі доведення теореми на прикладі теми «Локальний екстремум функцій» під час традиційної роботи викладача біля дошки.

Викладач формулює визначення локального екстремуму: точку x_0 називають *точкою локального максимуму* (*мінімуму*) функції $f(x)$, якщо:

1) існує такий окіл $0<|x-x_0|<\delta$ точки x_0, який належить області визначення функції;

2) для всіх x з цього околу $(x_0-\delta;\ x_0+\delta)$ виконується нерівність $f(x)<f(x_0)$ $\left(f(x)>f(x_0)\right)$.

Запитання викладача: які висновки можна зробити, якщо буде відомо, що $x_0=2$ є точкою максимуму функції $y=-(x-2)^2+3$?

Відповіді студентів:

1) для $x_0=2$ існує такий окіл $(2-\delta;\ 2+\delta)$, який належить області визначення функції;

2) для всіх x з цього околу $(2-\delta;\ 2+\delta)$ виконується нерівність $f(x)<f(2)$, тобто $f(x)<3$.

Викладач пропонує геометричний зміст означення локального екстремуму на рис. 2:

Рис. 2. $x_0=2$ – точка максимуму. Геометричний зміст означення

Викладач пропонує з'ясувати умови існування локального екстремуму: формулюється теорема (*необхідна умова локального екстремуму*).

Якщо функція $f(x)$ має в точці x_0 локальний екстремум і диференційована в цій точці, то $f^{/}(x_0)=0$.

Прокоментуємо, як пропонується доведення цієї теореми студентам для отримання оберненого зв'язку.

Викладач: з'ясуємо, що є умовою, а що – вимогою сформульованої теореми.

Відповіді студентів: за умовою x_0 – точка локального екстремуму функції $f(x)$; за вимогою теореми функція $f(x)$ диференційована в точці x_0.

Викладач: яка це теорема: проста чи складна?

Відповіді студентів: це теорема проста, тому що вимагає доведення єдиного факту – у точці x_0 похідна функції $f(x)$ дорівнює нулю, тобто $f^{/}(x_0)=0$.

Викладач: отже, за умовою x_0 – точка локального екстремуму, нехай це буде точка максимуму.

Запитання викладача: що це означає згідно означення точки локального максимуму?

Відповіді студентів: за означенням точки локального максимуму це означає, що:

1) існує такий окіл $(x_0-\delta;\ x_0+\delta)$ точки x_0, який належить області визначення функції;

2) для всіх x з цього околу $(x_0-\delta;\ x_0+\delta)$ виконується нерівність $f(x)<f(x_0)$.

Викладач: якщо узяти $x=x_0+\Delta x$, то $f(x_0+\Delta x)<f(x_0)$, тоді $f(x_0+\Delta x)-f(x_0)<0$, і $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$. Який знак відношення $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ отримуємо?

Відповіді студентів:

$$\frac{\Delta\, y}{\Delta\, x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta\, x} < 0,$$

якщо $\Delta x > 0$, і

$$\frac{\Delta\, y}{\Delta\, x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta\, x} > 0,$$

якщо $\Delta x < 0$.

Викладач: за вимогою теореми функція $f(x)$ диференційована в точці x_0.

Запитання викладача: що це означає?

Відповіді студентів: згідно з означенням це означає, що існує похідна

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Запитання викладача: що це означає для $f^{/}(x_0)$, якщо враховувати, що

$\frac{\Delta\, y}{\Delta\, x} < 0$, для $\Delta x > 0$, і $\frac{\Delta\, y}{\Delta\, x} > 0$,

для $\Delta x < 0$?

Відповіді студентів: це означає, що $f'(x) \geq 0$ для $\Delta x > 0$ і $f'(x) \leq 0$ для $\Delta x < 0$. Залишається єдина можливість $f'(x_0) = 0$.

Далі знов на попередньому прикладі коментується геометричний зміст теореми.

Висновки. Досвід авторів свідчить, що студентам подобаються такі лекції. Вони сприяють мотивації мислення, підвищують активність студентів та дають можливість зекономити час для обов'язкової заключної частини, яка найчастіше розпочинається по дзвонику або взагалі не проводиться.

Залучення майбутніх інженерів до евристичної діяльності у ході лекційних занять сприятиме активізації такої діяльності під час виконання домашніх завдань. Систематичне, цілеспрямоване формування евристичних прийомів, які складають основу формування евристичних умінь студентів технічних ВНЗ, дає можливість не тільки підвищити рівень їхньої математичної підготовки, а й якість підготовки зі спеціальних дисциплін.

1. Власенко К. Вища математика для майбутніх інженерів: навч. посібник для студентів технічних ВНЗ / К.В.Власенко; за ред. проф. О.І.Скафи. – Донецьк: Ноулідж, 2010. – 429 с.

2. Власенко К. Робочий зошит з вищої математики для майбутніх інженерів: навч. посібник для студентів технічних ВНЗ / К.Власенко, І.Реутова. – Донецьк: Ноулідж, 2010. – 124 с.

3. Євсеєва О.Г. Спектральний підхід до розробки системи навчальних задач з вищої математики на основі предметної моделі студента / О.Г.Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: ДонНУ, 2009. – №32. – С. 101–108.

4. Кирилащук С.А. Педагогічні умови формування інженерного мислення студентів технічних університетів у процесі навчання вищої математики: автореф. дис. на здобуття наукового ступеня канд. пед. наук за спеціальністю: 13.00.04 «Теорія і методика професійної освіти» // Світлана Анатоліївна Кирилащук; Вінницький державний педагогічний університет ім. Михайла Коцюбинського. – Вінниця, 2010. – 20 с.

5. Клочко В.І. Проблема трансформації змісту курсу вищої математики в технічних університетах в умовах використання сучасних інформаційних технологій / В.І.Клочко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: ДонНУ, 2004. – №22. – С. 10-15.

6. Краевский В.В. Чему учить? / В.В.Краевский // Вопросы образования. – 2004. – № 3.– С. 5-23.

7. Крилова Т.В. Концепція математичної підготовки студентів нематематичних спеціальностей вищої технічної школи / Т.В.Крилова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 25. – Донецьк: ТЕАН, 2006. – С. 21-24.

8. Максимова Т.С. Місце та основні компоненти професійно-евристичної діяльності в процесі формування майбутнього інженера / Т.С.Максимова // Наука і сучасність: зб. наук. праць. – Т. 49. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2005. – С. 81-88.

9. Михалін Г.О. Формування основ професійної культури вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу: дис. ... д-р

... д-р пед. наук: 13.00.04 «Теорія і методика професійної освіти» / Геннадій Олександрович Михалін; Національний педагогічний ун-т ім. М.П.Драгоманова. – К., 2004. – 413 с.

10. Працьовитий М.В. Методика вивчення векторного добутку векторів майбутніми вчителями математики / М.В.Працьовитий, Л.Л.Креш // Науковий часопис НПУ ім. М.П.Драгоманова: зб. наук. праць. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2010. – № 6. – С. 6-17.

11. Скафа О.І. Наукові засади методичного забезпечення кредитно-модульної системи навчання у вищий школі: монографія / О.І.Скафа, Н.М.Лосєва, О.В.Мазнєв. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2009 – 380 с.

Резюме. **Власенко Е.В., Реутова И.Н. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ ПРИЁМОВ НА ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЯХ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВТУЗОВ**. *В статье рассмотрен новый подход к определению содержания и структуры лекций по высшей математике в технических высших учебных заведениях, в основе которого лежит использование эвристических приёмов. Предложены некоторые рекомендации по организации эвристической деятельности будущих инженеров во время аудиторных занятий.*

Ключевые слова: *высшая математика, лекции, эвристические приёмы, будущие инженеры.*

Abstract. **Vlasenko E., Reutova I. USING THE HEURISTIC RECEPTIONS ON HIGHER MATHEMATICS LECTURE EMPLOYMENTS FOR THE STUDENTS OF HIGHER SCHOOL**. *In the article the new approach to the determination of content and structure of higher mathematics lectures in technical higher schools, in which the of heuristic receptions are used, has been considered. Some recommendations as of the organization of heuristic activity of future engineers during class studies have been offered.*

Key words: *higher mathematics, lectures, heuristic receptions, future engineers.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 13.04.2011 р.

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ПЕРЕДУМОВИ ФОРМУВАННЯ ПРИЙОМІВ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Т.П.Сулім,
аспірант,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

У статті розглянуті психолого-педагогічні передумови формування евристичних умінь студентів, дотримання сукупності яких може внести кардинальні зміни у навчально-виховний процес на заняттях з аналітичної геометрії та лінійної алгебри у зв’язку з поставленою проблемою дослідження.

Ключові слова: *евристичні вміння, евристична діяльність, евристичне навчання, студентський вік, мотивація, адаптація.*

Постановка проблеми. Формування професійно-орієнтованих евристичних умінь відбувається під час виконання студентами різних видів навчально-пізнавальної діяльності. Залучення студентів до навчально-пізнавальної евристичної діяльності на практичних заняттях з лінійної алгебри створює найбільш сприятливі умови, за яких студент, як зазначає Т.С.Максимова [1], виступає не лише як «об'єкт» педагогічного впливу, а і як активний суб'єкт цієї діяльності.

Створення оптимальних умов для розкриття та розвитку творчості, математичних здібностей та талантів студентів – значною мірою залежить від уміння викладача цілеспрямовано організувати та управляти їх евристичною діяльністю. Здійснювати таке управління можливо, спираючись на знання психолого-педагогічних закономірностей навчального процесу, які концентрують у собі досягнення психології, дидактики та відповідну методику.

Для побудови методичної системи формування прийомів евристичної діяльності студентів у першу чергу необхідно вивчити їх вікові та психологічні особливості, маючи на увазі лише ті з них, які важливо враховувати в процесі навчання математичних дисциплін.

Аналіз досліджень і публікацій. До недавнього часу вважалось, що рівень кваліфікації спеціаліста визначається виключно тим обсягом знань, які отримані в процесі навчання. Навіть рівень засвоєння знань істотно залежить від індивідуальних особливостей людини, яка навчається, зазначає Е.А.Климов [2]. Важливу роль у цьому процесі, як зазначають В.І.Ковальов [3], відіграють не тільки характеристики пізнавальних процесів (сприйняття, пам'яті, мислення та ін.), але також індивідуально-типологічні особливості особистості та її мотивація. Тому важливим є цілісна психологічна характеристика студентського віку та насамперед його творчих можливостей. Час навчання у ВНЗ співпадає із другим періодом юності та першим періодом зрілості, який відрізняється складністю становлення особистісних рис – процес, проаналізований у роботах Б.Г.Ананьєва, І.С.Кона, В.Т.Лисовського та А.В.Дмитрієва, В.А.Роменця, Н.Г.Мілорадової та ін.

Одним із структурних компонентів професійно-орієнтованої евристичної діяльності є мотиваційний компонент. У зв'язку з цим ми відмічаємо важливість мотивації професійно-орієнтованої евристичної діяльності. Свого часу С.Л.Рубінштейн зазначав, що для того, щоб особистість, яка навчається по-справжньому, включалась у роботу, потрібно, щоб завдання, поставлені перед нею, протягом навчальної діяльності, були не тільки зрозумілими, а й внутрішньо прийняті нею. Мотиваційна сфера студентів досліджується в роботах Л.О.Буйновської, Г.В.Терещук [4], Н.Ф.Токар [5], В.А.Якуніна [6], а також цією проблемою займалися В.Г.Асєєв, В.К.Вілюнас, і А.Н.Лєонтьєв [7], А.К.Маркова, Ш.Магомед-Ємінов, Л.М.Фрідман, В.С.Мерлін, П.В.Сімонов, та ін.

Передумовою активної діяльності студентів у навчанні лінійної алгебри на практичних заняттях та необхідною умовою її ефективності, тобто умовою для успішного включення студентів у різні види навчально-пізнавальної діяльності, під час здійснення яких відбувається формування евристичних умінь, – є адаптація. Питання адаптації студентів розглядають у своїх дослідженнях М.В.Левченко, А.Г.Мороз, Г.І.Постолова та інші.

Метою даної статті є дослідження психолого-педагогічних передумов формування прийомів евристичної діяльності студентів ВНЗ.

Виклад основного матеріалу. Студентські роки припадають на другу стадію професійного росту, а саме, навчання професії, а це вимагає суттєвих інтелектуальних та фізичних затрат. Студентство – період неоднорідний за своїми характеристиками. Так, інтелектуальні можливості студентів молодших курсів уступають відповідним характеристикам випускників. Можна виділити наступні труднощі спілкування першокурсників:

- труднощі встановлення взаємовідносин з людьми старшими за віком;
- труднощі виступу перед великою аудиторією;
- труднощі побудови аргументації.

Першокурсники виявляють схильність до відтворення діяльності за зразком ця особливість приписує викладачу будувати навчальну лекцію як завершену дидактичну одиницю, у визначеній логічній послідовності, подавати матеріал у зразковій структурі.

Пізнавальні інтереси молоді, на відміну від юнацтва, характеризуються тим, що молодь утримує в собі більше протилежних спрямувань. Крім того, молодість прагне відкривати найбільшу кількість джерел, що дають естетичне, інтелектуальне та моральне задоволення, однак ставлення до джерел нерідко буває недостатньо критичне.

У студентському віці помітно зміцнюються ті якості, яких не вистачало в повній мірі в старших класах – цілеспрямованість, рішучість, наполегливість, самостійність, ініціатива, уміння володіти собою. Збільшується інтерес до моральних проблем (цілей та образу життя, обов'язку, коханню, вірності та ін.).

У процесі навчання і психічного розвитку молоді відбувається процес адекватного самопізнання, оцінки своїх можливостей, згортання надмірного ідеалізму мрій. Проте молодість – це вік, коли прагнення до творчості найсильніше: цьому сприяє широта захоплень, інтересів. Психологи встановили, що найбільша кількість галузей людської діяльності стартує у творчому плані саме у вік молодості [1].

Наведений аналіз дає змогу стверджувати, що професійно-орієнтована евристична діяльність – це діяльність, яка за своїм характером відповідає особливостям віку студентства, завдяки прагненню людей цього віку до творчості, пізнання. Саме у студентів перших курсів доцільно формувати евристичні уміння, так як у цьому віці вже починають вимальовуватись індивідуальні риси творця.

Одним із структурних компонентів професійно-орієнтованої евристичної діяльності є мотиваційний компонент. Під мотивом ми будемо розуміти відповідь на питання, чому людина ставить перед собою ту чи іншу мету, діє так, а не інакше. Мотивація – це внутрішня детермінація поведінки та діяльності. Вона може бути обумовлена й зовнішніми подразниками середовища, що оточує людину. Але зовнішнє середовище діє на людину фізично, у той час як мотивація – процес психічний, що перетворює зовнішні впливи на внутрішні спонукання.

Нас цікавить мотивація навчально-пізнавальної евристичної діяльності студентів, а саме студентів молодших курсів. Під мотивом навчальної діяльності розуміються всі фактори, що зумовлюють виявлення навчальної активності: потреби, цілі, установки, почуття боргу, інтереси та ін.

Студенти першого курсу, так само як і школярі, найбільш високо оцінюють такі мотиви, як «хочу мати знання, щоб бути корисним суспільству», «хочу бути культурним та розвинутим», «подобається дізнаватися про нове», «хочу отримати освіту», «хочу підготуватися до обраної професії» та ін. Але є ще й престижні мотиви, які більш діючі, наприклад, «звик бути серед найкращих», «не хочу бути серед гірших», «приємно отримувати схвалення», «звик робити все добре». Саме останні мотиви є більш діючі для більшості першокурсників.

А.І.Гебос [8] виділяє фактори (умови), які сприяють формуванню позитивного мотиву до навчання:

* усвідомлення найближчих та кінцевих цілей навчання;

* усвідомлення теоретичної та практичної значущості знань, які засвоюються;

* емоціональна форма викладення навчального матеріалу;

* показ «перспективних ліній» у розвитку наукових понять;

* професійна спрямованість навчальної діяльності;

* вибір завдань, що створюють проблемні ситуації в структурі навчальної діяльності;

* наявність зацікавленості та «пізнавального психологічного клімату» в навчальній групі.

На базі загальної мотивації навчальної діяльності з’являється визначене ставлення до різних навчальних предметів. Воно зумовлюється:

а) важливістю предмета для професійної підготовки;

б) інтересом до визначеної сфери знань і до даного предмету як її частини;

в) якістю викладання (задоволеністю заняттями з даного предмета);

г) мірою складності оволодіння цим предметом, виходячи з власних здібностей;

д) взаємовідносинами з викладачем даного предмета.

Усі ці мотиватори можуть знаходитися в різних відносинах між собою і мати різний вплив на навчання, тому уявлення про мотиви навчальної діяльності можна отримати, тільки виявивши значущість для кожного студента всіх компонентів складної мотиваційної структури.

Надасть змогу сформувати більш розвинений інтерес до математичних дисциплін, як зазначає Т.С.Максимова [1], запровадження викладачем як традиційних, так і нетрадиційних форм та методів навчання, серед яких і евристичні, але підкріплених високим методичним, науковим, емоційним рівнем викладання та застосуванням ІКТ.

Таким чином, формування позитивних мотивів навчання аналітичної геометрії і лінійної алгебри у студентів-фізиків, пов'язане з формуванням професійних та пізнавальних мотивів, є однією з важливих передумов формування евристичних умінь, що у свою чергу обумовлює потребу та інтерес до професійно-орієнтованої евристичної діяльності на заняттях з аналітичної геометрії та лінійної алгебри.

Поняття мотиву пов’язано з поняттям діяльності. Діяльність без мотиву не буває. Основними «складовими» окремих людських діяльностей є дії, що їх створюють. Дією А.Н.Леонтьєв [7] називає процес, що підпорядкований уявленню про той результат, який повинен бути досягнутий, тобто процес, підпорядкований усвідомленій меті. Діяльність – це одиниця життя, опосередкована психічним відображенням, реальна функція якого складається в тому, що воно орієнтує суб’єкта в предметному світі. Іншими словами, діяльність – це не реакція і не сукупність реакцій, а система, що має будову, свої внутрішні переходи і перетворення, свій розвиток.

Як зазначає Г.А.Атанов [9], будь-яка діяльність, у тому числі і навчальна, складається з наступних елементів: потреба – мотив – мета – підцілі – задачі – підзадачі – дії

– операції – продукт. Будь-які дії та поступки людини визначаються будь-якими потребами. Те, заради чого здійснюється діяльність, – мотив. Те, для чого здійснюється діяльність, є метою діяльності. Центральним з точки зору організації та функціонування системи освіти, на думку Г.А.Атанова [9], є поняття навчального процесу. Навчальна діяльність є досить специфічним видом діяльності і має ряд особливостей. Вона представляє собою і мету, і продукт навчання.

Однією з основних особливостей навчальної діяльності, яка відрізняє її від інших видів діяльності, є те, що студент – це не тільки суб’єкт діяльності, але, одночасно, і її об’єкт. Таким чином, одна із особливостей навчальної діяльності полягає в невід’ємності її продукту від її суб’єкта.

Під навчальною діяльністю психологи розуміють діяльність студентів, яка спрямована на набування теоретичних знань про предмет вивчення та загальних прийомів розв’язання пов’язаних з ним завдань, і тому – на розвиток студентів та формування їх особистості.

У структурі діяльності, у тому числі і навчальної, В.В.Давидов [10] виділяє три компоненти: мотиви та навчальні завдання; навчальні дії; дії контролю та оцінювання. Навчальну діяльність, як зазначає З.І.Слєпкань [11], не можна звести до жодного з компонентів. Повноцінна навчальна діяльність завжди є єдністю взаємопроникненням усіх цих трьох компонентів. Тому у студентів необхідно формувати навчальні мотиви, завдяки чому знання та уміння набудуть для них особливого сенсу.

Розглянемо ще одну психологічну передумову формування прийомів евристичної діяльності студентів – проблему адаптації першокурсників. Ця проблема широко обговорюється в системі вищої освіти, і не випадково від успішності цього процесу багато в чому залежить подальша професійна кар'єра і особистісний розвиток майбутнього спеціаліста. Прийнято розрізняти три форми адаптації студентів-першокурсників до навчання у ВНЗ:

- *формальна*, яка торкається пізнавально-інформаційного пристосування до нового оточення, структури вищої школи, змісту навчання в ній, її традицій, своїх обов'язків.
- *соціально-психологічна (суспільна)* адаптація відображає процес внутрішньої інтеграції (об'єднання) групи студентів-першокурсників та інтеграцію цієї групи зі студентським оточенням у цілому. У цьому контексті основною функцією адаптації є прийняття індивідуумом норм і цінностей нового соціального середовища, форм соціальної взаємодії, які в ньому склалися, формальних і неформальних зв'язків, а також форм навчальної діяльності.
- *дидактична* форма адаптації торкається проблеми підготовки до нових форм і методів навчальної роботи *у* ВНЗ відображає, в першу чергу, інтелектуальні можливості студентів-першокурсників.

Під час роботи зі студентами 1-го курсу особливу увагу потрібно звернути на ряд чинників і умов, які зумовлюють активну (успішну) адаптацію вчорашніх школярів до життя у ВНЗ:

- знання студентів про структуру навчання у ВНЗ, знання своїх прав і обов'язків;
- зміна умов навчання до збільшення питомої ваги практичних занять і самостійної роботи;
- допомога кураторів в організації академічної групи в цілому;
- допомога викладачів, старшокурсників у плануванні навчальної, громадської і науково-дослідної роботи студентів 1-го курсу та ін.

Від того, як студенти почнуть оволодівати загальноосвітніми дисциплінами, зокрема математичними дисциплінами, з яким рівнем базової підготовки, в якому психологічному стані буде залежати їх ставлення до навчання в цілому як провідної діяльності в оволодінні майбутньою професією. Саме тому, важливим під час проведення практичних занять з аналітичної геометрії та лінійної алгебри є використання різних форм та методів навчання, прийомів цілеспрямованого впливу на особистість, які б полегшували та прискорювали перебіг процесу професійної адаптації першокурсників, пов'язаною з необхідністю пристосування до структури вищої школи, загального змісту й окремих компонентів навчального процесу, особливостей обраної професійної діяльності.

Формування евристичних умінь сприятиме розв'язанню проблеми фундаменталізації вищої освіти, тобто поглибленню загальнотеоретичної, загальноосвітньої, загальнонаукової та загально-професійної підготовки, оскільки їх природа дає можливість реалізовувати їх не тільки у професійній діяльності, яка торкається різних областей знань, але і в різних навчальних дисциплінах, як, наприклад, у математиці.

Активізація мислення та управління ним – задача важка та багатогранна. Будь-яке мислення, а тим більше евристичне, є пошуком та відкриттям нового, самостійними рухами до нових узагальнень. Усе це дає нам основу для ствердження про необхідність дотримання закономірностей мислення для введення евристичної задачі під час організації евристичної діяльності при вивчення алгебри і геометрії.

Як підкреслює З.І.Калмикова [12], в евристичній діяльності у тісній взаємодії знаходяться різні компоненти (і практичні, і образні, і понятійні), а перевага одного з них визначається особливостями психіки кожного студента. Відповідно до навчання повинен реалізуватися принцип гармонійного розвитку різних видів мислення.

На основі багаторічних психолого-педагогічних досліджень було доведено, що оволодіння знаннями та вміннями йде значно ефективніше, якщо при визначеній організації навчального матеріалу починати не з окремого, а з загального, не з деталей, а з головного, переходячи від загального до окремого, від головного до деталей, від принципів до їх використання. На нашу думку, треба користуватися цими ідеями в організації розв’язання навчальних проблем, розв’язанні евристичних задач.

Висновки. Отже, ми вважаємо, що при дотриманні розглянутих психолого-педагогічних передумов формування евристичних умінь студентів ВНЗ на заняттях з аналітичної геометрії та лінійної алгебри у сукупності, діалектичної єдності може внести кардинальні зміни у навчально-виховний процес на заняттях нашої дисципліни у зв’язку з поставленою проблемою дослідження.

1. Максимова Т.С. Психолого-педагогічні передумови формування евристичних умінь майбутніх спеціалістів / Т.С.Максимова // Гуманізація навчально-виховного процесу: зб. наук. праць. – Вип. XXI. – Слов'янськ: Видавничий центр СДПІ, 2004. – С. 138-145.

2. Климов Е.А. Индивидуальный стиль деятельности в зависимости от типологических особенностей нервной системы / Е.А.Климов. – Казань: Из-во Казанского университета, 1969. – 199 с.

3. Ковалев В.И. Учитывая степень мотивации / В.И.Ковалев // Вестник высшей школы. – 1985. – №8. – С.35-36.

4. Терещук Г.В. Педагогічна діагностика ціннісних орієнтацій молоді в процесі її соціального і професійного становлення / Г.В.Терещук // Педагогіка і психологія. – 1996. – №3. – С. 119-125.

5. Токар Н.Ф. Динаміка мотивації в процесі професійної підготовки / Н.Ф.Токар // Педагогіка і психологія. – 1997. – №4. – С.151-154.

6. Якунин В.А. Педагогическая психология: учеб. пособие / В.А.Якунин. – СПб.: Изд-во В.А.Михайлова: Изд-во «Полиус», 1998. – 639 с.

7. Леонтьев А.Н. Деятельность, сознание, личность / А.Н.Леонтьев. – М.: Полиздат, 1975. – 304с.

8. Гебос А.И. Психологические условия формирования положительной мотивации к обучению / А.И.Гебос // Воспитание, обучение, психологическое развитие: Тезисы докладов к V Всесоюзному съезду психологов СССР. Ч.1. – М., 1997.

9. Атанов Г.А. Деятельностный подход в обучении / Г.А.Атанов. – Донецк.: «ЕАИ-пресс», 2001. – 160 с.

10. Давыдов В.В. Предметная деятельность и онтогенез познания / В.В.Давыдов, В.П.Зинченко // Вопросы психологи. – 1998. – №5. – С.11-29.

11. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З.І.Слєпкань. – Тернопіль: Підручн. та посіб., 2004. – 240 с.

12. Калмыкова З.И. Психологические принципы развивающего обучения / З.И.Калмыкова. – М.: Знание, 1979. – 48 с.

13. Скафа О.І. Наукові засади методичного забезпечення кредитно-модульної системи навчання у вищій школі: монографія / О.І.Скафа, Н.М.Лосєва, О.В.Мазнєв. – Донецьк: Вид-во ДонНУ. – 2009. – 380 с.

Резюме. **Сулим Т.П. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ФОРМИРОВАНИЯ ПРИЕМОВ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ.** *Одним из путей решения проблемы воспитания творческой личности будущего физика есть формирование эвристических умений студентов на практических занятиях по аналитической геометрии и линейной алгебре. В статье рассмотренные психолого-педагогические предпосылки формирования эвристических умений студентов.*

Ключевые слова: *эвристические умения, эвристическая деятельность, эвристическое обучение, студенческий возраст, мотивация, адаптация.*

Abstract. **Sulim T. PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL PRECONDITIONS OF FORMING THE METHODS OF HEURISTIC ACTIVITY OF STUDENTS OF PHYSICAL MAJORS.** *One of the possible solutions of the problem of physicist's creative personality education is forming heuristic skills while practicing the analytical geometry and the linear algebra. The article considers psycho-pedagogical pre-conditions of forming heuristic skills of students.*

Ключевые слова: *heuristic skills, heuristic activity, heuristic teaching, student's age, motivation, adaptation.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 17.04.2011 р.

ПРОЕКТУВАННЯ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИХ КОМПЛЕКСІВ ДЛЯ ПІДТРИМКИ ЕВРИСТИЧНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

О.В.Павліна,
канд. педагог. наук,
Донецький національний університет,
Н.С.Малкова,
викладач,
Коледж Донецької академії автомобільного транспорту,
м. Донецьк, УКРАЇНА

У статті визначено поняття евристично-орієнтованого навчально-методичного комплексу з математики. Запропоновано етапи проектування цих комплексів. Їх використання у навчанні математики сприяє формуванню навчально-пізнавальної евристичної діяльності учнів, пізнавального інтересу до математики, підвищує активність школярів у процесі навчання математики.

Ключові слова: *комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання, навчально-методичний комплекс, евристичне навчання математики.*

Постановка проблеми. У зв'язку зі значними змінами у сучасній системі освіти, розробкою новітніх педагогічних технологій, ускладненням завдань, пов'язаних з модернізацією освіти, активним упровадженням інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у процес навчання, актуальним стає створення сприятливих умов для розкриття і розвитку творчості, математичних здібностей і талантів учнів. Вирішення цього завдання значною мірою залежить від уміння вчителя цілеспрямовано організовувати й управляти навчально-пізнавальною евристичною діяльністю школярів.

Проблемі реалізації евристичних ідей, організації та управлінню евристичною діяльністю в навчанні математики приділяли увагу такі науковці, як М.Б.Балк, К.В.Власенко, І.В.Гончарова, Н.І.Зільберберг, Л.Ларсон, Ю.О.Палант, Дж.Пойа, О.І.Скафа, А.В.Хуторський та ін. Проведений аналіз робіт вищеназваних авторів підтверджує, що суттю евристичного навчання є набуття учнями під керівництвом учителя особистого досвіду в конструюванні навчальної продукції.

Для реалізації евристичного навчання математики необхідно забезпечити вчителя засобами для організації та управління процесом пізнавальної діяльності школярів, учнів – засобами учіння, які стимулюють, активізують їх самостійну навчально-пізнавальну евристичну діяльність на уроках і сприяють підвищенню ефективності навчання загалом. У зв'язку з цим актуалізуються ідеї упровадження навчально-методичних комплексів (НМК) для підтримки евристичного навчання математики.

Аналіз актуальних досліджень та публікацій. Проблемі проектування навчально-методичних комплексів приділяли увагу такі науковці як А.І.Архіпова, Г.І.Бабко, А.І.Гомола, К.С.Видра, К.В.Власенко, В.М.Кухаренко, О.І.Моісеєнко, В.О.Садовникова, Л.С.Фрідман, В.С.Ширшова та ін.

Проведений аналіз робіт вищеназваних авторів показав, що створення таких комплексів з математики, розробка методики їх використання в системі евристичного навчання математики зумовлена потребами сучасної школи.

Ми згодні з авторами і вважаємо актуальним проектування навчально-методичних комплексів для підтримки евристичного навчання математики. Це сприятиме:

✓ створенню найкращих умов для управління освітнім процесом шляхом систематизації навчально-методичних матеріалів і зведенню до мінімуму нормативно-методичних, стандартно реалізованих документів;

✓ оптимізації підготовки та проведення занять, інтенсифікації всього навчально-виховного процесу;

✓ забезпеченню єдності вимог до учнів;

✓ активізації діяльності учнів, розвиткові пізнавальної активності учнів через диференціацію завдань з урахуванням їх індивідуальних здібностей, формуванню прийомів навчально-пізнавальної евристичної діяльності учнів;

✓ забезпеченню занять з математики навчально-методичними матеріалами;

✓ наданню методичної допомоги учням у навчальній, навчально-дослідницькій, науковій та інших видах діяльності та учителям, які не мають достатнього досвіду роботи.

Евристично-орієнтовані навчально-методичні комплекси ми визначаємо як сукупність дидактичних засобів навчання, у тому числі, друкованих посібників, технічних засобів навчання, прикладного програмного забезпечення з математики, які управляють навчально-пізнавальною евристичною діяльністю учнів у процесі навчання математики.

Метою статті є розгляд етапів проектування евристично-орієнтованих навчально-методичних комплексів з математики.

Виклад основного матеріалу.

Функції евристично-орієнтованого НМК.

1. Виступає в якості інструменту евристично – орієнтованого системно-методичного забезпечення навчального процесу, його попереднього проектування. У цьому його головна функція.

2. Об'єднує в єдине ціле різні дидактичні засоби навчання, підпорядковуючи їх цілям евристичного навчання математики.

3. Не тільки фіксує, а й розкриває вимоги до змісту дисципліни, яка вивчається, до умінь і навичок учнів, які містяться в освітньому стандарті, і тим самим сприяє його реалізації.

4. Служить накопиченню нових знань, новаторських ідей і розробок, стимулює розвиток творчого потенціалу педагогів.

Евристично-орієнтований навчально-методичний комплекс містить два блоки: електронний мультимедійний комплекс та методичні вказівки до використання НМК.

Методичні вказівки до застосування евристично-орієнтованого навчально-методичного комплексу складаються з документів двох типів.

Перша частина представлена програмою з математики, яка включає: пояснювальну записку, тематичний план, календарне планування, завдання для самостійної роботи, питання для поточного контролю, тести, питання до заліку, приклади контрольних і самостійних робіт, тематику реферативних робіт (якщо їх написання передбачається при вивченні теми), тематику кваліфікаційних робіт (робіт до МАН), тощо.

До другої частини відносяться методичні матеріали: підручники, посібники, опорні конспекти лекцій, інструктивно-методичні матеріали (алгоритми, плани, інструкції) до практичних, семінарських і лабораторних занять, до проведення ділових ігор і розв’язання ситуаційних задач, методичні рекомендації до використання програм, які управляють навчально-пізнавальною евристичною діяльністю учнів, методичні рекомендації до самостійної роботи, до тестових завдань та до виконання і захисту реферативних робіт та робіт до МАН, тощо.

Електронний мультимедійний комплекс містить (рис.1):

- історичну сторінку;
- теоретичний і додатковий теоретичний матеріал;
- програми актуалізації знань (тест-корекція, задача-метод, задача-софізм);
- навчальні програми зі складу евристико-дидактичних конструкцій (акцентована програма, зчеплена програма, програми із запізнілою корекцією, евристики та пошук розв’язання задачі);
- тест до теоретичного матеріалу;
- тест до ЗНО;
- прикладні задачі з евристичними підказками;
- «Цікаві сторінки» кросворди і ребуси;
- список рекомендованої літератури.

Рис. 1. Копія екрана електронного мультимедійного комплексу зі стереометрії («Многогранники», «Тіла обертання»)

При проектуванні евристично-орієнтованого навчально-методичного комплексу необхідно враховувати певні вимоги: евристично-орієнтований НМК має відрізнятися різноманітністю, відповідати варіативним освітнім програмам, розроблятися для всіх видів навчальної діяльності учнів.

Вимоги до змісту окремих компонентів евристично-орієнтованого НМК залежать від виду навчально-методичного матеріалу, але при їх виділенні необхідно дотримуватися комплексного підходу. Це означає, що евристично-орієнтований НМК з розділу або теми представляється у вигляді деякого комплексу, який у певній формі повинен:

- відображати зміст підготовки з розділу або теми, містити системи евристичних задач, обґрунтовувати рівні засвоєння матеріалу;
- містити матеріал, адекватний організаційним формам евристичного навчання математики і дозволяти учневі досягати необхідного рівня його засвоєння;
- надавати учневі можливість у певний момент часу перевіряти ефективність своєї праці, самостійно контролювати себе і корегувати свою навчальну діяльність [2].

Електронний мультимедійний комплекс – це найбільш ємна і значима для вчителів і учнів частина евристично-орієнтованого НМК. У цьому блоці евристично-орієнтованого НМК, крім включених до списку компонентів, можна рекомендувати вчителю створити систему евристичних завдань, якою учні повинні своєчасно забезпечуватися при організації самостійної роботи [3].

О.І.Скафа сформулювала основні вимоги до евристичних задач [3, 6], які можуть увійти до змісту навчання математики:

1) відбір завдань системи повинен відповідати змісту курсу математики та повноті представлення евристик;

2) завдання системи повинні відповідати їх функціям у процесі навчання математики, доцільному співвідношенню між евристичним і логічним компонентами на кожному етапі навчання математики;

3) кожне завдання має ідейну (значеннєву послідовність кроків, які ведуть до розв'язання завдання) і технічну складність. Тому важливим у системі завдань є чергування пріоритетів ідейної й технічної складності;

4) на прикладі розв'язання одного – двох завдань системи доцільно розглядати різні методи й способи розв'язання, а потім

порівнювати отримані результати з різними поглядами: стандартність і оригінальність, обсяг обчислювальної роботи, практична цінність, – що може придатися при розв'язанні інших завдань системи;

5) більш легкі й більш знайомі завдання системи повинні випереджати менш легкі й менш знайомі завдання;

6) уміння розв'язувати завдання одного типу повинно полегшувати розв'язання завдань інших типів;

7) відбір завдань системи необхідно здійснювати диференційовано для різних типологічних груп учнів;

8) завдання системи повинні сприяти міжпредметному узагальненню набутих знань і вмінь, сприяти спрямованості на «відкриття»;

9) у систему необхідно включати різні за структурою й змістом завдання для можливого усвідомлення головних математичних ідей шляхом виведення інтуїтивних міркувань на рівень усвідомлених логічних процесів за схемою: «передзнання» – формалізація – «післязнання», забезпечення мотивації цього переходу;

10) деякі завдання системи повинні пропонуватися у вигляді гіпотез, а в системі повинен передбачатися їх розвиток;

11) система завдань повинна сприяти оволодінню учнями прийомами евристичної діяльності, забезпечувати широту орієнтовної діяльності, мати прикладну спрямованість.

Створюючи таку систему завдань, яка забезпечить самостійну роботу учнів, доцільно враховувати:

- граничний обсяг домашніх завдань, оптимальні витрати часу на їх виконання;
- типові помилки при виконанні різних видів робіт, їх причини та заходи з їх засвоєння;
- варіативність практичних робіт (завдання, окремі розрахунки, складання опорних конспектів, побудова різних графічних і табличних робіт, тощо);
- інструкції: з вивчення найбільш «важких» тем (питань); з підготовки до контрольних робіт, захисту, заліків та іспитів; з оформлення підсумків самостійної роботи; з оцінки та самооцінки підсумкових робіт.

Проектування евристично-орієнтованого НМК можна представити у вигляді десяти етапів.

1. Робота з нормативною і навчально-методичною документацією.
2. Вибір засобів навчання, у залежності від поставленої до евристично-орієнтованого НМК мети і способу її реалізації.
3. Добір і аналіз інформаційних джерел для ознайомлення з основами роботи з евристично-орієнтованим НМК та його створення.
4. Створення дидактичних матеріалів для евристично-орієнтованого НМК майбутніми вчителями математики під керівництвом групи викладачів основних курсів «Елементарна математика», «Методика викладання математики» та спеціального курсу «Інформаційно-комунікаційні технології у навчанні математики».
5. Створення структури, сценарію і розробка інтерфейсу електронного мультимедійного комплексу. На даному етапі розробляється єдиний стиль оформлення як у композиційному, так і в колірному рішенні, визначається доцільна кількість елементів інтерфейсу, призначених для роботи користувача з програмою, до кожного з яких надається пояснення, яке з'являється при вказівці на деякий елемент або постійно присутнє на екрані [4].
6. Визначення середовища або програмного забезпечення, в якому будуть створюватися складові комплексу [5].
7. Розробка алгоритму роботи з евристично-орієнтованим НМК.
8. Вибір форм (лекція, семінар, колоквіум, ділова гра, бінарний або інтегрований урок, урок-тренінг, урок-змагання, урок-конференція тощо) і методів (пояснювально-ілюстративного, евристичної бесіди, дослідницького, евристичних питань, евристичного дослідження, гіпотез, прогнозування, помилок, синектики, тощо) евристичного навчання математики для роботи з розробленим навчально-методичним комплексом.
9. Апробація евристично-орієнтованого навчально-методичного комплексу у навчальному процесі.
10. Аналіз і корекція евристично-орієнтованого НМК.

Важливо, щоб електронний мультимедійний комплекс був забезпечений доступною навчальною та методичною літературою, яка подає матеріал за принципом «від простого до складного», і містив достатню кількість завдань. Але незалежно від існування цієї літератури, вчитель, який проводить урок із застосуванням електронного мультимедійного комплексу, повинен створити відповідні пояснення для проведення уроку на основі використання цього НМК (як для учня, так і для себе). Забезпечення електронного мультимедійного комплексу методичними рекомендаціями дозволяє пояснити, як користуватися програмою та які цілі її використання на уроці [7].

Висновки. Дослідження науковців і наші спостереження свідчать про цілком доцільне використання евристично-орієнтованих навчально-методичних комплексів у навчанні математики. Створення таких комплексів – процес тривалий та складний, але їх використання у процесі навчання дозволяє розширити і поглибити зміст математичної освіти, сприяє інтенсифікації процесу навчання, його результативності, інтелектуальному розвиткові учнів, побудові індивідуальної траєкторії їх навчання. Позитивна дидактична функція використання евристично-орієнтованих НМК у навчальному процесі з математики полягає ще й у тому, що вони створюють умови для формування навчально-пізнавальної евристичної діяльності.

1. Власенко К.В. Теоретичні й методичні аспекти навчання вищої математики з використанням інформаційних технологій в інженерній машинобудівній школі: монографія / К.В.Власенко; Науковий редактор д.пед.н., проф. О.І.Скафа. – Донецьк: «Ноулідж» (донецьке відділення), 2011. – 410 с.

2. Садовникова В.А. Комплексное учебно-методическое обеспечение и содержание дисциплины регионального компонента / В.А.Садовникова // Среднее профессиональное образование. – 2003. – № 11. – С. 25 – 28.

3. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология: монография / Е.И.Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

4. Скафа О.І. Евристичне навчання математики як комп'ютерно зорієнтована методична система / О.І.Скафа, О.В.Тутова // Зб. наук. праць Бердянського держ. пед. ун-ту (Педагогічні науки). – № 3. – Бердянськ, БДПУ, 2009. – С. 73 – 80.

5. Скафа О.І. Комп'ютерно-орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики: навчально-методичний посібник / О.І.Скафа, О.В.Тутова; [Донецький національний університет]. – Донецьк: вид-во «Вебер» (Донецька філія), 2009. – 320 с.

6. Скафа О.І. Концепція формування прийомів евристичної діяльності учнів в процесі навчання математики / О.І.Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Вип. 22. – Донецьк, Фірма «ТЕАН», 2004. – С. 69 – 75.

7. Ширшова В.С. Тенденция развития образовательных комплексов / В.С.Ширшова // Среднее профессиональное образование. – № 11. – 2001. – С. 22.

Резюме. **Павлина О.В., Малкова Н.С. ПРОЕКТИРОВАНИЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ ЭВРИСТИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ.** *В статье определено понятие эвристически-ориентированного учебно-методического комплекса по математике. Предложены этапы проектирования этих комплексов. Их использование в обучении математике содействует формированию учебно-познавательной эвристической деятельности учеников, познавательного интереса к математике, повышает активность школьников в процессе обучения математике.*

Ключевые слова: *компьютерно-ориентированные средства обучения, учебно-методический комплекс, эвристическое обучение математике.*

Abstract. **Pavlina O., Malkova N. PLANNING OF EDUCATIONAL AND METHODICAL COMPLEXES FOR THE SUPPORT OF HEURISTIC TEACHING OF MATHEMATICS.** *In the article the concept of heuristic-oriented educational and methodical complex of mathematics has been defined. The stages of planning of these complexes have been offered. Their use in the process of teaching mathematics ensures forming the educational-cognitive heuristic activity of students, cognitive interest to mathematics, promotes activity of schoolchildren in the process of teaching mathematics.*

Key words: *computer-oriented facilities of teaching, educational and methodical complex, heuristic teaching of mathematics.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 23.05.2011 р.

МОДЕЛЮВАННЯ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ У ПРОЦЕСІ ФОРМУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПОНЯТЬ

О.В.Амброзяк,
аспірант,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Розкрито основні положення застосування моделювання евристичної діяльності у процесі формування геометричних понять.

Ключові слова: *методика, евристика, моделювання, геометрія, поняття.*

Постановка проблеми. Пріоритетним завданням шкільної математичної освіти є розвиток креативного учня – майбутнього спеціаліста з нешаблонним мисленням, здатного знаходити та приймати нестандартні рішення. Важливою умовою розв'язання цього завдання є формування у школярів евристичних умінь, що у свою чергу пов'язано з підвищенням ефективності опанування учнями розумових дій. Найбільш продуктивним шляхом активізації розумової діяльності є евристична спрямованість навчання.

Запровадження та використання евристичного навчання геометрії зумовило необхідність удосконалення методики та технології навчання цього предмета. Фундаментальною базою для вирішення вказаного питання, зазначає Г.І.Саранцев [3], є вдосконалення системи формування геометричних понять.

Аналіз актуальних досліджень. Вивченням евристичних ідей, формуванням евристичних прийомів діяльності в навчанні математики займалися такі науковці, як В.І.Андрєєв, А.К.Артемов, М.Б.Балк, М.І.Бурда, К.В.Власенко, І.В.Гончарова, І.А.Горчакова, Н.І.Зільберберг, Ю.М.Колягін, Ю.М.Кулюткін, Л.Ларсон, Т.С.Максимова, Т.М.Міракова, В.М.Осинська, Ю.О.Палант, Дж.Пойа, В.Н.Пушкін, Г.І.Саранцев, Є.Є.Семенов, О.І.Скафа, Л.М.Фрідман та інші.

Дослідженню проблеми формування та розвитку математичних понять, зокрема геометричних, присвятили свої праці Т.В.Автомонова, І.Н.Антіпов, Б.І.Аргунов, Г.П.Бевз, А.А.Єфімчук, В.І.Зикова, А.С.Ільїн, О.В.Кужель, Н.Д.Мацько, В.В.Нікітін, Г.І.Саранцев, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкова, А.Я.Чебикін, Л.О.Черних, В.Д.Чистяков, Л.С.Шварцбурд та інші.

Незважаючи на велику кількість досліджень у сфері формування прийомів евристичної діяльності на уроках математики, поза увагою науковців залишається проблема формування геометричних понять як специфічної форми мислення шляхом організації евристичної діяльності учнів та управління нею.

Традиційна технологія процесу формування геометричних понять заснована на методиці навчання математики, де досить добре досліджено і виділено етапи формування понять. Але вказаний процес не може бути алгоритмізованим в усіх деталях і потребує творчого підходу, його реалізації за допомогою задач, розв'язування яких базується на використанні різноманітних евристик.

Метою даної статті є розгляд доцільності використання моделювання евристичної діяльності при формуванні геометричних понять у середній школі.

Виклад основного матеріалу. Формування поняття – одне з головних завдань навчання математики в школі.

Поняття – це форма мислення, в якій відображені істотні властивості об'єктів вивчення.

Процес формування понять, як правило, складний та довготривалий психологічний процес, який починається з утворення найпростіших форм пізнання – відчуттів, найчастіше відбувається за такою схемою: відчуття – сприйняття – уявлення – поняття [2]. У випадках, коли поняття, що формується, пов’язане з категорією нескінченності (точка, пряма, площина), етап утворення відчуття не приносить користі для учня, тому випадає з загальної схеми.

Сформувати поняття про об'єкт означає розкрити всі істотні властивості об'єкта в їх цілісній сукупності. Діяльність учня (суб'єкта) при цьому спрямована на вивчення математичного об'єкта, а продуктом цієї діяльності, як зазначає Л.М.Фрідман [7], буде правильне поняття.

Реалізація виховання творчої особистості у контексті формування геометричних понять передбачає вміння учнів бачити у поняттях, що вивчаються, найбільш суттєві властивості, розуміти їх значення для розв’язання відповідних практичних задач та застосовувати отриману систему знань про об’єкт у різних видах діяльності.

Для здійснення такого формування понять П.Я.Гальперін [6] пропонував озброєння учнів при вивченні будь-якого поняття орієнтовною основою дій з цим поняттям для розв’язання відповідних задач, яка може виражатися у вигляді або готового алгоритму, або у вигляді евристичної схеми розумової діяльності розпізнавання належності об’єкта до вказаного поняття.

У свою чергу В.І.Зикова [2, 193] пропонує використовувати шлях варіації об’єктів, що описуються поняттям: «Щоб учні … могли оперувати поняттями, необхідно якісно розроблений наочний досвід…».

Варіація неістотних ознак і виділення на цій основі суттєвих відбувається у результаті власної пошукової діяльності учнів, що значно підсилює якість засвоєння отриманих знань. Як зазначає Н.О.Менчинська [8], учень (під керівництвом дорослого) сам повинен «будувати» поняття (знання); розрізняти істотні та неістотні ознаки (а не отримувати їх у готовому вигляді), спиратися на особистий досвід пізнання, співвідносити його з тим, що пропонує дорослий, тобто здійснювати розгорнуту пошукову діяльність, а не користуватися готовими орієнтирами. Адже психологічною особливістю учнів середньої школи є краще осмислення та запам’ятовування тієї інформації, яка здобута в процесі самостійного відкриття, поступового смислового навантаження, проілюстрована яскравими прикладами, життєвими ситуаціями та наочністю.

Всі математичні поняття являють собою абстрактні об’єкти. Тому процес формування поняття сприяє розвитку узагальнюючої та абстрагуючої діяльності учнів. Слід зазначити, що при формуванні поняття використовується послідовність психологічних операцій, які водночас є прийомами розумової діяльності з класу загальних евристик: аналіз, синтез, форми порівняння – співставлення і протиставлення ознак, абстрагування, ідеалізація, узагальнення. У зв’язку з цим доцільно та раціонально спонукати учнів до реалізації евристичної діяльності.

У своїх дослідженнях ми використовуємо чотири етапи формування математичних понять, запропонованих О.І.Скафою [4]:

1) пропедевтичний етап – підготовка до формалізації (актуалізація знань і мотивація введення поняття) – введення;

2) етап розкриття змісту поняття і створення уявлення про його обсяг, а також засвоєння термінології і символіки – засвоєння;

3) етап відпрацювання навичок використання поняття при розв’язуванні найпростіших задач – закріплення;

4) етап включення поняття в систему змістових зв’язків з іншими поняттями – застосування.

Для реалізації евристичного навчання у процесі формування геометричних понять слід мати на увазі, що завдання на кожному етапі зазначеної схеми повинні відноситися до евристичних, тобто мати дослідницький характер, вимагати нестандартного мислення. Найбільш доцільними є такі вправи і завдання, як: евристична бесіда, нестандартні задачі, «намалюй картинку», «моделюй», «використовуй аналогію», вправи на розпізнавання, виведення наслідків, на доповнення умов, тести.

Як зазначає Л.М.Фрідман [7], принцип моделювання у навчанні математики означає, по-перше, вивчення змісту шкільного курсу математики з модельної точки зору, по-друге, формування в учнів умінь та навичок математичного моделювання різноманітних явищ та ситуацій, по-третє, широке використання моделей як зовнішніх орієнтирів для внутрішньої мисленнєвої діяльності, для розвитку науково-теоретичного стилю мислення.

Особливої уваги заслуговує моделювання навчальної діяльності учнів, зокрема формування геометричних понять в умовах використання евристичного навчання, доцільність якого обґрунтовано вище.

У теорії про орієнтовні основи дій, як зазначає Н.Ф.Тализіна [6], П.Я.Гальперін ІІІ тип орієнтування відводив евристичному навчанню, оскільки він наголошував на тому, що учням дається метод аналізу об'єктів для самостійного складання повної орієнтовної основи дій. Він зазначав, що моделювання потрібно використовувати для формування в учнів повноцінних розумових дій за ІІІ типом орієнтування. У випадку формування понять, результатом такої діяльності стає складання учнями евристичних схем розпізнавання об'єктів.

Моделювання у геометрії, як зазначає І.А.Горчакова [1], також необхідне і для формування науково-теоретичного стилю мислення, розвитку рефлексивної діяльності учнів. Важливою умовою повного засвоєння навчального матеріалу є не тільки оволодіння навичками виконувати різноманітні розумові дії, але й можливість проаналізувати ці дії. Одним із завдань вчителя у процесі навчання геометрії розвивати в учнів бажання та необхідність аналізувати факти, елементи задачі, дії у школярів треба поступово привчати виконувати подібні дії. Для реалізації цього завдання корисними виявляється складання різноманітних схем-моделей вивченого матеріалу, складання схем-дій з розв'язування задач певного виду, складання класифікаційних схем понять та ін.

Вид і характер моделювання визначається головним чином характером сформованих у суб'єкта евристичних схем пошуку розв'язання і характером самої задачі.

При моделюванні евристичної діяльності використовуємо таку схему розв'язування завдань:

– вибір об'єкта, цілей, вихідних даних;

– аналіз завдання, постановка завдань, уточнення інформації, висування гіпотез;

– обговорення гіпотез («мозковий штурм», обговорення альтернатив, вибір оптимальної гіпотези);

– пошук розв'язку (реалізація обраної гіпотези);

– доведення правильності розв'язання;

– підведення підсумків.

Реалізуючи наведені вище етапи формування геометричних понять при моделюванні евристичної діяльності учнів, спираємося на схему системи завдань, запропоновану О.І.Скафою [5].

Так, на першому етапі формування геометричних понять, при виконанні вправ на застосування раніше вивчених понять і теорем, використовуємо евристичні бесіди, нестандартні задачі.

Наприклад, у 11 класі під час формування поняття об'єму піраміди використовуємо нестандартну задачу такого змісту.

Кожна дівчина бажає мати у своїй колекції величезний діамант найвищої чистоти. На родовищі з видобутку алмазів було знайдено камінь такого виду.

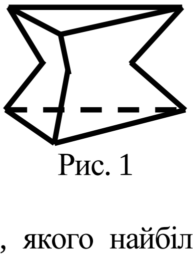


Рис. 1

Визначити, якого найбільшого об'єму може бути цілий відшліфований діамант.

Розв'язати задачу у такому формулюванні учні не можуть, тому отримують першу підказку: «розгляньте рисунок і визначте, які фігури зображені». Після аналізу учні визначають, що побудоване тіло складається з двох пірамід, але при цьому вони ще не можуть перейти до визначення об’єму. Тому слід використати наступну евристику – «переформулюй умову задачі».

У результаті такої діяльності учні приходять до такої умови: «Дві правильні чотирикутні піраміди мають спільну висоту, причому вершина кожної піраміди лежить у центрі основи другої. Бічні ребра однієї перетинають бічні ребра другої. Бічне ребро *l* нижньої піраміди утворює з висотою кут α. Бічне ребро верхньої піраміди утворює з висотою кут β. Знайти об’єм спільної частини двох пірамід».

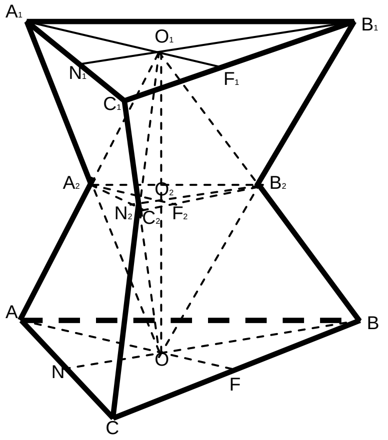


Рис. 2

Розв’язання задачі за сформульованою умовою дозволяє учням зробити відповідний рисунок (рис. 2) та визначити об’єм спільної частини пірамід. При цьому учні знову аналізують вид отриманого тіла і приходять до висновку, що воно складається з двох правильних пірамід, висоти яких лежать на одній прямій.

На другому етапі формування геометричних понять для засвоєння виділених істотних властивостей поняття використовуємо завдання п’яти типів:

1. Вправи на розпізнавання об’єкта.

2. Вправи на знаходження помилок у означенні.

Важливо навчати школярів відшукувати зайві слова в означенні. Доречні вправи зі скорочення визначення шляхом використання терміна. Корисно давати завдання на порівняння двох однаково правильних і однаково коротких визначень з погляду того, яке з них легше перевірити (підвести конкретний випадок під означення).

3. Вправи на побудову об’єктів, що задовольняють зазначені властивості.

Наприклад. Дано паралелограм *ABCD*. Нехай точки *M* і *N* – середини сторін *BC* і *AD*. Доведіть паралельність відрізків *MN* і *AB*. На сторонах *AD* і *BC* відклали рівні відрізки *AN* і *BM*, а на сторонах *AB* і *CD* – рівні відрізки *AК* і *DL*, після чого провели *KL* і *MN*. Скільки паралелограмів на такому рисунку?

4. Вправи з моделями фігур.

5. Вправи на виділення наслідків із означення поняття.

Наприклад, відновіть паралелограм, якщо на рисунку збереглися такі його елементи:

а) сторона і точка перетину діагоналей;

б) три вершини;

в) середини трьох сторін;

г) вершина і середини двох сторін.

На етапі закріплення геометричних понять використовуємо вправи такого характеру:

– на розпізнавання об’єктів, що належать обсягові поняття;

– на виведення наслідків із належності об’єктів поняттю.

На етапі застосування геометричних понять особливу увагу приділяємо встановленню зв’язків досліджуваного поняття з іншими, тому доцільними вважаємо такі вправи:

– на застосування понять у різних ситуаціях з елементами поєднання вправ усіх раніше відпрацьованих вправ;

– на систематизацію поняття;

– на складання класифікаційних схем та визначення місця вивченого поняття у системі інших.

Моделювання діяльності передбачає тісний взаємозв’язок між вказаними вправами, адже перехід до наступної відбувається лише за умови успішного виконання попередньої, що створює можливість якісного засвоєння матеріалу. Для досягнення цієї мети створюються система підказок різного ступеня деталізації для учнів з різним рівнем навчальних досягнень.

Методика формування поняття, як зазначає О.І.Скафа [4], повинна носити евристичний характер, тобто на кожному етапі учень має бути «занурений» усередину процесу і самостійно під керівництвом учителя знаходити такі методи і прийоми, що дозволяли б йому відкривати нові для себе дії, знаходити перспективні лінії в усвідомленні невідомих об'єктів, конструювати їх, будувати зв'язки сконструйованого поняття з іншими раніше вивченими поняттями і фактами і, тим самим, творчо розвиватися.

Висновки. Таким чином, використання моделювання евристичної діяльності у процесі формування геометричних понять підвищує інтерес до предмета, сприяє кращому засвоєнню матеріалу, розвиває особистість учня.

Все вище зазначене доводить необхідність подальшої розробки евристик та евристичних конструкцій як засобу моделювання евристичної діяльності при формуванні геометричних понять для середньої школи.

1. *Горчакова І.А. Моделювання як засіб розвитку евристичної діяльності учнів основної школи / І.А.Горчакова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2001. – Вип. 15. – С.80-90.*

2. *Зыкова В.И. Оперирование понятиями при решении геометрических задач / В.И.Зыкова // Известия АПН РСФСР, 1950, Вып. 28. – С. 155-195.*

3. *Саранцев Г.И. Формирование математических понятий в средней школе / Г.И.Саранцев // Математика в школе. – 1998. – № 6. – С. 27-30.*

4. *Скафа Е.И. Эвристические приемы при формировании математических понятий / Е.И.Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2001. – Вип. 15. – С.68-80.*

5. *Скафа О.І. Методичні складові етапів формування понять в евристичному навчанні математики / О.І.Скафа // Математика в школі. – 2004. – № 1. – С.35-38.*

6. *Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н.Ф.Талызина. – М.: Изд-во Московск. ун-та, 1975. – С. 43.*

7. *Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математики в школе: учителю математики о пед. психологии / Л.М.Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.*

8. *Якиманская И.С. Проблемы развития в трудах Н.А.Менчинской / И.С.Якиманская // Вопросы психологии. – 1995. – №3. – С. 11-19.*

Резюме. **Амброзяк О.В. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ.** *В статье раскрыты основные положения применения моделирования эвристической деятельности в процессе формирования геометрических понятий.*

Ключевые слова: *методика, эвристика, моделирование, геометрия, понятия.*

Abstract. **Ambrozyak O. MODELING HEURISTIC ACTIVITY IN THE PROCESS OF GEOMETRICAL CONCEPT FORMING.** *This article provides main provisions application of the modeling heuristic activity in the process of geometrical concept forming.*

Key words: *methodology, heuristic, modeling, geometry, the concept.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 03.04.2011 р.

ПОЄДНАННЯ ЛОГІКИ ТА ЕВРИСТИКИ У НАВЧАННІ УЧНІВ ГУМАНІТАРНИХ КЛАСІВ

В.С.Прач,
аспірант,
Черкаський національний університет ім. Б.Хмельницького,
м. Донецьк, УКРАЇНА

У статті запропоновані прийоми евристичних правил та операцій, які можна використовувати на факультативних заняттях для учнів гуманітарних класів. Це дозволяє формувати прийоми навчально-пізнавальної евристичної діяльності учнів-гуманітаріїв, підвищує їх активність у процесі навчання.

Ключові слова: *логіка, евристика, профільне навчання, компетентність, навчально-пізнавальна діяльність.*

Постановка проблеми. Реформування освіти в Україні вимагає впровадження в школі нових організаційних форм роботи з учнями. У нормативних документах зазначається, що старша школа має функціонувати як профільна і сприяти формуванню таких компетентностей учнів, які забезпечать подальший розвиток, самовдосконалення та самореалізацію молодої людини. Тому передбачається, як визначено в документах [1, 2, 3], ширше застосовувати варіативний компонент навчального плану (курси за вибором, факультативні курси).

Головним завданням загальноосвітньої школи, профільних класів є створення сприятливих умов для розкриття й розвитку творчості, математичних здібностей і талантів учнів. Вирішення цього завдання значною мірою залежить від уміння вчителя цілеспрямовано організовувати й управляти евристичною діяльністю школярів.

Використання прийомів евристичних правил і операцій сприяє формуванню в учнів-гуманітаріїв логічного, абстрактного та алгоритмічного типів мислення, пошукової евристичної діяльності. Логіка та евристика є невіддільними складовими майбутніх фахівців у будь-якій галузі. Як відзначає Г.І.Саранцев [6], до 60-х років XX століття математичне доведення ототожнювалося з його логічною формою, початок якої поклав Евклід і надалі закріплено працями Д.Гільберта й підручниками А.Н.Кисильова.

Із впровадженням у практику навчання математики евристичних прийомів змінюються традиційні уявлення про логічну форму доведень математичних пропозицій. Зараз одним із сучасних методологічних підходів розробки методики навчання доведенню є єдність логіки та евристики.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Проблемі реалізації евристичних ідей, діалектиці евристичної діяльності в навчанні математики приділяли увагу такі сучасні математики й методисти, як Г.Д.Балк, Г.П.Бевз, М.І.Бурда, В.Г.Болтянський, Б.А.Вікол, Б.В.Гніденко, С.Г.Губа, Ю.М.Колягін, Т.М.Міракова, А.Д.Мишкіс, Ю.О.Палант, Г.В.Дорофєєв, З.І.Слєпкань, Г.І.Саранцев, Є.Н.Турецький, Л.М.Фрідман, С.І.Шапіро, П.М.Ерднієв, І.І.Зільберберг, Е.Е.Семенов, О.І.Скафа та інші.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, яким присвячується означена стаття. Конкретних досліджень, які б розкривали проблеми евристичного навчання учнів гуманітарних класів старшої школи на факультативних заняттях, немає. Саме цьому питанню й присвячена дана стаття.

Мета статті – розкриття сутності використання прийомів евристичних правил і операцій та управління евристичною діяльністю учнів гуманітарних класів під час вивчення математики на факультативних заняттях.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для успіху в подальшій практичній або науково-дослідницькій діяльності гуманітаріям необхідні знання про світ випадкових явищ – подій, величин і процесів – про правила перевірки гіпотез та оцінку достовірності висновків і, нарешті, про аналіз даних експерименту або спостереження. При цьому для кращого розуміння й засвоєння математичних понять, прийомів і методів необхідне поєднання у викладі абстрактного та конкретного, індукції й дедукції, руху від простого до складного; необхідні прості приклади, на основі яких формується уявлення про доведення як поєднання логіки та евристики.

Уся евристична діяльність заснована на евристичних правилах і операціях, які служать фундаментом для вироблення стратегії розв'язання задач. Як стверджує О.І.Скафа [7], вона є системою елементів евристичної діяльності, взаємозв'язаних правдоподібними міркуваннями, і направлена на формування вірогідного (правдоподібного) плану. Евристичні операції, засновані на індукції, аналогії та інших розумових процесах, як зазначає А.Г.Роках [5], є окремими випадками правдоподібних міркувань. У цій сукупній діяльності знаходять застосування і доказові висновки (міркування), такі висновки, в яких підтверджується наслідок деякого припущення. Вони тісно взаємозв'язані з евристичними висновками, в яких при підтвердженні наслідку початкове припущення стає правдоподібнішим. Ці висновки, зосереджує автор, доповнюють один одного, переходячи з одного вигляду в інший, залежно від інформаційного забезпечення. Розглянемо цей зв'язок на схемах, подібних схемам логіки.

Підтвердження наслідку. Хай А – деяке припущення, а В – деякий наслідок з А. У початковий момент щодо істинності А і В нам нічого невідомо. Таким чином, у нас є тільки інформація, що А відповідне В. Якщо вдалося довести, що В помилкове, то можливо припустити, що і А помилкове. Ми маємо доказовий висновок:

А відповідне В$\Rightarrow$ В – помилкове $\Rightarrow$А – помилкове.

Словесне формулювання схеми таке: якщо відомо, що припущення А вабить вислів В, а також відомо, що вислів В помилковий, то витікає, що А – помилкове.

Тепер розглянемо можливий випадок, коли вислів В виявиться правильним. Тоді висновок втрачає доказову силу. Підтвердження деякого вислову В (наслідку В) ймовірно припущення А не доводить А, але робить його правдоподібнішим. Одержана схема є фундаментальною індуктивною схемою евристичного висновку:

А відповідне В$\Rightarrow$ В – істинне$\Rightarrow$ А – правдоподібніше.

Таким чином, підтвердження наслідку робить припущення правдоподібнішим.

Розглянемо такий випадок доказового висновку:

А$\Rightarrow$В, тобто з припущення А витікає В;

В – істинне, А – правдоподібне.

Таким чином, підтвердження наслідку не доводить припущення (гіпотезу) А, але повідомляє його більшу правдоподібність.

Розглянемо послідовне підтвердження декількох наслідків, які витікають з припущення А.

Припущення А. Об'єм усіченого кругового конуса, висота якого дорівнює Н, радіуси основ r, R, дорівнює $V_{у.к.} = \frac{H}{3}\pi(R^2+R\cdot r+r^2)$ (1) (рис. 1).

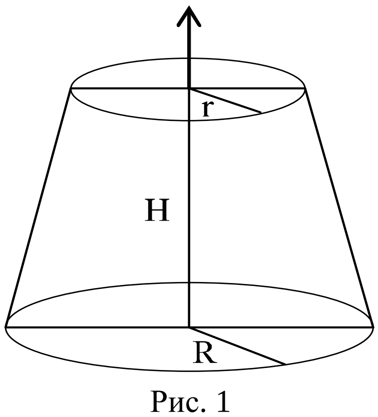


Рис. 1

Перевіримо формулу на узгодженість із попереднім геометричним матеріалом.

Наслідок B_1. При R = r усічений конус перетворюється на циліндр. Вважаючи у формулі (1) R = r, одержимо: $V_{ц.} = \pi R^2H$, де H – висота циліндра, R – радіус основ циліндра. Одержана з формули (1) формула співпадає з доведеною в геометрії формулою для об'єму циліндра. Таким чином, наслідок B_1 – правильний. Воно узгоджується з припущенням А. Висновок: припущення А може бути правильним.

Наслідок B_2. При r = 0 усічений конус перетворюється на конус (рис. 2).

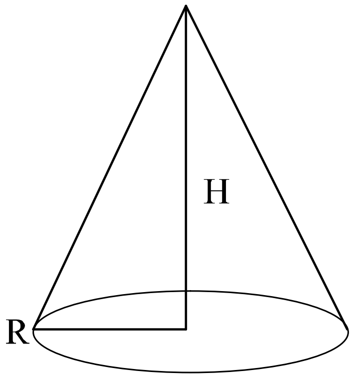


Рис. 2

З формули (1) при r = 0 одержуємо: $V_{к.} = \frac{1}{3}\pi R^2H$. Одержаний наслідок формули (1) є доведеним у геометрії результатом для об'єму конуса. Таким чином, два наслідки припущення А (формули (1) виявилися правильними. Це укріплює упевненість у правильності припущення, але, звичайно ж, не доводить гіпотезу А.

У розглянутому нами прикладі проведена евристична перевірка гіпотези «А» про формулу для об'єму усіченого конуса. Звичайно, як відомо в геометрії, ця формула правильна. Але ми не «знали» про її справедливість й узяли формулу як припущення.

Для перевірки справедливості формули (1) ми використовували наступну індуктивну схему:

Ми провели евристичну перевірку справедливості формули на основі індуктивної схеми:

З А слідує B_{n+1}, В сильно відрізняється від раніше підтверджених наслідків B_1, B_2, ... B_n задачі А. Значить, B_{n+1} істинне. Тобто А значно правдоподібне.

Із розглянутого прикладу видно, що підтвердження нового наслідку має більше або менше значення залежно від того, більше або менше цей новий наслідок відрізняється від раніше підтверджених наслідків. Найбільшу евристичну силу можна констатувати при такій системі наслідків, коли по кінцевому числу ясно усвідомлених і, на перший погляд, не узгоджених між собою фактів робиться висновок, тобто вгадується закономірність.

Таким чином, підтвердження наслідку має більше або менше значення залежно від того, більш менш саме по собі вірогідний цей наслідок. Інакше кажучи, правдоподібність А залежить від числа правдоподібних наслідків, підтверджених далі.

Тому для учнів гуманітарних класів на факультативних заняттях ми пропонуємо поєднувати логіку та евристику у навчанні доведенню індуктивних правдоподібних міркувань.

Експеримент показав, що в такому викладі розв’язання задачі більш доступне для учнів гуманітарних класів. Тому в позакласній роботі пропонуємо розглянути застосування вказаної евристичної схеми для більш складної задачі.

Припущення А. Об'єм тіла, яке одержане при обертанні навколо осі Ох кривої (рис. 3), дорівнює добутку висоти H та функції від радіусів основ R, r, які є однорідною функцією другого порядку однорідності.

Для індуктивної перевірки припущення А нам потрібно: знання формули для об’єму тіла обертання $V = \pi\int_a^b f^2(x)dx$, поняття однорідної функції двох аргументів.

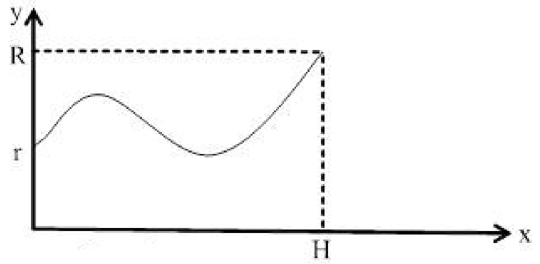


Рис. 3

Функція $\varphi(u,v)$ двох аргументів u, v називається однорідною функцією другого порядку однорідності, якщо вона задовольняє умову: $\varphi(\lambda u,\lambda v)=\lambda^{2}\cdot\varphi(u,v)$, де $\lambda\neq 0$ – вільне число.

Таким чином, припущення А можна уявити у вигляді формули:

V = H·$\varphi(r,R)$, де $\varphi(r,R)$ – однорідна функція виду

$\varphi(r,R)$ = aR² + bRr + cr², де a, b, c – деякі постійні.

Наслідок В$_1$. У випадку, коли навколо осі Ох обертається y = R, де R – постійне, маємо циліндр. Об’єм циліндру, як відомо, дорівнює $V_ц = H\cdot(\pi R^2)$ (рис. 4).

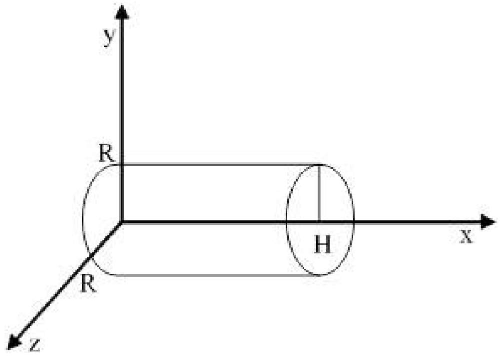


Рис. 4

Функція $\varphi(R)=\pi R^2$ є однорідною функцією другого порядку однорідності: $\varphi(\lambda R)=\lambda^2(\pi R^2)=\lambda^2\varphi(R)$.

Таким чином, припущення А можна підтвердити наслідком В$_1$, яке виявилося істинним припущенням.

Наслідок В$_2$. У випадку коли навколо осі Ох обертається промінь, який виходить з початку координат, отримуємо конус (рис. 5).

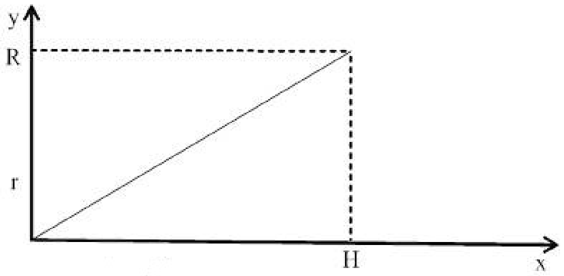


Рис. 5

Рівняння променя

$$y=\frac{R}{H}x,(0\le x\le H).$$

Об’єм конуса дорівнює

$$V_к = H\cdot(\pi\frac{R^2}{3}).$$

У цьому випадку $\varphi(R)=\pi\frac{R^2}{3}$ також є однорідною функцією другого порядку. І цей наслідок підтверджує припущення А.

Наслідок В$_3$. У випадку, коли навколо осі Ох обертається відрізок прямої, отримуємо усічений конус ($y=\frac{R-r}{H}x, 0\le x\le H$), об’єм якого, як ми знаємо, виражається формулою $V_{у.к.}=H(\pi\frac{R^2+Rr+r^2}{3})$. (рис. 6, 7).

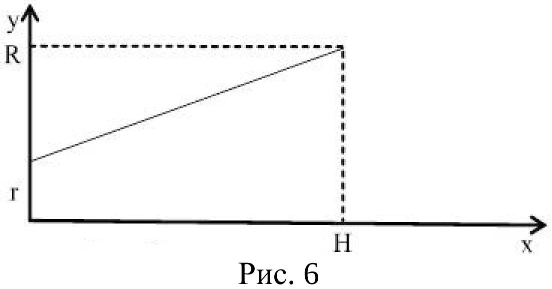


Рис. 6

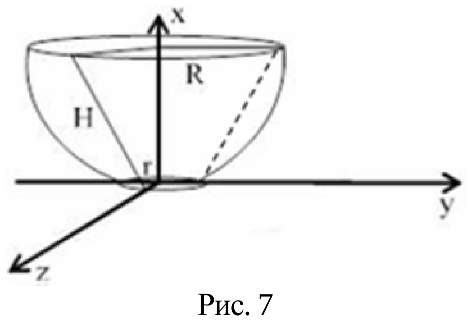


Рис. 7

У цьому випадку

$$\varphi(R,r)=\frac{\pi}{3}(R^2+Rr+r^2), \varphi(\lambda R,\lambda r)=$$

$$=\lambda^2\cdot\frac{\pi}{3}(R^2+Rr+r^2)$$

– однорідна функція другого порядку однорідності.

Із наукового погляду, можна стверджувати, що зроблене припущення правильне, але це зовсім не так, тому що наведений приклад тільки підтверджує наше припущення, та не доводить його, так як припущення можна спростувати лише одним прикладом, а довести неможливо.

Висновки із даного дослідження та перспективи подальших розвідок у даному напрямку. Із наукового погляду, навчання умінню розв'язувати задачі учнів гуманітарних класів на факультативних заняттях з математики, найбільш ефективне в процесі пошуку їх розв'язання, яке не тільки розкриває механізми розумової і практичної діяльності учнів, але й розвиває їх творче мислення, прищеплює навички евристичної діяльності через використання різного виду евристичних прийомів.

1. Державний стандарт базової і повної освіти. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.mon.gov.ua

2. Інструктивно-методичні рекомендації щодо вивчення у загальноосвітніх навчальних закладах предметів інваріативної складової навчального плану у 2010-2011 навчальному році. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.mon.gov.ua

3. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч. ІІ. Профільне навчання / Упоряд. Н.С.Прокопенко, О.П.Вашуленко, О.В.Єргіна. – Х.: Вид-во «Ранок», 2011. – 384 с. – (Факультативи та курси за вибором).

4. Концепція загальної середньої освіти. [Електронний ресурс]. – Режим доступу:http://www.mon.gov.ua

5. Рокаx А.Г. Логика и эвристика научно-технических решений / А.Г.Рокаx. – Саратов, 1991. – 180 с.

6. Саранцев Г.И. Эвристики в обучении доказательству/ Г.И.Саранцев // Труды междунар. дистанц. конф. «Эвристические методы в обучении математике». – Донецьк: ТЕАН, 1997.– С. 9-10.

7. Скафа Е.И. К вопросу о понятии «задача»: алгоритмические и эвристические приемы поиска ее решения/ Е.И.Скафа // Дидактика математики: проблемы и исследования: межд. сб. науч. работ. – Донецк: ТЕАН, 2000. – Вып. 12. – С. 3 – 11.

***Резюме.* Прач В.С. СОЕДИНЕНИЕ ЛОГИКИ И ЭВРИСТИКИ В ОБУЧЕНИИ УЧАЩИХСЯ ГУМАНИТАРНЫХ КЛАССОВ.** *В статье предложены приемы эвристических правил и операций, которые можно использовать на факультативных занятиях для учащихся гуманитарных классов. Это позволяет формировать учебно-эвристическую деятельность учащихся-гуманитариев, познавательный интерес к математике, повышает их активность в процессе обучения.*

Ключевые слова: *логика, эвристика, профильное обучение, компетентность.*

***Abstract.* Prach V. THE COMBINATION OF LOGIC AND HEURISTIC WHILE TEACHING STUDENTS OF HUMANITIES CLASSES.** *The techniques of heuristic rules and processes described in the article can be used for students of humanities classes in optional courses. It allows to form educational and heuristic activities and the cognitive interest in Mathematics of the humanists, to increase their commitment during the studying process.*

Key words: *logic, heuristic, type teaching, competence.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 28.05.2011 р.

САМООСВІТНЯ ДІЯЛЬНІСТЬ УЧНІВ ЯК РЕЗУЛЬТАТ ФОРМУВАННЯ ЕВРИСТИЧНИХ ПРИЙОМІВ: ТЕОРЕТИЧНИЙ АСПЕКТ

Н.Ю.Ротаньова,
асистент,
Маріупольський державний університет,
м. Маріуполь, УКРАЇНА

У статті розглянуто психолого-педагогічні основи самоосвітньої діяльності учнів, а також шляхи формування самоосвітньої діяльності через використання різноманітних евристичних прийомів у навчанні математики учнів 5-6 класів.

Ключові слова: *самоосвітня діяльність, самоосвіта, евристичне навчання, евристичний прийом.*

Постановка проблеми. Національна доктрина розвитку освіти України в XXI столітті [7] стверджує, що головною метою української системи освіти є створення умов для розвитку і самореалізації кожної особистості як громадянина України, формування покоління, яке здатне навчатися впродовж життя, створювати і розвивати цінності громадянського суспільства. Система освіти має забезпечувати розвиток у дітей і молоді творчих здібностей, підтримку обдарованих дітей і молоді, формування навичок самоосвіти й самореалізації особистості, а також здібностей і навичок самостійного наукового пізнання.

Сьогодні освіта розглядається як процес становлення особистості, а функції навчання, в першу чергу, у створенні необхідних умов для її розвитку. На перший план виходить завдання допомогти кожному учню вдосконалювати свої індивідуальні здібності з урахуванням того досвіду пізнання, який він вже здобув. У цьому випадку початковими положеннями навчання є не реалізація його кінцевої мети (спланованих результатів), а саморозкриття індивідуальних пізнавальних можливостей кожного учня.

Тобто, одним із пріоритетних завдань сучасної школи є розвиток у школяра самостійності, здатності до самоорганізації, саморозвитку, самовиховання, самоосвіти. Не менш важливою метою навчання у школі є прищеплення учням таких властивостей, як готовність до співробітництва, здатність до евристичної діяльності. Учні повинні отримати досвід самостійної пізнавальної діяльності, що ґрунтується на знаннях, отриманих із різних джерел, на використанні різноманітних евристичних прийомів.

Процесу формування особистості школяра, його творчих здібностей суперечить відсутність у школах цілісної системи формування і подальшого розвитку самоосвітньої діяльності як результату формування евристичних умінь.

Тому однією з актуальних проблем є розвиток самоосвітньої діяльності учнів через формування у них евристичних прийомів.

Розв'язання цієї проблеми залежить від ліквідації наступних суперечностей:

- слабкий обсяг загальноосвітніх знань, які використовуються як основа в евристичній та самоосвітній діяльності;
- недостатність мотивів, які спонукають особистість до безперервної освіти;
- неактивізованість навичок самостійного набуття знань і пізнавальних умінь використання різноманітних джерел інформації;
- недосконаліcть умінь розумової діяльності й умінь самоорганізації пізнавальної діяльності;
- недостатній рівень сформованості са-

моконтролю та прийомів евристичної діяльності.

Розглядаючи навчання математики, можна констатувати, що все вище зазначене можливо здійснити за умови поєднання доцільних методів організації уроків математики, спрямованих на розвиток евристичної діяльності школярів, розвиток прийомів самостійної роботи, а також введення різноманітних форм позакласної роботи з математики, які збуджують цікавість і заохочення у розвитку своєї самоосвіти.

Особливу увагу цьому треба надавати вже в 5-6 класах загальноосвітньої школи. Пропедевтика формування прийомів евристичної діяльності учнів цієї вікової групи у процесі навчання математики може сприяти розвитку самоосвіти школярів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. В історії педагогіки ідея самоосвіти є однією з провідних. Теоретичні основи її були започатковані Я.А.Коменським, Д.Локком, А.Дістервегом, Г.С.Сковородою, К.Д.Ушинським, В.О.Сухомлинським та ін. У їх працях не лише розкривається роль самоосвіти в становленні особистості, але й визначаються загальні шляхи формування готовності до неї. Ідея самоосвітньої спрямованості процесу навчання є провідною також і в роботах українських та російських педагогів: А.К.Громцевої, М.П.Гузика, С.М.Лисенкової, В.О.Онищука, І.П.Підласого, В.Ф.Шаталова та ін. Питання активізації пізнавальної та самоосвітньої діяльності учнів розглядають у своїх працях психологи та дидакти Д.М.Богоявленський, О.М.Кабанова-Меллер, І.Я.Лернер, Н.О.Менчинська, М.М.Скаткін, Н.Ф.Тализіна, Т.І.Шамова, Т.І.Щукіна та ін. Питанням організації самоосвіти школярів присвячено роботи Н.В.Бухлової, А.К.Громцевої, Л.Я.Федченко, Л.М.Шапошнікової та ін. Зокрема, готовності до самоосвіти і пошукам шляхів її формування приділяла особливу увагу Н.М.Терещенко. Але питання про самоосвітню діяльність школярів як результат формування евристичних умінь залишається відкритим.

Мета статті – визначити психолого-педагогічні основи самоосвітньої діяльності учнів і вибрати ефективні методичні шляхи формування прийомів самоосвітньої діяльності з математики учнів 5-6 класів через використання різноманітних евристичних прийомів.

Виклад основного матеріалу. Самоосвіта – складний процес, який тісно пов'язаний з навчанням. Як відзначає В.К.Буряк [2], самоосвіта і навчання перетинаються з кінцевим результатом діяльності: в отриманих знаннях, інтелектуальному розвитку. Отже, через самоосвіту учнів можна використовувати найбільш прийнятні і допустимі методи самостійного отримання знань. Навчання і самоосвіта повинні йти паралельно, доповнювати і збагачувати одне одного. Чим повніша і різноманітніша інформація, джерела і способи отримання пізнавальної інформації, тим більше стимулів для розвитку потреби у знаннях.

Тому, на наш погляд, в учнях необхідно розвивати готовність до самоосвіти та самоосвітньої діяльності, а найкраще це робити через організацію евристичної діяльності у навчанні математики.

Різні дослідники по-своєму трактують самоосвіту: як цілеспрямовану систематичну пізнавальну діяльність, якою керує сам учень [5], як пізнавальну діяльність, що здійснюється у відповідності з внутрішніми спонуками і відсутністю обов'язковості (Н.Д.Іванова); як пізнавальну діяльність, яка заснована на попередніх формах навчання і що є їх наслідком та діалектичним продовженням (Н.Ф.Голованов); як діяльність, що здійснюється за ініціативою самої особи (Б.Ф.Райський); як добровільне, систематичне добування знань, засноване на пізнавальному інтересі (Т.С.Лопатіна).

Н.В.Бухлова [3], зазначає, що самоосвітню діяльність учнів можна розглядати як сукупність декількох «само»:

- самооцінка – уміння оцінити свої можливості;
- самооблік – уміння брати до уваги наявність своїх якостей;
- самовизначення – уміння обрати своє місце у житті, у суспільстві, усвідомити свої інтереси;
- самоорганізація – уміння знайти дже-

рело пізнання й адекватні своїм можливостям форми самоосвіти, планувати, організовувати робоче місце та діяльність;

- самореалізація – реалізація особистістю своїх можливостей;

- самокритичність – уміння критично оцінювати достоїнства та недоліки власної роботи;

- самоконтроль – здатність контролювати свою діяльність;

- самовиховання та саморозвиток – як результат самоосвіти.

Ми погоджуємось із позицією автора, що завдання вчителя – створити умови, за яких усі ці «само» мали б можливість адекватно розвиватися. Для розв'язання даної проблеми вчитель повинен знати теорію самоосвітньої діяльності, вміти діагностувати можливості та інтереси школярів, постійно відслідковувати результати роботи, тобто вести моніторинг цієї взаємодії з учнями. Тому, щоб створити відповідні умови для самореалізації й саморозвитку учнів через самоосвіту, потрібно, перш за все, визначити потенційні можливості учнів, їх інтереси, на основі цих знань пропонувати школярам цікаві й доступні для них завдання, а з іншого боку, такі завдання повинні бути евристичними. За допомогою евристичних завдань учень буде попадати у стан «самовідкриття» нових знань, що, як зазначає О.І.Скафа [9], сприяє розвитку самостійності у прийнятті рішень.

У багатьох дослідженнях (Л.П.Арістова, М.М.Скаткін, С.Ф.Єгоров, Т.І.Шамова та ін.) деякі автори головним критерієм активності і самостійності школяра вважають один із наступних:

- поєднання в його діяльності власної думки з особистим виконанням розумових та фізичних дій;
- власні спонукання учня та осмислення ним смислу, мети роботи;
- відсутність педагогічного управління;
- внесення учнем у роботу, яка виконується, чогось нового у відношенні до відтворюваного зразка;
- готовність школяра до праці й подолання труднощів, цілеспрямованість;
- прояв максимуму активності, творчості, самостійних суджень, ініціативи.

Слід зазначити, що ці критерії також відповідають і вимогам евристичного навчання математики.

Відзначимо, що, не зважаючи на різноманітність у розумінні суті самоосвіти, всі автори вважають, що самоосвіта є пізнавальною діяльністю, і що самоосвіта не може здійснюватися сама по собі. Основою самоосвіти є знання, отримані у процесі організованого навчання. Ці висновки вказують на тісну єдність навчання і самоосвіти.

Як особливий вид пізнавальної діяльності самоосвіта, на думку вчених [5], [8], передбачає:

1. Наявність позитивної мотиваційної активності. На наш погляд, вона може розвиватися тільки завдяки використанню різноманітних евристичних прийомів і методів. Наприклад, учні підводяться до сприйняття нового матеріалу через занурення їх у евристичну діяльність під час розв'язання цікавої задачі.

2. Прояв значних вольових зусиль. У евристичному навчанні математики це розгортається завдяки використанню вже влучених евристичних прийомів та формування нових для учня прийомів.

3. Наявність цілеспрямованості і самоорганізованості. Ми погоджуємося з цим пунктом, так як навіть використовуючи евристичні підказки чи евристичні орієнтири не завжди можна одразу отримати правильне розв'язання завдання, тому що евристичні підказки дають лише загальний напрям думки, не гарантуючи отримання потрібного результату. Тому учень не повинен засмучуватися після невдалої спроби розв'язання поставленого завдання, а повертатися до розв'язання знову, використовуючи інші евристики та цілеспрямовано досягати мети.

4. Досягнення високого рівня інтелектуального розвитку. На нашу думку, це є також і результатом сформованості евристичних прийомів, так як розв'язуючи евристичні завдання з математики, учні не завжди використовують тільки знання з математики, але і знання з інших предметів, а

також життєвий досвід.

5. Сформованість певної сукупності пізнавальних умінь. Ми вважаємо, що тільки пізнавальних умінь замало для формування самоосвіти. Уже на рівні 5-6 класів формування евристичних прийомів, які доцільно використовувати у курсі математики, буде суттєво сприяти формуванню самоосвітньої діяльності.

6. Досягнення високої самостійності, наявність адекватного рівня самооцінки, що є, на нашу думку, результатом самоосвітньої діяльності.

Бажання пізнавати – основа самостійної пізнавальної діяльності. Розглядаючи питання, від чого залежить бажання особистості здійснювати самоосвітню діяльність Н.В.Бухлова, О.А.Тенінчева [4], зазначають, що одним із головних факторів є усвідомлення учнем того, що знання, які будуть отримані у процесі самоосвіти, дійсно необхідні саме йому. Можливість творчо застосовувати набуті знання, розширювати діапазон своєї діяльності завдяки знаходженню нових можливостей у вигляді знань, умінь, навичок під час евристичної діяльності – ці та інші стимули спонукають учнів до самоосвіти. Систематичне управління підготовкою до самостійного набуття знань прискорює процес формування самоосвітніх умінь.

На основі досліджень А.К.Громцевої [5] та А.К.Маркової [6] можна виділити наступні мотиви самоосвітньої діяльності учнів:

- соціально значущі (пов'язані з реалізацією життєвих планів учнів, їх ідеалів): формування світогляду, морального кредо, прагнення усвідомити свої можливості;
- пов'язані із спонукаючою силою пізнавальної потреби і пізнавального інтересу, без орієнтації особи на життєві плани;
- пов'язані з потребою особистості у самовдосконаленні, в розвитку своїх здібностей;
- різноманітні захоплення учнів, їх хобі.

Отже, вчитель, який ставить перед собою завдання сформувати в учнів потребу в самоосвіті, може досягти успіху лише за таких умов:

- врахування всіх особливостей формування потреби в самоосвіті;
- відповідна психологічна та педагогічна підготовка вчителя;
- знання особливостей розвитку кожного учня, його можливостей, мотивації, інтересів;
- досконале володіння предметом;
- впровадження евристичної діяльності;
- систематичне ознайомлення з науково-технічним і культурним життям.

Саме відмінність у рівні управління навчальною, пізнавально-евристичною діяльністю учня і є основною відмінністю між навчанням і самоосвітою. У навчальному процесі з математики управління діяльністю здійснюється більшою мірою вчителем, а самоосвітня діяльність здійснюється при самоврядуванні учня, тобто самоосвіта є не що інше, як перехід від системи зовнішнього управління до самоврядування. Неодмінною умовою ефективного здійснення самоосвіти є практична готовність і здатність учнів до її здійснення.

Готовність до самоосвіти – це володіння особою всіма компонентами самоосвітньої діяльності:

1) деякий обсяг загальноосвітніх знань, які використовуються як основа в самоосвітній діяльності;

1) мотиви, що спонукають особу до безперервної освіти;

2) навички самостійного набуття знань і пізнавальні уміння використання різноманітних джерел інформації;

3) уміння розумової діяльності й уміння самоорганізації пізнавальної діяльності (вибір джерел пізнання, форм самоосвіти, самоконтроль).

Етапи самоосвітньої діяльності: цілепокладання; планування; організація; аналіз; реалізація.

Узявши за основу цілеспрямованість самоосвіти, яка обумовлена відповідною мотиваційною сферою; рівень пізнавальних умінь, що забезпечують процес самостійного пізнання; рівень умінь, які забезпечують організаційну сторону протікання самоосвіти [5], можна виділити наступні рівні самоосвітньої діяльності:

I рівень – характеризується стихійною діяльністю;

II рівень – цілеспрямованою діяльністю;

III рівень – більшою цілеспрямованістю діяльності, високим рівнем умінь, які забезпечують самостійне пізнання, раціональну організацію роботи.

Велику визначеність у трактуванні аналізу рівнів самоосвітньої діяльності вносить робота П.А.Авдєєва [1], в якій автор для їх характеристики пропонує наступні структурні елементи процесу самоосвіти:

- усвідомлення учнями мети, вибір засобів і способів самоосвіти;
- планування самоосвіти;
- пізнавальну активність і самостійність;
- оцінку і контроль.

У процесі самоосвіти учень є суб'єктом – активною, самостійною, ініціативною і відповідальною особою. Очевидно, що самостійність і ініціатива є провідними якостями особи у системі формування самоосвітніх умінь. Модель учня як суб’єкта самоосвіти [3] включає в себе інформаційну та діяльнісну підготовленість на сучасному рівні знання, компетентність в обраній сфері діяльності, відповідальність за справу, яку потрібно виконати, творче мислення, самостійність у виборі рішення, вміння самоорганізації, розвинену працездатність, знання шляхів і способів мобілізації власних можливостей та творчого потенціалу, вміння користуватися досягненнями культури, потребу і здатність відчувати прекрасне, отримувати естетичну насолоду.

Таким чином, можна виділити наступні етапи процесу самоосвіти у процесі навчання математики у 5 – 6 класах на основі логічно взаємозв'язаних дій:

1. Усвідомлення учнем потреби у знаннях, визначення мети самоосвіти.

2. Діяльність школяра з самостійного набуття знань, спрямовану на задоволення пізнавальної потреби:

а) планування процесу самоосвіти;

б) визначення засобів і способів самоосвіти;

в) безпосередня діяльність особи з самостійного набуття знань;

г) оцінювання результатів діяльності, самоконтроль;

д) визначення нових цілей.

3. Виникнення нової пізнавальною потреби, маючи на увазі задоволення її шляхом самоосвітньої діяльності.

Висновки. Тобто, рішення головного завдання загальноосвітніх шкіл, профільних класів і шкіл – створення оптимальних умов для розкриття і розвитку творчості, математичних здібностей і талантів учнів – значною мірою залежить від уміння вчителя цілеспрямовано організовувати самоосвітню діяльність учнів і спрямовувати її. А евристична діяльність дає велике поле діяльності для розвиту самоосвіти, так як учень в евристичному навчанні ставить власні цілі, відкриває знання, виробляє навчальну продукцію, то зміст освіти для нього виявляється варіативним і розвивається у ході діяльності самого учня. Учень стає суб'єктом, конструктором своєї освіти, він – повноправний організатор своїх знань.

Предмет «Математика», особливо у 5-6 класах, дає вчителю достатньо можливостей, щоб кожен учень здобував навички самоосвіти, намагався досягти більш високих результатів. Тому подальшої розробки потребують прийоми формування евристичної діяльності учнів 5-6 класів з математики як основи самоосвітньої діяльності.

1. Авдеев А.П. Дифференциация процесса обучения в старших классах как условие формирования у учащихся стремления к самообразованию / А.П.Авдеев. – Уч. зап. Горьковского педагогического института иност. языков им. Н.А. Добролюбова. Т. 50. Горький, 1972. – С.56-72.

2. Буряк В.К. Формування у школярів потреби в самоосвіті / В.К.Буряк // Рідна школа. – 2000. – № 9. – С.55-57.

3. Бухлова Н.В. Формування здатності особистості до самонавчання / Н.В.Бухлова // Педагогічна скарбниця Донеччини. – 2002. – №1. – С.47-49.

4. Бухлова Н.В. Особливості формування самоосвітньої компетентності учнів / Н.В.Бухлова, О.А.Тенінчева // Педагогічна скар-

бниця Донеччини. – 2004. – № 2. – С.33-35.

5. Громцева А.К. Формирование у школьников готовности к самообразованию: учеб. пособие по спецкурсу для студентов пед. институтов / А.К.Громцева. – М.: Просвещение, 1983. – 144 с.

6. Маркова А.К. Формирование интереса к учению у школьников / А.К.Маркова. – М.: Педагогика, 1986. – 195 с.

7. Національна доктрина розвитку освіти України у XXI столітті. – К.: Шкільний світ, 2001. – 16 с.

8. Пидкасистый П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении. Теоретико-экспериментальное исследование / П.И.Пидкасистый. – М.: Педагогика, 1980. – 240 с.

9. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология: монография / Е.И.Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

Резюме. **Ротанёва Н.Ю. САМООБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧЕНИКОВ КАК РЕЗУЛЬТАТ ФОРМИРОВАНИЯ ЭВРИСТИЧЕСКИХ ПРИЁМОВ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ.** *В статье рассмотрены психолого-педагогические основы самообразовательной деятельности школьников, а также пути формирования самообразовательной деятельности через использование разнообразных эвристических приемов в обучении математике учеников 5-6 классов.*

Ключевые слова: *самообразовательная деятельность, самообразование, эвристическое обучение, эвристический прием.*

Abstract. **Rotanyova N. SELF-EDUCATION ACTIVITIES OF PUPILS AS A RESULT OF HEURISTIC TECHNIQUES: THE THEORETICAL ASPECT.** *The article deals with psychological and pedagogical bases of students' self-education activities. The author describes ways of forming self-education activities of 5-6 form pupils for studying mathematics by means of different heuristic techniques.*

Key words: *self-education activities, self-education, heuristic teaching, heuristic technique.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 26.09.2011 р.

FUZZY LOGIC AND THE CONCEPT OF THE ZONE OF PROXIMATE DEVELOPMENT

(Нечеткая логика и понятие зоны ближайшего развития)

I.Subbotin,
Professor,
National University,
Los Angeles, USA,
F.Mossovar-Rahmani,
Professor and Chair,
National University Academic Headquarters,
LaJolla, USA,
N.Bilotskii,
Assocoate Professor,
National Pedagogic University,
Kiev, UKRAIN

У статті розглядаються деякі додатки ідей нечіткої логіки до формалізації концепції зони найближчого розвитку Л.С.Виготського.

Ключові слова: *навчання і вчення, зона найближчого розвитку, математичне моделювання, нечіткі множини, невпевненість.*

Introduction. Created by L.A.Zadeh ([18], [19]), fuzzy logic has been successfully developed by many researchers and has been proven to be extremely productive in many applications (see, for example, [2], [4], [6], [7], [17], [1], and others). There are also some interesting attempts to implement Fuzzy logic ideas in the field of education ([13], [14], [9], [3], [11], [12]).

The main goal of every professional instructor is to intensify the learning process, to achieve the highest possible level of knowledge acquisition for entire class and for each individual student. K.Lewin wrote 'There is nothing more practical than a good theory," [8, 1952, p.169]. There are some important developments in the theoretical ground of the learning process allow us to develop some interesting applications useful for instructors in everyday classroom.

Perhaps the central here is a Vygotsky's concept of the Zone of Proximate Development (ZPD). L.Vygotsky [16, p. 86] defines the ZPD as "the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers". Vygotsky argued that providing the appropriate assistance (scaffolding) gives the student enough of a "boost" to achieve the task. Once the student, with the help of scaffolding masters the task, the scaffolding can be removed and the student will be able to complete the task again on his own. In the learning process it is important to recognize and assess a student's intellectuality capacity. "The concept of scaffolding is a process, wherein an instructor provides only the needed support by providing tasks that will enable a learner to build on prior knowledge, and once the stage of zone of proximal development has been reached, the guidance is gradually removed"

(http://projects.coe.uga.edu/epltt/index.php?ttle=Vygotsky%27s_constructivism#Vygotsky.27s_Theories). "The zone of proximal development defines those functions that have not yet matured but are in the process of maturation, functions that will mature tomorrow but are currently in an embryonic state. These functions could be termed the "buds" or "flowers" of development rather than the "fruits" of development" ([16, p.86]).

Another striking approach has been developed by J.Voss [15] who argued that learning as a specific case of knowledge transfer consists of successive problem-solving activities, in which the input information is represented of existing knowledge with the solution occurring when the input is appropriately represented. This process implements the following states: a) representation of the input data, b) interpretation of this data, c) generalization of the new knowledge, and d) categorization of this knowledge. The states a and b could be unified in one state of interpretation the new knowledge. M.Voskoglou in the articles [13] and [14] has developed an appealing fuzzy set applications based on the Voss's theory. In the following few paragraphs we cite parts of these articles.

Let A_i , $i =1,2,3$, be the states of interpretation, generalization, and categorization respectively, and a, b, c, d, e the linguistic variables of negligible, low, intermediate, high, and complete acquisition of knowledge respectively of each of the A_i. M.Voskoglou considers the set $U = \{a, b, c, d, e\}$ and represents the A_i's as fuzzy sets in U. He denotes by n_{ia}, n_{ib}, n_{ic}, n_{id}, n_{ie} the numbers of the students that have achieved negligible, low, intermediate, high, and complete acquisition of the state A_i respectively and defines a membership function m_{A_i} by $m_{A_i}(x) = \frac{n_{ix}}{n}$ for each $x \in U$ and, therefore, one can write

$$A_i = \{(x, \frac{n_{ix}}{n}):x\in U\},$$

where $\sum_{x\in U} m_{A_i}(x) = 1, i = 1, 2, 3.$ A fuzzy relation can be considered here as a fuzzy set of triples, each one of which possess a degree of membership belonging to [0, 1]. Consider further the fuzzy relation

$$R = \{(s, m_R(s) : s = (x, y, z) \in U^3\}$$

where the membership function is defined by

$$m_R(s) = m_{A_1}(x)\ m_{R_2}(y) m_{R_3}(z),$$

$$\text{for all } s = (x, y, z) \in U^3$$

if *(x, y, z)* is a *well ordered* triple and zero otherwise.

A triple is said to be well ordered if x corresponds to a degree of acquisition equal or greater than y, and y corresponds to a degree of acquisition equal or greater than z.

In fact, if for example *(b, a, c)* possessed a non zero membership degree, how it could be possible for a student, who had not generalized at all, to categorize satisfactorily the new knowledge?

This fuzzy relation *R* represents all the possible profiles of student's behavior during the learning process. Further, M.Voskoglou develops the procedure of comparing few groups of students based on his ideas and supplies his articles with examples showing straightforwardness of its applications. He finally argues [14] that the *total possibilistic uncertainty* (i.e. the sum of *strife* and *non specificity* [7, p.28]) on the ordered possibility distribution of a student group during the process of learning can be used as a measure of its capacity in learning a subject matter.

M.Voskoglou in [13] described the developed procedure in the following way:

"Let us consider a group *G* of n students during the process of learning in the classroom, $n \in N$, $n \geq 2$. Obviously, from the point of view of the teacher, there exists an uncertainty about the degree of acquisition of each state of the process from his students, a fact which gave us the hint to introduce the fuzzy sets theory in order to achieve a mathematical representation of the process of learning in the classroom. For this, let us denote by A_i, $i=1, 2, 3$, the state of interpretation, generalization and categorization respectively, and by a, b, c, d, e the linguistic labels of negligible, low, intermediate, high and complete acquisition respectively of each of the A_i's. Consider the set $U = \{a,b,c,d,e\}$, then we are going to represent the A_is as fuzzy sets in *U*. In fact, if n_{ia}, n_{ib}, n_{ic}, n_{id} and n_{ie} denote the numbers of the students that have achieved negligible, low, intermediate, high and complete acquisition of the state A_i respectively, $i=1, 2, 3$, we can define the membership function mA_i by $mA_i(x)=n_{ix}/n$, for each x in U and therefore we can write $A_i=\{(x,n_{ix}/n):\ x \in U\}$. It becomes clear then that $\sum mA_i(x)=1,\ x \in U,\ i=l ,2,3$ .At this point notice that a fuzzy relationship, like the classical ones, can be considered as a fuzzy set of tuples each one of which possesses a degree of membership included between 0 and 1. Consider now the fuzzy relation $R=\{(s, m_r(s)):s=(x, y, z) \in U^3\}$, where the membership function mR is defined by $mR(s)=mA_l(x)mA_2(y)mA_3(z)$, for all $s=(x,c,z)$ in U^3. This definition satisfies the axioms of aggregation operations in fuzzy sets and further we have that $\sum mR(s)=1$. The fuzzy relation R represents all the possible profiles (overall states) of the behavior of a student during the learning process. In the next, and in order to simplify our notation, we shall write m_s instead of mR(s). Assume now that one wants to study the behavior of k groups of students during the learning process of the same subject, or the behavior of the same group of students during the learning process of k different subjects, $k \in N,\ \ k \geq 2$. In this case it becomes necessary to introduce the fuzzy variables $A_i(t)$, where $i=1, 2, 3$ and $t=1,2, ... k$. Then the pseudofrequency $f\ (s)$ of the overall state $s(t)$ is k given by the sum $\sum m_s(t)$, while the probability of $s(t)$ is $t=l$ given by $p(s)=f\ (s)/\ S\ f(s)$, where $\sum f(s)$ denotes the sum of all pseudofrequences. But, since $\sum m_s=1$, it becomes clear that $\sum f\ (s)=k$ and therefore $p(s)=f(s)/k$. Finally the possibility of $s(t)$ is given by $r(s)=f(s)/max\ f(s)$, where $max\ f(s)$ denotes the maximal pseudofrequency. The possibility of $s(t)$ measures the degree of evidence of combined results, i.e. in other words one may say that $r(s)$ gives the "relative probability" of $s(t)$ with respect to the other overall states.”

Applications of the Voskoglou’s Fuzzy Model to ZPD. One of the main goals of the learning process is long-term retention and transfer [5]. In our era of overwhelming informational pressure and pace instructional approaches, it is very important to evaluate the student abilities to progress in learning acquisition and to measure and determine the needed echelon of scaffolding toward the learning intensification. In the following paragraphs we will discuss some implementations of the described above fuzzy techniques to evaluation of effectiveness of student learning based on the ZPD concept. We will use the developed in [13] method. We would like to remark, that the following exposition is just an example illustrating efficiency of a Fuzzy set approach.

One of the authors taught on-line mathematics classes for prospective elementary school teachers at the National University, California, USA. During first week of this course, the students should learn the vital and intricate for the beginner topic *Sets as a basis for whole numbers*. Studying this material, students should read the corresponding book chapter, solve a significant amount of problems, answer for the board discussion questions, participate in a live format virtual synchronize classroom sessions, and take tests. Taking into account the following G.Polya’s [10] important remark: "For an effective learning the learner discovers alone the biggest possible, under the circumstances, part of the new information", we try to provide the scaffolding in the most efficiently supporting the students’ independent and group work way. Based on ZPD, we can consider tree important states of the knowledge acquisition process.

State A1: An independent student introductory work (book reading, lecture reading, to be acquainted with discussion questions and problem sets). This is the phase of “things that can be done on own”.

State A2: Light scaffolding (group discussions, on-line chats, individual help, and group work). This is the phase of "needs little support".

Sate A3: Major instructor help (live lecture, discussions, consultations, guided problem solving). This is the "needs much support" phase.

At each state, the students knowledge acquisition were observed and labeled correspondingly to above described ideas from [13]: c stands for the “below satisfactory”, b” for “satisfactory”, and a for “above satisfactory” level of acquisition.

We observed that 16, 8, and 1 students achieved below unsatisfactory, satisfactory, and above satisfactory respectively (n_{1c} =12,

n_{ib}= 8, n_{ia}=5) at the first state.

Thus A_{11}= {(c,16/25), (b,8/25), (a,1/25)]}.

At the next state we found that A_{12}= {(c,8/25), (b,15/25), (a,2/25)}.

At the final state we found that A_{13} = *{(c,2/25), (b,18/25), (a,5/25)}.*

Another data set gave us the following results.

A_{21}= *{(c,10/20), (b 8/20), (a,2/20)}.*

A_{22}= *{(c,4/20), (b,12/20), (a,4/20)}.*

A_{23}= *{(c,0/20), (b,16/20), (a,4/20)}.*

Looking at the *Ai*s for both sets, we can see that the higher the state of scaffolding, the enhanced degree of acquisition of knowledge we achieve.

Table 1, Part 1: Probabilities and possibilities of profiles

Tuples	Data Set I			Data Set2		
A1A2A3	A11	A12	A13	A21	A22	A23
aaa	0.04	0.08	0.2	0.1	0.2	0.2
aab	0.04	0.08	0.72	0.1	0.2	0.8
aac	0.04	0.08	0.08	0.1	0.2	0
aba	0.04	0.6	0.2	0.1	0.6	0.2
abb	0.04	0.6	0.72	0.1	0.6	0.8
abc	0.04	0.6	0.08	0.1	0.6	0
aca	0.04	0.32	0.2	0.1	0.2	0.2
acb	0.04	0.32	0.72	0.1	0.2	0.8
acc	0.04	0.32	0.08	0.1	0.2	0
baa	0.32	0.08	0.2	0.4	0.2	0.2
bab	0.32	0.08	0.72	0.4	0.2	0.8
bac	0.32	0.08	0.08	0.4	0.2	0
bba	0.32	0.6	0.2	0.4	0.6	0.2
bbb	0.32	0.6	0.72	0.4	0.6	0.8
bbc	0.32	0.6	0.08	0.4	0.6	0
bca	0.32	0.32	0.2	0.4	0.2	0.2
bcb	0.32	0.32	0.72	0.4	0.2	0.8
bcc	0.32	0.32	0.08	0.4	0.2	0
caa	0.64	0.08	0.2	0.5	0.2	0.2
cab	0.64	0.08	0.72	0.5	0.2	0.8
cac	0.64	0.08	0.08	0.5	0.2	0
cba	0.64	0.6	0.2	0.5	0.6	0.2
cbb	**0.64**	**0.6**	**0.72**	**0.5**	**0.6**	**0.8**
cbc	0.64	0.6	0.08	0.5	0.6	0
cca	0.64	0.32	0.2	0.5	0.2	0.2
ccb	0.64	0.32	0.72	0.5	0.2	0.8
ccc	0.64	0.32	0.08	0.5	0.2	0

Table 1, Part II: Probabilities and possibilities of profiles

A1A2A3	ms(1)	ms(2)	f(s)	p(s)	r(s)
aaa	0.00064	0.004	0.00464	0.00232	0.008983
aab	0.002304	0.016	0.018304	0.009152	0.035437
aac	0.000256	0	0.000256	0.000128	0.000496
aba	0.0048	0.012	0.0168	0.0084	0.032525
abb	0.01728	0.048	0.06528	0.03264	0.126382
abc	0.00192	0	0.00192	0.00096	0.003717
aca	0.00256	0.004	0.00656	0.00328	0.0127
acb	0.009216	0.016	0.025216	0.012608	0.048818
acc	0.001024	0	0.001024	0.000512	0.001982
baa	0.00512	0.016	0.02112	0.01056	0.040888
bab	0.018432	0.064	0.082432	0.041216	0.159588
bac	0.002048	0	0.002048	0.001024	0.003965
bba	0.0384	0.048	0.0864	0.0432	0.16727
bbb	0.13824	0.192	0.33024	0.16512	0.639345
bbc	0.01536	0	0.01536	0.00768	0.029737
bca	0.02048	0.016	0.03648	0.01824	0.070625
bcb	0.073728	0.064	0.137728	0.068864	0.266641
bcc	0.008192	0	0.008192	0.004096	0.01586
caa	0.01024	0.02	0.03024	0.01512	0.058545
cab	0.036864	0.08	0.116864	0.058432	0.226249
cac	0.004096	0	0.004096	0.002048	0.00793
cba	0.0768	0.06	0.1368	0.0684	0.264845
cbb	**0.27648**	**0.24**	**0.51648**	**0.25824**	**0.999905**
cbc	0.03072	0	0.03072	0.01536	0.059474
cca	0.04096	0.02	0.06096	0.03048	0.118019
ccb	0.147456	0.08	0.227456	0.113728	0.440355
ccc	0.016384	0	0.016384	0.008192	0.031719

Remark here that in this case we don't need to distinguish well ordered profiles in the sense of the Voskoglou's definition, because the states Ai , $i=1,2,3$ are independent to each other.

From this table it turns out that the profile s$=(c, b, b)$ had the highest pseudofrequency for the two groups of data sets of our experiment

$m_s(l)=mA_1(c)mA_2(b)mA_3(a)=0.64x0.6x0.7$
$2=0.27648, m_s(2) = 0.5x0.6x0.8 = 0.24,$

and therefore $f\ (s)=0.51648$. Thus it had also the highest probability of occurrence $p(s) = 0{,}25824$, or 25.8%, while its possibility was $0.999905 \approx 1$.

Fuzzy logic and scaffolding effectiveness.

In [11] and [12] some another approach complementing in some sense the M. Voskoglou's concept is has been introduced. There is a commonly used in fuzzy logic approach to measure performance with the pair of numbers (x_c,y_c) as the coordinates of the center of mass of the represented figure F, which we can calculate using the following well-known formulas:

$$(1)\qquad x_c=\frac{\iint\limits_F xdxdy}{\iint\limits_F dxdy},\; y_c=\frac{\iint\limits_F ydxdy}{\iint\limits_F dxdy}.$$

In Fig. 1 ***c*** stands for the "below satisfactory" (y_1) , ***b***" for "satisfactory" (y_2), and ***a*** for "above satisfactory" (y_3) level of acquisition for each states A1, A2, A3.

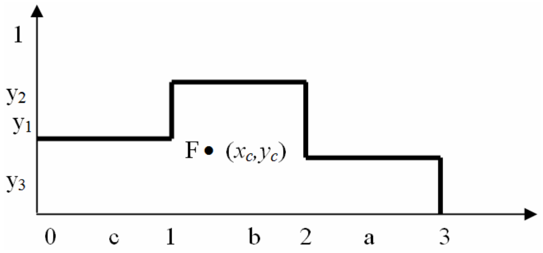


Fig. 1: The center of mass model for measure performance

In this case, formulas (1) can be easily transformed to the following simple formulas [11]:

(2)

$$x_c=\frac{1}{2}\left(\frac{y_1+3y_2+5y_3}{y_1+y_2+y_3}\right),$$

$$y_c=\frac{1}{2}\left(\frac{y_1^{\,2}+y_2^{\,2}+y_3^{\,2}}{y_1+y_2+y_3}\right).$$

It is easy to see that formulas (2) can be generalized for the case when our figure consists not only from three rectangles, but from *n* rectangles In this case we will come to the following formulas [11]:

$$(3)\; x_c=\frac{1}{2}\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(2i-1)y_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}y_i}\right),\; y_c=\frac{1}{2}\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}y_i^{\,2}}{\sum\limits_{i=1}^{n}y_i}\right).$$

Base on our data above, we can obtain the following table.

Table 2: State I

Ratio of the class students reached the following stage of knowledge acquisition at the State I of independent student work (State A1)	Set I	Set II
C	*0.64*	*0.5*
B	*0.32*	*0.4*
A	*0.04*	*0.1*

Obviously in this case $Y_1 + Y_2 + Y_3 = y_1 + y_2 + y_3 = 1$. Hence, formulas (2) will look like this:

(4)

$$x_c=\frac{1}{2}\left(y_1+3y_2+5y_3\right),\; y_c=\frac{1}{2}\left(y_1^{\,2}+y_2^{\,2}+y_3^{\,2}\right).$$

In this case, for the Set 1 we have

$x_{c1} = 0.5(0.64 + 3\cdot0.32 + 5\cdot.0.04) = 0.9;$

$y_{c1}= 0.5(0.64^2 + 0.32^2 + 0.04^2) = 0.2563.$

For the set II we have

$x_{c2} = 0.5(0.5 + 3\cdot0.4 + 5\cdot.0.1) = 1.1;\; y_{c1}= 0.5(0.5^2 + 0.4^2 + 0.1^2) = 0.21$

By the following rule developed in [12]

Among two or more classes the class with the biggest x_c performs better;

(5) If two or more classes have the same $x_c \geq 1.5$, then the class with the higher y_c performs better. If two or more classes have the same $x_c \leq 1.5$, then the class with the lower y_c performs better; we conclude that the Set II shows a better performance rate at the State I.

Consider now the State II of light scaffolding.

Table 3: State II

Ratio of the class students reached the following stage of knowledge acquisition at the State II of light scaffolding (State A2)	Set I	Set II
C	*0.32*	*0.2*
B	*0.6*	*0.6*
A	*0.08*	*0.2*

In this case, for the Set 1 we have

$x_{c1} = 0.5(0.32 + 3\cdot0.6 + 5\cdot.0.08) = 0.45;$

$y_{c1}= 0.5(0.32^2 + 0.6^2 + 0.08^2) = 0.1362.$

For the set II we have

$x_{c2} = 0.5(0.2 + 3\cdot0.6 + 5\cdot.0.2) = 1.5;\; y_{c1}= 0.5(0.2^2 + 0.6^2 + 0.2^2) = 0.22.$

Base on the rule (5) we conclude that the Set II demonstrates a better performance rate at the State II.

Consider now the State III of major scaffolding.

Table 4: State III

Ratio of the class students reached the following stage of knowledge acquisition at the State III of major scaffolding (State A3)	Set I	Set II
C	*0.08*	*0*
B	*0.72*	*0.8*
A	*0.2*	*0.2*

In this case, for the Set 1 we have

$$x_{c1} = 0.5(0.08 + 3\cdot 0.72 + 5\cdot .0.2) = 1.64;$$

$$y_{c1}= 0.5(0.08^2 + 0.72^2 + 0.2^2) = 0.2644.$$

For the set II we have

$$x_{c2} = 0.5(0.0 + 3\cdot 0.8 + 5\cdot .0.2) = 1.7;\ y_{c1}= 0.5(0.0^2 + 0.8^2 + 0.2^2) = 0.34.$$

Base on the rule (5) we conclude that the Set II again shows a slightly better performance rate as the State III.

Analyzing the data at all three states we can conclude that the performance of both sets significantly improved at each following state. At the first state of independent work the numbers showing the performance of each sets are close; the similar picture we observe at the final state of major scaffolding (actually this state is the state of direct explicit instructions). However, we monitor a significant difference in the performance of these sets at the Stage II of light scaffolding: for the second group of students this light scaffolding is much more efficient that for the first group.

Conclusions. The Zone of Proximate Development is one of the central ideas in the nowadays education. Its applications are especially efficient in mathematics and sciences teaching. Applying fuzzy logic to formalization of the process of learning helps us in obtaining quantitative information for this process (possibilities and probabilities of profiles, comparing student performances, and so on), as well as a qualitative view on the degree of acquisition of the successive steps of the learning process. The described in the article fuzzy models help the instructor to get specific concrete information regarding the students' cognitive status and to choose the appropriate scaffolding.

[1] Binaghi, E.A., "Fuzzy Logic Inference Model for a Rule-Based System in Medical Diagnosis." Expert Systems, Vol 7, No. 3, (1990) pp. 134-141.

[2] Dowling, E.T., Mathematics for Economists, Schaum's Outime Series, Mc Graw - Hill, New York, (1980).

[3] Espin, E. A., Oliveras, C. M. L., "Introduction to the Use of the Fuzzy Logic in the Assessment of Mathematics Teachers." Proceedings lst Mediterranean Conf. Math., Cyprus, (1997), pp.107-113.

[4] Jamshidi, M., Vadiee, N., and Ross, T. (eds.), Fuzzy logic and Control, Prentice-Hall, (1993).

[5] Halperin, D. & Hakel, M., "Applying the Science of Learning to the University and Beyond: Teaching for Long-Term Retention and Transfer." Presentation at 80th WASC Annual Meeting, San Jose, April 14-16, (2004).

[6] Klir G. J., Folger T. A., Fuzzy Sets: Uncertainty and Information, Prentice - Hall Int., London, (1988).

[7] Klir, J. G., "Principles of Uncertainty: What are they? Why do we mean them?" Fuzzy Sets and Systems, 74, (1995), pp. 15-31

[8] Lewin K., Field Theory in Social Science: Selected theoretical papers. New York, NY: Harper & Row (1951).

[9] Perdikares, S., "Mathematizing the Van Hiele Levels: a Fuzzy Set Approach," Int. J. Math. Educ. Sci. Technol., Volume 27, (1996), pp. 41-47.

[10] Polya, G., "On Learning, Teaching and Learning Teaching." American Math. Monthly, Volume 70, (1963), pp. 605-619.

[11] Subbotin, I., Badkoobehi, H., Bilotskii, N.,"Application of Fuzzy Logic to Learning Assessment." Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. Volume 22 (2004), pp. 38-41.

[12] Subbotin, I., Badkoobehi, H., Bilotskii, N., "Fuzzy Logic and Learning Assessment." Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. Volume 23 (2005), pp. 112-118.

[13] Voskoglou, M. G., "The Process of Learning Mathematics: a Fuzzy Set Approach," Heuristics and Didactics of Exact Sciences, Volume 10 (1999), pp. 9 – 13.

[14] Voskoglou, M. G., "Transition Across Levels in the Process of Learning," Journal of Mathematical Modelling and Application (University of Blumenau, Brazil), Volume 1, (2009), pp. 37-44.

[15] Voss, J. F., "Learning and Transfer in Subject-Matter Learning: A Problem Solving Model," Int. J. Educ. Research, Volume 11, (1987), pp.

pp. 607-622.

[16] Vygotsky, L. S., Thought and Language. Newly revised and edited by Alex Kozulin. Cambridge, MA: The MIT Press (1986).

[17] Williams, T., Fuzzy Logic Simplifies Complex Control Problems. Computer Design, Number 3 (1991), pp.190-102,

[18] Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets." Information and Control, Volume 8 (1965), pp. 338-353.

[19] Zadeh, L. A., "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes." IEEE Trans. Systems, Man and Cybernatics, SMC-3, (1973), pp. 28-44.

Резюме. **Субботин И.Я., Моссовар-Рахмани Ф., Билоцкий Н.Н. НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА И ПОНЯТИЕ ЗОНЫ БЛИЖАЙШЕГО РАЗВИТИЯ.** *В статье рассматриваются некоторые приложения идей нечеткой логики к формализации концепции зоны ближайшего развития Л.С.Выготского.*

Ключевые слова: *обучение и учение, зона ближайшего развития, математическое моделирование, нечеткие множества, неуверенность.*

Abstract. **Subbotin I., Mossovar-Rahmani F., Bilotskii N. FUZZY LOGIC AND THE CONCEPT OF THE ZONE OF PROXIMATE DEVELOPMENT.** *The article discusses some applications of fuzzy logic ideas to formalizing of the L. Vygotsky's concept of the Zone of Proximate Development and to student learning assessment.*

Key words: *learning and transfer, zone of proximate development, mathematical modeling, fuzzy sets, uncertainty.*

Стаття надійшла до редакції 18.01.2011 р.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ К ФУНКЦИЯМ, ЗАДАННЫМ НА ОТРЕЗКЕ

Е.А. Подковалихина,
канд. физ.-мат. наук, доцент,
Запорожский национальный технический университет,
г. Запорожье, УКРАИНА,
И.Г. Величко,
канд. физ.-мат. наук, доцент,
Запорожский национальный университет,
г. Запорожье, УКРАИНА

Продемонстровано можливість розв'язку крайових задач для звичайних диференційних рівнянь за допомогою інтегрального перетворення Фур'є, яке зазвичай використовується для рівнянь, в яких незалежна змінна пробігає всю числову пряму.

Ключові слова: *інтегральне перетворення Фур'є, диференційне рівняння, крайова задача, фінітна функція, скачок функції.*

Постановка проблемы. Изучение методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений и линейных уравнений в частных производных является частью фундаментальной подготовки студентов математических и инженерных специальностей. Интегральное преобразование Фурье обычно применяют в случае, когда аргумент функции пробегает всю числовую прямую и функция на бесконечности достаточно быстро стремится к нулю. В случае, когда функция задана на отрезке, для решения задачи применяют разложение функции в ряд Фурье, что позволяет получить решение в виде рядов. Применение к таким задачам интегрального преобразования Фурье (с заменой функции, заданной на отрезке, финитной функцией, заданной на всей числовой прямой) позволит получить решение в виде интегралов, что в некоторых случаях оказывается более удобным. В случае интегрального представления решения можно исследовать различные асимптотики, а найти значение решения в определенной точке можно двумя способами: 1) вычислить интеграл аналитически; 2) при помощи математических пакетов, область применения которых в последнее время активно расширяется [1].

Способ решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных при помощи интегрального преобразования Фурье можно рекомендовать как часть следующих курсов: численные методы, уравнения математической физики, дифференциальные уравнения. При изучении этого способа студенты ознакомятся с интегральным преобразованием Фурье, научиться применять прямое и обратное преобразования на практике и обратят внимание на суть преобразования.

Обзор результатов и публикаций. За последнее время широкое распространение получили методы, связанные с использованием интегральных преобразований. Эти методы были успешно применены к решению дифференциальных и интегральных уравнений, вычислению интегралов и т.д.

Преобразование Фурье играет важную роль при решении широкого класса задач, например, краевые задачи для уравнения Лапласа, Гельмгольца и Фурье в области, имеющей вид бесконечной полосы и полуполосы, бесконечного цилиндра и полуцилиндра и т.д. Применение преобразования к некоторым классам задач (задача гидродинамики, задача теплопроводности, вычисление некоторых интегралов, задача о колебании бесконечной струны и т.д.) рассмотрено в ряде книг, например, [2-4]. Возникает вопрос, можно ли применять преобразование Фурье для функции, определенной на отрезке?

Цель статьи: обосновать и привести примеры применения преобразования Фурье для решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Основной материал. Пусть функция $f(x)$ абсолютно интегрируема на прямой, т.е. $f(x)\in L_1(R)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|f(t)|dt<\infty .$$

В литературе приведены шесть видов формул интегрального преобразования Фурье [2]. Приведем формулы прямого и обратного преобразования Фурье, которые будем использовать в данной статье:

$$\overline{f}(s)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{ist}dt,$$

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}f(s)e^{-isx}ds .$$

Пусть задана краевая задача для дифференциального уравнения на отрезке $[a,b]$. Тогда неизвестную функцию $f(x)$ продолжим на всю числовую прямую, доопределив таким образом: $f(x)\equiv 0$ при $x\notin[a,b]$. Поскольку функция является непрерывной, дифференцируемой и абсолютно интегрируемой, то можно применить к обеим частям заданного дифференциального уравнения интегральное преобразование Фурье. Тогда

$$\overline{f}(\xi)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)e^{i\xi x}dx=\int_{a}^{b}f(x)e^{i\xi x}dx,$$

$$\overline{f'}(\xi)=\int_{-\infty}^{+\infty}f'(x)e^{i\xi x}dx=\int_{a}^{b}f'(x)e^{i\xi x}dx=$$

$$=\begin{vmatrix} u=e^{i\xi x} & du=i\xi e^{i\xi x}\\ dv=f'(x)\,dx & v=f(x)\end{vmatrix}=$$

$$f(x)e^{i\xi x}\Big|_a^b-i\xi\int_a^b f(x)e^{i\xi x}dx=\Delta f-i\xi\overline{f}(\xi),$$

$$\text{где } \Delta f=f(x)e^{i\xi x}\Big|_a^b, \qquad (1)$$

$$\overline{f''}(\xi)=\int_{-\infty}^{+\infty}f''(x)e^{i\xi x}dx=\int_{a}^{b}f''(x)e^{i\xi x}dx=$$

$$=\begin{vmatrix} u=e^{i\xi x} & du=i\xi e^{i\xi x}\\ dv=f''(x)\,dx & v=f'(x)\end{vmatrix}=$$

$$f'(x)e^{i\xi x}\Big|_a^b-i\xi\int_a^b f'(x)e^{i\xi x}dx=,$$

$$=\Delta f'-\xi^2\overline{f}(\xi)-i\xi\Delta f$$

$$\text{где } \Delta f'=f'(x)e^{i\xi x}\Big|_a^b.$$

Если функция является дифференцируемой на всей числовой прямой, имеет место формула:

$$\overline{f'}(\xi)=\int_{-\infty}^{+\infty}f'(x)e^{i\xi x}dx=-i\xi\overline{f}(\xi).$$

Обратим внимание, что в случае, когда функция задана на отрезке, появляется дополнительное слагаемое Δf в формуле (1). Аналогично для производных более высокого порядка.

Рассмотрим в качестве примеров следующие задачи из сборника [5].

№ 751. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным краевым условиям:

$$y''-y=2x, \qquad (2)$$

$$y(0)=0,\ y(1)=-1.$$

Применим интегральное преобразование Фурье к уравнению (2):

$$-\xi^2\overline{y}-i\xi\Delta y+\Delta y'-\overline{y}=$$

$$=2e^{i\xi}\left(-\frac{i}{\xi}+\frac{1}{\xi^2}\right)-2\frac{1}{\xi^2}, \qquad (3)$$

$$\text{где } \Delta y=y(x)e^{i\xi x}\Big|_0^1=y(1)e^{i\xi}-y(0)=-e^{i\xi},$$

$$\Delta y'=y'(x)e^{i\xi x}\Big|_0^1=y'(1)e^{i\xi}-y'(0).$$

Введем обозначения: $B_0=y'(0)$,

$B_1 = y'(1)$. С учетом обозначений выразим $\overline{y}$ из уравнения (3):

$$\overline{y} = \frac{i\xi}{1+\xi^2}e^{i\xi} + \frac{B_1}{1+\xi^2}e^{i\xi} - \frac{B_0}{1+\xi^2} +$$

$$+\frac{2i}{\left(1+\xi^2\right)\xi}e^{i\xi} - \frac{2}{\left(1+\xi^2\right)\xi^2}e^{i\xi} + \frac{2}{\left(1+\xi^2\right)\xi^2}.$$

Применив обратное преобразование Фурье, получим решение уравнения (2):

$$y = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{i\xi}{1+\xi^2}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{B_1}{1+\xi^2}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi -$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{B_0}{1+\xi^2}e^{-i\xi x}d\xi +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{2i}{\left(1+\xi^2\right)\xi}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi -$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{2}{\left(1+\xi^2\right)\xi^2}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{2}{\left(1+\xi^2\right)\xi^2}e^{-i\xi x}d\xi. \qquad (4)$$

Значение решения (4), если известны значения B_0, B_1, в конкретной точке можно найти при помощи математических пакетов, например, Maple.

Интегралы в (4) можно посчитать аналитически. Рассмотрим проделанные преобразования для пятого и шестого слагаемых:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{2}{\left(1+\xi^2\right)\xi^2}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi -$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{2}{\left(1+\xi^2\right)\xi^2}e^{-i\xi x}d\xi =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{i\xi(1-x)} - e^{-i\xi x}}{\left(1+\xi^2\right)\xi^2}d\xi =$$

$$= \frac{2}{\pi}\int_{0}^{+\infty}\frac{\cos\left(\xi(1-x)\right) - \cos\left(\xi x\right)}{\left(1+\xi^2\right)\xi^2}d\xi =$$

$$= \frac{4}{\pi}\int_{0}^{+\infty}\frac{\sin\left(\frac{\xi}{2}\right)\sin\left(\xi\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)}{\left(1+\xi^2\right)\xi^2}d\xi =$$

$$= \frac{4}{\pi}sign\left(x-\frac{1}{2}\right)\int_{0}^{+\infty}\frac{\sin\left(\frac{\xi}{2}\right)\sin\left(\xi\left|x-\frac{1}{2}\right|\right)}{\left(1+\xi^2\right)\xi^2}d\xi.$$

Для дальнейшего преобразования слагаемых воспользуемся тождеством, полученным при помощи математического пакета Maple 13:

$$\int_{0}^{+\infty}\frac{\sin ax \sin bx}{\left(1+x^2\right)x^2}dx = \frac{\pi}{4}\left[2aH(-a+b) - e^{-a+b} + e^{-a+b}H(-a+b) - e^{a-b}H(-a+b) + 2b - 2bH(-a+b) + e^{-a-b}\right], (5)$$

где $a > 0,\ b > 0$, $H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \geq 0. \end{cases}$ – функция Хевисайда.

Тогда

$$\frac{4}{\pi}sign\left(x-\frac{1}{2}\right)\int_{0}^{+\infty}\frac{\sin\left(\frac{\xi}{2}\right)\sin\left(\xi\left|x-\frac{1}{2}\right|\right)}{\left(1+\xi^2\right)\xi^2}d\xi = sign\left(x-\frac{1}{2}\right)\left[H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right) - e^{-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|} +\right.$$

$$\left. + e^{-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|}H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right) - e^{\frac{1}{2}-\left|x-\frac{1}{2}\right|}H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right) + 2\left|x-\frac{1}{2}\right| - 2\left|x-\frac{1}{2}\right|H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right) + e^{-\frac{1}{2}-\left|x-\frac{1}{2}\right|}\right].$$

Аналогично преобразуем оставшиеся слагаемые в (4), рассматривая каждое по отдельности. Приведем тождества, использовавшиеся для преобразования [6]:

$$\int_{0}^{+\infty}\frac{x\sin mx}{a^2+x^2}dx = \frac{\pi}{2}e^{-ma}, \text{ где } a \geq 0,\ m > 0, (6)$$

$\int\limits_0^{+\infty} \frac{\cos mx}{a^2+x^2}dx = \frac{\pi}{2a}e^{-ma}$, где $a>0,\ m\geq 0$, (7)

$$\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin mx}{x\left(a^2+x^2\right)}dx = \frac{\pi}{2a^2}\left(1-e^{-ma}\right),$$

где $a>0,\ m\geq 0$, (8).

Приведем окончательный результат:

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{i\xi}{1+\xi^2}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi = sign(x-1)\frac{e^{-|x-1|}}{2}.$$

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{B_1}{1+\xi^2}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi = \frac{e^{-|1-x|}B_1}{2}.$$

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{B_0}{1+\xi^2}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi = \frac{e^{-|x|}B_0}{2}.$$

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{2i}{\left(1+\xi^2\right)\xi}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi =$$

$$= sign\left(1-x\right)\left(e^{-|1-x|}-1\right).$$

Следовательно, формула точного решения уравнения (2) имеет вид:

$$y = sign(x-1)\frac{e^{-|x-1|}}{2} + \frac{e^{-|1-x|}B_1}{2} - \frac{e^{-|x|}B_0}{2} + sign(1-x)\left(e^{-|1-x|}-1\right) - sign\left(x-\frac{1}{2}\right)\left[H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right) - e^{-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|} +\right.$$

$$\left. + e^{-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|}H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right) - e^{\frac{1}{2}-\left|x-\frac{1}{2}\right|}H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right) + 2\left|x-\frac{1}{2}\right| - 2\left|x-\frac{1}{2}\right|H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right) + e^{-\frac{1}{2}-\left|x-\frac{1}{2}\right|}\right]. (9)$$

Определим B_0, B_1 из предположений: $y(x)\equiv 0$ при $x<0$ и $x>1$:

$$e^{x-1}\left[\frac{3}{2}+\frac{B_1}{2}-e\left(\frac{B_0}{2}+1\right)\right]\equiv 0.$$

$$e^{-x}\left[e\left(\frac{1}{2}+\frac{B_1}{2}\right)-\frac{B_0}{2}-1\right]\equiv 0.$$

Решив полученную систему уравнений, получим:

$$B_0 = \frac{2e}{e^2-1}-2,\ B_1 = \frac{e^2+1}{e^2-1}-2.$$

Подставим значения в (9), раскрыв модули с учетом $x\in(0,1)$, получим решение уравнения (2):

$$y = -\frac{e}{1-e^2}e^x + \frac{e}{1-e^2}e^{-x} - 2x = \frac{shx}{sh1} - 2x.$$

Решение уравнения (2), полученное при помощи интегрального преобразования Фурье, совпадает с точным решением.

№ 752. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным краевым условиям:

$$y'' + y' = 1, \quad (10)$$

$$y'(0)=0,\ y(1)=1.$$

Применим интегральное преобразование к уравнению (10):

$$-\xi^2\overline{y} - i\xi\Delta y + \Delta y' + \Delta y - i\xi\overline{y} = \frac{e^{i\xi}}{i\xi} - \frac{1}{i\xi}, (11)$$

где

$$\Delta y = y(x)e^{i\xi x}\Big|_0^1 = y(1)e^{i\xi} - y(0) = e^{i\xi} - y(0),$$

$$\Delta y' = y'(x)e^{i\xi x}\Big|_0^1 = y'(1)e^{i\xi} - y'(0) = y'(1)e^{i\xi}.$$

Введем обозначения: $B_0 = y(0)$, $B_1 = y'(1)$. С учетом обозначений выразим $\overline{y}$ из уравнения (11):

$$\overline{y} = -\frac{i}{\xi^2(\xi+i)} + \frac{i}{\xi^2(\xi+i)}e^{i\xi} + \frac{(B_1+1)}{\xi(\xi+i)}e^{i\xi} -$$

$$-\frac{i}{\xi+i}e^{i\xi} + \frac{B_0 i}{\xi+i} - \frac{B_0}{\xi(\xi+i)}.$$

Применив обратное преобразование Фурье, получим решение уравнения (10):

$$y = -\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{i}{\xi^2(\xi+i)}e^{-i\xi x}d\xi +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{i}{\xi^2(\xi+i)}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{(B_1+1)}{\xi(\xi+i)}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi +$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{i}{\xi+i}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi + +\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{B_0 i}{\xi+i}e^{-i\xi x}d\xi -$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{B_0}{\xi(\xi+i)}e^{-i\xi x}d\xi \quad (12).$$

Слагаемые в решении (12) преобразовывались аналогично задаче №751 с учетом тождеств (5)-(8) (первое и второе слагаемые рассматривались совместно, остальные по отдельности). Приведем окончательный результат:

$$-\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{i}{\xi^2(\xi+i)}e^{-i\xi x}d\xi+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{i}{\xi^2(\xi+i)}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi=$$

$$=-\frac{1}{2}sign(x)\left(1-e^{-|x|}\right)-$$

$$-\frac{1}{2}sign(1-x)\left(1-e^{-|1-x|}\right)+$$

$$+\frac{1}{2}sign\left(x-\frac{1}{2}\right)\left[H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right)-e^{-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|}+\right.$$

$$+e^{-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|}H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right)-$$

$$-e^{\frac{1}{2}-\left|x-\frac{1}{2}\right|}H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right)+2\left|x-\frac{1}{2}\right|-$$

$$\left.-2\left|x-\frac{1}{2}\right|H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right)+e^{-\frac{1}{2}-\left|x-\frac{1}{2}\right|}\right],$$

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\xi(\xi+i)}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi=\frac{e^{-|1-x|}}{2}+$$

$$+sign(1-x)\frac{1-e^{-|1-x|}}{2},$$

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{i}{\xi+i}e^{i\xi}e^{-i\xi x}d\xi=$$

$$=\frac{e^{-|1-x|}}{2}-sign(1-x)\frac{e^{-|1-x|}}{2},$$

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{i}{\xi+i}e^{-i\xi x}d\xi=\frac{e^{-|x|}}{2}+sign(x)\frac{e^{-|x|}}{2},$$

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\xi(\xi+i)}e^{-i\xi x}d\xi=$$

$$=\frac{e^{-|x|}}{2}-sign(x)\frac{1-e^{-|x|}}{2}.$$

Следовательно, формула точного решения уравнения (10) имеет вид:

$$y=-\frac{1}{2}sign(x)\left(1-e^{-|x|}\right)-\frac{1}{2}sign(1-x)\left(1-e^{-|1-x|}\right)+\frac{1}{2}sign\left(x-\frac{1}{2}\right)\left[H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right)-e^{-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|}+\right.$$
$$+e^{-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|}H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right)-e^{\frac{1}{2}-\left|x-\frac{1}{2}\right|}H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right)+2\left|x-\frac{1}{2}\right|-2\left|x-\frac{1}{2}\right|H\left(-\frac{1}{2}+\left|x-\frac{1}{2}\right|\right)+\left.e^{-\frac{1}{2}-\left|x-\frac{1}{2}\right|}\right]+$$
$$+(1+B_1)\left[\frac{e^{-|1-x|}}{2}+sign(1-x)\frac{1-e^{-|1-x|}}{2}\right]-\frac{e^{-|1-x|}}{2}+sign(1-x)\frac{e^{-|1-x|}}{2}+$$
$$+B_0\left[\frac{e^{-|x|}}{2}+sign(x)\frac{e^{-|x|}}{2}\right]-B_0\left[\frac{e^{-|x|}}{2}-sign(x)\frac{1-e^{-|x|}}{2}\right]. \quad (13)$$

Определим B_0, B_1 из предположений: $y(x)\equiv 0$ при $x<0$ $x>1$:

$$B_0=B_1=1-\frac{1}{e}.$$

Подставим значения в (13), раскрыв модули с учетом $x\in(0,1)$ получим решение уравнения (10):

$$y=e^{-x}+x-\frac{1}{e}.$$

Решение уравнения (10), полученное при помощи интегрального преобразования Фурье, совпадает с точным решением.

Выводы. Показано, что метод интегрального преобразования Фурье эффективен также для решения задач, требующих нахождение функций на отрезке. Приведенные здесь результаты могут быть адаптированы для включения в такие курсы, как: численные методы, уравнения математической физики, дифференциальные уравнения. При решении учебных задач можно получить аналитическое решение, проделав все выкладки до конца. Для практического применения можно ограничиться получением решения в виде интегралов с последующим вычислением его значения в точках с наперед заданной точностью при помощи математических пакетов. В дальнейшем планируется распространить способ на уравнения, порядок которых выше двух.

1. Гетьман І.А. Використання систем комп'ютерної алгебри для розв'язування математичних завдань / І.А.Гетьман, М.А.Гетьман // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 33. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2010. – С. 57-61.

2. Диткин В.А. Интегральные преобразования и оперционное исчисление / В.А.Диткин, А.П.Прудников. – М.: Госиздат. физ.-мат. лит-ры, 1961. – 524 с.

3. Кошляков Н.С. Уравнения в частных производных математической физики / Н.С.Кошляков, Э.Б.Глинер, М.М.Смирнов. – М.: «Высшая школа», 1970. – 712 с.

4. Трантер К.Д. Интегральные преобразования в математической физике / К.Д.Трантер. – М.: Госиздат. техн.-теор. лит-ры, 1966. – 204 с.

5. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф.Филиппов. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 176 с.

6. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г.Б.Двайт. – М.: Наука, 1978. – 228 с.

***Резюме.* Подковалихина Е.А., Величко И.Г. ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ К ФУНКЦИЯМ, ЗАДАННЫМ НА ОТРЕЗКЕ.** *Продемонстрирована возможность решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений при помощи интегрального преобразования Фурье, которое, как правило, используется для уравнений, в которых независимая переменная пробегает всю числовую прямую.*

Ключевые слова: *интегральное преобразование Фурье, дифференциальное уравнение, краевая задача, финитная функция, скачок функции.*

***Abstract.* Podkovalihina E., Velichko I. APPLICATION OF FOURIER TRANSFORM TO FUNCTIONS DEFINED ON THE INTERVAL.** *The possibility of solving the boundary value problems for ordinary differential equations using the integral Fourier transform, which is normally used for equations in which the independent variable ranges over the entire real line, has been demonstrated.*

Key words: *integral Fourier transform, differential equation, boundary problem, finite function, the jump function.*

Стаття представлена професором Г.В.Горром.
Надійшла до редакції 11.03.2011 р.

ВИЗНАЧЕННЯ ГІПЕРБОЛІЧНИХ ФУНКЦІЙ СИСТЕМОЮ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

І.Г.Ткаченко,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
О.В.Величко,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Запорізький національний університет,
Н.В.Біла,
студент,
м. Запоріжжя, УКРАЇНА

У статті досліджено функціональний підхід до визначення гіперболічних функцій синус та косинус. Записано систему функціональних рівнянь, які визначають ці функції та наведено умови, які гарантують єдиність розв'язку в класі неперервних функцій. Для розв'язання системи застосовано спосіб зведення функціональних рівнянь до диференціальних.

***Ключові слова**: функціональні рівняння, диференціальні рівняння, гіперболічна функція, задача Коші, функціональне рівняння Коші, неперервність.*

Постановка проблеми. Гіперболічні функції відносяться до так званих елементарних функцій [4]. Вони широко застосовуються в різноманітних галузях чистої та прикладної математики. Для дослідження властивостей гіперболічних функцій та для їх використання потрібно мати їх чітке визначення. Для цього існують різні підходи [3]:

1) через експоненціальну функцію:

$$\mathrm{ch}x=\frac{e^x+e^{-x}}{2},\ \mathrm{sh}x=\frac{e^x-e^{-x}}{2};$$

2) через тригонометричні функції уявного аргументу:

$$\mathrm{ch}x=\cos ix, \mathrm{sh}x=-i\sin ix;$$

3) через тригонометричні функції дійсного аргументу за допомогою функції Гудермана [7, 8]:

$$\mathrm{sh}x=\mathrm{tg}(gd(x)),\ \mathrm{ch}x=\sec(gd(x)),$$

де

$$gd(x)=\int_0^x\frac{dt}{\mathrm{ch}t}=2\mathrm{arctg}\left(\mathrm{th}\frac{x}{2}\right)=2\mathrm{arctg}e^x-\frac{\pi}{2}$$

– функція Гудермана;

4) через степеневі ряди:

$$\mathrm{ch}x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n}}{(2n)!},\ \mathrm{sh}x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

5) як розв'язок задачі Коші

$$\mathrm{sh}x:\begin{cases}y''-y=0,\\ y(0)=0, y'(0)=1,\end{cases}$$

$$\mathrm{ch}x:\begin{cases}y''-y=0,\\ y(0)=1, y'(0)=0.\end{cases}$$

Також одним із способів є функціональний підхід, який використовується для експоненціальної, логарифмічної й тригонометричної функцій [5]. При такому підході легше отримувати співвідношення для гіперболічних функцій, ніж для інших означень, при тому ж самому рівні строгості.

Метою статті є визначення гіперболічних функцій як розв'язків системи функціональних рівнянь за аналогією з тим, як це зроблено для тригонометричних функцій [1, 2, 5, 6].

Виклад основного матеріалу. Розглянемо систему функціональних рівнянь на множині дійснозначних, всюди визначених, неперервних функцій

$$S(x+y)=S(x)C(y)+S(y)C(x), \quad (1)$$

$$C(x+y)=C(x)C(y)+S(y)S(x), \quad (2)$$

яку доповнимо умовою:

$$\lim_{x\to 0}\frac{S(x)}{x}=a\neq 0. \quad (3)$$

Безпосередньо можна переконатися, що функції $S(x)=\text{sh}\,ax$ та $C(x)=\text{ch}\,ax$ є розв'язками даної системи рівнянь (1), (2). Потрібно з'ясувати, чи є цей розв'язок єдиним, або для цього потрібно накласти додаткові умови і які.

Визначення значення функцій у точці 0. Знайдемо значення $s_0=S(0)$ і $c_0=C(0)$. Для цього в (1)-(2) підставляємо $y=0$ і отримуємо

$$S(x+0)=S(x)=S(x)c_0+C(x)s_0,$$
$$C(x+0)=C(x)=C(x)c_0+S(x)s_{0.}$$

Знайдемо суму і різницю отриманих виразів відповідно:

$$S(x)-C(x)=S(x)(c_0-s_0)+C(x)(s_0-c_0)=$$
$$=\left[S(x)-C(x)\right](c_0-s_0),$$
$$S(x)+C(x)=S(x)(c_0+s_0)+C(x)(c_0+s_0)=$$
$$=\left[S(x)+C(x)\right](c_0+s_0).$$

Поділивши ліву і праву частину різниці на вираз $S(x)-C(x)$, а суми – на вираз $S(x)+C(x)$ (це можна зробити, оскільки дані вирази не перетворюються на нуль при будь-яких значеннях x). Одержуємо систему:

$$\begin{cases} c_0-s_0=1, \\ c_0+s_0=1. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему, отримуємо шукані значення s_0 і c_0:

$$s_0=S(0)=0, \quad c_0=C(0)=1. \quad (4)$$

Дослідження функції на парність. Дослідимо, як пов'язані значення функцій $S(x)$ і $C(x)$ у точках x та $-x$. У рівностях (1), (2) змінній y надамо значення $y=-x$. Тоді будемо мати:

$$0=S(x-x)=S(0)=S(x)C(-x)+C(x)S(-x),$$
$$1=C(x-x)=C(0)=C(x)C(-x)+S(x)S(-x).$$

Розглянемо отримані співвідношення, як систему лінійних рівнянь з невідомими $S(-x)$ і $C(-x)$. Розв'язок даної системи будемо шукати методом Крамера:

$$\Delta(x)=\begin{vmatrix} C(x) & S(x) \\ S(x) & C(x) \end{vmatrix}=C^2(x)-S^2(x),$$

$$\Delta_1(x)=\begin{vmatrix} 0 & S(x) \\ 1 & C(x) \end{vmatrix}=-S(x), \quad \Delta_2(x)=$$
$$=\begin{vmatrix} C(x) & 0 \\ S(x) & 1 \end{vmatrix}=C(x).$$

Таким чином

$$S(-x)=\frac{-S(x)}{\Delta(x)}, \quad C(-x)=\frac{C(x)}{\Delta(x)}. \quad (5)$$

Дослідження функції $\Delta(x)$. Надамо змінній y у рівності (1) значення $y=-y$. Обчислимо вираз $S(x+(-y))$, використовуючи встановлену властивість (5):

$$S(x-y)=S(x)C(-y)+S(-y)C(x)=$$
$$=\frac{S(x)C(y)-S(y)C(x)}{\Delta(y)}. \quad (6)$$

Аналогічним чином обчислюємо $S(y-x)$, використовуючи співвідношення (1), (5) і (6):

$$S(y-x)=S(y)C(-x)+S(-x)C(y)=$$
$$\frac{S(y)C(x)-S(x)C(y)}{\Delta(x)}=-S(x-y)\frac{\Delta y}{\Delta x}. \quad (7)$$

Обчислимо тепер $S(x-y)$, використовуючи тотожності (5) та (7):

$$S(x-y)=S(-(y-x))=-\frac{S(y-x)}{\Delta(y-x)}=$$
$$=\frac{S(x-y)\Delta(y)}{\Delta(y-x)\Delta x}.$$

Із отриманого співвідношення робимо висновок, що

$$\Delta(y-x)=\frac{\Delta(y)}{\Delta(x)}. \quad (8)$$

Загальний неперервний розв'язок функціонального рівняння (8) має вигляд [6]:

$$\Delta(x)=e^{2bx}. \quad (9)$$

Таким чином, функція $\Delta(x)$ має вигляд (9), де b – параметр, який необхідно визначити.

Зведення функціональних рівнянь до диференціальних. Підставимо вираз (9) у співвідношення (5), отримаємо

$$S(-x)=-S(x)e^{-2bx},\quad C(-x)=C(x)e^{-2bx}.$$

Знайдемо приріст функції $S(x)$:

$$\begin{aligned}&S(x+y)-S(x-y)=\\&=S(x)C(y)+S(y)C(x)-\\&-S(x)C(-y)-C(x)S(-y)=\\&=S(x)C(y)+S(y)C(x)-S(x)C(y)e^{-2by}+\\&+C(x)S(y)e^{-2by}=\\&=S(x)C(y)\left(1-e^{-2by}\right)+C(x)S(y)\left(1+e^{-2by}\right).\end{aligned}$$

Доведемо, за означенням, диференційованість функції $S(x)$ та обчислимо її похідну

$$S'(x)=\lim_{y\to 0}\frac{S(x+y)-S(x-y)}{2y}=$$

$$=S(x)\lim_{y\to 0}\frac{C(y)\left(1-e^{-2by}\right)}{2y}+$$

$$+C(x)\lim_{y\to 0}\frac{S(y)\left(1+e^{-2by}\right)}{2y}=bS(x)+aC(x).$$

Знайдемо приріст функції $C(x)$ і обчислимо похідну:

$$\begin{aligned}&C(x+y)-C(x-y)=C(x)C(y)+\\&+S(x)S(y)-C(x)C(y)e^{-2by}+\\&+S(x)S(y)e^{-2by}=\\&=C(x)C(y)\left(1-e^{-2by}\right)+S(x)S(y)\left(1+e^{-2by}\right);\end{aligned}$$

$$C'(x)=\lim_{y\to 0}\frac{C(x+y)-C(x-y)}{2y}=$$

$$=C(x)\lim_{y\to 0}\frac{C(y)\left(1-e^{-2by}\right)}{2y}+$$

$$+S(x)\lim_{y\to 0}\frac{S(y)\left(1+e^{-2by}\right)}{2y}=bC(x)+aS(x).$$

Отже, маємо, що функції $S(x)$ та $C(x)$ задовольняють наступній системі диференціальних рівнянь

$$\begin{cases}S'(x)=bS(x)+aC(x),\\C'(x)=aS(x)+bC(x).\end{cases}\tag{10}$$

Розв'язок системи диференціальних рівнянь. Розв'яжемо систему (10) з умовами (4) методом зведення до одного рівняння. З першого рівняння системи маємо, що

$$C(x)=\frac{S'(x)-bS(x)}{a}.$$

Продиференціюємо перше рівняння:

$$\begin{aligned}&S''(x)=bS'(x)+aC'(x)=\\&=b\left[bS(x)+aC(x)\right]+a\left[aS(x)+bC(x)\right]=\\&=\left(b^2+a^2\right)S(x)+2abC(x)=\left(b^2+a^2\right)S(x)+\\&+2ab\cdot\frac{1}{a}\left[S'(x)-bS(x)\right]=\\&=2bS'(x)+S(x)\left(a^2-b^2\right).\end{aligned}$$

Отримуємо рівняння

$$S''-2bS'-\left(a^2-b^2\right)S=0,$$

розв'язок якого запишеться у вигляді:

$$S(x)=A_1e^{(b+a)x}+A_2e^{(b-a)x}.$$

З початкової умови $S(0)=0$, яку ми отримали вище, знаходимо, що $A_1=-A_2$. Враховуючи цей факт, запишемо, що

$$S(x)=A_1e^{bx}\left[e^{ax}-e^{-ax}\right]=2A_1e^{bx}\mathrm{sh}ax.$$

З першого рівняння системи (10) знайдемо значення функції $C(x)$:

$$\begin{aligned}&aC(x)=S'(x)-bS(x)=\\&=2A_1be^{bx}\mathrm{sh}ax+2A_1ae^{bx}\mathrm{ch}ax-\\&-2A_1be^{bx}\mathrm{sh}ax=2A_1ae^{bx}\mathrm{ch}ax.\end{aligned}$$

Звідси

$$C(x)=2A_1e^{bx}\mathrm{ch}ax.$$

Враховуючи умову $C(0)=1$, отримаємо:

$$C(0)=2A_1e^0\mathrm{ch}(a\cdot 0)=1.$$

Отже, $A_1=\dfrac{1}{2}$.

Підсумовуючи отримані результати, приходимо до висновку, що розв'язок системи (1)-(3) треба шукати у вигляді

$$\begin{cases}S(x)=e^{bx}\mathrm{sh}ax,\\C(x)=e^{bx}\mathrm{ch}ax.\end{cases}\tag{11}$$

Дослідження системи розв'язків. Для того, щоб система (1)-(3) однозначно визначала функції $\mathrm{sh}ax$ та $\mathrm{ch}ax$, необхідно довести, що параметр b приймає лише одне, єдине значення, а саме $b=0$ у формулах (11). Для цього накладемо умову обмеженості на всій числовій прямій функції $C^2(x)-S^2(x)$:

$$\exists M \ \ \forall x: \left|C^2(x)-S^2(x)\right| < M . \quad (12)$$

Дослідимо розв’язки системи (1), (2) при умовах (3) та (12) безпосередньо, тобто без використання співвідношень (11). Для цього припустимо, що

$$\exists\, z, \ \Delta(z)\neq 1.$$

Для функції $S(x)$ виведемо тотожність, застосувавши два рази формулу (5). Отримаємо

$$S(x)=S(-(-x))=\frac{-S(-x)}{\Delta(-x)}=\frac{S(x)}{\Delta(x)\Delta(-x)}.$$

Звідки можемо зробити висновок, що

$$\forall\, x \quad \Delta(-x)\Delta(x)=1.$$

Підставляємо в рівність (1) $y=x$, отримуємо, що

$$S(2x)=2S(x)C(x).$$

До отриманої рівності застосовуємо формулу (5)

$$S(-2x)=2S(-x)C(-x)=$$

$$=\frac{-2S(x)C(x)}{\Delta^2(x)}=\frac{-S(2x)}{\Delta^2(x)}.$$

З іншого ж боку

$$S(-2x)=-\frac{S(2x)}{\Delta(2x)}.$$

Порівнюючи між собою праві частини останніх двох тотожностей, приходимо до висновку

$$\Delta(2x)=\Delta^2(x). \quad (13)$$

Отримана рівність означає, що $\forall z \quad \Delta(z)\geq 0, \Delta(-z)\geq 0$. Оскільки

$$\Delta(z)\geq 0, \Delta(-z)\geq 0 \vee \Delta(z)\neq 1 \vee \Delta(z)\Delta(-z)=1,$$

то існує таке $t\in\{-z,\ z\}$, що

$$\Delta(t)=T>1. \quad (14)$$

Застосовуючи метод математичної індукції до співвідношень (13) та (14), неважко показати, що

$$\forall\, n\in\ N \ \ \Delta\left(2^n t\right)=T^{2^n}.$$

Оскільки послідовність T^{2^n} зростає і необмежена, то виберемо $\xi=2^{n_0}$ так, щоб $T^{\xi}>M$. Тоді

$$\Delta(t\xi)=C^2(t\xi)-S^2(t\xi)>M.$$

А це суперечить (12). Отже, $\Delta x\equiv 1$, тоді зі співвідношень (5) робимо висновок, що

$$S(-x)=-S(x), \ \ C(-x)=C(x).$$

Знайдемо прирости та похідні

$$S(x+y)-S(x-y)=$$

$$=S(x)C(y)+S(y)C(x)-S(x)C(-y)-$$

$$-C(x)S(-y)=2C(x)S(y);$$

$$S'(x)=\lim_{y\to 0}\frac{S(x+y)-S(x-y)}{2y}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{2C(x)S(y)}{2y}=C(x)\lim_{y\to 0}\frac{S(y)}{y}=aC(x);$$

$$C(x+y)-C(x-y)=$$

$$=C(x)C(y)+S(x)S(y)-$$

$$-C(x)C(-y)-S(x)S(-y)=2S(x)S(y),$$

$$C'(x)=\lim_{y\to 0}\frac{C(x+y)-C(x-y)}{2y}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{2S(x)S(y)}{2y}=S(x)\lim_{y\to 0}\frac{S(y)}{y}=aS(x).$$

Знайдемо другу похідну

$$S''(x)=\left(S'(x)\right)'=\left(aC(x)\right)'=$$

$$=a\left(aS(x)\right)=a^2S(x).$$

Знайдемо крайові умови:

$$S(0)=0, \ \ S'(0)=aC(0)=a.$$

Отже, функція $S(x)$ є розв’язком наступної задачі Коші

$$y''-a^2y=0, \ \ y(0)=0, \ \ y'(0)=a.$$

Аналогічно отримуємо, що функція $C(x)$ є розв’язком наступної задачі Коші:

$$y''-a^2y=0, \ \ y(0)=1, \ \ y'(0)=0.$$

Наведені вище міркування є доведенням наступної теореми.

Теорема. Система функціональних рівнянь $\begin{cases} S(x+y)=S(x)C(y)+S(y)C(x), \\ C(x+y)=C(x)C(y)+S(y)S(x) \end{cases}$ при умовах $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{S(x)}{x}=1$ та $\max\limits_{x\in R}\left|C^2(x)-S^2(x)\right|<\infty$ має єдиний неперервний розв’язок $\begin{cases} S(x)=\mathrm{sh}x, \\ C(x)=\mathrm{ch}x. \end{cases}$

Висновки. У даній статті було доведено коректність визначення гіперболічних функцій як розв'язку функціональних рівнянь. При доведенні використовувався метод зведення функціональних рівнянь до диференціальних.

1. *Андреев А.А. Система функциональных уравнений тригонометрических функций [Електронний ресурс] / А.А.Андреев, Д.В.Костиков, И.Н.Саушкин http://ermine.narod.ru/ MATH/ STAT/DANILA/sect2.html.*
2. *Величко Е.В. О корректности определения тригонометрических функций системой функциональных уравнений / Е.В.Величко, И.Г.Ткаченко // Карпатські математичні публікації. – 2011. – Т. 3, № 1. – С.15-21.*
3. *Математическая энциклопедия [Текст]: в 5 т. / под ред. И.М.Виноградова. – М.: Сов. энциклопедия, 1977. – Т. 1: Абак-Гюйгенса принцип. – 576 с.; Т. 2: Д'Аламбера оператор – Кооперативная игра. – 552 с.; Т. 3: Координаты – Одночлен. – 592 с.; Т. 4: Ока теоремы – Сложная функция. – 608 с.; Т. 5: Случайная величина – Ячейка. – 623 с.*
4. *Прудников А.П. Интегралы и ряды. Элементарные функции. Том 1. / А.П.Прудников, Ю.А.Брычков, О.И.Марычев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 632 с.*
5. *Сабитов К.Б. Функциональные, дифференциальные и интегральные уравнения / К.Б.Сабитов. – М.: Высшая школа, 2005. – 671 с.*
6. *Acz´el J. Functional Equations in Several Variables [Електронний ресурс] / J. Acz´el, J. Dhombres // Cambridge Univ. Press. – Cambridge, 1989. – http://eqworld.ipmnet.ru /en/solutions/fe/fe4101.pdf*
7. *Beyer W.H. Gudermannian Function / W.H. Beyer // CRC Standard Mathematical Tables, 28th ed. Boca Raton, FL: CRC Press, 1987. – P.164.*
8. *Robertson J.S. Gudermann and the Simple Pendulum / J.S. Robertson // College Math. J. – 28. – 1997. – P.271-276.*

Резюме. **Ткаченко И.Г., Величко Е.В., Белая Н.В. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ СИСТЕМОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ.** *В данной работе исследован функциональный подход к определению гиперболических функций синус и косинус. Записано систему функциональных уравнений, которые определяют эти функции и приведены условия, гарантирующие единственность решения в классе непрерывных функций. Для решения системы применен способ сведения функциональных уравнений к дифференциальным.*

Ключевые слова: *функциональные уравнения, дифференциальные уравнения, гиперболическая функция, задача Коши, функциональное уравнение Коши, непрерывность.*

Abstrakt. **Tkachenko I., Velichko H., Bila N. SYSTEM OF HYPERBOLIC FUNCTIONS OF FUNCTIONAL EQUATIONS**. *In this article we have investigated the functional approach to the definition of hyperbolic sine and cosine functions. Written system of functional equations that determine these functions and give conditions guaranteeing the uniqueness of the solution in the class of continuous functions. To solve the system the method of reducing functional equations to differential equations has been used.*

Key words: *functional equations, differential equations, a hyperbolic function, Cauchy problem, Cauchy problem functional equation, continuity.*

Стаття представлена професором Г.В.Горром.
Надійшла до редакції 14.03.2011 р.

МЕТОДИКА СТВОРЕННЯ І ЗАСТОСУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ СЛАЙД-ЛЕКЦІЙ З АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Д.Є.Губар,
аспірантка,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

У статті висвітлюється авторський досвід упровадження слайд-лекцій у навчанні дисципліни «Аналітична геометрія». Автор аналізує можливості використання інтерактивної дошки на лекційному занятті. Зазначаються переваги слайд-лекцій, наводяться приклади авторських розробок слайд-лекцій.

Ключові слова: *слайд-лекція, інтерактивна мультимедійна дошка, інформаційно-комунікаційні технології, аналітична геометрія.*

Постановка проблеми. Швидкий розвиток і поширення нових інформаційно-комунікаційних технологій набуває сьогодні характер глобальної інформаційної революції, яка відіграє важливу роль в усіх сферах життєдіяльності суспільства, зокрема в освіті. Як підкреслюється в Окинавській Хартії глобального інформаційного суспільства, прийнятій 22 липня 2000 року, «інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ) є одним з найважливіших чинників, що впливають на формування суспільства XXI століття».

Використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі поступово вносить зміни у невід'ємні елементи традиційної системи освіти, замінюючи дошку і крейду на електронну дошку і комп'ютерні навчальні системи, книжкову бібліотеку на електронну, звичайну аудиторію на мультимедійну.

Саме тому актуальним завданням у сфері навчання є розробка таких освітніх технологій, що використовують переваги комп'ютерних форм навчання і разом з тим здатні модернізувати традиційні форми навчання з метою якісного підвищення рівня навчального процесу у ВНЗ.

Таку можливість можуть надати програмно-педагогічні засоби (ППЗ), що базуються на використанні електронної інтерактивної дошки. Різноманіття можливостей цього технічного засобу настільки модернізує таку традиційну форму навчання, як лекція, що дозволяє говорити про виникнення нової форми навчання, яку доречно назвати динамічною слайд-лекцією.

Аналіз актуальних досліджень. Питанням упровадження ІКТ у навчальний процес присвячені праці багатьох дослідників: В.Безпалька, Л.Білоусової, В.Бондаревської, П.Гальперіна, Б.Гершунського, Ю.Дорошенка, М.Жалдака, В.Зінченка, Т.Ільїної, А.Кокаревої, О.Леонтьєвої, В.Лапінського, В.Мадзігона, В.Маланіна, Ю.Машбиця, В.Монахова, І.Підласого, Б.Полянiна, С.Ракова, О.Скафи, Н.Тализіної. О.Тутової та ін. У науковому доробку цих вчених сформульовані основні педагогічні вимоги, розглянуті дидактичні й методичні принципи, які повинні враховуватися при розробці і впровадженні нових електронних засобів.

Аналіз наукових досліджень, присвячених питанням вдосконалення вузівських лекцій, показав загальну значущість сформульованої вище проблеми. Різним аспектам удосконалення лекцій присвячені роботи таких вчених, як: М.М.Бахтін, А.І.Башмаков, Н.В.Бугайов, В.С.Вовк, М.І.Д'яченко, Н.І.Загузов, В.С.Ільїн, Н.М.Лосєва, М.В.Працьовитий, О.В.Семеніхіна, М.Ю.Сівергін та інші.

Як показав аналіз попередніх досліджень, матеріалів комп'ютерної підтримки лекцій саме з аналітичної геометрії у вищій школі розроблено недостатньо, а також методику їх використання не представлено повною мірою.

Мета статті полягає у висвітленні авторського досвіду використання слайд-лекцій у процесі навчання студентів-математиків дисципліні «Аналітична геометрія».

Виклад основного матеріалу. Організація початкового періоду оволодіння новим навчальним матеріалом повинна здійснюватися таким чином, щоб студент мав можливість досягнути суттєвого результату у навчанні за мінімальний період. Саме тому, на лекційних заняттях з дисципліни «Аналітична геометрія» нами широко використовується інтерактивна дошка.

Електронна інтерактивна дошка або мультимедійна дошка – це гнучкий інструмент, що поєднує в собі простоту звичайної маркерної дошки з можливостями комп'ютера. Це ефективний спосіб упровадження електронного змісту й мультимедійних матеріалів у масове освітнє середовище.

Використання інтерактивної дошки у навчанні дозволяє:

- ➢ демонструвати слайд-лекції, презентації та проекти, виконані у середовищі Smartboard Notebook;
- ➢ працювати з текстом і зображеннями;
- ➢ створювати нотатки за допомогою електронного чорнила (маркера);
- ➢ зберігати зроблені нотатки для передачі електронною поштою, розміщення в Інтернеті або друкування;
- ➢ переглядати Web-сайти;
- ➢ наносити нотатки поверх тексту, зображень, відео тощо;
- ➢ застосовувати вбудований у програмне забезпечення інтерактивної дошки презентаційний інструментарій для збагачення дидактичного матеріалу;
- ➢ працювати з будь-якими програмами.

Робота з інтерактивною дошкою зосереджує студента на розв’язанні того чи іншого завдання, покращує сприйняття матеріалу, а також розвиває уміння студентів правильно викладати свої думки. Крім того, електронні інтерактивні дошки більш успішно, ніж будь-який інший пристрій або гра популяризують серед студентів навички роботи з комп'ютерами, що так необхідні в XXI столітті [2, 355].

На думку багатьох вчених, найбільші труднощі, що виникають при застосуванні сучасних технологій у навчанні, пов’язані з підтримкою динамічної взаємодії викладача зі студентами на занятті, особливо лекційному. Електронні інтерактивні дошки допомагають розв’язати цю проблему і збагачують можливості комп'ютерних технологій у навчанні, використовуючи великий екран для роботи з мультимедійними матеріалами. Цей екран, який можуть бачити усі присутні в аудиторії, виводить взаємодію студентів з викладачем на новий рівень. Інтерактивна технологія електронної дошки й можливості програмного забезпечення дозволяють влаштовувати в навчальній аудиторії заходи, у яких беруть участь всі присутні. Саме тому її доречно використовувати для демонстрації так званих слайд-лекцій.

Динамічна слайд-лекція – це аудіовізуальний спосіб представлення інформації, розділеної на кадри (слайди), із застосуванням програмно-технічних засобів, який орієнтований на підвищення якості навчання і значне збільшення інформаційної місткості, покращення наочності академічної лекції [1, 3].

Відеолекції та слайд-лекції за кордоном мають досить широке використання. В основному, вони застосовуються в дистанційній вищій освіті, але також їх використовують у коледжах у межах спеціальних занять, що проводяться викладачами вищих навчальних закладів з метою підготовки майбутніх студентів.

До переваг слайд-лекцій педагоги відносять те, що:

- ➢ слайд-лекції концентрують увагу студентів на основних моментах навчального матеріалу;
- ➢ поєднання усного лекційного матеріалу із зображенням ілюстрацій, схем, таблиць, діаграм, відео та звукової інфор-

мації, робить лекцію цікавою, наочною і переконливою за рахунок використання сучасних мультимедійних технологій;

- ➢ використання слайд-лекцій можливо під час позаурочної діяльності: для самостійної роботи, додаткових занять, виконання домашнього завдання;
- ➢ з'являється можливість перевірки знань в інтерактивному режимі, спільного (у ході лекції) складання опорних схем і таблиць, проведення порівнянь,
- ➢ слайд-лекція надає можливість одночасного представлення інформації різними способами: текстової, графічної, анімаційної, відео та звукової.

Принцип наочності у слайд-лекції полягає не стільки у можливості пасивного споглядання студентами моделей, скільки в активній перетворюючій діяльності, у процесі якої вони самостійно будують моделі. Якщо електронні засоби дозволятимуть студентам добудовувати чи видозмінювати моделі, тоді можна очікувати на значне підвищення ефективності навчання. Адже аналізуючи динамічні моделі, встановлюючи суттєві зв'язки між їх складовими, виділяючи певні ознаки, студенти формуватимуть основні прийоми розумової діяльності [3,47].

Так, наприклад, у слайд-лекції «Криві другого порядку» для побудови графіків кривих другого порядку нами широко використовується програмний комплекс GRAN, розроблений групою авторів під керівництвом доктора педагогічних наук, академіка М.І.Жалдака. Завдяки цьому програмно-педагогічному засобу студенту надається можливість самостійно проаналізувати, яким чином може змінюватися вигляд еліпса від значення його ексцентриситету, зробити висновок щодо цього і довести свої припущення, побудувавши графіки.

Розробка слайд-лекції починається з педагогічного сценарію, на стадії написання якого необхідно виконати такі основні завдання [4]: конкретизувати цілі використання слайд-лекції; провести аналіз логічної структури навчального матеріалу; обрати методи навчання; відібрати необхідний навчальний матеріал; провести синтез навчального матеріалу; розробити завдання для закріплення цього матеріалу.

Успішність слайд-лекції залежить від того, наскільки ретельно перед її створенням було продумано і враховано: мету, аудиторію (особливості конкретної групи) і зміст [5].

Підкреслимо, що слайд-лекція для студента – спосіб сприйняття інформації, середній між читанням книги і театральним уявленням: можна читати, слухати, записувати і емоційно сприймати.

Лекція є театр одного актора, слайди – тільки вдала декорація і суфлер, що надається комп'ютером-асистентом [1, 5].

Під час читання лекцій з дисципліни «Аналітична геометрія» нами широко використовуються слайди, створені у програмному середовищі Smartboard Notebook для інтерактивної дошки [2, 354]. Ми розробляємо слайд-лекції для кожної теми дисципліни, передбаченої робочою програмою. Після проведення лекційного заняття студентам пропонується електронний варіант слайд-лекції, з яким вони можуть працювати самостійно: виконувати завдання, відповідати на запитання, розв'язувати задачі. Зауважимо, що ці матеріали будуть корисні студентам при підготовці до колоквіумів та модульних контролів з дисципліни.

Наведемо фрагмент розробленої нами слайд-лекції з теми «Системи координат. Рівняння ліній на площині» у програмному середовищі Smartboard Notebook (рис. 1). Усі слайд-лекції розробляються у такому стильовому рішенні і мають таку структуру: 1) тема; 2) зміст; 3) рекомендована література; 4) основний матеріал; 5) завдання для обмірковування; 6) контрольні питання для самостійного опрацювання.

Зазначимо, що у більшості розроблених нами слайд-лекцій містяться анімаційні елементи, що полегшують сприйняття студентами матеріалу дисципліни, розвивають їхнє просторове мислення.

Лекція №2

Полярна, циліндрична та сферична системи координат. Рівняння ліній на площині.

Зміст лекції

1. Полярна система координат.
2. Циліндрична система координат.
3. Сферична система координат.
4. Рівняння лінії на площині.

Література

1. **Александров А. Д., Нецветаев Н. Ю. Геометрия:** Учеб. Пособие. - М.: Наука. - 672 с., - **Гл. IV, § 1 (с. 66-69).**
2. **Варіанти індивідуальних завдань з курсу «Аналітична геометрія» і приклади їх розв'язування** / Укладачі: Лосєва Н.М., Зиза О.В. - Донецьк: ДонНУ, 2005. - 36 с.,- **І. з. №1(3-5), стор. 5-9.**
3. **Лосєва Н. М., Панова А. Ю. Чудові криві**: навчальний посібник для студентів математичного факультету. - Донецьк: ДонНУ. - 2009. - 52 с, - **стор. 23-50.**
4. **Методичні поради, вказівки, питання і завдання до самостійної роботи з курсу «Аналітична геометрія для студентів 1 курсу математичного факультету**/ Лосєва Н.М., Зиза О.В. - Донецьк: ДонНУ, 2006. - 40 с., - **Гл. 1, стор 5-7.**
5. **Цубербиллер О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии.** - М.: «Наука», 2007. - 336 с., - **№№ 27, 28, 41, 58, 65, 68, 86 (стор. 20-32, 36-37).**

Циклоїда

Циклоїда - це лінія, яку описує точка на колі, що котиться по горизонтальній поверхні без ковзання.

Рівняння циклоїди

$$\begin{cases} x = at - a\sin t \\ y = a - a\cos t \end{cases}$$

Лемніската

Лемніскатою називається частковий випадок овала Касіні

$$(x^2+y^2)^2 - 2c^2(x^2-y^2) = a^4 - c^4$$

при умові, що $a=c$.

Лемніската Бернулі - геометричне місце точок, добуток відстаней від яких до двох заданих точок (фокусів) є величиною сталою і дорівнює квадрату половини відстані між фокусами.

$$(x^2+y^2)^2 = 2a^2(x^2-y^2)$$

Способи побудови:

Астроїда

Астроїда - плоска крива, яку описує точка кола радіуса r, що котиться по внутрішній стороні кола радіуса R = 4r.

Параметричне рівняння:

$$\begin{cases} x = a\cos^3 t, \\ y = a\sin^3 t. \end{cases}$$

Рівняння у неявному вигляді:

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

Рис. 1. Фрагмент слайд-лекції «Системи координат. Рівняння ліній на площині» у програмному середовищі Smartboard для інтерактивної дошки

Висновки. Досвід автора щодо використання слайд-лекцій у навчальному процесі доводить, що викладання матеріалу із застосуванням слайд-лекцій дозволяє: підвищити якість і рівень деталізації малюнків на слайді; полегшити подачу матеріалу викладачем завдяки електронній візуалізації конструктивно складних лекційних фрагментів (малюнків, формул, схем); економити лекційний час за рахунок вилучення часоємного процесу відтворення інформації на дошці; покращити естетику і культуру подання лекційного матеріалу в цілому.

1. *Герасимчук Б.В. Рекомендації щодо створення і проведення слайд-лекцій/ Б.В.Герасимчук, О.Б.Герасимчук. – Луцьк: ЛДТУ, 2004. – 14 с.*

2. *Лосєва Н.М. Інформаційно-комунікаційні технології у навчанні аналітичній геометрії / Н.М.Лосєва // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО-2010), м. Черкаси, 24-26 листопада 2010 р. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. – С. 354-355.*

3. *Лосєва Н.М. Застосування інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні дисципліні «Аналітична геометрія» / Н.М.Лосєва // Вісник Черкаського університету: Педагогічні науки. – Вип. 201 – Черкаси, 2011. – С. 46-52.*

4. *Половина И.П. Педагогические программные средства. Ч.1.Основные идеи: методические рекомендации для разработчиков ППС/ И.П.Половина / под ред. проф. М.П.Лапчика. – Омск: Республиканский центр НИТО, 1991. – 70 с.*

5. *Скафа О.І. Комп'ютерно-орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики: навчально-методичний посібник / О.І.Скафа, О.В.Тутова. – Донецьк: Вид-во «Вебер», 2009. – 320 с.*

Резюме. **Губарь Д.Е. МЕТОДИКА СОЗДАНИЯ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СЛАЙД-ЛЕКЦИЙ ПО АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ.** *В статье освещается авторский опыт внедрения слайд-лекций в обучение дисциплине «Аналитическая геометрия». Автор анализирует возможности использования интерактивной доски на лекционном занятии. Подчеркиваются преимущества слайд-лекций, приводятся примеры авторских разработок.*

Ключевые слова: *слайд-лекция, интерактивная мультимедийная доска, информационно-коммуникационные технологии, аналитическая геометрия.*

Abstract. **Gubar D. METHODOLOGY OF DESIGNING AND APPLYING THE DYNAMIC SLIDE-LECTURES FOR TEACHING ANALYTICAL GEOMETRY.** *The author's experience of using slide-lectures for teaching analytical geometry is given in the article. The author has examined the implementation of interactive smart board during the lectures. The advantages of slide-lectures are stressed by the author, some samples are given.*

Key words: *slide-lecture, interactive smart board, IT, analytical geometry.*

Стаття представлена професором Н.М.Лосєвою.
Надійшла до редакції 17.06.2011 р.

ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ПОБУДОВИ ЗОБРАЖЕНЬ ПРОСТОРОВИХ ФІГУР У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Л.В.Швець,
аспірант,
Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

У статті висвітлені теоретичні засади побудови зображень просторових фігур у шкільному курсі стереометрії. Розглянуті властивості паралельного проекціювання. Порушені питання повноти та метричної визначеності просторових зображень.

Ключові слова: *паралельне проекціювання, повнота та метрична визначеність просторових зображень.*

Постановка проблеми. Під час вивчення курсу стереометрії перед вчителем постає завдання навчити учнів зображати стереометричні фігури та їх комбінації за встановленими правилами побудови зображень просторових фігур. Учитель повинен у повній мірі володіти теоретичними засадами щодо побудов просторових зображень, вміти досліджувати зображення на предмет їх повноти та метричної визначеності, що дає змогу розширити сутність принципу їх побудови. Таким чином, обізнаність вчителів у питанні теоретичних основ принципів побудови просторових зображень у курсі стереометрії допоможе сформувати в учнів уміння та навички виконувати стереометричні зображення, що забезпечить цілісну картину, розуміння ними зображень у цілому.

Аналіз актуальних досліджень. Питання щодо формування й розвитку вмінь старшокласників зображати стереометричні фігури і їх комбінації знайшло своє відображення в педагогічній науці. Такі відомі педагоги й психологи, як Л.С.Виготський, П.Я.Гальперін, Г.С.Костюк, В.А.Крутецький, В.О.Онищук, Н.Ф.Тализіна, І.С.Якиманська, Л.М.Фрідман, Я.Й.Груденов, П.О.Шеварьов висвітлили психолого-дидактичні основи формування в учнів наукових понять. А наукові засади теорії зображення просторових фігур з використанням проекційних методів зображень у курсі стереометрії розробив і обґрунтував професор М.Ф.Четверухін. Пропагування його ідей знайшло своє відображення в дисертаційних дослідженнях Д.Ф.Ізаака (1960 р.), П.Г.Козакова (1966 р.), М.Д.Касьяненка (1966 р.), Г.І.Лернера (1975 р.), Т.П.Гори (1984 р.), В.Г.Коровіної (1987 р.), Р.Л.Аракеляна (1988 р.) та інших дослідників.

Мета статті – проаналізувати теоретичні засади побудови зображень просторових фігур у шкільному курсі стереометрії. Розглянути властивості паралельного проекціювання, поняття повноти та метричної визначеності просторових зображень, задля підвищення рівня графічної культури стосовно побудов стереометричних фігур та їх комбінацій.

Виклад основного матеріалу. Під час вивчення стереометрії роль рисунка, є, безумовно, вирішальною. Вчитель, щоб викликати в учнів наочне просторове уявлення геометричних образів, поєднує його разом з викладом теоретичних міркувань та пояснень. Таке вивчення предмета є конкретнішим і відповідає практичним завданням засвоєння курсу стереометрії.

Але побудова зображень за правилами будь-якого наперед обраного методу проекціювання потребує виконання тих чи інших графічних операцій, розв’язання певних конструктивних задач, які абсолютно незрозумілі учням, і як наслідок заважатимуть і ускладнюватимуть процес навчання.

Найбільш наочні зображення можна дістати при центральному проекціюванні. Це пояснюється тим, що саме розглядання предмета вже є начебто центральним його проекціюванням на сітчатку ока. Проте, розглядаючи невеликі предмети здалеку, центральне проекціювання можна наближено прийняти за паралельне. До того ж, паралельну проекцію оригіналу легше будувати, ніж центральну. Тому в педагогічному процесі застосовують зображення, побудовані тільки ***паралельним проекціюванням***, при чому рисунок необов’язково вважати проекцією самого оригіналу, досить, щоб зображення було проекцією фігури, подібної до оригіналу. Задля унаочнення зображення, у школі використовують проекцію оригіналу, на якій одні елементи не закривають інші. Тому проекціювання повинно бути таким, щоб прямі та площини оригіналу не вироджувалися.

Зображення, яке можна вважати невиродженою паралельною проекцією оригіналу, або подібної до нього фігури, причому напрям проекціювання щодо оригіналу не вказується, називають ***проекційним рисунком (вільним зображенням).***

Зупинимося детальніше на методі паралельного проекціювання та його властивостях. Варто зазначити, що паралельна проекція є важливим випадком центральної проекції, коли центром симетрії виступає нескінченно віддалена (невласна) точка. При цьому всі проекційні лінії, що проходять через таку невласну точку, – паралельні. Тому і сама проекція дістала назву паралельна, на відміну від центральної проекції (з власним центром).

Дамо кілька означень, якими будемо оперувати під час викладення теоретичних основ властивостей паралельних проекцій.

Означення 1. *Зображенням фігури назвемо проекцію фігури, яка подібна до оригіналу.*

Спроектуємо деяку точку A, взяту в просторі, на площину α. Через цю точку проведемо пряму AA_1, яка перетинає площину α в точці A_1. Точку A_1 називають *паралельною проекцією* точки A на площину α за напрямом AA_1.

Означення 2. *Пряма* AA_1, *що визначає напрям проекціювання, називається проекційною прямою.*

Якщо пряма AA_1 перпендикулярна до площини α, то проекціювання називається *ортогональним*, а якщо AA_1 не перпендикулярна до α – *косокутним.* Площина α називається *площиною проекцій.*

Означення 3. *Проекцією фігури на площину називається множина всіх тих і тільки тих точок, кожна з яких є проекцією хоча б однієї точки даної фігури.*

Перетворення однієї фігури в іншу паралельним проекціюванням називають *перспективно-афінним* або *спорідненим перетворенням.*

Означення 4. *Площина, яка паралельна напряму проекціювання (проекційній прямій), називається проекційною площиною.*

Властивості паралельного проекціювання

1. Проекція точки є точка.

2. Проекція прямої (непаралельної напряму проекціювання) є пряма.

Наслідок 1. *Проекцією відрізка є відрізок.*

Наслідок 2. *Проекцією променя є промінь.*

3. Відношення довжин відрізків прямої дорівнює відношенню довжин їх проекцій.

Наслідок. *При проекціюванні середина відрізка переходить у середину його проекції.*

4. Проекції паралельних прямих паралельні між собою.

Наслідок. *Паралельне проекціювання зберігає співнапрямленість (протилежну напрямленість) променів.*

5. Відношення довжин проекцій паралельних відрізків дорівнює відношенню довжин цих відрізків.

6. При ортогональному проекціюванні проекція відрізка прямої дорівнює відрізку, помноженому на косинус кута його нахилу до площини проекцій.

Паралельне проекціювання є перетворенням просторової фігури у фігуру на площині, тому вказані властивості встановлюють, що колінеарність і паралельність пари прямих є інваріантними властивостями паралельного проекціювання (тобто не змінюються при деякому геометричному перетворенні), а відношення трьох точок прямої є його інваріантом (незмінним параметром).

Оскільки проекційний апарат під час побудови рисунків строго не визначений, то чим керуватися у виборі напряму проекціювання? Зрозуміло, що в загальному випадку напрям проекціювання має бути непаралельним до проекційних прямих та площини проекцій. Зручно обирати площину проекцій вертикально, а основи фігур, що проекціюються, розташовувати на горизонтальній площині. Тоді їх висоти розташовані вертикально і зображуються без спотворень.

Якщо за таких умов користуватися ортогональним проекціюванням, то основи таких фігур проекціювалися б у відрізки. При такому проекціюванні неможливо визначити, що це за фігура. Отже, при горизонтальному розміщенні основи призми, піраміди, циліндра чи конуса не слід їх проекціювати на вертикальну площину, застосовуючи ортогональне проекціювання. Але і косокутне проекціювання не завжди доцільне. Тому напрям проекційних прямих слід вибирати хоч і довільно, але так, щоб він не був паралельним жодній грані многогранника або площині основи циліндра чи конуса. При косокутному проекціюванні можливості вибору напряму проекціювання є необмеженими, тому не потрібно обирати зручне положення самої фігури, на відміну від ортогонального проекціювання. Для унаочнення зображення, многогранників, циліндра і конуса, по можливості варто, розташовувати так, щоб їх висоти займали вертикальні положення і зображалися вертикальними відрізками.

Щоб вільне зображення було правильним, необхідно дотримуватися певних правил. Розглянемо ці правила на прикладі зображення ***плоских фігур*** методом паралельного проекціювання на одну площину.

Теорема 1.1. *Проекцією трикутника може бути трикутник, подібний до довільного наперед заданого.*

Теорема 1.2. *Якщо для трьох неколінеарних точок плоскої фігури відомі їх зображення, то зображення всіх інших точок фігури однозначно визначені.*

Наслідок. Довільність побудови зображення допускається лише для трьох неколінеарних точок фігури (трикутника), а всі інші точки зображення треба будувати за вказаним у теоремі 1.2 правилом.

Теорема 1.3. *Паралельною проекцією кола є еліпс.*

Наслідки

1. Взаємно перпендикулярні діаметри кола зображуються спряженими діаметрами еліпса.
2. Центр кола зображується центром еліпса.
3. Дотичні до кола зображуються дотичними до еліпса.
4. Квадрат, описаний навколо кола, зображується паралелограмом, описаним навколо еліпса.

Доведення цих важливих теорем викладено на сторінках посібників [1], [9]. Ці теореми дають можливість замінити вибір напряму проекціювання на довільний вибір трикутника. Зрозуміло, що після такого вибору, коли напрям проекціювання визначено, ступінь довільності в зображенні інших елементів фігури зменшується, оскільки залежить тепер тільки від довільного розміщення фігури відносно площини проекцій. Тому зображення піраміди, призми, циліндра чи конуса зазвичай починається з зображення їх основ – многокутника чи круга.

Отже, для визначення форми довільної плоскої фігури достатньо встановити умови, за яких буде відома форма довільного трикутника, яка залежить від двох незалежних умов (двох кутів, двох відношень його сторін і т. ін.), тому форма плоскої фігури визначається заданням двох величин.

Розглянемо зображення ***просторових фігур***. Як не визначаючи положення оригіналу відносно площини, на яку проекціюють, а також напрям самого проекціювання відносно цієї площини виконувати зображення просторових фігур? Відповідь на це питання дає основна теорема аксонометрії, яка називається ***теорема Польке-Шварца*** і формулюється так: *всякий плоский чотирикутник разом з його діагоналями можна розглянути як паралельну проекцію тетраедра будь-якої наперед заданої форми*.

Повне доведення цієї теореми викладено в посібнику М.Ф.Четверухіна [9]. Суть теореми зводиться до наступного. Якщо в площині α через вершини заданого довільно чотирикутника *ABCD* провести паралельні прямі, що перетинають площину α, і вибрати на них чотири точки, що не лежать в одній площині, то утвориться довільний тетраедр (рис. 1). Змінюючи положення таких точок і напрям проекціювання, отримаємо безліч тетраедрів різної форми, серед яких завжди знайдеться тетраедр $A'B'C'D'$, подібний даному і проекцією якого буде даний чотирикутник *ABCD*.

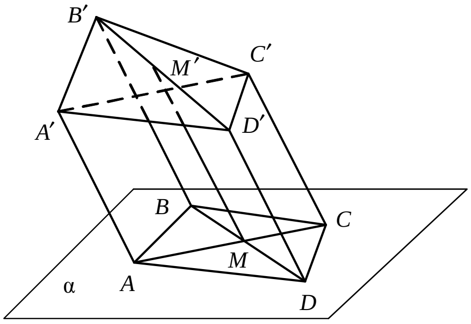


Рис.1

Отже, з теореми Польке-Шварца слідує ***висновок***: піраміду заданої форми можна зображати довільно, враховуючи при цьому наочність.

Особливої уваги заслуговує побудова проекції кулі. Але спочатку введемо деякі поняття, що стосуються побудови проекції деякого тіла. Припустимо, що деяке тіло F' паралельно проекціюється на площину α в напрямі *l*. Сукупність всіх дотичних до поверхні тіла, паралельних напряму *l*, утворює проекційну циліндричну поверхню. Цей циліндр називається ***контурним***. Лінія дотику контурного циліндра до поверхні тіла F' називається видимим контуром тіла F'. Позначимо видимий циліндр K'. Проекція цього контура на площину α називається ***обрисом*** тіла F' і позначимо через *K*.

Якщо розглядати на поверхні F' будь-яку криву q', яка перетинає видимий контур у т. M', то вона проекціюється в лінію *q*, що дотикається обрису *K*. Оскільки проекції всіх точок тіла лежать всередині його обрису (бо, проекційні промені всіх точок тіла знаходяться всередині контурного циліндра), то обрис є межею області точок, які являють собою зображення точок даного тіла, у цьому розумінні обрис може вважатися зображенням тіла на площині зображень. Розглянемо зображення кулі.

При проекціюванні кулі на деяку площину проекціюючим буде контурний циліндр, а лінія дотику його до кулі, тобто контурною лінією, – коло, з таким же радіусом, як і куля. У випадку косокутної проекції обрисом кулі є еліпс (рис. 2). Якщо площина зображення α перпендикулярна до твірних контурного циліндра, випадок ортогональної проекції, то площина зображення перетинає контурний циліндр по колу, що і є обрисом кулі (рис. 3).

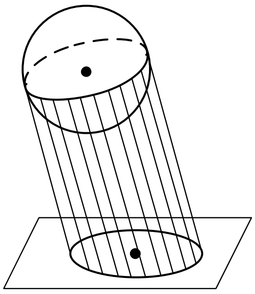


Рис. 2

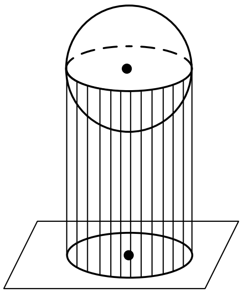


Рис. 3

Отже, обрисом будь-якої кулі може бути як коло, так і еліпс. Яке ж з цих зображень використовувати? Коли ми дивимося на кулю, то її контурну лінію завжди бачимо як коло, тому сприйняття нами обрису кулі у вигляді еліпса протирічить наочності зображення кулі, хоча і є правильним.

У педагогічній діяльності і в навчальних посібниках куля фактично завжди зображується у вигляді кола, тобто зображення кулі будується за допомогою ортогональної проекції. Такий принцип побудови кулі накладає умови на побудову всього зображення. Оскільки не допустимо, щоб одна частина оригіналу виконувалася в ортогональній проекції, а друга частина того самого оригіналу – в іншій. Цю побудову можна виконати за допомогою суміщення площини, що перпендикулярна до площини рисунка і проходить через вісь кулі, з площиною рисунка. Детально цей спосіб побудови описано в посібнику М.Ф.Четверухіна [9] з використанням поняття висоти точки оригіналу.

Розглянуті властивості паралельного проекціювання та теорема Польке-Шварца дають змогу при побудові зображення просторової фігури дотримуватися першої вимоги: рисунок має бути правильним, тобто всі його елементи побудовані за допомогою одного й того ж методу проекціювання.

Із поняттям правильний рисунок тісно пов’язане поняття позиційної повноти зображення, зокрема в задачах на побудову. Виконати побудову фігури на площині, застосовуючи креслярські інструменти, цілком можливо. Відшукати невідому фігуру можна, будуючи прямі і кола певного радіусу. Що є неможливим у стереометрії. Оскільки не існує таких інструментів, які дозволили б побудувати площину за трьома заданими точками або описати сферу даного радіуса з центром у даній точці.

Тому існує два підходи розв’язування задач на побудову в просторі. Один із них, використовуючи відповідні аксіоми і теореми, доводить існування певної геометричної фігури (так звані «уявні побудови»). У цьому випадку рисунок має ілюстративний характер і може взагалі бути відсутнім. Тобто метою є не побудова рисунка, а доведення існування такої побудови. Інший спосіб полягає в тому, що побудова виконується на проекційному рисунку, що є зображенням даних фігур.

Задачу на побудову можна розв’язати тільки тоді, коли зображення даних фігур є повним. Дамо наступне означення.

Означення 5. *Зображення називається повним, якщо для будь-якої його точки задано або може бути побудована її проекція на основну площину.*

Наприклад, із означення слідує, що зображення прямої буде повним, якщо задана її проекція на дану площину (рис. 4).

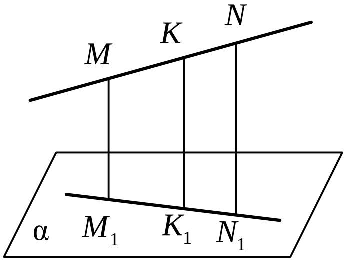


Рис. 4

У цьому випадку для довільної точки K прямої MN завжди можна визначити її проекцію K_1 на площину α.

Зображення призми, циліндра, піраміди і конуса завжди повні. У випадку піраміди і конуса за напрям проекціювання обирають, наприклад, бічне ребро або твірну відповідно, що робить зображення повним.

Якщо зображення не є повним, то його називають ***неповним***. Неповні зображення характеризує ***коефіцієнт неповноти***, що дорівнює кількості точок, задання проекцій яких перетворює зображення у повне. Взагалі коефіцієнт неповноти можна визначити за допомогою поняття – ***точковий базис***, який є системою незалежних точок зображення. Три точки базису, що не лежать на одній прямій, визначають площину, а четверта, взята поза цією площиною, задає напрям проекціювання. Положення інших точок визначається за допомогою вказаних. Якщо точковий базис зображення складається з n точок, то коефіцієнт неповноти такого зображення обчислюється за формулою: $k = n - 4$.

З поняттям правильного зображення пов'язано також поняття його ***метричної визначеності***.

Означення 6. *Зображення фігури, оригінал якої визначений до подібності, називається метрично визначеним.*

Оскільки апарат проекціювання, що відповідає тому чи іншому проекційному рисунку, не вказується, то не існує загального правила для вимірювання кутів оригіналу за його проекційним рисунком. Для з'ясування метричної визначеності проекційного рисунка аналізують зв'язок між властивостями оригіналу та властивостями знайденої проекції. При паралельному проекціюванні зберігається ряд властивостей оригіналу при переході до проекційного рисунка: точки оригіналу відображаються в точки; прямі в прямі, причому зберігаються відношення трьох точок; зберігається паралельність прямих, відрізків та відношення паралельних відрізків. Проте існують величини, що характеризують форму оригіналу, але не зберігаються при переході до проекційного рисунка. Наприклад, величина лінійного кута, відношення непаралельних відрізків. Такі величини вказують на проекційному рисунку довільно.

Величини, яким при виконанні проекційного рисунка надаються довільні значення, називаються ***параметрами***.

Усі побудови, які виконуються на повному, метрично визначеному зображенні, не можуть містити ніяких елементів довільності, бо їм відповідають цілком визначені побудови в оригіналі. Отже, метрично визначене зображення є повним зображенням.

Навпаки, повне зображення до його метричного визначення допускає деяку довільність щодо метричних операцій, що виконуються на цьому зображенні. Наприклад, чотирикутник з діагоналями є повним зображенням тетраедра, але цей проекційний рисунок зображає тетраедр будь-якої форми. Ця довільність залежить від запасу вільних параметрів, задання яких робить зображення метрично визначеним. Підрахунок цього запасу параметрів називається ***параметражем зображення***. Відповідний коефіцієнт називається ***параметричним числом*** і позначається буквою p. Це число становить запас вільних параметрів повного зображення, який може бути витрачений під час виконання зображення. Також параметруються всі операції, виконувані на рисунку з урахуванням їх області існування, щоб виконувана побудова була дійсною проекцією оригіналу. Параметричне число повного зображення позначають через $\overline{p}$. Щоб неповне зображення стало повним, потрібно задати k незалежних параметрів. Знайдене повне зображення метрично визначимо, якщо задамо ще p незалежних параметрів. Отже, $p = k + \overline{p}$.

Параметричне число вказує на кількість параметрів, якими можна довільно користуватися, виконуючи проекційний рисунок. Так для метричної визначеності трикутника, зображеного на проекційному рисунку, досить вказати величину двох кутів, які є незалежні. Отже, для проекційного рисунка трикутника параметричне число $\overline{p} = 2$. Оскільки, щоб метрично визначити проекційний рисунок плоскої фігури, досить метрично визначити зображення будь-якого трикутника цієї фігури, то параметричне число проекційного рисунка плоскої фігури $\overline{p} = 2$.

Проаналізуємо, скільки необхідно задати умов, щоб визначити форму просторової фігури. У випадку паралельної проекції основу для розв'язання питання дає теорема Польке-Шварца, яку називають теоремою існування. З цієї теореми випливає, що при довільному метричному визначенні будь-якого тетраедра, можна визначити форму фігури, аналогічно як і для плоскої фігури. Отже, щоб визначити форму двох граней тетраедра, необхідно задати чотири умови, оскільки кожна грань є трикутником і вимагає по дві умови. Але ці грані можуть бути нахилені одна до одної по-різному, тому варто задати ще один параметр (наприклад, двогранний кут, висоту т.ін.). Таким чином, метрична визначеність повного зображення просторової фігури обумовлюється заданням п'яти незалежних параметрів, $\overline{p} = 5$.

Зображення фігур визначеної форми, таких, як куб, сфера та інші правильні многогранники, завжди є метрично визначеним. Разом із тим, зображення правильних призм і пірамід, а також кругового циліндра і конуса, є метрично невизначеними.

Отже, якщо при розв'язуванні задач або при вивченні теоретичних питань потрібна лише ілюстрація, то варто використовувати неповні зображення, які дозволяють довільно задавати точки і лінії перетину та інші елементи рисунка. Якщо маємо повне зображення, то при розв'язуванні позиційної задачі довільний вибір елементів двох фігур не можливий і їх необхідно будувати. Разом із тим, повне і метрично невизначене зображення при розв'язанні метричної задачі допускає вільний вибір визначаючих елементів, що спрощує побудову. Тому при розгляді конкретних задач доцільно умову формулювати в загальному вигляді (без числових відношень), щоб зображення було метрично невизначеним.

Якщо ж задана фігура визначеної форми, відповідно, зображення метрично визначене, то і в позиційних, і в метричних задачах всі необхідні елементи потрібно обов'язково будувати.

Висновки. Розглянуті теоретичні аспекти та засади побудови зображень стереометричних фігур, розроблені професором М.Ф.Четверухіним, дозволяють зробити наступні висновки: плоскі зображення фігур у шкільному курсі стереометрії будуються за правилами паралельного проекціювання. Оскільки зображення в курсі стереометрії мають здебільшого ілюстративний характер, то для їх побудови застосовується вільне паралельне проекціювання. Довільність у побудові є обмеженою і пов'язана з поняттями повноти чи неповноти та метричної визначеності рисунка. З огляду на це в практичній діяльності під час вивчення курсу стереометрії варто користуватися неповними або повними метрично невизначеними зображеннями для простоти виконання побудови.

1. Боровик В.Н. Курс вищої геометрії: навч. посібник / В.Н.Боровик, В.П.Яковець. – Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. – 464 с.

2. Гольдберг Я.Е. С чего начинается решение стереометрической задачи: пособие для учителя / Я.Е.Гольдберг. – К.: Рад. шк., 1990. – 118 с.

3. Зенгин А.Р. Основные принципы построения изображений в стереометрии: пособие для учителей / А.Р.Зенгин. – М.: Учпедгиз, 1962. – 108 с.

4. Лернер Г.И. Психология восприятия объемных форм (по изображениям) / Г.И.Лернер. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980. – 136 с.

5. Лепський М.М. Нарисна геометрія: посібник для педагогічних інститутів / М.М.Лепський. – К.: Рад. шк., 1961. – 118 с.

6. Лоповок Л.М. Зображення круглих тіл: Посібник для вчителів середньої школи / Л.М.Лоповок. – К.: Рад. шк., 1961. – 64 с.

7. Савченко В.М. Изображение фигур в математике / В.М.Савченко. – К.: Вища школа, 1978. – 136 с.

8. Сверчевська І.А. Розвиток умінь старшокласників розв'язувати конструктивні задачі/ І.А.Сверчевська // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Вид-во ДонНу. – 2008. – Вип. 30. – С. 148-157.

9. Четверухин М.Ф. Изображение фигур в курсе геометрии: пособие для учителей / М.Ф.Четверухин. – М.: Учпедгиз, 1958. – 216 с.

10. Четверухін М.Ф. Стереометричні задачі на проекційному рисунку / М.Ф.Четверухін. – К.: Рад. шк., 1954. – 112 с.

Резюме. **Швец Л.В. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ СТЕРЕОМЕТРИИ.** *В статье излагаются теоретические основы построения изображений плоских и пространственных фигур в школьном курсе стереометрии. Рассмотрены свойства параллельного проектирования. Затронуты понятия полноты и метрической определенности пространственных изображений.*

Ключевые слова: *параллельное проектирование, полные изображения, метрически определенное изображение.*

Abstract. **Shvets L. THEORETICAL BASIS FOR IMAGE CONSTRUCTION IN THE SCHOOL COURSE OF STEREOMETRY.** *Theoretical basis of construction images of planes and spatial figures in the school course of stereometry has been stated. Features of concurrent engineering have been considered. The notion of integrity and metrical distinctness of spatial figures has been involved.*

Key words: *concurrent engineering, full image, metrical distinct images.*

Стаття представлена професором М.І.Бурдою.
Надійшла до редакції 19.09.2011 р.

Наукове видання

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕННЯ

МІЖНАРОДНИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ РОБІТ

Випуск 36, 2011 рік

Рекомендовано до друку вченою радою Донецького національного
університету 24.11.2011 (протокол № 109).

Редакція збірника:
Науковий редактор – доктор педагог. наук, проф. Скафа Олена Іванівна
Тел.: (38)-(0622)-302 92 44 (р.) E-mail: e.skafa@ukr.net

Технічні редактори – Гончарова І.В.
Павлина О.В.
Комп'ютерна верстка – Гончарова І.В.
Художнє оформлення – Абраменкова Ю.В.

Відповідальний секретар – ст. викл. Тимошенко Олена Вікторівна
Тел.: (38)-(062)-3052375 (р.),
(38)-(062)-3378985 (д.).
E-mail: elenabiomk@mail.ru

Адреса редакції збірника:
Кафедра вищої математики і методики викладання математики,
Донецький національний університет, вул. Університетська, 24,
м. Донецьк, 83000, Україна

Узгоджені матеріали надсилати за адресою:
Тимошенко О.В., пр.Миру, 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна

Збірник розповсюджується безкоштовно

Підписано до друку 26.11.2011 р. Формат 60х84/8. Папір типографський.
Друк офсетний. Умовн. друк. арк. 11,44. Тираж 300 прим. Замовлення № 349

Видавництво Донецького національного університету
Україна, 83000, Донецьк, вул. Університетська, 24

Надруковано в типографії ООО "Цифрова типографія" на цифрових
лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060.
Адреса: Донецьк, вул. Челюскінців, 291а. Тел. (062) 388 07 31